

## 基調講演

### 2つの新たなソフトコンピューティングツールの提案

石川 芳男<sup>\*1</sup>

中根 昌克<sup>\*2</sup>

吉田 洋明<sup>\*3</sup>

#### 個体ベースモデル

創発的なシステム解析モデル

#### 確率過程最適化法

複雑な多変数最適化問題への新たなアプローチ

- 
- \* 1 教授, 日本大学 理工学部 航空宇宙工学科, 工学博士
  - \* 2 助教, 日本大学 理工学部 航空宇宙工学科, 博士 (工学)
  - \* 3 専任講師, 日本大学 理工学部 精密機械工学科, 博士 (工学)

# 2つの新たなソフトコンピューティングの提案

## 個体ベースモデル：創発的なシステム解析モデル

○中根 昌克\*<sup>1</sup> 石川 芳男\*<sup>2</sup>

キーワード：複雑適応系 環境モデリング 創発システム 空間不均一性

### 1. はじめに

本論で紹介する個体ベースモデルは、系内に存在する局所的な作用をそのままモデル化して、系全体を創発的に記述する数学モデルである。ここでは、それを微生物混合培養系 (microcosm) に適用した例について述べる。個体ベースモデルはもともと cellular automaton (CA) から発想を得ている。CA では空間をセルに分割し、そこに局所作用則を記述することで系を創発する。このセルがもし移動できるとすれば、空間内を生物が移動しそこかしこで相互作用を行っている生態系も記述できるのではないかと考えた<sup>1)</sup>。この個体ベースモデルは、multi agent system と似ており、それと扱い方も似ている。すなわち、複数の行動主体間に相互作用が存在する難しい問題を簡単なルール (局所作用則) のみで解析できる強力なツールである。multi agent system よりも優れている点は、初めから様々な環境条件を拘束として加えることを前提にしており、そのような複雑な問題に対して適用が容易であることである。

個体ベースモデルは、様々な問題に対して適用可能である。例えば、個体を人間個人とし、都市の混雑具合や地形情報 (傾斜など) を環境情報として定式化すれば、都市計画や避難経路探索などの問題にも適用可能だと思われる。

### 2. microcosm について<sup>2), 3)</sup>

microcosm は、数種類の微生物からなる水系生態系で、種の遷移や代謝均衡能などの特性を示す、単純ではあるが丸ごとの生態系である。microcosm は、継代培養を繰り返すかぎり繰り返し実験が可能であり、その実験結果には再現性がある。このため、生物群集の研究や、化学物質 (毒物など) の環境影響評価の研究に利用されている。この microcosm には光の入射と熱の放射、すなわちエネルギーフローが存在する。よって、この系は熱力学的に非平衡であり、いわゆる複雑適応系の典型である。

microcosm の極相期 (最終平衡期) においては、プラスチック底面に、生産者・分解者および消費者で構成された最大 3mm の直径の生物凝集塊 (コロニー) が多数形成される。図 1 は実験におけるコロニーの様子であり、黒い凝集塊がコロニーである。このコロニーは一般的な生態系においても安定に寄与しているといわれているが、長らく数値計算にて再現できておらず、その生態学的な意義も不明確であった。

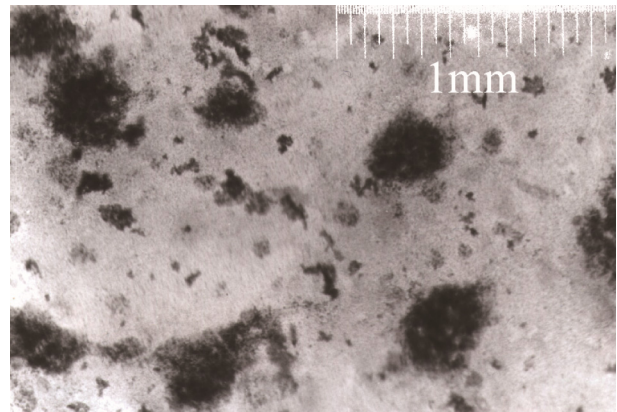


図 1 実験におけるコロニー

### 3. 個体ベースモデルによる microcosm のモデル化

#### 3. 1 系の構成生物

本モデルでは、生産者としての「クロレラ」、分解者としての「バクテリア」、消費者としての「ロティファ」の 3 種類の微生物から成る最小限の食物連鎖システムを構成する閉鎖生態系を想定した。実験においても、これらの 3 種類の微生物のみの相互関係により、ほぼ永続的に共存することが確認されている。シミュレーションにおいても、これらの生物種の個体が、生物種ごとに決められたルールに従って活動することにより系を創発する。

実験では、新しい培地への生物の植え継ぎ時に分解者の栄養である「有機栄養源」を散布する。この初期栄養は、分解者のみが吸収でき、生物に影響を与えない代謝生成物としてモデル化する。

各生物種間の相互作用を図 2 に示す。なお、この図は後に定義する培地モデル内の 1 セル内に全ての生物種および代謝生成物が存在しているとして表示したものである。この相互作用モデルでは、生物種間の直接的な捕食/被食関係のみならず、代謝生成物による環境的要因によっても、生物は影響を受ける。

図 2 に示した相互作用の詳細は以下のとおりである。まず、生産者 (クロレラ) が明期に光合成により増殖し、そのとき代謝生成物 (排泄物) を出す。この代謝生成物は分解者 (バクテリア) の栄養源となるが、生産者自身、および消費者 (ロティファ) には環境毒として働く。分解者は生産者と消費者の代謝生成物を吸収することで主に増殖

し、そのときに代謝生成物を出す。この代謝生成物は、生産者にとっては栄養として、光合成を行っていない暗期に吸収されるが、分解者自身および消費者には環境毒として働く。消費者は生産者と分解者を直接捕食することによって増殖し、そのとき代謝生成物を出す。この代謝生成物は、生産者および分解者双方の栄養源となるが、消費者自身には環境毒として働く。

モデルとした3種の微生物のうち、クロレラは移動を行わないが、バクテリアおよびロティファはフラスコ底面を移動する。しかしながら、バクテリアの移動はロティファのそれに比べ微小であり、適切に計算格子を設定すれば無視することが可能である。そこで、本モデルでは消費者のみ空間の移動が可能であり、生産者と分解者は移動しないとした。

には壁面境界条件を課した。

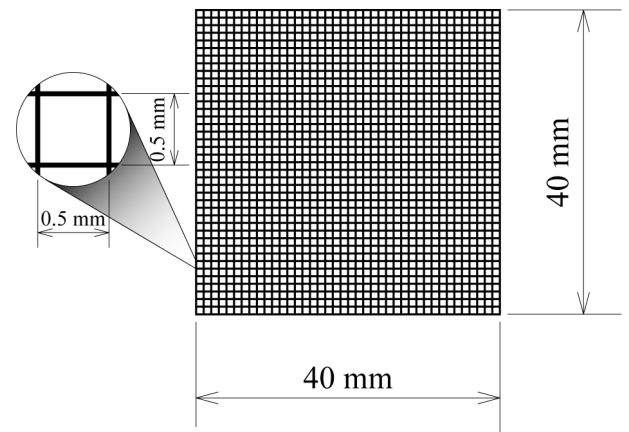


図3 計算に用いる培地モデル

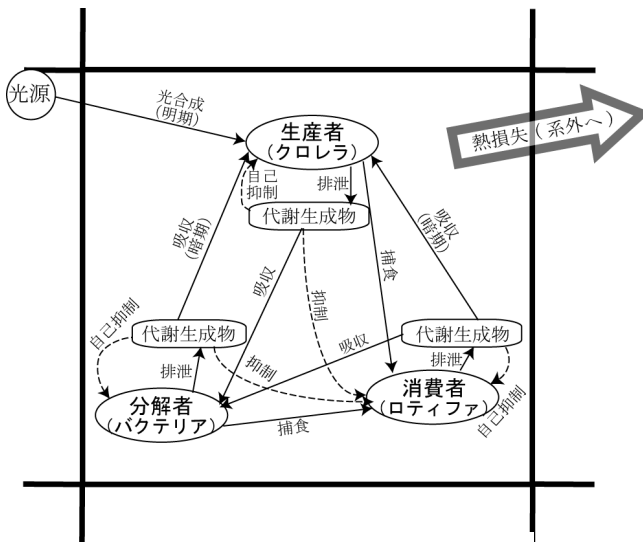


図2 微生物種間の相互作用

### 3.2 計算領域

生物の行動する培地は、実際の系では3次元である。しかし、系の極相期においては、生物はフラスコの底面に分布することが確かめられているため、本数値計算で用いられる培地（計算領域）は、80×80個のセルに分割された一辺の長さが40mmの2次元平面とする。したがって、1つのセルの一辺は0.5mmであり、これは消費者モデルのロティファの体長にほぼ等しく、バクテリアの移動を無視できる大きさである(図3)。また、境界の影響がない十分に広い培地の一部として扱えるように、周期境界条件を課した。

一方、生物の代謝生成物（排泄物など）の物質は3次元的に拡散する。この高さ方向の代謝生成物緩衝効果は系の環境条件に大きく影響する。そのため、物質拡散に関しては計算領域を3次元的に扱い、高さ方向にも60セル(3cm)を設けた。この高さは、実験系における水面の高さと一致している。そして、平面方向には周期境界条件、高さ方向

### 3.3 生物個体のモデル化

#### 3.3.1 個体の行動

全ての生物個体は、単位ステップ内に、決められた活動ルールにのって行動する。全ての個体の行動が終了すると、単位時間（5分）を進めて、再び全ての生物が活動を行う。この単位時間はバクテリアの寿命を基に決定した。各個体の単位時間当たりの活動ルールは以下のとおりである。

- ①各個体が分裂に必要な条件を満たしているかどうかをチェックし、満たしていれば分裂によって増殖する。このとき、新しい個体は、ムーア近傍（現在のセルおよびそれに隣接する8セルの計9セル）の1つにランダムに配置される。分裂の条件については後述する。
- ②各個体は、自種および他種の代謝生成物による抑制作用を受ける。
- ③捕食者である消費者は明暗周期（系には12時間ごとの明期と暗期がある）に関わらず捕食を行う。暗期には、生産者および分解者は他種の代謝生成物を吸収する。明期には、分解者は他種の代謝生成物を吸収するが、生産者は光合成を行う。また、吸収した栄養量に比例して代謝生成物の排泄を行う。
- ④個体が移動可能な種である場合は、「そのタイムステップでの移動回数が最大移動回数に達していない」かつ「③での捕食量および代謝生成物吸収量がその限界値に達していない」とき、その個体は培地上の移動を行う。このとき、ノイマン近傍（上下左右）のセルのどこかにランダムに移動する。移動後、再び①に戻る。
- ⑤基礎代謝による抑制作用（体力損耗）を受ける。

#### 3.3.2 個体の分裂と死滅

個体の分裂および死滅を判断するため、各個体には「体力」と呼ばれる非負値の活動指数を定義した。この体力は生物が持つエネルギーに相当し、いわゆるバイオマスとなる。

この値が0になったときにその個体は死滅し、逆に各個体は一定の体力(分裂体力:  $E_m$ )に達すると分裂増殖を行う。この際、分裂したすべての個体の体力はそれぞれ初期体力( $E_0$ )に初期化される。これらの体力は、死滅と分裂増殖の判定および後述する熱力学的指標の計算にのみ使用される。

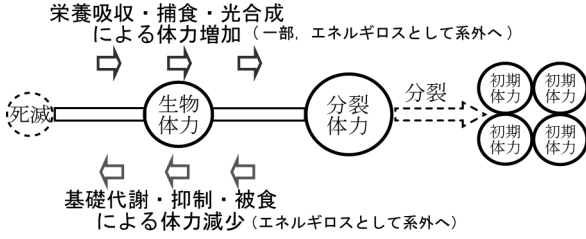


図4 微生物の活動係数(体力)

図4に、体力の増減のルールを示す。各個体の体力は、代謝生成物吸収、捕食、光合成により増加する。このとき、被食された生物はその量に応じて体力を減少させる。また体力は、自分自身および他の生物の代謝生成物による抑制効果、移動、呼吸などの基礎代謝によっても減少する。体力値に比例して代謝能力が変わるといった作用は考えない。一方、ある個体が、捕食/被食、分裂、基礎代謝、移動などの活動をおこなうと、その体力をロスする。このロスを全生物にわたり合計すると、系全体から発生するその時点での熱損失(エネルギーロス)となる。これは温度一定(恒温槽)の環境下では系全体から発生する閉鎖系のエントロピー生成量<sup>4)</sup>と比例する。このエントロピー生成量は、系内の生物活動の激しさを表す尺度と考えることができ、生物がどの程度余力を残して生命活動をしているかの指標となる。このため、これを熱力学的な安定性の指標として使用する。なお、体力の単位である活動指数の1単位(e.u. : energy unit)は、熱量で表すと、 $1 \text{ e.u.} = 9.2 \times 10^{-11} \text{ [kJ]}$ となる。

### 3. 4 計算モデルの定式化およびパラメタ設定

上記のルールを数式(個体ごとの差分方程式)として定式化する。そのとき、

$E_{\alpha a}(i, j, t)$ : セル位置( $i, j$ )、時刻  $t$ における生物種 $\alpha$ の個体番号  $a$ の体力値

