

塑性崩壊荷重制約条件下の鋼材量最小設計問題における 凸緩和を用いた局所解の精度評価

○山川 誠*¹ 上谷 宏二*²

キーワード：最小重量設計 下界定理 崩壊荷重制約 凸緩和 領域縮小

1. はじめに

部材断面分布を設計変数とする鋼材量最小設計問題においては異なる局所解が多数存在することが知られている¹⁾²⁾。通常、非線形計画法を鋼材量最小設計問題に適用した場合、実務的には受け入れ難いチェッカーボード状の局所解が得られることが多い。しかし、大域的最適解もチェッカーボード状の設計解であるかは明らかではなく、より自然な設計解である可能性もある。

凸計画問題とは目的関数が凸関数、実行可能領域が凸集合であるような問題である。集合 S が凸集合であるとは、集合 S 内の任意の二点を結ぶ線分が S に含まれるような凹みのない集合であることを指し、

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in S, \forall \alpha \in [0, 1] \Rightarrow \alpha \mathbf{x} + (1 - \alpha) \mathbf{y} \in S$$

が成り立つことをいう。また、関数 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ が凸であるとは f の epigraph が凸集合、すなわち

$$f(\alpha \mathbf{x} + (1 - \alpha) \mathbf{y}) \leq \alpha f(\mathbf{x}) + (1 - \alpha) f(\mathbf{y}), \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n, \forall \alpha \in [0, 1]$$

が成り立つことをいう^{例えは3)}。凸計画問題で局所解が得られれば、それは大域的最適解である。一方、鋼材量最小設計問題は一般に非凸計画問題に属し、大域的最適解を求めることは困難である。

非線形計画法により得られた何らかの局所解について、大域的最適値が存在し得る下界を測り、その下界からの乖離度により局所解の精度を測ることを本論では考える。このような下界を得るために元問題の非凸性を除去する凸緩和を試みる。既往の鋼材量最小設計問題についての研究として、宋ら¹⁾は弾性設計の範囲内で凸緩和を試みており、澤田ら⁴⁾は断面積－塑性断面係数が線形関係として与えられる場合に崩壊荷重制約下の問題が凸計画問題となることを指摘している。ただし、断面積－塑性断面係数関係は一般的に非線形である。本論では崩壊荷重についての制約条件をもつ鋼材量最小設計問題を、断面積－塑性断面係数関係の非線形性を考慮した上で定式化し、凸緩和法の適用を試みる。本論では問題の本質的な部分に着目することを目的として、魚骨モデルを対象として取り扱う。ただし、骨組構造への適用について理論上の制限はなく、全く同じ手順で適用可能であることをあらかじめ指摘しておく。

2. 魚骨モデルを用いた鋼材量最小設計問題の定式化

図1に示すような第 i 層高さ h_i 、スパン長 l の n 層魚骨モデルを対象として考える。

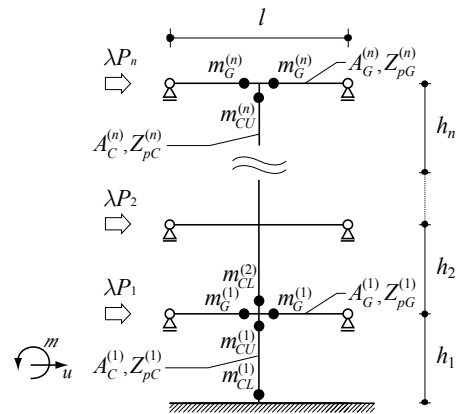


図1 魚骨モデル

2.1 設計変数、鋼材量、断面性能関係式

第 i 層梁、柱部材の部材断面積 $A_G^{(i)}, A_C^{(i)}$ 、および塑性断面係数 $Z_{pG}^{(i)}, Z_{pC}^{(i)}$ を独立変数とし、設計変数を

$$\mathbf{x} = (A_G^{(1)}, A_C^{(1)}, Z_{pG}^{(1)}, Z_{pC}^{(1)}, \dots, A_G^{(n)}, A_C^{(n)}, Z_{pG}^{(n)}, Z_{pC}^{(n)})^T \quad (1)$$

