

# デザイン対象としての「使用」の形式化 — 数学の証明行為における「推論」に基づく分析 —

○ 長坂 一郎 \*1

キーワード：デザイン行為 証明行為 形式化

## 1. はじめに

デザイン科学においてデザイン行為の論理的基盤の形式化が求められている。これまで、デザイン行為と数学の証明行為における3種類の要求条件の分析を行ってきた [1, 2]。ここでは、構成的数学の証明行為に基づいてデザイン行為を考察することで、構成要求、使用要求、および命題的要求について分析を行った。

構成的数学では証明を構成的な行為であると捉えている。いくつかの論理式をある与えられた証明すべき命題に基づいて組み合わせ、証明という構成を作り出すという行為は、ある意味デザイン行為と同種の行為と見なせる。このことから、構成的数学における証明行為を分析を行うことにより、デザイン行為を形式的にとらえる一つの明確な視点を獲得することができるのではないかと考えている。

本報告では、このような問題意識のもと、デザイン対象としての「使用」の形式化を証明行為における「推論」との対応に基づいて行う。

## 2. デザイン行為と証明行為の対応関係

これまでの分析によって、デザイナーのデザイン行為と数学者の証明行為との間には以下のような対応関係があることを示した [1, 2]。

表1 デザイン行為と証明行為の対応

	デザイン行為	証明行為
構成される対象	人工物	証明
構成プロセス	使用	推論
意味論	要求仕様	真理条件

構成的数学においては証明行為によって構成されるものは知識・経験、およびその行為によって構成される証明である。そして、その証明の構成プロセスは、ある時点までに構成された証明から次の論理式を導き出す推論によって構成されている。さらに、導き出された論理式は、それに意味を与える構造のもとで真理値が与えられる。

一方、デザイン行為によって構成されるものは図面な

どのデザイン情報を含む人工物であり、その構成プロセスはそれまでに構成された人工物を用いて、次の人工物を構成する行為となる。本研究では、この行為を使用ととらえている。何故なら、デザイン行為も構成された人工物を使用しつつつがされるデザイナーの使用行為であり、それはユーザーによる人工物の使用と本質的に変わらない行為だと考えているからである。これは数学者が証明を構成することと、他の数学者がその証明を使うこと、すなわち、新たな論理式を証明することの間には本質的な違いがないことからのアナロジーから来ている。

## 3. 推論に基づいた使用の分析

### 3.1. 構成的数学における推論行為

オランダの数学者ブラウアー (L. E. J. Brouwer) が提唱した構成的数学の一派である数学的直観主義では、証明を含む数学的对象は人間の精神によって構成された対象であると考えられる。ブラウアーは創造主体 (creative subject) という理想的な数学者の概念を導入し、古典的数学の主張に対する反例を導こうとした [3]。この理想的な数学者は  $0, 1, 2, 3, \dots$  といった形の離散的な時間の流れの中で証明を行い、その証明の構成は時間のなかの各段階において展開する [4]。

まず、理想的数学者を  $*$  とし、 $*$  の心的活動は自然数を単位とする時間  $t (= 0, 1, 2, 3, \dots)$  に沿って展開すると考える。そして、各時間  $t$  において  $*$  は何らかの知識・経験を獲得する。 $*$  は完全な記憶を持っており、一度獲得した知識を忘れることはない。従って、知識は時間の進行に伴って単調増加すると考えられる。さらには、 $*$  は  $t$  から  $t+1$  への移行において、一般に複数の可能な道筋を持っているとされる。よって、 $*$  の活動を図式的に表現すれば時間とともに展開するツリー状のダイアグラム (図1) となる。

図1中のそれぞれのノードは  $*$  の知識、または経験のある段階を示している。そして、それぞれのノード  $\alpha_i$  に対して論理式の集合 — 経験した事実 (数学的には  $*$  が証明を持つ論理式) の集合 —  $S_i$  が対応している。上述の通り、 $*$  の知識・経験は時間の進行に伴って単調増

