クラスタリング操作を導入した ホタルアルゴリズムによるグリッドシェル構造の形態創生

○山口　洋平*1　本間　俊雄*2　横須賀　洋平*3

キーワード：ホタルアルゴリズム, クラスタリング, グリッドシェル構造, 形態創生

1　はじめに

構造最適化は様々な制約条件の下、構造全体の形状･材質･断面性能などの設計目標に沿い解形態を探索する設計法である。解探索手法には大別すると数理計画法と発見的手法がある。発見的手法は単点探索法と多点探索法に分けられ､後者には多様な解法があり活用例も多い。近年、発見的多点探索法の群知能（Swarm Intelligence: SI）[1]解法による最適化計算が多く見られるようになってきた。SI 解法は、自己組織化された現象に基づいた計算手順が基本であり、遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithms:GA）[2]解法に比べ単純な計算スキーム構成になっている。最近、SI 解法の中でも個体の評価に直接目的関数値を用いず、個体間距離を考慮することで大域的最適解と局所最適解を同時に獲得するホタルアルゴリズム（Firefly Algorithm: FA）[3]が注目されている。しかし、FA は設計変数の増加に伴って解探索能力が低下する傾向がある。本研究では解探索能力維持を図るために、FA にクラスタリング操作 [4]を導入することと局所最適解の確実な獲得を目指す。さらに、計算パラメータ決定を簡素化するために､FA の解探索過程における設計変数空間上での個体間距離を無次元化する [5]。

本報告では、上述の操作を導入した FA を、格子状グリッドシェル構造の単一目的最適化に適用する。得られた解は無次元化した FA（オリジナル FA）と比較し、本 FA の構造形態創生への有効性を示す。なお、解の極値性の確認のため、本 FA で得られた解を初期形態として局所探索（山登り法）[6]を行う。

2　解探索手順

本 FA と k-平均法の計算手順を以下に説明する。

2.1　ホタルアルゴリズム（Firefly Algorithm）

FA はホタルの発する光の点滅による求愛行動をモデル化した解法である。以下に本解法の計算手順を示す。ここでは、目的関数値の最小化を対象とする。

1) 初期位置の決定: 計算パラメータ $\alpha\in[0,1],\gamma\in[0,\infty]$ を与え、設計変数空間内に探索個体 $\mathbf{X}_i^0$（i=1,2,…,n）をランダムに配置する。

2) クラスタリング: $\mathbf{X}_i^{t-1}$ に対し、後述する k-平均法を用いて個体のグループ分けを行う。

3) 目的関数値の計算: 反復回数 t-1 回目（t≧1）の探索における i 番目の個体の目的関数値 $f(\mathbf{X}_i^{t-1})$を計算する。

4) 評価値の算出: 各クラスタそれぞれ個体間距離 r_{ij} を式(1)より求め、クラスタ毎の評価値 I_{ij} を式(2), (3)で計算する。なお、個体間距離 r_{ij} は設計変数空間上における個体間距離を側面制約を考慮して式(1)のように無次元化する。

$$r_{ij}=\sqrt{\sum_{l=1}^{S}((x_{il}-x_{jl})/(x_l^U-x_l^L))^2} \tag{1}$$

$$I_{ij}=I_0 e^{-\gamma r_{ij}} \tag{2}$$

$$I_0=\begin{cases}1/f(\mathbf{X}_i^{t-1}) & if \quad f(\mathbf{X}_i^{t-1})\ge 0\\ \left|f(\mathbf{X}_i^{t-1})\right| & otherwisw\end{cases} \tag{3}$$

評価値を比較し、探索個体 i に対する最も評価値が高い個体 j を決定する。

5) 誘引度の計算･移動: 3)で決定した探索個体 j の誘引度を式(4)により算出し、式(5)により個体 i を移動させる。

$$\beta_1=\beta e^{-\gamma r_{ij}^2} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\theta}_i^t=\mathbf{X}_i^{t-1}+\beta_1(\mathbf{X}_j^{t-1}-\mathbf{X}_i^{t-1})+\alpha\varepsilon \tag{5}$$

