

# 太陽視赤緯と均時差計算に関する一考察

正会員 松本真一\*

4. 環境工学 - 5. 熱 - j. 気象データ  
太陽高度角 太陽方位角 視赤緯  
均時差 時刻系

## 1 はじめに

特定の時刻・地点における太陽位置の計算には、太陽視赤緯  $\delta$  [°] と均時差  $t_e$  [°] の計算が含まれる。次章で述べるように建築環境工学分野でも、太陽視赤緯と均時差の計算式にはいくつか提案式があり、筆者は場合によって使い分けてきた。

最近、厳密な太陽位置や日出・日入時刻データが必要となるある研究上の理由から、各種提案式による  $\delta$  と  $t_e$  の計算値と理科年表 [1] の差を検討する機会があった。その際、いくつかの知見を得たので報告する。

## 2 既往の提案式と疑問点

### 2.1 既往の提案式

建築環境工学分野で比較的良好に用いられているのは以下の3つであろう。

松尾の式 [2] ある時期の理科年表に記載された値を調和解析により、一年の通日  $Y$  の関数として表したものの HASP などの熱負荷計算プログラムに組み込まれている。

山崎の式 [3] 位置天文学分野における Newcomb の理論を実用的な範囲で展開したもの。プログラムリストが公開されている [3]。

赤坂の式 [4] 上述の山崎の式を簡略化し、地球の軌道要素の長期変動項を省略したもの。拡張アメダス気象データ [5], [6] で提供されている斜面日射計算プログラムなどに組み込まれている。

### 2.2 疑問点

山崎の式ならびに赤坂の式は基本的に 1895 年に発表された Newcomb の理論に基礎を置くものである。筆者は従来、詳細な  $\delta$  と  $t_e$  の計算を必要とする場合にはこれらの何れかを用いてきたが、今回改めて理論的背景を調べたところ、次に示すような点で疑問を持った。

Newcomb の理論は、暦計算の元期を J1900.0 (1900 年 1 月 0.5 日) としている。しかし、1984 年より天文学の分野では、国際天文学連合 (IAU) の 1976 年決議に従い、元期を JC2000.0 (2000 年 1 月 1.5 日) とし、さらには、Newcomb の理論とは異なる暦計算システム (理論) を採用しており ([7], pp.227-241)、理科年表もこれに従っている。また、新しく採用された暦計算システムにより、1984 年年初に春分点補正 (Newcomb の歳差式から Lieske の歳差式への移行) があり、

この時点で年々の春分点移動が不連続 ( $0^s.063899$ ) になった ([7], pp.233-235)。

これらのことから、山崎の式や赤坂の式による  $\delta$  と  $t_e$  の計算値と理科年表の記載値の間に乖離が懸念される。

Newcomb は自論において時刻系を UT (世界時) を用いて表したつもりであったが、今日では Newcomb の用いた時刻系は ET (暦表示) であると理解されている ([8], pp.79-80)。

しかし、松尾の式はもちろん、赤坂の式でも UT と ET は区別して扱われておらず、疑問である。山崎の式では、UT から ET への変換を単純に扱っており<sup>1</sup>、この部分の誤差が精度に影響を及ぼすことが懸念される。

1984 年以降、時刻系として TD (力学時) を用いることになった。

しかし、述べたとおり、建築環境工学分野ではこのことに対応していない。

そこで別途、太陽視赤緯  $\delta$  と均時差  $t_e$  の計算式を検討することにした。その結果については、5 章と 6 章で述べる。

## 3 時刻系について

我々は日本標準時 (JST) に従っており、JST が協定世界時 (UTC) と 9[h] の時差があることは言うまでもない ( $UTC = JST - 9$ )。しかし、前章で述べた通り、天文学分野では現在、時刻系として力学時 TD を用いることになっており、太陽位置計算に関わる太陽視赤緯  $\delta$  [°]、均時差  $t_e$  [°] の計算において、(a) JST から TD への変換や、(b) 地方真太陽時から TD への変換が必要となる。ここでは、(a) に関わる事項について述べる。

### 3.1 恒星時系

JST や UTC はいわゆる原子時系に属し、TD は力学時系に属する。その間をつなぐのがいわゆる恒星時系である。JST から TD への変換や地方真太陽時から TD への変換をについて理解するには、恒星時系についてを知っておく必要がある。

<sup>1</sup> ET と UT の差が 1 年あたり 1s ずつ拡大するという設定で、 $ET = UT + 1^s \times (Y - 1930)$  としている。この式で  $Y = 2000$  とすると西暦 2000 年には、ET と UT の差が 70s となるが、後述するように現実には約 64s である。

### 3.1.1 世界時 UT1

(1) 世界時 UT1 の定義 UT1 は、グリニッチ (Greenwich) における平均太陽時である。1984 年より、UT1 はグリニッチ平均恒星時 (Greenwich Mean Sidereal Time, GMST)  $\bar{\Theta}_G[h]$  と次の関係があるものとして定義されている。

$$UT1 = \bar{\Theta}_G - \alpha_m + 12^h \quad (1)$$

ここに、 $\alpha_m[h]$  は平均太陽の赤経<sup>2</sup>で、今考えている時 (UT1 時) のユリウス日 (Julian Day) を  $JD_u$ 、それに対応する J2000.0(2000 年 1 月 1 日 12UT1) を元期とするユリウス世紀数 (Julian Century, JC) を  $T_u [= (JD_u - 2,451,545)/36,525]$  とすると、

$$\begin{aligned} \alpha_m = & 18^h41^m50^s.54841 + 8,640,184^s.812866 T_u \\ & + 0^s.093104 T_u^2 - 0^s.0000062 T_u^3 \end{aligned} \quad (2)$$

と定義されている ([1], p.147)。なお、

$$T' = \frac{\text{int}[JD_u - 2,451,545.0] - 0.5}{36,525} \quad (3)$$

で定義される  $T'$  を用いて、0UT1 におけるグリニッチ平均恒星時  $\bar{\Theta}_{G0}$  は、

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_{G0} = & 6^h41^m50^s.54841 + 8,640,184^s.812866 T' \\ & + 0^s.093104 T'^2 - 0^s.0000062 T'^3 \end{aligned} \quad (4)$$