と定義する。目的関数をモデル全体の鋼材量とし、

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n h_i A_C^{(i)} + \sum_{i=1}^n l A_G^{(i)} \quad (2)$$

と与える。柱部材には角形鋼管、梁部材にはH形鋼を用い、断面性能関係として部材断面積と塑性断面係数との関係を第 i 層梁、柱部材断面についてそれぞれ

$$\begin{cases} Z_{pG}^{(i)} = 1.6 (A_G^{(i)})^{1.5}; & i = 1, 2, \dots, n, \\ Z_{pC}^{(i)} = 0.9 (A_C^{(i)})^{1.5}; & i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (3)$$

と与える。さらに最下層の柱脚および最上層の柱頭を除いた節点における柱梁耐力比として

$$Z_{pC}^{(i)} + Z_{pC}^{(i+1)} \geq 1.5 \times (2 \times Z_{pG}^{(i)}); \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (4)$$

を与える。断面性能関係(3)および柱梁耐力比(4)を制約条件として考慮する。なお、1層モデルの場合には柱梁耐力比(4)は考慮しない。

2.2 崩壊荷重制約条件

崩壊荷重制約条件を考慮するために、本報では下界定理を用いた定式化を行う。崩壊荷重に関する下界定理は次のようにまとめられる³⁾

下界定理：どの位置においても曲げモーメントがその断面の全塑性モーメントを越えないとき（降伏条件）、それに釣り合う荷重（釣合条件）は真の崩壊荷重以下である。

下界定理を用いた極限解析は線形計画問題として定式化することができる。このような定式化と鋼材量最小化問題を結びつけた問題は古典的な構造最適化問題として知られている⁶⁾。魚骨モデルにおける崩壊荷重に関する下界定理の定式化を以下に示す。

[釣合条件]

図1に示すように第 i 層梁端モーメントを $m_G^{(i)}$ 、第 i 層柱材端モーメントを $m_{CL}^{(i)}, m_{CU}^{(i)}$ とする。これらをまとめて部材力ベクトルを

$$\mathbf{r} = (m_G^{(1)}, m_{CL}^{(1)}, m_{CU}^{(1)}, \dots, m_G^{(n)}, m_{CL}^{(n)}, m_{CU}^{(n)})^T \quad (5)$$

と表す。第 i 層に作用する水平力を P_i とし、これらをまとめて外力ベクトル $\mathbf{P} = (P_1, 0, P_2, 0, \dots, P_n, 0)^T$ と表す。これらを用いて系全体の釣合条件を

$$\mathbf{H}\mathbf{r} = \mathbf{P} \quad (6)$$

と表す。ここで、

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_U^{(1)} & \mathbf{H}_L^{(1)} & O & O \\ O & \ddots & \ddots & O \\ \vdots & \ddots & \mathbf{H}_U^{(n-1)} & \mathbf{H}_L^{(n-1)} \\ O & \dots & O & \mathbf{H}_U^{(n)} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times 3n},$$

$$\mathbf{H}_U^{(i)} = \begin{pmatrix} 0 & 1/h_i & 1/h_i \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_L^{(i)} = \begin{pmatrix} 0 & -1/h_i & -1/h_i \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

とする。

[降伏条件]

材端において曲げモーメントがその断面の全塑性モーメントを越えないという降伏条件を

$$-\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{r} \leq \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \quad (7)$$

と表す。ここで、

$$\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) = \sigma_y \cdot (Z_{pG}^{(1)}, Z_{pC}^{(1)}, Z_{pC}^{(1)}, \dots, Z_{pG}^{(n)}, Z_{pC}^{(n)}, Z_{pC}^{(n)})^T \quad (8)$$

とし、 σ_y は鋼材の降伏応力とする。

[崩壊荷重制約]

