

色彩のファジィシステム

○菅野 直敏*1

キーワード：ファジィ理論的アプローチ 加法混色 カラートライアングル トーントライアングル あいまいな色彩 三角錐メンバーシップ関数 円錐メンバーシップ関数 射影 写像

1. はじめに

ファジィ理論を用いたあいまいさを表現する方法およびあいまいさを計算する方法¹⁾として、ファジィ理論の色彩への応用について詳しく述べる。

本稿では、色彩情報の写像として加法混色を用いたカラートライアングル上でのファジィ表現手法およびトーントライアングル上でのファジィ表現手法についての二つのファジィシステムを紹介する。

2. 色彩のファジィシステム

色彩は色相と彩度と明度で表され、カラートライアングルは主に色相と彩度で、トーントライアングルは主に彩度と明度で表現される。これらのトライアングルを用いて図1の二つの色彩ファジィシステムが構築できる。図1でトライアングル中のcolor とtoneはカラートライアングルおよびトーントライアングルを示している。上は色相のファジィシステム、下は色調のファジィシステムである。ここで、前者のカラートライアングル上の入力ファジィ集合（前件部）と円錐形のファジィ入力との関係を調べる²⁾。カラートライアングルは色相と彩度の関係を示し³⁾、主要色と白は同じトライアングル上に表現できる。ここではカラートライアングル上（後半でトーントライアングル上）のあいまいな色の集合を明らかにし、あいまいな色彩の属性情報の近似推論値を計算する。このファジィ理論的なアプローチはあいまいな色彩の情報処理やカラーシステムなどの応用に有効である。

3. カラートライアングルと加法混色

加法混色は異なる2色あるいは3色の光を混ぜるときに起こる。赤 (red), 緑 (green), 青 (blue) の3色の加法混色ですべての色彩 C をつくることことができる。一般に色ベクトルは三刺激値 (R : 赤成分, G : 緑成分, B : 青成分) と呼ばれる量と方向により次のように示される。

$$\vec{C} = \vec{R} + \vec{G} + \vec{B} \quad (1)$$

これはRGB カラーモデルと呼ばれ、平面図 (図2a) によって表すことができる。

このカラートライアングル平面 (図3aのドット部分) の座標 (r, g, b) はさまざまな色彩を指定することができる。

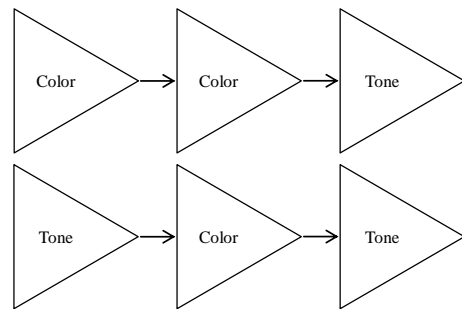


図1 色彩のファジィシステムの構成

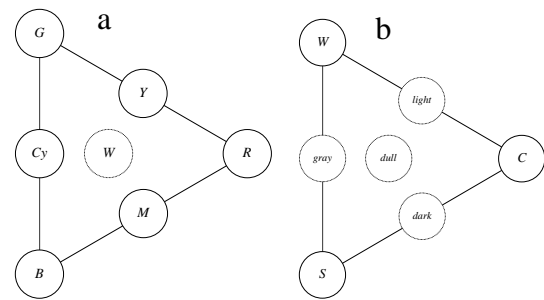


図2 カラートライアングルとトーントライアングル

座標により与えられる位置は色をつくる R (赤成分), G (緑成分), B (青成分) の量に対応している。カラートライアングルの中央を指定する座標は3原色を等量に混合した場合を表し、各成分が最大のとき白 (W) になる。このような表記は色度図と呼ばれる。これは色相と彩度で表され、明度はない⁵⁾。カラートライアングル上で、 R (赤成分), G (緑成分), B (青成分) の比率が色彩を指定し、3つの属性の和は100%に等しい。

