

発見的多点探索法によるグリッドシェル構造の形状最適化

○山口 洋平*1 本間 俊雄*2

キーワード：発見的多点探索法，グリッドシェル構造，形状最適化，単一目的最適化

1 はじめに

構造最適化は様々な制約条件の下、構造全体の形状・材質・断面性能などの設計目標に沿い最適解を探索する設計法である。構造最適化の解探索法には数理計画法と発見的手法がある。発見的手法は単点探索法と多点探索法に分けられる。本研究では発見的多点探索法に分類される遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms:GA)¹⁾と群知能 (Swarm Intelligence:SI)²⁾に注目する。GAは生物の進化に着想を得た解法であり、設計変数を遺伝子化した確率的な計算手順である。SIは自己組織化された群れにおける集団行動に基づいた最適化手法である。GAは離散値あるいは実数値を用いて解探索を行うのに対し、SIは実数値を扱い、GAに比べて単純な計算スキーム構成になっている。

本報告では構造形状の最適化において、次の発見的多点探索法の適用を考える。GAに対しては、単純GA (SGA)と進化的戦略で確率的な直接探索法である差分進化 (Differential Evolution:DE)³⁾を採用する。SIに対しては、構造最適化への適用性を考慮し、鳥や魚の集団行動をモデル化した粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization: PSO)⁴⁾と蜂の採餌行動をモデル化した人工蜂コロニー最適化 (Artificial Bee Colony: ABC)⁵⁾、ホタルが発する光の点滅に着想を得たホタルアルゴリズム (Firefly Algorithm:FA)²⁾を採用する。これらの発見的多点探索法 SGA, DE, PSO, ABC, FAの5解法をまず2変数関数最大値探索問題に適用し、各解法の基本的な解探索特性を把握する。その上で格子状グリッドシェル構造の総ひずみエネルギー及び曲げひずみエネルギー最小化の形状最適化の計算例を示し、解法の有効性と適用性を検証する。なお、使用する発見的多点探索法の詳細な計算スキームは文献1)~6)を参照されたい。

2 2変数関数最大値探索問題への適用

各解法の基本的な特性を把握するため、次の2つの2変数関数最大値探索問題に適用する。

$$f_1(x, y) = -20 \cdot x^2 + 10 \cos(2\pi x) - y^2 + 10 \cos(2\pi y) \quad (-5.12 \leq x, y \leq 5.12) \quad (1)$$

$$f_2 = 2a + (x \sin \sqrt{|x|} + y \sin \sqrt{|y|}) \quad (a = 418.98288, -512 \leq x, y \leq 512) \quad (2)$$

式(1)は中央に1つのピークを持つ多峰性関数であり、式(2)は隅に1つのピークを持つ多峰性関数である。各解法の反復計算回数を200とする。

表1~5に各解法で用いた計算パラメータを示す。数値結果図1に示すように、各解法はそれぞれ大域的最適解

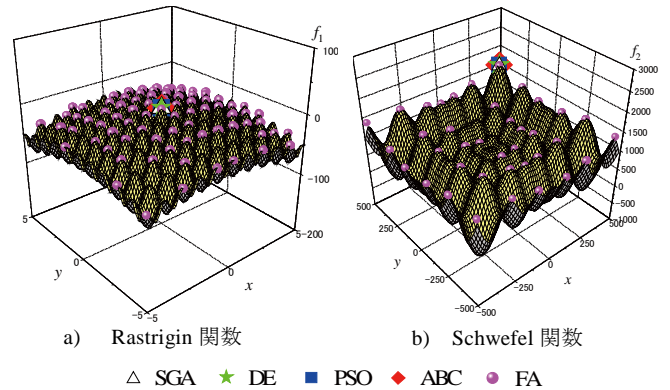


図1 2変数関数最大化数値結果

を捉えている。SGAは1変数16bitの離散値を用い、適応度の評価後、交叉・突然変異等により、次世代に評価の高い個体を残す操作を行う。DEはGAで用いた交叉・突然変異と簡略化した操作に基づき、直接実数値の利用で解探索を行う。PSOは過去の履歴と群れ全体の共通情報を組合せた解探索を行う。ABCは大域的探索・局所的探索を交互に行う。FAは個体の評価に直接目的関数値を用いず、個体間距離を考慮することで大域的最適解と局所最適解を獲得する。FAのスキームは各個体の評価値を算出する際、指数部に用いる個体間距離と個体間距離の影響係数 γ の値設定により、図1に示すような多様な解(大域的最適解と局所最適解)が一度の試行で得られる。