ある設計 \mathbf{x} と部材力 \mathbf{r} に対して釣合条件(6)と降伏条件(7)を満たすような崩壊荷重係数 λ の集合を

$$\Lambda_L(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \{\lambda \mid \mathbf{H}\mathbf{r} = \lambda\mathbf{P}, -\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{r} \leq \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x})\} \quad (9)$$

と表す。真の崩壊荷重係数を $\lambda^*(\mathbf{x})$ とすると、 $\Lambda_L(\mathbf{x}, \mathbf{r})$ が空でないときに

$$\max_{\mathbf{r}} \{\Lambda_L(\mathbf{x}, \mathbf{r})\} = \lambda^*(\mathbf{x}) \quad (10)$$

が成り立つということが下界定理の主張である。指定崩壊荷重係数を $\underline{\lambda}$ とし、崩壊荷重制約条件を

$$\lambda^*(\mathbf{x}) \geq \underline{\lambda} \quad (11)$$

と与える。このとき、下界定理により崩壊荷重制約条件(12)を

$$\lambda \geq \underline{\lambda}, \lambda \in \Lambda_L(\mathbf{x}, \mathbf{r}) \quad (12)$$

と書き換えることができる。

2.3 鋼材量最小設計問題（元問題）

設計変数 \mathbf{x} の上下限值制約を

$$\underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \quad (13)$$

と表す。崩壊荷重制約(12)、柱梁耐力比(4)、および上下限值制約(13)を満たすような変数 $(\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{r})$ の集合

$$\Omega = \{(\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{r}) \mid \lambda \geq \underline{\lambda}, \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}}, \mathbf{H}\mathbf{r} = \lambda\mathbf{P}, -\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{r} \leq \bar{\mathbf{r}}(\mathbf{x}), Z_{pC}^{(i)} + Z_{pC}^{(i+1)} \geq 3Z_{pG}^{(i)}, i=1, 2, \dots, n-1\} \quad (14)$$

を定義する。集合 Ω および断面性能関係(3)を用いて崩壊荷重制約条件下の鋼材量最小設計問題を

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{r}} \quad f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n h_i A_C^{(i)} + \sum_{i=1}^n l A_G^{(i)} \\ \text{subject to} \quad (\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{r}) \in \Omega, \\ Z_{pC}^{(i)} = 0.9(A_C^{(i)})^{1.5}; i=1, \dots, n, \\ Z_{pG}^{(i)} = 1.6(A_G^{(i)})^{1.5}; i=1, \dots, n. \end{array} \right\} (P_0)$$

と与える。問題 (P_0) は非凸計画問題である。問題 (P_0) において目的関数は凸関数であり、 Ω が凸集合であることは容易に示せる。よって、問題 (P_0) の非凸性は断面性能関係(3)に起因する。次節では断面性能関係(3)を凸集合に緩和することを考える。

2.4 鋼材量最小設計問題の凸緩和問題

記法の簡略化のために以降では梁と柱を区別せず、第 i 層の部材断面積 $A^{(i)}$ 、塑性断面係数 $Z_{p^*}^{(i)}$ 、適当な係数 $\alpha > 0$ を用いて断面性能関係(3)を

$$Z_{p^*}^{(i)} = \alpha (A^{(i)})^{1.5} \quad (15)$$

と表す。断面積についての上下限制約 $\underline{A} \leq A^{(i)} \leq \bar{A}$ を考慮した断面性能関係(15)の許容集合

$$S^{(i)} = \left\{ (A^{(i)}, Z_{p^*}^{(i)}) \mid Z_{p^*}^{(i)} = \alpha (A^{(i)})^{1.5}, \underline{A} \leq A^{(i)} \leq \bar{A} \right\} \quad (16)$$