ここで、色ベクトルの方向のみを表すために色度 r, g, b は以下のようになる。

$$r = \frac{R}{R+G+B} \quad (2)$$

$$g = \frac{G}{R+G+B} \quad (3)$$

$$b = \frac{B}{R+G+B} \quad (4)$$

$$r + g + b = 1 \quad (5)$$

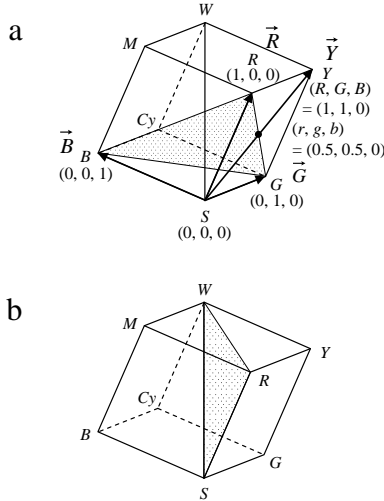


図3 カラートライアングルとトーントライアングル

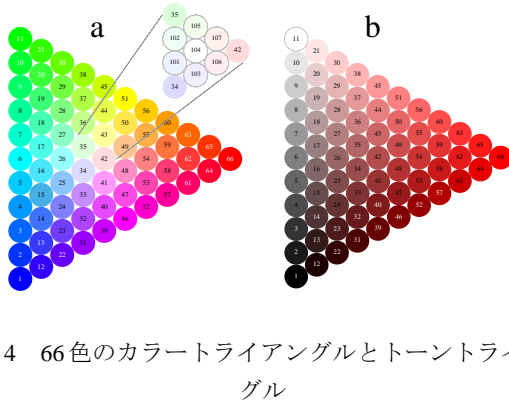


図4 66色のカラートライアングルとトーントライアングル

方向であるから三刺激値の比で示され、式(5)に示されるように和が1となる⁶⁾。

図3aで赤 (red) の成分 (R, G, B) は $(1, 0, 0)$ であり、三角座標 (r, g, b) も同じ $(1, 0, 0)$ である。また緑 (green) と青 (blue) も成分と座標が同じになる。たとえば、黄 (Yellow) の成分 (R, G, B) は $(1, 1, 0)$ であり、カラートライアングル上の三角座標 (r, g, b) は $(0.5, 0.5, 0)$ となる。3つの正方形: WMRY, WYGCy, WCyBM の色は正三角形RGBの中に示すことができる。

4. 色相のファジィシステム

図5は色相のファジィシステムを表し、カラートライアングル $(R_i G_i B_i)$ の中線方向に平行な軸上に赤み (redness) r_i 、緑み (greenness) g_i 、青み (blueness) b_i がある。図5aでは、赤みが増すと赤成分の度合い μ_k が増加することを意味し、これが赤のファジィ集合を形成する。また、このファジィシステムでは入力ファジィ集合 A_k (前件部)、ファジィ入力 I_n 、出力クリस्प集合 O_k (後件部)、およびファジィ出力 O' を示している。図5aは三角座標 (r_i, g_i, b_i) で、図5bは三角座標 (r_o, g_o, b_o) で、図5cは座標 (r_o, uk) で表す。

