コロキウム
構造形態の解析と創生
2007

開催日：2007 年 10 月 26 日

日本建築学会

シェル･空間構造運営委員会　シェル･空間構造形態創生小委員会

応用力学運営委員会　形態創生と構造最適化小委員会

主　旨　説　明

2006 年 11 月名古屋大学において「コロキウム構造形態の解析と創生 2006」が 90 名を超える参加者を集め、2 日にわたり開催された。本コロキウムでは、特別講演 3 題、一般講演 23 題および構造最適化のソフトウエア実例に関する招待講演 4 題の発表がなされ、構造形態の創生法に関する新しいコンセプトや最適化の分野における計算機応用の最新アルゴリズム、既存の最適化手法の実務に対する応用の実態と課題，構造最適化に基づいた建築のデザインなども紹介され、活発な議論が展開された。また、構造形態模型の展示や構造形態創生のコンテストには学生や若手技術者の意欲的な作品が寄せられ、コロキウム開催の意義が確認できた。

本コロキウムに関しては、次年度の開催を求める声が多く、またコンテストの継続性、最新情報交換の場であることを考慮し、【論文講演】と【形態コンテスト】を実施する「コロキウム構造形態の解析と創生 2007」の開催を決めた。「コロキウム構造形態の解析と創生 2007」では、この分野の目指すべき方向性を継続的に探りながら今後の実務や研究の発展に資することを目的とする。

2007 年 10 月

シェル・空間構造運営委員会

主査　大森 博司（名古屋大学）

幹事　大崎 純（京都大学），川口 健一（東京大学）

シェル･空間構造形態創生小委員会

主査　本間 俊雄（鹿児島大学）

幹事　熊谷 知彦（東京工業大学），　山本 憲司（鹿児島大学）

委員　大森 博司（名古屋大学），　岡田 章（日本大学）

川口 健一（東京大学），　ガン ブンタラ（日本大学）

立道 郁生（明星大学），　永井 拓生（早稲田大学）

藤井 大地（近畿大学），　藤原 淳（太陽工業）

松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），　水谷 太朗（大成建設）

三井 和男（日本大学）

応用力学運営委員会

主査　竹脇 出（京都大学）

幹事　栗田 哲（東京理科大学），高田 毅士（東京大学），山田 貴博（横浜国立大学）

形態創生と構造最適化小委員会

主査　藤井 大地（近畿大学）

幹事　高田 豊文（滋賀県立大学），　平田 裕一（三井住友建設）

委員　石井 恵三（くいんと），　大崎 純（京都大学）

大森 博司（名古屋大学），　坂 敏秀（鹿島建設）

堤 和敏（芝浦工業大学），　本間 俊雄（鹿児島大学）

松井 和己（横浜国立大学），　松尾 智恵（川口衞構造設計事務所）

三井 和男（日本大学）

「コロキウム 構造形態の解析と創生 2007」実施主担当者

特別講演担当：大崎 純（京都大学）

会計担当：高田 豊文（滋賀県立大学）

会場担当：岡田 章（日本大学），川口 健一（東京大学），熊谷 知彦（東京工業大学）

資料集・プログラム編成担当：熊谷 知彦（東京工業大学），藤原 淳（太陽工業）

山本 憲司（鹿児島大学）

形態コンテスト担当：大森 博司（名古屋大学），立道 郁生（明星大学）

坂 敏秀（鹿島建設），松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），

水谷 太朗（大成建設），三井 和男（日本大学）

コロキウム HP 担当：藤井 大地（近畿大学）

コロキウム　構造形態の解析と創生　２００７

－　目　次　－

■特別講演

■一般講演

■形態コンテスト

■特別講演

特別講演講師　川口 衞（かわぐち まもる）

特別講演題目

「最適形態はどのように求められてきたか」

株式会社 川口衞構造設計事務所主宰
資 格 工学博士 建築構造士

略 歴：1932年 福井市に生まれる。
1955年 福井大学工学部建築学科卒業
東京大学大学院入学、建築構造学専攻
1960年 法政大学工学部建築学科勤務（退官2002年）
1964年 株式会社 川口衞構造設計事務所を主宰
1966年 工学博士（東京大学）
1997年 ドイツ、シュツットガルト大学名誉工学博士
1998年 スロバキア、スロバキア工科大学名誉工学博士
2003年 法政大学名誉教授

研究活動：「立体構造に対する基礎理論の応用」を主眼に、ＲＣシェル、テンション構造、スペース･フレーム、免振構造等の面で、新しい研究分野を開拓している。

設計活動：「建築構造と造形」、「新しい構造技術の開発」をテーマに設計活動をしている。主な作品（構造設計）としては、代々木オリンピック水泳場、西日本総合展示場、万国博お祭り広場大屋根、万国博富士グループ館、バルセロナ・オリンピック・スポーツホール、シンガポール国立屋内競技場、サンドーム福井、なみはやドーム、イナコスの橋、セラミックパークMINO等、多数。

主な著書：「スペース･ストラクチャアの設計と実例」(鹿島出版会)、「建築概論」(彰国社)、「吊構造」(コロナ社)、「建築構造パースペクティブ」(日本建築学会)、「建築構造のしくみ」(彰国社)、「Felix Candela」(TOTO出版)、「エドゥアルド･トロハの構造デザイン」 翻訳(相模書房)等

学会活動：日本建築学会、日本鋼構造協会、新日本建築家協会、日本建築構造技術者協会、国際シェル･空間構造学会、各正会員
・1981年-1982年 日本建築学会監事
・1987年-1988年 日本建築学会学術理事
・1987年-2000年 国際シェル・空間構造学会副会長
・2000年-2006年 国際シェル・空間構造学会会長

主な受賞：科学技術庁長官賞「管圧式空気構造建築技術の開発」(1970)、日本建築学会特別賞「日本万博博覧会お祭り広場大屋根の構造設計と施工技術」(1970)、日本建築学会・業績賞「大空間構造に関する一連の研究と業績」(1983)、QUATERNARIO VENEZIA(INTERNATIONAL AWARD FOR THECHNOLOGY IN ARCHITECTURE)、「サンジョルディパレスの構造設計」(1990)、松井源吾賞「サンジョルディパレスの構造設計」(1991)、IASS TSUBOI PRIZE「最優秀論文賞」(1993)、SPECIAL PIONEER'S AWARD(UNIVERSITY OF SURREY, U.K) (1993)、土木学会田中賞「イナコスの橋」(1995)、国際橋架構造学会(IABSE)賞「世界の大空間構造･設計思想への貢献」(1995)、ひろしま街づくりデザイン賞大賞「A･CITYヒルズ&タワーズ」(1995)、日本建築学会作品選奨賞「イナコスの橋」(1996)、日本建築学会賞(業績)「地域に密着したサンドーム福井の建設」(1997)、社団法人公共建築協会優秀賞「サンドーム福井」(2000)、IASS トロハ･メダル(2001)、JSCA賞「セラミックパークMINOの構造設計」(2003)、土木学会デザイン賞「イナコスの橋」(2005)

展覧会賞： *建築年鑑,1995.11
*Contemporary Development in Design Science Buckminster Fuller Centennial Exhibit, New York, 1995.11～1996.4
*Building for the Future, Istanbul, 1996.6
*Engineers of the Century, Pompidou Centre, Paris, 1997.7□1997.9

(コロキウム構造形態の解析と創生 2007　特別講演要旨)

構造物の最適形態はどのように求められてきたか

川口　衞

(法政大学名誉教授、川口衞構造設計事務所)

序

古代における試み

梁の最適形状

　ガリレオ、マリオット、・・・ホジキンソン、パックストン

橋梁の最適形状

　パオリ、シュヴェドラー、ロイアル・アルバート橋、イナコス

システムの静定化

　３-ヒンジ、ゲルバー

空間構造の最適形状

　ガウディ（ドーム、擁壁)、イスラー、アンドレス

　等応力曲面

　最偏平空気膜曲面（金属膜、パラシュート）

流体中の構造の最適化とその影響

　流線型（ダ・ヴィンチ、ローウィー、フラー）

　造波抵抗対策（ウエーブレス・バルブ、戦艦大和、後退翼、三角翼）

最適デザインのファッション性

　「口紅から機関車まで」、流線型の鉛筆削り、アメリカン・ドリーム・カー

北京オリンピックの主要施設の構造デザイン

■一般講演

シェル・トラス構造のトポロジー最適化における設計領域・荷重条件の影響に関する考察

高田 豊文[1)]，牧野 峻久[2)]
1) 滋賀県立大学環境科学部環境計画学科，准教授，博士(工学)，takada@ses.usp.ac.jp
2) 三重大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生，takahisa@s.arch.mie-u.ac.jp

1 はじめに

グランドストラクチャ法に基づくトラス･トポロジー最適化問題は，応力･変位制約条件下の最小重量設計問題や，部材体積制約下のコンプライアンス最小化問題として扱われることが多い（例えば，[1, 2]）．トラス・トポロジー最適化を多目的最適化問題として取り扱うこともあり，多目的遺伝的アルゴリズム（MOGA）[3], Min–Max法と遺伝的アルゴリズムに基づく方法[4]，免疫アルゴリズム[5, 6]などの手法も報告されている．

これまで筆者らは，体積，最大応力度および最大節点変位の最小化を目標としたトラスの多目的最設計問題に，MOGAの1つであるStrength Pareto Evolutionary Algorithm[7]を適用してきた[8, 9]．また，部材総体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題を対象として，線形計画法（シンプレックス法）による解法も示してきた[10]．文献 [11, 12]では，多数の平面トラス・トポロジー最適化問題にシンプレックス法を適用し，グランドストラクチャのアスペクト比・荷重条件・設計領域が最適トポロジーの多様性・複雑性に及ぼす影響を定量的に示している．本稿では，３次元トラス構造物としてシェル・トラスを解析対象とし，設計領域（初期グランドストラクチャの形状）や荷重条件が，最適トポロジーに及ぼす影響について考察する．

2 トラス・トポロジーの多目的最適化問題

2.1 線形計画問題としての定式化

本研究では，一定外力下のトラス･トポロジー最適化問題を，部材総体積 V とコンプライアンス C の最小化を目標とした多目的最適化問題として取り扱う．応力算定は弾性解析に従うものとする．この問題は，部材断面積 $\boldsymbol{A}$ を設計変数として，次式で定式化される．

$$\{V, C\} \longrightarrow \min. \tag{1}$$

なお，本設計問題では部材断面積の上限は設定せず，荷重としての自重および座屈も考慮しない．

以下に，多目的設計問題(1)式が線形計画問題に帰着されることを示すが，詳細は文献[10]を参照されたい．

釣合条件，適合条件，フックの法則および多目的最適化問題のKuhn-Tucker条件（１次の必要条件）[13]を考慮すると，パレート最適となるトラスでは，全部材の応力度の絶対値が等しくなるという関係が得られる．このことから，パレート最適解の部材総体積とコンプライアンスとの関係が次式となる．

$$VC = (|\boldsymbol{N}|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l})^2/E \tag{2}$$

ここに，$\boldsymbol{N}, \boldsymbol{l}$ はそれぞれ部材の軸方向力ベクトル，部材長ベクトル，$|\cdot|$ は各要素が絶対値のベクトル，添字 T はベクトル・行列の転置を表す．また，全部材のヤング係数が等しいものとし，その値を E と表記する．

(2)式を設計変数 A_i について偏微分すると，

$$\partial(VC)/\partial A_i = 0 \tag{3}$$

の関係が得られる．したがって，(1)式のパレート最適解を求める問題は，VC の最小化問題の停留点を求める問題と等価となり，多目的最適化問題(1)式は，各部材の軸力 $\boldsymbol{N}$ を設計変数とした次の最適化問題に帰着される．

$$\left.\begin{array}{l} f = \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}|\boldsymbol{N}| \;\longrightarrow\; \min. \\ \text{subject to} \quad \boldsymbol{P} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{N} \end{array}\right\} \tag{4}$$

ここに，$\boldsymbol{P}$ は節点荷重ベクトル，$\boldsymbol{B}$ は釣合行列を表す．

さらに，非負変数 $\boldsymbol{N}_+, \boldsymbol{N}_-$ を導入すると，(4)式は次の線形計画問題に書き換えられる．

$$\left.\begin{array}{l} f = \boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_2 \;\longrightarrow\; \min. \\ \text{subject to} \quad \boldsymbol{P} = \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{N}_2 \end{array}\right\} \tag{5}$$

ここに，$\boldsymbol{l}_2 = \{\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{N}_2 = \{\boldsymbol{N}_+^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{N}_-^{\mathrm{T}}\}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{B}_2 = [\boldsymbol{B}, -\boldsymbol{B}]$.

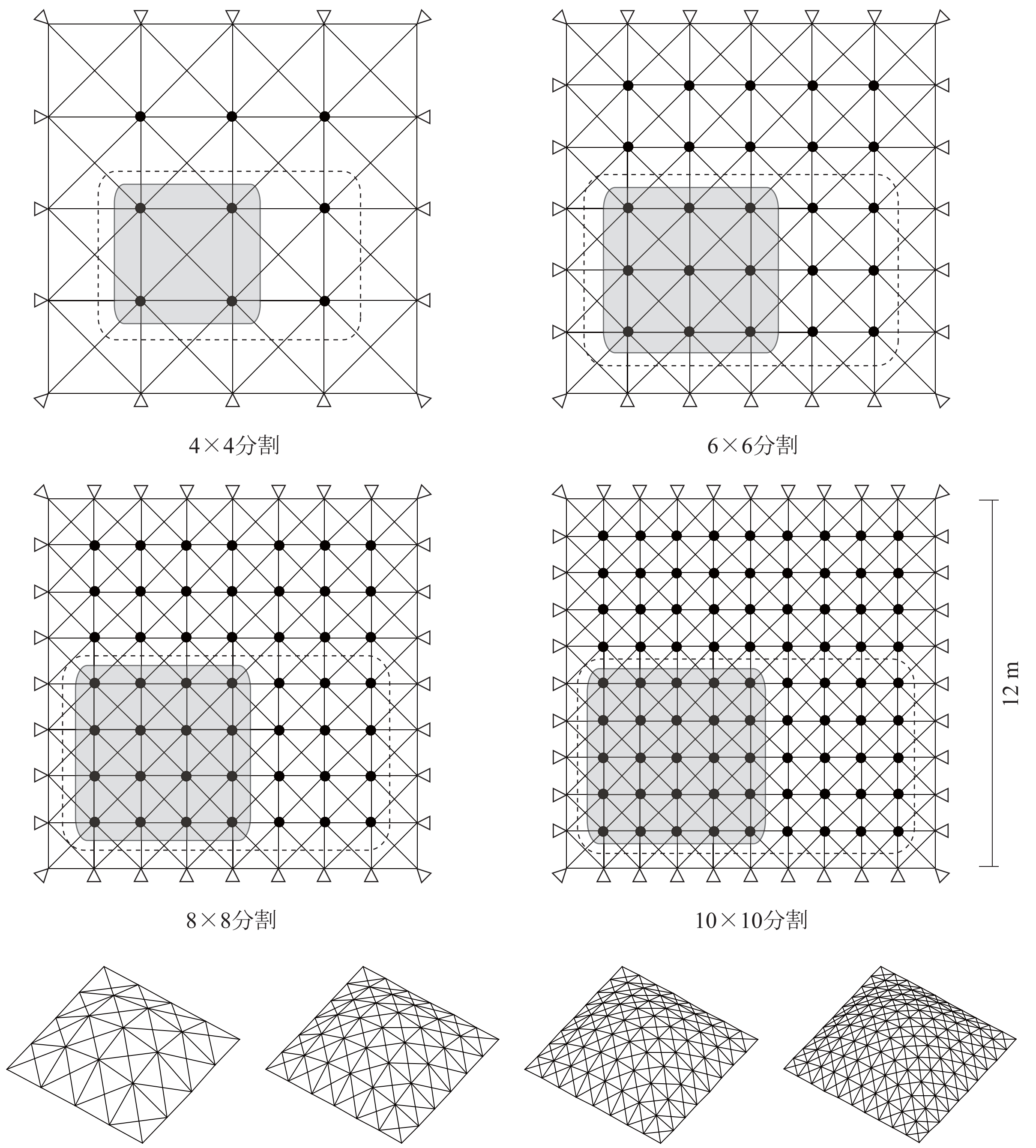


図1　解析例（グランドストラクチャ）の平面図とパース

(5)式には線形計画法（シンプレックス法）を適用することができ，得られる最適解は多目的設計問題(1)式のパレート最適解となっている．

2.2　パレート最適解の線形和

シンプレックス法では，許容基底解の更新を繰り返して最適解を得る．その際，基底解の選び方により得られる最適解が異なる場合がある．基底解の選択はデータの並び順に依存するため，ここでは部材データの並びをランダムに変え，それぞれの入力データに対してシンプレックス法を適用し，多様な解を求める．

このような手法で得られた多数の最適解 $\boldsymbol{N}_{2,s}(s=1,2,...)$ の線形和を考える．

$$\widetilde{\boldsymbol{N}} = \sum_s a_s \boldsymbol{N}_{2,s} \tag{6}$$

ここに，a_s は重み係数を表し，

$$\sum_s a_s = 1, \quad a_s \geq 0;\ s = 1, 2, ... \tag{7}$$

となるように値を定めると，$\sum_s \boldsymbol{B}_2\widetilde{\boldsymbol{N}} = \boldsymbol{P}$ となる．

また，最適解 $\boldsymbol{N}_{2,s}(s=1,2,\dots)$ の目的関数値は全て等しく，その値を $f_{\min}$ と記述すると，(7)式より，

$$\boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}}\widetilde{\boldsymbol{N}} = \sum_s a_s \boldsymbol{l}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{N}_{2,s} = f_{\min} \tag{8}$$

となる．したがって，(5)式の最適解の線形和も(1)式のパレート最適解となる．

3 解析例と考察

3.1 解析モデルと荷重条件

図1に示す4種類の単層ラチスシェル・トラス構造を対象とする．いずれも 12×12 m の正方形平面であるが，節点の配置（分割数）が異なる．全ての節点はピン接合で，全周辺節点をピン支持する．全部材のヤング係数は 200 kN/mm^{2}とする．

各節点の高さ z は次式で算定する[14]．

$$z = h(x^2 - a^2)(y^2 - a^2)/a^4 \tag{9}$$

ここに，h は頂点の座標，x, y は頂点直下の地面を原点としたときの水平方向の座標，a はスパンの半分の値（この例では $a = 6$ m）を表す．各シェル・トラスの頂点の座標として，$h = 1, 2, 3, 4$ m の4通りを考える．また，荷重条件として，以下の4通りを設定する．

- **条件1** 全節点（図1中の黒丸）に鉛直荷重 1 kNを作用させる．
- **条件2** 「条件1」に加え，図1中破線内の節点に鉛直荷重 1 kNを付加する．
- **条件3** 「条件1」に加え，図1中灰色内の節点に鉛直荷重 1 kNを付加する．
- **条件4** 「条件1」に加え，全節点に図1平面図で右向き水平力 0.1 kNを作用させる．

3.2 全節点に等しい鉛直荷重が作用する場合

荷重条件1の場合は，いずれの分割数のグランドストラクチャからも，高さによらず同じ最適トポロジーが1種類だけ得られた．$h = 3$ m のときの最適トポロジーを図2に示す．図中の部材の太さは軸力に比例しているが，軸力分布に比例した断面積を付与することにより，パレート最適なトラス設計解が得られる．

本解析例では設計領域や荷重条件が対称なので，得られる最適トポロジーも対称形となっている．また，分割数により得られるトポロジーは異なっているが，その軸力分布（部材存否）の傾向は似ている．

$h = 1 \sim 4$ m の範囲では，頂部高さが高くなるにつれて目的関数値 $|\boldsymbol{N}|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ が小さくなるが，頂部高さが非常に大きいときには目的関数値も大きくなることを考慮すると，$|\boldsymbol{N}|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ を最小にするような高さが存在する．

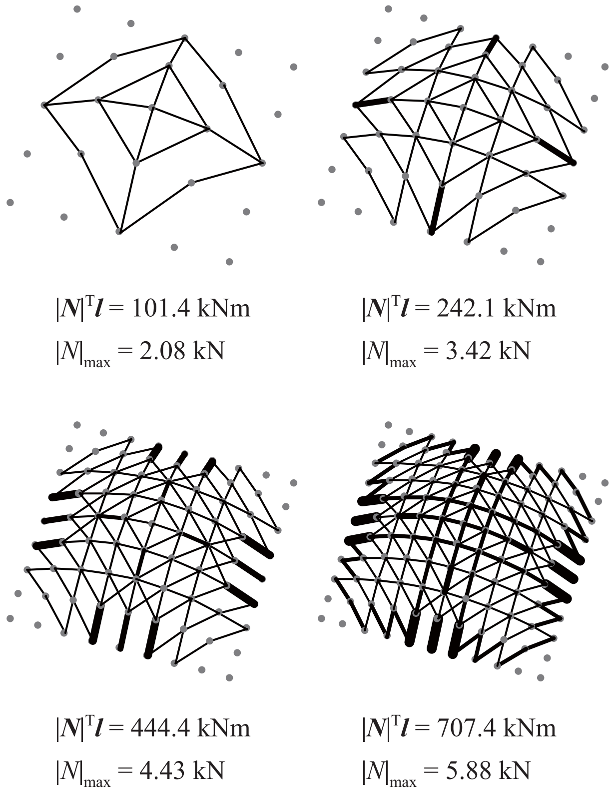


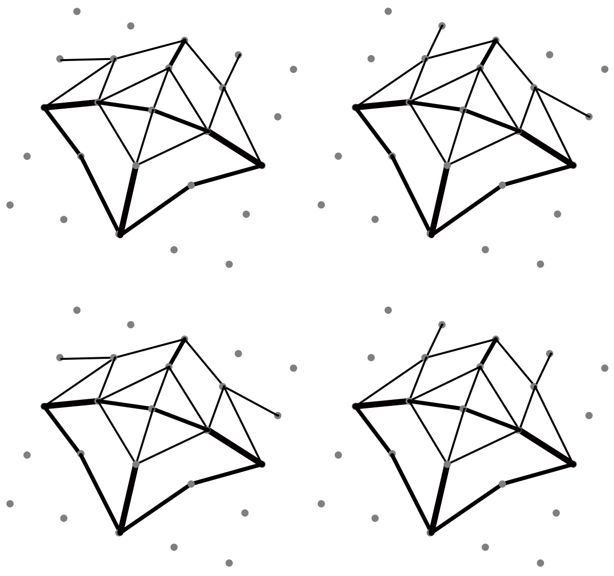
図2 等分布荷重時の最適トポロジー（$h = 3$m）

3.3 鉛直荷重が偏在する場合

荷重条件2および3の場合には，荷重条件が非対称であるため，非対称の最適トポロジーが得られた．どちらの荷重条件から得られる解も同じ傾向を示したので，以降では荷重条件2（半分の節点には2倍の鉛直荷重）の場合の結果について述べる．

4×4 分割のグランドストラクチャからは，いずれの頂部高さでも4種類の最適トポロジーが得られた．$h = 3$ m のときの最適トポロジーを図3に示す．これらの解は，全体が大きく異なっているのではなく，一部の部材の配置だけが異なってことが確認される．

第2.2節で述べたように，図3の最適トポロジーの線形和も最適解となる．その一例を図4に示す．図3のトポロジーとは異なっているが，目的関数値や最大軸力は等しいことが確認される．

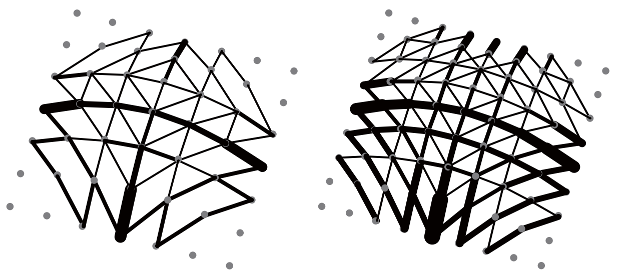


いずれも，$|\boldsymbol{N}|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 168.5 kNm，$|N|_{\max}$ = 4.11 kN

図3　偏分布荷重時の多様な最適トポロジー（h = 3m）

$|\boldsymbol{N}|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 168.5 kNm
$|N|_{\max}$ = 4.11 kN

図4　最適トポロジーの線形和となる解（h = 3m）



6×6分割	8×8分割
$\lvert\boldsymbol{N}\rvert^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 391.2 kNm	$\lvert\boldsymbol{N}\rvert^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 705.6 kNm
$\lvert N\rvert_{\max}$ = 6.73 kN	$\lvert N\rvert_{\max}$ = 9.65 kN

図5　偏分布荷重時の最適トポロジー（h = 3m）

6×6 分割および 8×8 分割のグランドストラクチャからは，高さによらず同じ最適トポロジーが1種類だけ得られた．h = 3 m のときの最適トポロジーを図5に示す．

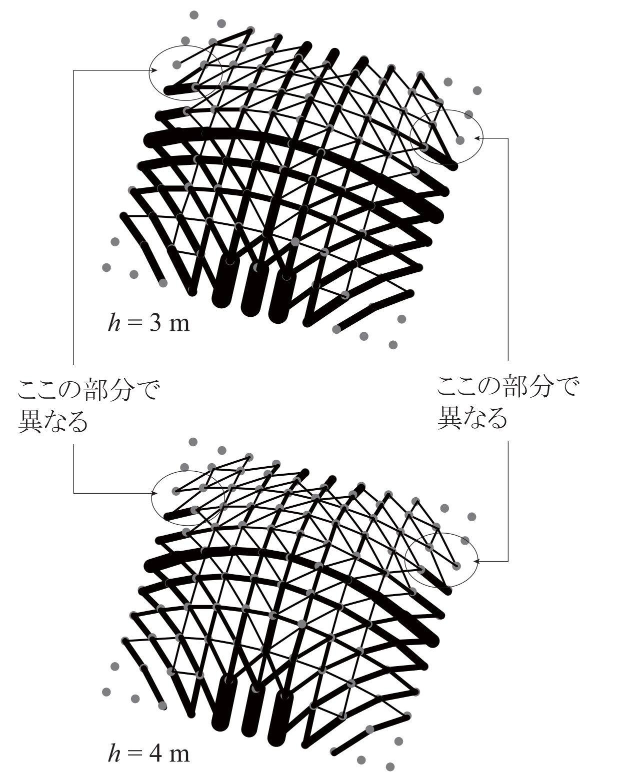


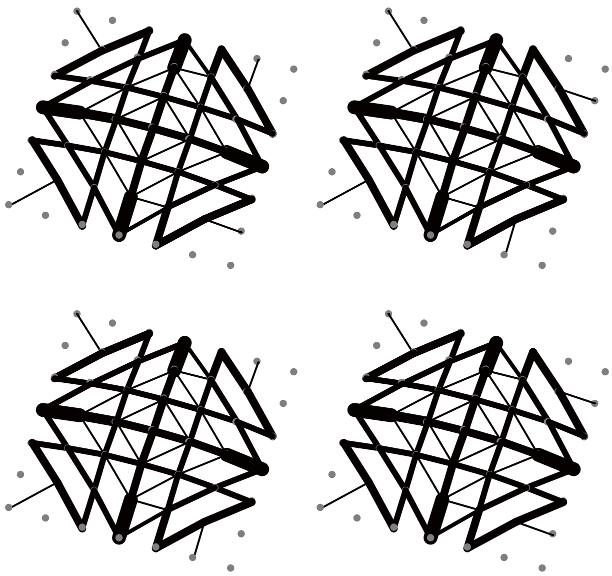
図6　高さの違いによる最適トポロジーの相違

10×10分割のグランドストラクチャからは，h = 1 ～ 3 m と h = 4 m では異なる最適トポロジーが得られたが，図6中の丸印で示すように，その相違は一部の軸力分布（部材配置）だけであることが分かる．

3.4　鉛直荷重と水平荷重が同時に作用する場合

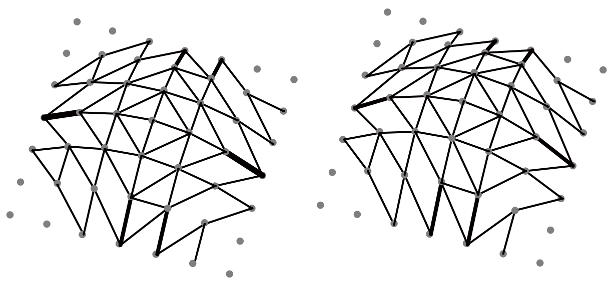
荷重条件4の場合，4×4 ～ 8×8 分割のグランドストラクチャからは，頂部高さにかかわらず4種類の最適トポロジーが得られた．6×6 分割で h = 1 m のときの最適トポロジーを図7に示す．また，6×6 ～ 10×10 分割では，頂部高さにより異なる最適トポロジーを得た（図8）．これらの図から，特に6×6 分割では，各頂部高さで複数の解が得られ，さらに高さによって得られる最適トポロジーも異なることが確認される．しかし，いずれの場合も，一部の軸力分布（部材配置）が異なるだけである．このことから，シェル・トラス構造物では，目的関数値が最適値よりもわずかに大きいようなトポロジーが多数存在すると考えられる．

さらに，図2と図8において，6×6 分割，h = 3 m の最適トポロジーを比較すると，水平荷重のトポロジーへの影響が看取される．すなわち，図2で示す解では水平荷重に抵抗できず，そのため図8では，水平荷重に抵



いずれも，$|N|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 606.1 kNm，$|N|_{\max}$ = 8.28 kN

図7　荷重条件4のときの最適トポロジー（h = 1m）



h = 3 m　　h = 4 m

$|N|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 242.8 kNm　　$|N|^{\mathrm{T}}\boldsymbol{l}$ = 209.4 kNm

$|N|_{\max}$ = 3.53 kN　　$|N|_{\max}$ = 3.07 kN

図8　高さの違いによる最適トポロジーの相違

抗するため x, y 方向の部材が追加されていると判断される．

4　まとめ

本稿では，トラス・トポロジー最適化問題を，部材総体積とコンプライアンスを目的関数とした多目的最適化問題として取り扱い，線形計画問題による定式化を行った．また，３次元トラス・トポロジー最適化問題としてシェル・トラス構造物を解析対象とし，線形計画法による複数の解析例を通して，設計領域や荷重条件が最適トポロジーに及ぼす影響について考察した．その内容は以下のようにまとめられる．

- 鉛直荷重のみでは，頂部高さによらず，1種類の最適トラス・トポロジーだけが得られる．
- 偏在荷重や付加水平力など，非対称な荷重が作用すると，多様な最適トポロジーが得られる．この傾向は，分割数の少ないグランドストラクチャからの解析で顕著である．
- 多様な最適トポロジーが得られる場合でも，その相違は一部の軸力分布（部材配置）だけであり，トポロジーが大きく異なることはない．

参考文献

1) Ohsaki,M. and Katoh,N. : Topology optimization of trusses with stress and local constraints on nodal stability and member intersection, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.29, No.3, pp.190–197, 2005

2) 藤井，鈴木，大坪：最適化手法CONLINを用いた骨組構造の位相最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第548号, pp.59–66, 2001

3) Cheng,F.Y. and Li,D. : Multiobjective optimization design with Pareto genetic algorithm, Journal of Structural Engineering, Vol.123, No.9, pp.1252–1261, 1997

4) Coello,C.A. and Christiansen,A.D. : Multiobjective optimization of trusses using genetic algorithms, Computers and Structures, Vol.75, pp.215–238, 2000

5) 本間，加治，登坂：免疫アルゴリズムによるトラス構造の多目的最適化と解の多様性, 構造工学論文集, Vol.49B, pp.309–317, 2003

6) Luh,G.C. and Chueh,C.H. : Multi-objective optimal design of truss structure with immune algorithm, Computers and Structures, Vol.82, pp.829–844, 2004

7) Zitzler,E. and Thiele,L. : Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, **3**(4), pp.257–271, 1999

8) 高田豊文：多目的遺伝的アルゴリズムを応用したトラス構造物の最適設計, 計算工学講演会論文集, 第8巻, 第1号, pp.327–330, 2003

9）松嶋，高田：骨組構造物の弾性設計に対する多目的遺伝的アルゴリズムの応用–その2.トラス構造物の弾性設計への応用, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B1, pp.275–276, 2003
10）高田，松岡：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用, 日本建築学会構造系論文集，第598号, pp.87–91，2005
11）高田，松岡：最適トラストポロジーの多様性・複雑性に関する考察，計算工学講演会論文集，Vol.11, pp.709–712，2006
12）松岡，高田：最適トラス・トポロジーの多様性・複雑性と設計領域・荷重条件に関する考察, コロキウム構造形態の解析と創生2006，pp.99–104, 2006
13）計測自動制御学会編, 中山，谷野：多目的計画法の理論と応用, コロナ社, pp.22–38, 1994
14）藤井：パソコンで解く構造デザイン，丸善, pp.85–89

スノー・クリスタル・モデル

ー積雪寒冷地における形態生成手法に関する試案ー

脇坂圭一[1)]
1) 東北大学大学院都市・建築学専攻，博士課程後期，修士（工学），k-wakisaka@hjogi.pln.archi.tohoku.ac.jp