を考える。 $S^{(i)}$ の概念図を図2に示す。図2に示された集合 $S^{(i)}$ 内の二点を結ぶ線分が集合 $S^{(i)}$ 内に含まれないこ

とから $S^{(i)}$ が非凸集合であることがわかる．次に非凸集合 $S^{(i)}$ を含むような凸集合として

$$\tilde{S}^{(i)} = \left\{ (A^{(i)}, Z_p^{(i)}) \mid Z_p^{(i)} \geq \alpha \cdot (A^{(i)})^{1.5}, \underline{A} \leq A^{(i)} \leq \bar{A}, \right. \\ \left. Z_p^{(i)} \leq \alpha_i \frac{(\bar{A})^{1.5} - (\underline{A})^{1.5}}{\bar{A} - \underline{A}} (A^{(i)} - \underline{A}) + \alpha \cdot (\underline{A})^{1.5} \right\} \quad (17)$$

を考える． $\tilde{S}^{(i)}$ の概念図を図3に示す．集合 $\tilde{S}^{(i)}$ 内の二点を結ぶ線分が集合 $\tilde{S}^{(i)}$ 内に含まれることより $\tilde{S}^{(i)}$ は凸集合であり，さらに $S^{(i)} \subset \tilde{S}^{(i)}$ が成立していることも図2，図3より明らかである．

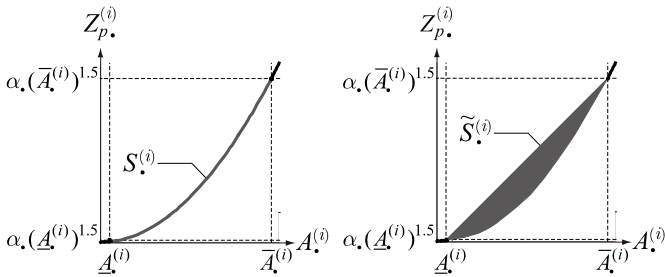


図2 制約条件(16)を満たす非凸集合 $S^{(i)}$

図3 制約条件(17)を満たす凸集合 $\tilde{S}^{(i)}$

$S^{(i)}$ の代わりに $\tilde{S}^{(i)}$ を制約条件として与えることは凸緩和に相当する．第 i 層の梁，柱部材について(17)のような凸緩和集合をそれぞれ $\tilde{S}_G^{(i)}$, $\tilde{S}_C^{(i)}$ と表せば，問題 (P_0) の凸緩和問題

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{r}} \quad & f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n h_i A_C^{(i)} + \sum_{i=1}^n l A_G^{(i)} \\ \text{s.t.} \quad & (\mathbf{x}, \lambda, \mathbf{r}) \in \Omega, \\ & (A_C^{(i)}, Z_{pC}^{(i)}) \in \tilde{S}_C^{(i)}, \quad i=1, \dots, n, \\ & (A_G^{(i)}, Z_{pG}^{(i)}) \in \tilde{S}_G^{(i)}, \quad i=1, \dots, n. \end{aligned} \right\} (P_R)$$

を定式化することができる．

2.5 凸緩和問題の許容領域縮小

凸緩和問題 (P_R) の許容領域は元問題 (P_0) の許容領域よりも大きくなる．より強い緩和を得るためには元問題 (P_0) の許容領域を含み，かつ緩和問題 (P_R) の許容領域をできるだけ小さくする必要がある．文献1)の考え方を基にして，設計変数の上下限値を成分毎に逐次的に領域縮小する．具体的には設計変数の第 m 成分である x_m について，問題 (P_R) の目的関数を x_m および $-x_m$ に置き換えた凸計画問題を解く．得られた最適解の第 m 成分を新たな上下限値の第 m 成分 $\underline{x}_m, \bar{x}_m$ として更新する．このような操作を繰り返すことで問題 (P_R) の許容領域を縮小することができる．このような領域縮小を適用した場合の凸緩和集合 $\tilde{S}^{(i)}$ の概念図を図4に示す．このように更新された凸緩和集合を $\tilde{S}^{(i) \prime}$ と表せば

$$(S^{(i)} \cap \Omega) \subset (\tilde{S}^{(i) \prime} \cap \Omega) \subset (\tilde{S}^{(i)} \cap \Omega) \quad (18)$$