3 グリッドシェル構造の構造最適化

3.1 定式化

総ひずみエネルギー最小化 (Case-A)を目的とする単一目的最適化は次式の通り与えられる。

$$\text{Find } \mathbf{A}, \mathbf{R} \quad (\text{設計変数}) \quad (3)$$

$$\text{to minimize } f_1(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{K}_b \mathbf{d} \quad (\text{総ひずみエネルギー}) \quad (4)$$

$$\text{subject to } \sigma_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \leq \sigma_a \quad (\text{応力制約}) \quad (5)$$

$$\mathbf{A}^L \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^U, \mathbf{R}^L \leq \mathbf{R} \leq \mathbf{R}^U \quad (\text{側面制約}) \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{A} : 部材特性ベクトル(= $[A_j]$), \mathbf{R} : 節点情報ベクトル(= $[R_i]$), f_1 : 総ひずみエネルギー, \mathbf{d} : 節点変位ベクトル, \mathbf{K} : 剛性マトリクス, $A_j^L = 0.0m$, $A_j^U = 20.0m$, $R_i^L = 0.0m$, $R_i^U = 7.0m$, σ_i : i 部材の応力度, σ_a : 許容応力度である。曲げひずみエネルギー最小化 (Case-B)を扱う場合には次式を式(4)と入れ換える。

$$f_2(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \mathbf{w}^T \mathbf{K}_b \mathbf{w} \quad (\text{曲げひずみエネルギー}) \quad (7)$$

表 1 SGA 計算パラメータ

	関数	構造モデル
個体数	200	200
世代数	200	5000
世代交代率	1.0	0.9
交叉率	1.0	0.7
遺伝子長	16bit	16bit
突然変異率	0.01	0.004
選択方式	トーナメント方式	トーナメント方式
交叉方法	2点交叉	2点交叉

表 2 DE 計算パラメータ

	関数	構造モデル
個体数	200	200
突然変異率 F	0.2	0.2
交叉率 C	0.2	0.2, 0.5, 1.0

表 3 PSO 計算パラメータ

	関数	構造モデル
個体数	200	200
w_{min}	0.4	0.4
w_{max}	0.9	0.9
C_1, C_2	2.0	2.0

表 4 ABC 計算パラメータ

	関数	構造モデル
employed bee	200	200
onlooker bee	200	200
Limit	100	1900

表 5 FA 計算パラメータ

	関数	構造モデル
個体数	200	200
α	1.0	1.0
β	1.0	1.0
γ	1.0	0.001, 1.0, 100

表 6. 鋼管リスト[一般構造用炭素鋼管: 20 種類]

リスト番号	外径 [mm]	厚さ [mm]	断面積 [cm ²]	断面二次モーメント [cm ⁴]
1	101.6	3.2	0.989×10 ¹	0.120×10 ³
2	114.3	3.2	0.112×10 ²	0.173×10 ³
3	114.3	3.6	0.125×10 ²	0.192×10 ³
4	139.8	3.6	0.154×10 ²	0.357×10 ³
5	139.8	4.0	0.171×10 ²	0.394×10 ³
6	139.8	4.5	0.191×10 ²	0.438×10 ³
7	165.2	4.5	0.227×10 ²	0.734×10 ³
8	165.2	5.0	0.252×10 ²	0.808×10 ³
9	190.7	5.0	0.292×10 ²	0.126×10 ⁴
10	190.7	6.0	0.348×10 ²	0.149×10 ⁴
11	216.3	6.0	0.396×10 ²	0.219×10 ⁴
12	216.3	7.0	0.460×10 ²	0.252×10 ⁴
13	267.4	7.0	0.573×10 ²	0.486×10 ⁴
14	267.4	8.0	0.652×10 ²	0.549×10 ⁴
15	318.5	8.0	0.780×10 ²	0.941×10 ⁴
16	318.5	9.0	0.875×10 ²	0.105×10 ⁵
17	355.6	9.0	0.980×10 ²	0.147×10 ⁵
18	355.6	12.0	0.130×10 ³	0.191×10 ⁵
19	406.4	12.0	0.149×10 ³	0.289×10 ⁵
20	406.4	16.0	0.196×10 ³	0.374×10 ⁵