1. はじめに

個としてのキャラクターを持ちながら、全体として見たときには統一性を感じることができる形態生成手法がないものだろうかというのが、本試案の創作の原点である。札幌市郊外にある住宅公社によって設計された新興住宅地で生まれ育った筆者は、同じようなかたちの住宅が建ち並ぶ街並みにつまらなさを感じつつも、一方で統一感のあることに対すると好印象も抱いていた。そんなときに目についたのが、どこかでもらってきたポストカードや、古い年賀状のあまりであった。試みに、四隅の角を折っては戻し、再び折り返すという作業を繰り返し、机の上に置いてみると、不定形ながら住宅には程よいプロポーションの形態ができあがる。ならばと、いろいろな折り方を試してみると、全くランダムな折り方でできたかたちの割には、それらを並べてみると個々にはばらばらなかたちであるものの、統一感を持つ風景となって表れた。これらのかたちは、各面が斜めにカットされたところから、クリスタル（結晶）を想起させる。その時、クリスタル構造を持つ雪[注1)、注2)]（図1）に思いを巡らせれば、その時々の気温や湿度によって析出する異なるかたちを持つ結晶が、全体としてみると真っ白な雪原として認識されるように、個と群の二つの視線で捉えることができるという特徴は、住宅と都市の関係に置き換えることもできると考えた。[注3)]そして、先の「はがき」を元につくられた群としての在り方は、雪国における形態生成として一つの可能性を有しているとも思えた。そこで、本試案ではこの形態を「スノー・クリスタル・モデル」と名付け、一つのプロトタイプを示すことを目的とする。

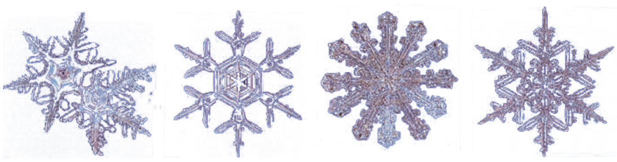


図１　様々なかたちをもつ雪の結晶[注4)]

２．スノー・クリスタル・モデルに適した構造の検討

本誌案でつくられる空間は、「はがき」という面で包まれたものであるため折版構造とする方向で検討を行う。[注5)]

折版構造には２つの構造方法があり、一つは壁面内に柱・梁を内包するもの、一つは面材のみで成立させるものである。前者の場合、面剛性は木造ならば構造用合板、鉄骨ならばブレース、あるいは鋼板で確保する。[注6)]本誌案では、はがきを「折って」できあがる空間であることを明快に表現するために、フレームによる構造を先につくり、表面を覆っていくのではなく、面的要素自体が構造がとなり、空間を成立させる形式がよりコンセプトに近い方法と考えた。そうすると、必然的に鋼板による折版構造が本誌案の構造としてふさわしいということになる。

本誌案は住宅スケールであることを念頭に、鋼板サンドイッチ版を採用することとして簡易的に構造解析による検討を行うと、

外皮　　　：鋼板 3.2mm
スペーサー：デッキプレート厚 60mm
内皮　　　：鋼板 3.2mm

の全厚66.4mmという結果が算出された。[注6)]

表１　折版構造を用いた既往の作品

名称	1)横浜港大さん橋国際客船ターミナル	2)SSM菅野美術館	3)plantspace	4)朝日新聞社山形ビル	5)MIKIMOTO Ginza2	6)越後松之山「森の学校」キョロロ	7)21_21 DESIGN SIGHT
建築設計	アレハンドロ・ザエラ・ポロ / ファッシド・ムサヴィ/ foa	阿部仁史＋阿部仁史アトリエ	慶應義塾大学大学院COE先端デザインスクール	妹島和世建築設計事務所	伊東豊雄建築設計事務所＋大成建設設計本部	手塚貴晴＋手塚由比、池田昌弘/MIAS	安藤忠雄建築研究所＋日建設計
構造設計	構造設計集団　SDG	オーク構造設計	同上	佐々木睦朗構造計画研究所	佐々木睦朗構造計画研究所	同上	日建設計
所在地	神奈川県横浜市	宮城県塩竈市	横浜市港北区	山形県山形市	東京都中央区	新潟県松之山市	東京都港区
構造	鉄骨造、一部鉄筋コンクリート造	鉄板造＋鉄筋コンクリート造	木質パネルトラス構造	鉄骨造	鉄骨造（鋼板コンクリート構造）	研修施設	鉄筋コンクリート造、一部鉄骨造
概要	コンペ時のコンセプトは、１枚の鉄板面を折り曲げることで構造を成立させるというというもの。長手に延びる2列のボックスガーターの間に、スパン30m〜45mの折板構造がかかる。	3.2mmの薄板を用い、プレス加工したエンボスの突起を溶接し、厚67mmのサンドイッチパネルを外皮とする。エンボスが2枚の薄板に座屈強度と曲げ剛性を与える。	周囲の環境都内部空間の相互作用により形態を生成する多面体構造。	外壁は厚25mmのキーストンプレート厚6mmの鉄板でサンドイッチした構造からなる。サンドイッチパネルを現場溶接し、ジョイントをなくしている。四隅には柱を立てる。	2枚の鉄板の間にコンクリートを打ち込む構法により、厚200でありながら、高いリダンダンシーを持つ構造である。作品はストラクチャーとファサードを一致させようと試みられた。	骨（H形鋼）とスキン（耐候性鋼板厚6mm）によるモノコック構造。	三宅一生氏の「一枚の布」をコンセプトとした、一枚の鉄板（厚16mm全溶接）がシンプルな造形をつくる。

３．既往の作品と本誌案の位置付け

本誌案の形態の特徴である結晶構造を具現化するにあたり、極めて限定的ではあるが近年見られる建築作品の中から折版構造や鋼板構造など面材が需要な要素となっている作品を挙げ、比較してみる。（表１）

これらの作品と比較して、本誌案は骨（フレーム）を持たないこと、一般に入手できる材料によるサンドイッチ版を用いること、そして、そして後述するように様々なかたちのバリエーションがあることに独自の方向性を持つ。[注7)]

４．スノー・クリスタル・モデルの生成過程

プロトタイプとしてのスノー・クリスタル・モデルの生成過程を示す。（図２）　すなわち、

STEP1：クリスタル生成の準備として誰にでも手に入るはがきやポストカードを用意する。

STEP2：はがきの角を自由な位置で折る。

STEP3-1〜3:STEP2と同様に他の３つの角を折る。

STEP4：四つの角を折ってできた四角形の一方の対角線を折る。

STEP5：はがきの四つの頂点が下になるように裏返して置く。

STEP6：完成

というような過程である。このようにしてできたかたちは決して一義的に決定されるものではなく、多様な解を持つ。そのようなかたちのバリエーションをつくることが可能でありながら、「はがき」の大きさに規制されてできあがる形態群は「はがき」をアルゴリズムとした形態生成手法と言って差し支えないと考える。また、構造分野で用いられる「最適化」とは異なる手法であるものの、一定の範囲内に納まる形態のバリエーションをつくり出せるという意味では、デザイン手法としての可能性を有していると考えられる。さらには、「はがき」を折るというアナログな行為は、我々の身体を通じて形態を発生させることでもあり、空間リテラシーのないユーザーに対する形態創生方法としての可能性まで秘めている。[注8)]

スタディの後、数々のモデルの中から、自らの美学的見地によって最も好ましいかたちを採用した。（図３）それをベースとして、折られた「はがき」を元のかたちに展開（図４　A図）し、平面形を決定した。ここで、あらかじめ、各立面は垂直に立ち上げることをルールとしておく。そうすることで各立面も決定される。まずはこのモデルをベースとしてプランニングを行った。

５．建築計画

計画にあたっては、夫婦＋子供２人の住まう住宅とした。敷地は北側道路（6M）に接道する幅10.8M、奥行15.3Mの矩形平面とする。[注9)] 全体はエントランスからキッチン（K）、リビングダイニング（LD）、子供スペース、そして２階の寝室、浴室へと繋がる空間をレベル差で区切るおおらかな構成とする。スキップフロアによる構成

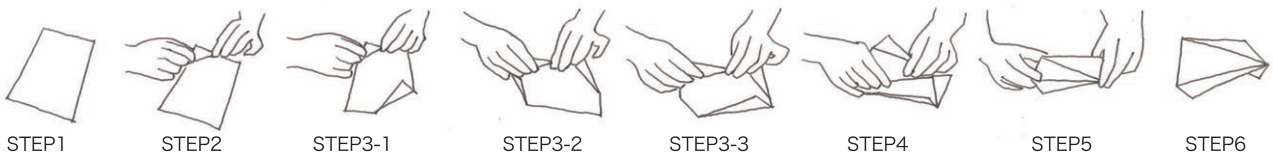


図２　スノー・クリスタル・モデル　形態生成プロセス

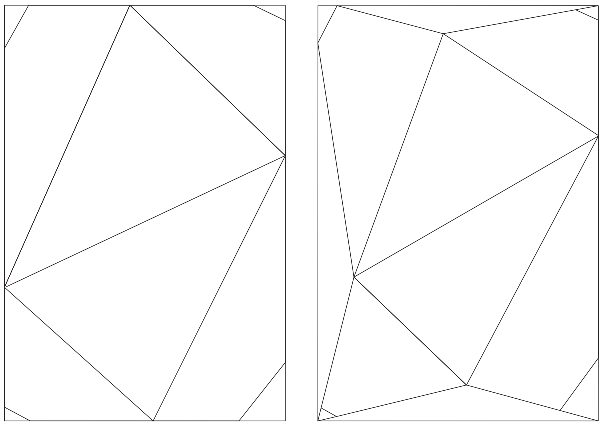
図３　「はがき」と形態のバリエーション

は、モデルとして掲げていた雪の結晶が徐々に成長する過程にも通じる。

採用した先のモデルで構造的安定性を得るために、脚部は最低1Mの長さで基礎と接する必要があると考えた。[注10)]本敷地は北側にカーポートをつくる必要があったため、カーポート入口の枠が壁面の脚部をまたがないようにした。そのように開口部との微調整を加えたものが、図4　B図である。最終的には平面図、立面図ともに不定形なかたちが現れる。（図５，図６，図７，図８）その不定形さが奥行きの異なる庭をつくりだし、内部からの開口の見えに変化を与える。それは、一般的な住宅には見られない三角に切り取られたものになる。二つの壁面にまたがった三角の開口は内部を巡る回転運動を引き起こし、上部のレベルへと導く。

６．まとめ

本誌案によって自然界の一事象である雪の結晶に着想を得て、その構造を直接引用するのではなくて、「はがき」



Ａ図　　　　　　　　　　Ｂ図

図４　「はがき」の展開図

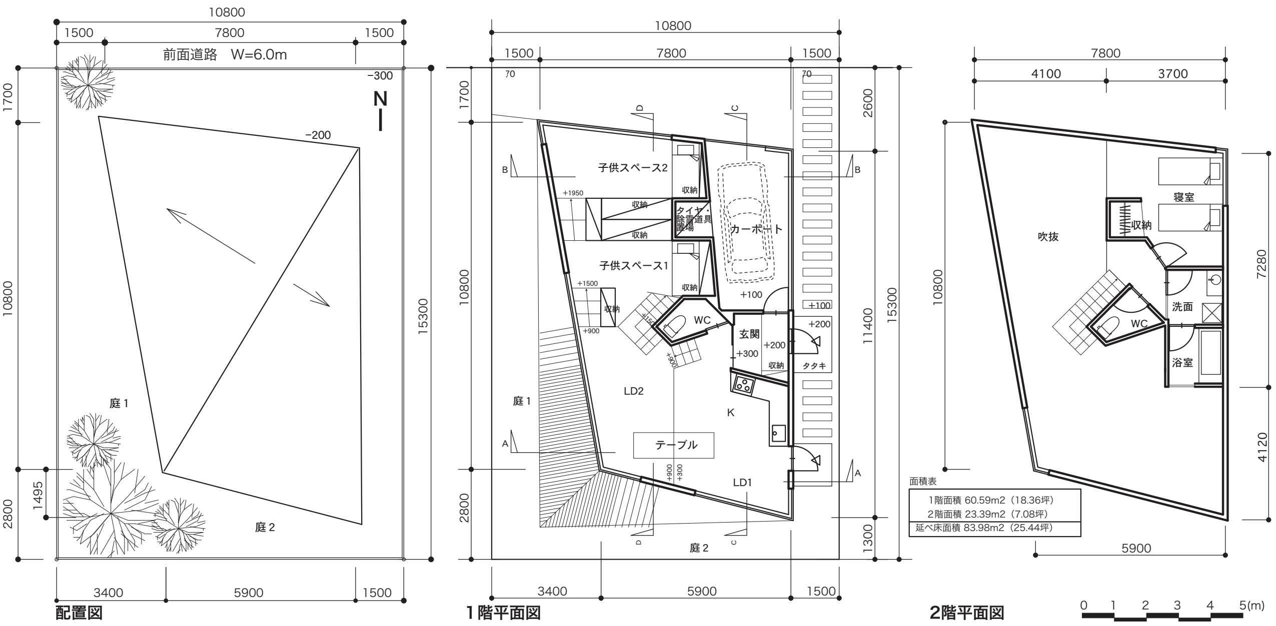


図５　平面図および配置図、立面図

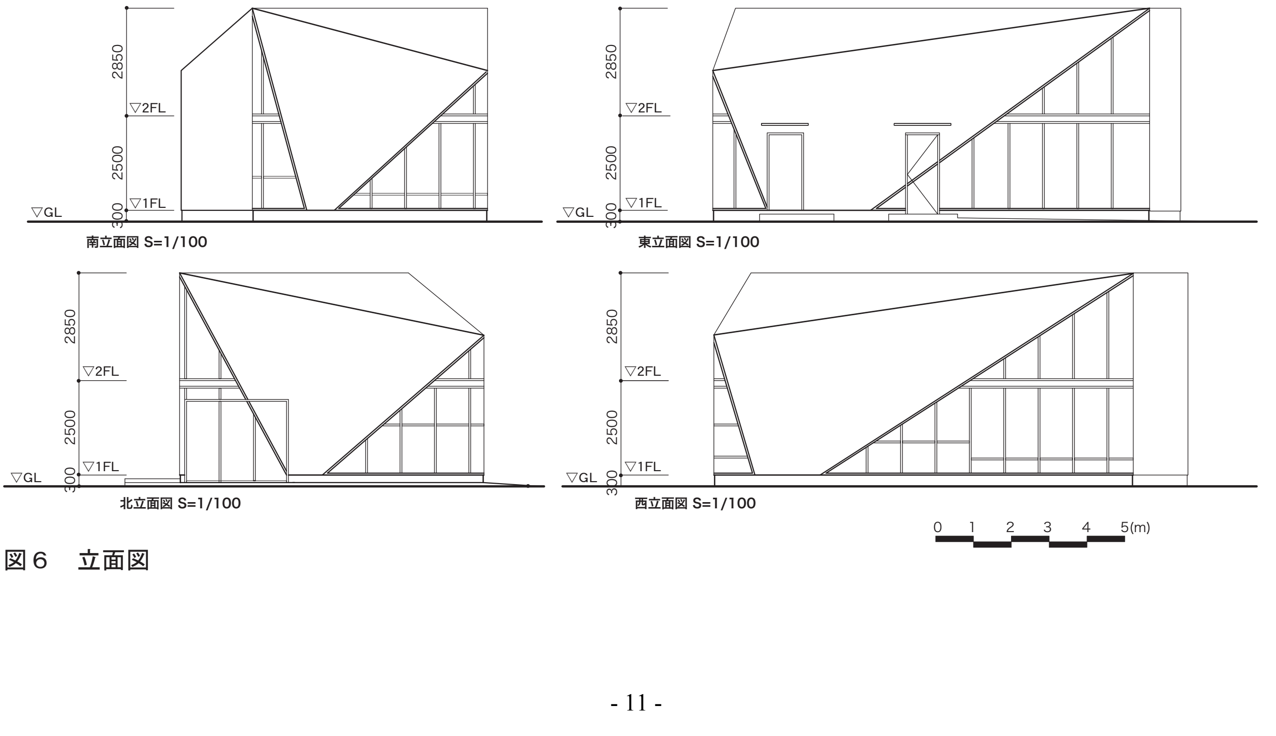


図６　立面図

という一般に入手できる媒体を用いることで、抽象化された「スノー・クリスタル・モデル」の可能性を示した。注11)

また、本誌案では「スノー・クリスタル・モデル」のプロトタイプを示すことができた。

課題として、壁面脚部の緊結についての検討が成されていないため、これについて考察を加える必要がある。

注

1) 広辞苑（第五版）によると雪は、「水蒸気が空中で昇華し結晶となって降る白いもの。結晶は六方晶系に属するが、外観は多様で、主な外形は六花・角板・角柱・針。古来、花・月とともに代表的景物とされる。」とある。
2) 文1) によると、雪の結晶の定義は「物質を作っている原子が空間的に或る定まった配列をもって並んだものである。」とある。また、同書では雪の結晶を雪華とも言い表している。さらに、中谷氏は雪の結晶を19種類に分類した。
3) 文2) で佐々木氏は「自然の構造には放散虫の結晶構造に見るように巧妙な仕組みのなかにも美しさをもつ事例も多くある。」として、自然界にある結晶構造と、それを建築の構造へと応用することに対することに対する可能性を述べている。
4) 文献3) によると、「一般に雪のできる温度は、マイナス数度以下と言われるが、この温度が比較的高いところでは、結晶は成長しても花の形ではなくなってしまう。一方、低すぎると、結晶が成長するよりも析出、すなわち、結晶の数がふえてしまい、細かな雪となってしまう。綺麗な結晶ができるのはマイナス10度からマイナス15度位と言うことが確認されている。」とされる。
5) 構造設計者の小西泰孝氏より、「本誌案のような結晶構造には面で構成する折版構造が有効と考えられる。」とのご助言を頂いた。
6) 小西泰孝氏のご助言、ご協力による。
7) 小西泰孝氏によると、例えば、菅野美術館（設計：阿部仁史＋阿部仁史アトリエ）と比較すると、サンドイッチ版構造は利点として断面効率が良い（同厚でも断面二次モーメントが大）、不利な点として溶接量が若干多いことが挙げられる。
8) 筆者の博士論文の指導教官でもある本江正茂准教授（東北大学大学院都市・建築学専攻）からの指導を通じ、本誌案における「はがき」によるかたちは、空間リテラシーのないユーザーと専門家を結びつける道具になり得ると感じた。たとえば、郊外の新興住宅地における将来の入居者に対するワークショップの手法としてなど。
9) 本誌案は、先に開催された「イシカワステーツ　2007住宅設計コンペ」において筆者が提案した「ニイガタ・スノー・クリスタル」をベースとして、修正を加えたものに、構造的な検討を加えたものである。なお、同コンペで筆者の案は優秀賞であった。
10) これについては構造的、力学的根拠がある訳ではない。
11) 文2) で、佐々木氏は「形態決定の根拠は必ずしも力学的原理である必要はないが、やはり恣意的ではない何らかの説得力をもった倫理的根拠がこれからは必要とされる」としている。

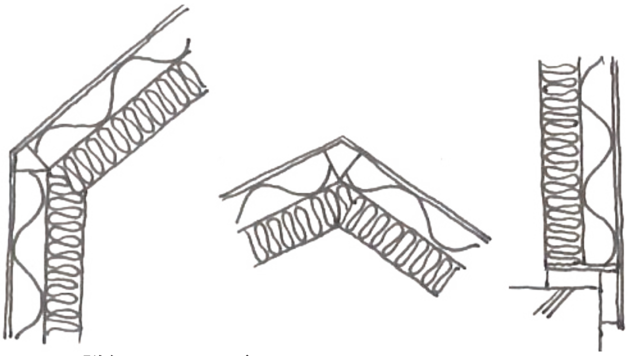


図７　詳細図イメージ

図８　模型写真

参考文献

1) 中谷宇吉郎：雪、岩波文庫、1994
2) 佐々木陸朗：FLUX STRUCTURE、TOTO出版、2005
3) 東　晃：雪と氷の科学者・中谷宇吉郎、北海道大学図書刊行会、1997

謝辞

本試案をまとめるにあたり構造設計者の小西泰孝氏（小西泰孝建築構造設計）には多大なるご助言、ご提案を頂いた。それによって当初、アイデアでしかなかった本誌案において、脆弱であった構造的側面からの理論付けが強固となり、コンセプトをより明快に表現できることとなった。今回行われたやりとりは意匠設計者、構造設計者の間のコンセプト段階での対話の重要性を認識することとなった。それは、氏が佐々木睦朗氏の弟子筋にあたることとも関係しているのだと思う。本誌案に対する全ての取り組みに対し、記して深く感謝申し上げる。

部材と節点の追加を考慮する成長グランドストラクチャ法

萩下 敬雄[1)]，大崎 純[2)]
1)京都大学大学院工学研究科，大学院生，修士(工学)，is.hagishita@archi.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学大学院工学研究科，准教授，博士(工学)，ohsaki@archi.kyoto-u.ac.jp

1 はじめに

トラスの位相最適化において頻繁に利用されているグランドストラクチャ法(以降、GSM)はトラス部材の断面最適化手法を拡張した単純な手法であり、初期に定めたグランドストラクチャ(以降、GS) に関する最適位相を容易に求めることができる。しかし、GSMにより求められた最適解は初期GSの節点位置と部材の接続関係に依存しているため、良質な解を得るためには多数の節点と部材を仮定した初期GSを設定する必要がある。しかし、所定の位置に配置した節点に対し全２節点ペアが部材で接続されたトラスを設定し、重複する部材を消去した初期 GSを設定するのには労力を要する。一方、応力制約を有する位相最適化においては、トラス部材の断面積が０に近づくと応力制約が急に消滅するため次元が低下した退化設計領域が生成するこがある。この退化領域に存在する大域的最適解(以降、特異解)をGSMを用いて得ることは困難である。この問題に関しては初期GSを密にすれば優良な解が得られるということは必ずしも言えない。特異解を求める代表的な手法に応力制約を少しだけ(ϵ)緩和し、退化領域を拡大るすことで特異解を求めようとするϵ-relaxation 法があるが [3]、ϵ値の設定は試行錯誤で行う必要があり、また、目的関数のϵに関する不連続性も指摘されている。特異解を得るための他の手法には分枝限定法により特異解を得ることが可能なGS(最適GS)を探索する方法がある [7]。しかし、この手法は計算労力が大きくなり大規模な問題への適用は現実的でない。以上の問題を解決するため、本論では成長グランドストラクチャ法(以降、$GGSM$)という新しいトラスの位相最適化手法を提案する。

2 問題設定

本節では対象とする３種類の２次元トラスの位相最適化問題を定式化する。mとnをそれぞれ、トラスの総部材数、総自由度とする。一般的に釣合い行列と呼ばれる行列を$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_m] \in \mathbb{R}^{n\times m}$とする。ここで、$\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^n, (i = 1, .., m)$は方向余弦からなる幾何ベクトルである。軸力、外力及び節点変位ベクトルをそれぞれ、$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^m$、$\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ 及び$\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$とする。全体剛性行列$\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{n\times n}$を以下のように表す。

$$\mathbf{K} = \sum_{k=1}^{m} \mathbf{K}_i, \quad \mathbf{K}_i = a_i \frac{E_i}{l_i} \mathbf{b}_i \mathbf{b}_i^T \tag{1}$$

ここで、a_i、E_i及びl_iはそれぞれ、部材iの断面積、ヤング係数及び部材長である。問題(P1)は部材断面積を設計変数とするトラス部材総体積制約下でのコンプライアンス最小化問題である。等価な定式化をもとに以下の線形計画問題(LP)に変換した問題を(P1)とする [1]。

$$\begin{aligned} \text{(P1)} \ & \max_{\mathbf{u}} \ \mathbf{f}^T \mathbf{u} \\ & \text{s.t.} \quad -1 \leq \frac{\sqrt{E_i}}{l_i} \mathbf{b}_i^T \mathbf{u} \leq 1, \quad (i = 1, ., m) \end{aligned} \tag{2}$$

問題(P2)は、節点座標が設計変数とすること以外は(P1)と同一である。等価な定式化をもとに非線形計画問題(NLP)に変換した問題を(P2)とする [2]。

$$\begin{aligned} \text{(P2)} \ & \min_{\mathbf{y},\boldsymbol{\lambda},\boldsymbol{\mu}} \ \sum_{i=1}^{m} (\lambda_i + \mu_i) \mathbf{y}^T \mathbf{C}_i \mathbf{y} \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{m} (\mu_i - \lambda_i) \sqrt{E_i} \mathbf{P} \mathbf{C}_i \mathbf{y} + \mathbf{f} = 0 \\ & \qquad \lambda_i \geq 0, \quad \mu_i \geq 0, \quad (i = 1, .., m) \end{aligned} \tag{3}$$

ここで、$\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{2N}$は全節点座標を表すベクトルである。$\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^m$、$\boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^m$、$\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{2N\times 2N}$及び$\mathbf{C}_i \in \mathbb{R}^{n\times 2N}$ の定義については文献[2]を参照のこと。

(P1)の最適解に対する設計変数及び(P2)の等式制約に対するラグランジュ乗数を併せて$\mathbf{u}^*$、(P2)の最適解に関する設計変数及び(P1)の制約条件に関するラグランジュ乗数を併せて$\boldsymbol{\lambda}^*$、$\boldsymbol{\mu}^*$とすれば、それぞれの問題の最適解に関する部材断面積は下式で求める。

$$a_i^* = \frac{V(\lambda_i^* + \mu_i^*)}{(\mathbf{f}^T \mathbf{u}^*) l_i}, \quad (i = 1, .., m) \tag{4}$$

問題(P3)は複数荷重ケースにおける応力制約下での部材総体積最小化問題であり、下式のように定式化できる。荷重ケース数は２つに限定する。

$$
\begin{aligned}
\text{(P3)} \quad & \min_{\mathbf{a},\mathbf{q}_1,\mathbf{q}_2,\mathbf{u}_1,\mathbf{u}_2} \sum_{i=1}^{m} a_i l_i \\
\text{s.t.} \quad & \mathbf{B}\mathbf{q}_1 = \mathbf{f}_1 \\
& \mathbf{B}\mathbf{q}_2 = \mathbf{f}_2 \\
& q_{1,i} = a_i(E_i/l_i)\mathbf{b}_i^T\mathbf{u}_1, \quad (i=1,.,m) \\
& q_{2,i} = a_i(E_i/l_i)\mathbf{b}_i^T\mathbf{u}_2, \quad (i=1,.,m) \\
& -a_i\sigma_i^a \le q_{1,i} \le a_i\sigma_i^a, \quad (i=1,.,m) \\
& -a_i\sigma_i^a \le q_{2,i} \le a_i\sigma_i^a, \quad (i=1,.,m) \\
& a_i \ge 0, \qquad (i=1,.,m)
\end{aligned}
\tag{5}
$$

ここで、 σ_i^aは部材iの圧縮と引張の許容応力の絶対値である。また、$\mathbf{f}_1 \in \mathbb{R}^n$及び$\mathbf{f}_2 \in \mathbb{R}^n$は２つの荷重ケースを表す荷重ベクトルであり、$\mathbf{q}_1 \in \mathbb{R}^m$、$\mathbf{u}_1 \in \mathbb{R}^n$と$\mathbf{q}_2 \in \mathbb{R}^m$、$\mathbf{u}_2 \in \mathbb{R}^n$はそれぞれ、$\mathbf{f}_1$及び$\mathbf{f}_2$に対応する軸力、節点変位ベクトルである。

3　部材及び節点を追加・消去する成長戦略(*GSTRG*)

本節では、４節で提案する*GGSM*において*GS*を最適化する際に必要となる５つの成長戦略を導入する。

成長戦略１:１部材の追加

トラスに１部材を追加する成長戦略１(以降、*GSTRG1*)を導入する。*GSTRG1*はまず与えられた節点から設定することが可能な追加候補部材を抽出する(図１参照)。次に、各追加候補部材について、“潜在ひずみ”を既存のトラスの節点変位をもとに以下の手順で算出する(図２参照)。

A) $\mathbf{w}_i = (u_{i,x}, u_{i,y})^T$及び$\mathbf{w}_j = (u_{j,x}, u_{j,y})^T$ をそれぞれ、追加候補部材kの両端節点i及びjの節点変位とし、節点i及びj の節点座標をそれぞれ、$\mathbf{x}_i = (x_i, y_i)^T$及び$\mathbf{x}_j = (x_j, y_j)^T$とする。

B) 追加候補部材kの潜在ひずみ$\bar{\epsilon}_k$は、工学ひずみの定義と同様に下式により算出する。

$$
\mathbf{w}_{ij} = \mathbf{w}_j - \mathbf{w}_i, \quad \mathbf{d}_{ij} = \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{||\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j||}
$$
$$
\bar{\epsilon}_k = \frac{\mathbf{w}_{ij}^T\mathbf{d}_{ij}}{||\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j||} \tag{6}
$$

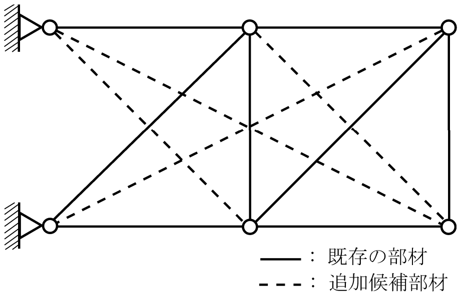


図1　追加候補部材

*GSTRG1*は各追加候補部材の潜在ひずみを比較し、最も潜在ひずみの絶対値が大きい候補部材を追加する。ただし、部材を追加する効果を比較するには各追加候補部材に同一の体積を仮定（ここでは単位体積）する必要があるので、潜在ひずみに$1/l_k$で表わされる断面積を乗じる。*GSTRG1*は以下のように表すことができる。

$$
\text{(GSTRG1)} \quad \text{Find} \quad k \in \{candidate \;\; bars\} \quad \text{which} \quad \text{maximize} \quad \frac{1}{l_k}|\bar{\epsilon}_k| \tag{7}
$$

ここで、*GSTRG1*は部材追加後の節点変位を用いていない。よって、*GSTRG1*は再解析を必要としないため計算量は少ない。この点を明確にするため、*GSTRG1*の意味を考察する。単位体積の部材kをあるトラスに追加すると、剛性方程式は以下のように表すことができる。

$$
(\mathbf{K} + \mathbf{K}_k)\delta\mathbf{u}_k = -\mathbf{K}_k\mathbf{u}, \quad \mathbf{K}_k = \frac{E_k}{l_k^2}\mathbf{b}_k\mathbf{b}_k^T \tag{8}
$$

ここで、 $\mathbf{u}$及び$\delta\mathbf{u}_k$はそれぞれ、部材kを追加する前の節点変位及び追加による節点変位の変化量を表す. 式(8)より、部材kを追加することにより$-\mathbf{K}_k\mathbf{u}$という内力が生じ, その内力が$\delta\mathbf{u}_k$を生成させたことが分かる。ここで、$E_k = 1$とすれば、式(8)の右辺の絶対値は式

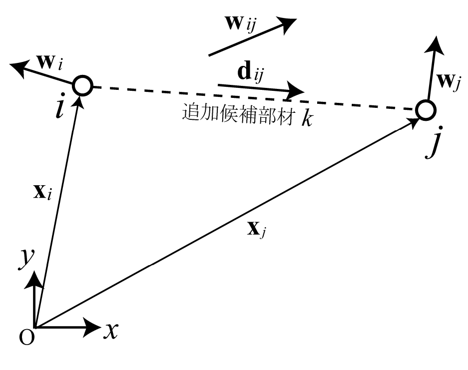


図2　潜在ひずみ

(6)の潜在ひずみの絶対値に$1/l_k$を乗じた値と同値である。よって、*GSTRG1*は$(\mathbf{u}+\delta\mathbf{u}_k)$を求めず、$\mathbf{u}$をもとに部材追加の効果を評価していることが分かる。部材追加後の節点変位を評価する成長戦略２、３及び４を導入する(以降、*GSTRG2*、*3*及び*4*)。

成長戦略２及び３：１部材の追加

部材追加後の節点変位をもとに１部材を追加する*GSTRG2*及び*GSTRG3*を導入する。*GSTRG2*及び*GSTRG3*においても*GSTRG1*と同様に追加候補部材を抽出する。*GSTRG2*及び*GSTRG3*では、部材追加後の節点変位を算出する必要があるため、計算量は大きくなることが予想されるが、１部材を追加するような場合は、一般的に“厳密再解析法”(例えば、[6]参照)と呼ばれる解析手法を適用することにより計算量を減少させることが可能である。本論でも再解析法を利用する。部材jを追加した後の変位$(\mathbf{u}+\delta\mathbf{u}_j)$が算出されているとし、これをを用いて部材$j$を追加した後のトラスの各部材$k$, $(k=1,..,m+1)$の伸び$d_{k,j}$、ひずみ$\epsilon_{k,j}$及び応力$\sigma_{k,j}$は下式から求めることができる。

$$d_{k,j}=\mathbf{b}_k^T(\mathbf{u}+\delta\mathbf{u}_j),\ \ \epsilon_{k,j}=\frac{d_{k,j}}{l_k},\ \ \sigma_{k,j}=E_k\epsilon_{k,j} \tag{9}$$

以降、*GSTRG2*及び*GSTRG3*において部材を追加する効率を比較するための基準をそれぞれの戦略について導入する。*GSTRG2*は２節の問題(P1)及び(P2)を解くためのアルゴリズム１及び２に用いる。(P1)及び(P2)では最適解はすべての部材が均一のひずみを有する解が得られる。よって、評価基準をひずみの全トラス部材の分散τ_jとして追加する部材を決定する。

$$\tau_j=\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m+1}(|\epsilon_{k,j}|-\nu_j)^2,\ \nu_j=\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m+1}|\epsilon_{k,j}| \tag{10}$$

