PSO 法を用いた弾塑性地震応答における降伏せん断力の最適化

○曽我部　博之*

キーワード：粒子群最適化　降伏せん断力　地震応答

１．はじめに

強震時に骨組構造物の特定層に損傷が集中しないようにすることは重要で、各層の損傷が均等化するような強度分布、すなわち最適な降伏せん断力係数分布を求める研究成果は数多く報告されている [1]。本研究では、粒子群最適化(PSO：Particle Swarm Optimization)[2,3] 手法を用いて、損傷レベルに応じた構造物の最適降伏せん断力を求め、最適化手法とその最適解について検証を行う。PSO 法は、鳥や魚などの群れによる採餌行動を応用したヒューリスティックな最適化手法の一つで、群れ全体とそれを構成する粒子の情報から最適解を求めようとするものである。この最適化手法の特徴は、アルゴリズムが非常に単純で目的関数の勾配情報を必要としないこと、さらにパラメータの調整が問題毎にロバストであることなどが挙げられる。

２．最適化問題

本研究で対象とする構造物の振動モデルは、Fig.1 で示されるようなせん断型多質点系モデルである。各層のせん断バネは、Fig.2 に示すような bi-linear 型の復元力特性で、i 層の降伏せん断力 Q_{y_i} は、降伏せん断力係数 α_i を用いて次のように与えられる。

$$Q_{y\_i}=\alpha_i\sum_{j=i}^{n} m_j g \tag{1}$$

ここに m_i は各層の質量、g は重力加速度である。さらに、各層の減衰定数は剛性比例型と仮定した。このような振動モデルの運動方程式は、増分形式で次のように表される。

$$\sum \mathrm{M}_{ij}\,\Delta\ddot{x}_j(t)+\sum C_{ij}\,\Delta\dot{x}_j(t)+\sum K_{ij}\,\Delta x_j(t)=-\sum M_{ij}\,\Delta\ddot{x}_G(t) \tag{2}$$

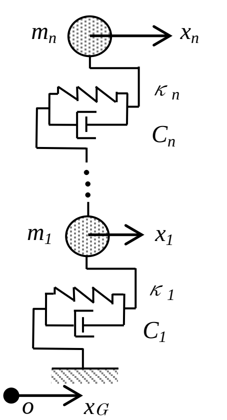


Fig.1 振動モデル

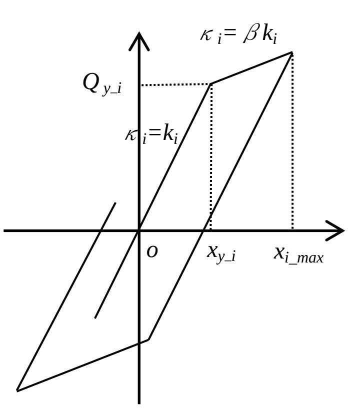


Fig.2　bi-linear 型復元力特性

$$M_{ij}=\begin{cases} m_i & if\ \ j=i \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$\mathrm{K}_{ij}=\begin{cases} \kappa_i+\kappa_{i+1} & if\ \ j=i \quad (i=1,2,\cdots n) \\ -\kappa_i & if\ \ j=i-1 \quad (i=2,3,\cdots n) \\ -\kappa_{i+1} & if\ \ j=i+1 \quad (i=1,2,\cdots n-1) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$C_{ij}=(2h/\omega)K_{ij}$$

ここに、Δx_i は時刻 t における i 層の増分変位、$\Delta\ddot{x}_G$ は地震動の増分加速度である。

本研究の最適化問題は、地震動 j (=1,2, …p)における i(=1,2, …n)層の応答塑性率 μ_{ji} のばらつき V_j を最小にする降伏せん断力係数 α_i を求めることである。これを定式化すると次のようになる。

$$\text{minimize}\quad f(z_1,z_2,\cdots z_n)=\textstyle\sum_{j=1}^{p} V_j\,/p \tag{3-1}$$

$$\text{subject to}\quad \mu_t=\max\{\mu_{j1}\}\qquad (j=1,2,\cdots p) \tag{3-2}$$