と表され ([7], pp.233-235)、 $\bar{\Theta}_G$  は、 $\bar{\Theta}_{G0}$  と UT1 を用いて

$$\bar{\Theta}_G = \bar{\Theta}_{G0} + 1.002737909 UT1 \quad (5)$$

となる ([8], pp.65-71)。

(2) UT1 と協定世界時 UTC、日本標準時 JST の関係 我々が通常用いている UTC と UT1 の間には DUT1(=UT1 - UTC) と呼ぶ差があるが、UTC に対して閏秒の補正を施すことにより、1972 年以降、DUT1 が  $\pm 0.9s$  以内となるように調整されている。従って、1s 以下の厳密さを求めない限り、 $UT1 \approx UTC (= JST - 9^h)$  と考えてよい。

### 3.1.2 世界時 UT2

(1) UT2 と UT1 の関係 一方、UT2 は、UT1 に地球の自転速度変動のうち季節変化を加味したもので、その差  $\Delta T_s (= UT2 - UT1)$  は、10ms オーダーの値である ([1], p.147)。

(2) UT2 と協定世界時 UTC、日本標準時 JST の関係 従って、 $UT1 \approx UTC$  とする限り、 $UT2 \approx UT1$  と考えてよい。すなわち、

$$UT2 \approx UT1 \approx UTC = JST - 9^h. \quad (6)$$

<sup>2</sup>厳密にいうと、FK5 星表による平均太陽の瞬時ににおける平均春分点を基準にして測った赤経のこと。

### 3.1.3 地方視恒星時 $\Theta$ とグリニッチ視恒星時 $\Theta_G$

ある地点における (地方) 恒星時とは、その地における瞬時の真春分点<sup>3</sup>の時角のことで、 $\Theta[h]$  で表される。特に、地点を天文東経  $\lambda_s[h]$  がゼロのグリニッチに特定した恒星時をグリニッチ視恒星時  $\Theta_G[h]$  という。

天文東経  $\lambda_s[h]$  の地の (地方) 恒星時  $\Theta$  は、グリニッチ視恒星時  $\Theta_G$  を用いて  $\Theta = \Theta_G + \lambda_s$  と表される。また、通常の東経  $\lambda[h]$  と天文東経  $\lambda_s$  の間の差を  $\Delta\lambda (= \lambda - \lambda_s)[h]$  とすると<sup>4</sup>、次式で表される。

$$\Theta = \Theta_G + \lambda_s = \Theta_G + \lambda - \Delta\lambda \quad (7)$$

### 3.1.4 地方平均恒星時 $\bar{\Theta}$ とグリニッチ平均恒星時 $\bar{\Theta}_G$

ある地点における (地方) 平均恒星時とは、その地における瞬時の平均春分点の時角のことで、 $\bar{\Theta}[h]$  で表される。もちろん地点をグリニッチに特定した平均恒星時がグリニッチ平均恒星時  $\bar{\Theta}_G[h]$  である。式 (4) および式 (5) を用いて、 $\bar{\Theta}_G$  を計算することができる。

天文東経  $\lambda_s[h]$ 、東経  $\lambda[h]$  の地の (地方) 平均恒星時  $\bar{\Theta}$  は、グリニッチ平均恒星時  $\bar{\Theta}_G$  を用いて、次式で表される。

$$\bar{\Theta} = \bar{\Theta}_G + \lambda_s = \bar{\Theta}_G + \lambda - \Delta\lambda \quad (8)$$

## 3.2 暦表時 ET と力学時 TD

### 3.2.1 暦表時 ET

Newcomb が太陽位置の計算理論において UT1 のつもりで用いていた時刻系は、現在では暦表時 ET であると考えられている ([8], pp.79-80)。また後述するように、ET は力学時と等しいと考えてよいとされている ([9], p.144) から、結局、ET は UT とは異なるものであるが、このことを明示的に考慮した計算式は、これまで建築環境工学の分野には無いように思われる。

暦表時 ET も、後述の力学時 TD も、天文力学理論に合うように再定義された時刻系である。ET は、

1900 年の初め近くで太陽の幾何的平均黄経が  $279^\circ41^m48^s.04$  となった時間を起点と考えて、1900 年 1 月 0 日 12ET と表す。

1 秒の長さを 1900 年 1 月 0 日 12ET における 1 回帰年の  $1/31,556,925.9747$  とする。

とするものである (IAU 1958)。

<sup>3</sup>春分点は変化しないものではなく、地球の歳差運動と章動の影響を受けて変化する。歳差と章動の両方の影響の表れの結果としての春分点がある瞬間においていうとき、すなわち、視たままの春分点 (視差と光行差の影響も含める場合が多い) を与えるものを「瞬時の真春分点」といい、歳差の影響だけを考慮した平均的な春分点を「瞬時の平均春分点」という。

<sup>4</sup>地球の極運動の影響による経度  $\lambda$  の変化に相当する補正で、観測地の経緯度を、 $\varphi[^\circ]$ 、 $\lambda[^\circ]$  とすると、IERS 基準極原点に準拠した瞬時の極位置座標 (単位は角度の s)  $(x, y)$  を用いて、 $\Delta\lambda = -\frac{1}{3,600}(x \sin \lambda + y \cos \lambda) \tan(\varphi/15)$  と表される ([1], p.151)。

### 3.2.2 力学時 TD

力学時の定義については専門書に譲るが、1章で述べたように、最近の位置天文学における計算理論は ET にも UT1 によらず、力学時 TD によるものが多い。

(1) TD と UT1 の差 ( $\Delta T_1$ ) の実際 TD と UT2 の差は現在では 60s を超えており [10]、無視できない。表 1 は、文献 [10] に示されている TD - UT2 の値と  $\Delta T_s$  の計算式を元に  $\Delta T_1 = \text{TD} - \text{UT1}[\text{s}]$  を計算したものである。

表 1: 力学時 TD と世界時 UT1 の差 ( $\Delta T_1 = \text{TD} - \text{UT1}$ )