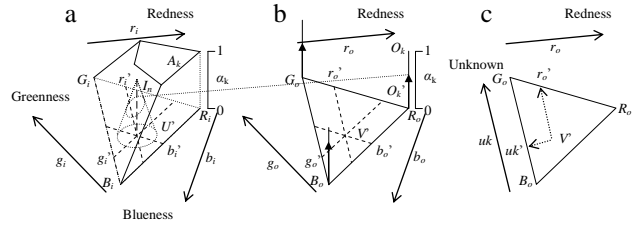


図5 色相のファジィシステム

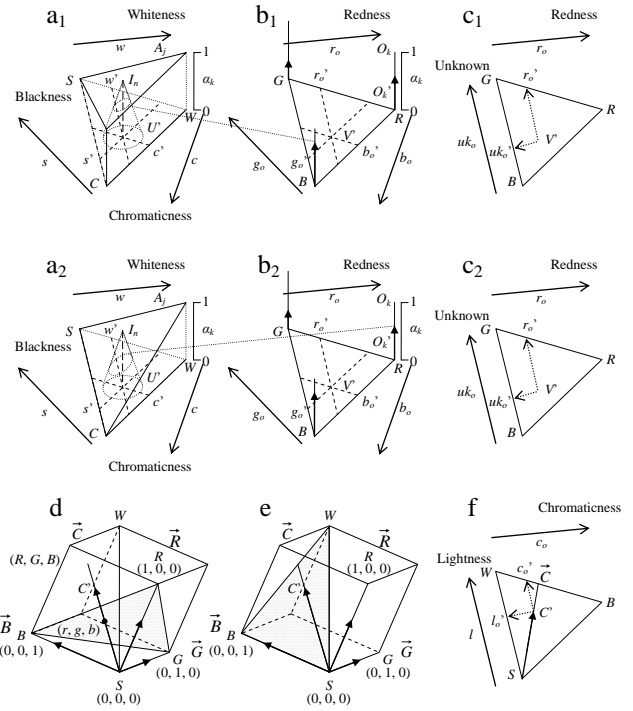


図6 色調のファジィシステム

ファジィルールは次式のように示す。

$$R^k : \text{if } U \text{ is } A_k \text{ then } V \text{ is } O_k \quad (6)$$

ここで、 k はルール番号($k=1, 2, 3$)である。 $U=(r_i, g_i, b_i)$ は入力パラメータ、 $V=(r_o, g_o, b_o)$ は出力パラメータである。入力ファジィ集合 A_k (前件部)は頂点 R_i, G_i , あるいは B_i における三角錐台のような形状であり、ファジィ入力 I_n は円錐、出力クリस्प集合 O_k (後件部)は頂点 R_o, G_o , あるいは B_o におけるシングルトンである。ファジィ集合 O_k' は縦矢印で示されている。もし入力が A_k であれば、出力は O_k である。

ファジィ推論の方法は次のようである。ここで入力を $r_i = r_i', g_i = g_i', b_i = b_i'$ とすると $U'=(r_i', g_i', b_i')$ となる。

- 1) ルール R^k の入力で、 $\alpha_k = A_k(U')$, $k=1, 2, 3$ である。
- 2) ルール R^k の出力で、出力クリस्प集合 O_k はシングルトン (縦棒) である。
- 3) $O_k' = \alpha_k O_k$, ここで O_k' はファジィ集合 (縦矢印), また O_k はクリस्प集合 (縦棒) である。ルール R^1, R^2, R^3 の最終推論結果は O' である。

$$O' = \alpha_1 O_1 \cup \alpha_2 O_2 \cup \alpha_3 O_3 = O_1' \cup O_2' \cup O_3' \quad (7)$$

出力パラメータ $V=(r_o', g_o', b_o')$ は三角座標で, $V=(r_o', uk')$ は普通の座標上でのファジィ集合 O' の重心である.

図 8 はトーントライアングル上の出力を示し, 図 6f に対応している. 図 8a は三属性が 0% のトライアングル上 (図 2a, および図 4a, 図 7 の輪郭) にクリस्प入力があると, C 点で出力する. これはあいまいさが無いことを示している. 図 8b では W (0% chromaticness) の方向に移動することから, ファジィ入力に対してあいまいさは増している.

この入力はグレード (grade) が 1 である (図 5a). 高さを低くすることで, 図 8 の CW 線分上からトーントライアングルの内側 (線分の下) に入ることになる (図 6f 参照).

前半では, 色彩への応用としてトーントライアングル上のクリस्प出力を引き出すファジィシステムを提案した. このようなファジィシステムはあいまいな色彩入力としての円錐形ファジィ集合の射影からメンバーシップのグレードを簡単に出すことができる. カラートライアングルは各々のグレードをもつ 3 つのパラメータ (重み) があいまいな色彩を示し, 重心として単一色で示すことができる.

また, トーントライアングルへの変換をすることで, カラートライアングルからトーントライアングルへの写像を示した. なお, color→color はわずかに非線形であり, color→color→tone は非線形である (図 1 上). 次に示すファジィシステムでは, トーントライアングル (前件部) から前述したカラートライアングル (後件部) への写像を考える. トーントライアングル (前件部) からカラートライアングル (後件部) への推論は Sugano (2011) で報告し⁴⁾, カラートライアングルからトーントライアングルへの変換は前述の方法と同じである.