$F_{\alpha}(i, j, k, t)$ : セル位置( $i, j, k$ )、時刻  $t$ における生物種 $\alpha$ の代謝生成物量

である。また、添字の $\alpha, \beta$ および $\gamma$ は種を表し、それぞれ  $d$ : 分解者、 $p$ : 生産者、 $c$ : 消費者のいずれかが入る。この差分方程式では、生物の特徴を示す各パラメタ値が後に単位時間にわたっての変化量として求められるため、単位時間当たりの増加分として表記される。

#### 3. 4. 1 生物体力の変化

時刻  $t$  およびセル位置( $i, j$ )における生物種 $\alpha$ の個体番号  $a$

の体力増加分は、以下の式で記述できる(ただし  $k = 1$  はプラスコ底面を表す)。

$$\Delta E_{da}(i, j, t) = Tr_d(C_{dp} + C_{dc})_a - m_{dd}F_d(i, j, 1, t) - D_d \quad (1)$$

$$\Delta E_{pa}(i, j, t) = Tr_p(C_{pd} + C_{pc} + C_{photo})_a - m_{pp}F_p(i, j, 1, t) - D_p \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{ca}(i, j, t) = Tr_c(P_{cd} + P_{cp})_a \\ - (m_{cd}F_d(i, j, 1, t) + m_{cp}F_p(i, j, 1, t) + m_{cc}F_c(i, j, 1, t)) \\ - D_c - b_c M_a \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $Tr_{\alpha d}$ は生物種 $\alpha$ の体力増加率、 $m_{\alpha \beta}$ は生物種 $\beta$ の代謝生成物による生物種 $\alpha$ への抑制係数、 $D_{\alpha d}$ は生物種 $\alpha$ の単位ステップ当たりの基礎代謝量、 $C_{photo}$ は単位ステップ当たりの光合成による栄養吸収量、 $b_{\alpha}$ は生物種 $\alpha$ の1セルの移動による体力減少率、 $M_a$ は個体 $a$ の1タイムステップ当たりの移動量、である。また、 $(C_{\alpha \beta})_a$ は生物種 $\alpha$ の個体 $a$ の、生物種 $\beta$ の代謝生成物吸収量、 $(P_{\alpha \beta})_a$ は生物種 $\alpha$ の個体 $a$ の、生物種 $\beta$ の捕食量であり、以下で表される。

$$(C_{\alpha \beta})_a = \text{Min}[F_{\beta}(i, j, 1, t), (C_{\alpha \beta \text{max}})_a] \quad (4)$$

$$(P_{\alpha \beta})_a = \text{Min}[E_{\beta}(i, j, t), (P_{\alpha \beta \text{max}})_a] \quad (5)$$

ここで、 $(C_{\alpha \beta \text{max}})_a$ は生物種 $\alpha$ の個体 $a$ の、生物種 $\beta$ の代謝生成物最大吸収量、 $E_{\beta}(i, j, t)$ はセル位置( $i, j$ )、時刻  $t$ における生物種 $\beta$ の個体全体の体力値の総計、 $(P_{\alpha \beta \text{max}})_a$ は生物種 $\alpha$ の個体 $a$ の、生物種 $\beta$ の最大捕食量であり、以下のように定義する。

$$(C_{\alpha \beta \text{max}})_a = \frac{F_{\beta}(i, j, 1, t)}{\sum_{\gamma \in Cn_{\alpha}} F_{\gamma}(i, j, 1, t)} C_{\alpha \text{max}} \quad (6)$$

$$(P_{\alpha \beta \text{max}})_a = \frac{N_{\beta}(i, j, t) \cdot E_{0\beta}}{\sum_{\gamma \in Pn_{\alpha}} N_{\gamma}(i, j, t) \cdot E_{0\gamma}} P_{\alpha \text{max}} \quad (7)$$

ここで、 $Cn_{\alpha}$ は生物種 $\alpha$ が吸収可能な代謝生成物種、 $C_{\alpha \text{max}}$ は生物種 $\alpha$ の最大代謝生成物吸収量、 $Pn_{\alpha}$ は生物種 $\alpha$ が捕食可能な種、 $P_{\alpha \text{max}}$ は生物種 $\alpha$ の最大捕食量、 $N_{\alpha}(i, j, t)$ はセル

位置( $i, j$ )、時刻  $t$  における生物種  $\alpha$  の生物数である。これらの捕食や物質吸収にかかわる式は「個体の最大捕食/最大吸収量以下の餌/物質質量ならばそれを全部取り込むが、それ以上の場合には存在比に比例して吸収する」ことを表している。

### 3. 4. 2 代謝生成物濃度の変化

代謝生成物量の変化は「生物の排泄および栄養吸収による変化」と「物質拡散による変化」に分けられる。時刻  $t$ 、セル位置( $i, j, k$ )における生物種  $\alpha$  の代謝生成物濃度変化は以下の式で記述できる。

$$\Delta F_d(i, j, k, t) = \sum_{l=1}^{N_d(i, j, k, t)} \left\{ e_d (C_{dp} + C_{dc}) \right\}_l - \sum_{l=1}^{N_p(i, j, k, t)} (C_{pd})_l \quad (8)$$

$$\Delta F_p(i, j, k, t) = \sum_{l=1}^{N_p(i, j, k, t)} \left\{ e_p (C_{pd} + C_{pc} + C_{photo}) \right\}_l - \sum_{l=1}^{N_d(i, j, k, t)} (C_{dp})_l \quad (9)$$

$$\Delta F_c(i, j, k, t) = \sum_{l=1}^{N_c(i, j, k, t)} \left\{ e_c (P_{cd} + P_{cp}) \right\}_l - \sum_{l=1}^{N_d(i, j, k, t)} (C_{dc})_l - \sum_{l=1}^{N_p(i, j, k, t)} (C_{pc})_l \quad (10)$$

ここで、 $e_d$  は生物種  $\alpha$  の排泄率である。また、 $N_d(i, j, k, t)$  はセル位置( $i, j, k$ )、時刻  $t$  における生物種  $\alpha$  の生物数であるが、底面 ( $k = 1$ ) のときは前述の  $N_d(i, j, t)$  と一致し、それ以外の場合はゼロである。

また水系の生態系であるため、代謝生成物などには拡散作用が働く。この拡散は、通常の拡散方程式にしたがう。

$$\frac{\partial F_\alpha(x, y, z, t)}{\partial t} = D_c \nabla^2 F_\alpha(x, y, z, t) \quad (11)$$

ここで、 $D_c$  は拡散係数であり、一般的な有機物に対する値である  $1.0 \times 10^{-5}$  [cm<sup>2</sup>/s] を用いる。上式は通常を中心差分で、単位時間の最後に解かれる。

### 3. 4. 3 光合成生産量および系全体のエネルギーロス量

本モデルでは、生産者のみが外部よりの光エネルギーを吸収することができる。よって系全体の生産量（エネルギー入力量） $Q_{prod}$  は系内の生産者の数によって決まり、以下の式で記述できる。

$$Q_{prod}(t) = \delta_{light} \sum_{l=1}^{N_p(t)} [C_{photo}]_l \quad (12)$$

ここで、 $\delta_{light}$  は明期に 1、暗期に 0 を取る関数、 $N_\alpha(t)$  は時刻  $t$  の生物種  $\alpha$  の全生物数である。また、系全体のエネルギーロス量  $Q_{loss}$  は以下ようになる

$$Q_{loss}(t) = \sum_{\alpha} \sum_{l=1}^{N_\alpha(t)} \left[ \begin{array}{l} D_\alpha + b_\alpha M_\alpha + \delta_i (E_\alpha - E_{0\alpha} \cdot Dn_\alpha) \\ + (1 - Tr_\alpha - e_\alpha) \cdot \left\{ \sum_{\beta} (C_{\alpha\beta} + P_{\alpha\beta}) \right\} \\ + \sum_{\beta} m_{\alpha\beta} F_\beta(x, y, z, t) \end{array} \right]_l \quad (13)$$

ここで、 $Dn_\alpha$  は生物種  $\alpha$  の分裂数である。また、 $\delta_i$  はその個体が分裂を起こしたときのみ 1 となり、それ以外は 0 となる。上式の各項は、それぞれ「基礎代謝」、「分裂に伴うエネルギー損失」、「基礎代謝および移動に伴うエネルギー損失」、「吸収した体力から生物自身の体力増加分と代謝生成物に変換されたエネルギーを差し引いた残りのエネルギー損失」、さらに「抑制作用により失われたエネルギー損失」を表す。したがって上式は、このロスの全生物にわたる総和が系全体のエネルギーロス量となることを表す。

### 3. 4. 4 計算モデルのパラメータ推定

本モデルで必要となるパラメータ値は、個々の種を単独で培養する分画実験<sup>5)</sup>を基に決定した。その際、ロティファは 1 個体ごとにパラメータを推定しているが、クロレラとバクテリアについては  $10^2$  匹を 1 クラスタとして扱っている。またロティファは、卵を産むことによって増殖する。しかし、本モデルではモデルの簡単化のため、生物の増殖速度は分画実験の実測値を基にロジスティック曲線で近似した。

## 4. 数値計算フローチャート

数値計算のフローチャートを図 5 に示す。ただし、このフローチャートは 1 タイムステップ内のものを示しており、下まで計算が終わると時刻を更新して、再び入口から計算が始まる。

各タイムステップ内では、行動させる生物個体を選択する処理が入っている。これは、何も考えずにループを組むと計算する個体が固定されてしまうからである。そのため、計算結果が個体の行動順序（計算順序）に依存するという個体ベースモデル特有の問題が発生してしまう。そのため、個体が行動する順番をランダムに決めるように数値計算上の工夫をしている。また、実際にはマルチスレッド化して無秩序に計算を行うのが実際の実験系に近くなるはずであるが、計算の再現性が確保できないため、シングルスレッドで計算順序をランダム化している。

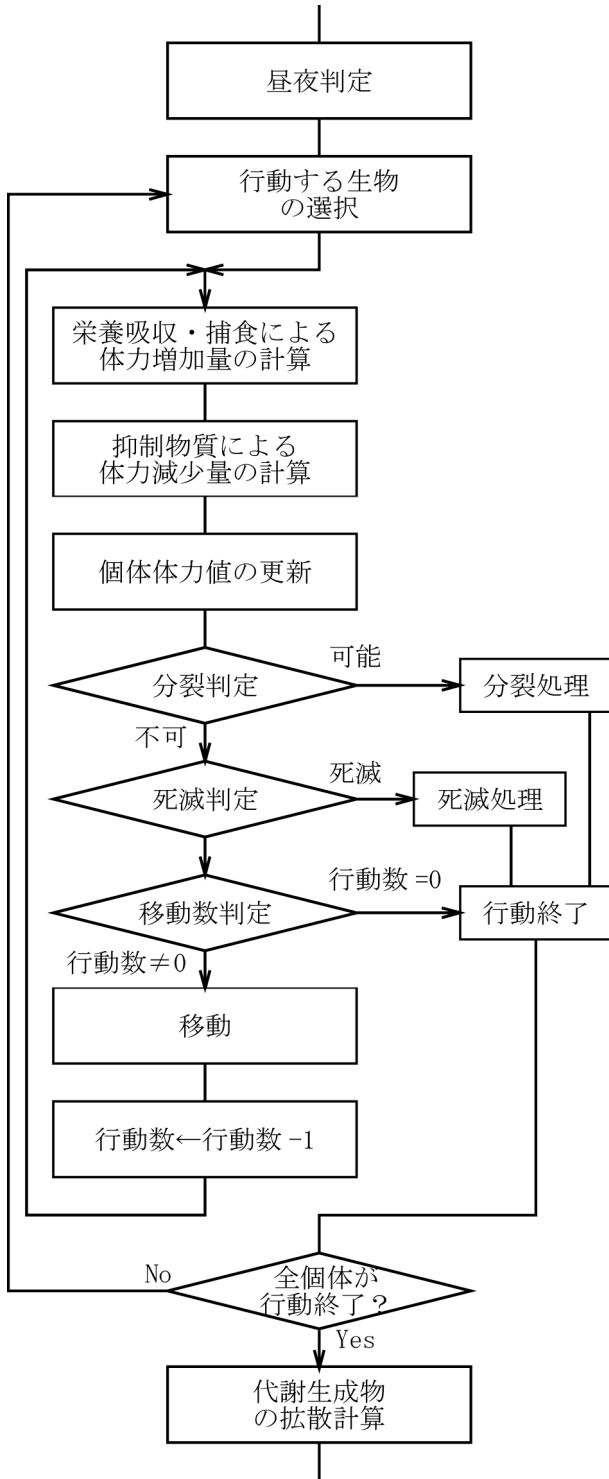


図5 計算フローチャート(1タイムステップ内)

### 5. 計算結果の妥当性検証

数値計算が本当に系全体の振舞いを再現することができるのかを検証するために実験結果との比較を行った。比較は、実験的に計測することが可能である「個体数の時間履歴」、「生物凝集塊(コロニー)の形成」、「攪拌からの再生」の項目について行われた。

### 5. 1 生物個体数の時間履歴

実験系における3種の生物密度の経時変化を図6に示す。実験では、初めにバクテリア(分解者)が培地のポリペプトンを栄養として爆発的に増殖し、それを追ってクロレラ(生産者)とロティファ(消費者)が増殖している。バクテリア、クロレラ、ロティファの個体数はそれぞれのピークを作った後、10日目以降はほぼ同じ値を保ち、この状態が100日以上続いた。