年月日 (0UT1)	ユリウス日	ユリウス世紀数	$\Delta T_1[\text{s}]$
1962年7月1日	2,437,846.5	-0.375 044 5	34.266
1963年7月1日	2,438,211.5	-0.365 051 3	34.755
1964年7月1日	2,438,577.5	-0.355 030 8	35.423
1965年7月1日	2,438,942.5	-0.345 037 6	36.171
1966年7月1日	2,439,307.5	-0.335 044 5	37.020
1967年7月1日	2,439,672.5	-0.325 051 3	37.907
1968年7月1日	2,440,038.5	-0.315 030 8	38.776
1969年7月1日	2,440,403.5	-0.305 037 6	39.728
1970年7月1日	2,440,768.5	-0.295 044 5	40.730
1971年7月1日	2,441,133.5	-0.285 051 3	41.709
1972年7月1日	2,441,499.5	-0.275 030 8	42.845
1973年7月1日	2,441,864.5	-0.265 037 6	43.981
1974年7月1日	2,442,229.5	-0.255 044 5	45.018
1975年7月1日	2,442,594.5	-0.245 051 3	46.006
1976年7月1日	2,442,960.5	-0.235 030 8	47.020
1977年7月1日	2,443,325.5	-0.225 037 6	48.058
1978年7月1日	2,443,690.5	-0.215 044 5	49.125
1979年7月1日	2,444,055.5	-0.205 051 3	50.125
1980年7月1日	2,444,421.5	-0.195 030 8	51.001
1981年7月1日	2,444,786.5	-0.185 037 6	51.837
1982年7月1日	2,445,151.5	-0.175 044 5	52.598
1983年7月1日	2,445,516.5	-0.165 051 3	53.458
1984年7月1日	2,445,882.5	-0.155 030 8	54.110
1985年7月1日	2,446,247.5	-0.145 037 6	54.660
1986年7月1日	2,446,612.5	-0.135 044 5	55.137
1987年7月1日	2,446,977.5	-0.125 051 3	55.605
1988年7月1日	2,447,343.5	-0.115 030 8	56.117
1989年7月1日	2,447,708.5	-0.105 037 6	56.594
1990年7月1日	2,448,073.5	-0.095 044 5	57.247
1991年7月1日	2,448,438.5	-0.085 051 3	57.982
1992年7月1日	2,448,804.5	-0.075 030 8	58.564
1993年7月1日	2,449,169.5	-0.065 037 6	59.610
1994年7月1日	2,449,534.5	-0.055 044 5	60.426
1995年7月1日	2,449,899.5	-0.045 051 3	61.270
1996年7月1日	2,450,265.5	-0.035 030 8	61.999
1997年7月1日	2,450,630.5	-0.025 037 6	62.658
1998年7月1日	2,450,995.5	-0.015 044 5	63.287
1999年7月1日	2,451,360.5	-0.005 051 3	63.664
2000年7月1日	2,451,726.5	0.004 969 2	63.980

(2) TD と UT1 の差 ( $\Delta T_1$ ) の採用値に関する提案  $\Delta T_1$  は観測によって確定する値で、予測が困難であるとされている ([7], pp.125–126, [9], pp.144–146) が、太陽位置の予測計算の上で重要であるので、以下の方法で値を採用することを提案する。

- $\Delta T_1$  は 1 日ごとに一定の値を採用する (小数点以下 3 桁まで)。
- 1800 年 1 月 1 日以前:  $\Delta T_1 = 7.427\text{s}$  とする。
- 1800 年 1 月 1 日 ~ 1970 年 12 月 31 日: Schmadel and Zech の式 (式 (10)) による  $\Delta T_1$  を用いる。

- 1971 年 1 月 1 日以降: 式 (11) による  $\Delta T_1$  を用いる。

$\Delta T_1[\text{s}]$  を用いて、力学時 TD と世界時 UT1, 協定世界時 UTC あるいは日本標準時 JST との関係を、以下のように近似してよかるう (式 (6) 参照)。

$$\begin{aligned} \text{TD} &= \text{UT1} + \frac{\Delta T_1}{3,600} = \text{UTC} + \frac{\Delta T_1}{3,600} \\ &= \text{JST} - 9^{\text{h}} + \frac{\Delta T_1}{3,600} \end{aligned} \quad (9)$$

(3) Schmadel and Zech の式 Schmadel and Zech は 1800 年 ~ 1975 年の範囲で適用可能な  $\Delta T_1$  を与える実験式 (精度は、平均誤差 0.94s, 最大誤差 2.76s) を示している ([9], pp.144–146)。オリジナルの式は J1900.0 元期のユリウス世紀数によっているが、これを J2000.0 元期のユリウス世紀数  $T_u$  (UT1 時系) に直して表すと、

$$\begin{aligned} -\Delta T_1 &= 987^{\text{s}}.5520 + 20,781^{\text{s}}.6192 T_u \\ &+ 176,498^{\text{s}}.5248 T_u^2 + 844,973^{\text{s}}.0784 T_u^3 \\ &+ 2,557,073^{\text{s}}.9232 T_u^4 + 5,167,425^{\text{s}}.7152 T_u^5 \\ &+ 7,169,822^{\text{s}}.6976 T_u^6 + 6,905,686^{\text{s}}.4928 T_u^7 \\ &+ 4,601,064^{\text{s}}.3840 T_u^8 + 2,077,236^{\text{s}}.7488 T_u^9 \\ &+ 605,853^{\text{s}}.7344 T_u^{10} + 102,926^{\text{s}}.6784 T_u^{11} \\ &+ 7,732^{\text{s}}.0224 T_u^{12} \end{aligned} \quad (10)$$

である。

(4) 筆者による  $\Delta T_1$  の予測式 今後の予測値として、J2000.0 を元期とするユリウス世紀数  $T_u$  を変数とする次式を提案する。

$$\Delta T_1 = \frac{80.84308}{1 + 0.2605601 \exp(-4.423790 T_u)} - 0.311 \quad (11)$$

この式は表 1 に示したデータの分析結果によるもので、表の範囲における平均誤差は 0.650s, 最大誤差は 1.33s である。1s 以下の精度を問題にしないならば実用的な予測式と考える。

### 3.3 時刻系のまとめ

UT0 など述べていない時刻系もあるが、以上の時刻系相互の関係を図 1 にまとめて示す。図中、 $\Delta\lambda[\text{h}]$  は、地球の極運動の影響による経度  $\lambda$  の変化に相当する補正である (3.1.3 参照)。