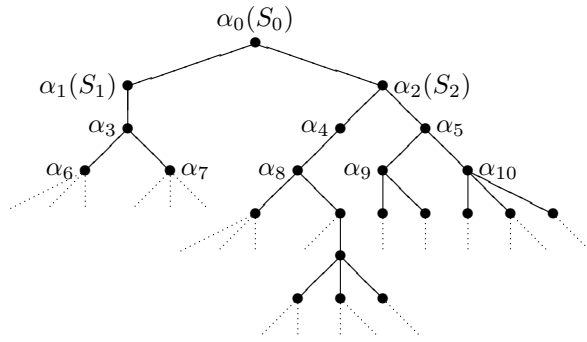


図1 ツリーにおけるそれぞれのノードは、その時点での\*の知識・経験を表わしている

加するため、一般に以下のような条件が満たされる。

$$i \leq j \Rightarrow S_i \subseteq S_j$$

ここまでの説明に基づけば、「\*が段階  $\alpha_i$  において  $\phi$  という事実を知っている、または経験した」ということは、

$$\phi \in S_i$$

と表現できる。ただし、 $\alpha_i$  の段階において  $\phi \notin S_i$  だとしても、\*は  $\phi$  を成立させる方法を知っているが、まだ実行していないだけかも知れない。そこで、 $\alpha_i$  を通るすべての(未来への)道筋において  $\phi$  が成立している段階が存在すれば、 $\alpha_i$  において  $\phi$  が成立していると考えられる。例えば、図2では  $\alpha$  において \* は  $\phi$  という事実を知っているとされる。

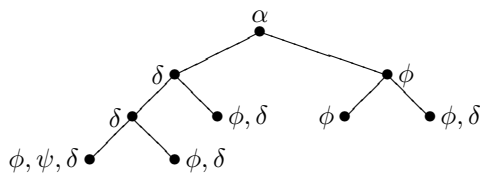


図2 \*は  $\alpha$  において  $\phi$  を知っている

### 3.2. デザイナーの使用行為

直観主義における創造主体の議論に基づいてデザインプロセス(デザイナーの使用行為)について考察する。

直観主義に倣い理想的デザイナーを\*で表現すれば、\*のデザイン活動はある時間単位  $t(=0, 1, 2, \dots)$  に沿って展開すると考えられ、各時間  $t$  において\*は何らかの一連の構成・使用の経験を獲得する。また、\*は完全な記憶を持っているため、\*の構成・使用の経験は  $t$  に従って単調増加する。

さらには、図1に従い、\*はある段階  $\alpha$  で例えば  $S$  という構成・使用の経験の集合を持ち、ある特定の知識

$a$  がその  $S$  に含まれるとき  $a \in S$  と表現する。さらに、ある段階  $\alpha_i$  から展開可能な道筋すべてにおいて  $b$  が構成されるとき  $b \in \alpha_i$  となる。つまり、段階  $\alpha_i$  に至れば、その先で必ずあること  $b$  を経験することが明らかるとき、 $\alpha_i$  において\*は  $b$  を経験する(または、経験し得る)とみなすのである。ここでは、上述の通りデザイン行為を構成的なものと考えれば、人工物の構成行為と使用行為を区別する必要はない。

使用行為が表現された実際の例としては、図3に示すようなフォルトツリーが挙げられる。このツリーにおいても、ある段階  $\alpha_i$  から展開可能な道筋すべてにおいてある経験  $b$  が構成されるとき  $b \in \alpha_i$  となる。つまり、段階  $\alpha_i$  に至れば、その先で必ずあること  $b$  を経験することが明らかるとき、 $\alpha_i$  において\*は  $b$  を経験する(または、経験し得る)とみなされる。

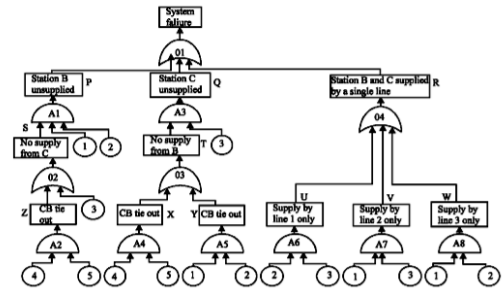


図3 Fault tree analysis (FTA) of power system reliability[5]

### 4. 使用行為の時間展開

これらが示すとおり、使用行為は時間展開とともに枝分れしていく逆ツリー構造として表現される(図4)。このような使用の時間展開を形式化するために、まず使用を定義する。

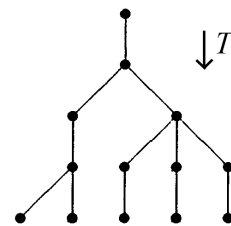


図4 逆ツリー構造(時間が進むにつれて要素が拡散していく)