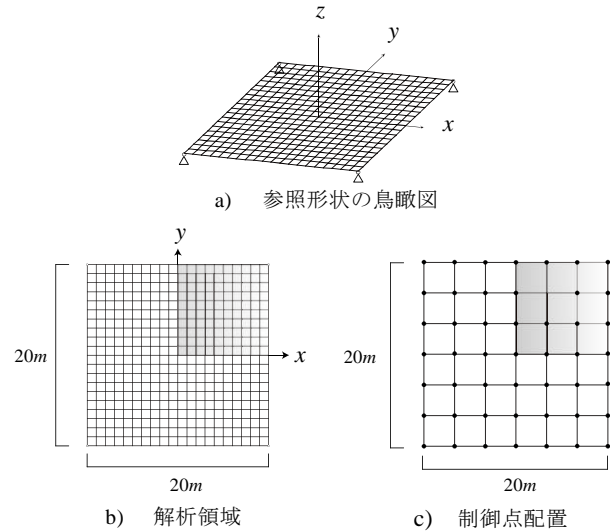


図 2 解析モデル

ここで、 f_b : 曲げひずみエネルギー, w : 面外節点変位ベクトル, K_b : 面外剛性マトリクス である。

3.2 解析モデル

参照形状は図 2 a) に示される一辺を 20m とした格子状に部材を配置した平板であり、4 隅の節点をピン支持の解析モデルとする。解析領域は構造物の対称性を考慮した 1/4 領域で計算する(図 2 b)ハッチング部)。形状の滑らかな曲面表現と設計変数の削減のため、パラメトリック曲面の 1 つである制御点と Bernstein 基底関数により定義される Bezier 曲面を採用する。部材特性ベクトル \mathbf{A} および節点情報ベクトル \mathbf{R} に対応する設計変数は制御点(図 2 c)の z 座標とする⁷⁾。

荷重条件は長期に自重 78.5kN/m^3 と鉛直下向きに等分布荷重 1.0kN/m^2 を与える。部材特性ベクトル \mathbf{A} (材料) は表 6 に示すように一般構造用炭素鋼管リスト (STK400) の 20 種類とし、断面積・断面 2 次モーメントの増分が一樣となる鋼管リストを利用する。材料定数は、弾性定数 $E=2.1 \times 10^8\text{kN/m}^2$ 、せん断弾性定数 $G=7.8 \times 10^7\text{kN/m}^2$ である。なお、各解法の計算パラメータは表 1~5 の値を用い、構造解析は線形弾性範囲の有限要素法による。

3.3 総ひずみエネルギー最小化の計算結果 (Case-A)

総ひずみエネルギー最小化の数値結果を図 3, 4 に示す。図 3 は各解法のエリート個体に対する目的関数値の推移である。図 4 に構造形態を示す。なお、図 4 の実線太さ

は部材断面積に比例させた。数値情報は f_i : 総ひずみエネルギー, E_b : 曲げひずみエネルギー, $Volume$: 部材総体積 である。

3.4 曲げひずみエネルギー最小化の計算結果 (Case-B)

曲げひずみエネルギー最小化の数値結果を Case-A の図 3, 4 に対応させて、それぞれ図 5, 6 に示す。数値情報は f_i : 曲げひずみエネルギー, E_i : 総ひずみエネルギー である。

4 考察

Case-A において、5 回試行の結果、5 解法 (SGA, DE, PSO, ABC, FA) はともに大域的最適解の形態を得たと考えている。DE は $C=0.5$ のとき安定した交叉を行い、大域的最適解に収束する。しかし、 $C=1.0$ を与えると収束解が得られない。FA は $\gamma=1.0, 100$ と設定すると多様な形態 (局所最適解) を捉える (図 4)。すなわち、 γ は解の多様性に関係する計算パラメータである。なお、 $\gamma=100$ のとき、form -E31, -E32 の他に $\gamma=1.0$ で獲得した形態も捉えている。つまり、DE, FA を用いた最適化では、問題に沿った計算パラメータの設定が重要になる。

Case-B についても同様の傾向が見られた。曲げひずみエネルギーは総ひずみエネルギーに比べ値が 1~2 オーダ小さく、制約条件を満たす許容解が多数存在する。従って、目的関数値を曲げひずみエネルギーに設定した場合、より多様な解形態が得られる可能性がある。ただし、Case-A