JST[h] を TD[h] に変換したり、TD を JST に変換するには、式 (9) によればよい。再記すれば次の通りである。

$$\text{TD} = \text{JST} - 9^{\text{h}} + \frac{\Delta T_1}{3,600}, \quad \text{JST} = \text{TD} + 9^{\text{h}} - \frac{\Delta T_1}{3,600}$$

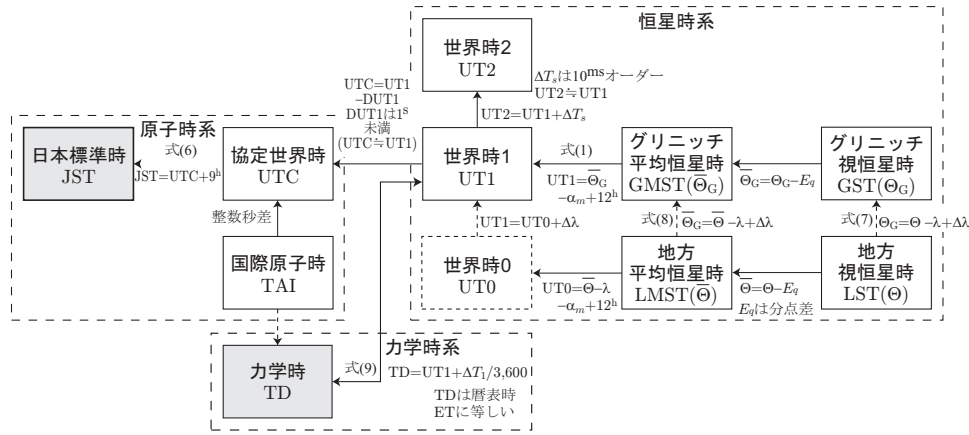


図 1: 時刻系相互の関係

## 4 真太陽時 $\theta$ , 平均太陽時 $\bar{\theta}$ と均時差 $T_e$

本章以降, 変数  $T$  がしばしば用いられるが, これは J2000.0(2000 年 1 月 1 日 12TD) を元期とする (TD 系の) ユリウス世紀数 (Julian Century, JC) のことで, 前章の  $T_u$  とは区別すべきものであることに注意されたい。

### 4.1 真太陽時 $\theta$ と平均太陽時 $\bar{\theta}$

天文東経  $\lambda$  の地点における地方真太陽時 (Local Apparent Solar Time)  $\theta$ [h] は, その地の視太陽の時角で決定する時刻系で, 南中の瞬間を 12 時とし, 翌日の南中の瞬間までを 1 太陽日とするものであるから,

$$\theta = \Theta - \alpha + 12^{\text{h}} = \Theta_G + \lambda_s - \alpha + 12^{\text{h}} \quad (12)$$

と表される (第 3 辺は式 (7) 参照)。

恒星時が瞬時の平均春分点を基準とする (地方) 平均恒星時  $\bar{\Theta}$ [h] で表されるとき, 平均太陽の赤経  $\alpha_m$  を用いて, 平均太陽の時角は  $\bar{\Theta} - \alpha_m$  であるから, 地方平均太陽時 (Local Mean Solar Time)  $\bar{\theta}$  は,

$$\bar{\theta} = \bar{\Theta} - \alpha_m + 12^{\text{h}} = \bar{\Theta}_G + \lambda_s - \alpha_m + 12^{\text{h}} \quad (13)$$

で表される (第 3 辺は式 (8) 参照)。グリニッチにおける平均太陽時は UT1 そのものであり, 式 (1) で表されるから,

$$\bar{\theta} = \text{UT1} + \lambda_s \quad (14)$$

の関係がある。

### 4.2 均時差 $T_e$

均時差は, 「視太陽の時角から平均太陽の時角を減じたもの」 ([1], p.1) と定義される<sup>5</sup>から, それを時刻単位で  $T_e$ [h]

<sup>5</sup>文献 [8](p.78) には, 「仮想 (平均) 太陽の赤経と真太陽の赤経の差を均時差という」と記されているが, この表現は式 (15) の第 3 辺第 2 項のみを指すものであって, 筆者には疑問である。

と表すことにすると,

$$\begin{aligned} T_e &= (\Theta - \alpha) - (\bar{\Theta} - \alpha_m) \\ &= (\Theta_G - \bar{\Theta}_G) + (\alpha_m - \alpha) = \theta - \bar{\theta} \end{aligned} \quad (15)$$

となり, 当然のことながら, 地方真太陽時  $\theta$  から地方平均太陽時  $\bar{\theta}$  を減じたものに等しく, ある瞬間にはどの地点においても等しい。

上式第 3 辺第 1 項の  $(\Theta_G - \bar{\Theta}_G)$  を分点差  $E_q$ [h] という。

$$E_q = \Theta_G - \bar{\Theta}_G \quad (16)$$

$E_q$  の絶対値は, 最大 1s を少し超える程度である。 $E_q$  を角度で表した  $e_q$ [°] は, 黄経の章動<sup>6</sup>  $\Delta\psi$ [°], 黄道傾斜角の章動  $\Delta\epsilon$ [°] および平均黄道傾斜角  $\epsilon_M$ [°] が既知ならば,

$$e_q = \Delta\psi \cos(\epsilon_M + \Delta\epsilon) \quad (17)$$

と計算される。 $\Delta\psi$  および  $\Delta\epsilon$  を求めるための章動の計算は現在, ‘1980 IAU Theory of Nutation’ と名付けられた Wahr の理論を用いて行うのが通例のようである ([7], pp.229–233)。しかし, 海上保安庁水路部は  $T$  を変数とする

$$E_q = 0^{\text{h}}.00029 \sin(1,934^\circ T + 235^\circ) \quad (18)$$

に相当する近似式 ([9], p.150) を示している<sup>7</sup>。

分点差  $E_q$ [h] を用いて, 式 (15) は次式のように書ける。

$$T_e = E_q + (\alpha_m - \alpha) \quad (19)$$

<sup>6</sup>地球の自転軸のいわゆる「みそすり運動」あるいは「コマの首振り運動」は一般によく知られている。このような大きな動き (歳差という) とは別に, 自転軸が向きを変える短周期の小さな運動があり, これを章動という。

