デザイン行為と数学の証明行為における 3 種類の要求条件の分析

○ 長坂 一郎 *1

キーワード：デザイン行為　構成的数学　要求条件

1.　はじめに

デザイン方法論またはデザイン論の文脈では，一般にデザイナーは要求仕様を満たすことを目指してデザインを行っているとされる．この「要求」は，その用いられる状況や文脈によって様々なものが考えられる．例えば，ユーザーやクライアントからの様々な要望や市場調査から得られるニーズ，法規制や物理的な法則，コストや製造上の制約などである．

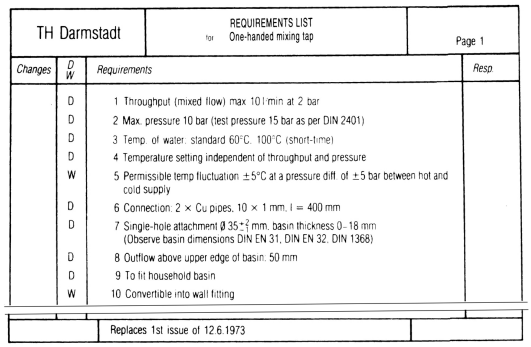
これらの要求のあり方について改めて検討してみると，そこには条件のリストやその項目間の関係として記述される無時間的なものと，時間的な前後関係に関する情報を含んだプロセスとして記述されるものがある．前者は，例えば「居間の面積は 20 m^2 である」というような，「…は…である」のような形で表現できる要求のことで，多くの場合，デザインの成果物がその要求を満たしているか満たしていないかのどちらかだと判断できるものである．後者は，建設の手順や方法などについての条件であり，一般にノウハウであるとかハウツー知識などとよばれ，要求仕様のような形では明示されていない場合が多い．

本発表では，無時間的な要求を命題的要求 (propositional requirements)，時間的な前後関係の情報を含む要求を使用要求 (requirements on use: ユーザーによる人工物の使用に関する要求)，構成要求 (requirements on construction: 人工物の構成・建設に関する要求) と呼び，これらの要求のあり方について構成的数学の証明行為との対応を参照しながら分析を行う．

2.　3 種類の要求条件

2.1.　命題的要求

例えば家を建てる場合，ユーザからの要求は一般に部屋の種類やの広さ，形状，配置などのリストの形で渡され，建設された家はそうした条件を全て満たすことが求められる（図 1）．これらの要求条件は満たされるか満たされないかのいずれかであり，その意味で真偽の判断の対象となる文または式である命題として捉えることができる．古典的なデザイン論ではこうした命題的要求条件を満たす人工物の領域を，集合論の表現を用いて表す場合がある（図 2）．



TH Darmstadt	REQUIREMENTS LIST for One-handed mixing tap	Page 1
Changes	D/W	Requirements	Resp.
	D	1 Throughput (mixed flow) max. 10 l/min at 2 bar	
	D	2 Max. pressure 10 bar (test pressure 15 bar as per DIN 2401)	
	D	3 Temp. of water: standard 60°C, 100°C (short-time)	
	D	4 Temperature setting independent of throughput and pressure	
	W	5 Permissible temp fluctuation: ±5°C at a pressure diff. of ±5 bar between hot and cold supply	
	D	6 Connection: 2 × Cu pipes, 10 × 1 mm, l = 400 mm	
	D	7 Single-hole attachment Ø 35 $^{+2}_{-1}$ mm, basin thickness 0–18 mm (Observe basin dimensions DIN EN 31, DIN EN 32, DIN 1368)	
	D	8 Outflow above upper edge of basin, 50 mm	
	D	9 To fit household basin	
	W	10 Convertible into wall fitting	
	Replaces 1st issue of 12.6.1973	

図 1 デザインにおける命題的要求の例 [1]

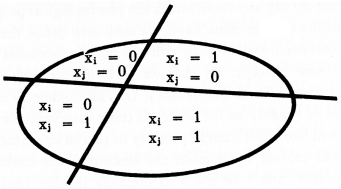


図 2 集合による表現 [2]

2.2.　構成要求

建築業や製造業，ソフトウエア開発などでの製造プロセスはガントチャートなどによって表現され，その工程に基づいて建設・製造・開発の実行性が検討される（図 3）．このような表現は一般に一つの人工物を構成するための工程であるため，様々なプロセスが最終的には一つのプロセスに収斂していく木構造となる．