が成り立つ．図3と図4を比較することにより，このような領域縮小が緩和問題の精度に大きな影響を与えることがわかる．問題 (P_R) を解く際には，前処理として以上の領域縮小を行う．

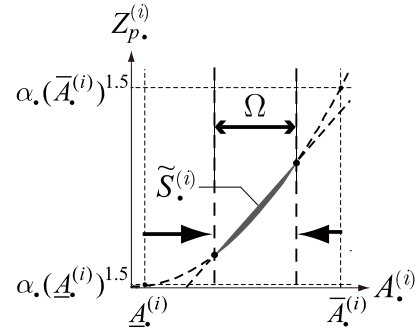


図4 領域縮小後の凸緩和集合 $\tilde{S}^{(i)}$

3. 例題

3.1 1層魚骨モデル

$n=1$ として高さ $h_1=600\text{cm}$ ，スパン $l=640\text{cm}$ の1層魚骨モデルを対象とする．鋼材としてSN490級鋼（降伏応力 $\sigma_y=295\text{N/mm}^2$ ），基準水平荷重 $P_1=450\text{kN}$ ，指定崩壊荷重係数 $\lambda=1$ を与える．1層のみなので，梁・柱部材断面積を $A_C^{(1)}=A_C$ ， $A_G^{(1)}=A_G$ と表記する．これらの上下限値をそれぞれ $10\text{cm}^2 \leq A_G \leq 200\text{cm}^2$ ， $10\text{cm}^2 \leq A_C \leq 400\text{cm}^2$ と与える．さらに柱の解析例の場合，元問題 (P_0) を解析的に解くことができ，局所解（上界）が二つ存在する．これら二つの局所解と元問題 (P_0) の許容領域を図5に示す．図5で灰色に塗りつぶされた領域が元問題 (P_0) の許容領域であり，目的関数の等高線も併せて描いている．局所解1は梁の部材断面が大きく，局所解2は柱の部材断面が大きい設計解に対応し，局所解1は梁崩壊型，局所解2は梁と柱が同時に全塑性モーメントに達するような崩壊型を示す．これら二つの局所解の目的関数値を表1に示す．この解析例の場合，局所解1が大域的最適解である．次に凸緩和問題 (P_R) の許容領域と緩和問題を図6に示す．なお，2.5節に述べた領域縮小を適用している．この緩和問題（下界）の目的関数値を表1に併せて示す．大域的最適解（局所解1）と緩和問題の乖離度は2.00%であり，上界と下界の乖離度に対応する．何らかの数値的方法によって局所解1が得られた場合，これよりも小さな目的関数値を持つ最適解が仮に存在したとしても，そのような解との差は高々2.00%であることが本手法により保証できる．本手法を用いればこのような局所解の精度保証が可能である．なお，局所解1より小さい設計解は存在しないので，そのような差は実際には0%である．この場合も乖離度が2.00%以下になるという主張は正しい．

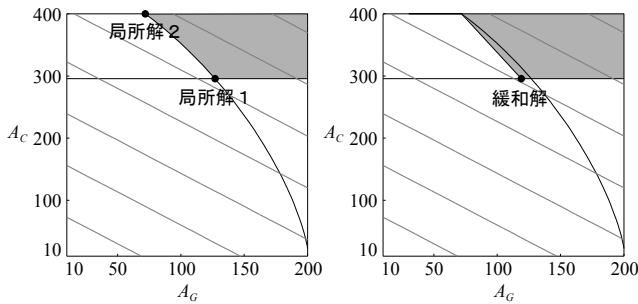


図5 (P_0) の許容領域と二つの局所解

図6 (P_R) の許容領域と緩和解

表1 1層魚骨モデル解析例の結果

	局所解1 (上界)	局所解2 (上界)	緩和解 (下界)
目的関数値 (m ³)	0.259	0.284	0.254
乖離度	+2.00%	+12.0%	—

3.2 10層魚骨モデル

10層魚骨モデル ($n=10$) を考える. 第1層の高さを $h_1 = 600\text{cm}$, 第2層以上の高さを $h_2 = h_3 = \dots = h_{10} = 400\text{cm}$, スパン長を $l = 960\text{cm}$ と与える. 表2に示すような必要保有水平耐力分布 (A_i 分布⁷⁾) を基準水平荷重 \mathbf{P} とし, 水平荷重 $\lambda \mathbf{P}$ に対して $\lambda \geq 1$ すなわち必要保有水平耐力以上の耐力確保を設計条件とする. 部材断面積の上下限値は