<sup>7</sup> $\Delta\psi$  および  $\Delta\epsilon$  の近似式も次のように示されている ([9], p.152)。

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= 0^\circ.0048 \sin(1,934^\circ T + 235^\circ) \\ &\quad - 0^\circ.0004 \sin(72,002^\circ T + 201^\circ) \quad (\text{式 (24) 参照}) \\ \Delta\epsilon &= 0^\circ.00256 \cos(1,934^\circ T + 235^\circ) \\ &\quad - 0^\circ.00015 \cos(72,002^\circ T + 201^\circ) \quad (\text{式 (27) 参照}) \end{aligned}$$

表 2: 視赤経  $\alpha$  と視赤緯  $\delta$  の近似計算式の係数

$i$	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$i$	$D_i$	$E_i$	$F_i$
1	+18.697 35	0.000	0.00	1	+23.264 3	36,000.769 6	190.460 2
2	+0.164 19	72,001.539	290.92	2	+0.388 8	1.720 0	12.940 0
3	+0.127 64	35,999.050	267.52	3	+0.388 6	71,999.820 0	187.990 0
4	+0.005 49	36,002.500	113.40	4	+0.164 6	108,002.300 0	211.400 0
5	+0.005 49	108,000.600	288.50	5	+0.008 2	72,003.000 0	34.000 0
6	+0.003 53	144,003.100	311.90	6	+0.008 2	144,001.000 0	209.000 0
7	+0.001 33	71,998.100	265.10	7	+0.007 3	107,999.000 0	186.000 0
8	+0.000 32	1,934.100	145.00	8	+0.003 1	180,004.000 0	232.000 0
9	+0.000 24	108,004.000	134.00	9	+0.002 2	37,935.000 0	65.000 0
10	+0.000 24	180,002.000	309.00	10	+0.000 8	35,997.000 0	345.000 0
11	+0.000 15	144,000.000	286.00	11	+0.000 4	68,965.000 0	78.000 0
12	+0.000 13	32,964.000	158.00	12	+0.000 4	3,036.000 0	123.000 0
13	+0.000 12	445,267.000	208.00	13	+0.000 3	481,268.000 0	128.000 0
14	+0.000 12	19.000	159.00	14	+0.000 3	35,982.000 0	121.000 0
15	+0.000 10	45,038.000	254.00	15	+0.000 3	36,020.000 0	80.000 0
16	+0.000 10	216,005.000	333.00	16	+0.000 3	409,266.000 0	287.000 0
17	+0.000 09	22,519.000	352.00	17	+0.000 3	13,482.000 0	293.000 0
18	+0.000 05	9,038.000	64.00	18	+0.000 3	9,037.000 0	332.000 0
19	+0.000 05	65,929.000	45.00	19	+0.000 3	180,000.000 0	206.000 0
20	+0.000 05	3,035.000	110.00	20	-0.012 7	36,001.000 0	190.000 0
21	+0.000 04	33,718.000	316.00	21	-0.001 2	72,000.000 0	188.000 0
22	+0.000 03	155.000	118.00	22	-0.001 2	2.000 0	13.000 0
23	+0.000 03	73,936.000	166.00	23	-0.000 3	108,002.000 0	211.000 0
24	+0.000 03	3.000	296.00				
25	+0.000 03	29,930.000	48.00				
26	+0.000 03	2,281.000	221.00				
27	+0.000 03	31,557.000	161.00				
28	+2,400.051 30	0.000	0.00				
29	-0.000 32	35,999.000	268.00				
30	-0.000 19	72,002.000	291.00				
31	-0.000 02	108,001.000	289.00				
32	-0.000 02	36,003.000	113.00				

### 4.3 真太陽時 $\theta$ と UT1 の関係

今,  $T_e$  を既知とすれば, 真太陽時  $\theta$  と平均太陽時  $\bar{\theta}$  の関係は,  $\theta = \bar{\theta} + T_e$  と書け, さらに式 (14) より, UT1 と関係づけることもできる。ここで天文経度  $\lambda_s$  [h] と経度  $\lambda$  [h] の差  $\Delta\lambda$  [h] を無視すれば,  $\theta$  と  $\bar{\theta}$  の関係は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \bar{\theta} + T_e = \text{UT1} + \lambda + T_e \\ \text{UT1} &= \theta - \lambda - T_e \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

## 5 視赤経 $\alpha$ , 視赤緯 $\delta$ と均時差 $T_e$ の計算式

### 5.1 海上保安庁水路部の近似計算式

海上保安庁水路部は  $T$  を変数とする視赤経  $\alpha$  [h] と視赤緯  $\delta$  [°] の計算式を示している。計算式は瞬時の真春分点および瞬時の真赤道に準拠したもので, 精度は角度にして 6" (時間にして 0.4s) であるという ([9], pp.148–157)。筆者は, これらの式が建築環境工学分野で利用された例をほとんど知らないが, 利用価値が高いと思われるので紹介する。

#### 5.1.1 視赤経 $\alpha$ [h] の計算式

$$\alpha = \sum_{i=1}^{27} A_i \cos(B_i T + C_i) + \sum_{i=28}^{32} A_i T \cos(B_i T + C_i) \quad (21)$$

と [h] の単位で表される。係数  $A_i, B_i, C_i (i = 1, 2, \dots, 32)$  は, 表 2 に示す値をとる。

#### 5.1.2 視赤緯 $\delta$ [°] の計算式

$$\delta = \sum_{i=1}^{19} D_i \cos(E_i T + F_i) + \sum_{i=20}^{23} D_i T \cos(E_i T + F_i) \quad (22)$$

で, [°] を単位として表される。係数  $D_i, E_i, F_i (i = 1, 2, \dots, 23)$  の値は, 表 2 に示すとおりである。

#### 5.1.3 均時差 $T_e$ [h] の計算

式 (19) において,  $E_q$  が式 (18) で,  $\alpha$  が式 (21) でそれぞれ近似でき,  $\alpha_m$  が式 (2) で定義されるのであるから, 均時差  $T_e$  は, 水路部による式のみで計算することができることになる。

### 5.1.4 その他の計算式

水路部は、視赤経  $\alpha$  と視赤緯  $\delta$  の計算式のほか、以下の平均黄経  $\psi_M$  [°] の計算式を示している ([9], pp.148–157)。

$$\psi_M = \sum_{i=1}^{15} P_i \cos(Q_i T + R_i) + P_{16} T \cos(Q_{16} T + R_{16}) + 36,000.7695 T + 280.4659 \quad (23)$$