τ_jの値が大きいほど追加後のトラスの全体位相が変化する可能性が大きいため*GSTRG2*はτ_jの値をもとに以下のように追加する部材を決定する。

$$\begin{aligned}&\text{(GSTRG2)}\quad \text{Find}\quad j\in\{candidate\ \ bars\}\\&\qquad\qquad\quad \text{which}\quad \text{maximize}\quad \tau_j\\&\qquad\qquad\quad \text{s.t.}\quad a_jl_j=const.\end{aligned} \tag{11}$$

*GSTRG3*は２節の(P3)を解くためのアルゴリズム３において用いられる。(P3)は応力制約を有し最適解はすべての部材で全応力に近い状態になっているため下式のH_jを基準にして追加する部材を決定する。

$$H_j=\frac{1}{m+1}\sum_{k=1}^{m+1}\left(\frac{|\sigma_{k,j}|}{\sigma_k^a}-1\right)^2 \tag{12}$$

$$\begin{aligned}&\text{(GSTRG3)}\quad \text{Find}\quad j\in\{candidate\ \ bars\}\\&\qquad\qquad\quad \text{which}\quad \text{maximize}\quad H_j\\&\qquad\qquad\quad \text{s.t.}\quad a_jl_j=const.\end{aligned} \tag{13}$$

成長戦略４：１部材の消去

(P3)では、部材を追加するだけでは、GSを最適化することはできないため、１部材を消去する*GSTRG4*を導入する。*GSTRG4*は*GSTRG3*の考え方を延長して下式で表わされる評価値M_jを最小化する部材を消去する。ここで、既存のトラスに存在する部材jは解析の安定性を確保するために完全に削除せず、小さい断面積ϵ_aを与える。

$$M_j=\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\left(\frac{|\sigma_{k,j}|}{\sigma_k^a}-1\right)^2 \tag{14}$$

$$\begin{aligned}&\text{(GSTRG4)}\quad \text{Find}\quad j\in\{existing\ \ bars\}\\&\qquad\qquad\quad \text{which}\quad \text{minimize}\quad M_j\\&\qquad\qquad\quad \text{s.t.}\quad a_j=\epsilon_a.\end{aligned} \tag{15}$$

２節で定式化した(P2)において部材の消去のみを考慮する*GSM*を適用すると“近傍節点”(複数の節点座標が同一となる)、“並列部材”(１部材に置換できるように複数の部材が１直線状に並ぶ)を含む構造が生成することがある。これらの構造をを含めて最適化を行うことは困難である [5]. これらの問題に共通する根本的な問題は自由度の減少である。よって、以降で節点を追加する成長戦略５(以降、*GSTRG5*)を導入する。

成長戦略５：１節点と複数部材の追加

一つの節点とn_f個の部材を追加する*GSTRG5*を導入する。*GSTRG5*は２節の(P2)を解くためのアルゴリズム２において利用する。新たに追加する節点kの座標を$\mathbf{x}_k=(x_k,y_k)^T$とする。既存のトラスの節点変位を

$\mathbf{w'}_i = (u_{i,x}, u_{i,y})^T$, $(i \in \{nodes\})$とし$\mathcal{F}$を既存の節点座標集合のサイズn_fの部分集合とする。節点kに対する$\mathcal{F}$要素節点の相対変位$\mathbf{w}_j$ $(j \in \mathcal{F})$を下式で求める。

$$\mathbf{w}_j = \mathbf{w'}_j - \mathbf{w}_c, \quad \mathbf{w}_c = \frac{1}{n_f}\sum_{j\in\mathcal{F}} \mathbf{w'}_j \tag{16}$$

$\mathcal{F}$中の節点jの座標を$\mathbf{x}_j = (x_j, y_j)^T$とし、$l_{k,j}$及び$\mathbf{e}_{k,j}$をそれぞれ、節点$j$と節点$k$を接続すると仮定した部材$k$-$j$(追加候補部材)の部材長、部材の単位方向ベクトルとすると、それらは以下の式で求めることができる。

$$l_{k,j} = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2} \quad \text{for} \quad j \in \mathcal{F} \tag{17}$$

$$\mathbf{e}_{k,j} = \frac{1}{l_{k,j}}(x_k - x_j, \ \ y_k - y_j)^T \quad \text{for} \quad j \in \mathcal{F} \tag{18}$$

上記のように設定した各追加候補部材に単位体積$a_{k,j} = 1/l_{k,j}$ $(j \in \mathcal{F})$と同一のヤング係数$E_{k,j} = E$ $(j \in \mathcal{F})$を設定する。ここで、$a_{k,j}$及び$E_{k,j}$はそれぞれ、部材k-jの断面積とヤング係数を表す。これらの条件下における節点kでの力の釣合式は以下のようになる。

$$\sum_{j\in\mathcal{F}} \frac{E(\mathbf{e}_{k,j}^T \mathbf{w}_j)\mathbf{e}_{k,j}}{l_{k,j}^2} = \mathbf{0} \tag{19}$$

ここで、節点kでの変位は$\mathbf{w}_c$に等しいと想定した。*GSTRG1*と同様に潜在ひずみの絶対値に$1/l_{k,j}$を乗じた値の合計は下式で表すことができる。

$$D_{\mathcal{F}} = \sum_{j\in\mathcal{F}} \frac{|\mathbf{e}_{k,j}^T \mathbf{w}_{k,j}|}{l_{k,j}^2} \tag{20}$$

$D_{\mathcal{F}}$をもとに、*GSTRG5*を以下のように表す。

$$\begin{aligned} &\text{(GSTRG5) Find} \quad \mathbf{x}_k, \ \mathcal{F} \subset \{\text{existing} \quad \text{nodes}\} \\ &\qquad\qquad \text{which} \quad \text{maximize} \quad D_{\mathcal{F}} \\ &\qquad\qquad \text{s.t.} \quad \sum_{j\in\mathcal{F}} \frac{E(\mathbf{e}_{k,j}^T \mathbf{u}_{k,j})\mathbf{e}_{k,j}}{l_{k,j}^2} = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{21}$$

4　*GGSM*のアルゴリズム

本節では、*GGSM*の３つのアルゴリズムを導入する。アルゴリズム１、２及び３はそれぞれ、２節で設定した(P1), (P2)及び(P3)を解くためのアルゴリズムである。アルゴリズムで用いるPropV及びPropEは節点と部材に設定する複数の属性である。

アルゴリズム１及び２

I. 初期の疎なGSの属性グラフ$G = (V \cup \mathrm{PropV}, E \cup \mathrm{PropE})$を構築する。
II. GからGSMによる最適化のためのデータを作成する。GSMを適用し、最適解を求め、最適解の断面積と節点座標をGのPropV及びPropEに代入する。アルゴリズム２では前もって定めた繰り返し回数に達するとVIに進む。
III. GのコピーRGを作成する。RGのPropを巡回して、断面積が０である部材を削除し、接続部材数が０である節点を削除する。
IV. RGから追加候補部材を抽出する。RGに*GSTRG1*もしくは*GSTRG2*を適用し追加する部材eを見つける。$G \leftarrow G(V, E \cap e)$としIIに進む。追加候補部材が存在しない場合はVへ進む。
V. Gの各部材に単位体積の部材を設定し構造解析を行う。解析の結果得られる節点変位を PropVに代入する。Gから追加候補部材を抽出し、Gに*GSTRG1*または*GSTRG2*を適用し追加する部材eを見つける。$G \leftarrow G(V, E \cap e)$としIIに戻る。追加候補部材が存在しない場合は終了する。
VI. Gの各部材に単位体積の部材を設定し構造解析を行う。解析の結果得られる節点変位を PropVに代入する。Gに*GSTRG5*を適用し追加する節点vの座標とその節点と接続するn_f個の部材$e_1, .., e_{n_f}$を見つける。$G \leftarrow G(V \cap v, E \cap (e_1, .., e_{n_f}))$としてIIに戻る。

アルゴリズム３

I. 初期GSのグラフ$G = (V \cup \mathrm{PropV}, E \cup \mathrm{PropE})$を構築し、$G$の接続関係をタブーリストに登録($\mathcal{T} \leftarrow E(G)$)。
II. GにGSMを適用し最適解を求め、最適解の断面積と節点座標をGのPropV及びPropEに代入する（最適解の目的関数値を$Obj1$とする）。GのコピーRGを作成し断面積が０である部材を削除し、接続部材数が０である節点を削除する。
III. RGから追加候補部材を抽出する。RGに*GSTRG3*を適用し、追加する部材$e(E(RG) \cup e \notin \mathcal{T})$を見つける。ここで、全ての候補接続関係が$\mathcal{T}$に存在すれば終了する。$G2 \leftarrow RG(V, E \cup e)$を作成し、IVに進む。
IV. $G2$にGSMを適用して結果をPropV及びPropEに代入する（最適解の目的関数値を$Obj2$とする）　。RGと$G2$の接続関係をタブーリストに登録する($\mathcal{T} \leftarrow E(RG), E(G2)$)。
V. Obj1 $>$ Obj2であれば、$G \leftarrow G2$としてIIに戻る。Obj1 $=$ Obj2であれば、$G2 \leftarrow G$として、VIへ進む。Obj1 $<$ Obj2であれば、VIへ進む。
VI. $G2$に*GSTRG4*を適用して削除する部材$e(E(G2) \backslash e \notin \mathcal{T})$を見つける。$G2(V, E \backslash e)$をタブーリストに登録する($\mathcal{T} \leftarrow E(G2) \backslash e$)。$E(G2) \backslash e$で表わされる全ての接続関係が$\mathcal{T}$に存在すれば終了する。そうでない場合は、$G \leftarrow G2(V, E \backslash e)$ として II に進む。

5　数値計算例

３つの数値計算例に*GGSM*を適用する。計算例１、２及び３はそれぞれ、２節の(P1)、(P2)及び(P3)に相当する。部分問題となるNLPとLP問題を解くために逐次二次計画法を実装したSNOPT Ver. 7 [4]を用いる。計算例１及び２では全部材についてヤング係数を$E_i = 1.0 \times 10^4$として、全部材体積の上限を$V = 10.0$とする。節点荷重を$\mathbf{P}_1 = (0.0, -100.0)^T$とする。計算例

３では全部材のヤング係数を$E_i = 1.0 \times 10^2$、節点荷重を$\mathbf{P}_2 = (1.0, -5.0)^T$ とし２種類の許容応力$\sigma_I = \pm 5.0$及び$\sigma_{II} = \pm 20.0$想定する。目的関数値をΦで表す。

計算例１: 47-bar truss (P1)

４７部材トラスにGSMを適用した結果を図３に示す。図４は２１部材の疎なGSを初期構造として、アルゴリズム１($GSTRG1$)を適用した結果を示す。

計算例２: 24-bar truss (P1)

２４部材トラスに座標と位相の同時最適化を適用した結果を図５に示す。図６に１２部材の疎なGSを初期構造としてアルゴリズム２($GSTRG1$)を適用した結果を示す。

計算例３: 8-bar truss (P1)

図７の８部材トラスにアルゴリズム３を適用する。ただし、節点荷重$\mathbf{P}_2$の作用位置は節点３と５に別々に作用させそれぞれを個別の荷重ケースとする。部材 2-3 の許容応力度をσ_{II}とし、その他の部材の許容応力をσ_Iとする。図７(a)に８部材トラスにGSMを適用した結果を示す。図７(b)に７部材トラスにGSMを適用した結果を示す。図７(c)に６部材静定トラスにGSMを適用した結果を示す。この解が大域的最適解である。図８にアルゴリズム３を適用した結果を示す。

6　結論

$GGSM$を適用する利点を以下に示す。

1. 段階的にGS部材や節点が追加されるため、最適化の過程をステップごとに確認することができる。さらに、GSMよりも優良な解を得ることができる。
2. 特異解を得ることができる。また、特異解に達した時点でのGSの位相とそれにGSMを適用して得られる最適解の位相は同一となる。

参考文献

1) Achtziger W, Bendosoe M, Ben-Tal A, Zowe J. Equivalent displacement based foumulation for maximum strength truss topology design. Inpact Comput Sci Eng No.4, pp.314-345, 1992
2) Achtziger W. On simultaneous optimization of truss geometry and topology. Struct Multidisc Optim No.33, pp285-304, 2007
3) Cheng G.D, Guo X. ϵ-relaxed approach. Struct Multidisc Optim No.29, pp.190-197, 1997
4) Gill P.E, Murray W, Saunders M. User's Guide for SNOPT version 7 software for large-scale nonlinear programming. 1997
5) Ohsaki M. On simultaneous optimization of topology and geometry of a regular plane truss. Comp Struct No.79(6), pp.673-679, 1998
6) Ohsaki M. Random search method based on exact reanalysis for topology optimization of trusses with discrete cross-sectional areas. Comp Struct No.66(1), pp.69-77, 1998
7) Ohsaki M, Katoh N. Topology optimization of trusses with stress and local constraints on nodal stability and member intersection. Struct Multidisc Optim No.29, pp.190-197, 2005

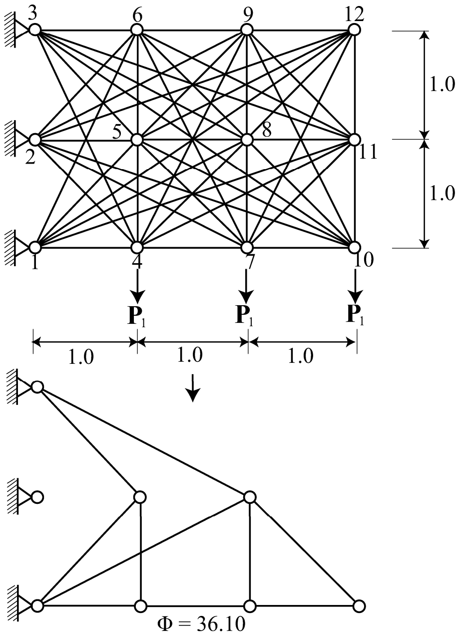


図3　完全に接続された１２節点トラスとGSMを適用して得られる最適解

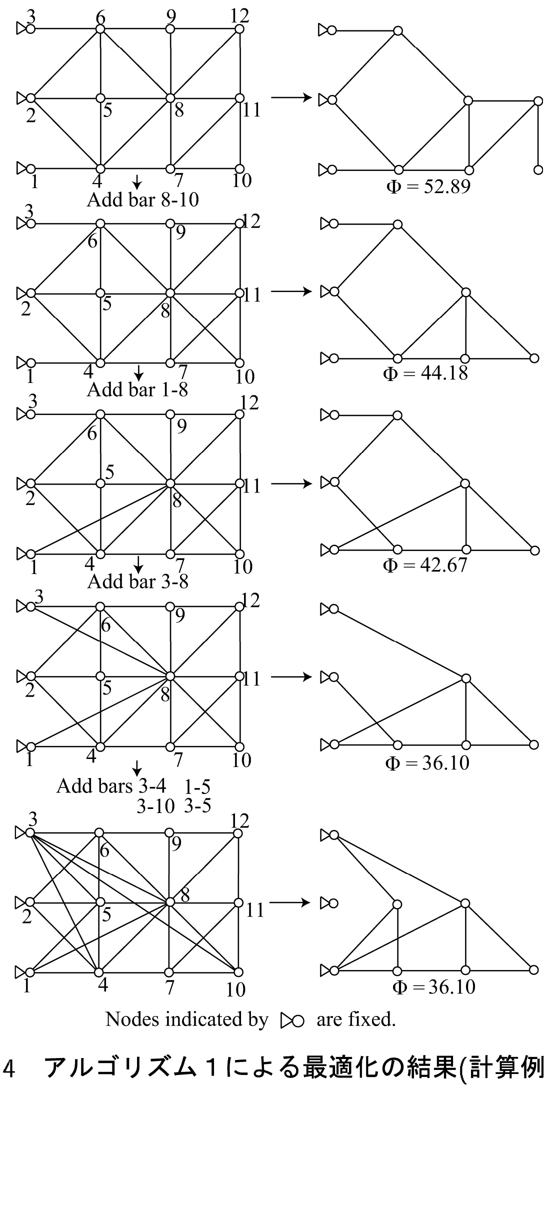
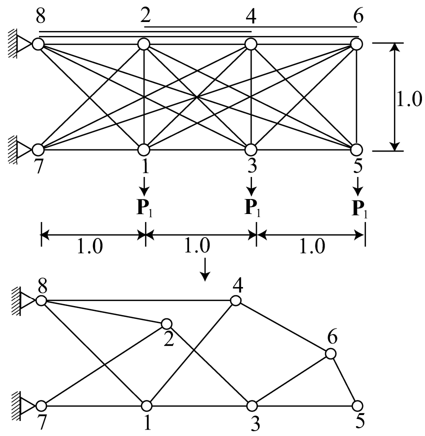


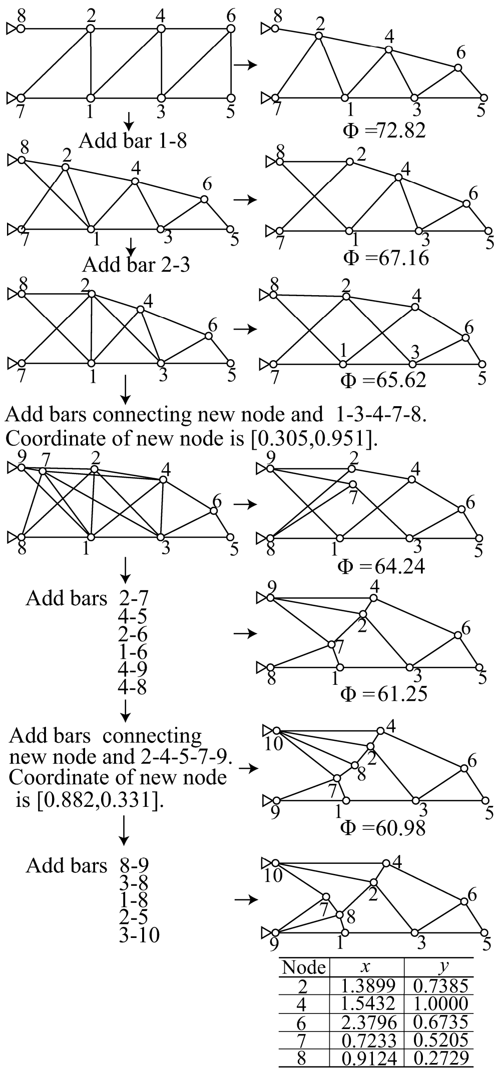
図4　アルゴリズム１による最適化の結果(計算例１)



Node	x	y
2	1.1895	7.7654
4	1.8453	1.0000
6	2.7461	0.4949

$\Phi = 64.75$

図5　完全に接続された８節点トラスと*GSM*を適用して得られる最適解



Node	x	y
2	1.3899	0.7385
4	1.5432	1.0000
6	2.3796	0.6735
7	0.7233	0.5205
8	0.9124	0.2729

Φ =60.71

Nodes indicated by ▷○ are fixed.

図6　アルゴリズム２による最適化の結果(計算例２)

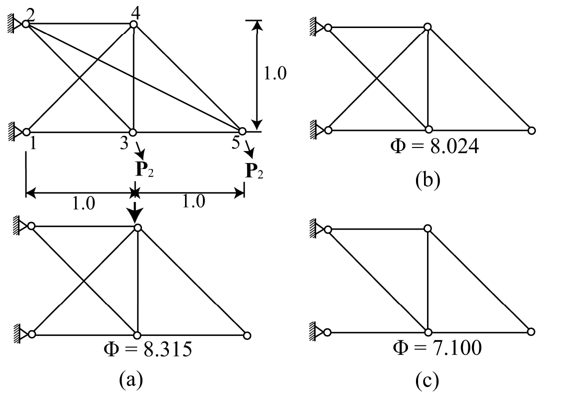


図7　完全に接続された５節点トラス及び疎なトラスと*GSM*を適用して得られる最適解(疎なトラスは位相が変化しない)

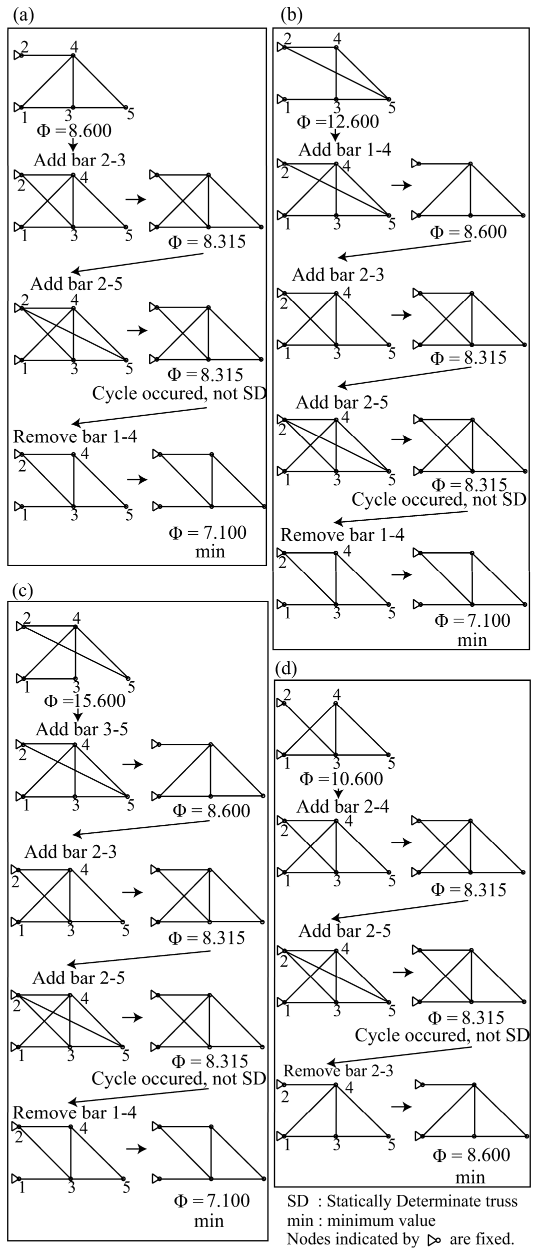


図8　アルゴリズム３による最適化の結果(計算例３)

多目的遺伝的アルゴリズムを用いた建築構造物のライフサイクルデザイン –その 1 劣化の不確定性の考慮

蜂須賀 聖力[1)]，内藤 雅子[2)], 大森 博司[3)], 小林 春之[4)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，hachisuka@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，naito@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
4)株式会社 竹中工務店，工修, kobayashi.haruyuki@takenaka.co.jp

1　序

建築構造物とは空間を形作るものであり，これまで様々な自然環境や社会環境において求められる多様な空間を提供してきた。従来の建築構造物の設計では，要求された空間を作るための初期投資の多寡が偏重されてきた。しかし，地球環境問題の深刻化に伴って環境負荷低減の重要性は近年急速に高まっており，持続可能な社会の実現が必要であると考えられている。

建築構造物の長寿命化や計画的な運営が，持続可能な社会の実現，環境負荷やコストの低減には不可欠であり，建築構造物のライフサイクル (Life Cycle, LC) を考慮した設計が必要である。つまり，建築構造物の設計において，空間だけでなく時間をも考慮する必要があると言える。そこで，既往の研究では建築構造物の負荷に対して LC 評価[1)]を行い，その評価値に対して最適化を行うライフサイクルデザイン (Life Cycle Design, LCD) 手法が提案されている。そこでは，建築技術の高度化や地球環境問題によって複雑化する設計領域に対して，遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) を用いて最適化を行っている。[2),3)]

将来にわたって設計を行うということは，予測し難い多くの事象がそこに内在しているということであり，不確定性をいかにして扱うかが重要になる。既往の研究では本来不確定的な事象を確定的に扱っていた。しかし，不確定性の影響が大きい場合には，その影響を提示することは意思決定者に役立つであろう。

建築構造物を構成する部材の構造性能にはばらつきが存在しており，そのために部材の耐用年数もばらつきを持っている。つまり，部材の劣化現象は不確定性を持っているといえる。本稿ではまず，劣化の不確定性を考慮した LC 評価手法を定式化し，それが建築構造物の LC に与える影響を考察する。そして，GA を用いて劣化の不確定性を考慮した LCD を行う。

2　ライフサイクル評価手法

本節では，既往のライフサイクル評価手法[2)]について述べる。

2.1　劣化関数

部材の耐用年数から，図 1 に示す劣化関数を得られる。劣化関数は部材の減耗を示しており，残存性能を縦軸にとることで，図 2 に示す経年と修繕率の関係を表す修繕率関数が得られる。

劣化関数と修繕の計画を決める更新周期から，建築構造物の LC における構成要素の任意時刻の修繕率が求められる。LC 評価値はそれぞれの修繕について，部材の持つイニシャル評価値に修繕率を乗じた修繕評価を行い，合計をとる事で LC 評価値が得られる。

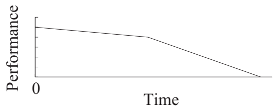


図1　劣化関数

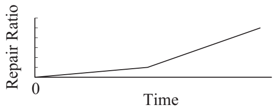


図2　修繕率関数

2.2　構法的序列

建築構造物は構造躯体だけでなく，それに取り付けれられる下地材，仕上材など耐用年数の異なるものについても設計段階で，その更新の時期などを時間軸上における戦略として計画し，設計の中に織り込んでおく必要がある。よって，構法的序列を考慮し，図 3 のように，被支持側の修繕のシナリオは，支持側の更新と共に強制的に更新させる多層型シナリオとする。以下支持側の部材を構法的上位，被支持側の部材を構法的下位と呼ぶ。

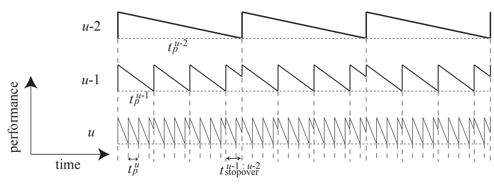


図3　構法的序列に基づいたシナリオ

3　劣化の不確定性を考慮したライフサイクル評価手法

劣化の不確定性により，修繕率やシナリオが不確定になり LC 評価値に影響を及ぼす。本節では，劣化の不確定性を考慮した LC 評価手法について述べる。

3.1　劣化関数

既往の研究の劣化関数では，建築構造物を構成する各部材の耐用年数に平均値[4)]が用いられていた。時刻 t における劣化関数は図 4 の左図のように，すなわち次式のように表現されていた。

$$P(t)=\begin{cases}1-\alpha t & t\leq T_{\mu d}\\ 1-\alpha T_{\mu d}-\beta(t-T_{\mu d}) & T_{\mu d}\leq t\leq T_{\mu}\\ 0 & t\geq T_{\mu}\end{cases} \tag{1}$$

ここで，α,β は劣化関数の傾きであり，$T_{\mu d}$ は劣化関数の傾きが変化する平均時刻を示している。また，T_{μ} は耐用年数の平均値である。

しかし，実際の耐用年数はばらつきを有する。本研究では，図 4 の右図に示すように，実際の耐用年数が T_{α} であった場合には劣化関数を x 軸方向について T_{α}/T_{μ} 倍して評価する。つまり，次式のように表せる。

$$P(t)=\begin{cases}1-\alpha' t & t\leq T_{\alpha d}\\ 1-\alpha' T_{\alpha d}-\beta'(t-T_{\alpha d}) & T_{\alpha d}\leq t\leq T_{\alpha}\\ 0 & t\geq T_{\alpha}\end{cases} \tag{2}$$

ここで，$T_{\alpha d}$ は不確定となった場合の劣化関数の傾きの変化する時刻を示している。劣化関数は x 方向について T_{α}/T_{μ} 倍されているため，$T_{\alpha d}$ は次のように表現される。同様にして，α,β から α',β' が求められる。

$$T_{\alpha d}=\frac{T_{\alpha}}{T_{\mu}}\cdot T_{\mu d} \tag{3}$$

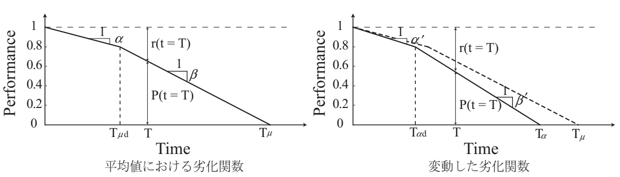


図4　劣化関数

劣化の不確定性を考慮するにあたり，劣化の不確定性が LC 評価に与える影響は次の 2 つの場合に分類される。

- 耐用年数の変更を行っても修繕シナリオには影響を与えない場合
- 耐用年数の短縮により修繕を修繕シナリオとは異なる時刻に行う場合

上記の 2 つの場合を図 5 に示す。この図において，平均的な劣化関数を点線で示しており，平均耐用年数は T_{μ} である。T_r は修繕計画によって決定された修繕時刻を，T_{α} は劣化の不確定性により変動した耐用年数である。これらの 2 つの場合を考慮した LC 評価の手法について述べる。

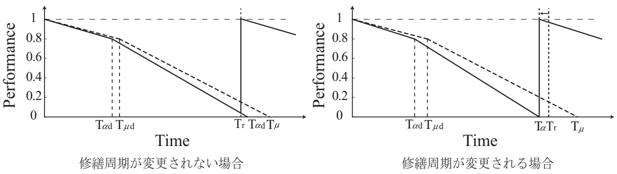


図5　劣化が不確定の 2 つの場合

3.2　修繕周期に影響を与えない場合

まず，耐用年数の変更を行っても修繕シナリオには影響を与えない場合について述べる。この場合の劣化関数の変化を図 5 の左に示す。この場合修繕シナリオには影響はないが，耐用年数が変更されたために修繕率は影響を受ける。変動した劣化関数において修繕率を求めることによって修繕時の評価を行う。

3.3　修繕周期が変更される場合

次に，耐用年数の変更によって修繕周期が変更される場合について述べる。この場合は図 5 の右に示すようにシナリオが変化する。

シナリオの変化による影響を評価するために，修繕時刻の確率密度関数を離散変数に対応する確率分布に置換し，この確率分布により計算する。相対時間の任意変数 $T_i(i=1,\cdots,n)$ の分布が既知である場合，単一部材における n 回目の修繕を時刻 t_L^* に行う確率は次式のように表現することができる。

$$\begin{aligned}P[T_n^*=t_L^*]&=\sum_{\text{if }t_1+\cdots+t_n=t_L^*}P_{T_1,\cdots,T_n}[t_1,\cdots,t_n]\\&=\sum_{\text{all }t_1,\cdots,t_n}P_{T_1,\cdots,T_n}[t_1,\cdots,t_n=t_L^*-\sum_{i=0}^{n-1}t_i)]\end{aligned} \tag{4}$$

ここで，$P_{T_i}[t_i]$ は時間 T_i 中の時刻 t_i に i 回目の修繕が行われる確率をあらわしている。また，T_n^* は n 回目の修繕が行われる時刻を示しており，上式は時刻 t_L^* において n 回目までの全修繕を考慮した修繕確率を示している。また，離散変数による分布を用いる場合には，上式の確率はイベントツリーを用いることで簡潔に評価できる。[5)]

構法的序列を考慮して，上記の単一部材の手法を多部材である場合へ拡張する。構法的序列を考慮すると，下位部材は上位部材の修繕により影響を受ける。すなわち，上位部材の修繕時刻が下位部材の修繕時刻よりも短い場合は，下位部材は強制的に更新される。その後の下位部材の修繕時刻の分布は上位部材の修繕の影響により更新された部分から評価する必要がある。ここでは，部材 i と部材 $i-1$ の 2 部材を例として示す。ただし，構法的序列は部材 $i-1$ が上位であるとする。

部材 i について部材 $i-1$ の影響を受けた後の修繕確率は次式によって表現できる。

$$ {}_{i-1,m}P_{i,n}(t) = P_{i-1,m}(T_{i-1,m}) \cdot P_{i,n}(t - T_{i-1,m}) \quad (5) $$

ここで，左下添え字は影響を及ぼす修繕を表しており，右下添え字は考慮している修繕を表している。従って，${}_{i-1,m}P_{i,n}(t)$ は部材 $i-1$ の m 回目の修繕後の部材 i の n 回目の修繕を時刻 t に行う確率である。左下添え字が無い場合は，影響を及ぼす修繕を考慮していないことを表す。従って，$P_{i-1,m}(T_{i-1,m})$ は部材 $i-1$ の m 回目の修繕を時刻 $T_{i-1,m}$ に行う確率である。また，$T_{i-1,m}$ は部材 $i-1$ の m 回目の修繕を行った時刻を表している。

ある修繕の後，次の修繕の方法として以下の 2 通りがある。すなわち，上位部材の修繕の後に下位部材の修繕が計画されている場合と，上位部材の修繕の前に下位部材の修繕がなされる場合である。

前者の場合には上式により評価することができる。後者の場合には，構法的序列を考慮すると下位部材の修繕を上位部材の修繕の直前に行う可能性が生じる。この場合の評価の方法を以下に示す。

まず，部材 $i-1$ の m 回目の修繕よりも前に，部材 $i-1$ の $m-1$ 回目の修繕の影響を受けた部材 i の n 回目の修繕を時刻 T に行う確率 ${}^{\text{before}}_{i-1,m}P_{i,n}(T)$ は次式により評価できる。

$$ \begin{aligned} &{}^{\text{before}}_{i-1,m}P_{i,n}(T) \\ &= P_{i,n}(t = T - T_{i-1,m-1}) \cdot P_{i-1,m}(t > T) \\ &= P_{i,n}(t = T - T_{i-1,m-1}) \cdot \sum_{t>T} P_{i-1,m}(t) \end{aligned} \quad (6) $$