一方、数値計算で得られた個体数の時間履歴を図7に示す。実験結果と比べると、遷移期の生産者の増殖速度が大きく、また定常状態に至るまでの時間が早い、定常状態における各々の生物密度およびその比率は、実験値とほぼ一致していた。このため、調整したパラメタ値が実験値を良く表していると判断した。

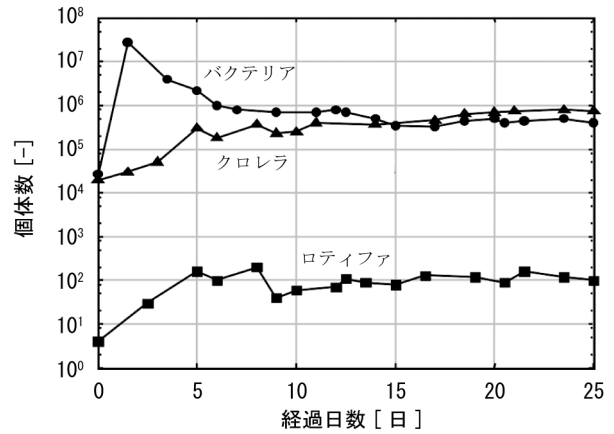


図6 個体数の時間履歴(実験系)

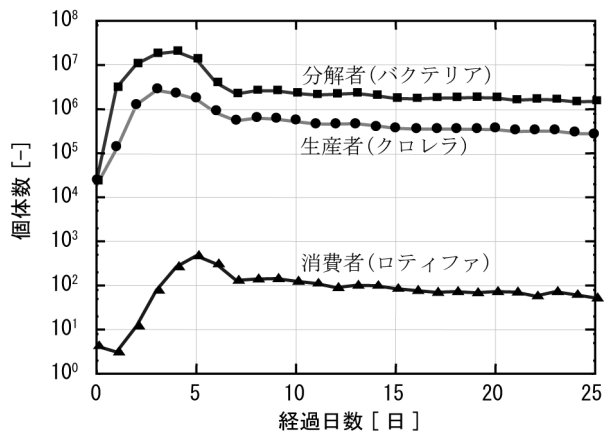


図7 個体数の時間履歴(数値計算)

### 5. 2 生物凝集塊(コロニー)の形成

実験において、培養開始後10日以上経過すると、最大3mmの直径を持つコロニーが多数出現する。数値計算においても、一旦分解者と生産者が培地上全面へ増殖したのちに、島状の不均一な分布に変化した。その様子を図8に示す。

この図8では便宜上3種の微生物を別途に表示しているが、実際には3者は重なり合い共生している。すなわち、分解者と生産者の生物密度の高い位置は互いに一致し、消費者のほとんどは、これらの島状分布の内部に留まっていた。これは、3種の生物が互いに共生していることを意味し、実験結果(図1)と同じである。このため、この島状分布を自己組織化されたコロニーと見なした。これらのコロニーは、時間とともに、ゆっくりと拡大、分離、縮小、消滅の過程を繰り返した。

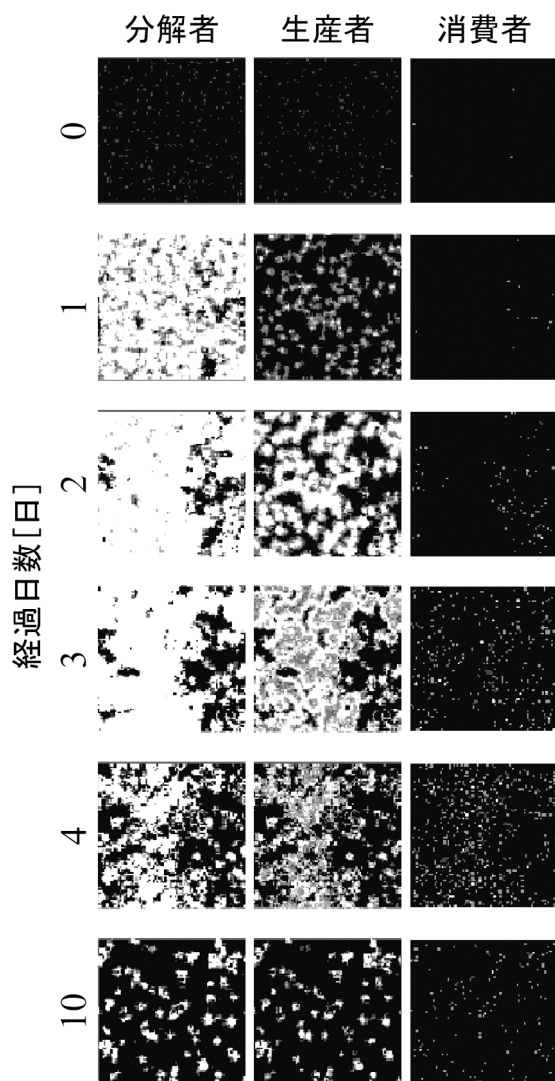


図8 コロニーの形成過程(数値計算)

### 5.3 攪拌からの再生

外乱に対する系の動的反応をみるために、いったん形成された microcosm を攪拌して破壊し、コロニーが再形成される過程を、エネルギーの面から検証した。培養開始より15日目に攪拌を行った結果が図9および図10である。実験における呼吸量(図9)および数値計算におけるエネルギー量(図10)は急激に増加・減少し、そしてほぼ一定となっ

た。そして、系の培地の様相として、コロニーが破壊され、培地上に散り散りになっていた生物たちは、この呼吸量/エネルギー量の減少に連動して、再び凝集しコロニーを再形成していた。

以上のより、個体ベースモデルを用いた数学モデルが実際の microcosm をよく表していると判断した。

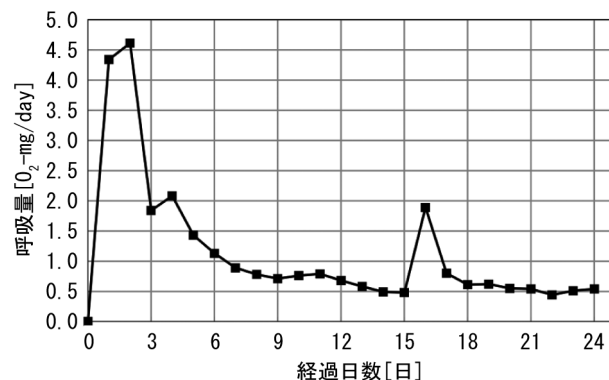


図9 攪拌からの再生(実験系)

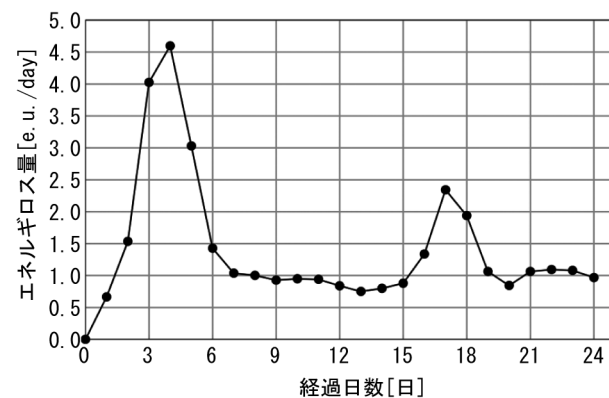


図10 攪拌からの再生(数値計算)

### 6. 数値計算より明らかになったこと<sup>3), 6)</sup>

前節で作成した数値計算モデルを用いて、様々な計算結果を得ることができ、興味深い結論を得てきている。ここでは、それらの中から「コロニー形成時における消費者移動量」と「コロニーを形成できる微生物の組合せ」に関して紹介する。

#### 6.1 コロニー形成時における消費者移動量

コロニーの形成過程は、消費者の探餌活動と捕食活動が大きな影響を持つ。そのため、唯一移動が可能な消費者が、コロニー形成過程において、実際に単位時間あたり何度移動したかをカウントした。その結果を図11に示す。

図11は、(a) 0.0~0.25[day]、(b) 0.25~1.0[day]、(c) 1.0~3.0[day]、(d) 3.0~5.0[day]、(e) 5.0~6.0[day]、および(f) 6.0~7.0[day]の区間に分割したときの、各区間における移動量分布の推移である。

比較的少数の生物個体を培地上にランダムに配置し、計

算が開始された初期の時間区間(a)においては、消費者のほとんどは最大移動数(パラメタとして6と設定されている)で移動する。このことは、エサである分解者および生産者の個体数が少ないため、消費者が十分にそれらを捕食するためには、多くの移動を行う必要があることを示すものと思われる。しかし、培養開始後すぐに、有機栄養源を利用して分解者が爆発的に増えるため、区間(b)においては最大移動数で動く消費者は激減する。この分解者の大増殖に遅れて、区間(c)においては生産者が大増殖する結果、これら2種の生物によって培地は埋め尽くされる(図8参照)。その状況では、捕食のために移動する必要はほとんど無いため、消費者の移動数の値は小さい値となる。その後の区間(d)、(e)、(f)においては、最大移動数で移動する個体数が少しずつ増加する。これは、コロニーの形成がその原因である。すなわち、コロニーが形成された後では、消費者にとってエサが豊富なコロニー内部と乏しいコロニー外部へとエサの環境が2分される。そのため、移動を必要としないコロニー内部のグループと、多くの移動が必要なコロニー外部のグループに消費者も2分されることになる。

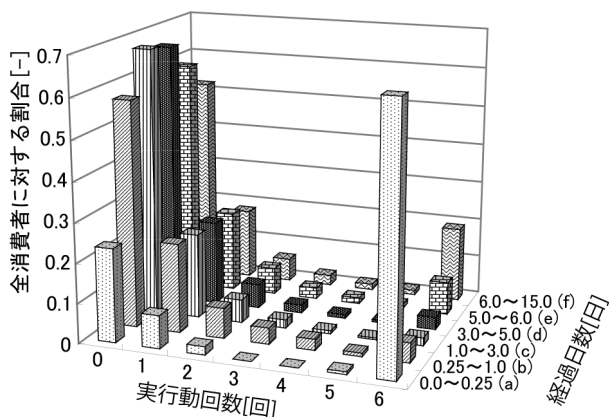


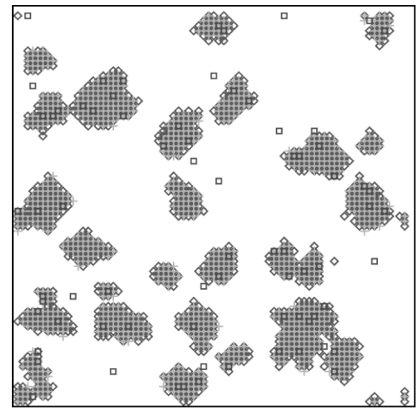
図 11 消費者の行動数の度数分布 (時間変化)  
(数値計算)

## 6. 2 コロニーを形成できる微生物の組合せ

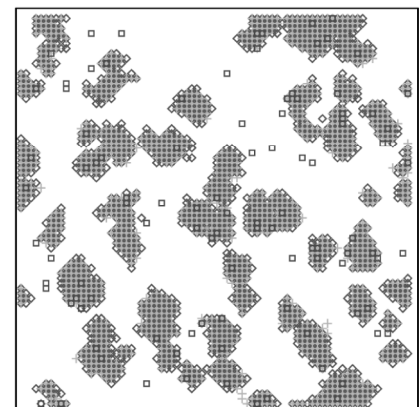
microcosm を構成する3種の微生物間の共生は、それらの生物が有する特性のどのような範囲で可能であるか。これは大変興味深い問題であるにもかかわらず、これまで十分に検討されてこなかった。しかし、我々のモデルであれば生態構造を創発しつつ、パラメタを変更することで生物種を簡単に変更することができる。ここでは、生産者の栄養吸収速度のみを変化させた場合、および複数の生物種の栄養吸収速度を変化させた場合について述べる。

生産者のエネルギー吸収速度を増加させた場合には、図12に示すように全ての個体数が増えていき、最終的には培地上全体に生物種が存在する状況が発生した。この図12では、生産者、分解者が存在するところにプロットが存在し、

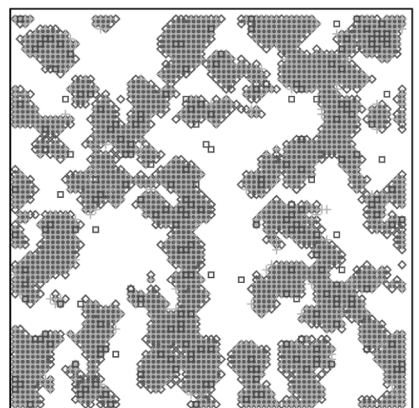
1.00



1.20



1.50



2.00

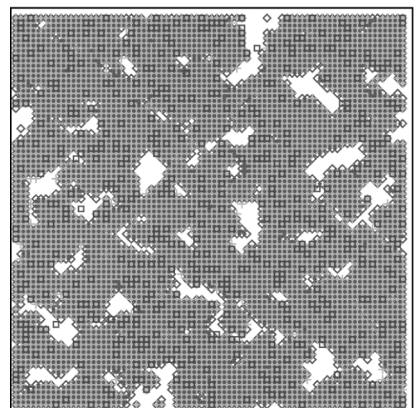


図 12 生産者栄養吸収速度を増加させた場合の培地の様子。数値は、速度の基準値に対する比



図中の□印は消費者を表す。図の左の数値は、計算を行った生産者の栄養吸収速度と基準となるそれとの比である。これは、系内に莫大な栄養が供給されるようになるため、コロニーのような生態構造を構成しなくても生物たちが共存できるためであり、栄養が多くありすぎる湖で藻やバクテリアが大量発生する状況と同じである。分解者や消費者の栄養吸収速度の計算結果などと総合して、生産者の栄養吸収速度 1.2 倍まではコロニーが形成されたと判断し、それ以上ではマット状に広がりコロニーが形成されなかったと判断した。