推論からの示唆に従えば、一つの使用とは時間軸に従ったある状態から次の状態への移行だと考えられる。そして、この状態を一つの場面(シーン)だと考えれば、あるひとまとまりの使用をシーンの連続として表現できる。例えば、「玄関に入る」という使用場面を考えれば、「駐車場に車を止め、玄関に近づき、ドアを開け、靴を脱ぎ…」という一連の場面によって構成されていると考え

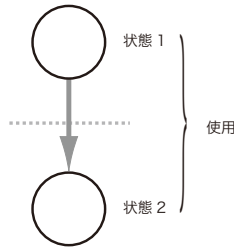


図5 ある状態からある状態への移行としての使用

られる。こうした使用のとらえ方を、ソフトウェアデザインの現場では「シナリオに基づいたデザイン」[6]と呼んでいる。

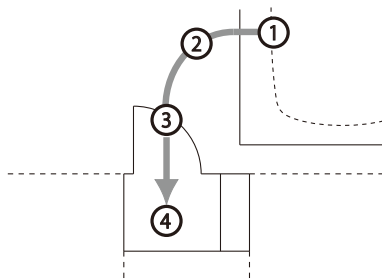


図6 駐車場から玄関への場面の移行

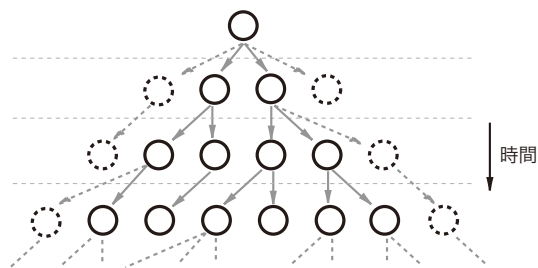


図7 使用の展開

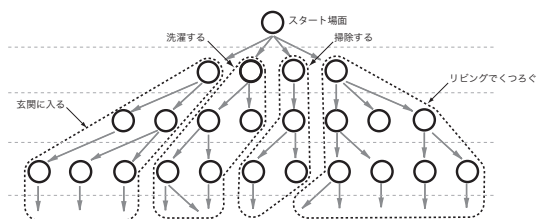


図8 家の使用の展開

このように、ひとまとまりの使用はシーンの列として表現することができる。さらには、逆ツリー構造をした使用行為は時間展開はこうした使用のシーケンスを合成したものだと考えられる。例えば、家のデザインの場合では、具体的な使用の展開とは図8のようになる。ス

タートの場面からそれぞれの場面へと分岐し、それぞれの場面においても検討すべき使用のシーケンスは複数あるため、その先にはシーケンスの数だけ分岐がある。この使用の展開は図1で示した理想的数学者を\*の証明行為に対応するものであり、理想的数学者の活動における形式的表現がそのままの形で用いることができる。

ここでいままで説明してきた3つの概念

- 使用
- 使用のシーケンス
- 使用の展開

の関係を図9に示す。このように、使用は使用のシーケンスの一部であり、使用のシーケンスは使用の展開に属しているという関係にある。

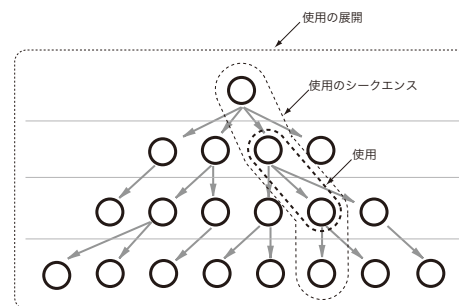


図9 使用・使用のシーケンス・使用の展開の関係

## 5. デザイン対象としての使用の形式化

デザイン行為における使用の展開が理想的数学者の証明行為に対応するとすれば、デザイナー・ユーザーの使用は数学者の推論に対応する。数学者の推論は一般に数学的体系の中で与えられた推論ルールに従って行われる。しかし、デザイン行為におけるデザイナー・ユーザーの使用にはそうした予め定められた明確なルールは存在しない。そこで、構成的数学における推論ルールに求められる、推論行為の2つの側面の調和を参考にしてデザイン行為における使用が満たすべき条件について考察する。

### 5.1. 構成・使用プロセスに関する2つの側面の調和

証明プロセスの議論が示すとおり、理想的数学者の  $t$  の段階から  $t+1$  の段階へはランダムに移行するわけではない。そこには、構成的行為の移行に関する以下のような指針がある。