ここで，$T_{i-1,m-1}$ は部材 $i-1$ の $m-1$ 回目の修繕を行った時刻を示している。

次に，部材 $i-1$ の m 回目の修繕よりも後に，部材 $i-1$ の $m-1$ 回目の修繕の影響を受けた部材 i の n 回目の修繕を時刻 T に行う確率 ${}^{\text{after}}_{i-1,m}P_{i,n}(T)$ は次式より評価できる。

$$ \begin{aligned} &{}^{\text{after}}_{i-1,m}P_{i,n}(T) \\ &= P_{i,n}(t \geq T - T_{i-1,m-1}) \cdot P_{i-1,m}(t = T) \\ &= \sum_{t \geq T - T_{i-1,m-1}} P_{i,n}(t) \cdot P_{i-1,m}(t = T) \end{aligned} \quad (7) $$

${}^{\text{after}}_{i-1,m}P_{i,n}(T)$ は部材 $i-1$ の影響により部材 i のシナリオに従った修繕が行われなかった確率を示している。

以上により得られた修繕確率の和を取ることにより，時刻 T における部材 $i-1$ の影響を受けた部材 i の期待修繕回数 $E[{}_{i-1}N_i(T)]$ は次式で評価できる。

$$ \begin{aligned} E[{}_{i-1}N_i(T)] = &\sum_{all\ m} \sum_{all\ n} {}_{i-1,m}P_{i,n}(T) \\ &+ \sum_{all\ m} \sum_{all\ n} {}^{\text{before}}_{i-1,m}P_{i,n}(T) \end{aligned} \quad (8) $$

以上の評価手法を構法的序列の最上位の部材から順番に適用していくことによって，全部材の修繕確率および期待修繕回数を評価することができる。全部材の修繕確率と修繕率を求めることにより，劣化が不確定である場合の期待修繕評価値を求めることができ，期待 LC 評価値も得ることができる。

4　例題

本研究では，標準的な規模の独立住宅[6)]を例題として設定し，その規模を図 6 に示す。建築部位の構成要素および，LC における更新周期などのシナリオに関する設計変数が決まれば，建築構造物の設計がなされるものと想定する。

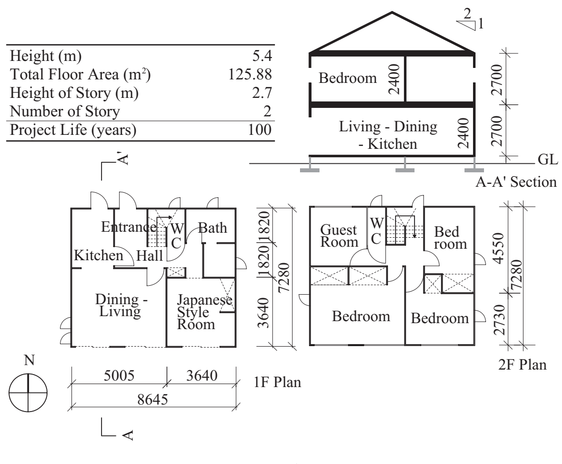


図6　例題

5　確定的なライフサイクルデザイン

例題に対して GA を用いて不確定性を考慮しない LC コスト (LC Cost, LCC) 最小化を行う。

次式の適合度関数 $fitness_{LCC}$ を用いて，最適化計算を行う。また，評価対象期間を 100 年とする。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad fitness_{LCC} \\ &\text{subject to} \quad g_j \leq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

$$fitness_{LCC} \equiv C_{eval}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) \prod_j \gamma_j \tag{10}$$

ここに C_{eval} は評価対象期間中の LCC, $\boldsymbol{c}$ は空間的設計変数, $\boldsymbol{t_p}$ は時間的設計変数, γ_j は制約条件 j を満たさない場合のペナルティである。

GA パラメータに表 1 の値を用い，本解析では世代数を 1000 世代とする。LCC 最小化結果を示す。以下

表 1　GA パラメータ

Population	100
Elite	2
Probability of Crossover	0.80
Probability of Mutation	0.01

ここで得られた設計解を Test LCC と呼ぶ。

図 7 に Test LCC の構成要素およびシナリオに従って生じる LCC の推移を示す。図中の棒グラフは年毎の修繕コストを，線グラフは修繕コストの累積を示している。

Test LCC はシナリオに整合が図られ，構成要素についても LCC の小さくなるものが選択されていた。次節では，ここで得られたシナリオおよび構成要素に対する不確定性の影響を示す。

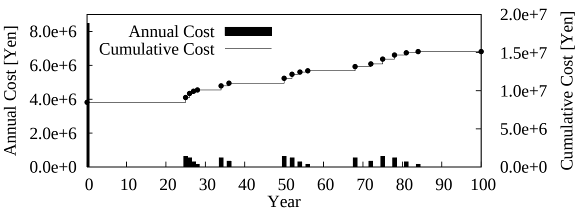


図7　LCC 推移：LCC 最小化

6　劣化の不確定性がライフサイクル評価値に及ぼす影響

確定的な LCD によって得られた設計解に対する，劣化の不確定性の影響を考察するために，劣化の不確定性を考慮した LC 評価手法を適用する。

まず本稿では，部材の耐用年数が平均値を μ とした正規分布 $N(\mu, 1)$ に従って分布すると仮定する。次に，連続変数である正規分布から，図 8 に示す確率分布モデルに従って離散変数に置換し，表 2 に示す確率分布を得る。また，不確定性の考慮にあたり，建築構造物の構成要素を，図 9 に示すように構法的序列によってグループ化し，それらを系列と呼ぶ。

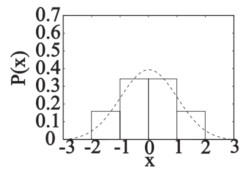


図8　確率分布モデル

表 2　確率分布

年	確率
μ-2	0.15866
μ-1	0.34134
μ	0.34134
μ+1	0.15866

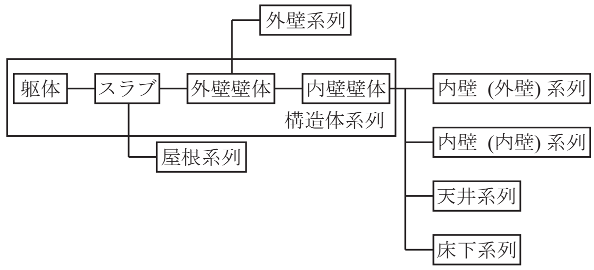


図9　構法的序列 (系列別)

劣化の不確定性を考慮した LC 評価手法を適用した場合，各部材の修繕は確率的に表現され，期待 LCC は期待修繕回数にイニシャルコストを乗じた期待修繕コストによって評価されることになる。Test LCC に対して，劣化の不確定性を考慮した LC 評価手法を適用した場合の期待 LCC の推移を図 10 に示す。また LCC とその生起確率を図 11 に示す。

劣化の不確定性を考慮することにより，LCC の分布が広がっている。また，確定的な LCD で得られた解では不確定性を考慮する事で LCC が大きくなりやすい。

劣化の不確定性を考慮したことによって LCC が増加した原因として，構法的序列の上位の部材の影響が大きかった。これは上位部材の修繕は下位部材に影響を与えるためであり，上位部材の影響に対して下位部材の影響が小さいために LCC の分布は離散的になっている。また，構法的序列の下位の部材は劣化の不確定性を考慮しても，LC における修繕回数が変化していない部材がほとんどであった。つまり，劣化の不確定性を考慮した場合，LCC に及ぼす影響は構法的序列の上位部材の修繕回数の増加による影響が大きく，修繕率の変化による影響は小さかった。

以上より，劣化の不確定性による影響を小さくするためには，劣化の不確定性による耐用年数の変化によって各部材の修繕回数の増加が生じないように配慮して設計をする必要があるといえる。

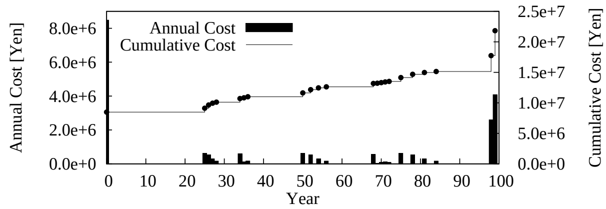


図10　**期待** LCC **推移**：**劣化不確定**

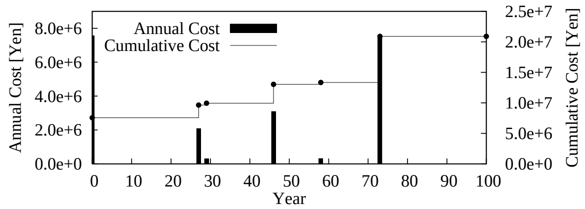


図12　LCC **推移**：Test SA

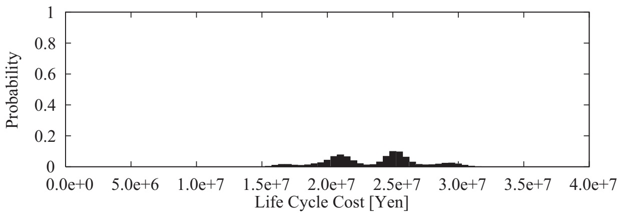


図11　LCC **分布**：**劣化不確定**

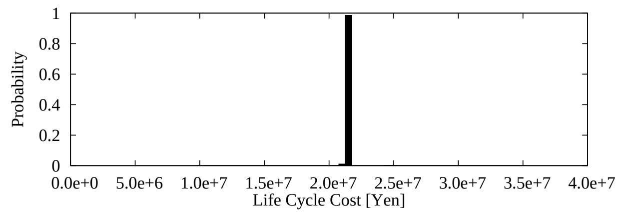


図13　LCC **生起確率**：Test SA

7　劣化の不確定性を考慮したライフサイクルデザイン

本節では，劣化の不確定性を考慮した LCD を行う。2 節で提案した手法はすべての発生しうるシナリオを評価するため計算量が莫大なものになる。そこで，劣化の不確定性を考慮した LC 評価をシミュレーションを用いて行い，シミュレーションを用いて得られた期待 LC 評価値の平均値を最小化する。前節と同様に部材の耐用年数を $N(\mu,1)$ の分布として評価を行う。

7.1　単一目的ライフサイクル最適化

単一目的の LC 最適化問題として，GA を用いて期待 LCC 最小化を行う。

7.1.1　適合度関数

次式の適合度関数 $fitness_{SA}$ を用いて最適化計算を行う。

$$\begin{array}{ll}\text{minimize} & fitness_{SA} \\ \text{subject to} & g_j \le 0\end{array} \tag{11}$$

$$fitness_{SA} \equiv \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} C_{eval,k}(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t}_p)\prod_{j}\gamma_j \tag{12}$$

ここに，N はシミュレーション回数, $C_{eval,k}$ は k 番目に得られた LCC, $\boldsymbol{c}$ は空間的設計変数, $\boldsymbol{t}_p$ は時間的設計変数, γ_j は制約条件を満たさない場合のペナルティである。

GA パラメータに表 1 の値を用いる。また，世代数を 500 世代，シミュレーション回数を 100 回とした。

7.1.2　結果

期待 LCC 最小化による設計解を Test SA とする。ここで，Test SA に確定的な LC 評価を行った場合の LCC の推移を図 12 に示す。また，Test SA においてシミュレーションで得られた LCC の分布を図 13 に示す。

Test SA の構成要素は Test LCC と比べて，構造体となる部材の更新周期が短くなっていた。これは，不確定性を考慮すると，構造体が LCC に及ぼす影響が大きくなるため，構造体の更新周期が変化しても，LCC の変化が大きくならないようなシナリオが選択されたと考えられる。そのため，図 12 に示すように確定的な LCC の推移は大きくなるが，図 13 に示すように LCC の分布がほぼ 1 箇所に集中しており，劣化の不確定性により LCC の変化が生じにくい設計解になっていることが分かる。また，構造体以外については Test LCC と同様の部材が選択されており，構造体以外については Test LCC においても劣化の不確定性による影響が小さかったことが確認できる。このように，劣化の不確定性を考慮した LCD により，劣化の不確定性による LCC の変化が生じにくい解が選択されることが確認できた。

7.2　多目的ライフサイクル最適化

本節では，期待 LCC と期待 $LCCO_2$ を目的関数として多目的 GA (Multi-Objective GA, MOGA) を用いた多目的 LC 最適化を行う。

多くの多目的最適化問題では目的関数に何らかのトレードオフの関係があり，単一の最適解を得ることは難しい。そのため，多目的最適化では Pareto 最適解という別の概念を用いて解探索を行うことになる。Pareto 最適解とは，ある目的関数の値を改善するためには，少なくとも他の 1 つの目的関数の値を改悪せざるを得ないような解と定義されている。MOGA は目的関数空

間における解の優越関係に基づいて選択演算を行い，Pareto 最適解を求める手法である。

本稿では，多目的最適化手法として他の MOGA よりも Pareto 最適解集合の探索能力が優れている SPEA2 を用いる。

7.2.1 適合度関数

次式の適合度関数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$ を用いて最適化計算を行う。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) \equiv \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{k=1}^{N} C_{eval,k}(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t_p}) \\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) \equiv \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{k=1}^{N} E_{eval,k}(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t_p}) \end{cases}$$

$$\text{subject to} \quad g_j \leq 0 \tag{13}$$

ここに，$E_{eval,k}$ は k 番目に得られた $LCCO_2$ である。

制約条件を満たさない場合，適合度 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$ 自体にペナルティ項を掛け合わせたものを新たな目的関数 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$ として，以下のように多目的最適化問題を定式化する。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) \prod_j \gamma_j \tag{14}$$

SPEA2 パラメータに表 3 の値を用いる。また，世代数を 500 世代，シミュレーション回数を 100 回とした。

表 3 SPEA2 パラメータ

Population	100
Archive	25
Probability of Crossover	0.80
Probability of Mutation	0.01

7.2.2 結果

500 世代目に得られた解の目的関数空間における存在位置を図 14 に示す。図 14 に示すように，多様な設計解おいて期待 LCC が同値であっても期待 $LCCO_2$ の値は違う解が多く存在していることが分かる。同様に期待 $LCCO_2$ の値が同じでも期待 LCC の値は違う解も多く存在している。このことは同じ期待 LCC の建築構造物であっても LC を考慮した設計をする事により環境負荷低減が可能であり，また，同じ期待 $LCCO_2$ を排出する建築構造物であっても期待 LCC を抑えた設計が可能であることを示している。

得られた解集合には Pareto 最適解集合が多数得られている。このことから，期待 LCC と期待 $LCCO_2$ の間にはトレードオフの関係が存在していることが分かる。

多目的最適化によって得られた Pareto 最適解集合は，トレードオフの関係にある目的関数を低減させるための合理的な解の集合である。そのため，このような多様性を持つ Pareto 解集合は意思決定において有用であると考えられる。

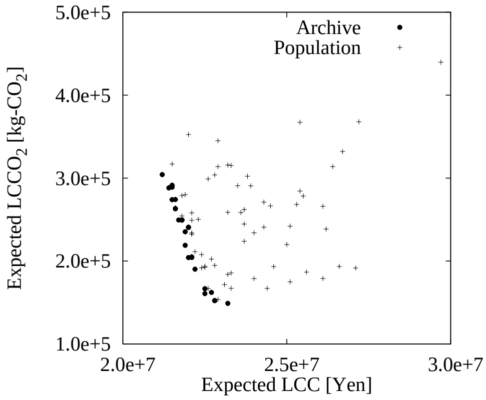


図14 500 世代の解集合

8 結

本稿の内容は以下のように総括できる。

- 劣化の不確定性を考慮した建築構造物の LC 評価手法を定式化した。
- 確定的な LCD 手法を用いて LCC 最小化を行って得られた設計解に対して，劣化の不確定性を考慮した LC 評価手法を適用し，比較を行った。その結果，劣化の不確定性を考慮する事によって LCC はばらつきを有するようになり，期待 LCC は増加することが確認された。
- 劣化の不確定性を考慮した LCD として期待 LCC 最小化を行った。その結果，不確定性による LCC の変動を抑えるには，耐用年数に対して余裕のある更新周期を選択する必要があるといえた。
- 期待 LCC と期待 $LCCO_2$ を目的関数とした多目的 LC 最適化を行った。
  - Pareto 最適解集合が得られ，期待 LCC と期待 $LCCO_2$ はトレードオフの関係にあることが確認された。
  - 意思決定者は，このような多様な解を持つ Pareto 解集合から，自らの選考に基づいて解集合の中から設計解を選択することができる。

参考文献はその 2 の末尾にまとめて記載する。

多目的遺伝的アルゴリズムを用いた建築構造物のライフサイクルデザイン –その 2 環境外乱の考慮

内藤 雅子[1)], 蜂須賀 聖力[2)], 大森 博司[3)], 小林 春之[4)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，naito@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，hachisuka@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
4)株式会社 竹中工務店，工修，kobayashi.haruyuki@takenaka.co.jp

1　序

近年の地球環境問題や資源の枯渇を鑑み，日本建築学会はわが国における建築構造物の寿命を 3 倍ないし 100 年に延長する[7)] ことを標榜している。建築構造物を長寿命化するなら，その間に建築構造物が環境外乱に遭遇する可能性が高くなることは容易に想像されることであり，それがコストや環境負荷にどのように影響するかは，施主や設計者等の意思決定者にとって興味のある点であろう。

本稿では，環境外乱として地震を取り上げ，地震を考慮した建築構造物のライフサイクル (Life Cycle, LC) 評価手法を提案する。また，それに基づいた遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) および多目的 GA (Multi-Objective Genetic Algorithm, MOGA) による建築構造物の LC デザイン (Life Cycle Design, LCD) 手法を定式化し，例題を通してその有用性を検討する。

2　地震の影響を考慮したライフサイクル 評価手法

本節では，建築構造物の LC 評価手法[2)] を拡張し，地震の影響を考慮した LC 評価手法を示す。本稿では，建築構造物の構法的序列を図 1 のようにモデル化している。一般的に，建築構造物を構成する部材のうち，構法的序列の下位にあるものほど地震の影響を受けやすい。そこで，地震が発生した場合にどの階層にまでその影響が及ぶかを推定し，地震発生直後に修繕シナリオにはない修繕が行われるものとする。修繕シナリオとは，建築構造物の設計時に計画される建築構造物を構成する各部材の平均耐用年数に基づく修繕計画である。

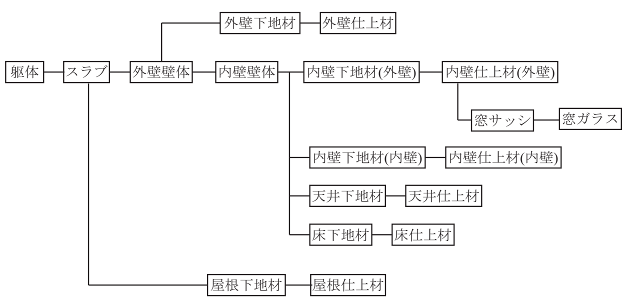


図1　構法的序列

なお，本稿では各部材の劣化関数は確定的に評価し得るものとし，地震発生時以外に修繕シナリオの変更は生じないものとする。また，地震時の修繕量も本来ばらつきを有するものであるが，地震の大きさとそれによる修繕量が特定できるものとする。

以下，地震発生時の修繕量の算定法を示す。

一般に，部材 i の時刻 t での残存性能値が $P_i(t)$ である場合の修繕量 $r_i(t)$ は次式で表される。劣化関数を図 2 に示す。

$$r_i(t) = 1 - P_i(t) \tag{1}$$

これを地震の影響を考慮した場合に拡張すると，時刻 $t = T_h$ に地震が発生した時の残存性能は $P_i(T_h)$ であり，地震の影響により部材 i の性能が $\gamma(T_h)$ 減少するなら，時刻 T_h に地震が発生した時の修繕量 $r_i(T_h)$ は次式で表される。この場合の劣化関数を図 3 に示す。

$$r_i(T_h) = 1 - P_i(T_h) + \gamma_i(T_h) \tag{2}$$

本研究では次式により $\gamma_i(t)$ を決定する。

$$\gamma_i(t) = \gamma_{1,i} + \gamma_{2,i} \cdot (1 - P_i(t)) \tag{3}$$

ここに,

$\gamma_{1,i}$ ：劣化程度によらない一定の被害率
$\gamma_{2,i}$ ：劣化程度により変化する被害率の重み

$\gamma_i(t)$ は地震動に対する建築物の応答を求めることによって決定する。

式 (1) および式 (2) を一般化すると，任意時刻 t における部材 i の修繕率は，時刻 t における残存性能 $P_i(t)$，地震による被害を表す係数 $\gamma_i(t)$ およびデルタ関数を用いた次式で表される。デルタ関数 $\delta(t)$ は $t=0$ の時に 1 を，$t \neq 0$ の時に 0 を返す関数であり，ゆえに次式は，時刻 t に地震が発生した場合，すなわち $t=T_h$ であった場合に $\gamma_i(t)$ が値を持つことを示している。

$$r_i(t) = 1 - P_i(t) + \gamma_i(t) \cdot \delta(t - T_h) \tag{4}$$

ゆえに，部材 i の時刻 t における n 回目の修繕コスト $C_{n,i}$ は，部材 i のイニシャルコスト $C_{0,i}$ と，部材 i の修繕率関数 $r_i(t)$ を用いて次式で表される。

$$C_{n,i} = \frac{C_{0,i}}{(1+\nu)^t} \cdot r_i(t) \tag{5}$$

ここで ν は割引率である。

建築物のランニングコスト C_r はすべての部材の全ての修繕の和として次式で求められる。

$$C_r = \sum_i \sum_n C_{n,i} \tag{6}$$

建築構造物の評価対象期間全体におけるコスト評価 C_{eval} は，イニシャルコスト C_0 と，ランニングコスト C_r との和であり，次式で求められる。

$$C_{eval} = C_0 + C_r \tag{7}$$

ここに，C_0 は建築構造物全体のイニシャルコスト $\sum_i C_{0,i}$ である。

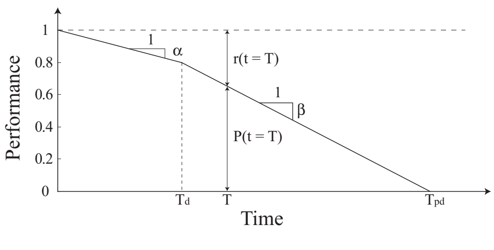


図2　劣化関数

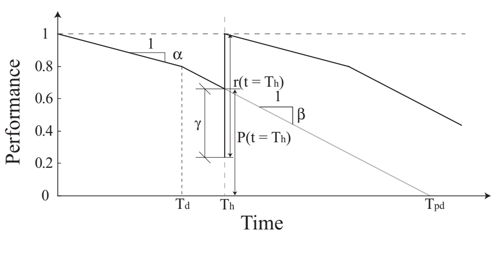


図3　地震を考慮した劣化関数

上式においてコスト評価値ではなく，環境負荷物質の評価値を用いれば，評価対象期間における地震を考慮した環境負荷物質排出量を求めることができる。

以上により，地震発生時刻と地震によって損傷を受ける部材，およびその被害率が特定できれば，地震を考慮した LC 評価を行うことができる。

2.1　地震を考慮した期待ライフサイクルコスト

建築構造物の LCD を行う時点において地震発生は将来のことであり，時刻を特定することは不可能である。そこで，何らかの方法で地震による被害を予測する手法が必要である。本節では，地震を考慮した LC 評価値の一つとして，期待 LC コスト (Life Cycle Cost, LCC) の評価手法を定式化する。

建築構造物の建設予定地が確定しており，計画している建築構造物に影響を及ぼす地震 $\boldsymbol{x}$ の評価対象期間中の $\boldsymbol{k}$ 年目における地震発生確率 $P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}]$ が既知であれば，評価対象期間中の期待 LCC は次式で求められる。

$$\begin{aligned} E[C_{eval}] = C_0 &+ \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\boldsymbol{x}} \{P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}] \cdot C_r(\boldsymbol{k},\boldsymbol{x})\} \\ &+ \left(1 - \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\boldsymbol{x}} P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}]\right) \cdot C_r(\boldsymbol{k}, 0) \end{aligned} \tag{8}$$

ここに，$E[C_{eval}]$ は評価対象期間中の LCC であり，$C_r(\boldsymbol{k},\boldsymbol{x})$ は地震 $\boldsymbol{x}$ が評価対象期間中の $\boldsymbol{k}$ 年目に発生した場合のランニングコストを表している。また，上式右辺の第 3 項は評価対象期間中に地震が発生しない確率とその場合のランニングコスト $C_r(\boldsymbol{k},0)$の積である。

2.2　期待地震被害コスト

地震を考慮した別の評価値として，期待地震被害コストを用いることもできる。本稿では地震被害コストを，地震が発生した場合の LCC と，評価対象期間中に地震が発生しなかった場合の LCC の差と定義する。すると，期待地震被害コスト $E[C_{EH}]$ は次式で表される。

$$E[C_{EH}] = \sum_{\boldsymbol{k}} \sum_{\boldsymbol{x}} P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}] \cdot \{C_r(\boldsymbol{k},\boldsymbol{x}) - C_r(\boldsymbol{k},0)\} \tag{9}$$

3　地震の影響が建築構造物のライフサイクルに及ぼす影響

本節では，その 1 で示した確定的な LCC 最小化によって得られた設計解 (Test LCC) に対して，地震を考慮した場合の LCC の変動を示す。本稿では，東京における平均再現期間 100 年の地震を想定した[8)]。地震の発生確率は毎年一定 1/100 であると仮定し，評価対象期間中に地震は 1 回しか発生しないものとする。また，地震による修繕は，計画された修繕シナリオには影響を及ぼさないものとする。この時，地震を考慮した LCC は式 (8) から，次のように求められる。

$$\begin{aligned} E[C_{eval}] &= C_0 + \frac{1}{100}\sum_{k=1}^{100} C_r(k,x) \\ &= \frac{1}{100}\sum_{k=1}^{100} C_{eval,k,x} \end{aligned} \tag{10}$$

ここで， $C_{eval,k,x}$ は k 年目に地震 x が発生した場合の評価対象期間中の LCC を表しており，評価対象期間中に地震が発生しない確率は $\simeq 0$ としている。

地震が建築構造物の LC 評価に与える影響を評価するためには，地震による被害を表す式 (3) 中の $\gamma_{1,i}$ および $\gamma_{2,i}$ を決定する必要がある。地震時の非構造部材の損傷はおおむね強制変形角に基づいて推定できる[9)]。Test LCC に想定する地震を作用させた場合，層間変形角は 1/250 ~ 1/125 の範囲になり，表 1 のような被害が生じると仮定する[9)] 。$\gamma_{2,i}$ については詳細な情報が得られないため，$\gamma_{1,i}$ の 1 割の値を $\gamma_{2,i}$ とする。

地震発生年毎の LCC を図 4 に示す。図中の実線は，地震が発生しなかった場合の LCC を示している。地震によって損傷を受けると想定される構法的序列の下位に存在する部材の修繕が計画されていた年に地震が発生した場合に LCC が比較的少なくなっている。

表 1　被害率

損傷部材	γ_1	γ_2
外壁下地	0.30	0.03
内壁下地 (外壁)	0.30	0.03
内壁下地 (内壁)	0.30	0.03
屋根仕上	0.10	0.01

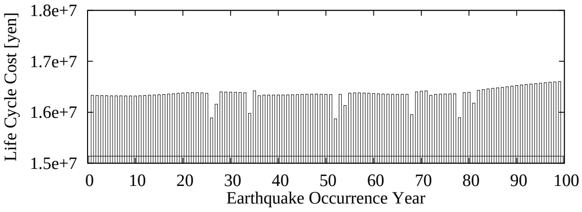


図4　地震発生年毎の LCC (Test LCC)

また，ここで期待地震被害コストは式 (9) より，式 (10) 同様次式で表され，図 4 の実線部から上の部分を表している。

$$E[C_{EH}] = \frac{1}{100}\sum_{k=1}^{100}\{C_{eval,k,x} - C_{eval,0}\} \tag{11}$$

ここに，$C_{eval,0}$ は地震が発生しなかった場合の LCC である。

4　地震の影響を考慮したライフサイクルデザイン

4.1　期待ライフサイクルコスト最小化

本節では，GA を用いて期待 LCC の最小化を図った LCD を行う。適合度関数 $fitness_{EA}$ を次式とする。本稿では，SPEA2 による最適化と表記をそろえるために，一般的な GA の適合度とは異なり，適合度が小さいほど優良な解と定義しているため，適合度の最小化が目標となる。表 2 に解析に用いた GA のパラメータを示す。

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & fitness_{EA} \\ \text{subject to} & g_j \leq 0 \end{array} \tag{12}$$

$$fitness_{EA} \equiv \frac{1}{100}\sum_{k=1}^{100} C_{eval,k,x}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) \prod_j \gamma_j \tag{13}$$

ここに

$\boldsymbol{c}$　: 空間的設計変数(部材の組み合わせおよび単価)
$\boldsymbol{t_p}$　: 時間的設計変数(建築寿命および修繕周期)
γ_j　: 制約条件を満たさない場合のペナルティ

この地震を考慮した LCC 最小化の結果を Test EA とし，年毎の LCC を図 5に示す。

表 2　GA パラメータ

Population	100
Elite	2
Generation	500
Probability of Crossover	0.80
Probability of Mutation	0.01

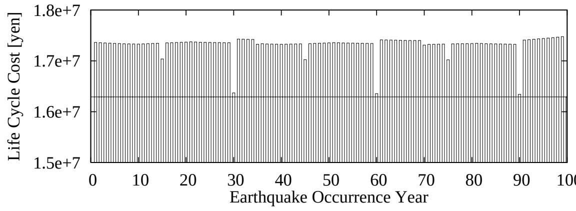


図5　地震発生年毎の LCC (Test EA)

Test EA では，GA による進化の初期の世代から躯体，壁体およびスラブに RC 造躯体，100 年の解が選択された。これは地震の影響を考慮しない LCC 最小化と同様の解である。本稿では，これら構法的序列の上位に存在する部材は地震の影響を受けないと仮定しているため，地震の影響を考慮しない場合の LCC 最小化と同様の結果が得られたと考えられる。

その他の部材は，仕上材の更新周期が下地材の更新周期と同値または半分と修繕回数を少なくするように整合が図られていた。この点も，Test LCC に類似している。

4.2　期待地震被害コスト最小化

本節では地震被害コストを最小化する LCD を行う。適合度関数 $fitness_{EHA}$ を次式で与える。本解析に用いた GA のパラメータは表 2 と同様である。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad fitness_{EHA} \\ &\text{subject to} \quad g_j \leq 0 \end{aligned} \tag{14}$$

$$fitness_{EHA} \equiv \frac{1}{100}\sum_{k=1}^{100} C_{EH,k,x}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) \prod_j \gamma_j \tag{15}$$

ここに，$C_{EH,k,x}$ は k 年目に地震 x が発生する場合の地震被害コストであり，次式で定義する。

$$C_{EH,k,x} = C_{eval,k,x} - C_{eval,0} \tag{16}$$

この地震被害コストの平均値最小化の結果を Test EHA とし，LCC を図 6 に示す。

前節の Test EA では，更新周期 100 年の RC 造躯体が選択されていたが，それとは異なり，Test EHA では更新周期 50 年の木造躯体が選択された。また，他の構法的序列の上位となる部材は 50 年または 49 年という更新周期となった。

その他の構法的序列の下位となる部材については地震の影響を考慮した LCC 最小化とは異なり，短い更新周期が選択された。また，仕上材については構法的序列の上位となる下地材よりもさらに更新周期が短いシナリオが選択された。本解析では，地震によって発生するコストのみに注目して最適化計算を行ったため，短い修繕周期で修繕を繰り返すことによって地震発生年の変動によって生じるコストの差を最小化するような設計解が選択されたと考えることができる。Test EHA は，地震発生時の予期されないコストを削減することができているが，地震が発生しない年にも不要な修繕を行っているため，実際的ではない設計解であると言える。

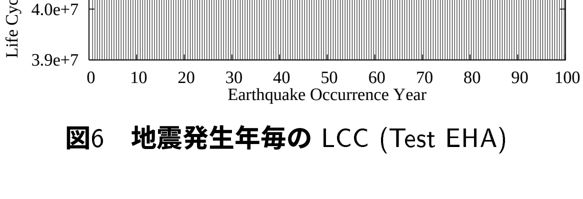


図6　地震発生年毎の LCC (Test EHA)

4.3　多目的最適化

本節では，4.1 節および 4.2 節で用いた 2 つの目的関数の最小化を MOGA のひとつである SPEA2 を用いて行う。この 2 つの目的関数を同時に考慮した多目的最小化問題を次式で与える。また，表 3 に計算に用いた SPEA2 のパラメータを示す。

$$\text{minimize} \qquad \boldsymbol{h}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) \prod_j \gamma_j \tag{17}$$

$$\text{subject to} \qquad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t}_p) \leqq \boldsymbol{0} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) = \dfrac{1}{100}\displaystyle\sum_{k=1}^{100} C_{evel,k,x}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) \\ f_2(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) = \dfrac{1}{100}\displaystyle\sum_{k=1}^{100} C_{EH,k,x}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t_p}) \end{cases} \tag{19}$$

図 8 および図 9 に，各世代における個体群の存在位置を示す。図 8，図 9 は x 軸を地震の影響を考慮した期待 LCC とし，y 軸を期待地震被害コストとしている。図 7 に，最終世代である 500 世代目でのアーカイブ個体群 25 個体の目的関数空間における存在位置を示す。ここで非劣解集合が得られているため，地震の影響を考慮した期待 LCC と期待地震被害コスト

表 3　SPEA2 パラメータ

Population	100
Archive	25
Generation	500
Probability of Crossover	0.80
Probability of Mutation	0.01

