

# カラートライアングル上の人間のメンバーシップ値のファジィ理論的分析

○加藤 駿\*<sup>1</sup> 山下 巧\*<sup>2</sup>  
森 文彦\*<sup>3</sup> 菅野 直敏\*<sup>4</sup>

キーワード：ファジィ理論的分析 カラートライアングル トーントライアングル あいまいな色彩 人間のメンバーシップ値

## 1. はじめに

人間の色彩の感覚は、人それぞれ異なっている。本研究では、そのような人間の「あいまいさ」を知ることを目的としている。本稿では、加法混色を用いたカラートライアングル上の人間のあいまいな情報をトーントライアングル上へファジィ推論をすることにより分析を行った。

## 2. カラートライアングルとトーントライアングル

加法混色とは異なる2色あるいは3色を混ぜるときに起こる。赤 (Red), 緑 (Green), 青 (Blue) の3色の加法混色でほぼ全ての色彩  $C$  をつくり出すことができる。

図 1a は、加法混色を用いたカラートライアングルである。このトライアングルは赤 (R)、緑 (G)、青 (B) を頂点としており、このトライアングル上で鮮やかな全ての色彩を表現することができる。また色相と彩度の関係を示している<sup>6)</sup>。

図 1b のトーントライアングルでは、彩度の高い有彩色 (Chroma), 白 (White), 黒 (Schwarz) を頂点としている<sup>1)</sup>。また、明度と彩度の関係を示している。

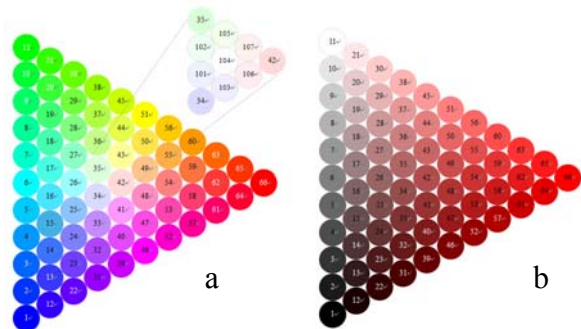


図1 カラートライアングル(a)とトーントライアングル(b)

## 3. 色相のファジィシステム

図 2a ではファジィシステムを表している。カラートライアングル  $(R_i, G_i, B_i)$  の中線方向に平行な軸上に赤み (Redness)  $r_i$ 、緑み (Greenness)  $g_i$ 、青み (Blueness)  $b_i$  がある。図 2a では、赤みが増すと赤成分の度合い  $\mu_k$  が縦方向に増加することを示している。これが赤のファジィ集合を形成する。

また、このファジィシステムでは入力ファジィ集合

(Fuzzy set)  $A_k$  (前件部)、ファジィ入力  $I_n$ , 出力クリस्प集合 (Crisp set)  $O_k$  (後件部)、およびファジィ出力  $O'$  を示している。図 2a は三角座標  $(r_i, g_i, b_i)$  で、図 2b は三角座標  $(r_o, g_o, b_o)$  で、図 2c は座標  $(r_o, uk)$  で表されている。

