

高速列挙アルゴリズムと Hypergraph による Space Syntax の拡張： アルゴリズムの性能限界の確認

○瀧澤 重志*1

キーワード：Space Syntax, 凸被覆問題, 極小横断列挙問題, 性能限界

1. はじめに

Bill Hillier らが考案した Space Syntax¹⁾ (以下 SS) は、建築や都市の空間構成を定量的に分析する手法として現在世界中で普及が進んでいる。SS の分析手法の中でよく用いられているのは Axial map である。これは空間の幾何的な特徴で決定される視線のネットワークとして空間を分節化し、Integration value や Depth などのネットワーク分析の指標によって、空間のつながりを特徴づけようとするものである。しかしその作成方法の理論的背景が弱いことがたびたび指摘されてきた。この問題に対応するために、1990 年代後半から、何人かの著名な研究者によって Axial map を自動生成するアルゴリズムが提案されてきた。例えば Peponis らは平面を凸領域に分割し、それらを全て横断し、かつ連結制約を満たす最小の視線集合を求めるヒューリスティクスを開発した²⁾。また、Turner らは、平面内のオブジェクトの各頂点を結んだすべての視線の集合から、極大なものだけを選ぶ Subset elimination と呼ばれる手法を用いて視線を間引き、連結制約だけでなく、トポロジカルな制約も加えて Axial map を作成する方法を提案した³⁾。しかしいずれの方法も近似解法にとどまっていた。これらの問題は、空間全体を見渡す最小の視線や領域の組み合わせを求めることが本質であるが、これらは集合被覆問題と呼ばれる NP 困難な問題に属するからである。

上記の背景から筆者は既往研究⁴⁾で、Axial map の抱える問題を解決し、従来の線のつながりではなく、まとまりのある領域のつながりとして空間全体を分節化するために、極大凸多角形による平面被覆問題を定義し、BDD⁵⁾/ZDD⁶⁾と呼ばれる圧縮データ構造を用いた最新の高速列挙アルゴリズムによって全解を列挙するとともに、それらの中から、被覆の凸多角形の個数が最小の組合せの中で、それらの面積の和が最大となる解を高速に抽出する方法を提案した。そしてこの提案方法を、藤本壮介設計による情緒障害児短期治療施設のフロアプランを模したデータで検証したところ、一般的なノートパソコンを使って 2 秒程度で列挙から最適解の抽出まで行えることを示した。しかし、このフロアプラン以外での検証は行っておらず、本質的に指数時間アルゴリズムである列挙アルゴリズムが、どの程度の規模の空間にまで適用可能であるかの検証が課題として残っていた。

そこで本研究では、既往研究で提案した方法を単純な平

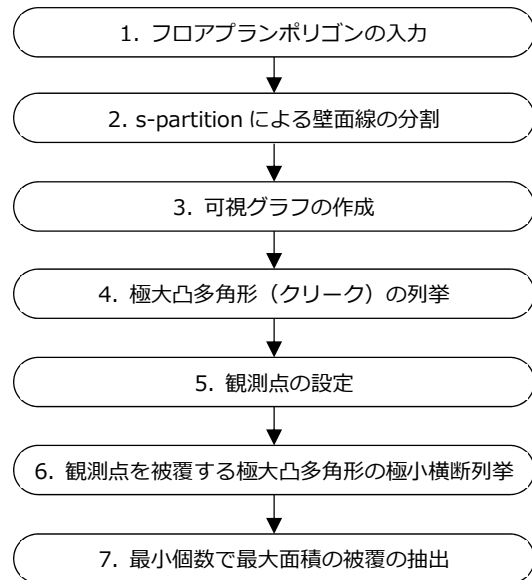


図1 提案手法⁴⁾のフロー

面構成のデータに適用し、提案手法がどの程度の規模までの計算に耐えるのかを検証する。

2. 提案手法の概要

既報⁴⁾で提案した平面の凸多角形による被覆のフローを図1に示す。まず1で、フロアプランのポリゴンのデータ(具体的には壁面を構成する線分のテキストデータ)を入力する。ポリゴンは単純でなくともよい。次に2において、s-partition⁷⁾の考え方で、壁面線を延長した線分が他の壁面と交わる点で線分を分割する。そして3で、分割された線分の頂点をつなぎ、可視グラフを作成し、4でその可視グラフの極大クリーク(=極大凸多角形)を全て列挙する⁸⁾。5で被覆をチェックするために必要な観測点を設定し、6で極小横断列挙アルゴリズム⁹⁾を用いて極小な被覆のパターンを全列挙する。そして7で列挙された被覆から最小個数の極大凸多角形で構成され、かつそれらの面積の和が最大なものを、最適な被覆とみなして、ZDDの集合演算の機能を利用して、効率的に出力する。