複数種の生物の栄養吸収速度を同時に変化させた場合を計算した。図 13 は、生産者および消費者の栄養吸収速度を変化させた場合の結果である。

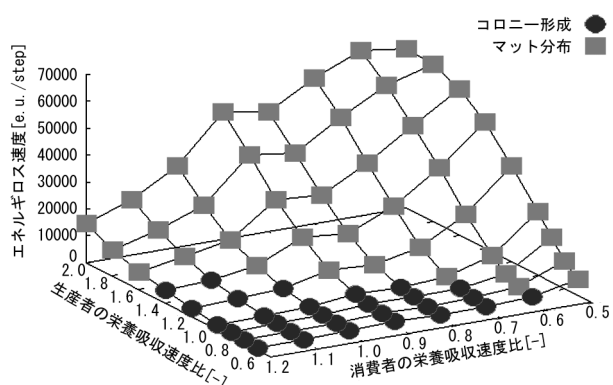


図 13 コロニー形成領域 (栄養吸収速度変化)

図 13 より、栄養吸収速度を変化させた場合には、系のエネルギー流速の値の変化幅が小さい。また、消費者の栄養取込速度を変化させても、エネルギー流速にほとんど差が見られない。すなわち、コロニーを形成するかどうかの相転移の条件に、消費者の最大栄養取込速度はほとんど影響しないといえる。

なおこの図 13 は、バクテリア、クロレラ、およびロテイファの組み合わせのみならず、両者に似た機能を有する異種の生物であっても、この領域内の組み合わせであれば、3 種の生物がコロニーを形成し安定した共生を保つことができることを示すものである。

## 7. まとめ

本論では個体ベースモデルと呼ぶ、1 つ 1 つの行動主体をそのままモデル化して、系全体を創発的に作成する数学モデルを紹介し、それを微生物混合培養系(microcosm)に適用した例を示した。そして、その計算結果が microcosm をよく模擬していることを述べたのち、数値計算から明らかになった事項を述べた。現在までに、本章で述べた結果以外にも、多くの有意義な結果を得ている<sup>7-10)</sup>。

個体ベースモデルはもともと cellular automaton から発想を得ているが、この数学モデルは multi agent system とほぼ

同等となった。そのため、今回は microcosm に適用したが、別の様々な系に対しても適用することができる。例えば、個体を人間や建物とし、都市の混雑具合や地形情報を微生物系での排泄物濃度のような形で定式化すれば、都市計画や避難経路探索などの問題にも適用可能だと思われる。

このように個体ベースモデルは、複数の行動主体に相互作用が存在しさらにそこに様々な環境条件が拘束として加わるような難しい問題を、簡単な局所ルールのみで解析できる強力なツールとなりえる。

## [参考文献]

- 1) 石川芳男、東海林直哉、杉浦 桂：人工生命理論による微生物生態系でのコロニー発生のシミュレーション。CELSS Journal、Vol. 9、No. 1、pp. 5-12、1996
- 2) 村上篤美、木下 実、石川芳男、吉田洋明、杉浦 桂：マイクロコズムの数学モデル (第 1 報) —コロニーの形成過程。Eco-Engineering、Vol. 16、No. 2、pp. 161-170、2004
- 3) 中根昌克：個体ベースモデルを用いた微小生態系の解析、日本大学博士論文、2008
- 4) Prigogine, I. : Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes、Wiley、1961
- 5) Kawabata, Z. and Kurihara, Y. : Computer simulation study on the nature of the steady state of the aquatic microcosm、Science Reports of the Tohoku University Fourth Series、Vol. 37、pp. 205-218、1987
- 6) 村上篤美、木下 実、石川芳男、吉田洋明、杉浦 桂：マイクロコズムの数学モデル (第 2 報) —コロニーの形成条件、系の安定性および効率、Eco-Engineering、Vol. 16、No. 2、pp. 171-180、2004
- 7) 中根昌克、王丸哲文、石川芳男、杉浦 桂：マイクロコズムの数学モデル (第 3 報) —系の多様性とその安定性、Eco-Engineering、Vol. 20、No. 1、pp. 19-25、2008
- 8) 石川芳男、杉浦 桂、中根昌克、王丸哲文：生態系における共存への自己組織化、科学基礎論研究、Vol. 36、No. 2、pp. 15-22、2009
- 9) 王丸哲文、中根昌克、石川芳男、杉浦 桂：マイクロコズムにおける消費者の増殖速度と系のエントロピー生成量との間に見られる相転移現象、Eco-Engineering、Vol. 21、No. 2、pp. 75-79、2009
- 10) 寺尾卓真、中根昌克、石川芳男、杉浦 桂：化学物質による生物の増殖速度の変化がマイクロコズムのエントロピー生成速度と物質循環構造に与える影響、Eco-Engineering、Vol. 25、No. 4、pp. 100-108、2013

\*1 日本大学理工学部航空宇宙工学科 助教 博士(工学)

\*2 日本大学理工学部航空宇宙工学科 教授 工博

# Individual Based Model

An Emergent Model for system Analysis

○Masakatsu NAKANE\*1      Yoshio ISHIKAWA\*2

Keywords: Complex adaptation system, Environment modeling, Emergent system, Spatial un-uniformity

**Summary:** Ecosystems in Nature are closed systems except an incidence of light and radiation of heat. Microcosm treated here is a minimal ecosystem containing three classes of organisms; chlorella as a producer, bacteria as a decomposer, and rotifer as a consumer. Especially, it is known that ecological structures, i.e. colonies, are generated at their mature stage. It is thought that the formation of colonies is important for effective material circulation and stability of the ecosystem. Therefore, the formation of colonies in a simulation model is critically important. Then, we have proposed Individual-Based- Model which is based on Cellular-Automaton method. It gives local rules of food chain and interaction between organisms including predator-prey relationship, and suppression and self-suppression through metabolites. It enables an emergence of the overall ecosystem only by these local rules, and it was possible to reproduce colony generation. Also a time transition of population of each microorganism corresponded to the experimental results very well.

---

\*1 Assistant Professor, Department of Aerospace Engineering, Nihon University, Dr.Eng.

\*2 Professor, Department of Aerospace Engineering, Nihon University, Dr.Eng.

# 2つの新たなソフトコンピューティングの提案

## 確率過程最適化法：複雑な高次元最適化問題への新たなアプローチ

○吉田 洋明\*1 石川 芳男\*2

キーワード：最適化 確率過程 高次元 動的設計変数

### 1. はじめに

確率過程最適化法（Stochastic Process Optimization Technique、SPOT）は、解空間の構造が複雑で大局解を求めることが困難な最適化問題に対応するために、確率論を導入した新しい最適化手法である。

これまでも、確率論的な考え方を導入した最適化手法としてシミュレーテッド・アニーリング（SA）や遺伝的アルゴリズム（GA）などが提案されている。

しかし、これらの手法は確率的ゆらぎを利用して広範かつ複雑な解空間を効率的に探索して最適解を発見しようとするものである。したがって、これらの手法における確率過程は、あくまで便宜的なものであり、計算過程において現在の解から次の探索点を決定するための探索の指針として導入されるに過ぎない。これらの手法では、冷却スケジュールやGA演算により、大局解に解を収束させることを唯一の目標とし、計算の過程で生成された解が省みられることはない。

物理学において古典力学が形成された19世紀当時、物理学者は系を統計的に捉えるのは、多粒子系を、微分方程式を解いて厳密に扱うことができないという事情による、一種の方便だと考えていた。系のエネルギーなどを期待値として計算するのは、厳密解を得る方法がないためだと考えていた。一方、20世紀初頭に成立した量子力学によれば、微視系は本質的に確率過程である。たとえば1粒子系であっても粒子の軌道には確率的ゆらぎがあり、あらかじめ理論的に予測可能なのは軌道の確率平均すなわち期待値のみである。各時刻毎の確率分布の頂点の連なりに相当する古典軌道は、確率の最も高い軌道であるに過ぎず、古典軌道もやはりある確率でしか出現しない。いわゆる経路積分法は、この軌道の期待値の計算をファインマンが多重積分の形で定式化したものである。本手法は、この経路積分法に着想を得て定式化されたものである。

SAやGAで導入された確率過程は、大局解を解の探索によって求めるためのあくまで便宜的なものであったのに対して、本手法では、系の確率的な振る舞いをより本質的に捉え、大局解の近似解を得ようとするものである。

通常、工学的な最適化問題は確定論的であるが、本手法ではこれを確率論的に扱う。つまり、様々な解が評価値に比例する確率で存在するものとして、これらの解の

全ての重ね合わせで最適解を表現する。したがって、最適解は期待値として求められることになり、これは近似解である。従来の最適化手法は厳密解を求めようとするものであるが、本手法は原理的に近似解を得る手法である。また、従来の手法は原理的には厳密解が得られるはずであるが、数値計算によってこれを実現するため、結果として得られる解は近似解となる。したがって、本手法も他の手法も得られる解は近似解であると言えるが、その意味するところは本質的に異なる。

### 2. 確率と最適化

物理量を測定するとき、例えば円柱の直径を測定する場合などでは、直径を何度か測定し、その平均値をもって直径とすることが行われる。これは、物理量を測定する場合には、その測定値には誤差が含まれており、測定値は真値をピークとして、その周辺に確率的にばらついていると仮定できるからである。

この確率的なばらつきは、確率密度関数で表すことができる。例えば次のような確率密度関数  $p(x)$  があつたとする。

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-5)^2\right\} \quad (1)$$

これをグラフで示すと図1となる。

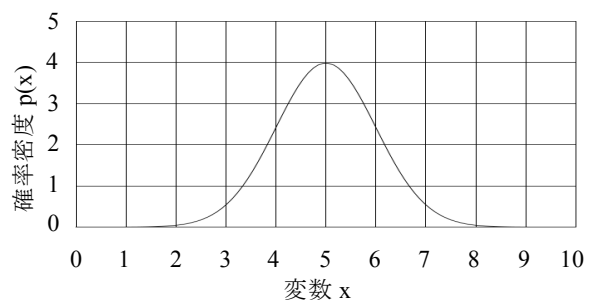


図1 式(1)で表わされる確率密度

この確率密度関数は、 $x=5$ を中心として左右対称で、 $-\infty \sim \infty$ に広がっている関数であり、 $x$ は連続な値を採る変数であるとする。

このグラフの下側の面積を全て積分すると、それは変数  $x$  が  $-\infty \sim \infty$  のどこかの値をとる確率、つまり1になる。そして、変数  $x$  が3から4の間の値をとる確率は、このグラフの3から4の下側の面積になることを示して

いる。

この関数の期待値すなわち確率的な平均値は次のような積分によって求めることができる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x \exp\left\{-\frac{1}{2}(x-5)^2\right\} dx \quad (2)$$

この式はガウス積分を利用して積分することができ、期待値は5である。つまり、確率密度関数のピークすなわち最も確率が高くなる変数値と一致するのである。実はこの確率密度関数は、期待値5、標準偏差1の正規分布であった。

さて、この変数  $x$  が最適化問題において最適化すべき設計変数であったとして、評価関数値が最も良い場所が確率分布の最も高い場所であったら、この設計変数の期待値は評価関数の最も良い場所、つまり最適解に一致するのである。したがって、最適化問題を確率現象におき換え、その期待値を求めれば、最適解を得ることができるのである。ただし、確率密度関数の形がいびつであったら、期待値は最適解に正確には一致しないから、期待値は最適解の近似解ということになる。

### 3. 確率過程最適化法

#### 3. 1 原理

古典力学における物体の運動は、最小作用の原理から、作用積分と呼ばれるラグランジアン<sup>1)</sup>の時間積分を最小とすように定められる。正確には、作用積分の1次の変分が0となる運動が古典力学的に唯一認められる運動であり、これは変分法によって求めることができる。そして、それはニュートンの運動方程式の解に一致する。1次の変分が0となるのは与えられた汎関数が極値をとる条件であり、汎関数の最小値が満たすべき条件でもある。よって、評価関数値を最小とする解を求める最適化手法は、この変分原理に基づいて発展してきた。

さて、上述したように、ニュートン力学（古典力学）で扱われる運動は、作用積分の1次の変分が0となる運動であり、これはニュートンの運動方程式の解と一致していた。これを最小作用の原理と呼ぶ。したがって、古典力学に基づく運動（ニュートンの運動方程式の解）は、作用積分を最小とする運動として一意的に定められる。しかし、20世紀初頭に成立した量子力学によれば、光子や電子のように確率的に振る舞う粒子の運動は、そのように一意的に定めることはできない。ただし、古典論的な光の扱いでは、光の進む経路はフェルマーの原理として知られているように、2点間を最短時間で移動する経路である。これを正確に言えば、経路の1次の変化に対する時間の変化が0となる経路である。これは、前述の古典力学の場合と同様に、光でも古典論的扱いの範囲では、適当な汎関数の最小値が満たすべき条件から、その経路が定まることを意味している。しかし一方、量子力

