

色相のファジィシステム

- 色相から色調へのファジィ推論 -

○菅野 直敏*1

キーワード：ファジィ理論的アプローチ 加法混色 カラートライアングル トーントライアングル あいまいな色彩

1. はじめに

本稿では、加法混色を用いた色相（カラー）のトライアングル（Color triangle）上でのファジィ表現手法について報告する。ここでは、カラートライアングル上の三角錐台のような入力ファジィ集合（前件部）と円錐形のファジィ入力との関係を調べる^{3), 4)}。カラートライアングルは色相と彩度の関係を示している⁸⁾。主要色と白は同じカラートライアングル上に表現でき、ここではカラートライアングル上のあいまいな色の集合を明らかにする。このシステムはあいまいな色の属性情報の近似推論値をトーントライアングル上に決めることができる。このファジィ理論的なアプローチはあいまいな色彩の情報処理や感性情報処理などの応用に有効である。

2. カラートライアングルと加法混色

加法混色は異なる2色あるいは3色の光を混ぜるときに起こる。赤（Red）、緑（Green）、青（Blue）の3色の加法混色ですべての色彩Cをつくることができる。一般に色ベクトルは三刺激値（R：赤成分、G：緑成分、B：青成分）と呼ばれる量と方向により次のように示される。

$$\vec{C} = \vec{R} + \vec{G} + \vec{B} \quad (1)$$

これはRGBカラーモデル（Color model）と呼ばれる。このコンセプトは平面図（図1a）によって表すことができる。

このカラートライアングル平面（ドット部分）の座標 (r, g, b) はさまざまな色彩を指定することができる。座標により与えられる位置は色をつくるR（赤成分）、G（緑成分）、B（青成分）の量に対応している。カラートライアングルの中央を指定する座標は3原色を等量に混合した場合を表し、各成分が最大のとき白（W）になる。このような表記は色度図（Chromaticity diagram）と呼ばれる。これは色相と彩度で表され、明度はない⁸⁾。カラートライアングル上で、R（赤成分）、G（緑成分）、B（青成分）の比率が色彩を指定し、3つの属性の和は100%に等しい。

ここで、色ベクトルの方向のみを表すために色度 r, g, b は以下のようになる。

$$r = \frac{R}{R+G+B} \quad (2)$$

$$g = \frac{G}{R+G+B} \quad (3)$$

$$b = \frac{B}{R+G+B} \quad (4)$$

$$r+g+b=1 \quad (5)$$

方向であるから三刺激値の比で示され、式(5)に示されるように和が1となる⁹⁾。

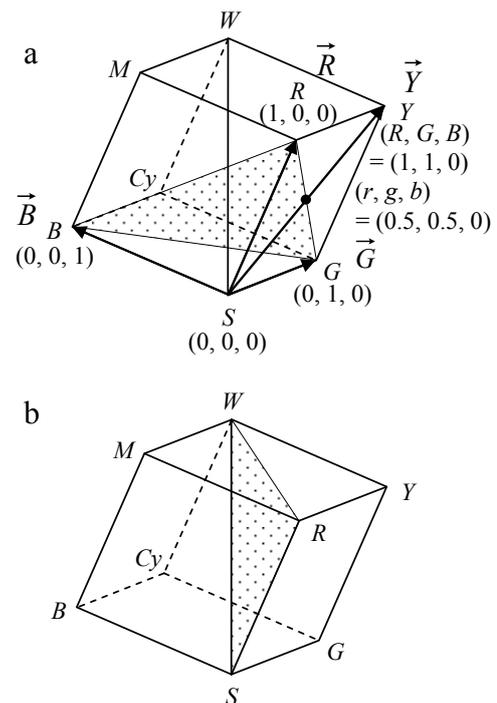


図1 カラートライアングルとトーントライアングル

図1で赤（Red）の成分 (R, G, B) は $(1, 0, 0)$ であり、三角座標 (r, g, b) も同じ $(1, 0, 0)$ である。また緑（Green）と青（Blue）も成分と座標が同じになる。たとえば、黄（Yellow）の成分 (R, G, B) は $(1, 1, 0)$ であり、カラートライアングル上の三角座標 (r, g, b) は $(0.5, 0.5, 0)$ となる。3つの正方形：WMRY, WYGCy, WCyBMの色は正三角形RGBの中に示すことができる。