係数  $P_i, Q_i, R_i (i = 1, 2, \dots, 16)$  の値は、表 3 に示すとおりである。

表 3: 平均黄経  $\psi_M$ , 視黄経  $\psi$  の近似計算式の係数

$i$	$P_i$	$Q_i$	$R_i$
1	+1.9147	35,999.05	267.52
2	+0.0200	71,998.10	265.10
3	+0.0020	32,964.00	158.00
4	+0.0018	19.00	159.00
5	+0.0018	445,267.00	208.00
6	+0.0015	45,038.00	254.00
7	+0.0013	22,519.00	352.00
8	+0.0007	65,929.00	45.00
9	+0.0007	3,035.00	110.00
10	+0.0007	9,038.00	64.00
11	+0.0006	33,718.00	316.00
12	+0.0005	155.00	118.00
13	+0.0005	2,281.00	221.00
14	+0.0004	29,930.00	48.00
15	+0.0004	31,557.00	161.00
16	-0.0048	35,999.00	268.00
17	+0.0048	1,934.00	145.00
18	-0.0004	72,002.00	111.00

## 5.2 本報の提案式

前節に示した海上保安庁水路部の式による視赤緯 (式 (22)) および均時差 (式 (18), 式 (21) および式 (2)) の近似精度は、次章で考察するように優れた精度を持ったものと評価できるが、表 3 のとおり、全般的に膨大な係数を要する点、均時差を間接的に視赤経の近似値 (近似に用いる係数が特に多い) を用いて求めなければならない点で、筆者には不満が残る。そこで、一部に水路部の式を取り入れた、より簡便な以下の諸式を提案する。

### 5.2.1 視黄経 $\psi$ と黄道傾斜角 $\epsilon$ の計算式 (提案)

前節でその他の式として紹介した水路部による平均黄経の近似計算式 (23) に章動の影響  $\Delta\psi_1$  と光行差  $\Delta\psi_2$  を加味すれば、視黄経  $\psi$  [°] が得られる。水路部によれば、

$$\left. \begin{aligned} \Delta\psi_1 &= 0^\circ.0048 \cos(1,934^\circ T + 145^\circ) \\ &\quad - 0^\circ.0004 \cos(72,002^\circ T + 111^\circ) \\ \Delta\psi_2 &= 0^\circ.0057 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

であるから ([9], pp.148–157),

$$\psi = \psi_M + \Delta\psi_1 - \Delta\psi_2$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^{15} P_i \cos(Q_i T + R_i) + \sum_{i=16}^{18} P_i T \cos(Q_i T + R_i) \\ &\quad + 36,000.7695 T + 280.4602 \end{aligned} \quad (25)$$

と計算できる。係数  $P_i, Q_i, R_i (i = 1, 2, \dots, 18)$  の値は、表 3 のとおりである。

一方、平均黄道傾斜角  $\epsilon_M$  [°] は、Lieske らの式、

$$\begin{aligned} \epsilon_M &= -23^\circ 26' 21''.448 + 46''.8150 T + 0''.00059 T^2 \\ &\quad - 0''.001813 T^3 \end{aligned} \quad (26)$$

で計算できる ([7], pp.228–229)。黄道傾斜角の章動の影響項として水路部の式 ([9], pp.148–157) を採用すれば、真黄道傾斜角  $\epsilon$  (°) は次式で表される。

$$\begin{aligned} \epsilon &= -23^\circ 26' 21''.448 + 46''.8150 T + 0''.00059 T^2 \\ &\quad - 0^\circ.001813 T^3 - 0^\circ.00256 \cos(1,934^\circ T + 235^\circ) \\ &\quad - 0^\circ.00015 \cos(72,002^\circ T + 201^\circ) \end{aligned} \quad (27)$$

視赤経  $\alpha$ , 視赤緯  $\delta$ , 視黄経  $\psi$ , 真黄道傾斜角  $\epsilon$  の間には以下の関係があるから、 $\psi$  と  $\epsilon$  が既知のとき  $\alpha$  と  $\delta$  が計算できる。

$$\left. \begin{aligned} \cos \delta \cos \alpha &= \cos \psi, \\ \cos \delta \sin \alpha &= \sin \psi \cos \epsilon, \\ \sin \delta &= \sin \psi \sin \epsilon. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

### 5.2.2 視赤緯 $\delta$ [°] の計算式 (提案)

式 (28) 第 3 式のとおり、 $\sin \delta = \sin \psi \sin \epsilon$  であるから、

$$\begin{aligned} \delta &= \arctan \left( \frac{\sin \delta}{\cos \delta} \right) \\ &= \arctan \left( \frac{\sin \psi \sin \epsilon}{\sqrt{1 - \sin^2 \psi \sin^2 \epsilon}} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

と、式 (25) および式 (27) に基づく  $\psi$  と  $\epsilon$  を用いて計算すればよい。

### 5.2.3 均時差 $T_e$ [h] の計算式 (提案)

式 (17) で示した分点差  $e_q$  (°) は、 $\epsilon_M + \Delta\epsilon = \epsilon$ ,  $\Delta\psi = \Delta\psi_1 - \Delta\psi_2$  であるから、

$$e_q = (\Delta\psi_1 - \Delta\psi_2) \cos \epsilon \quad (30)$$

と書ける。

一方、平均太陽の赤経  $\alpha_m$  と視赤経  $\alpha$  の差について、

$$\tan(\alpha_m - \alpha) = \frac{\tan \alpha_m - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha_m \tan \alpha}$$