3. 平面モデルの設定

図2に性能限界実験を行うための平面モデルの構成を示す。空間は正方形であり、中に距離が2単位毎にXY方向

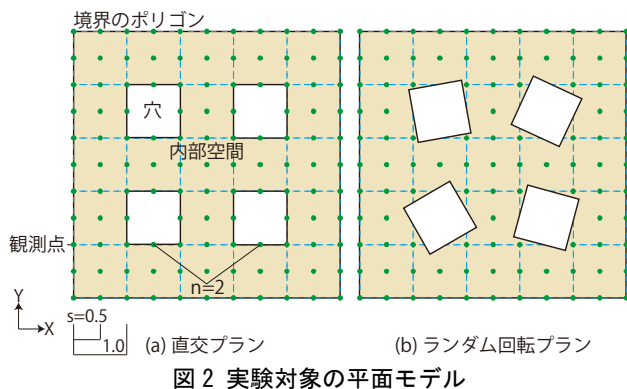


図2 実験対象の平面モデル

に同じ数だけ1辺の長さが1の正方形の穴が開いている。いま各軸方向からみた穴の数を n とおく。この正方形の穴を各軸に水平に並べたものを直交プラン、各正方形の中心でそれをランダムに回転させたものを、ランダム回転プランと呼ぶことにする。さらに、観測点を幅 s の間隔で格子状に配置する。

4. 計算機実験

以下に実験の設定と結果について述べる。

4.1 設定

この空間モデルの n と s のパラメータを変化させて空間を生成して提案手法に適用し、その計算限界を探っていく。使用した計算機の環境は次の通りである。CPU: Intel Core i7 5960x@4.2GHz, memory: 128GB DDR4 2400, ページファイル用のSSD: OCZ RevoDrive350 480GB, OS: Windows 10 Professional, compiler: Visual C++ 2015 Enterprise, ZDD library: Graphillion¹⁰。平面モデルの観測点のパラメータ s の間隔を0.125, 0.250, 0.500の3段階に変化させる。さらに、穴の軸方向数 n を1から一つずつ増やして平面の複雑さを増加させていき、計算時間が24時間を超える、メモリが最大の128GBを超える、その他の理由で計算ができなくなるという限界点を設定し、実験を行う。

4.2 結果

まず、各計算モデルについて、観測点の間隔 s に依存しない指標の結果を表1に示す。比較のために既報⁴⁾で計算した情緒障害児短期治療施設を模したフロアプランについて、再計算を行った結果も併せて示す。詳細は表2で説明するが、直交プランの場合、 $n=9$ が計算の限界であった。一方ランダム回転プランの場合は、 $n=3$ の途中で計算が限界を迎えた。ランダム回転プランの可視グラフの規模は他のものよりも少ないが、他の要因で計算爆発が起きたと思われる。直交プランの場合は、可視グラフの規模や極大クリークの数是最も大きい、他の平面モデルと比較して可視グラフやクリークの配置が単純なため、列挙される被覆のパターンに限られたからだと推測する。

次に表2に観測点の間隔 s に依存する指標の結果を示す。全体的な傾向として、 s が粗くなるほうが列挙された被覆

表1 s に依存しない指標の結果

平面モデル	n	可視グラフ のノード数	可視グラフ のエッジ数	極大凸多角 形の数	計算時間:
					極大凸多角 形列挙(s)
直交プラン	1	16	92	8	0.000
	2	36	370	22	0.004
	3	64	952	44	0.014
	4	100	1,950	74	0.038
	5	144	3,476	112	0.100
	6	196	5,642	158	0.182
	7	256	8,560	212	0.347
	8	324	12,342	274	0.503
	9	400	17,100	344	0.830
ランダム回転 プラン	1	16	96	8	0.001
	2	52	628	54	0.008
	3	112	1,848	215	0.046
情緒障害児短 期治療施設	-	179	1,728	216	0.040