学においては電子のみならず光も光子と呼ばれる確率的に振る舞う粒子であり、確率的な粒子は様々な経路を確率的に採り得るため、古典力学的な場合とは異なり、一意的にその経路を定めることはできない。量子力学では、経路の期待値のみを定めることが可能であり、それは経路積分法によって求めることができる。期待値は確率的な平均であり、発生確率の高い経路ほど期待値への寄与は大きくなる。ある経路をとる確率は前述の作用積分によって定まり、作用積分の値が最も小さくなる経路すなわち古典力学的経路をとる確率が最も高くなる。そして、この古典力学的経路の近傍にある経路では、経路の違いによる作用積分の値の変化が小さく、この経路の期待値への寄与は大きい。しかし、古典力学的経路と大きく異なる経路では、この経路をとる確率は大幅に小さくなり、この経路の期待値への寄与はほとんど無い。したがって、期待値への寄与が大きい経路とは、古典力学的経路とこの経路の近傍にある経路群のことに他ならない。言い換えると、期待値への寄与が大きい経路とは、経路の変化に対する作用積分の1次の変分が0に近い経路である。つまり、経路の期待値は、1次の変分が0すなわち最小作用の原理を満たす経路の近似値であることが期待できる。したがって、古典力学の考え方に対応する変分原理に基づいて従来の最適化手法が構成されていたのと同様に、量子力学の経路積分法に対応させて確率分布で表される系に対して最適化手法を構成したものが SPOT<sup>2)</sup>である。

#### 3. 2 経路積分法と最適化

経路積分法の考え方を最適化手法へ応用するこの発想は、量子力学的運動と古典力学的運動との関連から得られたものである。20世紀初頭に成立した量子力学は、プランク定数が有効に働く微視的系においては、粒子の振る舞いが背後にある波動関数を通して確率論的に表現されることなどを明らかにした。古典力学では粒子の運動は因果的であり、初期条件を指定すれば粒子の運動は一意的に定まる。一方、量子力学で定まっているのは粒子の取り得る様々な状態の確率であり、この確率に基づく物理量の期待値は、正しく実験結果と一致する。古典力学で定まる軌道は波動関数を決定する上で最も大きな寄与をもたらす軌道であり、量子論ではそれ以外の多くの軌道も量子状態と関係している。形式的には、古典力学の運動方程式は、量子力学の期待値の意味で成立しており、その解が古典軌道に近いものを与えることもある。一方、量子力学の定式化において経路積分と呼ばれる手法があり、量子力学の様々な問題を解析する上で、有力な手段となっている。そこで、この量子力学の期待値と古典軌道の関係に注目し、さらに経路積分法の考え方を最適化手法へ応用しようとするのが、本手法の発想の基礎となった。

最適化問題において、最適解をピークとする評価関数値に比例する確率分布を設定することで、様々な解を最適解の周辺に連続的に分布させることができる。このような確率分布の下では最適解の近似解が期待値として表されることになる。本手法は、この期待値を求めることで最適解の近似解を得ようとするものである。したがって、本手法には従来の最適化手法のような解の探索過程はいっさい含まれていない。その代わり数値計算においては、評価関数値がよい解ほど高い頻度でこれを発生させるメカニズムを用いる。そして、こうして得られた様々な解とその確率の全てを用いて期待値を計算することで最適解の近似解を求める。

ファインマンは 1948 年、量子力学を経路積分法と呼ばれる多重積分形式で再定式化した。経路積分法では、時刻  $t_0$  から  $t_f$  までの粒子の一次元運動を考える際、時刻  $t_0$  の粒子の位置  $x_0$  と時刻  $t_f$  の粒子の位置  $x_f$  で定まる遷移の確率振幅  $P(x_f, x_0)$  を問題にする。この確率振幅は、中間時刻  $t_0 < t_1 < \dots < t_N (= t_f)$  を経由する確率振幅  $P(x_N, x_{N-1}) \dots P(x_2, x_1) P(x_1, x_0)$  と次の関係で結ばれる。

$$P(x_N, x_0) = \int P(x_N, x_{N-1}) \dots P(x_1, x_0) dx_{N-1} \dots dx_2 dx_1 \quad (3)$$

ファインマンが示したのは、時間の分割数が大きくなり  $x_i$  と  $x_{i-1}$  の間隔が小さくなった極限で

$$P(x_i, x_{i-1}) \approx \frac{1}{A} \exp\left(i \frac{S_i}{\hbar}\right) \quad (4)$$

となることである。ここで、 $A$  は確率の総和を 1 とするための規格化定数であり、 $\hbar$  はプランク定数である。また、 $S_i$  は系のラグランジアン  $L$  から求まる作用関数で

$$S_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} L(x, dx/dt) dt \approx L(x_i, dx_i/dt) \Delta t \quad (5)$$

である。式(3)で、時間の分割数を大きくとった極限は、 $x_0$  から  $x_f$  に至る全ての経路にわたる積分の意味を持ち、

$$P(x_f, x_0) = \int_{x_0}^{x_f} e^{\frac{iS}{\hbar}} [dx] \quad (6)$$

$$S = \int_{t_0}^{t_f} L(x, dx/dt) dt, \quad [dx] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{A^N} \prod_{i=1}^{N-1} dx_i$$

の形に書かれて、遷移確率振幅の経路積分表示と呼ばれる。経路積分法によれば、たとえば、時刻  $t_i$  における粒子の位置  $x_i$  の期待値は、

$$\langle x_i \rangle = \int_{x_0}^{x_f} x_i \exp\left(i \frac{S}{\hbar}\right) [dx] \quad (7)$$

あるいは、有限分割の形に戻って、

$$\langle x_i \rangle = \int \dots \int x_i P(x_N, x_{N-1}) \dots P(x_1, x_0) dx_{N-1} \dots dx_1 \quad (8)$$

となる。

さて、式(3)あるいは(8)に表れる  $P(x_i, x_{i-1})$  は、量子力

学の遷移確率振幅であり、通常確率過程で扱われる遷移確率ではないが、技術的には、両者は次のように関係づけられる。まず、作用積分に表れる物理的な時間変数  $t$  を、

$$t = -i\tau, \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (9)$$

と純虚数に解析接続し、 $\tau$  を実数の順序付けのパラメータと考え直すと

$$S = i\bar{S} = i \int_{\tau_0}^{\tau_f} \bar{L}(dx/d\tau, x) d\tau \quad (10)$$

となる。 $\bar{S}$  はユークリッド時間での作用積分と呼ばれる。この形を遷移の確率振幅の式(4)に代入すると、

$$P(x_i, x_{i-1}) \approx \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{\bar{S}_i}{\hbar}\right) \quad (11)$$

となり、式(7)は統計力学における古典確率の期待値の意味となり、また式(3)は確率過程におけるコルモゴロフ-チャップマンの方程式に帰着する。

このような背景の下に、SPOT は作用積分  $\bar{S}$  を形式的に評価関数  $I$  で置き換えることにより、最適解の近似解を期待値として求める新たな最適化手法として定式化されている。

式(8)に示すように、経路積分法においては、期待値  $\langle x_i \rangle$  を求めるための多重積分は、 $t = t_0, t_1, \dots, t_N$  のように離散化された各時刻毎に実行される。すなわち、図 2 に示すような  $x_0$  から  $x_N$  に至る 1 次元運動を例にとると、この多重積分は、 $N$  個に分割された時間軸上の各時刻  $t_i (0 < i < N)$  において生成された無数の点座標  $x_i$  (これらの点を時間方向に短直線で結べば無数の経路が発生する)について  $x$  方向に足し合わせることを意味している。また、生成される経路の数が無限であることを前提としているため、一般には  $\langle x_i \rangle$  は多重和ではなく多重積分で表現される。

この期待値の計算について、さらに詳しく説明する。図 2 のように、各時間分割点上で任意に選ばれた 1 点を時間方向に結ぶことによって得られる 1 本の経路  $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$  の発生確率は、固定された両端を除く  $N-1$  変数の確率分布  $P(x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$  に従う。このとき、この確率分布から定まる確率を可能なあらゆる場合について足し上げれば 1 となるが、一般にこの確率分布は変数分離形ではないため、 $P$  の中には時間の分割点に対応する変数  $x_1, x_2, \dots, x_{N-1}$  が現れる。したがって、これは単純な 1 重積分ではなく、次式のような多重積分で表現される。

$$\int \dots \int P(x_1, x_2, \dots, x_{N-1}) dx_1 dx_2 \dots dx_{N-1} = 1 \quad (12)$$

ただし、積分区間は各変数が取り得る範囲とする。また、各変数  $x_i$  は各時間分割点上での位置を表していたから、上式における変数の取り得るあらゆる場合とは、可

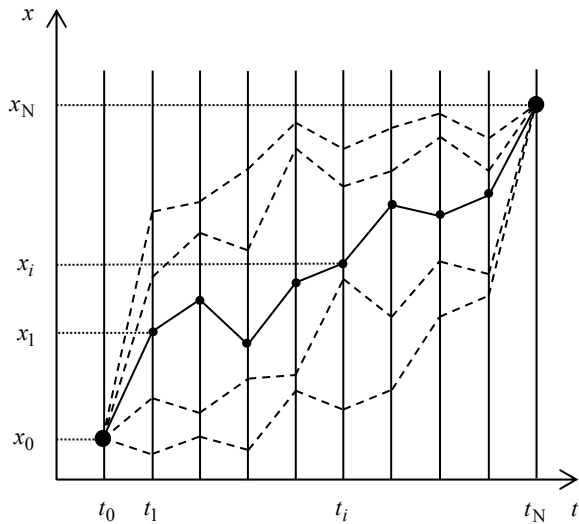


図2 変数の時間履歴

能な全ての経路をカバーすることを意味することになる。

したがって、上式の確率の定義により、時刻*i*における変数  $x_i$  の期待値  $\langle x_i \rangle$  は次式ようになる。

$$\langle x_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot P(x_1, x_2, \dots, x_{N-1}) dx_1 dx_2 \cdots dx_{N-1}$$

$i = 1 \sim N-1$  (13)

これは、時刻*i*における位置  $x_i$  の期待値が時刻*i*における位置  $x_i$  だけでなく、 $x_i$  を含む可能な全ての経路とその確率によって表現されることを示している。

したがって、経路の期待値とは、次式のように各分割点毎に計算された位置情報についての期待値からなる点列である。

$$\{ x_0, \langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \dots, \langle x_{N-1} \rangle, x_N \}$$
 (14)

そして、もしこれが古典力学的粒子の運動であり、この経路の確率分布が式(5)に示した作用積分に基づいて定められた式(11)であるならば、式(14)の期待値で表された経路は、式(5)の作用積分を最小とする古典的経路の近似解となる。

この期待値列によって表された経路について、もう少し説明を加える。図3のようにある経路  $\mathbf{x}$  が存在し、この経路と時刻*i*における位置のみが異なる経路  $\mathbf{x}'$  が存在しているとす。そして、それぞれの経路の存在確率が  $P$  および  $P'$  であり、両者の関係が  $P > P'$  であると仮定する。このとき、 $x_i$  と  $x'_i$  の位置の違い以外はその経路も同じであるが、上の仮定により経路の存在確率が両者で異なるため、式(8)に示した期待値の式から、この点を含む経路部分以外の経路は共通でも、経路  $\mathbf{x}$  を選んだ場合の方が位置  $x_i$  以外は全く同じ位置であるにもかかわらず、全ての位置で期待値への寄与は大きい。

したがって、経路を示す期待値列であるところの式(14)の各要素には、期待値の式(8)が示すように、経路全

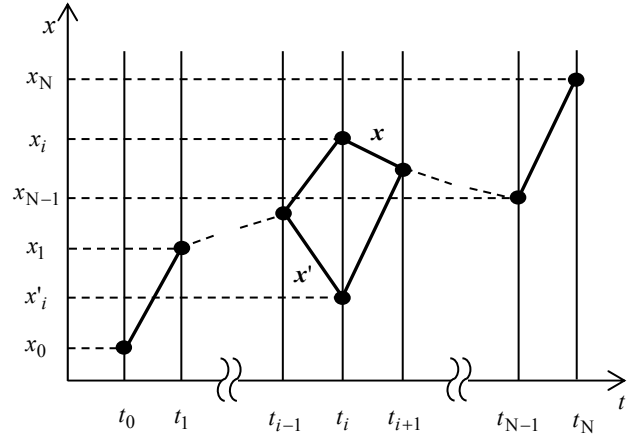


図3 1カ所だけ異なる2つの経路

体の挙動が反映されている。

以上のように、経路積分法によって作用積分  $S$  を最小とする解の近似解が得られるのであるから、この作用積分  $S$  を問題毎に決まる任意の評価関数  $I$  で置き換えれば、経路積分法の考え方に基づいて期待値を求めることで、最適解の近似解を得ることができる。

### 3. 3 定式化

経路積分法の考え方では、式(5)で定義される作用積分  $S$  によって確率分布が定まり、これを最小とする経路が最も高い確率で存在していた。そして、経路積分法によって求められた期待値は、この作用積分を最小とする経路の近似解となっていた。そこで、式(5)の作用積分  $S$  を任意の評価関数  $I$  で置き換えることで経路積分法の考え方を最適化手法として定式化する。作用積分  $S$  を任意の評価関数  $I$  に置き換えることで、経路積分法の考え方に基づいて得られた解は、評価関数値を最小とする解の近似解となる。