3. トーントライアングル

ここでは、図 1b のような色立体中のトーントライアングルと図 1a のようなカラートライアングルを考える。これらは同じ色立体中にある（ドット部分）。たとえば、色相を赤 R とすると図のトライアングルが決まり、前述したカラートライアングルとの交線（共通部分）がある。つまり、三角形 CWS 上にあるあいまいな情報を RGB 上に写像することになる。図 2b の C は最大クロマティックネス (chromaticness) である¹⁾。

4. 色相のファジィシステム

図 1 において主要色としての赤 (red), 黄 (yellow), 緑 (green), 青緑 (cyan), 青 (blue), 赤紫 (magenta), 白 (white) は R, Y, G, C, B, M, W のように省略する。

図 2a のようなカラートライアングル上の RGB システムを考える。図 2b はトーントライアングルであり、彩度の高い有彩色, クロマ (chroma), 白 (white), 黒 (schwarz) は C, W, S のように省略する。他には灰 (gray), 暗い (dark), 明るい (light), くすんだ (dull) がある。

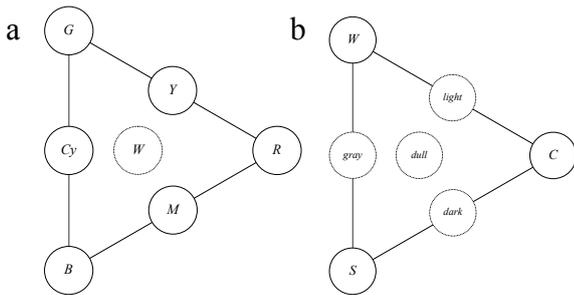


図 2 カラートライアングルとトーントライアングル

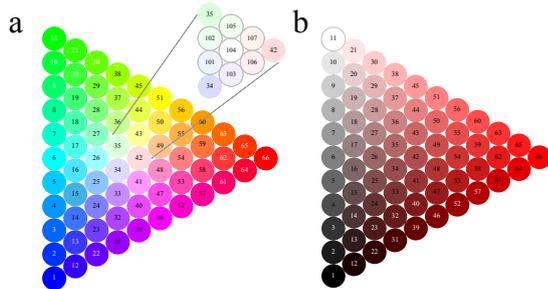


図 3 66 色のカラートライアングルとトーントライアングル

図 3 において主要色は No.1: B , No.6: Cy , No.11: G , No.46: M , No.51: Y , No.66: R である。これらの座標は (r_1, g_1, b_1) , (r_6, g_6, b_6) , (r_{11}, g_{11}, b_{11}) , ..., が選ばれ, r_n, g_n, b_n は n 番目の色の各座標である (n は No.). 中心部分には, No.34, No.35, No.42 があり, これらの中に右上の詳細図にあるような 7 色 (No.101-107) が含まれて, 中央に No.104: W がある。つまり, 3.3% 区切りで色座標をとり, 加法混色を用いて各色成分を合成すると白を含んだトライアング

ルができる。ただし, 白を含むものを示すには 496 色が必要となる。

図 4 はファジィシステムを表しており, カラートライアングル $(R_i G_i B_i)$ の中線方向に平行な軸上に赤み (Redness) r_i , 緑み (Greenness) g_i , 青み (Blueness) b_i がある。図 4a では, 赤みが増すと赤成分の度合い μ_k が縦方向に増加することを意味している。これが赤のファジィ集合を形成する。

また, このファジィシステムでは入力ファジィ集合 (Fuzzy set) A_k (前件部), ファジィ入力 I_n , 出力クリスプ集合 (Crisp set) O_k (後件部), およびファジィ出力 O' を示している。図 4a は三角座標 (r_i, g_i, b_i) で, 図 4b は三角座標 (r_o, g_o, b_o) で, 図 4c は座標 (r_o, uk) で表されている。