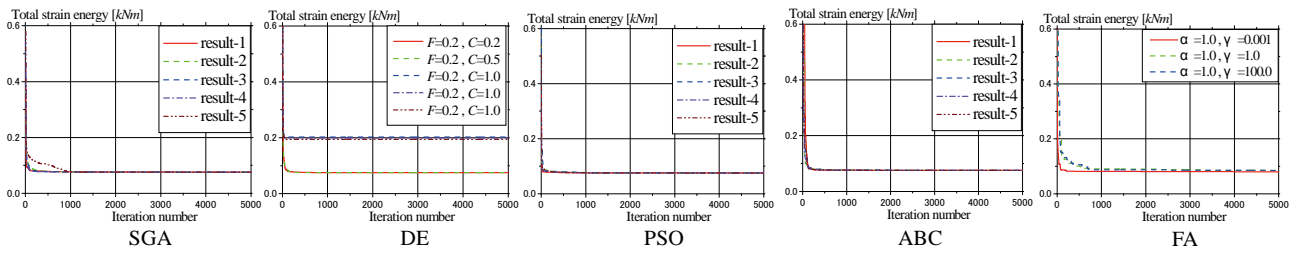


図3 目的関数値の推移 (Case-A)

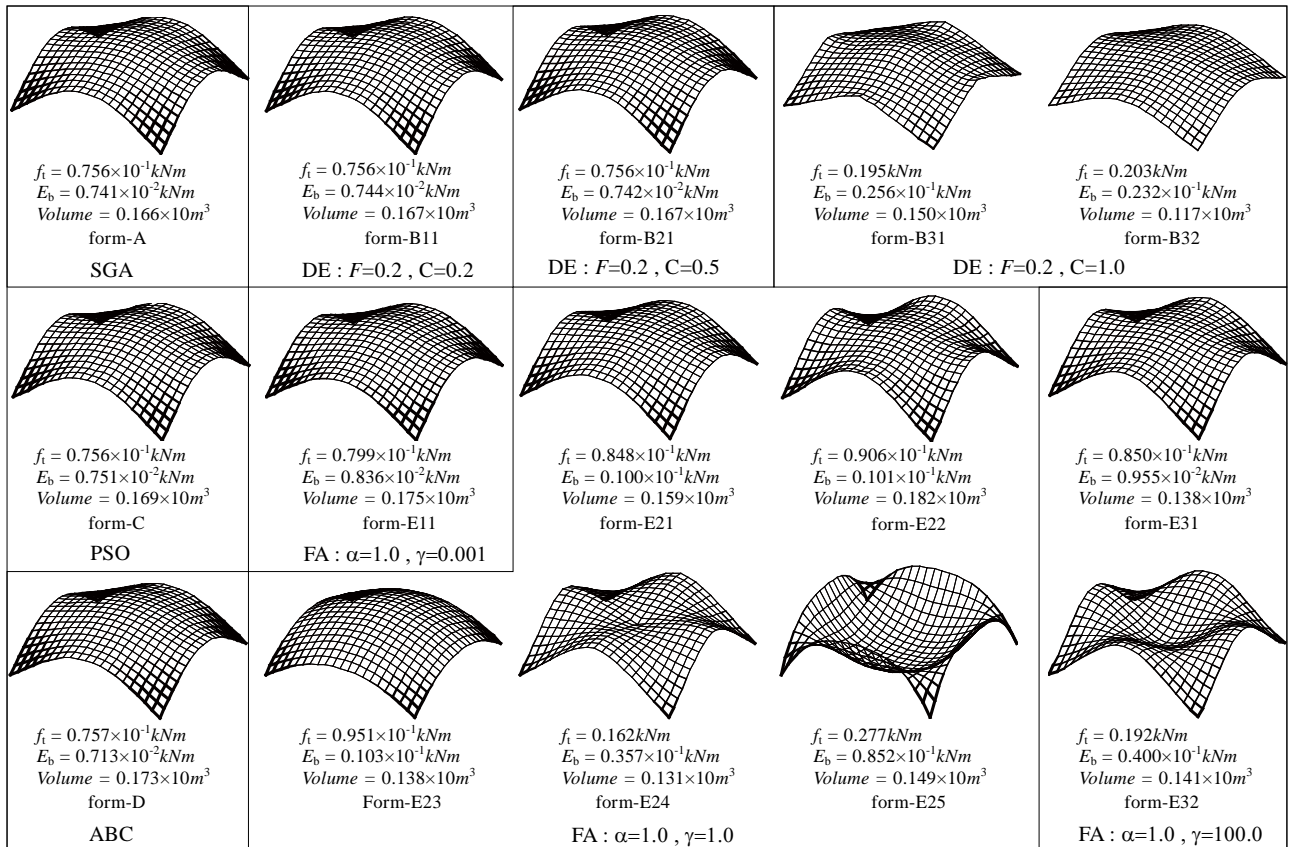


図4 各解法による解形態 (Case-A)