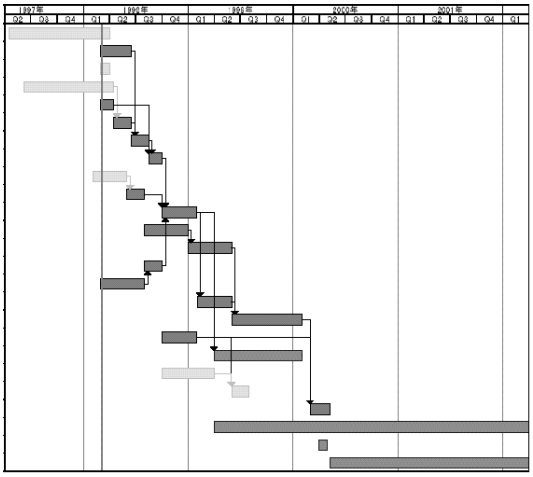


図 3 建築物の建設工程のガントチャート

また，その工程において構成される人工物の構造自体

も図 4 のような木構造とみなせる場合が多い．

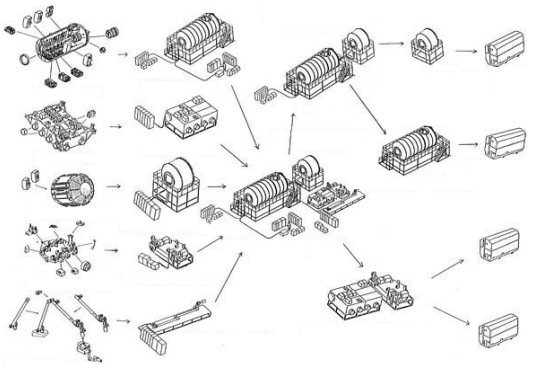


図 4 「きぼう」のプロトフライトモデル全体システムの組立フロー [3](印刷のため文字消去)

以上の例でも分かるとおり，このような人工物の構成の表現は，一般に時間展開とともに一点に集約されるような木構造によって表現される（図 5）．

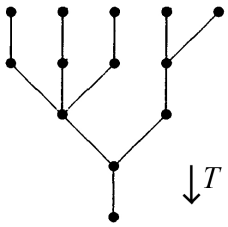


図 5 木構造（時間が進むにつれて要素が統合されていく）

このような構成要求が満たされたと言えるのは，構成要求が表現しているプロセスに従って人工物が構成されたときである．

2.3. 使用要求

ソフトウエアやゲーム開発の現場では，あるユーザーの行動選択の可能性を図 6 のようなシナリオツリーで表現する場合が多い．

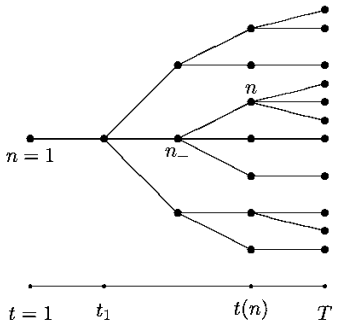


図 6 ユーザー行為のシナリオにおける時間発展図 [4]

使用行為がシナリオツリーによって表現された実際の例としては，図 7 に示すフォルトツリーが挙げられる．

これらが示すとおり，ユーザーの使用の展開は時間展開とともに枝分れしていく逆ツリー構造として表現される（図 8）．この構造は，ちょうど図 5 で示した木構造とは展開方向が逆になっている．

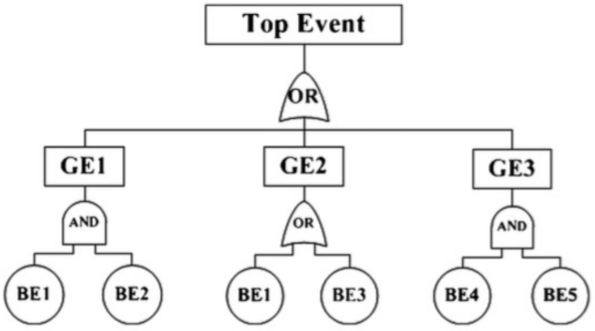


図 7 フォルトツリー分析図 [5]

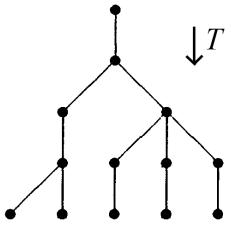


図 8 逆ツリー構造（時間が進むにつれて要素が拡散していく）

ある人工物が使用要求を満たすとは，その人工物がユーザーによるすべての（正常な）使用方法に応えられるということである．したがって，人工物が使用要求を満たすかどうかは，その人工物が製造された段階においては判断することができない．なぜなら，ユーザーがどのように使うかはその時点では十分に予測できないからである．ただ，事前に想定した使用要求を満たすかどうかは，製造された段階で判断することができるだろう．