の数が増えることである。粗くなれば観測点数が減るために被覆の数も減ると考えたが、逆の結果となった。根本的な理由はまだわからないが、観測点の間引きの方法から、観測点が細かいほど、各被覆に固有の観測点が残りにやすいので、それと関係があるかもしれない。

直交プランの場合、 $n=5$ から被覆の数が増えてきて、 $n=9$ で 10^{18} から 10^{19} 程度の数の被覆が列挙されている。 $n=10$ でも計算はできたが、列挙解の数が逆に減ってしまい、明らかに計算がおかしくなったので、 $n=9$ を計算限界とした。ただし使用メモリは1GB程度で、列挙も7秒程度で短い。一方、ランダム回転プランの場合、 $n=2$ までは一瞬で列挙が完了するが、 $n=3$ になったとたんに、使用メモリや計算時間が限界を超え、打ち切りとなった。列挙の第一段階の関数hit()のBDDのサイズが $n=3$ になったとたんに急激に大きくなって、ZDDとしてすべての解を列挙できなかったのが原因である。図3~8は三つの平面モデルの凸多角形の重ね合わせと最適な被覆である。ランダム回転プランや情緒障害児短期治療施設の凸多角形の重なり方は複雑である。図9は列挙できなかったランダム回転プラン $n=3$ の凸多角形の重ね合わせである。図7と比較すると、図9の方が中央部分の凸多角形の重なりが多く、これが、列挙されるパターンが劇的に増加した原因と思われる。

5. まとめ

本研究では、既報で提案した極大凸多角形による平面被覆問題を解くアルゴリズムの性能評価をモデル平面で行った。その結果、規則的な平面ではある程度の規模まで計算可能であるが、不規則な平面で被覆の重なりが増えるようなフロアプランの場合は、小規模でも列挙が難しくなることを確認した。

表 2 s に依存する指標の結果

平面モデル	n	s	観測 点数	hit()の BDD サイズ	列挙された被覆の数	最小被覆の 解の個数	最小被覆 要素の数	計算時 間: hit(s)	計算時 間:min(s)	使用メモ リ(MB)	
直交プラン	1	0.125	4	4		1	1	4	0.000	0.000	<4.0
	1	0.250	4	4		1	1	4	0.000	0.000	<4.0
	1	0.500	4	4		1	1	4	0.000	0.000	<4.0
	2	0.125	25	71		9	1	6	0.000	0.000	<4.0
	2	0.250	25	71		9	1	6	0.000	0.000	<4.0
	2	0.500	19	49		12	1	6	0.000	0.000	<4.0
	3	0.125	72	181		81	1	8	0.000	0.001	<4.0
	3	0.250	72	181		81	1	8	0.001	0.000	<4.0
	3	0.500	52	135		135	1	8	0.001	0.000	<4.0
	4	0.125	145	507		729	1	10	0.001	0.000	<4.0
	4	0.250	145	507		729	1	10	0.001	0.000	<4.0
	4	0.500	132	691		6,100	1	10	0.001	0.001	<4.0
	5	0.125	220	6,621		2,012,073	1	12	0.002	0.009	35.6
	5	0.250	220	6,621		2,012,073	1	12	0.003	0.008	31.6
	5	0.500	160	7,452		29,871,858	1	12	0.003	0.009	35.0
	6	0.125	321	37,785		2,667,269,329	1	14	0.010	0.053	62.7
	6	0.250	321	37,785		2,667,269,329	1	14	0.011	0.051	62.4
	6	0.500	235	43,088		76,679,494,963	1	14	0.012	0.069	65.3
	7	0.125	448	154,509		3,888,381,993,025	1	16	0.056	0.203	132.9
	7	0.250	448	154,509		3,888,381,993,025	1	16	0.055	0.196	127.7
	7	0.500	328	155,616		186,418,750,244,394	1	16	0.047	0.222	125.9
	8	0.125	601	585,265		6,103,701,379,710,017	1	18	0.224	0.889	276.4
	8	0.250	601	585,265		6,103,701,379,710,017	1	18	0.221	0.905	275.1
	8	0.500	439	485,518		482,738,550,590,615,450	1	18	0.200	0.693	260.2
	9	0.125	748	3,459,175		9,777,430,146,693,383,297	1	20	1.168	5.945	1,061.7
	9	0.250	748	3,459,175		9,777,430,146,693,383,297	1	20	1.139	5.975	1,061.9
	9	0.500	552	2,718,931		14,466,088,780,618,321,125	1	20	0.918	4.892	999.5
ランダム	1	0.125	4	4		1	1	4	0.000	0.000	<4.0
回転プラン	1	0.250	4	4		1	1	4	0.000	0.000	<4.0
	1	0.500	4	4		1	1	4	0.000	0.000	<4.0
	2	0.125	196	949		1,209	1	9	0.000	0.003	<4.0
	2	0.250	140	3,910		6,099	1	9	0.003	0.006	<4.0
	2	0.500	62	4,496		298,436	4	9	0.001	0.001	<4.0
	3	0.125	955	1,179,693,086		N/A	N/A	N/A	866.7	>24 時間	>128GB
	3	0.250	378	1,240,588,425		N/A	N/A	N/A	767.3	>24 時間	>128GB
	3	0.500	104	65,942,498		N/A	N/A	N/A	37.3	>24 時間	>128GB
情緒障害児 短期治療施設	-	10cm	1,072	100,263	1,543,606,641,113,586,420	18,480	35	0.037	0.407	69.4	