と Case-B の目的関数値の推移 (図 3, 5) を比較すると、収束値を得るのに Case-B の反復回数が多くなる。なお、SGA, DE の form-F12, -G12 のように、試行により大域的最適解とは別の解(局所最適解)に収束することがある。FA では Case-A 同様、 γ の設定により多様な局所最適解を捉え、Case-A の全ての解形態も捉える。

Case-A の大域的最適解形態は中央部のライズが高く、構造の周囲境界部でもライズの高いアーチを形成する。一方で、Case-B では構造の周囲境界部のライズが低い曲面を形成する。数値結果 (図 4, 6) より、Case-A の解形態に対し Case-B では、総ひずみエネルギーが大きい値となり、曲げひずみエネルギーは小さい。目的関数値が大きくなるほど中央部のライズが低くなる傾向がある。ただし、form-J35 は中央部のライズが高いにも関わらず、曲げひずみエネルギーの値が大きい。

各解法の計算時間は SGA を基準値 1 とすると、DE、

PSO, ABC, FA はそれぞれ 1.02, 1.01, 1.77, 1.04 となる。

5 まとめ

本報告では、発見的多点探索法の 5 解法 (SGA, DE, PSO, ABC, FA) をまず 2 変数関数最大値探索問題に適用し、基本的な特性を把握した。その上でグリッドシェル構造の形状最適化を行った。数値結果より、5 解法はともに大域的最適解の形態を得た。ただし、解法の違いによる計算時間に ABC 以外有意差は見られなかった。

以上より、発見的多点探索法の 5 解法はグリッドシェル構造の形状最適化において、大域的最適解に対する有効性と適用性を示すことができた。注目すべきことは、FA が計算パラメータの設定により、局所最適解の形態も捉えられることである。今後は、FA が捉えた形状最適化の解形態に対して、極値性の確認とロバスト性を含む構造安定性の評価を行い、多様性を考慮した解形態の探索に展開したい。

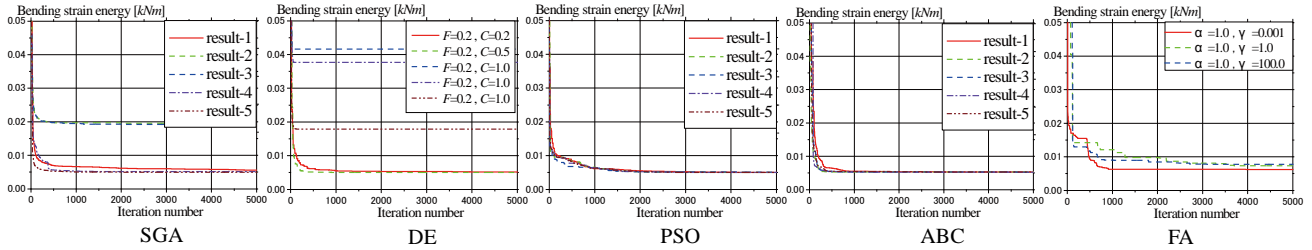


図5 目的関数値の推移 (Case-B)