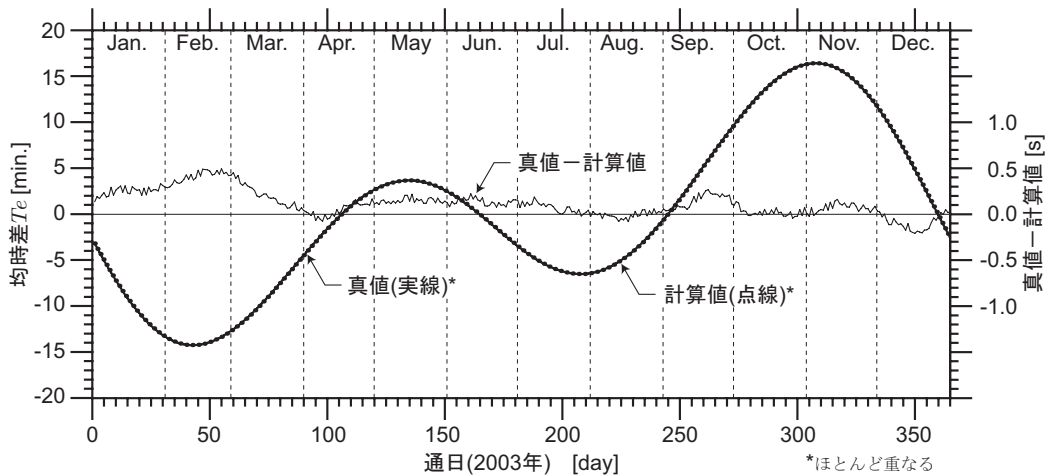


図 2: 均時差の経時変化

であるから, 式 (28) 第 1 式と第 2 式より  $\tan \alpha = \tan \psi \cos \epsilon$  を代入すれば,

$$\tan(\alpha_m - \alpha) = \frac{\tan \alpha_m - \tan \psi \cos \epsilon}{1 + \tan \alpha_m \tan \psi \cos \epsilon}$$

$$\alpha_m - \alpha = \arctan \left( \frac{\tan \alpha_m - \tan \psi \cos \epsilon}{1 + \tan \alpha_m \tan \psi \cos \epsilon} \right)$$

と計算できる。

したがって, 均時差  $T_e$  [h] は,

$$T_e = \frac{1}{15} \{e_q + (\alpha_m - \alpha)\}$$

$$= \frac{1}{15} (\Delta\psi_1 - \Delta\psi_2) \cos \epsilon$$

$$+ \frac{1}{15} \arctan \left( \frac{\tan \alpha_m - \tan \psi \cos \epsilon}{1 + \tan \alpha_m \tan \psi \cos \epsilon} \right) \quad (31)$$

のように書ける。式 (2), 式 (24), 式 (25) および式 (27) に基づいて計算される  $\alpha_m, \Delta\psi_1, \Delta\psi_2, \psi, \epsilon$  を右辺に用いれば, 均時差  $T_e$  が求められる。

## 6 視赤緯 $\delta$ と均時差 $T_e$ の計算式の精度

理科年表 CD-ROM[10] に収録された 2003 年 1 月 1 日から 12 月 31 日までの 0UT 時の均時差  $T_e$  [h] (真値と見なす) と, 計算値 (式 (31) による) の関係を図 2 に示す。図は, 提案式が妥当であることの一端を示しているといえよう。

さらに, 理科年表 CD-ROM の 1974 年から 2003 年までの 30 年間のデータ (10,957 サンプル) を真値と見なして, 各計算式の精度 (誤差 = |計算値 - 真値|) を調べた結果を表 4 に示す。

表によれば, 他の計算法に比べて, 本報で提案した計算式の精度が相対的に高いことが判る。目的によって必要な精度は異なるであろうが, より厳密な太陽位置計算が必要となる場面では有用な式を提案できたと考える。

表 4: 視赤緯  $\delta$  と均時差  $T_e$  の計算式の精度

視赤緯 $\delta$ の誤差 [°]					
誤差 * の指標	松尾の式	赤坂の式	山崎の式	水路部の式	本報の提案式
最大誤差 (XBE)	2079.0	33.0	19.0	8.0	4.0
平均誤差 (RMSE)	936.7	12.7	6.9	2.1	1.2

均時差 $T_e$ の誤差 [s]					
誤差 * の指標	松尾の式	赤坂の式	山崎の式	水路部の式	本報の提案式
最大誤差 (XBE)	39.80	3.10	2.50	0.60	0.60
平均誤差 (RMSE)	14.52	0.88	0.76	0.15	0.15

\*: (誤差) = (計算値) - (真値)

## 7 まとめ

既往の太陽位置計算式に対する疑問点を示した。

太陽位置計算に用いる時刻体系を整理し, 力学時 TD と日本標準時 JST の関係式を提案した。

従来, 建築環境工学分野で用いられることが少ないと思われる海上保安庁水路部の太陽視赤緯と均時差の近似計算式を紹介した。

上記の式を一部に採用した, 新たな太陽視赤緯と均時差の計算式を提案した。

従来, 建築環境工学分野で広く用いられてきた太陽視赤緯と均時差の計算式に比べ, 上記およびの式の精度が相対的に高いことを確認した。

末尾に提案式の C++ 言語によるプログラムコードの一部を付した。

## 謝辞

本報は, 大阪市立大学 生活科学部 井川憲男 教授ならびに永村一雄 教授との議論が契機となって着想したものである。ここに記して両博士に感謝する。

## 参考文献

- [1] 国立天文台 (編) : 理科年表 (平成 17 年 2005), 第 78 冊, 丸善 (東京), 2004.
- [2] 斎藤平蔵 : 建築気候, 共立出版 (東京), 1974, pp.121-127.
- [3] 山崎 均 : 日照環境の基礎計算式 IV (対象地域の太陽視赤緯及び均時差を正確に計算するプログラム), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 計画系, 日本建築学会 (東京), 1980.9, pp.407-408.
- [4] 赤坂 裕 (木村建一 (編)) : 気象データとその利用, 建築環境学, 1, 丸善 (東京), 1992, pp.13-15.
- [5] 赤坂 裕他 : 拡張アメダス気象データ, 日本建築学会 (丸善, 東京), 2000.
- [6] H. Akasaka et al.: Expanded AMeDAS Weather Data, Architectural Institute of Japan (Maruzen, Tokyo), 2003.
- [7] 長澤 工 : 天体の位置計算 増補版, 地人書館 (東京), 1985.
- [8] 長谷川一郎 : 天文計算入門 新装改訂版, 恒星社厚生閣 (東京), 1996.
- [9] 暦計算研究会 (編) : 新こよみ便利帳 天文現象・暦計算のすべて, 恒星社厚生閣 (東京), 1991.
- [10] 国立天文台 (編) : 理科年表 CD-ROM 2003 (平成 15 年版), 丸善 (東京), 2002.