ここで、ε は[-0.5, 0.5]の乱数である。

6) 解の比較: $\boldsymbol{\theta}_i^t$ の目的関数値を計算し、$f(\boldsymbol{\theta}_i^t)\le f(\mathbf{X}_i^{t-1})$のとき $\mathbf{X}_i^t=\boldsymbol{\theta}_i^t$、そうでなければ $\mathbf{X}_i^t=\mathbf{X}_i^{t-1}$ とする。

7) 解の決定: 以上 2)-6)の操作を指定した反復回数繰り返し、解を決定する。

2.2　k 平均法

クラスタリングの方法として以下に k-平均法（c-means 法または k-means 法）の計算手順を示す。

1) 初期クラスタの生成: 設計変数空間において探索個体 $\mathbf{X}_i^{t-1}$ に対してランダムに指定数クラスタを生成する。

2) クラスタ中心算出: 生成した各クラスタの中心 V_j(j=1,…,K)を計算する。計算はクラスタ内の探索個体に対して算術平均を用いる。

3) クラスタの組み直し: 探索個体 $\mathbf{X}_i^{t-1}$ と 2)で求めた各クラスタの中心 V_j との距離を求め、$\mathbf{X}_i^{t-1}$ を最も近い中心 V_j のクラスタに割り当てる。

4) 終了判定: 1)-3)の操作で $\mathbf{X}_i^{t-1}$ のクラスタの割り当てが変化しない、あるいは変化量が指定した閾値を下回った場合終了する。そうでない場合 2)-4)を繰り返す。

3 グリッドシェル構造の構造最適化

3.1　定式化

総ひずみエネルギ最小化を目的とする単一目的最適化

は次式の通り与えられる。

Find $\mathbf{A}, \mathbf{R}$ （設計変数） (6)

to minimize $f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \dfrac{1}{2}\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_{\mathrm{b}}\mathbf{d}$ （総ひずみエネルギ） (7)

subject to $\sigma_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \le \sigma_a$ （応力制約） (8)

$\mathbf{A}^L \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^U,\ \mathbf{R}^L \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^U$ （側面制約） (9)

ここで、**A:** 部材特性ベクトル（$=[A_j]$）, **R:** 節点情報ベクトル（$=[R_k]$）, f_t**:** 総ひずみエネルギ, **d:** 節点変位ベクトル, **K:** 剛性マトリクス, $A_j^{\mathrm{L}} = 0.0m$ $A_j^{\mathrm{U}} = 20.0m$, $R_j^{\mathrm{L}} = 0.0m$, $R_j^{\mathrm{L}} = 7.0m$, σ_i**:** i 部材の応力度, σ_a**:** 許容応力度 である。

3.2 解析モデル

参照形状は図 2 a)に示す一辺を 20m とした格子状に部材を配置した平板であり、4 隅角部をピン支持とした解析モデルを用いる。解析領域は構造物の対称性を考慮した 1/4 領域で計算する（図 2 b)ハッチング部）。形状の滑らかな曲面表現と設計変数の削減のため、パラメトリック曲面の 1 つである Bézier 曲面を採用する。部材特性ベクトル **A** および節点情報ベクトル **R** に対応する設計変数は制御点 z 座標値とする（図 2 c)）[7]。