謝辞

本研究は、科学研究費補助金基盤研究 C(16K06652)、基盤研究 B(15KT0020)の補助の下で行われました。

[参考文献]

- 1) B. Hillier and J. Hanson, The Social Logic of Space. Cambridge University Press, 1984.
- 2) J. Peponis, et al., On the generation of linear representations of spatial configuration, Environment and Planning B: Planning and Design, 25, pp.559-576, 1998.
- 3) A. Turner, A. Penn and B. Hillier, An algorithmic definition of the

axial map, Environment and Planning B: Planning and Design, 32, pp.425-444, 2005.

- 4) A. Takizawa, Extending Space Syntax with Efficient Enumeration Algorithms and Hypergraphs, 11th International Space Syntax Symposium, Lisbon, pp.176.1-176.15, July 2017.
- 5) R. E. Bryant, Graph based algorithms for Boolean function manipulation, IEEE Transactions on Computers, C-35(8), pp.677-691, 1986.
- 6) S. Minato, Zero-Suppressed BDDs for Set Manipulation in Combinatorial Problems, in Proc. of the 30th International Design Automation Conference, pp.272-277, 1993

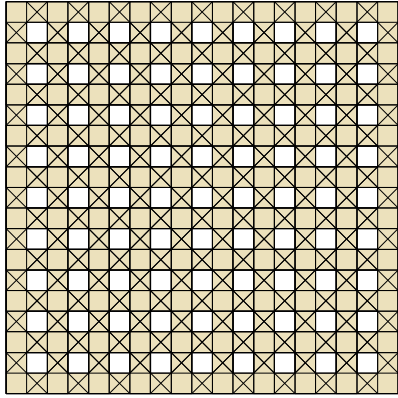


図3 直交プラン($n=9$)の凸多角形の重ね合わせ

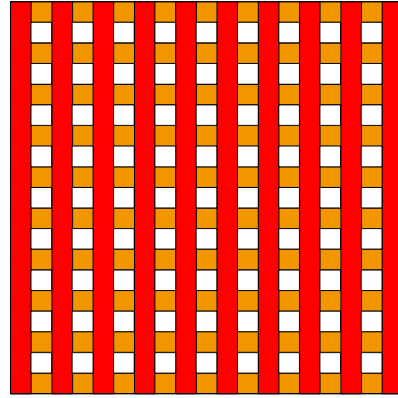


図4 直交プラン($n=9$)の最適な被覆