$$\left. \begin{aligned} 10\text{cm}^2 \leq A_G^{(i)} \leq 400\text{cm}^2, & \quad i=1,2,\dots,10, \\ 10\text{cm}^2 \leq A_C^{(i)} \leq 600\text{cm}^2, & \quad i=1,2,\dots,10 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

と与える. さらに, 柱梁耐力比制約(4)を考慮する. 他の条件については前節の1層魚骨モデルと同様とする.

表2 基準水平荷重 (kN)

1F	2F	3F	4F	5F
25.8	37.0	48.5	60.3	72.7
6F	7F	8F	9F	10F
85.8	100.1	116.7	138.2	318.3

Case-A) 設計領域全体での緩和解

非線形計画法 (内点法⁸⁾ および有効制約法⁸⁾ を元問題 (P_0) へ適用する. ランダムに発生させた5種類の初期値を与えて得られた局所解をそれぞれL1~L5と参照し, 目的関数値を表3に, 断面積分布を図7にそれぞれ示す. 表3に示される目的関数値はほぼ同じにも関わらず, 図7に示された断面積分布は多様なパターンを示している. なお, これらの中で最良の局所解はL1である. また, いずれも柱部材の断面積分布が層方向に振動する, チェッカーボード状の設計解である.

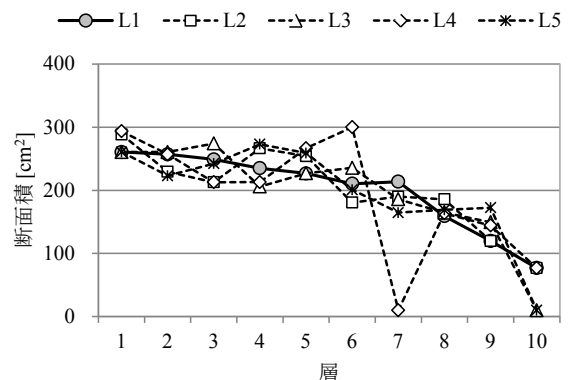
次に領域縮小を行った凸緩和問題 (P_R) へ非線形計画法を適用して, 緩和解を得る. この緩和解を緩和解RAと参照する. 緩和解RAの目的関数値, 局所解L1との目的関数値の乖離度を併せて表4に示す. 表4より上界と下界の乖離度は9.22%であるので, 局所解L1よりも鋼材量を9.22%以上改善させることはできないことがわかる. なお, 問題 (P_R) は凸計画問題であり, 下界を求める際に数値解析上, 初期値依存性がないことも確認している.

表3 10層魚骨モデル解析例の局所解目的関数値 (上界)

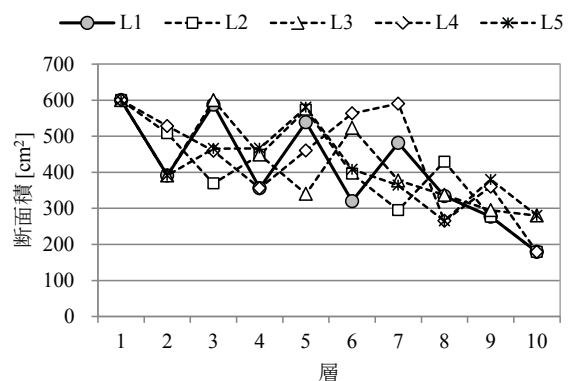
局所解	L1	L2	L3	L4	L5	L6
目的関数値 (m ³)	3.67	3.67	3.69	3.73	3.70	3.67