$$0\le z_i\le 1\qquad (i=1,2,\cdots \mathrm{n}) \tag{3-3}$$

設計変数 z_1 は 1 層のせん断力係数 α_1 とし、設計変数 z_i (i=2,3,…n) はせん断力係数比の逆数$(\alpha_i/\alpha_1)^{-1}$ とする。目的関数(3-1)における V_j は、応答塑性率 μ_{ji} $(=\mu_{ji\_max}/x_{y\_i})$ の分散で、地震動 j における応答塑性率の平均値 $\bar{\mu}_j$ を用いて、次のように求められる。

$$\mathrm{V}_j=\textstyle\sum_{i=1}^{n}(\mu_{ji}-\bar{\mu}_j)/n\qquad (j=1,2,\cdots p) \tag{4}$$

なお、応答塑性率は振動モデルの運動方程式(2)に 4 次の Runge-Kutta 法を適用し、時刻歴応答解析を実行することによって求められる。さらに、損傷のレベルを制御するために、1 層塑性率の最大値が目標値 μ_t になるように制約条件式（3-2）を設けた。

本研究の最適化問題に PSO 法を適用するために、目的関数(3-1)と制約条件式(3-2)をまとめて、次のような拡張目的関数 F を設けた。

$$F=f+\lambda\Pi \tag{5}$$

ここで、λ は重みを調整するパラメータで、Π は外点ペナルティ関数で次式のように定めた。

$$\Pi=\left(\frac{\max\{\mu_{j1}\}}{\mu_t}-1\right)^2\qquad (j=1,2,\cdots p) \tag{6}$$

３．粒子群最適化（PSO）法

本報で採用した PSO 法の基本的なアルゴリズムについて述べる。群れを構成する粒子 j は、ステップ k における位置ベクトル $u_i^j(k)$と速度ベクトル $v_i^j(k)$、そして評価値情報 $E_i^j(k)$ (i=1～n) を持つものとする。粒子毎の位置ベク

トル $u_i^j(k)$と評価値情報 $E_i^j(k)$は、それぞれ前章で述べた最適化問題の標準化設計変数 z_i（設計変数の上下限値を[0, 1]に変換したもの）と拡張目的関数 F である。

位置ベクトル $u_i^j(k)$ と速度ベクトル $v_i^j(k)$ は、次式(7)を用いて繰り返し更新する。

$$v_i^j(k+1) = wv_i^j(k) + cr_i^j\left(pbest_i^j - u_i^j(k)\right) +$$

$$ds_i^j\left(gbest_i^j - u_i^j(k)\right) \tag{7-1}$$

$$u_i^j(k+1) = u_i^j(k) + v_i^j(k) \tag{7-2}$$

ここで、ベクトル $pbest_i^{\,j}$ は粒子 i 自身で発見した最良解を示し、$gbest_i^{\,j}$ は群れ全体で発見した最良解を表している。最良解とは、ステップ k までに発見した評価値の最も高い粒子に対する位置ベクトルである。$r_i^{\,j}$ と $s_i^{\,j}$ は区間[0,1]の一様乱数、w，c，d　は各項の重みを表すパラメータである。k+1 ステップ目の速度ベクトルは、式(7-1)のように k ステップ目の速度ベクトル、粒子毎の最良解、群れ全体の最良解の情報を基に更新され、さらに位置ベクトル、すなわち設計変数は、式(7-2)によって更新される。なお、設計変数の位置ベクトルがその定義域（$u^j_{i\_min} \leqq u^j_i \leqq u^j_{i\_max}$）を超えた場合には、位置ベクトルに上限値あるいは下限値を与え、速度ベクトルは位置ベクトルがその限界値になるように上式（7-2）より算出した。ステップ k=0 における位置ベクトルは、区間[0,1]の乱数を発生させることによって与え、速度ベクトルはすべて 0 とした。最終ステップにおける $gbest_i^j$ が最適解になり、そのときの評価値 E_i^j が拡張目的関数の値となる。