ここではまず、基本的な定式化を行い、続いて一般的な工学的最適化問題に適用する方法を示す。

まず基本的な定式化を行うために、前節の経路積分法では粒子の位置であった  $\mathbf{x}$  を最適化すべき設計変数と読み替える。最適化すべき  $N$  個の設計変数を要素とする設計変数ベクトルを  $\mathbf{x}$ 、任意の評価関数を  $I(\mathbf{x})$  として確率分布の式(11)の代わりに確率分布  $P(\mathbf{x})$  を次式のように定義する。

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{A} \exp\left(-\frac{I(\mathbf{x})}{h}\right)$$
 (15)

ただし、 $A$  は確率の総和を1とするための規格化定数であり、次式で表すことができる。

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{I(\mathbf{x})}{h}\right) D\mathbf{x}, \quad D\mathbf{x} = dx_1 dx_2 \cdots dx_N$$
 (16)

確率分布を式(15)のように定義することにより、評価関数値が最も小さい解すなわち最適解でその確率がピークとなり、それ以外の解はその周辺にある幅で分布する

ことになる。つまり、最適化問題を最小値問題として定式化してある。このとき、前節の経路積分法における確率分布の式(11)ではプランク定数であった $h$ は解のゆらぎを与える任意のパラメタ $h$ となる。すなわち、 $h$ は確率分布 $P(\mathbf{x})$ の幅の大きさを定めるパラメタであり、 $h$ が大きい場合は広く緩やかな分布を、また小さければ狭く急峻な分布を与える。実際の数値計算では、この $h$ の値を具体的に与える必要がある。具体的に示すと、最適解を $\mathbf{x}^*$ 、ある任意の解を $\mathbf{x}'$ とすれば、確率分布上での両者の比は次式のようにあらわされる。

$$\frac{P(\mathbf{x}')}{P(\mathbf{x}^*)} = \frac{\frac{1}{A} \exp\left(-\frac{I(\mathbf{x}')}{h}\right)}{\frac{1}{A} \exp\left(-\frac{I(\mathbf{x}^*)}{h}\right)} = \exp\left(-\frac{I(\mathbf{x}') - I(\mathbf{x}^*)}{h}\right) \quad (17)$$

つまり、この $h$ の値を小さく設定することで、僅かな評価値の差が確率分布の上では大きな差となって表れることになる。したがってこの $h$ を小さく設定することで、最適解が極端に大きな確率を有する反面、その他の局所解では非常に小さな確率しか有さないために、期待値は局所解の影響をほとんど受けることなく大局解の近似解となることがわかる。

以上から、最適解の近似解である期待値は前節の経路積分法における期待値の式(8)に従い次式で表される。

$$\langle x_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot P(\mathbf{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_N, \quad i=1, \dots, N \quad (18)$$

ここで、上式の積分範囲が $-\infty \sim \infty$ になっているのは、前節で述べた経路積分法を踏襲しているためである。実際の積分範囲は、それぞれの変数が取りうる上下限値の範囲である。

以上のように、経路積分法から最適化手法への定式化は、作用積分 $S$ を任意の評価関数 $I(\mathbf{x})$ に置き換えることで形式的に行われた。しかしこの置き換えによって定式化された最適化手法は、従来の考え方を大きく変更するものである。従来の最適化手法は、最適解を解空間内の探索によって得ようとするものであり、解空間内での効率の良い解探索を目指したものであった。しかし本手法は、最適解の近似解が式(18)の多重積分によって表されているように、解空間内で解の探索を行うものではない。本手法では、確率分布を式(15)に示したように評価関数に比例して定まるように定義したことから、本来確定論的である最適化問題を確率過程として扱っていることになる。これは、最適解を確率のピークとして、最適解以外の解もその評価値に従った確率で解として許容することを意味している。すなわち、解空間内で解の探索を行うのではなく、あり得る全ての解を使って期待値を求め、最適解の近似解を得ようとするものである。

次に、本手法を一般的な工学的最適化問題へ適用する方法を示す。前述の定式化では、暗黙のうちに設計変数

が時間に依らない一定値であるとして扱っていた。しかし、一般的な工学的最適化問題では時間に依存しない静的な設計変数と時間に依存する動的な設計変数が存在する。通常の工学的最適化問題では、これらのうちどちらか一方の設計変数だけである場合も多いが、ここではこの両者を同時に含む最も一般的な場合の取り扱いについて説明する。

最適化すべき $L$ 個の時間に依存しない変数を $x_1, x_2, \dots, x_L$ と表し、静的設計変数ベクトルの成分とする。さらに、 $M$ 個の時間に依存する設計変数すなわち動的設計変数 $x_{L+1}(t), \dots, x_{L+M}(t)$ は、これらをそれぞれ時間方向に $N$ 分割(実際にはそれぞれ異なる分割数もよい)して $x_{L+1}^{(0)}, \dots, x_{L+1}^{(N)}, x_{L+2}^{(0)}, \dots, x_{L+2}^{(N)}, \dots, x_{L+M}^{(0)}, \dots, x_{L+M}^{(N)}$ と表し時間履歴とする。

これらをまとめて以下のような設計変数ベクトルとして表すことができる。すなわち、

$$\mathbf{x} = \left\{ x_1, x_2, \dots, x_L, x_{L+1}^{(0)}, x_{L+1}^{(1)}, \dots, x_{L+1}^{(N)}, x_{L+2}^{(0)}, \dots, x_{L+2}^{(N)}, \dots, x_{L+M}^{(0)}, \dots, x_{L+M}^{(N)} \right\} \\ = x_i, \quad i=1 \sim L+M \times (N+1) \quad (19)$$

このように設計変数ベクトルを設定すれば、期待値を求める式(18)と同様に最適解の近似解として次式から期待値を求めることができる。

$$\langle x_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot P(\mathbf{x}) dx_1 dx_2 \dots dx_{L+M \times (N+1)} \quad (20)$$

上式においても、積分の上下限値は、前述のようにそれぞれの設計変数の取りうる上下限値の範囲である。また、式(19)に示した設計変数ベクトルでは、動的設計変数の始点時刻 $0$ と終点時刻 $N$ についても、設計変数として定式化してあるが、問題によってはそれらの値が固定されているので、両端については、境界条件によって取り扱いを変える必要がある。

#### 4. 数値計算アルゴリズム

実際の最適化問題では、一般的に期待値を求める多重積分の式(18)を解析的に実行することは困難である。したがって、これを数値計算によって実行する必要がある。

ここでは、この多重積分の実行にモンテカルロ法の一つであるメトロポリス法<sup>1)</sup>を利用した数値計算方法を紹介する。

評価関数値(任意の確率分布)に従う解の生成にメトロポリス法を用いた場合のSPOTの具体的な計算手順を以下に示す。そして、この計算手順のフローチャートを図4に示す。また、図中の番号は、以下の計算手順に付けられたステップ番号に対応している。

Step1. 初期解を与え、これを $\mathbf{x}_{old}$ とする。また、この解に対する評価関数値を $I_{old}$ とする。

Step2. 乱数によって新たな解  $\mathbf{x}_{new}$  を生成し、この解に対する評価値  $I_{new}$  を算出する。

Step3. メトロポリス法を用いて、解の発生確率が評価値  $I$  に比例する確率分布(15)に従うように解  $\mathbf{x}_{old}$  か  $\mathbf{x}_{new}$  を選択する。具体的には  $\Delta I = I_{new} - I_{old}$  により  $\Delta I \leq 0$  (新しい解によって評価値が改善された場合)であれば  $\mathbf{x}_{new}$  を採用するが、 $\Delta I > 0$  (新しい解によって評価値が悪化した場合)であっても  $\exp(-\Delta I/h)$  の確率で  $\mathbf{x}_{new}$  を採用する。この  $\exp(-\Delta I/h)$  の確率に従った解の採択は、0 から 1 の一様乱数を生成し、 $\exp(-\Delta I/h)$  がこの乱数より大きい時は、この解を採用するという方法で実現できる。このように、メトロポリス法は、式(16)の規格化定数  $A$  を求めること無く任意の確率分布に従った解の生成を行い得るという利点を有する。

Step4. 期待値の計算を行う。

Step5. 終了条件を満たしていれば終了し、満たしていなければ乱数による解の生成 (Step2) に戻る。

以上の計算が終了したとき、求められた期待値は最適解の近似解となっている。

終了条件には、期待値の変化がある一定の幅以下に収

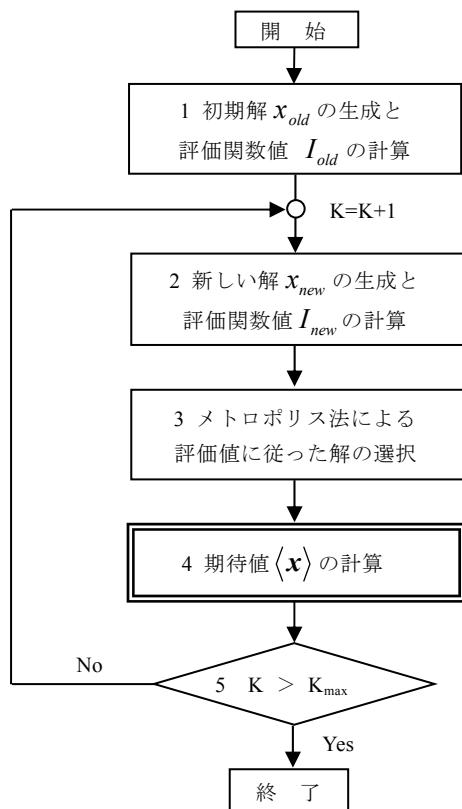


図4 SPOTの計算フローチャート

まっているかどうかなどを用いる事も考えられるが、今回は単純に計算の繰り返し回数  $K_{max}$  としている。これは、計算途中の解の生成が、過去に生成された解に依存しないマルコフ過程であるためであり、既に求められた期待値の収束が十分でない場合には、さらに計算を続行しさえすればよりよい期待値を得ることができるためである。

また、期待値をもって最適解の近似解とする本手法の性質上、複数のコンピュータで同時に最適化計算を行い、これらの結果を合計して期待値を求めることも可能である。これは、並列計算が容易であるだけでなく、計算機の台数を倍にすれば、計算量も単純に倍になることを示している。さらに、過去に行われた最適化計算の結果に新たに計算結果を追加することも可能であることも示している。

## 5. 計算例

この節では、SPOT を使った具体的な最適化問題の計算例を示す。最初の二つは関数問題と汎関数問題を扱い、SPOT の基本的な特性を示す。続いて簡単な工学的最適化問題として、圧縮応力が一定となる柱の半径を求める問題へこれを適用する。最後のハングライダーの問題は、一般的な工学的最適化問題 (統合的最適化問題) の特徴を含んだ問題である。

### 5.1 2変数関数の最小値問題

次の様な2変数関数の最小値を求める。

$$f(x_1, x_2) = [\cos(2\pi x_1) + \cos(2.5\pi x_1) - 2.1] \times [2.1 - \cos(3\pi x_2) - \cos(3.5\pi x_2)] \quad (21)$$

$$0.0 \leq x_1 \leq 3.0, 0.0 \leq x_2 \leq 1.5$$

この関数を図5に示す。横軸と縦軸がそれぞれ  $x_1$  と  $x_2$  を示し、高さ方向に関数値を示す。図から分かるように、この関数は多峰性関数である。また、この関数を最小とする値  $(x_1, x_2)$  はあらかじめ知られていて  $(0.439, 0.306)$  である。

この関数の最小値を求めるための評価関数は関数値そのものであり  $I = f(x_1, x_2)$  である。また、設計変数は定義域内で連続値を採るものとした。

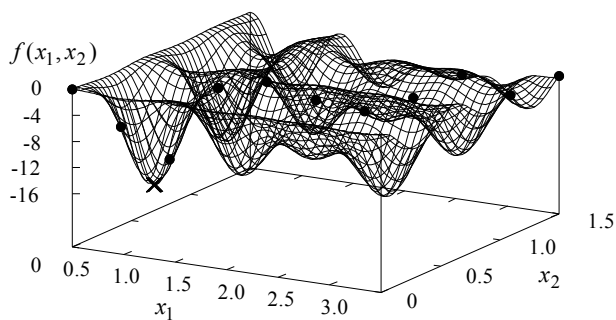


図5 2変数関数の解空間



ここでは、SPOT に初期値依存性の無いことを示すために、11カ所の初期値からそれぞれ最適化計算を行った。

図中の●印は計算を開始した初期値である。×印はSPOTによって得られた最小値（最適解）であり、どの初期値から計算を開始しても、ただ1つの大局解が得られた。

図5から分かるように、どの初期値から計算を始めても、最適解は全て一致しており、初期値の影響を受けていないことが分かる。これは、SPOT が最適解を解空間での解の探索によって求めるのではなく、式(20)に示したように、解空間全体の解を積分することによって期待値として、最適解（の近似解）を求めているからである。なお、本問題では、ゆらぎのパラメタ  $h$  は 0.001、計算回数は 100 万回に設定した。

### 5. 2 汎関数問題（最速降下線）

汎関数問題として、古典的な汎関数問題の1つである最速降下線問題を採用する。この問題は、高度差のある固定された始点と終点の間を、一様重力場の下で最も早く降下する質点経路を求めるものである。その時、この最小値問題の評価関数  $I$  は終点に達するまでの時間  $t$  であり、それは水平方向を  $x$ 、垂直下向き方向を  $y$  とすると次の式で示される。

$$I = t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \int_0^{y(t_f)} \frac{\sqrt{(dx/dy)^2 + 1}}{\sqrt{y}} dy \quad (22)$$