表4 10層魚骨モデル解析例の上界・下界乖離度

	局所解 L1 (上界)	緩和解 RA (下界)	緩和解 RB (下界)
目的関数値 (m ³)	3.67	3.34	3.61
乖離度	—	-9.22%	-1.67%



(a) 梁部材断面

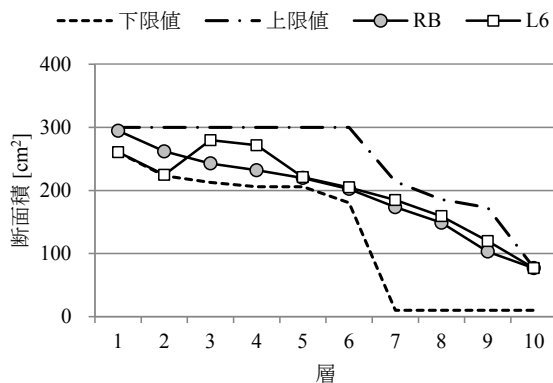


(b) 柱部材断面

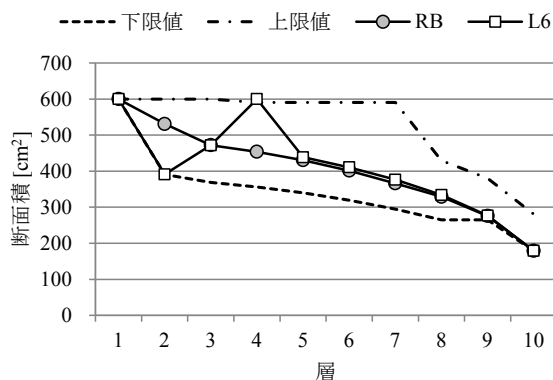
図7 10層魚骨モデル解析例の局所解断面積分布

Case-B) 制限された設計領域での緩和解

下界の精度を向上させるためには、対象とする設計領域を制限することが有効である。例えば、文献1)に示されているような領域分割に基づく分枝限定法を用いれば、大域的最適解が存在する領域を特定することも可能である。ところで、Case-Aでは多様な局所解が得られており、これらの局所解が存在する領域に大域的最適解、あるいはそれに近い解が存在する可能性が高い。本論ではこのような考えに基づき、Case-Aの局所解L1~L5を包含するような設計変数の上下限界を図8に示すように与える。このように設計領域に制限を与えた上で、Case-Aと同様に凸緩和問題(P_R)を解き、得られる解を緩和解RBと参照する。緩和解RBの目的関数値、および局所解L1からの乖離度を表4に、緩和解RBの断面積分布を図8に、それぞれ併せて示す。表4より緩和解RBと局所解L1との乖離度は1.67%であり、図8に示された上下限界の範囲内に限れば、下界の精度を向上できることがわかる。さらに、図8より緩和解RBの断面積分布は柱・梁とも層方向に振動せず、自然な分布となっている。



(a) 梁部材断面



(b) 柱部材断面

図8 10層魚骨モデル解析例の局所解断面積分布

緩和解RBは自然な断面分布であり、また上界との乖離度も小さいので、元問題(P_0)においても良い設計である

可能性が高い。そこで、緩和解RBを初期値として非線形計画法に与えて元問題(P_0)を再び解き、局所解を求めた。得られた局所解をL6と参照する。この局所解L6について、目的関数値を表3に、断面積分布を図8に、それぞれ併せて示す。表3に示されるように、局所解L1とL6の目的関数値はほぼ等しい。また、図8より局所解L6は緩和解RBに近く、図7と図8を比較することにより、局所解L6は局所解L1よりも自然な断面分布となっていることがわかる。制限された範囲内に限っても大域的最適解は依然不明である。しかし、図8に示された緩和解RBの断面積分布は大域的最適解の特徴を示唆しており、設計を行う上で有益な情報を提供するものと考えられる。