## 参考—提案式のプログラム (抜粋)

```
//=====
// calen.h (ヘッダファイル抜粋)
//=====
typedef unsigned long ulong;
// 日付構造体
typedef struct {
    int YY;
    unsigned MM, DD;
} SDate;
// 時刻構造体
typedef struct {
    unsigned HH, MM;
    double SS;
} STime;
//
// 2000/01/01.5
const ulong JD2000 = 2451545UL;
//
// ユリウス日 (端数があつてよい) aJD を
// ユリウス世紀に換算して返す。
inline double JC2000(const double aJD)
{ return ((aJD - JD2000) / 36525.0); }
//
// 構造体 (aDate) からユリウス日を計算
// して返す。 (Meeus の方法による)
ulong JD(const SDate& aUTDate);
//
// UT 時刻系で与えられる年月日 (aUTDate)
// に対する T_1 = TD - UT1 を返す。
// 返値はミリ秒単位。
long DT(const SDate& aDate);
//
// ユリウス世紀数 (aJC) に対する太陽黄経
// を返す。 IsAp が真のとき章動を含み,
// 偽のときは章動なし (平均黄道傾角)。
double CLongit(const double aJC,
               const bool IsAp);
//
// ユリウス世紀数 (aJC) に対する黄道傾角
// を返す。 IsPrc が真のとき章動を含み,
// 偽のときは章動なし (平均黄道傾角)。
// 返値は度単位。
double Obliq(const double aJC,
             const bool IsPrc);
//
// UT 時刻系のユリウス世紀数 (aJC) に対す
// る平均太陽赤経を返す。 返値は時単位。
double MAscens(const double aUTJC);
//
// TD 時刻系のユリウス世紀数 (aJC) に対す
// る分点差を返す。 返値は時単位。
double Eq(const double aJC);
//
// 世界時で年月日 (aDT) と時刻 (anUT) を
// 与えて, 視赤緯 Decl(°) と均時差 (min.)
// を参照形式で返す。 松本の式による。
void DecEq(const SDate* aDT,
           const STime* anUT,
           double& Decl, double& Et );
//=====
// calen.cpp (コードファイル抜粋)
//=====
#include <math.h>
#include "calen.h"

typedef struct {
    bool T;
    double A, B, C;
} SCoef;
const double _rpd = M_PI / 180.0;
#define LGREG(Y,M,D)\
    ((D)+31L*((M)+12L*(Y)))
#define GREGO LGREG(1582,10,15)
ulong JD(const SDate& Dt) {
    int ja, jm, jy = Dt.YY;
    long jul;
    long GREG1 =
        LGREG(Dt.YY, Dt.MM, Dt.DD)
    if ( 0 > jy ) ++jy;
    if ( 2 < int(Dt.MM) )
        jm = int(Dt.MM) + 1;
    else {
        --jy; jm = int(Dt.MM) + 13;
    }
    jul = long(floor(365.25*jy)
               + floor(30.6001*jm)
               + Dt.DD) + 1720995L;
    if ( GREGO <= GREG1 ) {
        ja = int(0.01 * jy);
        jul += 2 - ja + int(0.25 * ja);
    }
    return (ulong(jul));
}
//-----
long DT(const SDate& Dt)
{ /* 省略 */ }
//-----
double CLongit(const double T,
               const bool App) {
    static const int C_MAX = 18;
    static const SCoef C[C_MAX] = {
        {true, 36000.7695, 0., 0.}, // 1
        {false, 280.4659, 0., 0.}, // 2
        /* 中略 */
        {false, 0.0004, 31557., 161.}, //18
    };
    double c1 = 0.0, A, BT_C;
    for (int i = C_MAX - 1; i >= 2; i--) {
        A = C[i].T ? C[i].A * T : C[i].A;
        BT_C = C.B * T + C[i].C;
        BT_C = fmod(BT_C, 360.) * _rpd;
        c1 += A * cos( BT_C );
    }
    c1 += C[1].A + C[0].A * T;
    if ( App ) {
        A = 4.8e-3; BT_C = 1934.*T + 145.;
        BT_C = fmod(BT_C, 360.) * _rpd;
        c1 += A * cos(BT_C);
        A = -0.4e-3; BT_C = 72002.*T + 111.;
        BT_C = fmod(BT_C, 360.) * _rpd;
        c1 += A * cos(BT_C) - 0.0057;
    }
    return (c1 >= 0.0 ? c1 : c1 + 360.);
}
//-----
double Obliq(const double T,
             const bool Prc) {
    double eps = ((-5.036111e-7 * T
                 + 1.638889e-7) * T
                 + 1.300417e-2) * T - 2.343929e+1;
    if ( Prc ) {
        double T1 = fmod(1934.*T
                        + 235., 360.) * _rpd;
        double T2 = fmod(72002.*T
                        + 201., 360.) * _rpd;
        eps -= 0.00256 * cos(T1)
              + 0.00015 * cos(T2);
    }
    return (eps);
}
//-----
double Eq(const double T) {
    double eq
        = 0.0048 * sin(fmod(1934.*T+235.,
                          360.) * _rpd)
        - 0.0004 * sin(fmod(72002.*T+201.,
                          360.) * _rpd);
    eq += cos(Obliq(T, true) * _rpd);
    return (eq / 15.0);
}
//-----
double MAscens(const double T)
{ /* 省略 */ }
//-----
void __fastcall Dec_Eqt(
    const SDate* Dt, const STime* UT,
    double& Dec, double& Et) {
    double Hr = UT->HH
               + (UT->MM * 60.0 + UT->SS)/3600.;
    double dHr = DT( *Dt ) * 0.001/3600.;
    SDate Date = (*Dt);
    double T = JC2000(JD(Dt))
               + (Hr + dHr - 12.) / (24. * 36525.);
    double Tu = JC2000(JD(Dt))
               + (Hr - 12.) / (24. * 36525.);
    double D = Obliq(T, true) * _rpd;
    double L = CLongit(T, true) * _rpd;
    double Sd = -sin(L) * sin(D);
    double Cd = sqrt(1.0 - Sd * Sd);
    Dec = atan(sd / cd) / _rpd;
    double Ta = tan(L) * cos(D);
    double Tam
        = tan((15. * MAscens(Tu)) * _rpd );
    double et
        = atan((Tam-Ta) / (1.0 + Tam * Ta))
        / _rpd * 4.;
    Et = et + Eq(T) * 60.0;
}
```