ここに、 $t$ : 時間、 $t_f$ : 終端時間、 $g$ : 重力加速度、 $(x, y)$ : 位置、である。また、このときの境界条件は、  
初期条件:  $y(0) = 0$ 、 $x(0) = 0$

終端条件:  $y(t_f) = 1.0$ 、 $x(t_f) = \pi/2$

である。

この問題の解は、よく知られているようにサイクロイド曲線になる。今回の条件では、半径 0.5 の円が転がる時のサイクロイド曲線であり、回転角を  $\theta$  として、水平方向距離  $x$  と垂直方向距離  $y$  は次の式で与えられる。

$$x = \theta - \sin \theta \quad (23)$$

$$y = 1 - \cos \theta \quad (24)$$

この問題を解くために、垂直座標  $y$  を等間隔に 20 分割し、この分割された各  $y$  に対応する水平座標  $x$  の 20 点を設計変数としている。

また、評価関数式(22)の計算は、次式のように差分化して計算している。

$$I = t = \frac{1}{\sqrt{2g}} \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{(x_i - x_{i-1})^2 + \Delta y^2}{y_i}} \quad (25)$$

図6に、本手法によって求められた解を●印で、解析解を実線で示す。なお、繰り返し回数 2000 万回、 $h = 1.0 \times 10^{-5}$  に設定した。

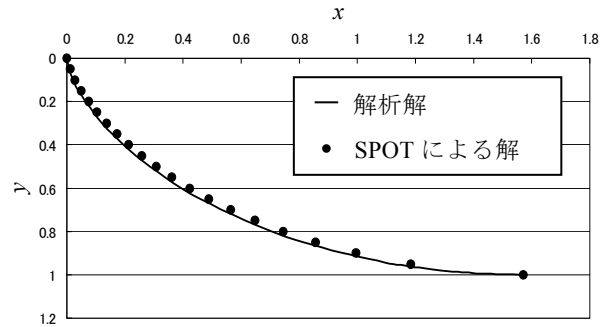


図6 最速降下線の解析解と SPOT による解

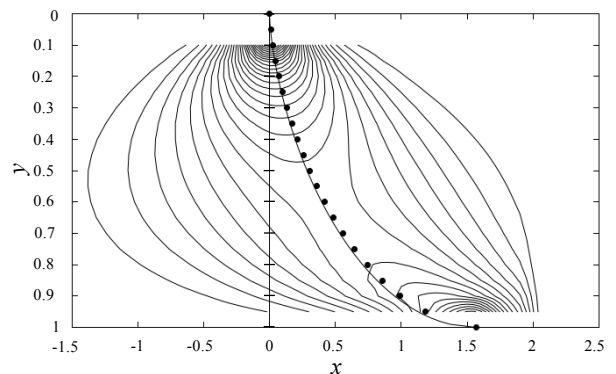


図7 解のヒストグラムの等高線

本手法は最適解の近似解を得るものであるが、本手法によって得られた解は図6に示すように近似解としては解析解と非常に良く一致しており、汎関数問題に対しても十分な精度の解が得られていることがわかる。

この問題は 20 個の設計変数を持つ問題であるからその解空間は 20 次元であり、本手法が 20 次元の解空間を持つ汎関数の最適化問題に対しても有効であることが分かる。

また、図7は確率分布の様子をわかりやすくするために、ゆらぎのパラメタ  $h = 0.1$  すなわち評価関数から定まる確率分布のピークがなだらかなるように大きくして、計算回数を 10 億回に設定した時の解発生回数のヒストグラムを等高線で示したものである。●が SPOT による解、実線が解析解である。

始点と終点付近が高くなっているが、始点と終点付近は等高線が密になり、図が見難くなるためにグラフからは除外した。最適解は評価値が最も良くなる部分、すなわちこのグラフの  $y$  方向の断面の峰を連ねたものとなる。そしてそれが、図6の●で示した解であるから、解析解と比較して期待値が良い近似になっていることもわかる。つまり、SPOT で得られた解が、最適解の良い近似になっていることを示している。

図7を見ると、初期位置と終端位置付近で解の発生頻度が高く、かつ他の位置に比べて鋭いピークを持っていることが分かる。ピークが高いことは、この両端の位置

が評価値に大きな影響を持つこと（評価値の良い解ほど発生頻度が高い）を示している。また、鋭いピークを持っていることから、最適な位置から少しでもずれると大幅に評価値が悪くなることを示している。つまり、このヒストグラムから、両端の位置が、最適な解を得るための重要度が高く、かつ評価値への感度が高いことも分かる。逆に中央付近は、ピークの高さが低くかつピークの形も鈍い。これは、両端付近に比べ、中央付近の位置は最適解を得るための重要度が低く、かつ評価値への感度も低いことを示している。

このように本手法では、最適解を求めるのと同時に、解のヒストグラムを描くことによって、各設計変数の評価値への重要度や感度を知ることができる。これは、実際の工学的最適化問題においては、各設計変数の重要度の評価（優先順位の決定など）に使えるため、非常に有用な特徴である。

### 5. 3 工学問題 1（圧縮応力一定の柱）

工学的最適化問題の簡単な例として、圧縮応力が一定となる円形断面の柱の半径を求める問題へ SPOT を適用する（図 8）。

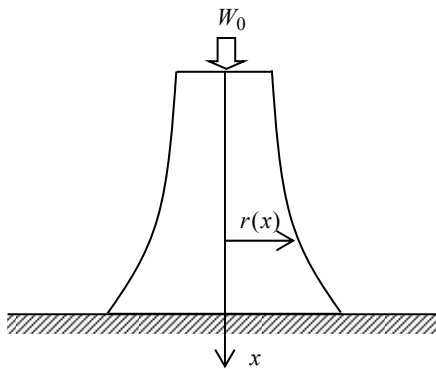


図 8 圧縮応力一定の柱

柱の高さを 2 m、最上部の半径  $r_0 = 1$  m とし、そこには荷重  $W_0 = 10,000$  kgf が加わっていることとする。また、柱の密度  $\rho = 2,300$  kg/m<sup>3</sup> とする。

最上部中心から下方向へ  $x$  軸をとり、位置  $x$  での柱の半径を  $r(x)$  とすれば、半径  $r(x)$  の解析解は、よく知られているように、

$$r = r_0 \exp\left(\frac{\rho \pi r_0^2}{2W_0} x\right) \quad (26)$$

として求めることができる。

この問題を SPOT で解くために、以下のような条件を設定する。

設計変数は、柱の高さを 20 分割した 0.01m 毎の半径  $r_i$  とする。また、各位置での半径は 0.5~3.0m の間を 250 分割すなわち 0.1m 毎に与えることとする。つまり、設計変数  $r_i$  は 20 個でそれぞれ 251 個の半径を取り得るものとする。

この問題は、全ての断面での応力を一定、つまり最上部の応力と一致させることが目的である。したがって、この最適化問題の評価関数  $I$  を、原点と  $i$  番目の分割点での圧縮応力をそれぞれ  $\sigma_0$ 、 $\sigma_i$ 、 $i$  番目の分割点での自重を含む荷重を  $W_i$  とし、次式のような両者の差の二乗和とする。

$$I = \sum_{i=1}^{20} (\sigma_i - \sigma_0)^2, \quad \sigma_i = \frac{W_i}{\pi r_i^2}, \quad i = 0 \sim 20 \quad (27)$$

ゆらぎのパラメタ  $h$  は  $3.0 \times 10^2$  N/m<sup>2</sup> とした。これは、原点での圧縮応力の約 100 分の 1 である。また、設計変数（半径）の初期値は全て  $r_0$  と同じ 1m とした。計算回数を 10 万回に設定した結果を図 9 に示す。実線が解析解、●印が SPOT の解を示す。

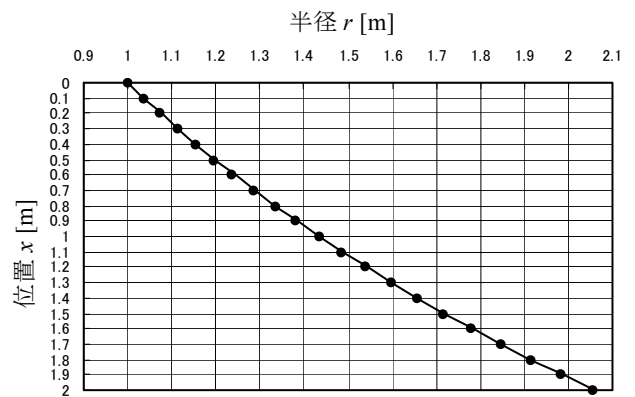


図 9 計算結果（柱の半径）

図 9 から分かるように、SPOT で得られた解は、解析解と非常に良く一致しており、各点での半径の誤差は最大でも 0.6% 以下に収まっている。

この問題は、20 個の設計変数が 251 個の値を取り得るから、解の組み合わせは全部で  $251^{20}$  通りである。これらの解の組み合わせを全て計算すれば、最適解を得ることができるが、この場合、得られる最適解は計算を行うために設定した分割点の組み合わせ、つまり離散的な値となる。しかし、SPOT では、設計変数の取り得る値を離散的に設定したにもかかわらず、最適解として連続値が得られている。これは、SPOT が期待値として最適解の近似解を得ているためである。

また、この問題の場合、工学的には解析解と一致したと判断できるほど精度の高い最適解が得られている。これは、評価関数（式 (27)）が単峰性であることの影響が大きい。SPOT の場合、期待値をもって最適解の近似解とする手法の性質上、解空間すなわち評価関数が単峰性でかつ対称性の良い場合、精度の高い最適解が得られる。なお、解空間が単峰性でも対称性が非常に悪い場合には、最適解の精度は低下する。また、逆に多峰性であっても、対称性が高い場合には、精度の高い解が得られることが期待できる。

#### 5. 4 工学問題2 (ハンググライダーの機体形状と構造および飛行経路の統合的最適化)

最も一般的な特徴を備えた工学的最適化問題としてハンググライダーの滑空距離を最大とする機体形状と構造および飛行経路を求める統合的最適化問題<sup>2~4)</sup>を取り上げる(図10)。この問題は、既に Suzuki 等によって他の方法で解かれており<sup>5)</sup>、解の妥当性についてある程度評価が可能である。

この問題は、滑空距離が最大となる設計変数値を求める最大値問題であるが、評価関数を滑空距離の逆数とすることで最小値問題として扱う。

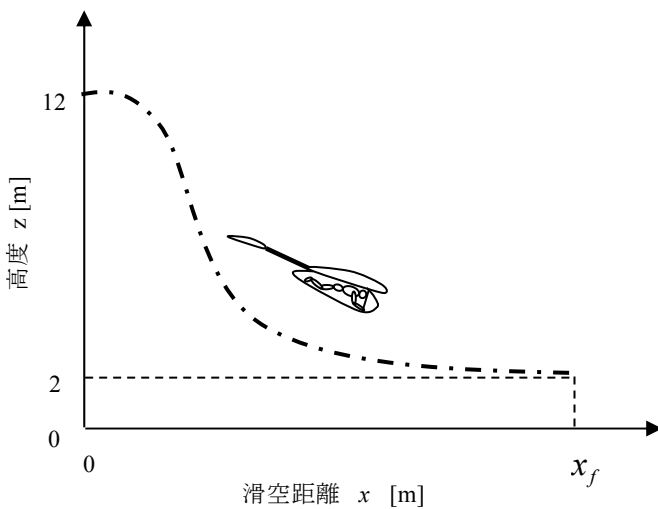


図10 ハンググライダーの最適滑空問題

本問題は、機体形状と構造(合わせて機体設計変数と呼ぶ)という時間に依存しない静的設計変数と迎角の操縦履歴すなわち飛行経路という時間変化を伴う動的設計変数の両方を含んでいるだけでなく、これらを独立に扱うことはできないという特徴を持っている。すなわち、静的設計変数である機体設計変数(形状と構造)は動的設計変数である操縦履歴(飛行経路)に先立って決定されねばならないが、これの本当の評価は、操縦履歴(飛行経路)に沿って機体を飛行させてみなくては決定できないという関係にある。したがって、本問題は設計可能な全ての機体設計変数の組み合わせと、各機体が飛行可能な全ての飛行経路とから成る非常に広く複雑な解空間を持っており、従来の厳密解を求める手法では最適解を得ることが非常に困難な問題である。

##### 5. 4. 1 ハンググライダーの機体形状と構造および飛行経路の統合的最適化問題

航空機の機体形状と構造およびその飛行経路の統合的最適化問題として、表1に示すような静的設計変数である12個の機体設計変数と動的設計変数である1つの

表1 機体設計変数と操縦設計変数

機体設計変数		
変数名	単位	変数
主翼面積	m <sup>2</sup>	S <sup>m</sup>
主翼縦横比	—	A <sup>m</sup>
主翼テーパー比	—	λ <sup>m</sup>
水平尾翼面積	m <sup>2</sup>	S <sup>h</sup>
水平尾翼縦横比	—	A <sup>h</sup>
水平尾翼テーパー比	—	λ <sup>h</sup>
第1パイプ径	m	D <sub>1</sub>
第2パイプ径	m	D <sub>2</sub>
第3パイプ径	m	D <sub>3</sub>
第1パイプ長	m	Y <sub>1</sub>
第2パイプ長	m	Y <sub>2</sub>
胴体パイプ長	m	L <sub>t</sub>
操縦変数		
変数名	単位	変数
迎角	deg	α