2.4. 人工物の時間発展と 3 種類の要求条件

これらの 3 つの要求に対応して，人工物を 3 つの異なる要求に対応する存在として捉えることができる．1 つは命題的要求を満たす人工物である．この人工物は，要求仕様に挙げられた条件を常に満たしている．2 つ目は構成要求を満たす人工物である．ある人工物をデザインする場合において，要求仕様は満たせるが，その人工物を構成する手段がない場合がある．構成要求を満たす人工物とは，それが構成できることが保証されるようなものである．3 つ目は使用要求を満たす人工物である．これは，実際にユーザーが使用するすべての場面に対応できる人工物である．

ある人工物がこの 3 種類の要求条件を満たすとき，その人工物の時間的発展とこれら 3 つの要求との関係は，人工物が構成・製造された時点を 0 とすると負の時間に

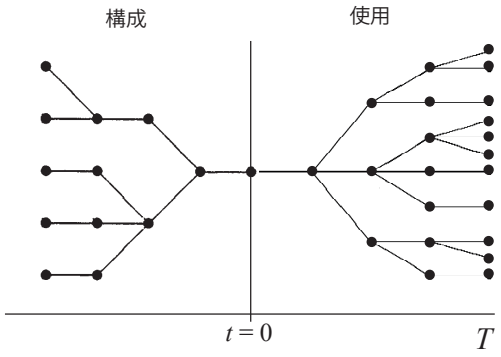


図 9 人工物の時間的発展とこれら 3 つの要求との関係

おいてその人工物は構成的要求を満たす存在であり，0 のとき（およびそれ以降）では命題的要求を満たしており，さらに 0 以降の正時間において使用要求を満たしている（図 9）存在となる．

3. 構成的数学との対応

デザイン行為とは，いくつかの要素をある与えられた要求に基づいて組み合せ，何らかのまとまりのあるものを作り出す構成的 (constructive) な行為である．

一方，数学の分野においても構成的数学と総称される数学的な立場がある．中でも，オランダの数学者ブラウアー (L. E. J. Brouwer) が提唱した直観主義では，数学的対象は人間の精神によって構成された対象であると考えるため，ある対象が存在するということを主張するためには，その対象の構成の手段をその証明によって示さなければならないと主張する．

極めて一般的に表現すれば，デザイン行為とはいくつかの要素を与えられた要求に基づいて組み合せ何らかのまとまりのある人工物を作りだすことだと言えるであろう．一方，直観主義における証明行為は，いくつかの数学的対象を与えられたタスク (命題) に基づいて組み合わせ証明を構成することであり，この限りにおいて証明行為はデザイン行為の一形態だと考えられる．デザイン行為と構成的数学における証明行為との対応関係を分析することにより，デザイン行為をとらえる一つの明確な視点を獲得することができ，また証明行為に求められる指針，具体的には，証明すべき命題と証明との調和と証明行為のなかである推論を行うことができる条件とその推論を行った結果の調和，とのアナロジーから，デザイン行為に対する指針を与えることができると考えている．

以下では，デザイン行為における命題的要求・構成要求・使用要求が構成的数学において何に対応するのかを示す．結論を先に示せば，構成的数学においては命題的要求は証明すべき命題そのものであり，構成要求はある命題の証明の存在条件であり，使用要求とはその証明に至る推論の列が満たすべき条件となる．

表 1 デザイン行為と証明行為の対応

デザイン行為	証明行為
人工物	証明
命題的要求	命題
構成要求	証明プロセス
使用要求	推論プロセス

3.1. 構成要求: 命題の証明の存在

直観主義における証明行為によって構成されるものとは，知識・経験，およびその行為によって構成される証明である．そして，証明は常にある命題についての証明であり，その証明が明らかにしていることはその命題が真であるという数学的な意味での判断である．

古典的な立場では命題の真偽のような数学的な概念は人間とは関係のない永遠のものであり，その命題を証明するしないにかかわらず既に決っているものと考える．一方，ブラウアーをはじめとする直観主義者は，数学的な概念は人の認知能力に依存していると考えるため，命題の真偽は数学者がそれを実際に証明することによってのみ定まるとする．

例えば，「a^b が有理数となるような 2 つの無理数 a, b が存在する」という命題に対する非構成的な証明は以下のようなものである．

> まず $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$ は有理数か無理数のいずれかである．前者の場合，$a = b = \sqrt{2}$ とすればよい．また後者の場合，$a = (\sqrt{2})^{\sqrt{2}}, b = \sqrt{2}$ とすれば，$a^b = 2$ となり，これは有理数．

しかし，直観主義者はこのような非構成的な証明は認めない．何故なら，この証明は a と b を具体的にどのように構成すればいいのかを示していないため，a と b がどういった数なのかわれわれは知ることができないためである．