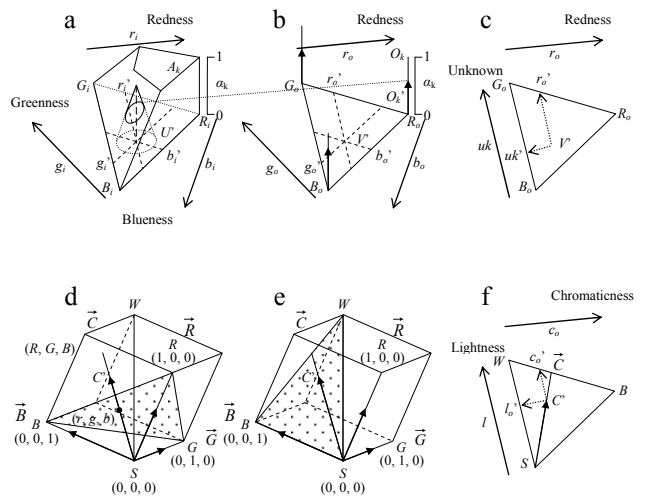


図2 カラーのファジィシステム

ファジィルール (Fuzzy rule) は次のように示される。

$$R^1 : \text{if } U \text{ is } A_1 \text{ then } V \text{ is } O_1 \quad (1)$$

$$R^2 : \text{if } U \text{ is } A_2 \text{ then } V \text{ is } O_2 \quad (2)$$

$$R^3 : \text{if } U \text{ is } A_3 \text{ then } V \text{ is } O_3 \quad (3)$$

ルール  $R^k$ : if  $U$  is  $A_k$  then  $V$  is  $O_k$  ( $k=1, 2, 3$ )、ここで  $k$  はルール番号である。 $U=(r_i, g_i, b_i)$  は入力座標、 $V=(r_o, g_o, b_o)$  は出力座標である。入力ファジィ集合  $A_k$  (前件部) は頂点  $R_i, G_i$  あるいは  $B_i$  における三角錐台のような形状であり、ファジィ入力  $I_n$  は円錐、出力クリस्प集合  $O_k$  (後件部) は頂点  $R_o, G_o$  あるいは  $B_o$  におけるシングルトン (Singleton) である。ファジィ集合  $O_k'$  は縦矢印で示されている。もし入力が  $A_k$  であれば、出力は  $O_k$  である。

ファジィ推論 (Fuzzy inference) の方法は次のようである。ここで入力を  $r_i=r_i', g_i=g_i', b_i=b_i'$  とすると  $U=(r_i', g_i', b_i')$  となる。

- 1) ルール  $R^k$  の入力で,  $\alpha_k = A_k(U)$ , ここで  $k=1, 2, 3$  である。
- 2) ルール  $R^k$  の出力で, 出力クリस्प集合  $O_k$  はシングルトン (縦棒) である。
- 3)  $O_k' = \alpha_k O_k$ , ここで  $O_k'$  はファジィ集合 (縦矢印), また  $O_k$  はクリस्प集合 (縦棒) である。ルール  $R^1, R^2, R^3$  の最終推論結果は  $O'$  である。

$$O' = \alpha_1 O_1 \cup \alpha_2 O_2 \cup \alpha_3 O_3 = O_1' \cup O_2' \cup O_3' \quad (4)$$

出力座標  $V = (r_o', g_o', b_o')$  は三角座標上のファジィ集合  $O'$  の重心 (Center of gravity) で,  $V = (r_o', uk')$  はグラフィカルな座標上のファジィ集合  $O'$  の重心である。 $uk'$  は線分  $BG$  上の値 ( $B$  からの距離) である。

また, 図 3b 緑と図 3c 青のメンバーシップ関数は図 3a のファジィ集合を  $W_i$  中心に 120 度ずつ回転したものであり, 同様な式により記述される。ファジィ入力  $I_n$  と前件部のファジィ集合  $A_k$  の積集合は  $A_k \cap I_n$  である。一致度  $\alpha_k' = \text{Height}(A_k \cap I_n)$  で決まる。Height は高さを求める関数である。もし入力がクリस्पであれば,  $\alpha_k'$  はダッシュのない  $\alpha_k$  と書くことにする。 $O_k' = \alpha_k O_k$  は後件部の  $R_o, G_o, B_o$  における各重み (Weight) と考えることができる (図 4)。

これら三角形の頂点にある 3 本の矢印をファジィ集合とみなし脱ファジィ化 (あるいは非ファジィ化) (Defuzzification) することになる (図 2b)。