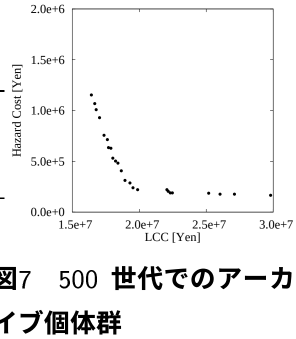
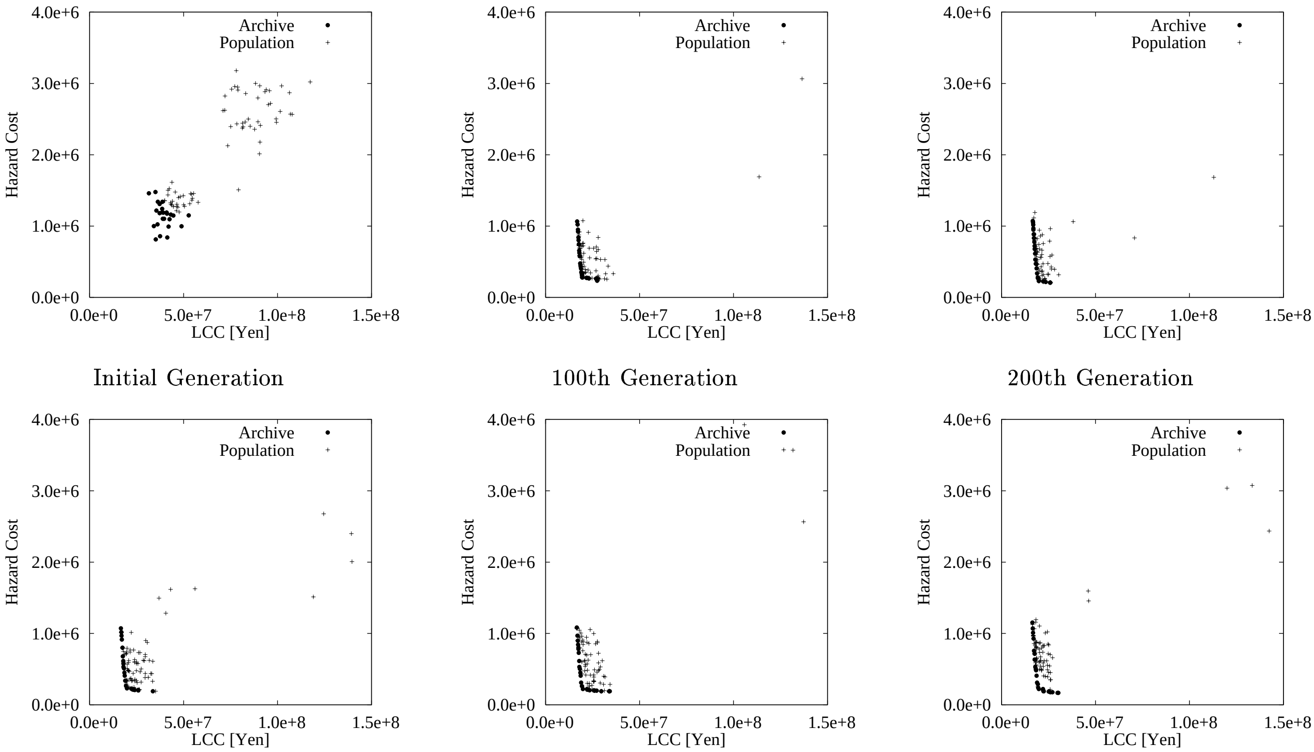


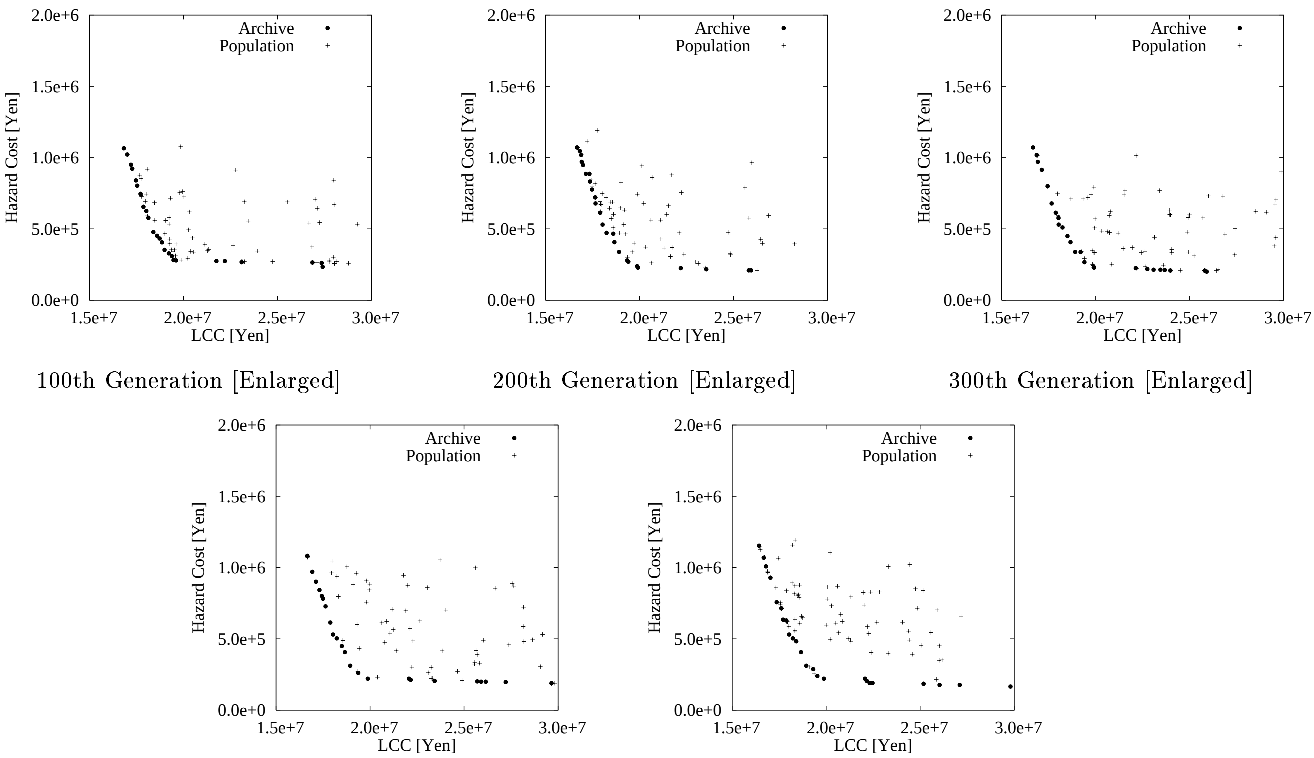
図7　500 世代でのアーカイブ個体群



Initial Generation　100th Generation　200th Generation

300th Generation　400th Generation　500th Generation

図8　解の推移



100th Generation [Enlarged]　200th Generation [Enlarged]　300th Generation [Enlarged]

400th Generation [Enlarged]　500th Generation [Enlarged]

図9　解の推移 [Enlarged]

はトレードオフの関係にあることが確認できる。地震の影響を考慮した場合の LCC が小さい設計解，もしくは地震によって必要となるコストが小さい設計解を，意思決定者は自らの選好に基づいて Pareto 最適解集合の中から選択することができる。

500 世代においてアーカイブ母集団に属する個体のうち，地震の影響を考慮した LCC が小さい個体は Test EA と同様の設計解であった。また，地震被害コストが小さくなるに従い，イニシャルコストの低い構成要素と整合が図られていない更新周期を有する，Test EHA に似た設計案になる。地震被害コストが小さくなるほど LCC が増加するのは更新周期の整合が図られなくなり，修繕が増加するためである。

5 結

本稿では建築構造物の LC に影響を及ぼす外乱のうち，地震の影響を考慮した LC 評価手法を提案した。本稿の内容は以下のように総括できる。

- LC 評価値として地震の影響を考慮した期待 LCC と期待地震被害コストを定式化した。
- 標準的な規模の独立住宅の期待 LCC を算定した。
- 同例題に対し，GA により期待 LCC 最小化を行った。期待 LCC 最小化によって得られた解は，地震の影響を考慮しない LCC 最小化によって得られる解と類似していた。
- 同例題に対し，GA により期待地震被害コスト最小化を行った。期待地震被害コスト最小化によって得られた解は，地震が発生しない期間のランニングコストが増大していた。
- 同例題に対し，期待 LCC と期待地震被害コストの 2 つを目的関数として，MOGA により多目的最適化を行った。
  - 多目的最適化によって得られた解の性状から，両評価値はトレードオフの関係にあると言えた。
  - 多目的最適化によって得られた解は，各評価値における単一目的最適化と類似した解を含んでいた。
  - 多目的最適化によって得られた Pareto 最適解集合は多様性を有しており，意思決定者に提示するのに有益であると言える。

本稿では，地震の発生確率を常に一定であり，評価対象期間中にモデル化されたひとつの地震のみが影響すると仮定して LC 評価を行ったが，建築構造物の建設予定地毎の地震の大きさ，地震発生確率，被害率等を精細に表現して LC 評価を行うなら，個々の建築構造物の特徴を捉えた LCD を行うことができるであろう。

参考文献

1）日本建築学会，建物の LCA 指針～温暖化・資源消費・廃棄物対策のための評価ツール～，2006.

2）野田賢，大森博司，遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.601，pp.181–188，2006.

3）小林春之，内藤雅子，大森博司，遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究，コロキウム 構造形態の解析と創生 2006，日本建築学会，pp.39-44，2006.

4）建築・設備維持保全推進協会,「建築躯体・部材・設備等の耐用年数調査」報告書，1998.

5）Jung S. Kong and Dan M. Frangopol, Evaluation of Expected Life-Cycle Maintainance Cost of Structures, Journal of Structural Engineering, Vol.129, No.5, pp.682-691, 2003.

6）宗本順三，鉾井修一，張本和芳，吉田哲，高野俊吾，独立住宅モデルの建材選択に伴う LCC，$LCCO_2$，最終廃棄物量低減の多目的問題 — その 2. GA を用いた「標準問題の建物モデル」への住宅建材・工法選択システム —，日本建築学会計画系論文集, No. 551, pp. 85–92, 2002.

7）気候温暖化への建築分野での対応（1997 年 12 月 2 日, 会長声明全文），日本建築学会，建築雑誌，Vol.113，No.1417，pp.90-91，1998.

8）日本建築学会，建築物荷重指針・同解説，2004.

9）日本建築学会，非構造部材の耐震設計施工指針・同解説および耐震設計施工要領，2003.

大型望遠鏡を支持するトラス構造物の多目的最適設計

薫田 匡史[1)]，大森 博司[2)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，kunda@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1　序

光学天体望遠鏡の観測精度向上の要求に応えるため，最近では電子制御技術による望遠鏡自身の高性能化や鏡製作技術の高度化と共に，天体望遠鏡そのものの大型化が図られている。望遠鏡を設計するにあたり，支持構造物の軽量化は施工性，経済性において必要不可欠な課題であるとともに，望遠鏡の機能上，支持構造物は設計外力に対して変形前後で鏡面形状が同一となるようなホモロガス構造が適していると考えられる。しかしながら，天体の動きに伴い角度を合わせる必要があるため，望遠鏡の支持構造物は観測中に様々な傾度で支持されることとなり，その結果として外力に大きな変化が生じ，要求性能を十分に満足する支持構造物を設計することは一般的に困難を極める。

本研究では，大型望遠鏡を支持するトラス構造物に対し，要求性能として重量の最小化とホモロガス性を満足する多目的最適設計を行い，得られた形状の力学特性を検証する。

2　望遠鏡構造

本節では，本研究で設計対象としているナスミス式望遠鏡について述べる。ナスミス式望遠鏡は，図 1 のように放物面形状の主鏡で反射させた光を光軸上前方に主鏡と対向させた双曲面形状の副鏡を用いて反射させ，さらにその光を第三鏡を使って鏡筒の直角方向に導くものである。ナスミス式望遠鏡を設計するためには，この主鏡，副鏡，第三鏡のそれぞれを支持する構造体が必要である。この構造体を鏡筒と呼ぶ(図 2)。

鏡筒は副鏡セル，主鏡セルと呼ばれる構造物で構成され，副鏡セルは副鏡を，主鏡セルは主鏡と第三鏡を支持する。主鏡セルの構成を図 3 に示す。このような鏡筒の設計では，鏡を適切に支持するために，外力に対して鏡筒のどの位置においても補正範囲内に変形を抑える必要がある。本稿では図 3 に示される主鏡支持トラスを解析対象とし，自重に対する主鏡面形状の維持に関する検討を行う。

3　最適化問題の定式化

本研究では重量最小化とホモロガス性を満足する多目的最適化を行う。ここでは既往の研究[1]で提案されたトラス位相の最適化法をもとに，ホモロガス性を新たに導入し，解析を行っている。多目的最適化手法として多目的遺伝的アルゴリズムの一つである SPEA2 (Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) を用い，適合度関数を式(1)で与える。ここに，$W(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})$ を構造物の総重量，$H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})$をホモロガス変形の指標, $\boldsymbol{x}$ を節点および部材の配置，$\boldsymbol{A}$ を部材の断面積，g_i を i 番目の制約条件，γ_i を制約条件 i を満たさなかった場合のペナルティ項とする。

$$\text{minimize } \boldsymbol{f} \quad \begin{cases} f_1 = W(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})\prod_i \gamma_i \\ f_2 = H(\boldsymbol{x},\boldsymbol{A})\prod_i \gamma_i \end{cases} \tag{1}$$
$$\text{subject to} \quad g_i \le 0$$

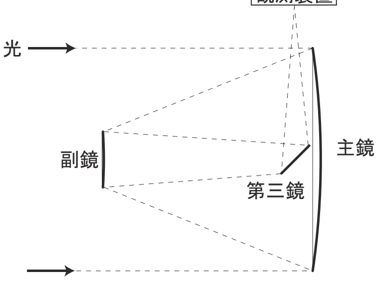


図1　ナスミス式望遠鏡

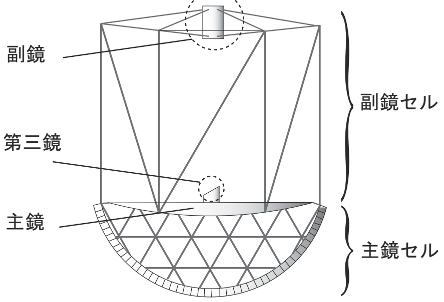


図2　鏡筒（概念図）

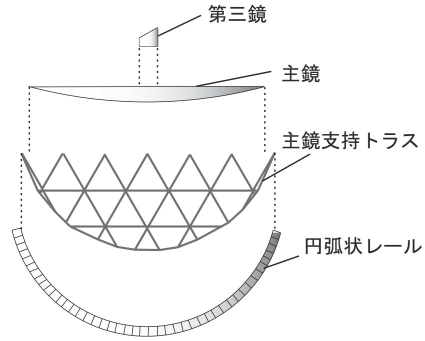


図3　主鏡セル

ここで，ホモロガス変形の指標として，指定した節点の相対変位量の二乗和を設定する。本研究において，この相対変位量とは指定した節点を含む構造体の一部が剛体変位した場合の構造体と載荷後の構造体との節点間の距離と定義し，式(2)のように表現される。ここに，$\boldsymbol{x}_i$ は載荷後の節点 i の座標ベクトル，$\hat{\boldsymbol{x}}_i$ は剛体変位後の節点 i の座標ベクトルである。

$$H = \sum_i |\boldsymbol{x}_i - \hat{\boldsymbol{x}}_i|^2 \tag{2}$$

また，制約条件として部材の許容応力，指定節点の相対変位量，接合部の部材間角度，部材間の交差点数を設定している。許容応力に関しては，部材に働く応力が引張力である場合には許容引張応力，圧縮応力である場合には部材座屈を考慮した許容圧縮応力以下となるよう制約条件を設けている。相対変位量に関しては，アクチュエータ（制御駆動装置）の補正可能範囲を超えないようにするため，目的関数だけではなく，制約条件としても用いるものとする。部材間角度とは，1 つの節点に接続する 2 部材の成す角度のことであり，これと交差点は，トラスを組み立てる際に施工が不可能とならないような条件を設定している。

4　望遠鏡支持構造物の形態創生

4.1　解析モデル

主鏡支持トラスの解析モデルを図 4 に示す。ここでは，モデルの節点を上層節点，中間層節点およびレール部節点の 3 部に分け，上層節点で 2.0 m 級の主鏡を支持するものする。この主鏡は分割鏡方式を採用しており，1 つの分割鏡を 3 節点で支持するよう上層節点を配置する。主鏡面の曲率半径は 5.0 m，円弧状レールの曲率半径は 1.25 m であり，このレールに沿って構造物が 0° ～ 90° で傾くとする。ただし，図 5 のように，支持点はこれに沿って動くことはない。設計変数は，トラス構造物の節点配置，部材配置の 2 種とし，位相対称性を考慮する。部材の断面形状については使用する部材を表 1 に示す 1 種類のみとする。

SPEA2 パラメータを表 2 に示す。ここでの節点移動範囲は x 軸方向，y 軸方向および z 軸方向ともに ±200 mm，最大部材長を 900 mm に設定する。荷重は自重に加え，鏡の重量として上層節点に各 2.0 kN を作用させる。また，ホモロガス変形の指標は仰角 0° と 90° の 2 種のときの変位量から算出する。

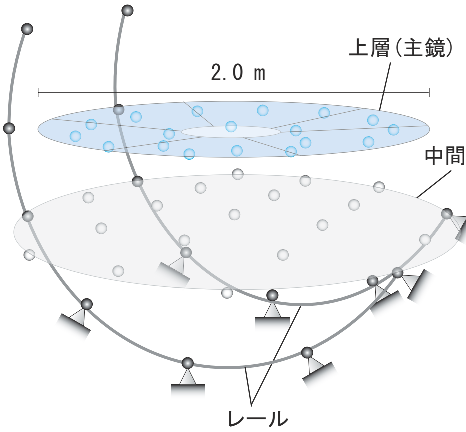


図4　解析モデル

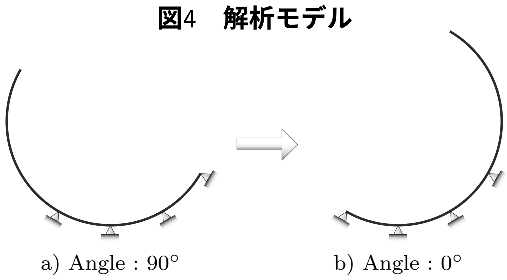


図5　レールの動き

表 1　使用部材

外径 (mm)	60.5
厚さ (mm)	2.3
単位質量 (kg/m)	3.3
断面積 (mm^2)	420.5
断面二次モーメント (mm^4)	1.78 × 10^5

表 2　パラメータ

探索母集団個体数	80
アーカイブ母集団個体数	20
世代数	500
交叉率	0.80
突然変異率	0.01
ホモロガス変形を受ける節点	上層節点
節点配置設計を受ける節点	中間層節点
最大節点数	49
許容部材間角度 (deg)	25
許容相対変位量 (mm)	0.5
許容交差点数	0

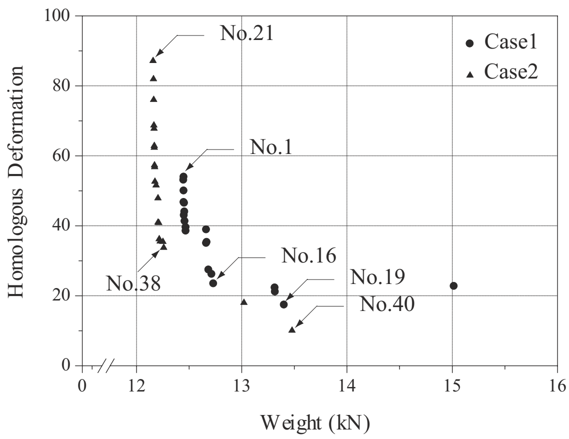
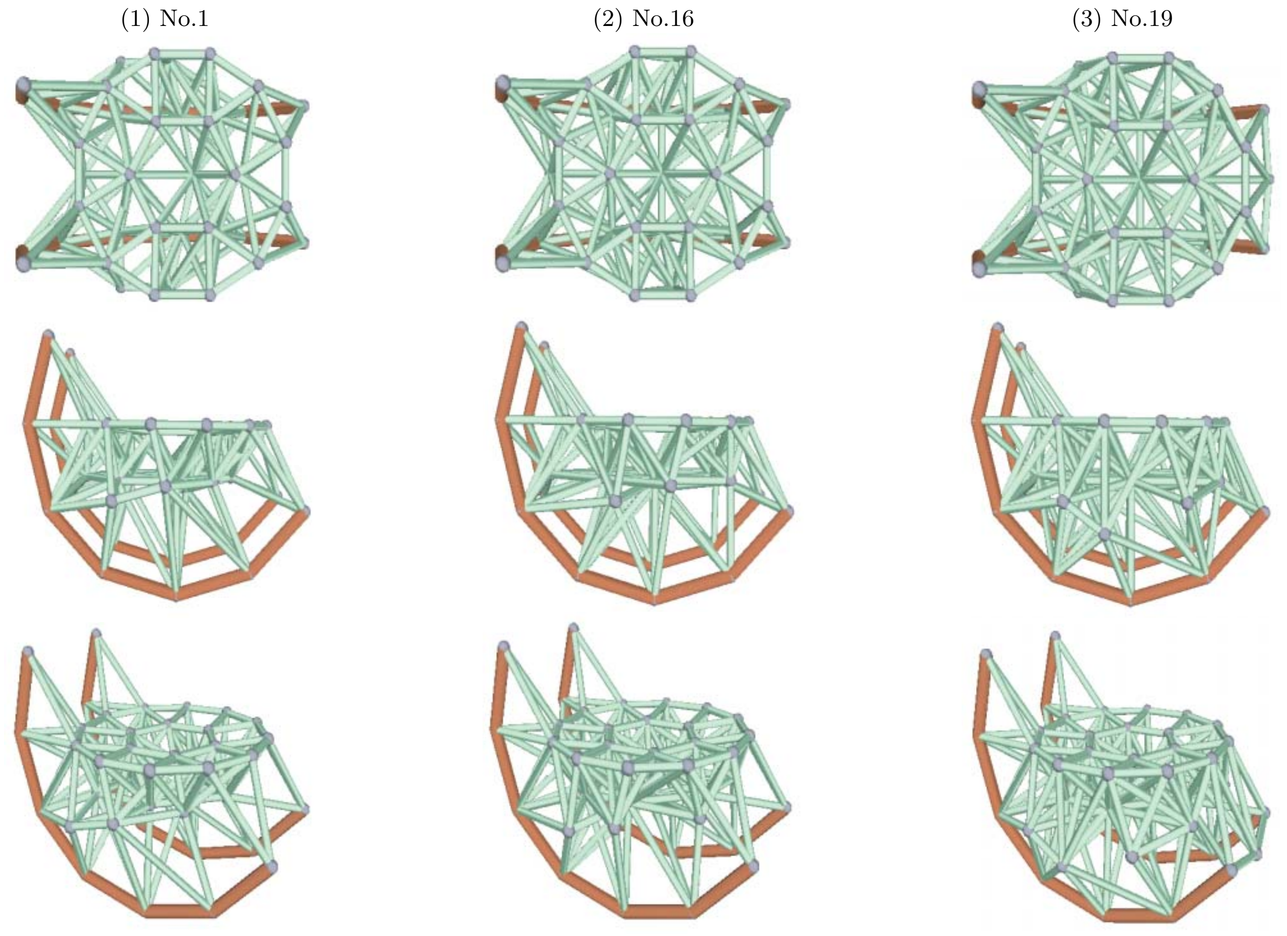


図6　解集合



(1) W : 12.45 kN, H : 54.08

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 2.001 kN
Max. Compression : 3.717 kN
Max. Relative Disp. : 0.05514 mm

(b) angle of elevation : 0°
Max. Tention : 1.824 kN
Max. Compression : 5.600 kN
Max. Relative Disp. : 0.06814 mm

(2) W : 12.73 kN, H : 23.56

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 0.9321 kN
Max. Compression : 2.704 kN
Max. Relative Disp. : 0.009752 mm

(b) angle of elevation : 0°
Max. Tention : 1.750 kN
Max. Compression : 5.635 kN
Max. Relative Disp. : 0.06093 mm

(3) W : 13.40 kN, H : 17.46

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 1.259 kN
Max. Compression : 2.554 kN
Max. Relative Disp. : 0.01053 mm

(b) angle of elevation : 0°
Max. Tention : 1.511 kN
Max. Compression : 5.625 kN
Max. Relative Disp. : 0.05407 mm

図7　解形状（Case 1）

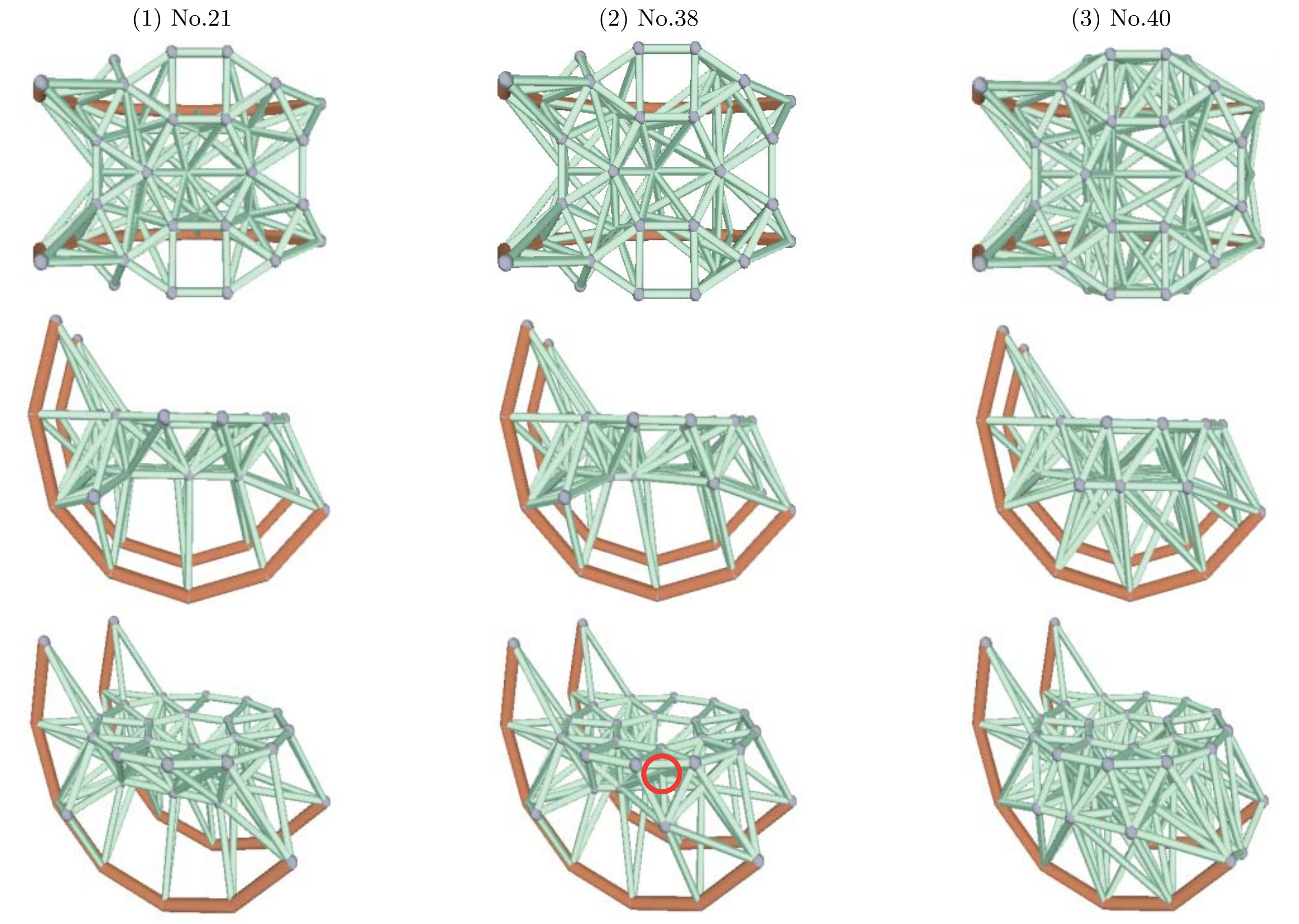
また，施工性に関する制約条件（部材間角度および交差点）を課す場合（Case 1）と課さない場合（Case 2）の解析結果の比較を行う。

4.2　結果および考察

図 6 に 2 つの Case の最終世代解集合を示す。横軸に重量，縦軸にホモロガス変形の評価値をとり，重量が小さい個体から順番にそれぞれの Case で番号付けを行っている。図 6 中の●が施工性を考慮する場合（Case 1）の解個体，▲が考慮しない場合（Case 2）の解個体であり，No.1 ~ No.20 が前者，No.21 ~ No.40 が後者の解個体の番号である。この解集合のうち，任意で選んだ個体の解形状を，Case 1 を図 7 に，Case 2 を図 8 に示す。

図 6 から，施工性を考慮する場合よりも考慮しない場合の方が優良な解が得られる。これは，前者の解個体により図 6 上に描かれる曲線よりも後者の曲線の方が内側にあり，重量とホモロガス性のどちらも優れている解が得られていることから判断できる。このような結果が得られるのは，施工性に関する制約の有無のためである。制約がない場合の解析で得られた解は，図 6 で表現される目的関数空間上では優良な解であるが，実際に組み立てることができないトラス構造物となる。例えば図 8 において，丸印のされている部分に交差点が生じている。しかし，部材の交差に関しては部材の太さを考慮していないため，実際には施工性を考慮している場合でも部材同士が交差してしまう解も存在しており，改善の必要がある。

また両方の Case に共通して，上層部周辺に部材が集中する傾向にあり，特に施工性を考慮しない場合の方が顕著である。これは，主鏡の形状を維持させるた



(1) No.21	(2) No.38	(3) No.40
W : 12.16 kN, H : 87.16	W : 12.26 kN, H : 33.72	W : 13.48 kN, H : 10.04
(a) angle of elevation : 90°	(a) angle of elevation : 90°	(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 2.307 kN	Max. Tention : 2.058 kN	Max. Tention : 0.9157 kN
Max. Compression : 4.259 kN	Max. Compression : 4.852 kN	Max. Compression : 2.047 kN
Max. Relative Disp. : 0.1151 mm	Max. Relative Disp. : 0.04089 mm	Max. Relative Disp. : 0.009312 mm
(b) angle of elevation : 0°	(b) angle of elevation : 0°	(b) angle of elevation : 0°
Max. Tention : 2.570 kN	Max. Tention : 2.542 kN	Max. Tention : 1.118 kN
Max. Compression : 5.782 kN	Max. Compression : 5.784 kN	Max. Compression : 5.419 kN
Max. Relative Disp. : 0.06066 mm	Max. Relative Disp. : 0.05903 mm	Max. Relative Disp. : 0.04400 mm

図8　**解形状（**Case 2**）**

めに，その周辺の部材が密になり，上層部が剛体に近づこうとしているからであると考えられる。施工性を考慮する場合に関してもその傾向が見られるものの，その制約により，考慮しない場合ほど傾向が顕著に表れてない。

目的関数空間だけ着目すれば，施工性を考慮する場合の方が優良であるが，実際にトラスを組み立てられなければ意味がない。Case 2 に比べ劣悪な解であったとしても，Case 1 のように施工性を制約に組み込まなければならない。

5　結

大型望遠鏡を支持するトラス構造物に対し，重量最小化とホモロガス性を満足するよう多目的最適設計を行い，また，実際にトラスを組み立てることを想定し，施工性についての制約を導入することで，現段階で考えられる，トラスが組み立て可能な形態である解を得ることができた。しかし，部材の交差に関する制約については，部材の太さを考慮せず，部材を線分と捉え交差を判断しているため，制約が不完全である。さらに，大型望遠鏡の支持トラスとして，主鏡だけでなく副鏡も考慮に入れ解析を行うことが必要不可欠なため，早期導入が必要である。これらを改善し，大型望遠鏡に対応するため，今後さらに大きなモデルの解析を行っていく。

参考文献

1）河村拓昌，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，No.538，pp.115-121，2000

優良解探索を考慮した遺伝的アルゴリズムによる
鋼構造物の多目的最適化

堀切秀作[1)]，　本間俊雄[2)]
1)鹿児島大学理工学研究科，　建築学専攻，　大学院生，　horikiri@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2)鹿児島大学工学部建築学科，　教授，　工博，　honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

構造物の設計は、力学的な観点から一つあるいは複数の目標を設定し、最適な部材断面・配置等の構造形態を決定する作業である。ここに掲げた設計目標に沿った存在可能な解（許容解：feasible solution）、中でも大域的最適解を含む局所最適解や比較的評価の高い解を優良解（decent solution）と定義し、これらの解を探索することは、設計者に豊富な選択肢が与えられ、多様な構造形態の創生に役立つと考えている[1)]。

大域的最適解の探索手法には、生物集団の環境に対する適応的な進化過程を模倣した遺伝的アルゴリズム(genetic algorithms：GA)が注目され現在広く認知されている。このGA系解法の一つであり著者らが開発したISGA（GA with immune system)[1)]は、一度の試行で多種多様な優良解探索を行うことができ、種々の構造形態を生み出せる可能性を持つ[2)-4)]。

本論文では、ISGA の解法の特性を利用し、鋼構造物の多目的最適化を行う。対象モデルとしては、2･3 次元剛接骨組構造モデルの 2 種類を扱い、SPEA2(strength pareto evolutionary algorithms 2)[5)]と比較することで、ISGA により確実にパレートフロントを捉えること及び、多種多様な構造形態を有する解が探索できることを示す。