4. 計算例

4.1　2 質点系モデルの計算例

ここでは、2 質点系の振動モデルを対象にした PSO 法の探索性能について検証する。各層の質量は $m_i=10\times10^3$kg、水平剛性は $k_1=35\times10^6$ N/m、$k_2=26\times10^6$ N/m、2 次勾配は $\beta_i=0.1$、減衰常数は h=0.05 とした。このときの 1 次固有周期は 0.180sec となる。地震動は EL CENTRO NS を最大速度 50cm/sec に増幅して用いた。目標とする 1 層の塑性率 μ_t は、1.0，2.0，3.0，4.0，5.0，6.0 の 6 通りにして、式(3)の最適化問題を解いた。さらに、PSO 法のパラメータである粒子数は 50、速度ベクトルの更新式（7-1）における重み係数は w=0.8、c=d=1.0 とした。

Table1 は、最適解の設計変数 z_1, z_2 とその目的関数 f（塑性率の分散）を目標塑性率 μ_t に対して示したものである。さらに、Fig.3 は、設計変数 z_1, z_2 に対する目的関数 f の解空間を示したものである。図中の*は、目標塑性率 μ_t に対する最適解を示している。塑性率が 1, 2, 3 と小さい場合、最適解はなだらかな場所に存在しているが、塑性率が 4, 5, 6 と大きくなると、最適解は急峻な山の谷底付近に現れている（Fig.3 において μ_t=6 の最適解は山の陰に隠れている）。これは、塑性率が小さい場合、設計変数に対して塑性率が鈍感、すなわちロバストであることを表しているのに対し、塑性率が大きい場合には、塑性率が設計変数に敏感に反応することを表している。

次に、目標塑性率 μ_t=3 における最適解の探索状況について報告する。Fig.4 は反復回数に対する目的関数 f と制約条件Πの推移を示している。制約条件は、一時的に上昇しているが、目的関数と共に急激に減少し、42 回の反復で Table1 に示す最適解が得られた。Fig.5 は、粒子の群れ（集合）の探索性能を示したもので、群れの平均値とばらつき

Table 1　2 質点系モデルの最適解

μ_t	z_1	z_2	f	μ_1
1	1.000	0.797	1.26E-04	1.00
2	0.629	0.802	3.11E-06	2.00
3	0.411	0.857	2.55E-05	3.00
4	0.359	0.954	6.91E-04	4.02
5	0.334	0.937	2.72E-04	5.07
6	0.316	0.961	2.58E-09	6.00