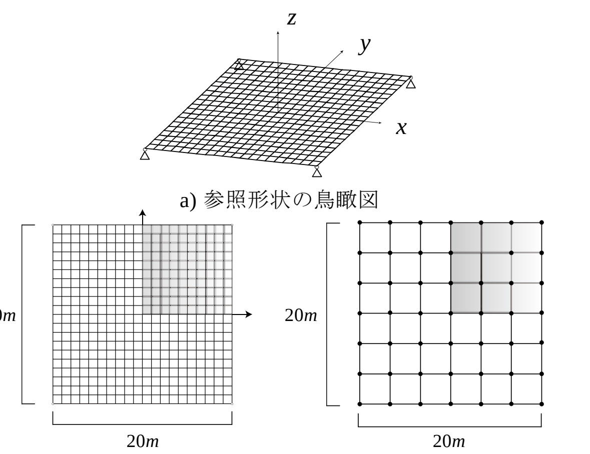
荷重条件は長期に自重 78.5kN/m^3 と鉛直下向きに等分布荷重 1.0kN/m^2 を与える。部材特性ベクトル **A**（材料）は表 1 に示すように一般構造用炭素鋼管リスト（STK400）の 20 種類とし、断面積･断面 2 次モーメントの増分が一様となる鋼管リストを利用する。材料定数は、弾性定数 E=2.1×10^8kN/m^2、せん断弾性定数 G=7.8×10^7kN/m^2 である。計算パラメータは表 2 の通りであり、構造解析は線形弾性範囲の有限要素法による。各解法の反復計算回数を 5000 とした。

3.3 総ひずみエネルギ最小化の計算結果

総ひずみエネルギ最小化の数値結果を図 3, 4, 5 に示す。図 3, 4 は各々FA のエリート個体に対する目的関数値と多様度指数 D_p[7]の遷移を示す。図 5 は解形態であり、図 5 の実線太さを部材断面積に比例させている。数値情報は f_t: 総ひずみエネルギ, E_b: 曲げひずみエネルギ, r: クラスタ数である。ここで、r = 1 はオリジナル FA である。

4 考察

FA の計算パラメータαは解の収束速度に影響を与える。αの値が小さいほど収束速度は遅くなり、制約条件を満たす個体が増加する。しかし、評価の高い解の獲得性能が低下する。計算パラメータγは、値を0.001と小さく設定すると一つの解形態に収束する。γ=1.0, 100と大きく設定すると多様な形態（局所最適解）を捉える。この理由は、式(2)のように目的関数値と個体間距離を用いた独自の評価値算出を行っていることによる。この評価値を算出する際、γを指数部に用いているため、γは解の探索範囲に影響し、値が大きいほど解の多様性は高くなる。設計変数空間上の個体間距離を無次元化しているのは、上述の理由からγの設定を容易にするためである。



a) 参照形状の鳥瞰図　b) 解析領域　c) 制御点配置

図 2 解析モデル

表 1 鋼管リスト［一般構造用炭素鋼管：20 種類］

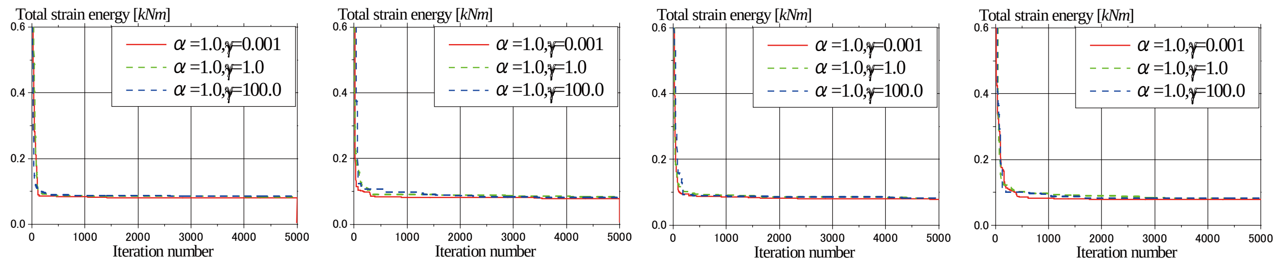
リスト番号	外径 [mm]	厚さ [mm]	断面積 [cm^2]	断面二次モーメント [cm^4]
1	101.6	3.2	0.989×10^1	0.120×10^3
2	114.3	3.2	0.112×10^2	0.173×10^3
3	114.3	3.6	0.125×10^2	0.192×10^3
4	139.8	3.6	0.154×10^2	0.357×10^3
5	139.8	4.0	0.171×10^2	0.394×10^3
6	139.8	4.5	0.191×10^2	0.438×10^3
7	165.2	4.5	0.227×10^2	0.734×10^3
8	165.2	5.0	0.252×10^2	0.808×10^3
9	190.7	5.0	0.292×10^2	0.126×10^4
10	190.7	6.0	0.348×10^2	0.149×10^4
11	216.3	6.0	0.396×10^2	0.219×10^4
12	216.3	7.0	0.460×10^2	0.252×10^4
13	267.4	7.0	0.573×10^2	0.486×10^4
14	267.4	8.0	0.652×10^2	0.549×10^4
15	318.5	8.0	0.780×10^2	0.941×10^4
16	318.5	9.0	0.875×10^2	0.105×10^5
17	355.6	9.0	0.980×10^2	0.147×10^5
18	355.6	12.0	0.130×10^3	0.191×10^5
19	406.4	12.0	0.149×10^3	0.289×10^5
20	406.4	16.0	0.196×10^3	0.374×10^5