2　解の多様性探索機能を導入した GA の計算法

2.1　ISGA の計算アルゴリズム

ISGA の計算手順を以下に示す。　計算フローは図 1 に示す通りである。なお、ここでは目的関数値が小さい程評価が高い問題を対象に説明する。

1) 初期個体群の生成：　乱数を用いて解候補である初期個体群 $\mathbf{P}_0=\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3,\cdots, \mathbf{x}_n\}$ を生成する。ただし、 $\mathbf{x}_i^T=(\mathbf{A}_i^T\ \mathbf{R}_i^T)$ は個体 i に対応する設計変数ベクトル($\mathbf{A}_i$：断面積，板厚，密度，ヤング係数などの部材特性情報、$\mathbf{R}_i$：節点位置に関する情報) である。

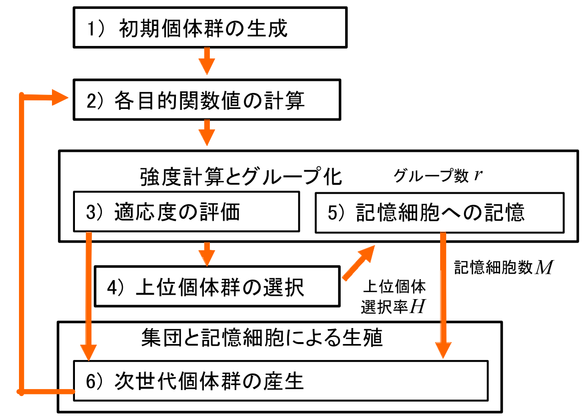


図１　ISGA の計算フロー

2) 各目的関数値の計算：　集団内にある個体の目的関数 $f_k(\mathbf{x}_i)(k=1,2,3,\cdots,l : i=1,2,3,\cdots,n)$ を計算する。

3) 適応度 $F(i)$ の評価：①各個体 i が集団の中で支配される(優越な)個体数 $S(i)$（強度）を求める。強度はパレート・ランキング方式である MOGA[6)](multi-objective GA) のランクを採用する。ただし、ここで用いる強度の内容は次の通りである。第 t 世代（$t \geq 0$）での集団 $\mathbf{P}_t$ の要素 i に対し、次式を満たす集団 $\mathbf{P}_t$ と後述する $\bar{\mathbf{P}}_t$に含まれる全ての個体 j を用いた集合 $\mathbf{Q}(i)$ を定義する。

$$\mathbf{Q}(i)=\left\{j \mid \left(f_k(\mathbf{x}_j)\le f_k(\mathbf{x}_i), k=1,2,\cdots,l\right), i\in\mathbf{P}_t, j\in\mathbf{P}_t\cup\bar{\mathbf{P}}_t\right\} \quad (1)$$

ここで、強度 $S(i)$ は集合の要素数である次式で与えられる。

$$S(i)=\left|\mathbf{Q}(i)\right| \quad (2)$$

②集団を後述するグループ $\mathrm{G}_s(s=1,2,3,\cdots,r)$ に分ける。

③各個体 i が同一グループ内で支配される個体の強度を次式のように合計し、それを適応度 $F(i)$ とする。

$$F(i)=\sum_{f_k(\mathbf{x}_j)\le f_k(\mathbf{x}_i)} S(j) \quad \left(i\in\mathbf{P}_t \quad i,j\in_{G_s}\mathbf{P}_t(\equiv\mathbf{g}_s)\subset(\mathbf{P}_t\cup\bar{\mathbf{P}}_t)\right) \quad (3)$$

強度概念を用いた適応度について、免疫型 GA や SPEA (strength pareto evolutionary algorithms)[7)]と同様にグループ(クラスタ)を構成し、グループ内だ

けで算出する。なお、グループは設計変数空間で構成する。

4) 上位個体群の選択: 算出した適応度に基づき集団 $\mathbf{P}_t$ の中のグループ毎に上位個体選択率 H 以上の個体を記憶細胞候補 $\tilde{\mathbf{P}}_t$ とする。

5) 記憶細胞への記憶: 記憶細胞候補 $\tilde{\mathbf{P}}_t$ と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_t$（暫定解集合）を統合し、新たな記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_{t+1}$ とする。記憶細胞の個体が設定した数 M を超えた場合、後述する端切り法により個体を削除し、記憶細胞の個体数 M を調整する。ただし、$\bar{\mathbf{P}}_0$ は空集合である。

6) 次世代個体群の産生: 求めた適応度に基づき個体集団 $\mathbf{P}_t$ と記憶細胞 $\bar{\mathbf{P}}_{t+1}$ から次世代個体群 $\mathbf{P}_{t+1}$ を産生する。

なお目的関数値が大きい程評価が高い問題を対象にする場合、式(1),(3) の不等号を逆にして考える。

2.2 個体集団のグループ化

ISGA は適応度の評価時に個体集団のグループ化を行い、局所的に優れた個体に高い評価を与える。グループ化は次の手順による。

1) 集合の定義: グループ G_l の各個体 β_k(k=1,2,3,･･･, k_l) を要素とする集合 $\mathbf{g}_l$ とその個体数 k_l を次のようにおく。

$$\mathbf{g}_l = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \cdots, \beta_{k_l}\}, \quad k_l = |\mathbf{g}_l| \tag{4a,b}$$

2) 集合間距離の計算: 設計変数空間において、全ての集合距離 $d^*(\mathbf{g}_m, \mathbf{g}_n)$ を計算する。

$$d^*(\mathbf{g}_m, \mathbf{g}_n) = \frac{1}{k_m \cdot k_n} \sum_{i \in \mathbf{g}_m, j \in \mathbf{g}_n} d(i, j) \tag{5}$$

ここで $d(i, j)$ は個体 i と個体 j 間における設計変数空間上の無次元化したユークリッド距離である。なお、無次元化とは同一種設計変数空間において最大距離が 1 となるように側面制約条件を考慮した換算値である。

3) 集合の統合: 設計変数空間上の最短距離を持つ二つの集合を同一集合として統合し、2) に戻す。以上の操作を指定されたグループ数 r に達するまで繰り返す。

なお、初期値は一個体一グループである。指定グループ数が 1 の場合（r=1）、上位個体選択率 H は、グループ毎の相対評価から絶対評価に変わる。

2.3 端切り法による個体削除

記憶細胞候補と記憶細胞の和が設定した個体数を超える場合、端切り法（archive truncation method）により個体を削除する。手順は以下に示す。

1) 最短距離にある個体の選択: 設計変数空間上で、無次元化したユークリッド距離を用い、最も隣接する 2 個体を探す。その際、側面制約条件で既定された空間内の端にある個体は選択せずに残す。

2) 個体の削除: 選択した 2 個体の内それぞれもう一つの隣接する個体との無次元化したユークリッド距離を比較し、近い方の個体を削除する。削除操作は指定された個体数 M（記憶細胞数）に達するまで繰り返す。

2.4 ISGA 計算アルゴリズムの特徴

SPEA2 ではニッチ(niche :生態学的地位) 操作として端切り法を目的関数空間上の個体間距離で実施しているのに対し、 ISGA は設計変数空間上の個体間距離で端切り法を導入している。これは次の理由による。一つの目的関数空間の解の位置において、一つの設計変数の組だけが存在するとは限らない。即ち、目的関数空間上で端切り法を用いることにより解の多様性を失う可能性がある。ただし、設計変数空間上で端切り法を導入すると目的関数空間上で解の位置を表現した際、パレート最適フロントあるいは局所パレートフロントの解密度が等しくならない、あるいは解の範囲に偏りが表れることがある。

ISGA の計算アルゴリズムは従来の GA で設定するパラメータの他に 3 つの値設定が必要になる。これらの 3 つの設定値は、グループ数 r 、上位個体選択率 H、記憶細胞数 M である。r の大きさは局所的に優れた解の選択に関係する。H は記憶細胞候補をグループ毎に相対的に選ぶ割合であり、r の与え方で解の範囲が決まる。M は解集合の大きさである。パラメータの持つ具体的な性質は文献 2) で示している。

3 2 次元剛接骨組構造の多目的最適化問題

図 2 は 2 次元剛接骨組構造（節点数 30 , 要素数 45 ）5 層 4 スパンの解析モデル（Model-A）である[8)]。設計変数は、表 1 では柱部材断面リストと、表 2 では梁部材断面リストを対応させた整数変数とする。その際、構造物の対称性を考慮して部材を図 2 で示す 15 個のグループに分ける。静的荷重は水

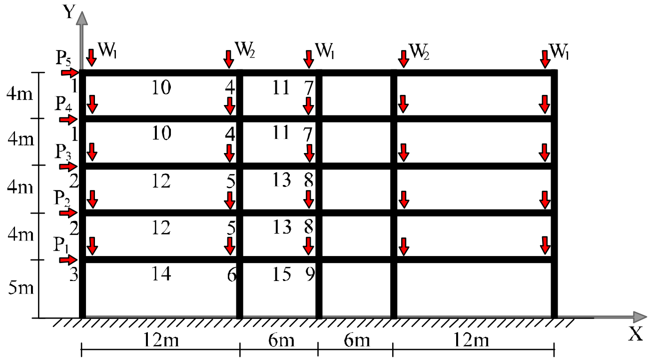


図２　２次元剛接骨組構造モデル（Model-A）

表１　柱部材断面リスト

number	size	A mm^2	I mm^2	Z_p mm^2
1	□－500×12	2.268	8.84	4.10
2	□－500×16	2.966	11.30	5.29
3	□－500×19	3.470	13.00	6.13
4	□－500×22	3.957	14.50	6.92
5	□－500×25	4.428	15.90	7.66
6	□－500×28	4.883	17.20	8.36
7	□－500×32	5.463	18.70	9.21
8	□－500×36	6.014	20.00	9.97
		$\times10^4$	$\times10^8$	$\times10^6$

表２　梁部材断面リスト

number	size	A mm^2	I mm^2	Z_p mm^2
1	H−500×200×9×12	0.923	3.75	1.72
2	H−500×200×9×16	1.076	4.60	2.08
3	H−500×200×9×19	1.190	5.21	2.34
4	H−500×200×9×22	1.305	5.81	2.60
5	H−500×200×12×22	1.442	6.05	2.76
6	H−500×250×9×22	1.525	7.07	3.13
7	H−500×250×12×22	1.662	7.31	3.29
8	H−500×250×12×25	1.804	8.04	3.61
9	H−500×250×12×25	1.947	8.75	3.93
		$\times10^4$	$\times10^8$	$\times10^6$

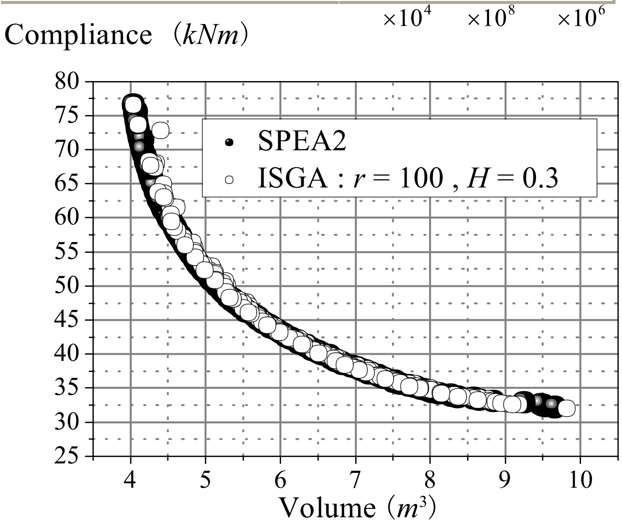


図３　記憶細胞の個体（Model-A）

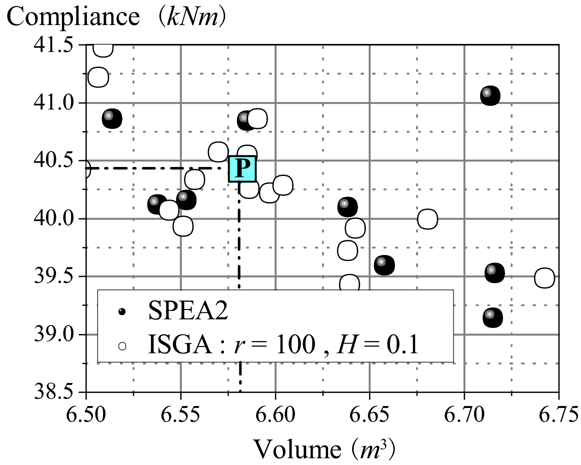


図４　P 点近傍の記憶細胞の個体（Model-A）

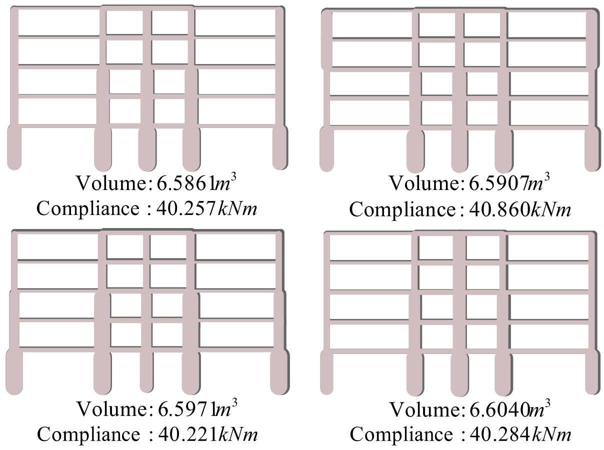


図５　ISGA による剛接骨組構造形態（Model-A）

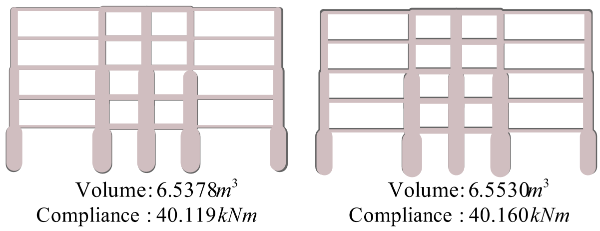


図６　SPEA2 による剛接骨組構造形態（Model-A）

平荷重（kN）(P_1, P_2, P_3, P_4, P_5)=(75.3, 84.3,101.5,131.7, 316.8)、鉛直荷重（kN）(W_1, W_2)=(245, 343)を設定する。弾性係数は $E=2.058\times10^8$ kN/m^2 と与える。目的関数は次式に示す部材総体積とコンプライアンスの最小化を図る多目的最適化問題である。

$$\text{minimize} \quad f_1(\mathbf{A}) = \mathbf{L}(\mathbf{R})^T\mathbf{A}, \quad f_2 = \mathbf{\Delta}^T\mathbf{f} \tag{6a,b}$$

ここで、$\mathbf{A}$： 部材断面積ベクトル，$\mathbf{L}$:部材長ベクトル，$\mathbf{\Delta}=\lfloor \delta_1 \ \ \delta_2 \ \ \cdots \ \ \delta_n \rfloor^T$:変位ベクトル，$\mathbf{R}$:節点座標ベクトル，$\mathbf{f}$:荷重ベクトル，δ_i: i 節点変位を表す。 また、ISGA と SPEA2 の基本的な GA 系パラメータは一致させている（世代数 ：$N=1000$,

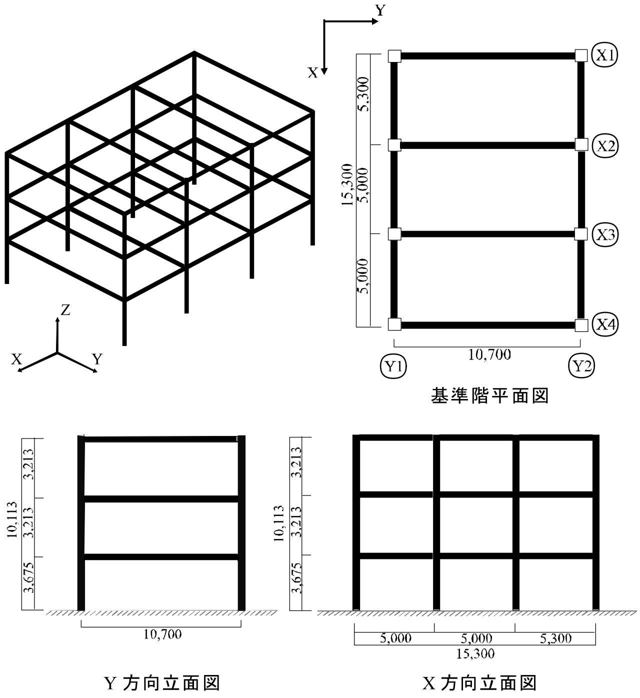


図7　3 次元剛接骨組構造モデル（Model-B）

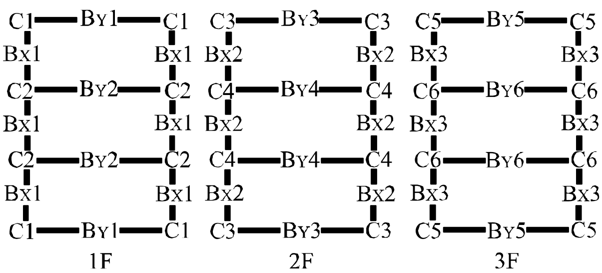


図8　部材グループ

M=200, 突然変異率：0.03, 交叉率：0.7, 選択方法：トーナメント, 交叉方法：2 点交叉）。

解析結果を図 3 〜 6 で示す。図 3 は ISGA：*r*=100, *H* = 0.3 と SPEA2 の記憶細胞の個体をプロットしている。図 4 は ISGA：*r*=100 , *H*=0.1 と SPEA2 によるパレートフロント上の P 点（Volume：m^3, Compliance：*kNm*）= (6.58, 40.4) 近傍を拡大して示しており、図 5, 6 はそれぞれ ISGA, SPEA2 による P 点近傍における複数の解を表している。また共に図中の部材太さは最小断面積部材に対する断面積比を示す。

4　3 次元剛接骨組構造の多目的最適化問題

図 7 は 1 × 3 スパン，3 層の 3 次元剛接骨組構造（節点数 32，要素数 54 ）の解析モデル（Model-B）である[9]。設計変数は表 3 では建築構造用冷間ロール成形角形鋼管：BCR295 の柱部材断面リストと、表 4 では H 形鋼：SS400 の梁部材断面リストと対応

表 3　柱部材断面リスト（BCR295：46 種類）

1	□－200×200×6	24	□－400×400×9
2	□－200×200×8	25	□－400×400×12
3	□－200×200×9	26	□－400×400×14
4	□－200×200×12	27	□－400×400×16
5	□－250×250×6	28	□－400×400×19
6	□－250×250×8	29	□－400×400×22
7	□－250×250×9	30	□－450×450×9
8	□－250×250×12	31	□－450×450×12
9	□－250×250×14	32	□－450×450×14
10	□－250×250×16	33	□－450×450×16
11	□－300×300×6	34	□－450×450×19
12	□－300×300×8	35	□－450×450×22
13	□－300×300×9	36	□－500×500×9
14	□－300×300×12	37	□－500×500×12
15	□－300×300×14	38	□－500×500×14
16	□－300×300×16	39	□－500×500×16
17	□－300×300×19	40	□－500×500×19
18	□－350×350×9	41	□－500×500×22
19	□－350×350×12	42	□－550×550×12
20	□－350×350×14	43	□－550×550×14
21	□－350×350×16	44	□－550×550×16
22	□－350×350×19	45	□－550×550×19
23	□－350×350×22	46	□－550×550×22

させた整数変数とする。また、図 8 で示すように構造物の対称性を考慮して部材を 15 個のグループに分ける。弾性係数は $E = 2.0 \times 10^8$ *kN/m*², せん断弾性係数は $G = 7.8 \times 10^7$ *kN/m*² と与え、長期荷重には自重を、短期荷重には地震荷重を想定する。地震荷重は一次設計では標準せん断力係数 C_0 =0.2 に、二次設計では C_0=1.0 とした A_i 分布に基づく地震力を各層の短辺方向に作用させる。

なお、構造計算としては鋼構造物の耐震設計法として適用されている許容応力度等計算を行う。一次設計は許容応力度計算を、二次設計では層間変形角，剛性率，偏心率，保有水平耐力の計算を行う。また鋼構造設計規準[10] で示されている梁のたわみの計算も行い、許容応力度 ，層間変形角，剛性率，偏心率，梁のたわみを表 5 で示すように制約条件として設定する。

目的関数は式（7 a, b）で示すように、構造物の鋼材コストと、各層・各方向の保有水平耐力を必要保有水平耐力で除した安全率 Safety の逆数の最小化を図る多目的最適化問題である。

表４　梁部材断面リスト（SS400：35 種類）

1	H－198×99×4.5×7	19	H－400×200×8×13
2	H－200×100×5.5×8	20	H－390×300×10×16
3	H－194×150×6×9	21	H－400×400×13×21
4	H－200×200×8×12	22	H－446×199×8×12
5	H－248×124×5×8	23	H－450×200×9×14
6	H－250×125×6×9	24	H－440×300×11×18
7	H－244×175×7×11	25	H－496×199×9×14
8	H－250×250×9×14	26	H－500×200×10×16
9	H－298×149×5.5×8	27	H－482×300×11×15
10	H－300×150×6.5×9	28	H－488×300×11×18
11	H－294×200×8×12	29	H－596×199×10×15
12	H－300×300×10×15	30	H－600×200×11×17
13	H－300×305×15×15	31	H－582×300×12×17
14	H－346×174×6×9	32	H－588×300×12×20
15	H－350×175×7×11	33	H－700×300×13×24
16	H－340×250×9×14	34	H－800×300×14×26
17	H－350×350×12×19	35	H－900×300×16×28
18	H－396×199×7×11		

表５　制約条件（耐震設計法）

応力度	短期許容応力度以下
層間変形角	1/200以下
剛性率	0.6以上
偏心率	0.15以下
梁のたわみ	1/250以下

minimize

$$\mathbf{f}(\mathbf{x})=\begin{cases} f_1(\mathbf{x})=\dfrac{C(\mathbf{x})}{\prod_j \gamma_j} \\ f_2(\mathbf{x})=\dfrac{1}{\min_i\left(\dfrac{Q_{ui}}{Q_{uni}}\right)\cdot\prod_j \gamma_j} \end{cases} \tag{7a,b}$$

ここで $\mathbf{x}$：設計変数ベクトル，C：鋼材コスト，Q_{ui}：i 層の保有水平耐力，Q_{uni}：i 層の必要保有水平耐力，γ_j：制約条件 j に対するペナルティ関数を表す。また、ISGA と SPEA2 の基本的な GA 系パラメータは一致させている（世代数：$N=10000$，M=200，突然変異率：0.03，交叉率：0.7，選択方法：トーナメント，交叉方法：2 点交叉）。

解析結果を図９～13 で示す。図9,10 はそれぞれ ISGA：r=100, H=0.01，0.1とSPEA2の記憶細胞の個体をプロットしている。また、図 11 は ISGA：$r=100$，H= 0.01 と SPEA2 によるパレートフロント上の S 点（Cost：*Yen*，Safety）=（1.176，26.97）近傍を拡大して示しており、図 12,13 はそれぞれ ISGA，SPEA2 による S 点近傍の複数の解を表している。 なお、 共に図中の部材太さは最小断面積部材に対する断面積比を示す。

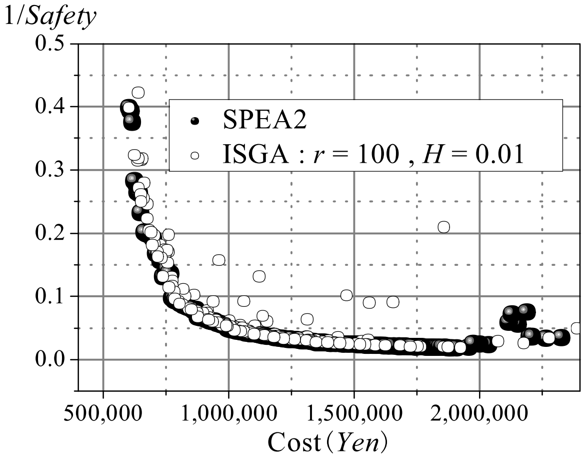


図９　記憶細胞の個体（Model-B）

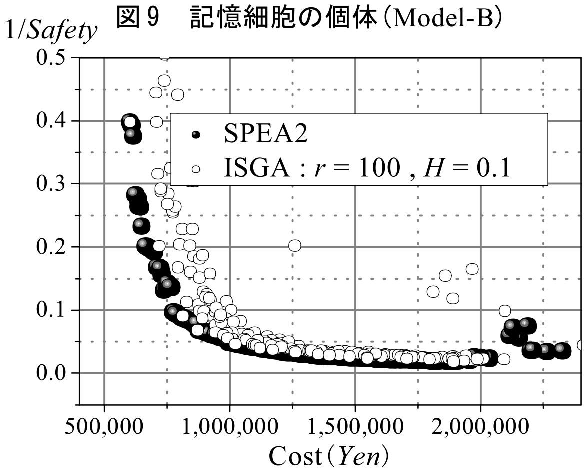


図 10　記憶細胞の個体（Model-B）

５　考察

Model-A では、ISGA と SPEA2 で得られた記憶細胞の個体がパレート最適フロントへと共に収束している。また ISGA のパラメータを変化させても解の状況に大きな違いは見られない。このことから目的関数空間の解集合の状況が複雑な関係ではなく、局所パレートフロントが認められない解空間形状を形成していると考えられる。しかし P 点近傍の複数の解が有する構造形態を比較すると、ISGA は SPEA2 に比べ種々の形状を獲得できており、目的関数空間で個体間距離が近い関係にある解の多様性が確認できる。これは SPEA2 では目的関数空間でニッチ操作をしているため、設計変数空間でニッチ操作を行う ISGA と異なり、 優良解を削除している可能性があると判断できる。

Model - B では、ISGA：H = 0.01 と小さくすると、SPEA2 と共に得られた記憶細胞の個体はパレート最適フロントへと近づいていく。H=0.1 ～ 0.2 と設定すると ISGA は帯状に優良解を探索していることが確認できる。これは、目的関数空間の解集合

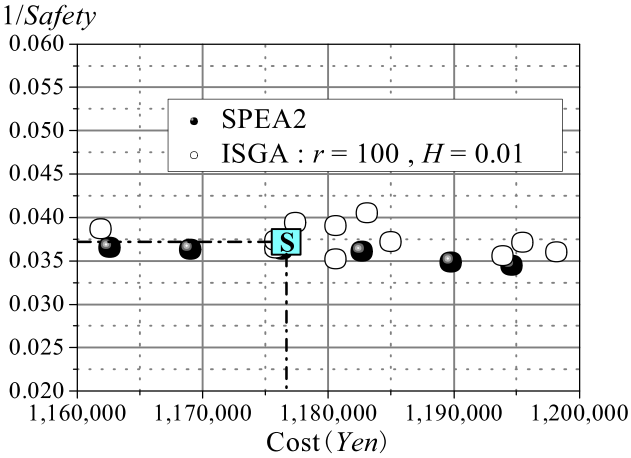


図 11　S 点近傍の記憶細胞の個体（Model-B）

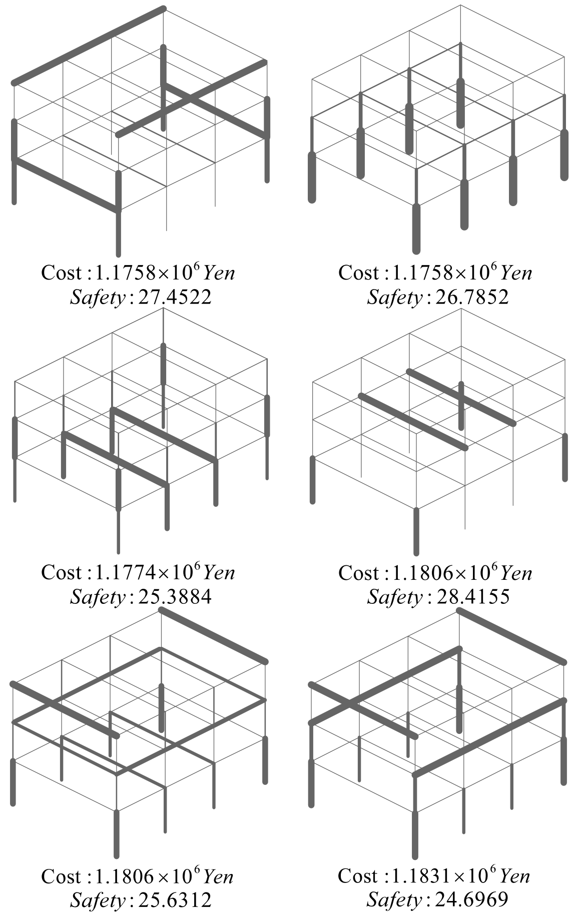


図 12　ISGA による剛接骨組構造形態（Model-B）

の状況が複雑で、局所パレートフロントが存在していると判断でき、このことからも目的関数空間形状が未知の問題に ISGA を適用することで、解空間形状を把握できると考える。また、S 点近傍の複数の解を見ると、Model - A と同様に ISGA は SPEA2 に比べ種々の構造形態を獲得できている。なお、この問題では H = 0.3 程度にすると、解の収束状況が悪く、局所パレートフロントを乗り越えられない状況も見られた。

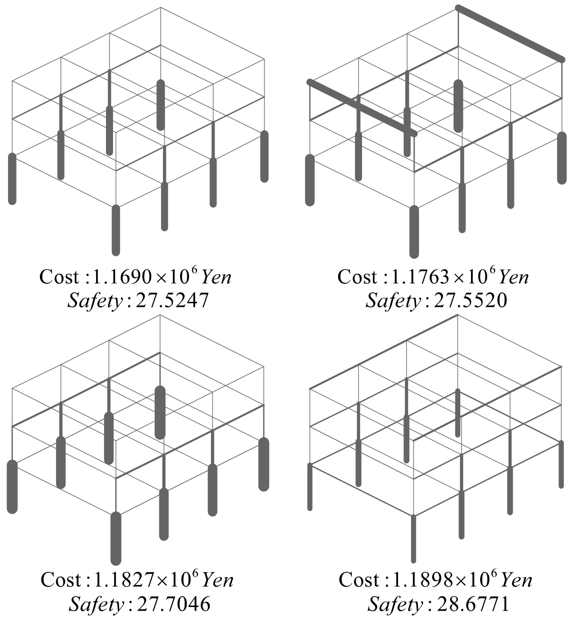


図 13　SPEA2 による剛接骨組構造形態（Model-B）

6　まとめ

目的関数空間形状の性質が異なるモデルを扱うことで、 ISGA はパラメータの設定一つで一度の試行において多種多様な構造形態を有する優良解を探索できることが確認できた。今後は、部材断面設定を改良し、より実務設計に近い構造形態を創生していく。また、設計変数に節点位置に関する情報を取り入れ、より視覚的に多様性に幅を持たせた優良解探索へと展開させていきたい。

参考文献

1) 本間俊雄， 野端憲太：解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生, 日本建築学会 構造系論文集, 第 614 号, pp.35-43, 2007
2) 本間俊雄， 堀切秀作：構造形態の多目的最適化問題に対する優良解獲得を目指した遺伝的アルゴリズムと解空間の状況（投稿中）
3) 堀切秀作， 本間俊雄：GA 系解法による解の多様性を考慮した構造形態の創生, コロキウム構造形態の解析と創生 2006, pp.135-142, 2006.11
4) 堀切秀作， 本間俊雄：多目的構造最適化のための解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズム, 計算工学講演会論文集 ,**12**, pp.253-256,2007.5
5)E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele：SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH),Zurich2001
6)C. M. fonseca and P. J. Fleming ： Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization, Formulation, Discussion and Generalization, Proceedings of 5th International Conference on Genetic Algorithms(ICGA'93), 416-423, 1993
7) E.Zitzler and L.Thiele：Mlutiobjective Evolutionary Algorithm, A Comparative Case Study and Strength Pareto Approach, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, **3**(4), 257-271, 1999
8) 大崎純， 木下拓也：多目的構造最適化のための単点探索型ヒューリスティック, 第 29 回情報･システム･利用･技術シンポジウム 2006, pp. 143-146, 日本建築学会･情報システム委員会, 2006
9) 伊藤智幸, 田村尚土, 大森博司：多目的最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究, 計算工学講演会論文集 ,**12**,pp.237-240,2007.5
10) 日本建築学会， *鋼構造設計規準 SI 単位版*、2002

制約条件付き変断面自由曲面シェルの形態デザインに関する研究

高橋智也[1)]，佐々木睦朗[2)]
1)法政大学大学院工学研究科建設工学専攻，修士2年，tomoya.takahashi.nm@gs-eng.hosei.ac.jp
2)法政大学デザイン工学部建築学科，教授，工博

1 はじめに

現代の構造デザインにおいて、高度に発達したコンピュータ技術は必要不可欠である。これまでであれば実現不可能であった、自由で不定形な大空間構造物が数多く建設されるようになった。しかし、それらは必ずしも力学的に合理的な形態のものばかりとは言えず、建築デザインを適えるために力業的に解決した例も多く見られる。建築デザインと構造デザインが融合された構造物を実現させるために、新たな構造デザイン手法の提案が望まれている[1)]。