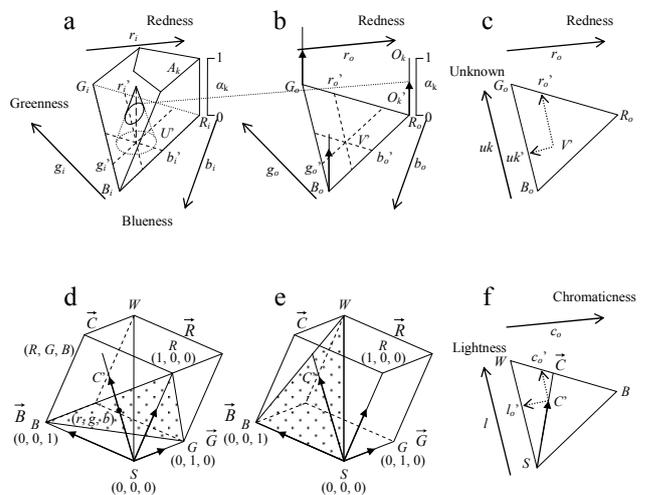


図 4 カラーのファジィシステム

ファジィルール (Fuzzy rule) は次のように示される。

$$R^1 : \text{if } U \text{ is } A_1 \text{ then } V \text{ is } O_1 \quad (6)$$

$$R^2 : \text{if } U \text{ is } A_2 \text{ then } V \text{ is } O_2 \quad (7)$$

$$R^3 : \text{if } U \text{ is } A_3 \text{ then } V \text{ is } O_3 \quad (8)$$

ルール R^k : $\text{if } U \text{ is } A_k \text{ then } V \text{ is } O_k$ ($k=1, 2, 3$), ここで k はルール番号である。 $U=(r_i, g_i, b_i)$ は入力座標, $V=(r_o, g_o, b_o)$ は出力座標である。入力ファジィ集合 A_k (前件部) は頂点 R_i, G_i , あるいは B_i における三角錐台のような形状であり, ファジィ入力 I_n は円錐, 出力クリスプ集合 O_k (後件部) は頂点 R_o, G_o , あるいは B_o におけるシングルトン (Singleton) である。ファジィ集合 O_k は縦矢印で示されている。もし入力が A_k であれば, 出力は O_k である。

ファジィ推論 (Fuzzy inference) の方法は次のようである。ここで入力を $r_i=r_i', g_i=g_i', b_i=b_i'$ とすると $U=(r_i', g_i', b_i')$ となる。

1) ルール R^k の入力で, $\alpha_k=A_k(U)$, ここで $k=1, 2, 3$ で

ある。

- 2) ルール R^k の出力で、出力クリスプ集合 O_k はシングルトン（縦棒）である。
- 3) $O_k' = \alpha_k O_k$, ここで O_k' はファジィ集合（縦矢印）、また O_k はクリスプ集合（縦棒）である。ルール R^1, R^2, R^3 の最終推論結果は O' である。

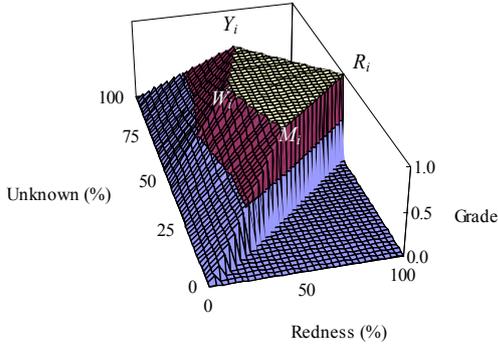


図5 赤のファジィ集合

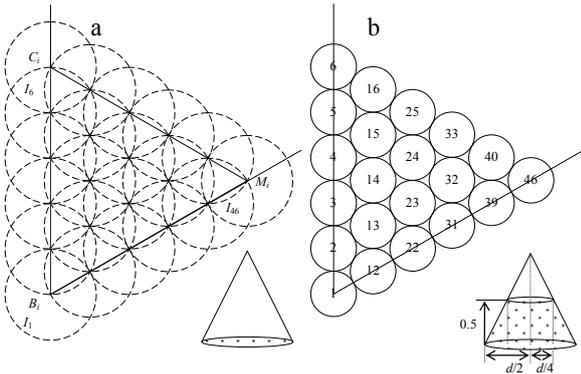


図6 カラー三角形上の円錐形ファジィ入力の配置と0.5レベル集合

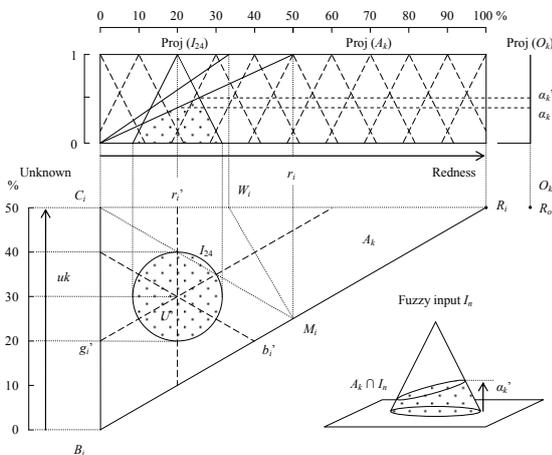


図7 カラー三角形上のファジィ集合（前件部）と円錐形ファジィ入力のトップビューと射影

$$O' = \alpha_1 O_1 \cup \alpha_2 O_2 \cup \alpha_3 O_3 = O_1' \cup O_2' \cup O_3' \quad (9)$$