5. 色調のファジィシステム

図 6a と b は色調のファジィシステムを表し, トーントライアングル (CWS) の中線方向に平行な軸上に色み (chromaticness) c , 白み (whiteness) w , 黒み (blackness) s がある. 図 6a₁ (上段) では, 黒みが増えると黒成分の度合い μ_j が縦方向に減少することを意味している. これが not black のファジィ集合を形成する. 図 6a₂ (中段) では, 白みが増すと白成分の度合い μ_j が増加することを意味している. これが white のファジィ集合を形成する.

また, このファジィシステムでは入力ファジィ集合 A_j (前件部), ファジィ入力 I_n , 出力クリस्प集合 O_k (後件部), およびファジィ出力 O' を示している. ここでは, 図 6a はトーントライアングル上の三角座標 (c, w, s) で, chromaticness c , whiteness w , および blackness s の関係は

$$c + w + s = 1 \quad (8)$$

で表される.

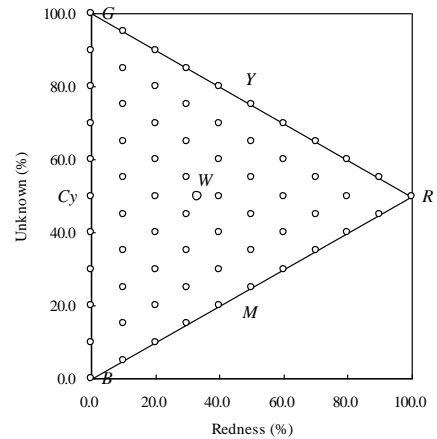


図7 クリस्प入力とファジィ入力の中心位置

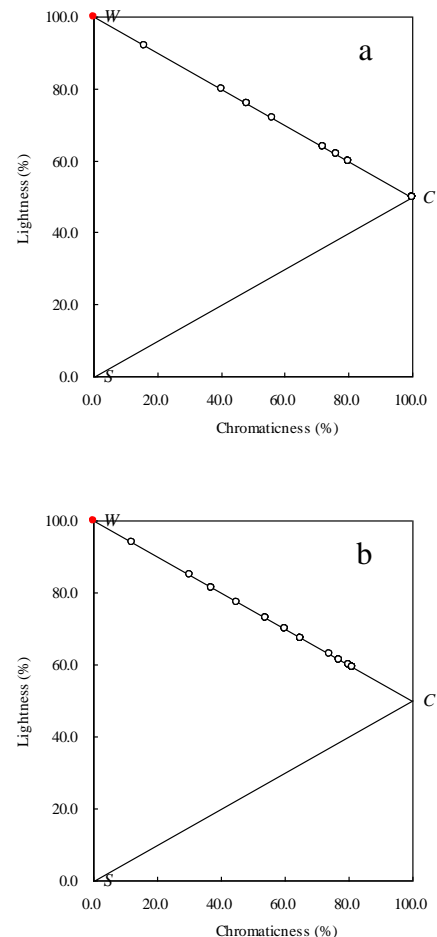


図8 クリस्प入力とファジィ入力に対するトーントライアングル上の変換結果

図 6b は三角座標 (r_o, g_o, b_o) で, 図 6c は座標 (r_o, uk_o) で表されている. 上段, 中段にある入力ファジィ集合を用いることで, 主要色に関係したあいまいさを処理 (推論) することができる. 色みは彩度に相当する.

表 1 主要色のファジィルール

Hue color	Input fuzzy set			Output crisp set		
	R^1	R^2	R^3	R^1	R^2	R^3
Red	A_1	A_0	A_0	O_1	O_2	O_3
Green	A_0	A_1	A_0	O_1	O_2	O_3
Blue	A_0	A_0	A_1	O_1	O_2	O_3
Yellow	A_1	A_1	A_0	O_1	O_2	O_3
Cyan	A_0	A_1	A_1	O_1	O_2	O_3
Magenta	A_1	A_0	A_1	O_1	O_2	O_3

ファジィルールは次式のように示す.

$$R^k : \text{if } U \text{ is } A_j \text{ then } V \text{ is } O_k \quad (9)$$

ここで, k はルール番号 ($k=1, 2, 3$) であり, r, g, b の各成分に対応している. A_j は入力ファジィ集合 (前件部) で ($j=1, 0$), O_k は出力クリスプ集合 (後件部) である. この k は j に対応していない (表 1). $U=(c, w, s)$ は入力パラメータ, $V=(r, g, b)$ は出力パラメータである. 入力 U はトーントライアングル上に, 出力 V は色相のトライアングル上にある. 入力ファジィ集合 A_j (前件部) は頂点 C, W , あるいは S における三角錐の形状であり, ファジィ入力 I_n は円錐, 出力クリスプ集合 O_k (後件部) は頂点 R, G , あるいは B におけるシングルトン (縦棒) である. ファジィ集合 O_k は縦矢印で示される. もし, 入力が A_j であれば, 出力は O_k である. A_j と O_k の主な関係は表 1 に示される.