そのひとつの解答として、曲面構造の形状決定段階における設計支援を目的に、連続体自由曲面シェルの形態デザイン手法が佐々木らによって報告されている[2)]。この最適化手法は､鉛直荷重時の歪エネルギーを目的関数、節点Z座標を設計変数とし、最急降下法により求めるもので、意匠性と力学的合理性を同時に満足できる形態デザイン手法である。この形態デザイン手法において、さらに合理的な形態を生み出すために、節点Z座標だけではなく、シェルの板厚を設計変数にすることが考えられる。また、実構造物の設計を考えた場合、天井高の確保など建築計画的な曲面形状の制約が設けられることが多いのにも関わらず、高さの制約条件を考慮した変断面自由曲面シェルの形態デザインは行われていない。

本稿では以上の観点より、制約条件付き変断面自由曲面シェルの形態デザイン手法を示し、形態デザイン例を報告する。

2 制約条件付き変断面自由曲面シェルの形態デザイン手法

2.1 最適化問題定式化

以下、自重時の歪エネルギーを目的関数、曲面形状の許容修正領域を制約条件とし、板厚も更新する制約付き非線形計画問題の定式化を行う。

この最適化問題は次のようになる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(\mathbf{r},\mathbf{t}) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^T(\mathbf{r},\mathbf{t})\mathbf{K}(\mathbf{r},\mathbf{t})\mathbf{d}(\mathbf{r},\mathbf{t}) \\ &\text{subject to} && c_i(\mathbf{r}) = 0 \quad (i = 1,2,\cdots,l) \\ & && c_i(\mathbf{r}) \le 0 \quad (i = l+1,\cdots,m) \end{aligned} \tag{1}$$

ここで、$\mathbf{r}$ と $\mathbf{t}$ は設計変数であり $\mathbf{r}$ は節点Z座標、$\mathbf{t}$ は要素ごとの板厚、$f(\mathbf{r},\mathbf{t})$ は目的関数である歪エネルギー、$c_i(\mathbf{r})$ は制約関数、$\mathbf{d}$ は節点変位、$\mathbf{K}$ は全体剛性マトリクスを表す。

2.2 変断面板厚最適化手法

歪エネルギー f の $\mathbf{t}$ に関する偏微分を歪エネルギー板厚感度係数として $\boldsymbol{\alpha}$ とおく。以下 $\boldsymbol{\alpha}$ を導く。
節点荷重を $\mathbf{p}$ とすると、剛性方程式は次のようになる。

$$\mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{p} \tag{2}$$

式(2)の両辺を $\mathbf{t}$ で微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{t}}\mathbf{d} + \mathbf{K}\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{t}} = \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{t}} \tag{3}$$

式(3)より $\boldsymbol{\alpha}$ は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha} &= \frac{\partial f}{\partial \mathbf{t}} \\ &= \frac{1}{2}\left(2\mathbf{d}^T\mathbf{K}\frac{\partial \mathbf{d}}{\partial \mathbf{t}} + \mathbf{d}^T\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{t}}\mathbf{d}\right) \\ &= \mathbf{d}^T\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{t}} - \frac{1}{2}\mathbf{d}^T\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{t}}\mathbf{d} \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)により求めた感度係数を用いて、次式の最急降下法による板厚の更新を行う。

$$\mathbf{t}^{k+1} = \mathbf{t}^k - \delta\boldsymbol{\alpha} \tag{5}$$

ここで、δ は修正量調整のパラメータである。

2.3 逐次2次計画法の適用

逐次2次計画法は、制約のある問題に対するKuhn-Tucker条件を連立非線形方程式とみなし、この方程式を準Newton法で解くことにより最適解を求めようとする手法である[3)~6)]。問題(1)における $\mathbf{r}$ の更新を逐次2次計画法により行う。この問題に対するLagrange関数 $L(\mathbf{r},\mathbf{u})$ は次のようになる。

$$L(\mathbf{r},\mathbf{u}) = f(\mathbf{r}) + \sum_{i=1}^{m} u_i c_i(\mathbf{r}) \tag{6}$$

ここで、$\mathbf{u} = (u_1,u_2,\cdots,u_m)^T$ はLagrange乗数である。

問題(1)の局所的最適解$\mathbf{r}^*$はKuhn-Tucker条件と呼ばれる次の関係を満足する。

$$\begin{aligned}&\nabla f(\mathbf{r}^*)+\sum_{i=1}^{m}u_i^*\nabla c_i(\mathbf{r}^*)=\mathbf{0}\\&c_i(\mathbf{r}^*)=0\ \ (i=1,2,\cdots,l)\\&c_i(\mathbf{r})\le 0\ ,u_i^*\ge 0\ \ (i=l+1,\cdots,m)\end{aligned}\tag{7}$$

ここで、$\mathbf{u}^*=(u_1^*,u_2^*,\cdots,u_m^*)^T$は局所的最適解$\mathbf{r}^*$に対応するLagrange 乗数である。この式(7)から Newton 法により$(\mathbf{r}^*,\mathbf{u}^*)$を求めることを考える。$(\mathbf{r}^*,\mathbf{u}^*)$の近傍の点$(\mathbf{r}^k,\mathbf{u}^k)$において式(7)を線形近似して整理すれば次のようになる。

$$\begin{aligned}&\nabla f(\mathbf{r}^{(k)})+\nabla_r^2L(\mathbf{r}^{(k)},\mathbf{u}^{(k)})(\mathbf{r}-\mathbf{r}^{(k)})+\nabla\mathbf{c}(\mathbf{r}^{(k)})\mathbf{u}=\mathbf{0}\\&\mathbf{c}(\mathbf{r}^{(k)})+\nabla\mathbf{c}(\mathbf{r}^{(k)})^{\mathrm{T}}(\mathbf{r}-\mathbf{r}^{(k)})=\mathbf{0}\end{aligned}\tag{8}$$

$\nabla f(\mathbf{r})$は次のように求めることができる。式(2)の両辺を節点Z座標$\mathbf{r}$で微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{r}}\mathbf{d}+\mathbf{K}\frac{\partial\mathbf{d}}{\partial\mathbf{r}}=\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial\mathbf{r}}\tag{9}$$

歪エネルギーfの$\mathbf{r}$に関する偏微分は式(9)より次式のようになる。

$$\begin{aligned}\nabla f(\mathbf{r})&=\frac{\partial f}{\partial\mathbf{r}}\\&=\frac{1}{2}\left(2\mathbf{d}^T\mathbf{K}\frac{\partial\mathbf{d}}{\partial\mathbf{r}}+\mathbf{d}^T\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{r}}\mathbf{d}\right)\\&=\mathbf{d}^T\frac{\partial\mathbf{p}}{\partial\mathbf{r}}-\frac{1}{2}\mathbf{d}^T\frac{\partial\mathbf{K}}{\partial\mathbf{r}}\mathbf{d}\end{aligned}\tag{10}$$

式(8)の解を次の反復点$(\mathbf{r}^{k+1},\mathbf{u}^{k+1})$とする。ここで、式(8)に含まれる Hesse 行列$\nabla_r^2L(\mathbf{r}^{(k)},\mathbf{u}^{(k)})$を実際に計算するのは困難であるので、準 Newton 法の考え方にしたがって、行列$\mathbf{B}^{(k)}$で近似する。この近似行列$\mathbf{B}^{(k)}$の更新は、能率よく計算できる BFGS 公式を適用すると次のようになる。

$$\mathbf{B}^{(k+1)}=\mathbf{B}^{(k)}+\frac{1}{\beta^{(k)}}\mathbf{y}^{(k)}(\mathbf{y}^{(k)})^{\mathrm{T}}-\frac{1}{\gamma^{(k)}}\mathbf{B}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)}(\mathbf{s}^{(k)})^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{(k)}\tag{11}$$

ただし、

$$\begin{aligned}&\mathbf{s}^{(k)}=\mathbf{r}^{(k+1)}-\mathbf{r}^{(k)}\\&\mathbf{y}^{(k)}=\nabla L_r(\mathbf{r}^{(k+1)},\mathbf{u}^{(k+1)})-\nabla L_r(\mathbf{r}^{(k)},\mathbf{u}^{(k+1)})\\&\beta^{(k)}=(\mathbf{y}^{(k)})^{\mathrm{T}}\mathbf{s}^{(k)},\qquad\gamma^{(k)}=(\mathbf{s}^{(k)})^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{(k)}\mathbf{s}^{(k)}\end{aligned}\tag{12}$$

なお、Step1 の初期正定値対称行列$\mathbf{B}^1$は単位行列Iを用いる。

式(8)、式(11)により$\mathbf{r},\mathbf{u},\mathbf{B}$を更新していくことによって、節点Z座標の許容修正領域に関する制約条件を満足した形状修正が可能となる。

2.4 制約条件付き変断面自由曲面シェルの形態デザイン法アルゴリズム

2.1、2.2、2.3 の議論により、曲面形状の節点Z座標に制約条件を付けた変断面自由曲面シェルの形態デザインのアルゴリズムは以下のように要約できる。

Step1　所与の設計条件に応じて初期形状、材料定数を定める。また、節点 Z 座標の制約条件を定め、初期正定値行列$\mathbf{B}^1$は単位行列Iを用い、$k=1$とする。

Step2A　逐次 2 次計画法により$\mathbf{r},\mathbf{u},\mathbf{B}$を更新し、節点 Z 座標を修正する。

Step2B　最急降下法により板厚の修正を行う。そして、$k=k+1$として Step2A へ戻る。

3 形態デザイン例

3.1 解析概要

解析モデルは、曲率半径 20mの 4 面裁断球形シェルとし、伏図における一辺の長さが 20mの正方形平面を有している[7)8)]。支持条件は隅角部をピン支持する。応力は有限要素法による線形静的解析により算定する。有限要素は三角形平面シェル要素を用い、面内変形要素には定ひずみ三角形要素を、面外変形要素には Zienkiewics らの非適合三角形要素を採用する[9)]。解析対象は対象性を考慮して1/4 の部分とする。1/4 領域の要素分割は128要素、節点数 80 とする。隅角部に配置された 2 節点(節点番号16、17)をピン支持する。ヤング率を$2.1\times10^6\,tf/m^2$、ポアソン比を 0.17、初期シェル板厚を一様に 0.2mとする。外力は単位体積重量$2.3\,tf/m^3$として自重を作用させる。シェル中央部(節点番号 1)のライズは 5.12m である。要素分割と節点番号を図 1、初期形状を図 2 に示す。

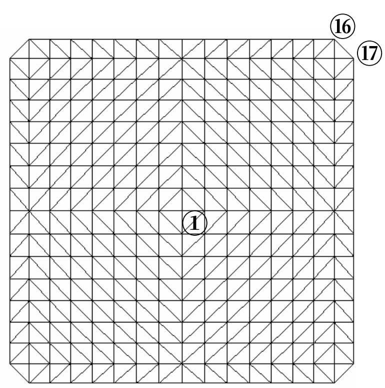


図 1　要素分割と節点番号

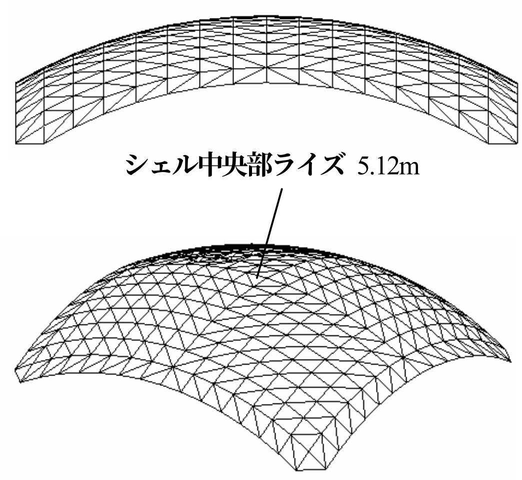


図 2　初期形状

3.2　等式制約付き形態デザイン例

制約条件として、支持点の Z 座標(節点番号 16、17)が更新させても動かない点となるように、等式条件を与えた形態デザイン例を示す。この制約条件は以下のように表される。

$$\text{subject to} \quad r_{16} = 0, \quad r_{17} = 0 \tag{13}$$

本例題では形状修正と板厚修正を 100 回行った。100step のシェル形状と板厚を図 3 に示す。

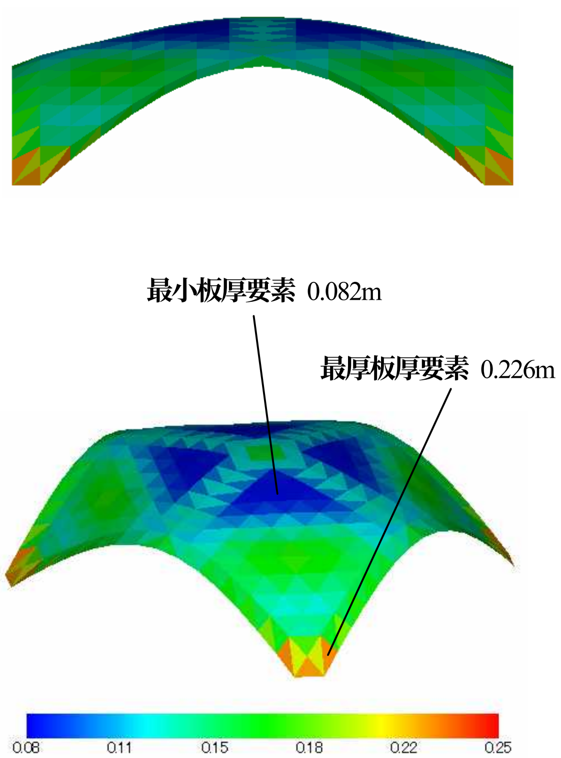


図 3　100step のシェル形状と板厚(m)

解析 step に対する歪エネルギー、鉛直最大変位、最大曲げ応力、重量の推移を図 4 から図 7 に示す。

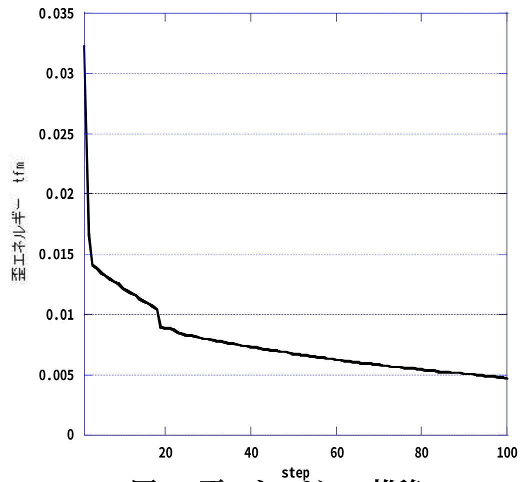


図 4　歪エネルギーの推移

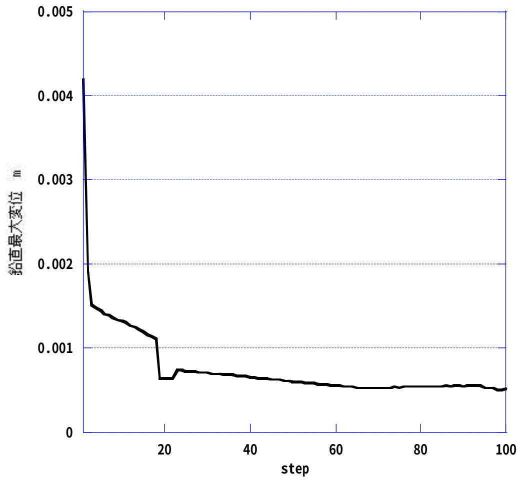


図 5　鉛直最大変位の推移

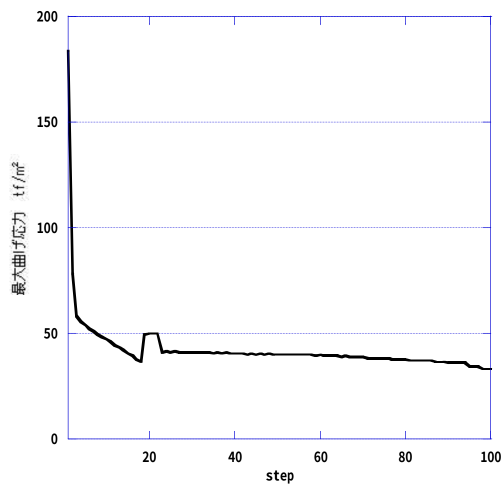


図 6　最大曲げ応力の推移

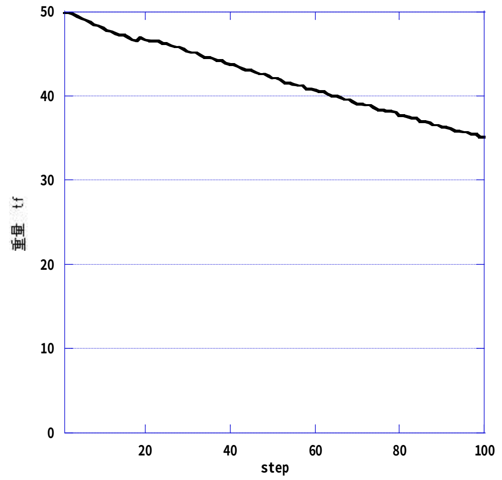


図７　重量の推移

図４から図６の歪エネルギー、鉛直最大変位、最大曲げ応力の推移を見ると、目的関数である歪エネルギーと他の力学量の減少を確認できる。

図２と図３より初期形状と 100step の形状を比べると、自由端は円弧からカテナリー上に進化し、シェル中央部のライズは 5.1m から 6.7m まで上昇している。これにより歪エネルギーを小さくしていると考えられる。また、自由端が進化したことにより、シェル対角線上に谷を形成し負曲率を持つことで、シェル全体の剛性を高めていると考えられる。

図３より 100step の板厚は、初期の一様に 0.2m だったものに比べ、応力の大きくかかる足元は厚くなり、それ以外の要素は薄くなる傾向が得られた。図７の重量の推移を見ると、重量が減少していることが確認でき、板厚が薄くなる方向により進化したことがわかる。これにより、経済設計につながると考えられる。

3.3　不等式制約付き形態デザイン例

制約条件として、支持点の Z 座標(節点番号 16、17)が更新させても動かない点となるように、またシェル中央部(節点番号 1)のライズが 4.2m から 6.2m の間にあるように、等式条件と不等式条件を与えた形態デザイン例を示す。この制約条件は以下のように表される。

$$\text{subject to}\quad \begin{aligned} &r_{16}=0 \\ &r_{17}=0 \\ &4.2 \le r_1 \le 6.2 \end{aligned} \tag{14}$$

本例題では形状修正と板厚修正を 100 回行った。100step のシェル形状と板厚を図８に示す。また解析 step に対する歪エネルギー、鉛直最大変位、最大曲げ応力、重量の推移を図９から図 12 に示す。

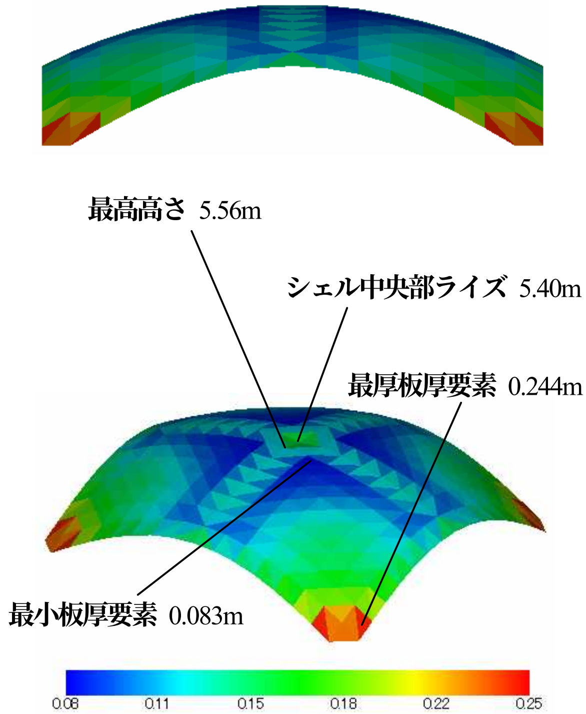


図８　100step のシェル形状と板厚(m)

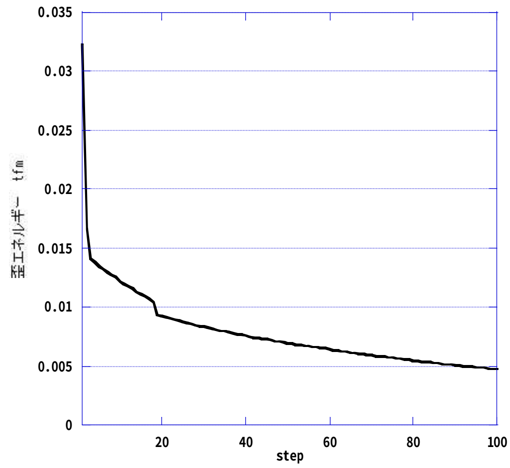


図９　歪エネルギーの推移

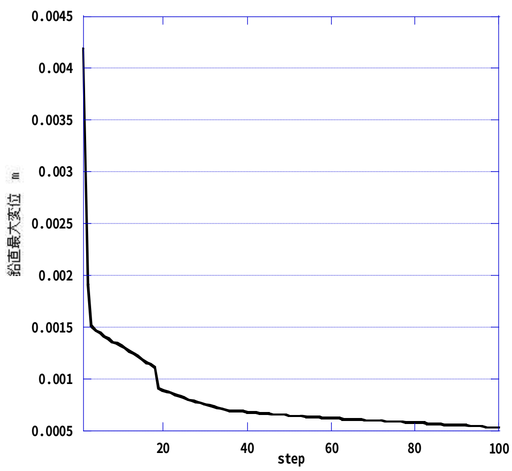


図 10　鉛直最大変位の推移

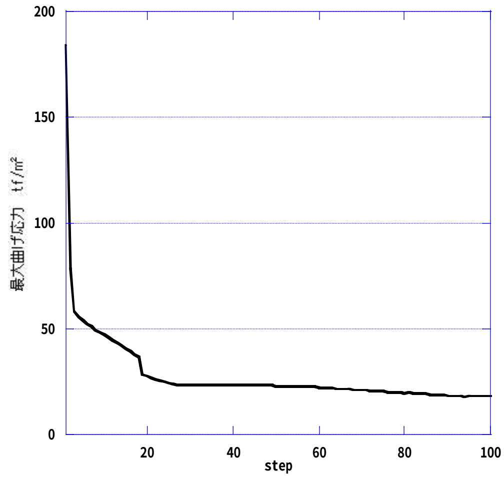


図 11　最大曲げ応力の推移

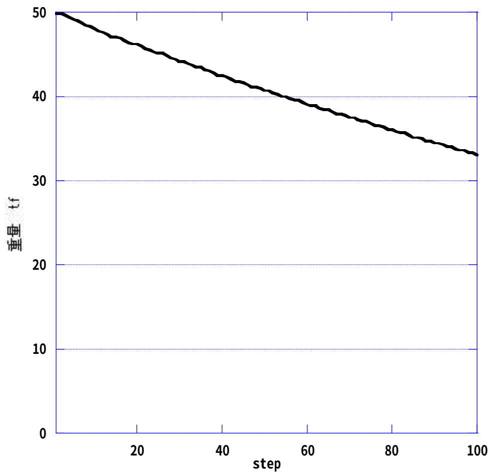


図 12　重量の推移

図 9 から図 11 の歪エネルギー、鉛直最大変位、最大曲げ応力の推移を見ると、それぞれ step 毎に減少していることが確認できる。

図 8 より 100step の形状を見ると、シェル中央部のライズが 4.2m から 6.2m の間に更新されるように制約が付与されているため、例題 3.2 に比べて中央部ライズが 5.40m と初期形状からあまり進化していないことがわかる。この制約条件下で歪エネルギーを低減させるために、支持点以外の節点は総じて高さを上げる方向に進化し、膜応力で力を伝える形態へと進化していることが確認できる。その結果、シェル中央部の周辺部の節点の高さが中央部よりも若干進化したと考えられる。

図 12 の重量の推移より、重量が step 毎に減少していることが確認できる。これより、板厚が減少する方向へと修正されたことがわかる。ただし図 8 より、応力の負担が大きい足元の板厚は増加する方向へ進化しており、良好な結果であるといえる。

3.4　例題 3.2 と例題 3.3 の比較

例題 3.2 と例題 3.3 の比較を行う。解析 step に対する歪エネルギーと重量の推移の比較を図 13、図 14 に示す。

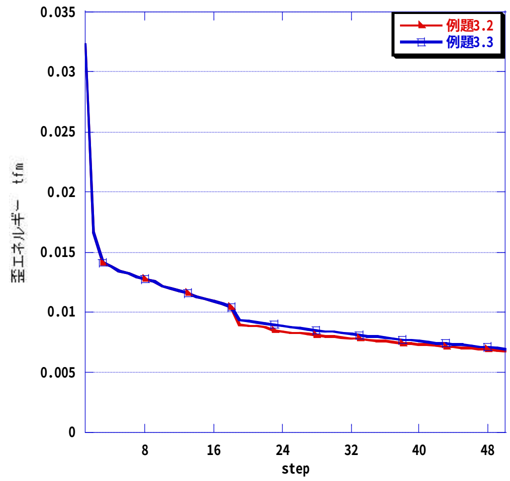


図 13　歪エネルギーの推移の比較

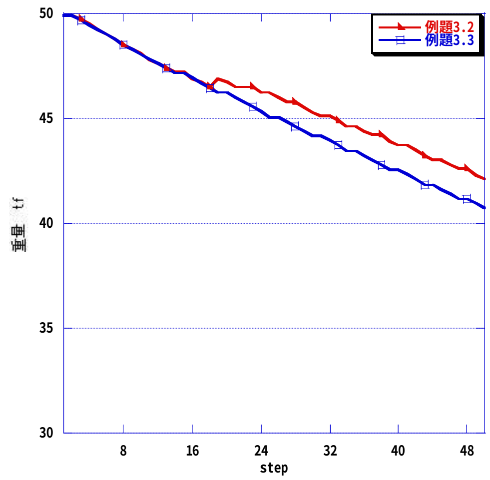


図 14　重量の推移の比較

図 13 より、歪エネルギーは 18step までほとんど同じように減少しているが、19step から 40step にかけて例題 3.2 のほうがより収束していることがわかる。これは、例題 3.3 では中央部ライズに制約条件をかけている影響だと考えられる。

また、図 3 と図 8 より、2 つの例題の 100step における板厚を比較すると、例題 3.2 よりも例題 3.3 の形状のほうが、シェル全面に厚さが薄い要素が多いことがわかる。この傾向は図 14 からも見て取れる。これは、例題 3.3 は制約条件のため形状の進化が起こりにくいため、全体の重量を下げることで歪エネルギーの低減を行っているためだと考えられる。

4 まとめ

本稿では、曲面形状の節点Z座標に制約条件を付けた変断面自由曲面シェルの形態デザイン手法を提案した。また、数値解析例を示すことで、本手法の有用性を検討した。高さに制約のある曲面構造の基本設計を行う場合に、本手法は有効であると期待できる。

今後はZ座標の進化にNURBS曲線を利用することによって、滑らかな曲線を保持した制約条件つき自由曲面シェルの形態デザインを行うことが課題である。

付録　節点Z座標のみを更新する形態デザイン例

例題3.2と例題3.3の形態デザインにおいて、節点Z座標のみを逐次2次計画法により更新する形態デザイン例を示す。8stepの形状を図15、解析stepに対する歪エネルギーの推移を図16に示す。

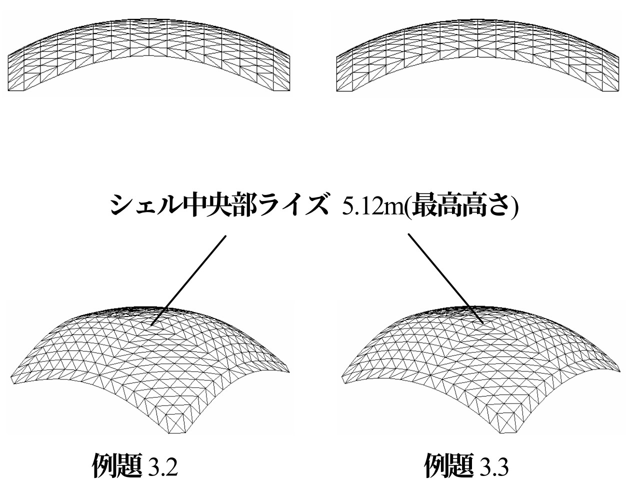


図15　8stepのシェル形状

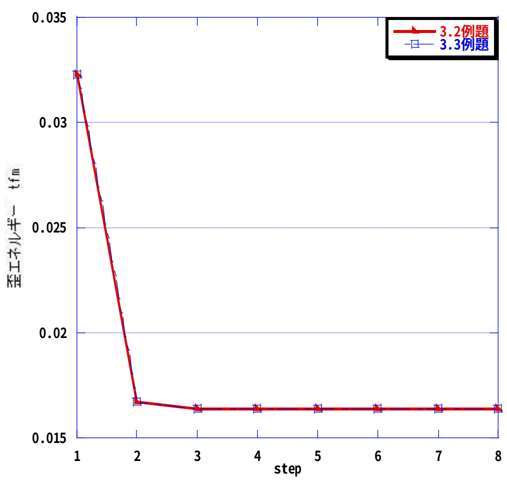


図16　歪エネルギーの推移

図16より、両例題とも4stepで歪エネルギーが収束していることがわかる。これは、逐次2次計画法の優れた局所的収束性を示す結果といえる[3)]。

図15より、両例題の形状を比較すると、ほぼ同じ進化をしている。また、図2の初期形状と比べても大きな違いは見られない。しかし、図15の形状は自由端が若干カテナリーに近づいていることがわかり、それにより歪エネルギーを低減していると考えられる。以上の結果より、この解析モデルは初期形状の近傍に1つの局所的最小解が存在するモデルであることがわかる。そのため例題3.2と例題3.3の形態デザインにおける8stepのシェル形状に差が見られなかったものと考えられる。

参考文献

1) 佐々木睦朗：FLUX STRUCTURE フラックスストラクチャー，TOTO出版，2005
2) 江畑和弘，崔昌禹，佐々木睦朗：感度解析法による自由曲面シェルの構造形態創生(構造デザインへの応用)．日本建築学会大会学術講演梗概集，B-1，pp. 269-270，2003.9
3) 福島雅夫：数理計画法入門．朝倉書店，1996
4) 矢部博：工学基礎 最適化とその応用．数理工学社，2006
5) 坂和正敏：非線形システムの最適化<一目的から多目的へ>．森北出版，1986
6) 茨木俊秀，福島雅夫：FORTRAN77 最適化プログラミング．岩波書店，1991
7) 浜田英明，大森博司：設計者の選考と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案：その1 多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法．日本建築学会構造系論文集，No.609，pp. 105-111，2006.11
8) 浜田英明，大森博司：設計者の選考と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案：その2 最適性条件による理論的解法．日本建築学会構造系論文集，No.618，pp. 143-150，2007.8
9) 鷲津久一郎ほか：有限要素法ハンドブックI 基礎編．培風館，1981

NURBS 立体を用いた 3D 拡張 ESO 法による構造形態創生

足立徹郎 1)，楠朝光 2)，佐々木睦朗 3)
1)法政大学工学研究科，院生，tetsuro.adachi.xc@gs-eng.hosei.ac.jp
2)清水建設株式会社，修士（工学）
3)法政大学デザイン工学部建築学科，教授，工博

1 はじめに

近年、計算機環境、解析技術、施工技術が飛躍的に発達したことで、構造形態創生に関する研究が盛んに行われるようになった。これまで不可能であった複雑な構造物でさえも現在では解析可能であり、建築家の自由な発想から生まれる形態を実現のものにしたいという意匠的な要求に対して、構造的な観点から何らかの形態への提示が望まれるようになった。そこで、最適な構造物の形態を創りだすという構造形態創生という考え方が生まれた。構造形態創生手法には様々なものがあり、その一つに ESO 法[1]がある。ESO 法は Xie 等によって提案された手法で、有限要素法より求まる各要素の基準量を用いて、不要な部分を少しずつ取り除き、全応力状態に近づけていこうというものである。これを基に拡張 ESO 法[2]が名古屋大学の構造基礎講座により開発された。拡張 ESO 法は、ESO 法の削除された部分を復活できないという問題点、削除・付加を繰り返すことにより初めて到達できる形状がある場合、それを求めることができないという問題点を解決するため、「等値面の導入」、「近傍領域の導入による双方向進化」というアイディアを提案し、最適形状を導くことを可能とした。

しかし、近頃、曲面の屋根や円形の床を持つ建築物が設計され、従来の 3D 拡張 ESO 法では設計領域が矩形に限定されているため、曲面の屋根や円形の床などを設定することができず、対応できなくなってしまった。

本研究ではこの問題点をクリアするため、設計領域の形状設定に NURBS 立体を用いることを提案する。NURBS 立体を用いることにより設計者がイメージする領域を作り、この設計領域をもとに荷重条件・支持条件など、諸条件を設定し、解析を行う。このような過程をとることにより、従来では行うことができなかった形状、荷重条件からの形態創生を可能とし、構造デザインツールとしての汎用性の向上、設計者の意図をより多く反映できるような形態創生の発展を目的とする。

2 構造形態創生法の概要

2.1 von Mises 応力

応力を進化の基準とする場合、扱う応力として von Mises 応力が考えられる。von Mises 応力とはミーゼスによって 1913 年に発表されたミーゼスの降伏条件のことで、数々の応力が作用した時、それらのいかなる組み合わせにおいて降伏を生ずるかという条件を与えるものである。今回、基準量として von Mises 応力を用いる。三次元問題における von Mises 応力 s_{von} は次式で定義される。

$$s_{von}=\sqrt{\frac{(s_x-s_y)^2+(s_y-s_z)^2+(s_z-s_x)^2+6(t_{xy}^2+t_{yz}^2+t_{zx}^2)}{2}} \quad (1)$$

s_x,s_y,s_z ： x,y,z 方向基準応力 t_{xy},t_{yz},t_{zx} ：せん断力

2.2 NURBS

立体上の点を表現するとき、通常の座標値としてデカルト座標形状の各軸成分の組として表現した場合、立体形状との間には誤差による距離が発生してしまう。これらの問題に対し、座標を立体形状のパラメータ値として表現し、「曲面形状の上に乗った点」とすることで誤差を抑えることができる。