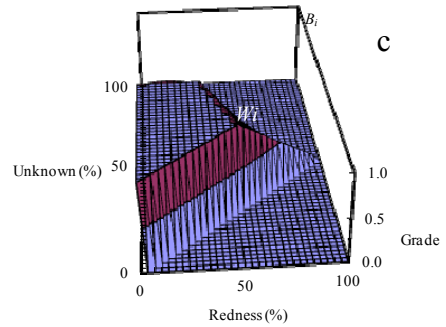


図 3 青 (Blue) のファジィ集合

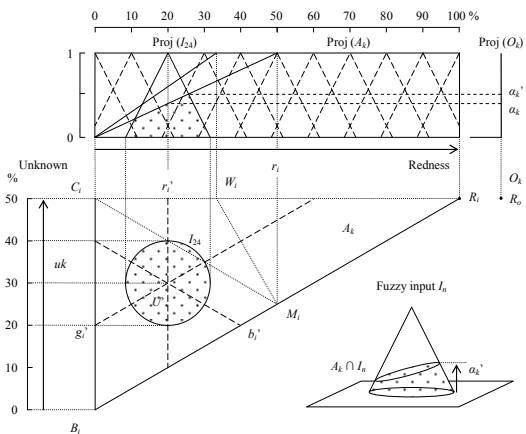


図 4 カラー三角形上のファジィ集合 (前件部) と円錐形ファジィ入力  $I_n$  のトップビューと射影

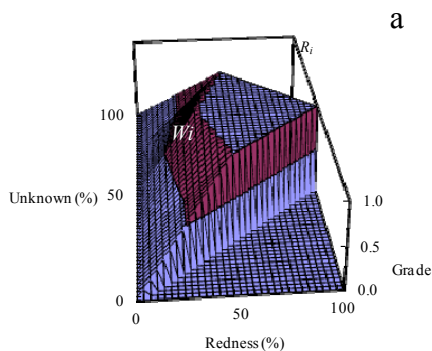


図 3 赤 (Red) のファジィ集合

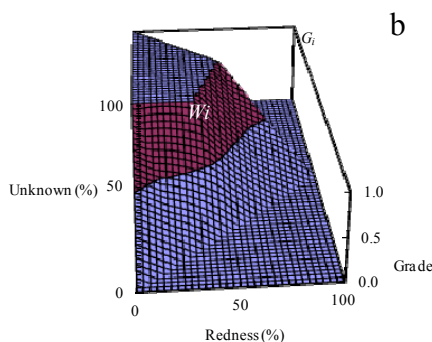


図 3 : 緑 (Green) のファジィ集合

#### 4. 人間の色彩に対するあいまいさを入力した色相ファジィシステム

人間の色彩に関する「あいまいさ」のデータをファジィシステムに入力することで, どのような結果が出力されるか, 色相のアンケート調査を行うことで分析を行った。

アンケート方法として, Visual Basic でアンケート調査プログラムを作成し, タッチセンサ付きディスプレイを用いて, 86 名の被験者に 66 色カラー三角形を見せる。被験者には, カラー三角形上から赤 (Red)、黄 (Yellow)、緑 (Green)、黄緑 (Cyan)、青 (Blue)、赤紫 (Magenta) の六色について各色を感じる場所を触ってもらった実験を行った<sup>7)</sup>。

図 5 は, 各色のデータの実験結果の集合平均を示している。Grade の値が大きい場所ほど被験者がその場所を各色と感じている可能性が高いことを示している。Red の場合では, Grade の値が 1 に近い場所ほど被験者がその場所を Red と感じている可能性が高いことを示している。