表 2 FA 計算パラメータ

	構造モデル
個体数	200
α	1.0
β	1.0
γ	0.001, 1.0 ,100

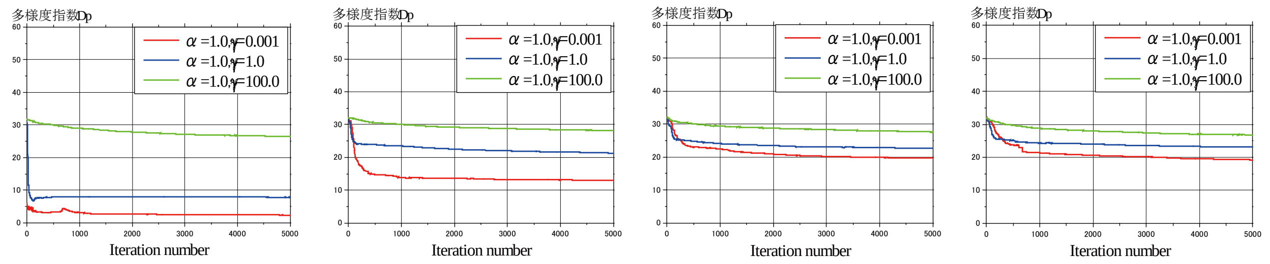
本 FA は、同一クラスタ内で FA の探索を行っているため、γの値を0.001と小さく設定してもクラスタ数が多ければ一つの解に収束せず多様度指数は高くなる（図4）。γ=1.0, 100と設定すると r = 1 のときと同様の傾向を示すが、本 FA は目的関数値が低い解形態を捉える。また、オリジナル FA では捉えにくい form-B32, -C33 のような構造の周囲境界部が低い形態も捉えることができる。これは、k-平均法にクラスタ内の探索個体数を比較的均一にする特徴があり、設計変数空間上の類似形状でクラスタを組むことで効率的に局所探索を行った結果であると考えている。ただし、探索個体数とクラスタ数の設定に注意しなければならない。