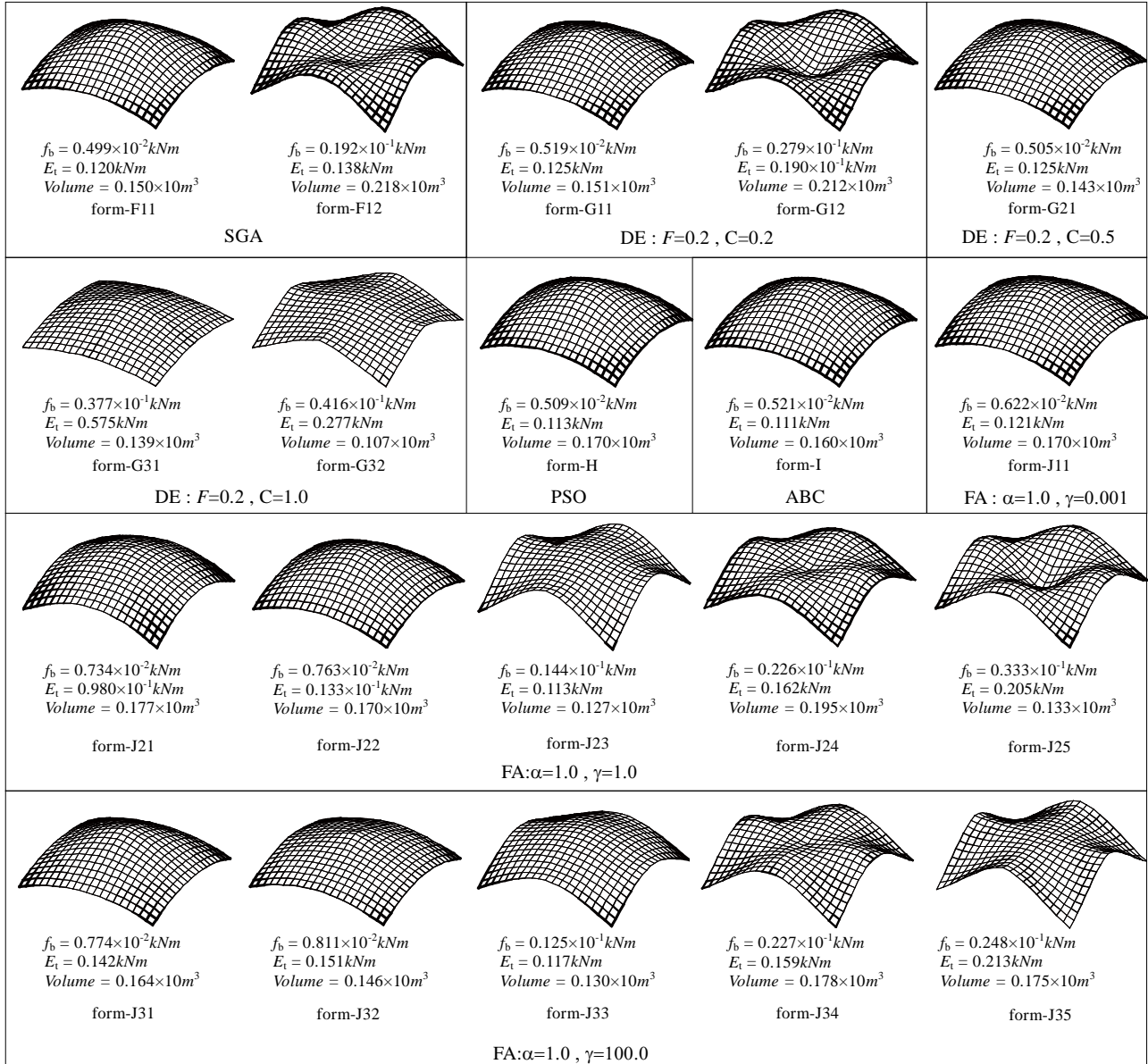


図6 各解法による解形態 (Case-B)

[参考文献]

- 1) 伊庭 齊志, 遺伝的アルゴリズムの基礎 -GA の謎を解く-, オーム社, 2007
- 2) Xin-she yang : *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms*, second edition, Luniver Press, 2010
- 3) R. Storn and K. Price, Differential Evolution -A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous spaces, *Journal Global Optimization*, 11, pp.341-359, 1997
- 4) J.Kenny and R Eberhart : Particle Swarm Optimization ,*Proc. Of IEEE International conference on Neural Network(ICNN)*, IV, pp.1942-1948, 1995
- 5) D. Karaboga, B. Basturk, A powerful and efficient algorithm for numerical

function optimization : artificial bee colony (ABC) algorithm, *Journal of Glob Optimization*, 39, pp.459-471, 2007

- 6) N. Tanaka, T. Honma : Structural Shape Optimization of Free-Form Surface Shell Using Firefly Algorithm, *Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2013, "BEYOND THE LIMITS OF MAN"*, pp.1-8, CD-ROM, 2013.9
- 7) Y. Okita and T. Honma : Structural Morphogenesis for Free-Form Grid Shell Using Genetic Algorithms with Manipulation of Decent Solution Search, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 53(3), pp.177-184, 2012.9

- *1 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻 大学院生
 *2 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻 教授・工博