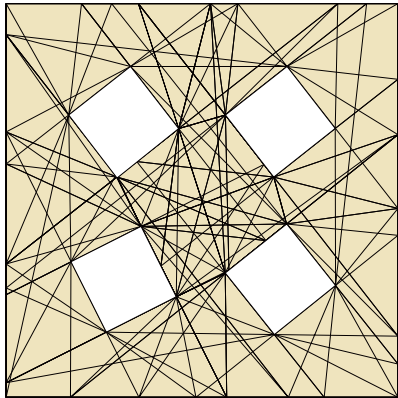


図5 ランダム回転プラン($n=2$)の凸多角形の重ね合わせ

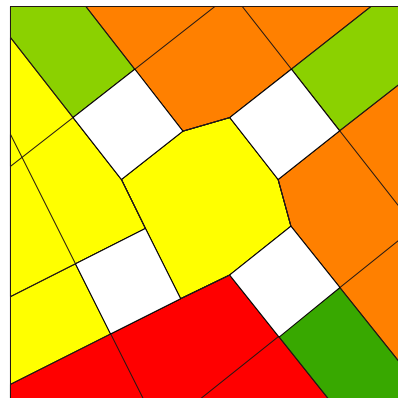


図6 ランダム回転プラン($n=2$)の最適な被覆

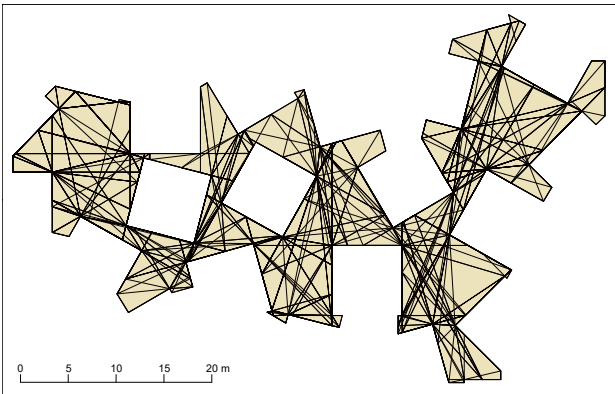


図7 情緒障害児短期治療施設の凸多角形の重ね合わせ⁴⁾

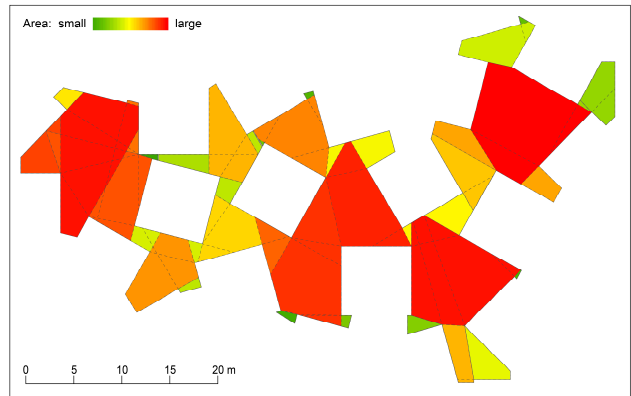


図8 情緒障害児短期治療施設の最適な被覆⁴⁾

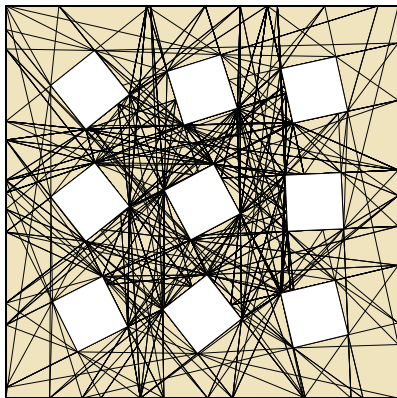


図9 ランダム回転プラン($n=3$)の凸多角形の重ね合わせ

- 7) J. Peponis, et al., On the description of shape and spatial configuration inside buildings: convex partitions and their local properties, *Environment and Planning B: Planning and Design*, 24, pp.761-781, 1997
- 8) O. Coudert, Solving graph optimization problems with ZBDDs, *Proceedings of European Design and Test Conference 1997*, pp.224-228, Mar 1997
- 9) T. Toda, Hypergraph Transversal Computation with Binary Decision Diagrams, in *Proc. of 12th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA2013)*, LNCS 7933, Rome, Italy, pp.91-102, 2013
- 10) T. Inoue, et al., Graphillion: Software Library Designed for Very Large Sets of Labeled Graphs, *International Journal on Software Tools for Technology Transfer*, 18(1), pp.57-66, Feb. 2016

*1 大阪市立大学工学研究科 准教授 博士(工学)