出力座標 $V' = (r_o', g_o', b_o')$ は三角座標上のファジィ集合 O' の重心（Center of gravity）で、 $V' = (r_o', uk')$ はグラフィカルな座標上のファジィ集合 O' の重心である。 uk' は線分 BG 上の値（ B からの距離）である。

また、緑と青のメンバーシップ関数は図5のファジィ集合を W_i 中心に120度ずつ回転したものであり、同様な式により記述される。ファジィ入力 I_n と前件部のファジィ集合 A_k の積集合は $A_k \cap I_n$ である。一致度 $\alpha_k' = \text{Height}(A_k \cap I_n)$ で決まる。Height は高さを求める関数である。もし入力がクリスプであれば、 α_k' はダッシュのない α_k と書くことにする。 $O_k' = \alpha_k O_k$ は後件部の R_o, G_o, B_o における各重み（Weight）と考えることができる（図7）。

これら三角形の頂点にある3本の矢印をファジィ集合とみなし脱ファジィ化（あるいは非ファジィ化）（Defuzzification）することになる（図4b）。

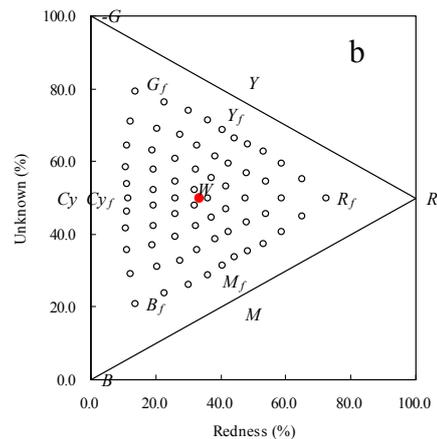
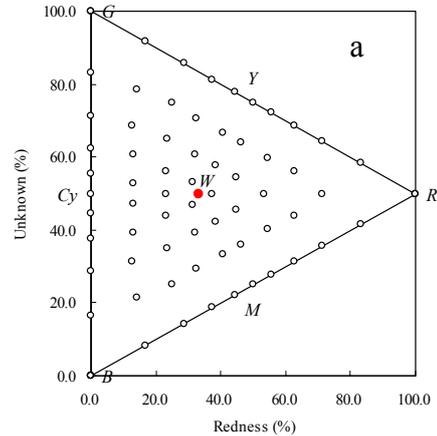


図8 クリスプ入力(a)とファジィ入力(b)に対するRGB三角形上の推論結果

図4dはRGB色立体であり、 b の各重みをベクトル空間に戻し、これらの合成ベクトルを作る。 e でこのベク

トルを含むトーントライアングル（この例では直角三角形）を切り出し、 f のように正三角形に直すことで、トーントライアングル上の推論出力を示すことができる。ここで、トーントライアングルは BWS であるが、CWS（図 2b）と同じ三角形で chromaticness C が blue B となっている。

5. 色相ファジィシステムの出力

あいまいな色がファジィシステムに入ると何が起るか。このシステムはあいまいな色彩の入力データを単一色の出力データに変換することができる。

図 8a は横軸: 赤み Redness の値 r_o と縦軸: 不明 Unknown の値 uk の関係を示している（図 4c 参照）。クリस्प入力（図 4a の円錐の中線）に対する出力を示している。ほとんどのクリस्प入力の座標とこのクリस्प入力に対する推論出力は異なることが分かる。ところが、 R, Y, G, Cy, B, M の位置は変化しない。トライアングルから外れることはない。クリस्प入力に対する他の推論結果はカラートライアングルの中央に集まる。この効果はファジィ集合の（三角錐台のような）形状や重心の計算に依存する。