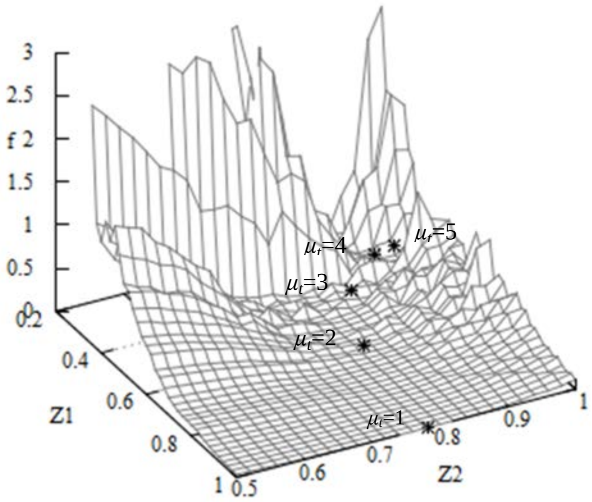


Fig.3 解空間

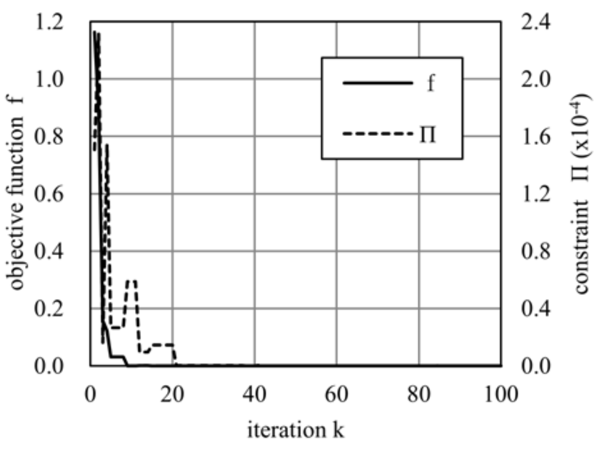
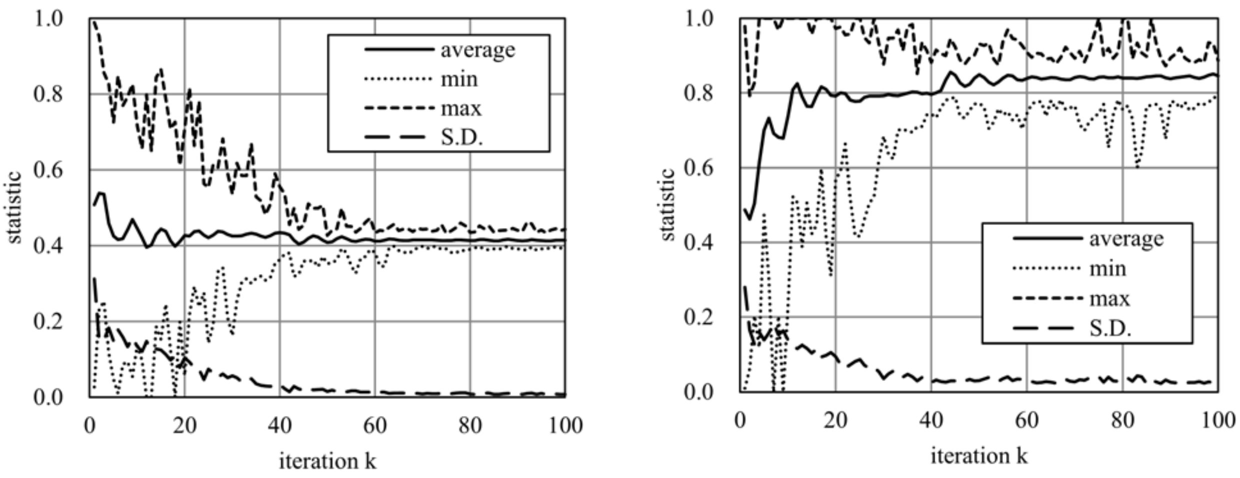
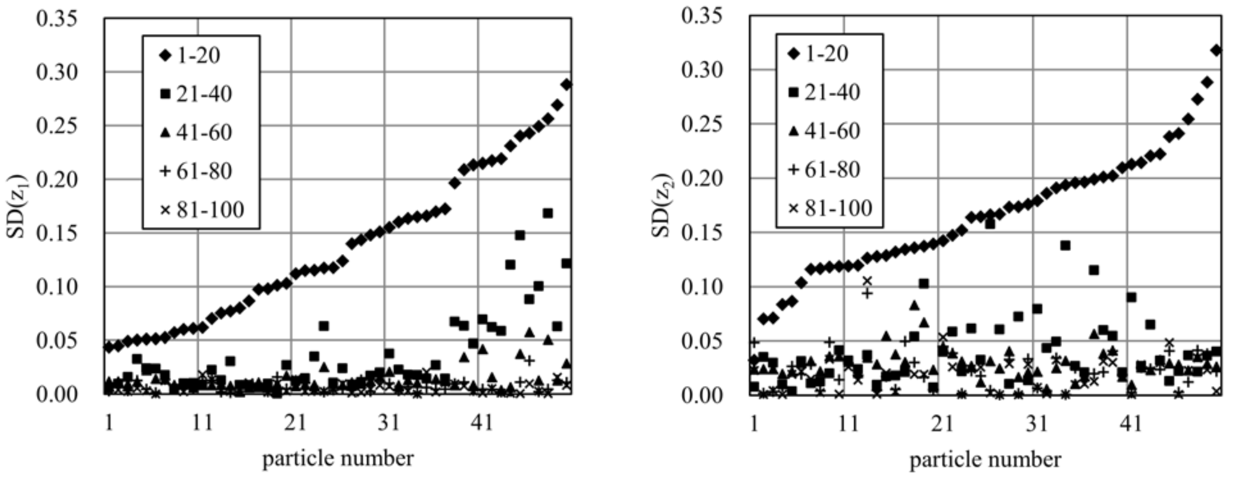