本 FA で捉えた解形態が局所最適解であることを確認



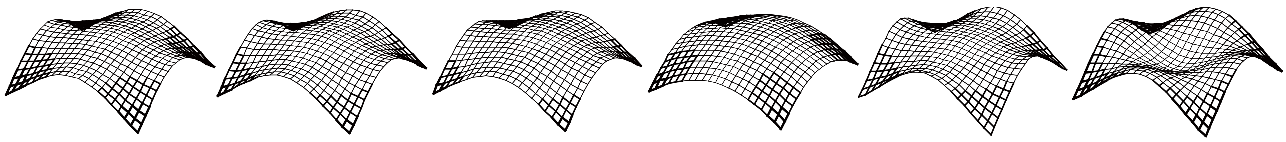
r = 1　　r = 10　　r = 20　　r = 30

図 3　目的関数値の遷移



r = 1　　r = 10　　r = 20　　r = 30

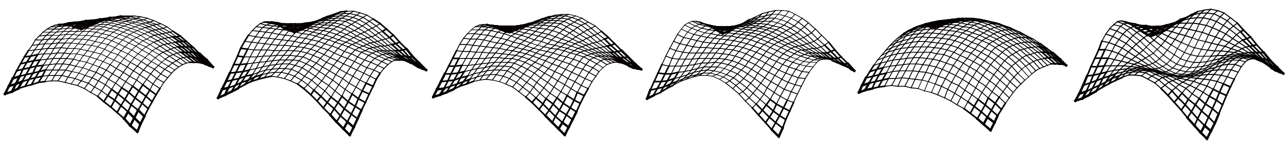
図 4　多様度指数 D_p の遷移



form-A11	form-A21	form-A22	form-A31	form-A32	form-A33
f_t = 0.803×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.911×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.922×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.884×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.923×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.147*kNm*
E_b= 0.880×10^{-2}*kNm*	E_b= 0.104×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.121×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.103×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.103×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.293×10^{-1}*kNm*

α=1.0 , γ=0.001　　α=1.0 , γ=1.0　　α=1.0 , γ=100.0

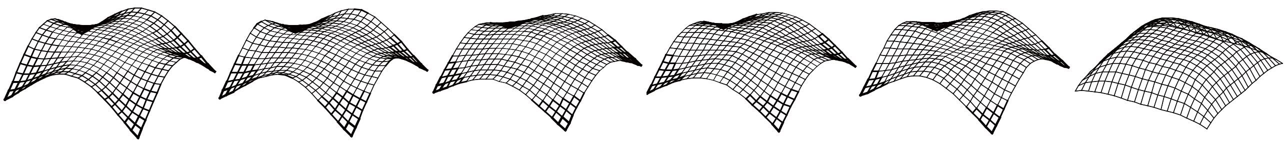
r = 1



form-B11	form-B21	form-B22	form-B31	form-B32	form-B33
f_t = 0.789×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.107*kNm*	f_t = 0.130*kNm*	f_t = 0.105*kNm*	f_t = 0.×109*kNm*	f_t = 0.154*kNm*
E_b= 0.726×10^{-2}*kNm*	E_b= 0.142×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.241×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.141×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.130×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.338×10^{-1}*kNm*

α=1.0 , γ=0.001　　α=1.0 , γ=1.0　　α=1.0 , γ=100.0

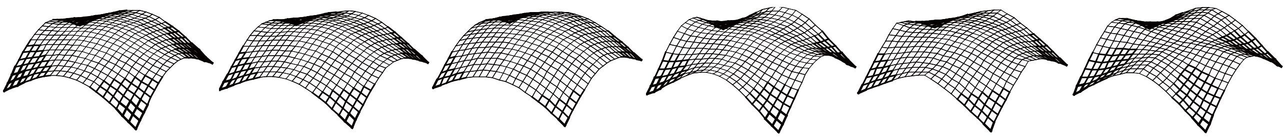
r = 10



form-C11	form-C21	form-C22	form-C31	form-C32	form-C33
f_t = 0.792×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.914×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.979×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.123 *kNm*	f_t = 0.136*kNm*	f_t = 0.852*kNm*
E_b= 0.811×10^{-2}*kNm*	E_b= 0.114×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.122×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.293×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.260×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.170*kNm*