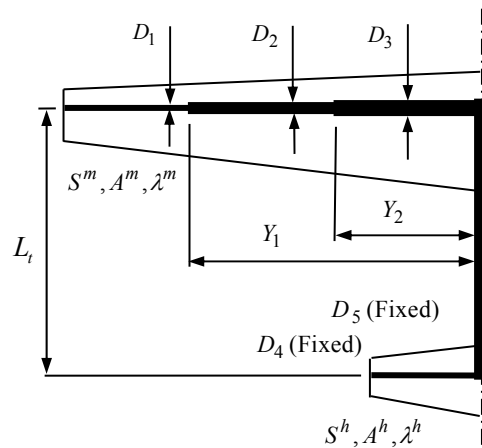


図11 機体構造と形状を決める設計変数

操縦変数から成る図11のようなハンググライダーの最適化を考える。すなわち、体重  $m_p = 60\text{kg}$  のパイロットが機体を背負い、図10のように高度12mから高度2mまで滑空したとき、その飛行距離が最大となる機体形状(平面形)と構造および操縦変数(迎角  $\alpha$  の時間履歴)を求める問題に本手法を適用する。その際、空気力によって翼が破損しないよう構造については強度に関する拘束条件を課す。この問題は Suzuki 等の方法によって過去に解かれた最適化問題<sup>5)</sup>に準じている。

##### 5. 4. 2 適用結果

計算の終了条件として、飛行経路最適化計算打ち切り回数  $K_{\max}^u = 5,000$ 、統合的最適化計算打ち切り回数  $K_{\max} = 15,000$  を指定して計算を行った。すなわち、15000機の機体とそれらの各機体に対して5000本の操縦履歴

(飛行経路)を用意した。本アルゴリズムによって得られた機体の機体設計変数値と機体質量および飛行距離を表2に示す。なお、機体質量は20.3kg、滑空距離は357.6mであった。また、機体形状を図12に示す。そして、飛行距離に対する迎角変化を図13(a)に、また飛行距離に対する速度変化を図13(b)に、さらに飛行距離に対する高度変化を図13(c)に示す。図13(d)には、各パイプ付け根に働く曲げ応力比  $\sigma_{al}/\sigma_i^{aero}$  ( $i=1,2,3,4$ ) の変化を示す。

また、過去に Suzuki 等によって本手法とは異なる最適化手法で得られた最適化計算の結果<sup>5)</sup>では、滑空開始高度を10m、終端高度を0mとしているため計算条件は異なるが、滑空開始直後の挙動とその後の滑空経路、速度の傾向は本手法の結果とよく一致しており、第1次近似解としては十分な精度の解が求められた。

ここで取り扱ったような滑空機では、高い滑空性能を持たせるために誘導抗力の小さい高アスペクト比の主翼を採用することが一般的であるが、今回の計算で得られた機体は、図12より分かるように、これを実現している。

機体設計変数に対する拘束条件は、これを満たすように解を生成しているため全て満たされている。また、状態量に対する拘束条件すなわち飛行中に翼の各パイプ付け根に働く曲げ応力と剪断応力についての拘束条件に対しては、ペナルティ法を用いて拘束を破る解も許容しているが、図13(d)に示す曲げ応力の時間履歴から分かるように全て拘束条件を満たしている。剪断応力に対する時間履歴は示していないが、同様に拘束を満たしている。すなわち、構造に関する状態量拘束条件を合理的に満たすためには、飛行状態つまり操縦操作の時間履歴を

適切に設定することが不可欠であるが、ここに得られた結果によれば、機体強度に関する拘束条件が操縦操作に反映されていることが分かる。

本問題は、12個の静的な機体設計変数と迎角の時間履歴という1つの動的な設計変数を持ち、かつこれらが相互に干渉し合う複雑な問題である。しかし、以上の結果から、本手法とそれを実現する非常に単純で汎用性の高い数値計算アルゴリズムによって、これらの統合的最適化が行われていることが分かる。また、本手法は、他の手法に比べて長い計算時間を必要とする手法のように見えるが、本手法ではパラメタチューニングのための試行錯誤的な計算を必要としないため、問題の定式化を行ってから解を得るまでのトータルの時間では他の手法より短い可能性がある。また、乱数による機体設計変数と操縦履歴の生成は、単純確率過程(マルコフ過程)であるため、複数のコンピュータを用いた文字通りの単純な並列計算によって計算時間を短縮することが、本手法においては可能である。

表2 計算結果(設計変数値)

変数名	変数	単位	計算結果
主翼面積	$S^m$	$m^2$	16.2
主翼縦横比	$A^m$	—	25.4
主翼テーパー比	$\lambda^m$	—	0.470
水平尾翼面積	$S^h$	$m^2$	1.47
水平尾翼縦横比	$A^h$	—	4.97
水平尾翼テーパー比	$\lambda^h$	—	0.659
第1パイプ径	$D_1$	m	0.0413
第2パイプ径	$D_2$	m	0.0716
第3パイプ径	$D_3$	m	0.0971
第1パイプ長	$Y_1$	m	7.73
第2パイプ長	$Y_2$	m	4.41
胴体パイプ長	$L_t$	m	3.39
機体質量	$m_b$	kg	20.3
滑空距離	$x_f$	m	357.6

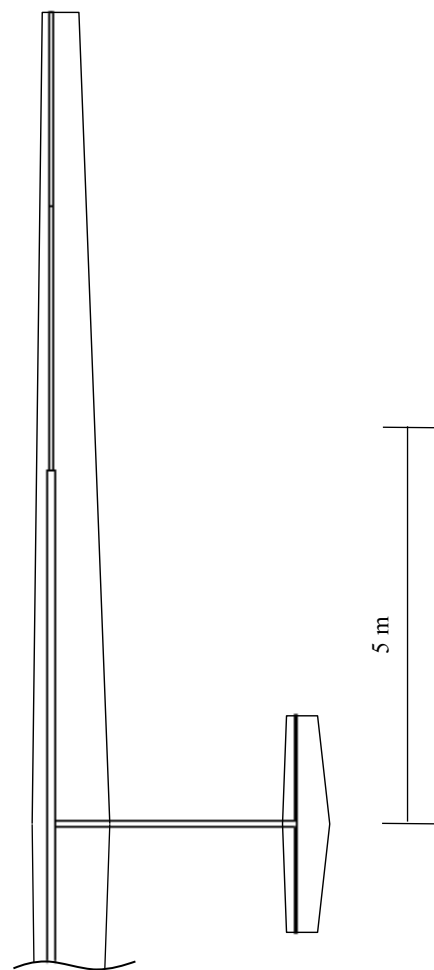
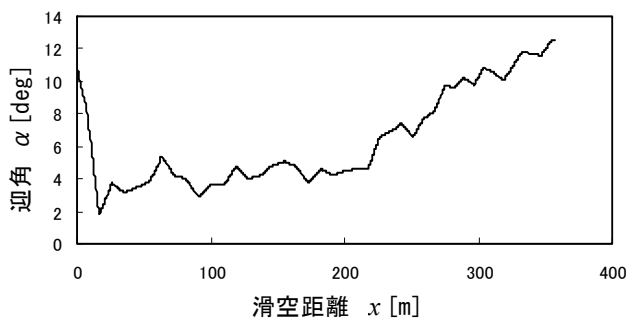
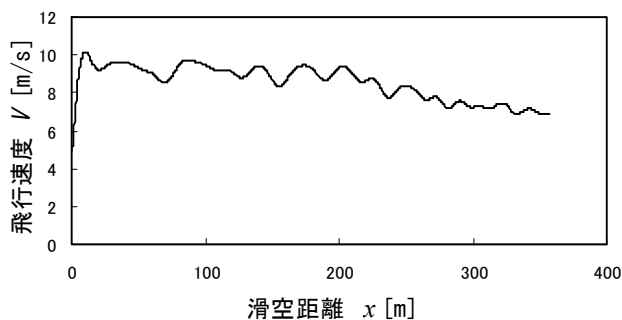


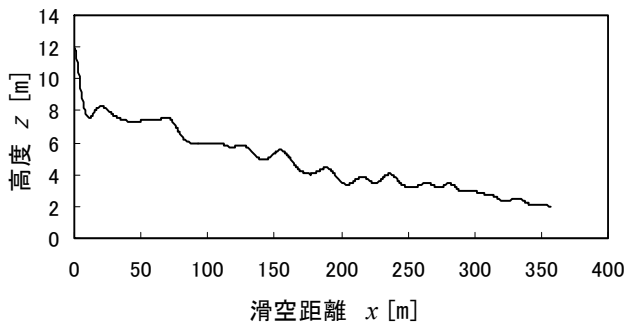
図12 最適化された機体構造



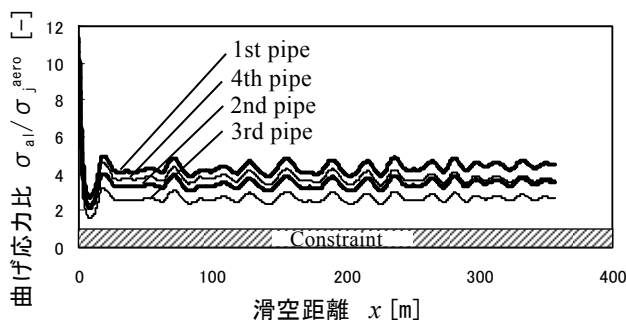
(a) 滑空距離に対する迎角変化



(b) 滑空距離に対する飛行速度変化



(c) 滑空距離に対する高度変化



(d) 滑空距離に対する曲げ応力比の変化

図 13 計算結果（飛行経路と曲げ応力）

## 6. おわりに

確率論の考え方を導入した新しい最適化手法の解説とその具体的な適用例を示した。

SPOT は、従来の最適化手法とは異なり、解の探索を行わないため、任意に設定すべきパラメタがゆらぎのパラメタ一つであり、また、数値計算過程では確率過程を利用するため、非常に単純なアルゴリズムであることが特徴である。ただし、SPOT では期待値として最適解を求めていることから、得られる最適解は原理的に近似解である。しかし、期待値を最適解としていることから、得られる解の数学的背景が明確であることも特徴である。そして、数値計算の過程をヒストグラムによって記録することで、解空間の概要を掴むことができるため、複数の最適解を持つような、期待値が最適解とは大幅に異なる場合でも、設計変数の取り得る値に制限を設けて解を絞り込むような対策を講じることができる。ただし、期待値を最適解の近似解としていることから、巡回セールスマン問題のような組み合わせ問題へ適用することは困難である。

SPOT は、確率過程を利用して多重積分を行っているため、解空間内の解探索によって最適解を発見しようとする手法では適用が困難な、設計変数の多いすなわち多次元の問題への適用も可能である。

## 【参考文献】

- 1) 神山真一, 佐藤明: モンテカルロ・シミュレーション, 朝倉書店, 1997, pp. 28-66.
- 2) 吉田洋明, 近藤理良, 山口雄仁, 石川芳男: 確率過程を用いた新たな最適化手法によるハンググライダーの機体設計と飛行経路の統合的最適化, 第 13 回設計工学・システム部門講演会講演論文集, pp. 102-105, 2003.
- 3) Terasaki, M., Kondo, M., Yoshida, H., Yamaguchi K., and Ishikawa, Y.: Integrated Optimization of Airplane Design and Flight Trajectory by New Optimization Method Using a Stochastic Process, COMPUTATIONAL MECHANICS WCCM VI in conjunction with APCOM' 04, Tsinghua University Press & Springer-Verlag, Beijing, pp. 328, 2004.
- 4) 吉田洋明, 山口雄仁, 石川芳男: 新たな最適化手法を用いた工学システム設計ツールの提案, 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 53, No. 620, pp. 398-407, 2005.
- 5) Suzuki, S., and Kawamura, N.: Simultaneous Optimization of Sailplane Design and Its Flight Trajectory, J. of Aircraft, 33 - 3, 567-571, 1996.

\*1 日本大学理工学部精密機械工学科 専任講師 博士(工学)

\*2 日本大学理工学部航空宇宙工学科 教授 工博

# Stochastic Process Optimization Technique

New Approach for Complex and Many Variable Optimization Problems

○Hiroaki YOSHIDA\*<sup>1</sup>      Yoshio ISHIKAWA\*<sup>2</sup>

Keywords: Optimization, Stochastic process, Many variables, Dynamical design Variables

**Summary:** The conventional optimization methods are based on a deterministic approach, since their purposes are to find out exact solutions. However, these methods have initial condition dependence and risk of falling into local solutions. Here we propose a new optimization method based on a concept of path integral method used in quantum mechanics. This method obtains a solutions an expected value (stochastic average) using a stochastic process .The advantage of the method are not to be affected by initial conditions and not to need techniques based on experiences. In numerical calculation using the method, a kind of Monte Carlo method called the Metropolis algorithm is used to obtain the solution because of the stochastic process. Then it can find the probability distributions of the design variables because they are generated in proportion to the evaluation function value. This probability distributions give the information which are useful for the system designs. In this presentation it is shown that the proposed method is useful not only the optimizations but also the system designs through several example optimization problems in engineering.

---

\*1 Associate Professor, Department of Precision Machinery Engineering, Nihon University, Dr.Eng.

\*2 Professor, Department of Aerospace Engineering, Nihon University, Dr.Eng.