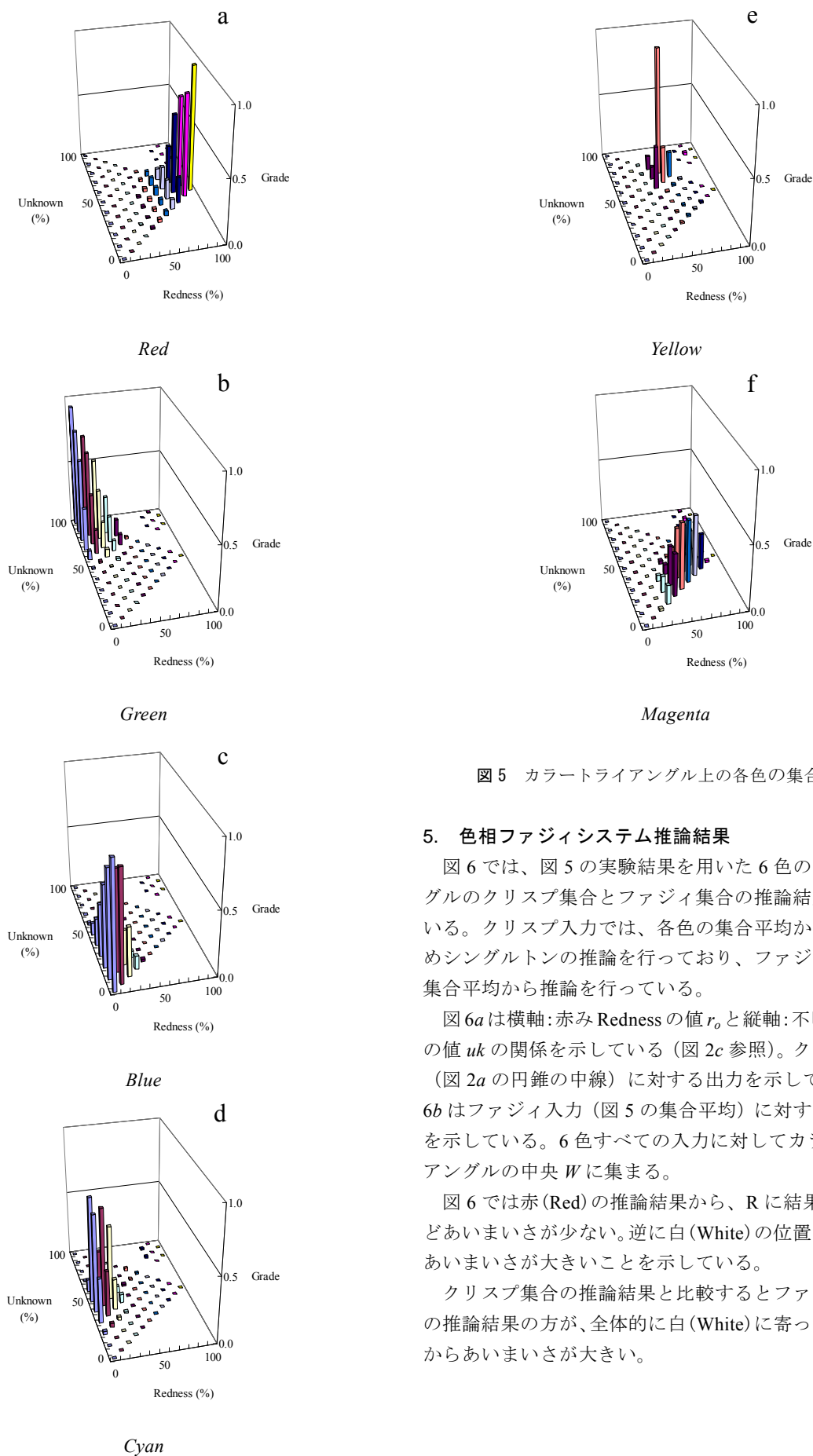


図5 カラートライアングル上の各色の集合平均

### 5. 色相ファジィシステム推論結果

図6では、図5の実験結果を用いた6色のトライアングルのクリスプ集合とファジィ集合の推論結果を示している。クリスプ入力では、各色の集合平均から重心を求めシングルトンの推論を行っており、ファジィ入力では集合平均から推論を行っている。

図6aは横軸:赤みRednessの値 $r_o$ と縦軸:不明Unknownの値 $uk$ の関係を示している(図2c参照)。クリスプ入力(図2aの円錐の中線)に対する出力を示している。図6bはファジィ入力(図5の集合平均)に対する推論出力を示している。6色すべての入力に対してカラートライアングルの中央 $W$ に集まる。