Fig.4 目的関数 f の推移



(a) 設計変数 z_1　(b) 設計変数 z_2

Fig.5 粒子群の探索性能



(a) 設計変数 z_1　(b) 設計変数 z_2

Fig.6 各粒子の探索性能

（最大値、最小値、標準偏差）を反復回数に対して示している。探索の初期段階から中盤にかけて粒子の多様性が徐々に減少し、終盤では多くの粒子が集中して最適解の近傍で探索していることがわかる。Fig.6 は個々の粒子の挙動を調べたもので、反復回数 20 毎に位置ベクトル（設計変数）の標準偏差を示している。初期の段階では粒子毎にばらつきの大きさも異なっている（最も大きい粒子と小さい粒子で 10 倍程度）が、反復回数が多くなるにしたがいばらつきが小さくなり、粒子間の違いも小さくなっている。

4.2 3 質点系モデルの計算例

次に、3 質点系振動モデルの最適降伏せん断力について検討する。各層の質量は $m_i=10\times10^3$kg、水平剛性は $k_1=20\times10^6$N/m、$k_2=16\times10^6$N/m、$k_3=12\times10^6$N/m、2 次勾配は $\beta_i=0.1$、減衰常数は h=0.05 とした。このとき 1 次固有周期は 0.341sec となる。地震動は EL CENTRO NS(ELNS)、TAFT EW (TAEW)、HACHINOHE NS(HANS)の観測波を 3 つとし、最大速度を 50cm/sec にして作用させた。制約条件における目標塑性率 μ_t は、1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0 の 6 つとして最適化を行った。さらに、PSO 法のパラメータは粒子数を 100、重み係数を w=0.8、c=d=1.0 とした。

Table 2　3 質点系モデルの最適解

μ_t	z_1	z_2	z_3	f	μ_1
1	0.986	0.906	0.735	3.08E-03	1.00(TAEW)
2	0.563	0.870	0.764	4.76E-03	2.00 (ELNS)
3	0.385	0.878	0.776	1.34E-02	2.99（TAEW)
4	0.329	0.938	0.885	4.63E-02	4.00（ELNS)
5	0.299	0.947	0.898	4.93E-02	4.98（ELNS)
6	0.274	0.925	0.882	4.65E-02	6.00（TAEW)

Table2 は、本手法によって得られた最適解を示したものである。表中の μ_1 は、PSO 法で求められた 1 層の塑性率で、括弧内は最大となった地震動の名前を表している。