4. 結論

本研究における結論を以下に示す。

- (1) 塑性崩壊荷重制約条件下の鋼材量最小設計問題について下界定理を用いて定式化し、その非凸性が何に起因するかを調べた。
- (2) (1)に対する凸緩和問題を導出し、領域縮小により緩和解の精度を向上させる方法を提案した。
- (3) 局所解の精度保証をどの程度行うことが可能か、魚骨モデルによる数値解析例を通じて調べた。
- (4) 局所解が多数存在する領域に範囲を限定すれば、精度の良い下界、および対応する断面分布が得られる。

謝辞 本研究の一部は科研費(No.23360245, 研究代表者: 上谷宏二)の助成を受けて行われた。

【参考文献】

- 1) 宋昶, 山川誠, 上谷宏二: 鋼構造骨組の最小重量設計問題における凸緩和, 日本建築学会構造系論文集, No. 673, pp. 369-377, 2012. 3
- 2) 松本慎也, 荒井宏, 春日康博, 平田裕一, 山本憲司, 藤井大地, 藤谷義信: 鉄骨骨組構造の最小重量設計における局所解の一例, 構造工学論文集, Vol. 45B, pp. 249-258, 1999
- 3) 久保幹雄, 田村明久, 松井知己: 応用数理計画ハンドブック, 朝倉書店, 2002
- 4) 澤田樹一郎, 松尾彰: 弾性・塑性制約下における鋼構造建築骨組の離散最適化問題に対する列挙型アルゴリズムの改善解法, 日本建築学会構造系論文集, No. 574, pp. 93-98, 2003. 12
- 5) R. K. Livesley: Matrix Methods of Structural Analysis 2nd Edition, Pergamon International Library, 1975
- 6) R. T. Haftka, Z. Gürdal: Elements of structural optimization, Springer, 1992
- 7) 建築物の構造関係技術基準解説書編集委員会: 2007年版建築物の構造関係技術基準解説書, 全国官報販売協同組合, 2007
- 8) Richard A. Waltz, Todd D. Plantenga: KNITRO User's Manual Version 7.0, Ziena Optimization Inc., 2010

*1 京都大学大学院工学研究科建築学専攻 助教 博士(工学)

*2 摂南大学理工学部建築学科 教授 工学博士

Accuracy Evaluation of Local Solutions Using A Convex Relaxation for Minimum Steel Weight Design Problem Subject to Collapse Load

○Makoto YAMAKAWA*¹ Koji UETANI*²

Keywords : Structure, Environment, Planning, Information

Horizontal load-carrying capacity of steel moment resisting frames is one of the most important mechanical performances required in the practical design. The horizontal load-carrying capacity, i.e., the collapse load is evaluated by the plastic analysis. A minimum weight design problem of steel frames subject to the collapse load becomes nonconvex problem. In nonconvex problems, we can usually find only local solutions. It is highly difficult to find a global solution of nonconvex problems if we cannot use any structure of the problems. In practical situations, we might not need the exact global solution but it is better to avoid inferior local solutions. A cheap solution which is approximately close to the exact global solution is highly desired. For this purpose, we present a relaxed convexification of a minimum weight design problem for fishbone models, which can be considered as a simplification of steel moment resisting frames without loss of essentials. By using the relaxed convexification formulation, we can find a relaxed solution which is lower bound of the exact global solutions. Hence, the accuracy of any local solutions is measured by the difference between the local solution and the relaxed solution. From the difference, we can verify whether a local solution is close to the exact global solution. The convexification method is based on linearization and reduction of the design space without removing the original feasible space. The method is not quite new but the application of the method to minimum weight design problems of fishbone models subject to the collapse load is new. We present effectiveness of the method through two numerical examples. The examples also illustrate how the method works and what corresponds to the formulation.

*1 Assist. Prof., Dept. of Architecture and Architectural Engineering, Graduate School of Engineering, Kyoto University, Dr. Eng.

*2 Prof., Dept. of Architecture, Faculty of Science and Engineering, Setsunan University, Dr.Eng.