図6では赤(Red)の推論結果から、Rに結果が近いほどあいまいさが少ない。逆に白(White)の位置に近いほどあいまいさが大きいことを示している。

クリスプ集合の推論結果と比較するとファジィ集合の推論結果の方が、全体的に白(White)に寄っていることからあいまいさが大きい。

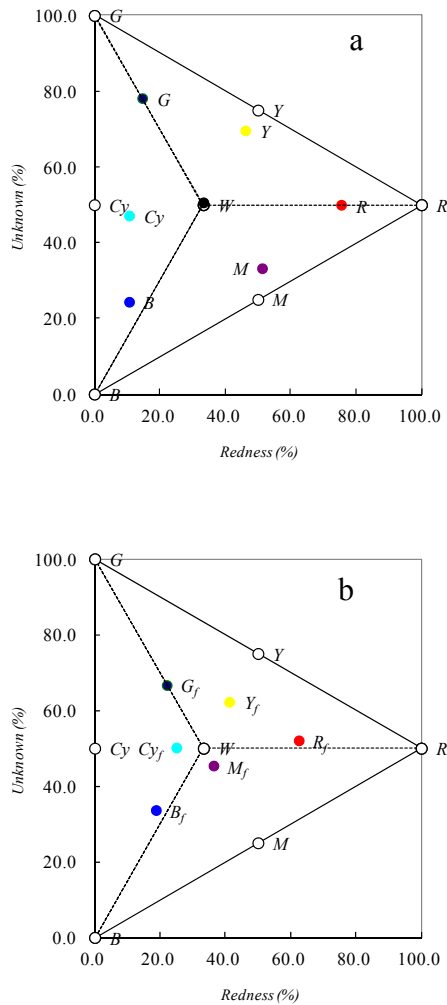


図6 クリプ入力(a)とファジィ入力(b)に対するRGBトライアングル上の推論結果

## 6. カラートライアングルからトーントライアングルへの推論結果

カラートライアングルからトーントライアングルへの写像<sup>5)</sup>を行い、推論結果をトーントライアングル上で表す。

図2dはRGB色立体であり、図2bの各重みをベクトル空間に戻し、これらの合成ベクトルを作る。図2eでこのベクトルを含むトーントライアングルを切り出し、図2fのように正三角形に直すことで、トーントライアングル上の推論出力を示すことができる。

この際のトーントライアングルの頂点C(Chroma)の色彩は推論結果の各色相に対応している。

図7では図5の集合平均を入力として用いた推論結果を示している。

図7では、横軸: Chromaticness, 縦軸: Lightnessの関係を示しており、図7aは集合平均のファジィ集合(集合平均)の重心にクリプ入力した結果を示しており、図

7bはファジィ入力の結果を示している。また、図7はトーントライアングルの出力を示し、これは図2fに対応している。図7aは三属性が0%のトライアングル上にクリプ入力があると、C点で出力する。これはあいまいさが少ないことを示している。図7bはW(0% chromaticness)の方向に移動することからあいまいさは増していることを示している。ここでの入力の高さ(grade)がほぼ1に近い(図5dとf参照)位置である(図2a)。Cy(Cyan)とM(Magenta)のように高さが低いことで、図7のCW線分上からトーントライアングルの内側(線分の下)に入ることになる(図2f参照)。

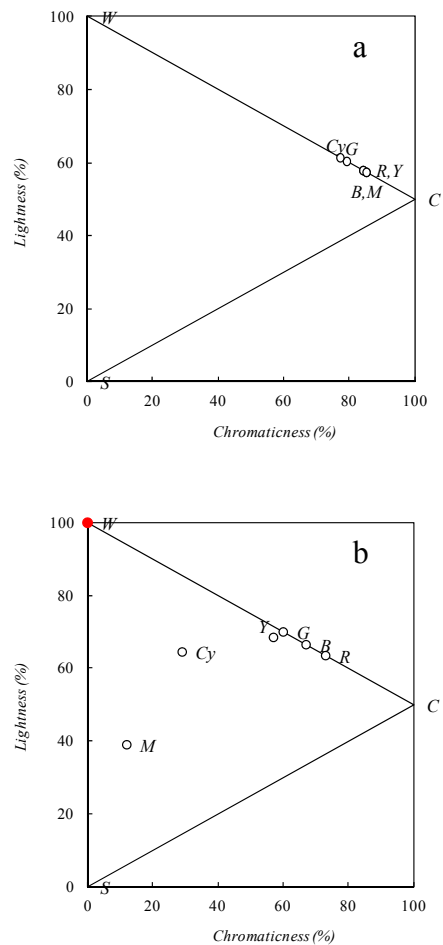


図7 クリプ入力(a)とファジィ入力(b)に対するトーントライアングル上の推論結果

図8aではrednessを縦軸にとったクリプ集合の入出力関係を示している。

図8bではrednessを縦軸にとったファジィ集合の入出力関係を示している。図8aのクリプ集合は直線の形をしているが、図8bのファジィ集合では、M(Magenta)とCy(Cyan)を除いてレッグシェイプの形をしている。