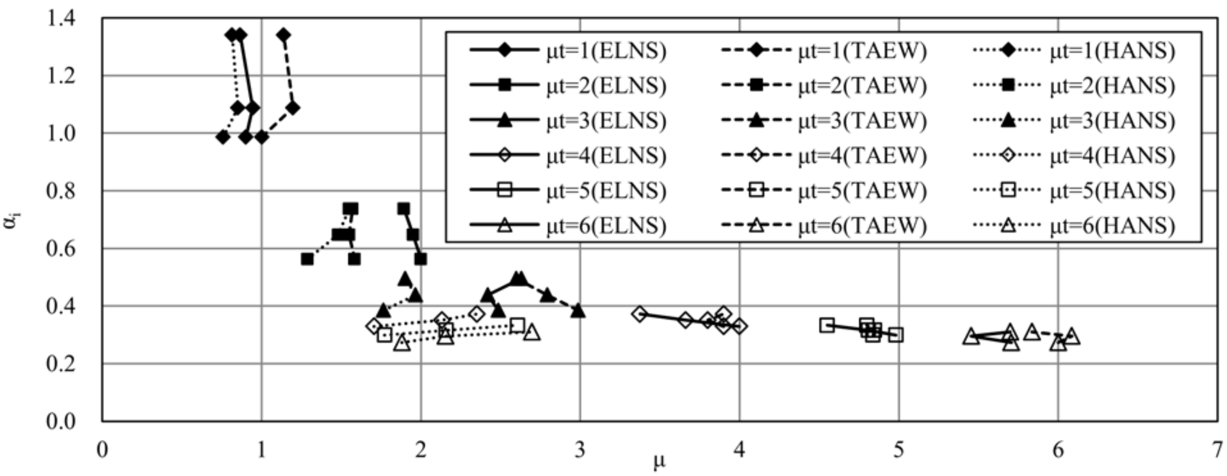


Fig.7 塑性率 μ と最適降伏せん断力係数 α_i

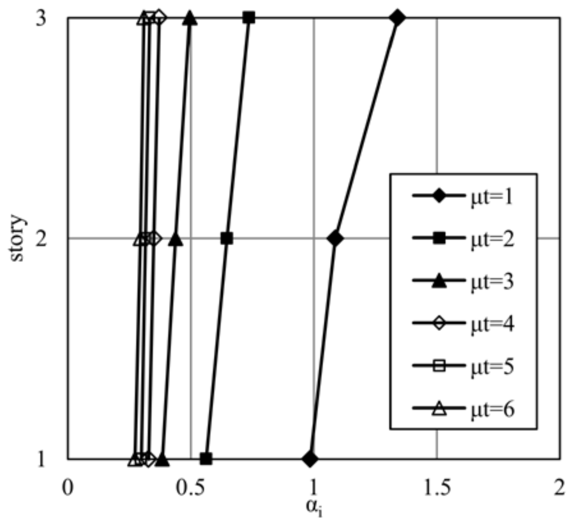


Fig.8　最適降伏せん断力係数 α_i

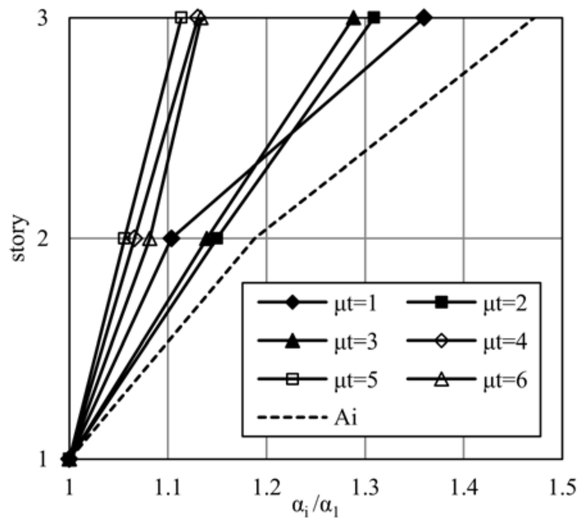


Fig.9　最適降伏せん断力係数比 α_i/α_1 と A_i 分布

Fig.7 は、各層の塑性率に対する最適せん断力係数 α_i をすべての目標塑性率と地震動に対して示したものである。目標塑性率が小さい場合（μ_t=1、2）、層に対する塑性率のばらつきも小さくなっているが、目標塑性率が大きい場合には（μ_t=4、5、6）、塑性率のばらつきも大きくなっている。さらに、地震動 HACHINOHE NS の場合、他の 2 つの地震動に比べて塑性率が小さくなっている。Fig.8 は、層毎の最適降伏せん断力係数を示したものである。塑性率が大きくなるに従い、最適せん断力係数が近接するようになっているが、これは Fig.3 の解空間の場合と同様に降伏せん断力に対して塑性率が敏感に反応することを示しており、塑性率が大きくなるとその制御が難しいことを表している。

次に、本研究で得られた最適降伏せん断力係数比 α_i/α_1 と A_i 分布（各層の塑性率を一定と仮定）を比較して Fig.9 に示す。本例題の構造物（固有周期 T=0.341sec）においては、いずれの塑性率に対しても上層の最適降伏せん断力が、A_i 分布に基づく層せん断力よりも小さくなることを示している。特に、塑性率が 4, 5, 6 と大きい場合、この傾向が顕著になっている。

5. おわりに

本報は、粒子群最適化(PSO)法を用い、構造物の損傷レベルに応じた降伏せん断力の最適化について検討した。2 質点系及び 3 質点系の振動モデルを通して PSO 法の有効性を検証し、層毎に損傷レベルのばらつきが少なくなる最適な降伏せん断力が求められた。

[参考文献]

1)秋山宏：建築物の耐震極限設計、東京大学出版（1980）

2)J.Kennedy and R.C.Eberhart,"Particle Swarm Optimization," IEEE International Conf. on Neural Networks, pp.1942- 1948, 1995.

3) 相吉英太郎、安田恵一郎編著：メタヒューリスティクスと応用、電気学会（2007）

＊ 愛知工業大学建築学科　教授　工博