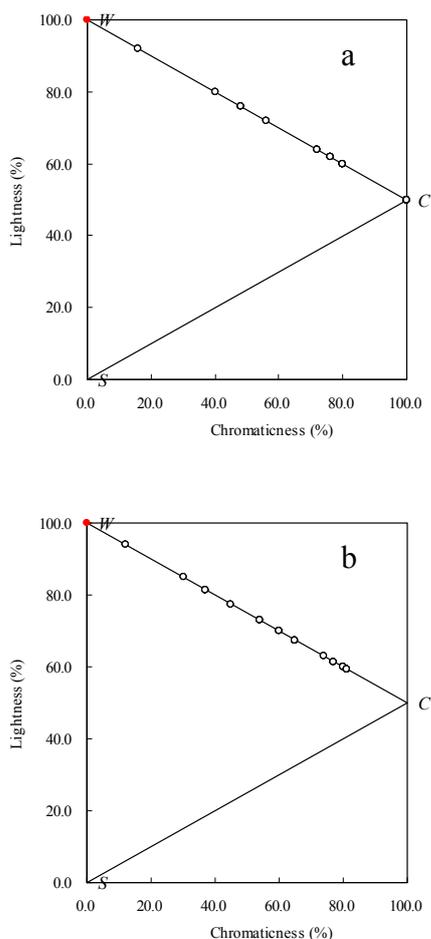


図 9 クリस्प入力(a)とファジィ入力(b)に対するトーントライアングル上の推論結果

この結果は以前の研究結果²⁾と異なる。すなわち、三角錐台のようなファジィ集合（前件部）を使うことによるクリस्प入力の集中効果は以前の研究^{3), 4)}の三角錐のファジィ集合（前件部）を使った結果では現れなかった。

図 8b はファジィ入力（図 4a の円錐）に対する推論出力を示している。すべての入力に対してカラートライアングルの中央 W に集まる。

図 9 はトーントライアングルの出力を示し、図 4f に対応している。図 9a は三属性が 0% のトライアングル上（図 2a と図 3a の外側）にクリस्प入力があると、 C 点で出力する。これはあいまいさが無いことを示している。 b では W (0% chromaticness) の方向に移動することから、ファジィ入力に対してあいまいさは増している。ここで入力はグレード(grade)が 1 である（図 4a）。高さを低くすることで、図 9 の CW 線分上からトーントライアングルの内側（線分の下）に入ることになる（図 4f 参照）。

どのような入力がどのような出力を生み出すのかを見るために、入出力の関係を調べた。

図 10 は入出力関係を示している。縦軸に三属性の一つ redness を、横軸に chromaticness をとると、入力として外側の大きなトライアングル上の色は彩度が高い、つまり chromaticness としての出力が大きいので、あいまいさが少ない。図 10a の 0% トライアングルの入力に対する結果はあいまいさが無い（図 9a 参照）。

結論として、模式図（図 11）は入出力関係を示している。 a と b はカラートライアングルからトーントライアングルへの写像を示している。 c と d の縦軸に三属性 (redness, greenness, blueness) のいずれかを、横軸に chromaticness をとることで、クリस्प入力とファジィ入力に対する結果は似たような傾向があるが、右側の 0% トライアングルによるものが明らかに異なる。クリस्प入力では直線状であるが、ファジィ入力ではレッグシェイプ (leg shape) になっている。細かく見ると、 R, G, B に対して Y, Cy, M はやや chromaticness が減少し、あいまいさが少し増している。他の 10% と 20% のトライアングルについても同様な傾向である。また、両入力とも 30% トライアングルのような小さな形状では、レッグシェイプがなくなり、2 点をつなぐ直線となる（図 10 参照）。

6. おわりに

本稿では、色彩への応用としてトーントライアングル上のクリस्प出力を引き出すファジィシステムを提案した。このようなファジィシステムはあいまいな色彩入力としての円錐形ファジィ集合の射影からメンバーシップのグレードを簡単に出すことができる。RGB トライアングルは各々のグレードをもつ 3 つのパラメータ（重み）があいまいな色彩を示し、重心として単一色で示すことができる。