図 9 は色み chromaticness, 白み whiteness, および黒み blackness の関係を図 6f のような色み chromaticness と明るさ lightness の関係で示す.

図 9a のクリスプ入力に対する推論結果はクリスプ入力と同じ配置である. これらの結果は単純に見えるが, 重要なことを示している. CW 線分上から外れる推論結果は図 6e の合成ベクトルが小さいことを示している. しかし, 図 9b のファジィ入力に対する結果はあいまいさが反映され, 全てが白 (W) に寄っている. つまり, 円錐の直径 d に依存することになる.

後半では, トーントライアングルからカラートライアングル上のクリスプ出力を引き出すファジィシステムを示した. また, トーントライアングルへの変換をすることで, トーントライアングルからトーントライアングルへの写像を示した. なお, tone→color は非線形であり (クリスプ入力より, ファジィ入力に対して変異がない自然な出力をする), tone→color→tone は線形である (図 1 下).

6. おわりに

本稿では, 色彩への応用としてトーントライアングル上のクリスプ出力を引き出す色彩ファジィシステムを提案し, 非線形性を調べた.

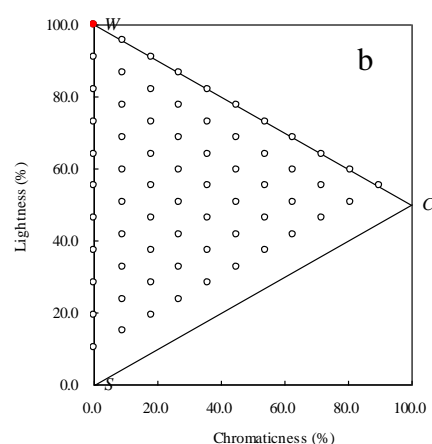
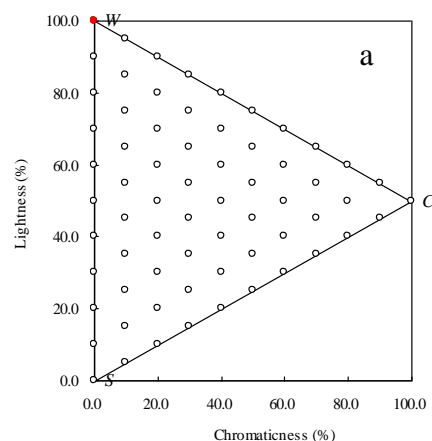


図 9 クリスプ入力 (a) とファジィ入力 (b) に対するトーントライアングル上の変換結果

【参考文献】

- 1) L. Sivik, "Color systems for cognitive research." in *Color Categories in Thought and Language*. C. L. Hardin, and L. Maffi, Eds. Cambridge University Press, New York, 1997, pp. 163-193.
- 2) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the RGB triangular system," *Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Intelligent Informatics*, vol. 19, no. 1, pp. 31-40, February 2007.
- 3) N. Sugano, S. Komatsuzaki, H. Ono, and Y. Chiba, "Fuzzy set theoretical analysis of human membership values on the color triangle," *Journal of Computers*, vol. 4, no. 7, pp. 593-600, July 2009.
- 4) N. Sugano, "Fuzzy set theoretical approach to the tone triangular system," *Journal of Computers*, vol. 6, no. 11, pp. 2345- 2356, November 2011
- 5) R. J. D. Tilley, *Colour and Optical Properties of Materials, An exploration of the relationship between light, the optical properties of materials and colour*. John Wiley & Sons, New York, 1999.
- 6) A. Valberg, *Light Vision Color*. John Wiley & Sons, New York, 2005.

*1 玉川大学工学部機械情報システム学科 教授 工博