α=1.0 , γ=0.001　　α=1.0 , γ=1.0　　α=1.0 , γ=100.0

r = 20

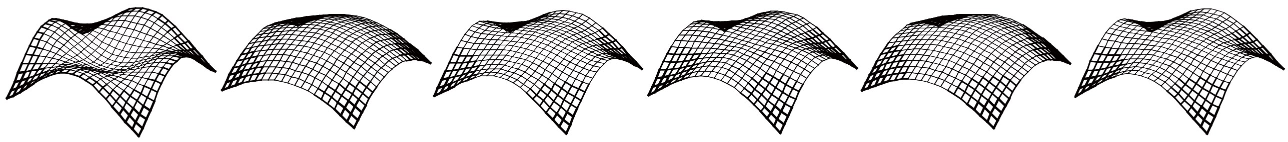


form-D11	form-D21	form-D22	form-D31	form-D32	form-D33
f_t = 0.779×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.882×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.978×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.889×10^{-1}*kNm*	f_t = 0.103*kNm*	f_t = 0.129*kNm*
E_b= 0.726×10^{-2}*kNm*	E_b= 0.872×10^{-2}*kNm*	E_b= 0.113×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.102×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.160×10^{-1}*kNm*	E_b= 0.206×10^{-1}*kNm*

α=1.0 , γ=0.001　　α=1.0 , γ=1.0　　α=1.0 , γ=100.0

r = 30

図 5　解形態



f_t = 0.129kNm E_b= 0.234×10^{-1}kNm form-E1

f_t = 0.778×10^{-1}kNm E_b= 0.745×10^{-2}kNm form-E2

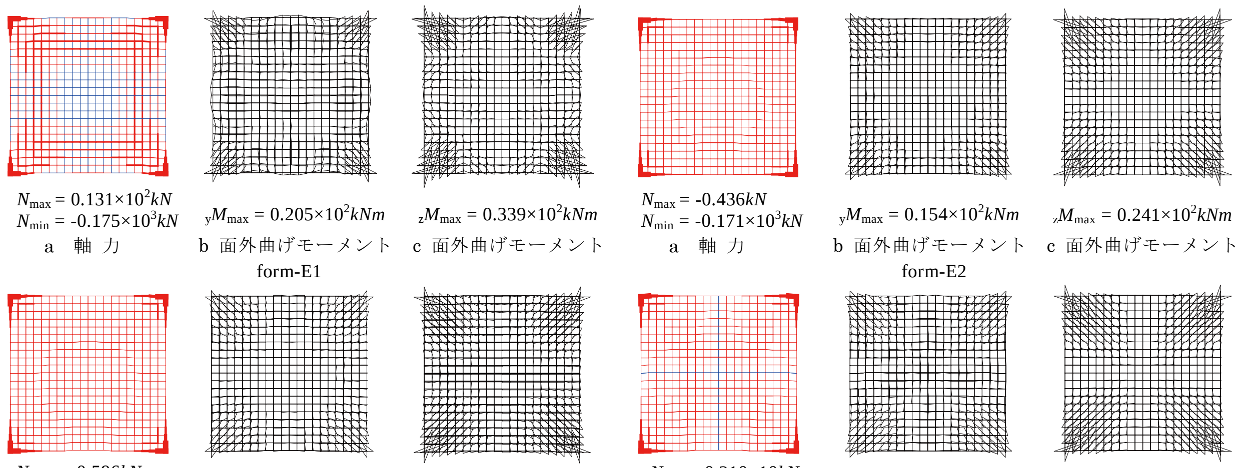
f_t = 0.771×10^{-1}kNm E_b= 0.836×10^{-2}kNm form-E3

f_t = 0.926×10^{-1}kNm E_b= 0.165×10^{-1}kNm form-E4

f_t = 0.771×10^{-1}kNm E_b= 0.676×10^{-2}kNm form-E5

f_t = 0.794×10^{-1}kNm E_b= 0.956×10^{-2}kNm form-E6

図 6　局所探索法（山登り法）により得られる解形態



form-E1: N_{max} = 0.131×10^2kN, N_{min} = -0.175×10^3kN　a　軸 力 ／ $_yM_{max}$ = 0.205×10^2kNm　b 面外曲げモーメント ／ $_zM_{max}$ = 0.339×10^2kNm　c 面外曲げモーメント