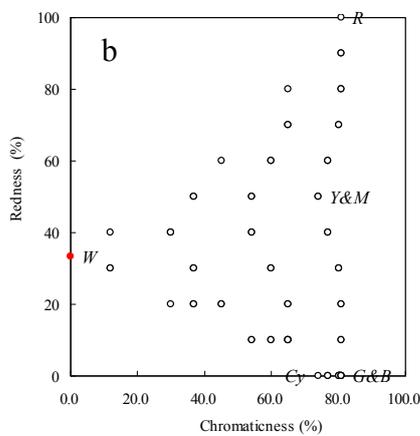
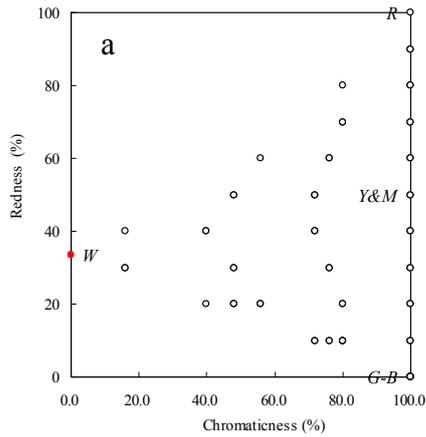


図 10 クリプス入力(a)とファジィ入力(b)に対する入出力関係

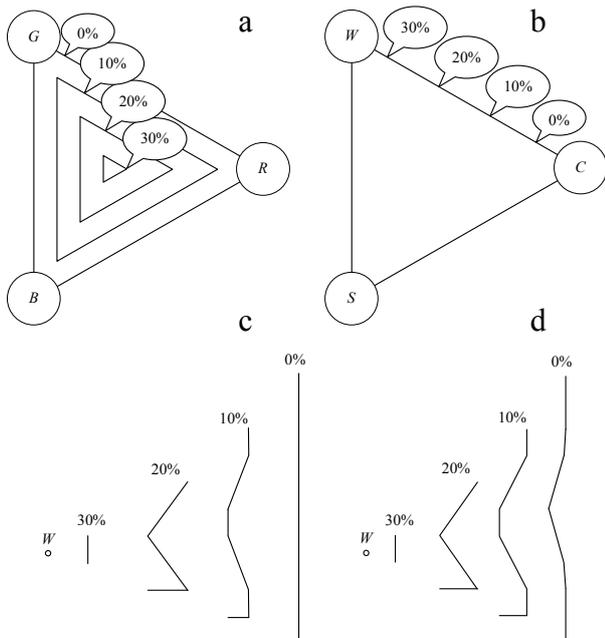


図 11 カラートライアングル(a)からトーントライアングル(b)への写像とクリプス入力(c)とファジィ入力(d)に対する入出力関係の模式図

カラートライアングル（前件部）からトーントライアングル（後件部）への写像を考えた⁷⁾。

主観でシステムを構築することができる点にファジィ理論のよさがあるといえる。ここで取り扱ったシステムは加法混色に基づくことにより、特徴をファジィシステムに表現し主観を用いることもなく客観的なシステムとなっている。

これらのシステムは建物、芸術作品、被服、工業製品などの色彩情報に対して、人が受ける色彩のあいまいさ^{5),6)}を確かめるのに役立つことになると考えている。

【参考文献】

- 1) L. Sivik, "Color systems for cognitive research." in *Color Categories in Thought and Language*. C. L. Hardin, and L. Maffi, Eds. Cambridge University Press, New York, 1997, pp. 163-193.
- 2) N. Sugano, "Fuzzy natural color system using membership function of triangular pyramid on color triangle." *Biomedical Soft Computing and Human Sciences*, vol. 10, no. 1, pp. 1-10, December 2004.
- 3) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the RGB color triangle," in *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*. B. Gabrys, R. J. Howlett, and L. C. Jain, Eds. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Part III, LNAI vol. 4253, October 2006, pp. 948-955.
- 4) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the RGB triangular system," *Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Intelligent Informatics*, vol. 19, no. 1, pp. 31-40, February 2007.
- 5) N. Sugano, Y. Chiba, "Fuzzy set theoretical analysis of the membership values on the RGB color triangle," *Proc. of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. Montreal, pp. 841-846, October 2007.
- 6) N. Sugano, S. Komatsuzaki, H. Ono, and Y. Chiba, "Fuzzy set theoretical analysis of human membership values on the color triangle," *Journal of Computers*, vol. 4, no. 7, pp. 593-600, July 2009.
- 7) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the tone triangular system," *Journal of Computers*, vol. 6, no. 11, pp. 2345-2356, November 2011.
- 8) R. J. D. Tilley, *Colour and Optical Properties of Materials, An exploration of the relationship between light, the optical properties of materials and colour*. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- 9) A. Valberg, *Light Vision Color*. John Wiley & Sons, New York, 2005.

*1 玉川大学工学部機械情報システム学科 教授 工博