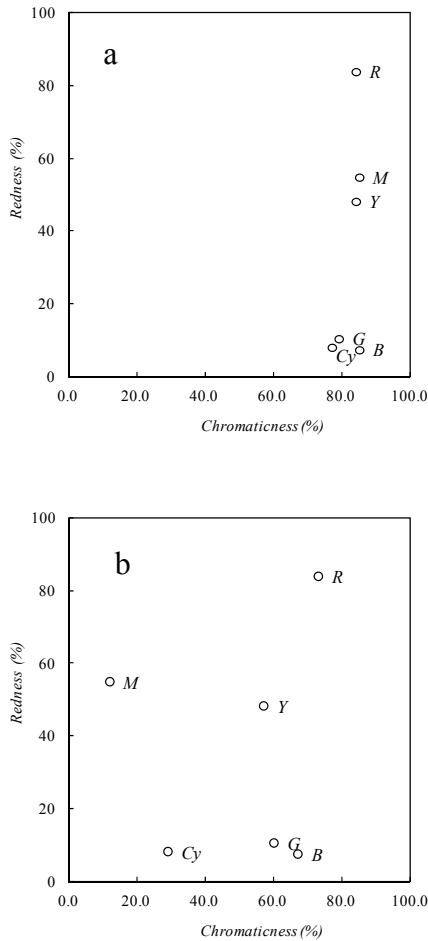


図 8 クリプス入力(a)とファジィ入力(b)に対する入出力関係

## 7. まとめ

カラートライアングル（前件部）からトーントライアングル（後件部）への写像<sup>5)</sup>としてファジィシステムに人間の色彩の「あいまいさ」を入れることで推論を行った。

ファジィシステムに人間のあいまいさを入力した結果、クリプス集合の推論結果（図 7a）に比べ、ファジィ集合の推論結果（図 7b）では各色が *W* 方向に近づいていることから、あいまいさが増していることがわかる。

図 6 と図 7 の推論結果から *Cy* (Cyan) と *M* (Magenta) の二色以外は同じ傾向のあいまいさを示している。

これまでの推論<sup>2), 3), 4)</sup>では、推論結果だけでは入力されたデータの *Grade* や集合全体の形がわかりにくかったが、トーントライアングルに推論結果を表すことで、入力データの傾向がわかりやすくなった。例として、図 6b の結果では *Cy* が *W* (White) に近いことからあいまいであるという情報しかえることができなかったが、図 7b では *Cy* の推論結果が *CW* 上にないことから、その色彩の可能性が低いことがわかる。

## 【参考文献】

- 1) L. Sivik, "Color systems for cognitive research." in *Color Categories in Thought and Language*. C. L. Hardin, and L. Maffi, Eds. Cambridge University Press, New York, 1997, pp. 163-193.
- 2) N. Sugano, "Fuzzy natural color system using membership function of triangular pyramid on color triangle." *Biomedical Soft Computing and Human Sciences*, vol. 10, no. 1, pp. 1-10, December 2004.
- 3) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the RGB color triangle," in *Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems*. B. Gabrys, R. J. Howlett, and L. C. Jain, Eds. Lecture Notes in Computer Science, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Part III, LNAI vol. 4253, October 2006, pp. 948-955.
- 4) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the RGB triangular system," *Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Intelligent Informatics*, vol. 19, no. 1, pp. 31-40, February 2007.
- 5) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the tone triangular system," *Journal of Computers*, vol. 6, no. 11, pp. 2345- 2356, November 2011.
- 6) R. J. D. Tilley, *Colour and Optical Properties of Materials, An exploration of the relationship between light, the optical properties of materials and colour*. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- 7) N. Sugano, I. Shinomiya, "Fuzzy Set Theoretical Analysis of Semantic Data as Human Membership Values on the Color Triangle," *Proc. of Joint 5<sup>th</sup> International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 11<sup>th</sup> International Symposium on advanced Intelligent Systems*, Okayama, pp.681-686, FR-B3-1, December 2010.

\*1 玉川大学大学院工学研究科電子情報工学専攻

\*2 玉川大学工学部機械情報システム学科

\*3 玉川大学脳科学研究所知能ロボット研究センター

\*4 玉川大学工学部機械情報システム学科 教授 工博