Prawitz は [7] において、Dummett [8] によって導入された構成・使用について以下のような2つの異なる側面について紹介している。

- (1) ある言明が正しく主張され得る条件、

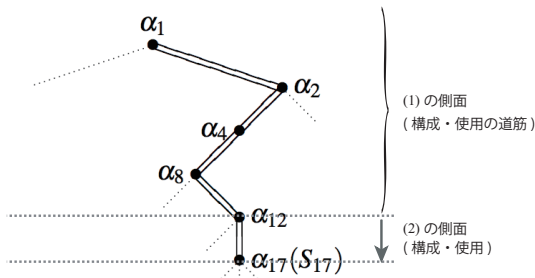


図 10 構成・使用プロセスに関する 2 つの側面

(2) その言明を主張することによる帰結。

直観主義をはじめとする構成的数学では、1 の側面は言明を導出するルールにおいて表現され、2 の側面はその言明から結論を導出するルールにおいて表現される。ここで重要なことは、この 2 つの側面の間に調和が求められることである。もしそうでなければ、構成された証明が一貫したものとはならないためである。

同様に、デザイン行為における構成・使用プロセスにも以下のような 2 つの側面があり、この 2 つの側面の間に調和が求められる。

- (1) ある構成・使用が正しく為される条件、
- (2) その構成・使用を実際に行うことによる帰結。

構成的なデザイン行為においては、1 の側面はある構成・使用を実行するまでの道筋を規定する条件によって表現され、2 の側面はその構成・使用の実行を規定する条件によって表現される。そして、ここにコンフリクトがある場合、その構成・使用、および構成される人工物は一貫したものとはならないと考えられる。

図 10 を用いて説明すれば、 $\langle \alpha_0, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_{12} \rangle$  までの道筋を規定する条件が 1 の側面であり、 $\langle \alpha_{12}, \alpha_{17} \rangle$  の 1 段階の移行がある段階における理想的デザイナーの行為であり、その行為の結果もたらされる場面の変化が 2 の側面ということになる。例として、あるソフトウェアを使用する場合を考えれば分かりやすいだろう。ユーザーがある入力をしようとする場合、その入力に至るまでの道筋 — 1 の側面 — と、その入力を実行した結果 — 2 の側面 — の間に整合性がなければ、この使用は一貫したものとはならないだろう。このことは、人工物を構成する行為や、構成された人工物の構成に関しても同様のことがいえる。

2 つの側面の間の調和を保ちつつ、この展開をデザインすることがデザイナーのデザイン行為に求められる条件である。

## 6. おわりに

本報告では、構成的数学における証明行為の分析に基づいてデザイン行為を形式的にとらえる視点を与えた。そして、デザイン対象としての使用の定式化を行い、その使用の展開が理想的数学者の証明行為に対応するものであり、理想的数学者の活動における形式的表現がそのままの形で用いることができることを示した。最後に、デザイン行為における使用が満たすべき条件について、構成的数学における推論ルールに求められる条件にしたがって分析した。

今後の課題として、本報告で示された使用の展開の形式的表現、および使用に求められる条件に基づいた具体的なデザイン手法について検討することが挙げられる。

## 謝辞

本研究の一部は、JSPS 科研費 16H03014 の助成を受けたものである。記して謝意を表する。

## 参考文献

- [1] 長坂一郎. 構成的な設計行為の 3 つの側面. 第 18 回設計工学・システム部門講演会, pp. file no. 2204({CD-ROM}), 京都大学, 2008.
- [2] 長坂一郎. デザイン行為と数学の証明行為における 3 種類の要求条件の分析. 第 39 回情報・システム・利用・技術シンポジウム, 建築会館, 2016.
- [3] Michael Dummett. *Elements of Intuitionism (2nd ed.)*. Oxford University Press, Oxford, 2000.
- [4] Anne Sjerp Troelstra. *Principles of intuitionism*, Vol. 95 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer, Berlin, 1969.
- [5] Stella Morris and M.A.G. Ezra. Data Structures in Power System Reliability Estimation. *Journal of Applied Sciences*, Vol. 4, No. 2, pp. 322–329, 2004.
- [6] J.M. Carroll. *Making use: scenario-based design of human-computer interactions*. MIT Press Cambridge, MA, USA, 2000.
- [7] Dag Prawitz. Meanings and Proofs: On the Conflict between Classical and Intuitionistic Logic. *Theoria*, Vol. 43, No. 1, pp. 2–40, 1977.
- [8] Michael Dummett. The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic. In Michael Dummett, editor, *Truth and other enigmas*, pp. 215–247. Duckworth, London, 1978.

\*1 神戸大学大学院 教授 工博