form-E2: N_{max} = -0.436kN, N_{min} = -0.171×10^3kN　a　軸 力 ／ $_yM_{max}$ = 0.154×10^2kNm　b 面外曲げモーメント ／ $_zM_{max}$ = 0.241×10^2kNm　c 面外曲げモーメント

form-E3: N_{max} = -0.596kN, N_{min} = -0.165×10^3kN　a　軸 力 ／ $_yM_{max}$ = 0.154×10^2kNm　b 面外曲げモーメント ／ $_zM_{max}$ = 0.236×10^2kNm　c 面外曲げモーメント

form-E4: N_{max} = 0.210×10kN, N_{min} = -0.175×10^3kN　a　軸 力 ／ $_yM_{max}$ = 0.176×10^2kNm　b 面外曲げモーメント ／ $_zM_{max}$ = 0.236×10^2kNm　c 面外曲げモーメント

図 7　力学性状

するため、図 6 に獲得した解形態を初期値として山登り法の適用結果を示す。図 7 は form-E1, -E2, -E3, -E4 の力学性状（軸力図, 面外曲げモーメント, 面内曲げモーメント）である。form-A33, -B32, -C21, -C32, -C33, -D33 は山登り法の適用により、form-E1, -E2, -E3, -E4, -E5, -E6 となる。form-E1, -E2, -E4,は本 FA で獲得した形態の類似形態を示す。form-E3, -E5 は同じ目的関数値であるが別の形態である。これらにより、本 FA の局所最適解の獲得が確認された。

5　まとめ

本報告ではクラスタリング操作を導入したホタルアルゴリズム（本 FA）を、格子状グリッドシェル構造の単一目的最適化に適用し、局所最適解の探索例と解形態を示した。数値結果より以下のことがまとめられる。

1)　オリジナル FA と比較し、本 FA はより評価の高い解が獲得でき、解探索能力の維持･向上が図られた。
2)　本 FA は多様な形態の獲得が可能であり、オリジナル FA が捉えにくい解形態の獲得例を示した。
3)　局所探索法の適用により本 FA は確実に局所最適解の形態が獲得できることを示した。

以上より、本 FA の構造形態創生に対する有効性を示すことができたと考えている。今後、獲得した解形態に対して、ロバスト性を含む構造安定性の確認を行い、種々の構造形態創生問題へと展開したい。

[参考文献]

1）Xin-she yang : *Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms , second edition*, Luniver Press, 2010
2）伊庭斉志, 遺伝的アルゴリズムの基礎 -GA の謎を解く-, オーム社, 2007
3）Xin-she yang : Firefly Algorithms for Multimodal Optimization, Proc. 5th Inter. Conf. on Stochastic Algorithms, Foundations and Applications(2009), pp169-178, 2009
4）田中奈津希, 本間俊雄, 横須賀洋平 :クラスタリング機能を導入したホタルアルゴリズムによる連続体シェル構造の形状最適化, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生, 2014 （発表予定）
5）N.Tanaka, T.Honma and Y.Yokosuka : Structural Shape Optimization of Free-Form Surface Shell and Property of SolutionSearch Using Firefly Algorithm,Peper No.158, 8th China-Japan-Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical System,CD-ROM Procedings, Gyeongju,Korea, MAY.2014
6）松尾圭介, 本間俊雄 : ホタルアルゴリズムと局所探索による鋼構造骨組の最小重量設計, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生, pp-95-100, 2013
7）Y. Okita and T. Honma : Structural Morphogenesis for Free-Form Grid Shell Using Genetic Algorithms with Manipulation of Decent Solution Search, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, 53(3), pp.177-184, 2012.9

＊1 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻 大学院生
＊2 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻 教授･工博
＊3 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻 助教･博(情報科学)