3.2. 使用要求: 推論規則

このような証明の構成の仕方を直観主義的に説明するものとして BHK-解釈 (Brouwer-Heyting-Kolmogorov interpretation) がある [6]．BHK-解釈では，原始命題 A の意味は何を A の証明と認めるのかを定めることによって与えられ，複合的命題 A の意味は，A を構成している命題の証明からいかにして A の証明が得られるのかを説明することによって与えられるとされる．具体的には，命題論理については以下のように説明される．

(1) $A \wedge B$ の証明は，A の証明と B の証明を示すことによって与えられる．

(2) $A \vee B$ の証明は，A の証明か，または B の証明を示すことによって与えられる．

(3) $A \to B$ の証明とは，A のそれぞれの証明を B の証明に変換する構成的手続きのことである．

(4) 矛盾 “$\perp$” には証明は存在しない．

この解釈は，証明の構成においてどのような推論が許されるかを示しており，ある構成（証明）をどのように使って別の構成（証明）を作成できるかを表している．

3.3. 命題的要求: タスクとしての命題

構成的数学者は命題について「命題はその命題の証明への期待, または意図を表現している」(Heyting), あるいは「命題は問題やタスクを表現している」(Kolmogorov) と考える．つまり，ある表現が命題であることがわかるのは，それが証明への意図，あるいは果たされるべきタスクを表現しているときであり，古典論理主義者が主張するように命題の真理条件を表現しているときではない．例えば，“$1+1=2$” という命題は “$1+1=2$” となる条件を表現しているのではなく，“$1+1=2$” というタスクを表現しており，そのタスクが果たされるのは実際に “$1+1=2$” であることを示す道筋を実際に辿った (計算した) ときとするのである．

BHK-解釈のある特定の定式化と考えられるものとして Curry-Howard の同型対応がある．この対応は “proposition-as-type” とも呼ばれ，論理学の概念である「命題・証明」と計算論の概念である「タイプ・タイプの要素」の間に一対一の対応関係があるということを示している．この対応により，命題 A を集合 (タイプ) として表現するとその命題の要素は証明と考えられ，a をその証明の一つとすると

$$a \in A$$

は「a は A の証明である」ことを表現しており，このとき命題 A は真となる．

このタスクとしての命題を設計における命題的要求だと考えると，その要素はその命題的要求を真とする構成や使用，または人工物と考えられる．すなわち，命題的要求 A が空でないとき，すなわち何らかの人工物 a が存在して

$$a \in A$$

のとき，a は A を満たす人工物であることを表現しており，このとき命題的要求 A は真となるのである．

4. おわりに

本発表では，デザイン行為における無時間的な要求を命題的要求，時間的な前後関係の情報を含む要求を使用要求，ユーザーによる人工物の使用に関する要求)，構成要求と呼び，これらの要求のあり方について構成的数学の証明行為との対応を参照しながら分析を行った．その結果，デザイン行為と構成的数学の証明行為の間に自然な対応が見られ，3 種類の要求条件の調和を求める行為としてデザイン行為を捉える可能性が拓けた．

今後，これらの対応に基づき，具体的なデザイン行為を例として構成的なデザイン行為のモデル化を行うことを考えている．

謝辞

本研究の一部は，JSPS 科研費 16H03014 の助成を受けたものである．記して謝意を表する．

[参 考 文 献]

[1] Gerald Pahl, Wolfgang Beitz, and K. Wallace. *Engineering design: a systematic approach.* Springer Verlag, Berlin, 2 edition, 1996.

[2] Christopher Alexander. *Notes on the Synthesis of Form.* Harvard University Press, 1964.

[3] Japan Aerospace Exploration Agency. `http://iss.jaxa.jp/kibo/about/project/assembly/[accessed:2016-10-07]`, 2007.

[4] Y.-K. Lim and Keiichi Sato. Describing multiple aspects of use situation: applications of Design Information Framework (DIF) to scenario development. *Design Studies*, Vol. 27, No. 1, pp. 57–76, 2006.

[5] Gholamreza Abdollahzadeh and Sima Rastgoo. Risk Assessment in Bridge Construction Projects Using Fault Tree and Event Tree Analysis Methods Based on Fuzzy Logic. *ASCE-ASME J. Risk and Uncert. in Engrg. Sys., Part B: Mech. Engrg.*, Vol. 1, No. 3, p. 031006, 2015.

[6] Anne Sjerp Troelstra. Aspects of constructive mathematics. *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*, Vol. 90, pp. 973–1052, 1977.

*1 神戸大学大学院 教授 工博