NURBS[3][4]とは、Non-Uniform Rational B-Spline（非一様有理 B スプライン）の略称で、NURBS による表現形式は、区分的有理式としてパラメータ表現するもので、円・円弧・楕円・楕円弧などの円錐曲線や、円柱・楕円柱・球・楕円体などの曲面を近似なしに表現できる。さらに制御点と曲線・曲面との関係を拡張し、複数の制御点が重なるのを許して折れなどの表現も可能になっている。図 1 に NURBS 曲線・NURBS 曲面を示す。

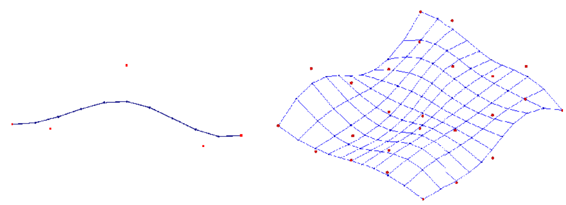


図 1　NURBS 曲線・NURBS 曲面

2.3　NURBS 立体

NURBS 立体は、図 2 に示すように NURBS をパラメータ u,v,w の三方向に展開したものである。同次座標の制御点配列 $Q_{i,j,k}(X,Y,Z)$ を B スプライン基底関数で重心補間して得られる B スプライン立体を中心投影することにより、通常座標における NURBS 立体は次式で定義される。

$$V(t_u,t_v,t_w)=\frac{\sum_{i=0}^{mu-1}\sum_{j=0}^{mv-1}\sum_{k=0}^{mv-1}N_{i,mu}(t_u)N_{j,mv}(t_v)N_{k,mw}(t_w)Q_{i,j,k}}{\sum_{i=0}^{mu-1}\sum_{j=0}^{mv-1}\sum_{k=0}^{mv-1}N_{i,mu}(t_u)N_{j,mv}(t_v)N_{k,mw}(t_w)w_{i,j,k}} \qquad (2)$$

t_u,t_v,t_w ：パラメータ、 $N_{i,mu}$ $N_{j,mv}$ $N_{k,mw}$ ：基底関数
$Q_{i,j,k}$ ：制御点、 $w_{i,j,k}$ ：重み

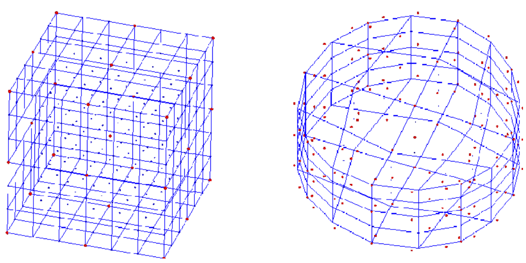


図 2　NURBS 立体

3　パラメータ座標系を用いた形態進化

3.1　従来の拡張 ESO 法による形態進化

従来の拡張 ESO 法では、図 3 のように FEM 解析を行うための構造計算グリッドと次ステップの形態を決定するための等値面作成グリッドの 2 つの空間が存在する。構造計算グリッド上の形状を FEM 解析し、von Mises 応力を求める。その von Mises 応力を等値面作成グリッドに持っていき、格子点に振り分け等値面を作成する。基準値を定め、次ステップの形状を決定する。そして、その形状を構造計算グリッドに戻し、再び FEM 解析を行う。このように構造計算グリッドと等値面作成グリッドとで、情報の受け渡しを繰り返し行うことにより形態創生を可能としている。

3.2　本研究による拡張 ESO 法による形態進化

立体形状を設計領域とする場合、等値面は立体形状に沿った曲面とする必要がある。だが、3 次元における等値面の生成方法では線形補間によって求めるため、立体形状に沿った点を表現することができない。また、立体形状に沿う点を表現する場合、通常の座標値としてデカルト座標形状の各軸成分の組として表現すると、立体形状との間には誤差が発生してしまう。これらの問題に対し、座標を立体形状のパラメータ値として表現し、「曲面体形状の上に乗った点」とすることで誤差を抑えることができる。まず、2.3 の NURBS 立体で示した式(2)を用いて実空間のある点に対して一つの値が対応するようなパラメータを求め、図 4 のように実空間座標系とパラメータ空間座標系間で情報の受け渡しを可能とする。そして、実空間である構造計算グリッドで FEM 解析を行い、von Mises 応力を求める。その von Mises 応力をパラメータ空間である等値面作成グリッドに持っていき、等値面を作成する。基準値を定め、次ステップの形状をパラメータ空間上で決定する。これを構造計算グリッドに戻し、実空間で FEM 解析を行う。このような作業を繰り返すことにより毎ステップで立体形状に沿う形状を FEM 解析することができ、等値面の問題も従来のものと同様に考えることができる。つまり、設計領域内に形状を閉じ込めたままの解析が可能であるといえる。

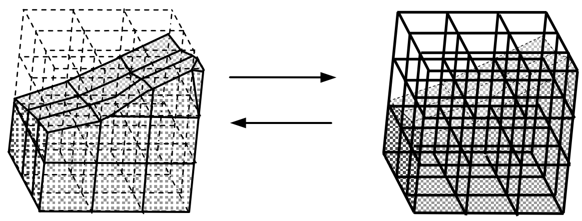


図 3　従来の拡張 ESO 法での
構造計算グリッドと等値面作成グリッド

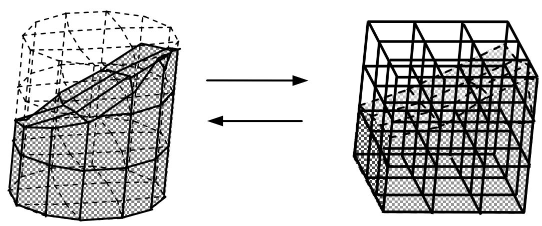


図 4　本研究の拡張 ESO 法での
構造計算グリッドと等値面作成グリッド

4　解析例

4.1　曲面構造物の構造形態創生

図 5 に示すような曲面の頂部に 10kN の荷重をかけ、周辺 4 点ピン支持、直径 20m、ライズ 6m の曲面構造物の解析を行う。その他の解析条件は表 1 に示す。また、対象であるため、1/4 のみ解析を行うこととする。

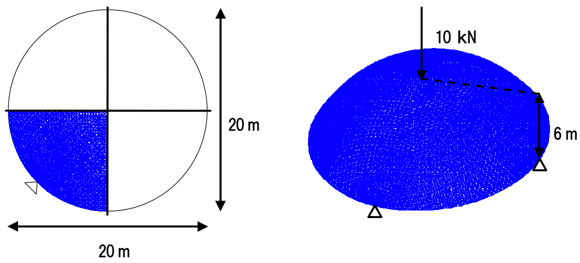


図 5　解析モデル

表 1　解析条件

スパン	20m
ライズ	6m
集中荷重	10kN
厚さ	0.1 m
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3

図 6　体積の推移

図 7　平均応力の推移

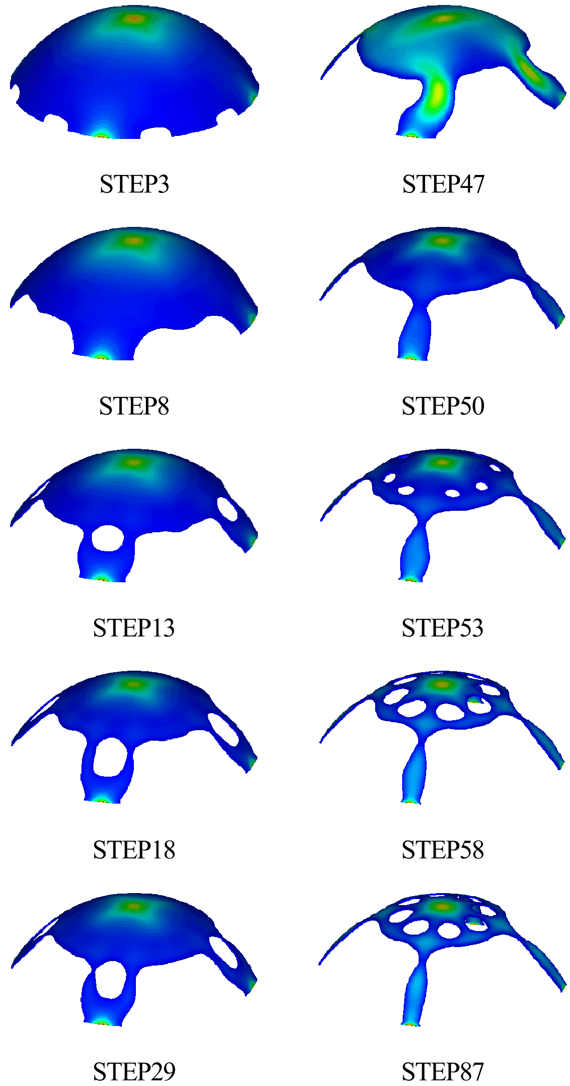


図 8　進化過程

図 8 に進化過程を示した。step3、step8 のように支持点以外の周辺部が削除されていき、支持点から中央部を支える枝が発生する。その枝は step13 のように 2 本に枝分かれするが、step18 と step29 のように片方の枝が細くなっていき 2 本の枝を保持したままではこれ以上の進化が見込めないと思い、step47 のように片方の枝を削除して進化を続けた。その後、step53、step58 のように徐々に要素が削除され中央部にアナが開き、step87 のような形状が得られる。図 6 の体積の推移を見ると、step30 で体積が増加している。これは基準値を厳しくしすぎてしまい、要素を削除しすぎてしまったという解析上のミスである。しかし削除・付加の両方を行うという拡張 ESO 法の長所を活かすことにより、要素をミスする前の状態に戻すことが可能であることがわかる。図 7 で示した平均応力にもその様子が表れている。

4.2　立体構造物の構造形態創生（1）

図9に示すような上から見ると一辺50mの正方形平面となる4点ピン支持された立体構造物の解析を行う。荷重条件として最上面に等分布荷重を作用させ、その他の解析条件は表2に示している。このモデルも前回と同様に対称であるため1/4のみ解析を行う。ここで求める形態は、可能な限り重量を軽量化し、剛性が最も高くなる形態を予め設定した領域内に発生させることである。

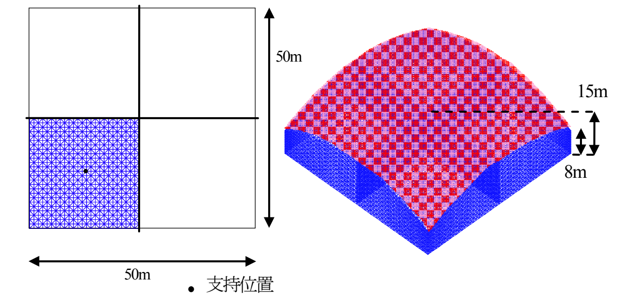


図9　解析モデル

表2　解析条件

正方形平面	50m
ライズ	最高 15m 最低 8m
等分布荷重	最上面 1kN/m²
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3

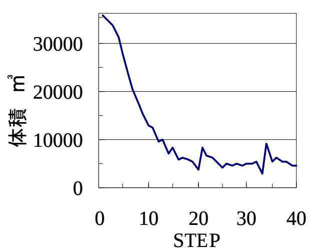


図10　体積の推移

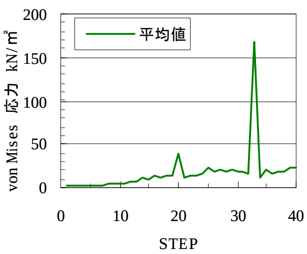


図11　平均応力の推移

図12の進化過程で示すように、進化の初期の段階では各支持点から荷重のかかった最上面を支える部材が4本の枝状に分岐している。しかし、進化が進むにつれて3本になり、最終的には支持点から垂直に伸びる柱状の部材による最上面を支える構造体が得られた。図10で示した体積の推移をみると進化と共に体積が減少していることが見られる。しかし、step21とstep34とで体積がわずかであるが増加している。これは、各支持点から伸びる枝を4→3本、3→1本とする操作を行ったことによる応力集中を修正するため、要素が付加されることにより起きた現象である。その様子は図11で示した平均応力の推移のグラフにも顕著に現れていて、その部分を除けば平均応力は徐々に増加しており、進化するにつれより少ない材料の中で最も剛性の高い形態を創生することができていることがわかる。

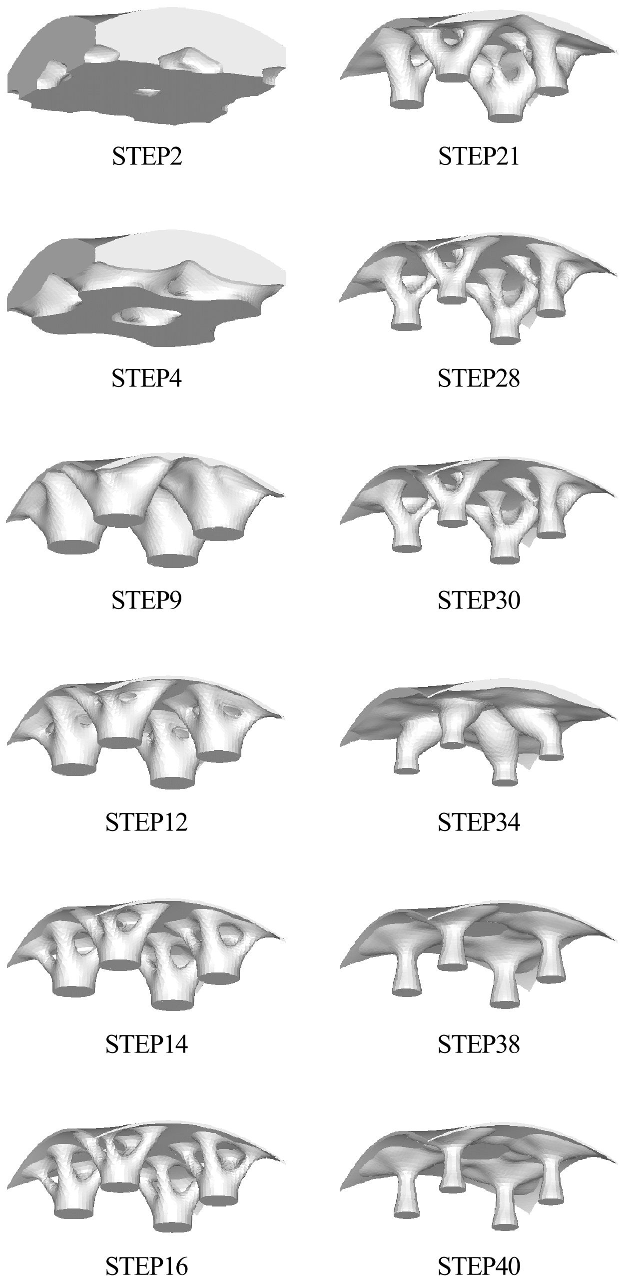


図12　進化過程

4.3　立体構造物の構造形態創生（2）

図 13 に示すような上から見ると 200m×40m の長方形平面、最上面が曲率を持ち、平均高さが 25m の立体構造物の解析を行う。図で示した位置をピン支持とし、最上面と中間層に等分布荷重を作用させた。このような荷重条件とした理由は、曲面の屋根を持つ 2 層の建築物を想定したからである。その他の諸条件は表 3 に示している。今回の解析も対称であるため、1/4 のみ解析を行うこととした。

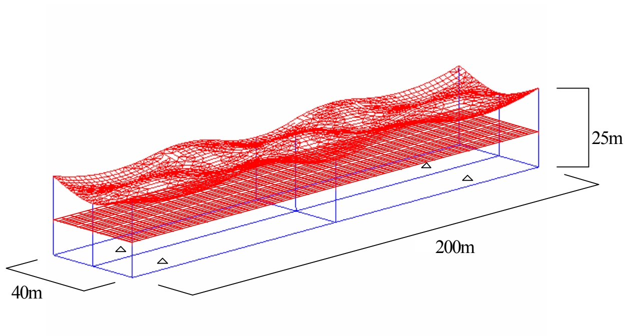


図 13　解析モデル

表 3　解析条件

長方形平面	200m×40m
平均高さ	25m
等分布荷重	最上面 10kN/㎡
	中間面 10kN/㎡
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3

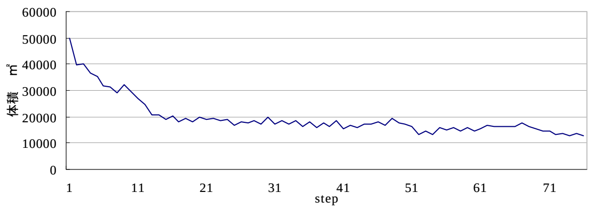


図 14　体積の推移

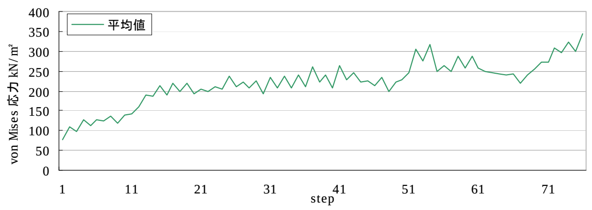


図 15　平均応力の推移

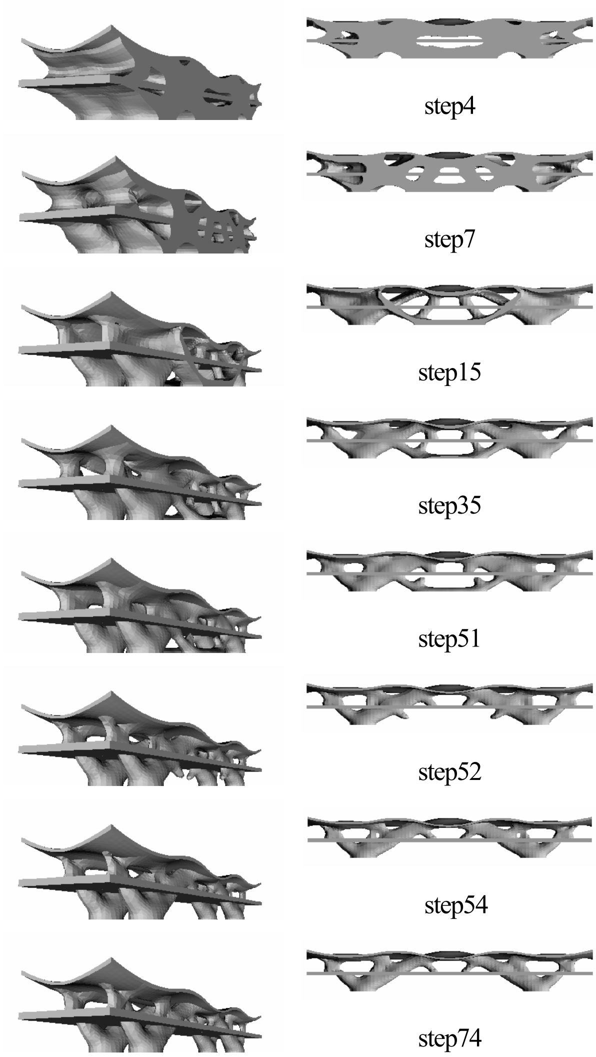


図 16　進化過程

図 16 の進化過程で示すように、解析の初期段階で、まず中央部が削除され、中央の床を支えるために上弦アーチと下弦アーチができる。上弦・下弦アーチの両方ができるのは、スラストを流すためで、それらのアーチから中央部の床を支えるため step35 のように枝が伸びる。中央部がこのように進化していくなか側部も徐々に削られるが、ある程度のところまでいくと中央部の床を支える枝を切らないとこれ以上の進化が見込めなくなる。そこで、step51 で床の下側の枝を切って進化を進める。すると下弦アーチはなくなり、step54 のような上弦アーチから床が吊られる形状が得られる。その後、部材は細くなっていき step74 のような形状が得られる。図 14 で示した体積の推移を見ると、徐々に体積が減少していく様子が見られる。また図 15 で示した平均応力も徐々にではあるが、値が大きくなっている。

5 結

従来の拡張 ESO 法では矩形の設計領域でしか解析が行えなかったため、曲率を持つ屋根などを考慮した進化が不可能であった。この欠点を補うため、NURBS 立体を拡張 ESO 法に組み込み、形態創生を行った。その結果、より自由な解析領域からの解析、複雑な荷重条件を考慮した解析が可能となり、その条件のもとでの最適形状を得ることができた。その進化過程は前述したように、体積が減少し、平均応力が大きくなるという現象が見られ、NURBS を取り入れても従来通りの形態創生を行うことができた。つまり、構造デザインツールとしての汎用性を高め、設計者の選択肢を大きく増やすことに成功したといえる。

付録

NURBS を用いたものと従来の 3D 拡張 ESO 法とを比較する。両者ともスパン・分割数・支持・荷重が同じモデルで解析を行い、形状を決定する基準値も同じ値を用いる。図 17 に解析モデル、表 4 に解析条件を示す。

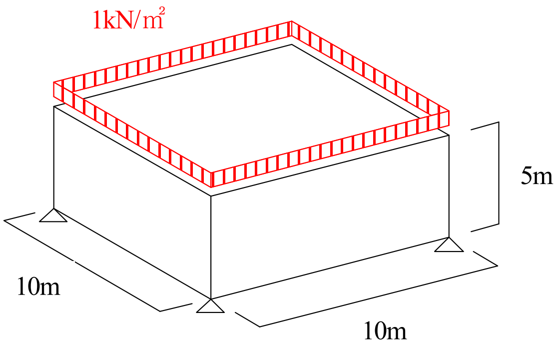


図 17　解析モデル

表 4　解析条件

長方形平面	10m×10m
平均高さ	5m
等分布荷重	1kN/㎡
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.3

図 20 に示したように、従来のものと NURBS を用いたものとで全く同じ進化の様子が見られる。体積の推移、平均応力の推移で多少の誤差が見られるが、これは NURBS 立体を用いて座標値を求めるときに起こる桁落ちによるものだと考えられるので従来のものと NURBS を用いたものとで同様の進化が行えたといえる。

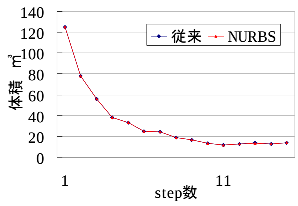


図 18　体積の推移

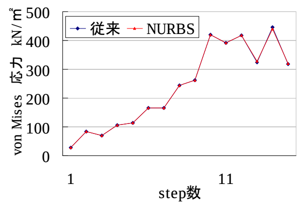


図 19　平均応力の推移

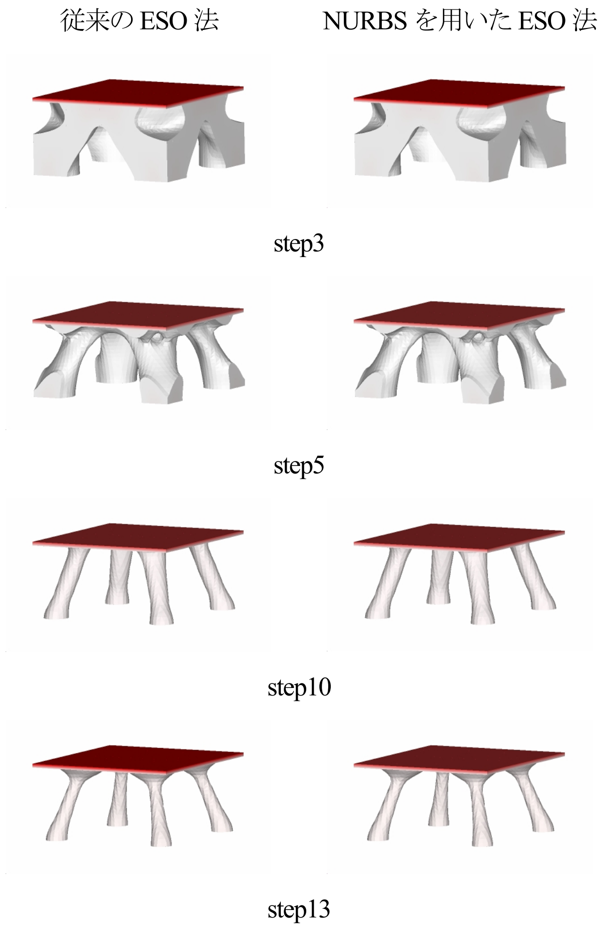


図 20　進化過程

参考文献

1) Xie,Y.M. 、 G.P.Steven ： Evolutionary Structural Optimization、Springer　1997
2) 崔昌禹、大森博司、佐々木睦朗：拡張 ESO 法による構造形態の創生　三次元構造物への拡張、日本建築学会構造系論文集　Vol576 p79-p86　2004
3) 横山正明、尾澤俊之：NURBS 立体に基く三次元形状モデリング、日本機械学会関東支部・精密工学会山梨講演会講演論文集　p143-144　2003
4) 梶田哲嗣、 石川敬一、 大森博司：拡張 ESO 法による曲面構造形態の創生、日本建築学会大会学術講演梗概集　B-2 p697-698 2006

自然形態の空間構造物への応用に関する技術開発

山田耕司[1)]，小林正[2)]
1)豊田工業高等専門学校建築学科，准教授，博士(工学)，kyamada@toyota-ct.ac.jp
2) 豊田工業高等専門学校建築学科，技術職員

1 序

現在の建築構造では，様々な空間形態が実施可能なレベルにまで解析技術，施工技術が進歩している．近年の研究では，コンピュータにより構造形態を生成させる研究，構造形態・部材断面性能の最適化，振動制御[1)～5)]などが行われている．しかし，建築家の「創造に任せた自由な構造形態」に対する願望は，永遠に不滅と考えられる．一方，このような「創造に任せた自由な構造形態」を実現するためには，自由な発想力を持つ構造設計者とのコラボレーションが必要とされる．しかし，一部有名建築家を除き，自由な発想力を持つ構造設計者とのコラボレーションが成立する望みは薄い．そこで，設計者が意図した構造形態が成立する条件を探すエージェントシステムの構築が必要となる．このエージェントシステムは，形状入力システム，構造データ作成システム，解析条件設定システム，解析システム，解析結果提示システム，最適化システム，から構成される．このうち，解析システム・解析結果提示システムは，既存の解析プログラムで十分である．また，解析条件システムは，特殊な建物でない限り，文献 6)などを用いて作成可能である．
最適化システムは，文献 1)～6)を含め，多数の最適化手法が提示されており，実現可能なシステムである．一方で，形状入力システム，構造データ作成システムは，単純な形状であれば，既存ソフトウェアで十分利用可能であるが，複雑な形状を持つ場合は手入力が必要とされる．
このシステムの要点は，複雑な形状のデジタルデータ化である．一端，デジタルデータが作成できれば，そのデジタルデータより，構造解析データを作成することは容易である．従って，自由曲面のデジタルデータ化とその構造解析データ化の技術開発が必要である．そこで本研究は，自然形態の空間構造物への応用を目的として，一連の技術の流れを開発する．本報では，自由曲面として，貝殻を採用し，実物に対するスキャニング必要精度，書き出しファイル形式，データからの構造モデル化手法に関して検討する．加えて，球殻との応力比較を行う．

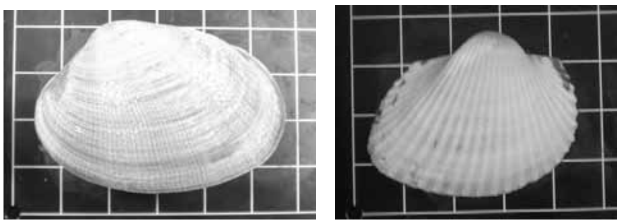
2 形態のスキャニング

2.1 使用器具

形態のスキャニングには，R 社製 MDX-20 を用いる．この機器のセンサーは，アクティブ ピエゾセンサー(R.A.P.S.)で，プローブ長さ 60 mm 、先端球形半径 0.08 mm である．スキャン方式は接触型メッシュポイントであり，X/Y 軸方向0.05 ～ 5.00 mm の範囲で0.05 mm きざみで設定可能である．高さ検出方式はスキャンピッチで，Z 軸方向 0.025 mm でスキャンされる．
書き出しファイル形式は，DXF，VRML，STL，3DMF，IGES，グレイスケール，BMP，点群，である．

2.2 試料

試料の貝殻を写真 1 に示す．試料は 2 種類用意した．双方とも，短辺 4cm 長辺 5cm 程度の貝殻である．貝殻 B は，複雑な自由曲面の例としてリブのある貝殻とした．リブの最小は 1mm 程度である．



貝殻A　　貝殻B

写真1　試料

2.3 スキャニング手法

貝殻の表裏両面の形状をスキャンするため，油粘土を貝殻の裏に詰め，かつ，台座として利用した．写真 2 にその状況を示す．スキャンされたデータ（スキャンピッチ 0.1mm）を図 1 に示す．油粘土を用いれば，十分に表裏の形状をスキャンできることが分かる．なお，本報で用いた機器では，スキャンした各点のデータをアスキーデータとして保存する．このため，試料の位置を変更しなければ，同一 XY 座標のデータが得られるため，試料の厚さが測定可能である．なお，貝殻 B の厚さは，1.2～2.5mm の範囲であった．

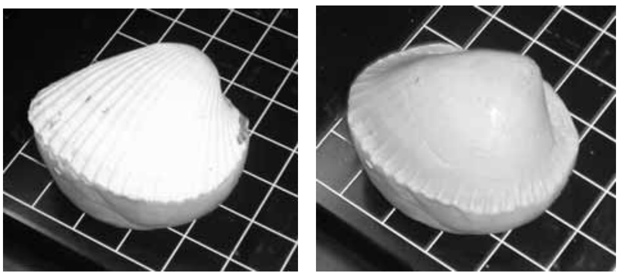
2.4　**スキャニング精度**

スキャニング必要精度を検証するため，試料の短辺の1/20(1.65mm),1/50(0.70mm),1/100(0.30mm)のスキャンピッチでデータを取得した（貝殻 B のみ 1/300(0.10mm)でもスキャンした．なお，0.10mm は貝殻 B のリブ間隔の 1/10 を参考とした）．結果を図 2 に示す．結果として，貝殻 A のようにリブ的形状が無い場合は，短辺方向の 1/50 のスキャンピッチでも形状把握が可能であるが，貝殻 B のようにリブ的形状が存在する場合は，短辺方向の 1/50 もしくは最小リブ間隔の 1/4 程度のスキャンピッチが必要と考えられる．

2.5　**データのスキャン時間とデータ量**

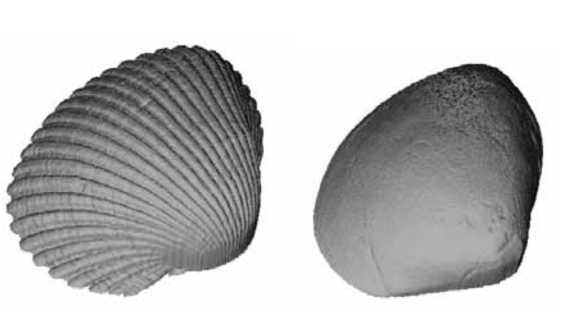
今回のスキャニングでの作業時間とデータ量を表１に示す．作業時間はスキャニング間隔の自乗に比例しないが，データ量はスキャニング間隔の自乗に比例する．また, 貝殻 B の作業時間を見ると, スキャンピッチ 0.10mm の場合に，表側と裏側で作業時間が大きく異なる．これは，表面の粗度に影響されていると考えられる．

結論として，前節での必要スキャンピッチから考えると，必要スキャン時間は，表面がなめらかな場合は 40 分，表面の凹凸が激しい場合には，2 時間であると判断した．



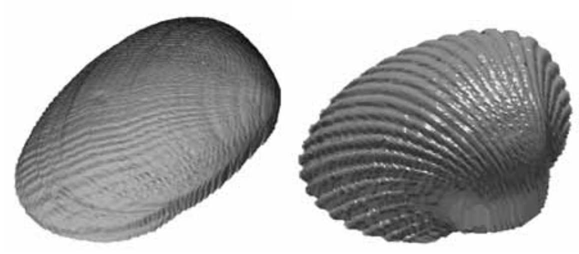
表側　　　　裏側

写真2　油粘土を用いた表裏面採取方法（貝殻B）

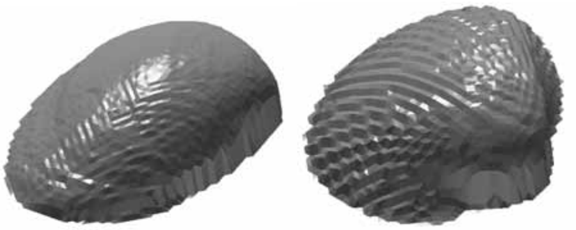


表側　　　　裏側

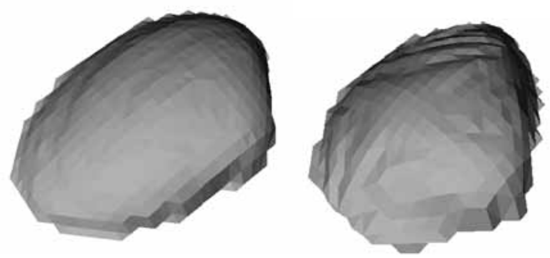
図1　スキャン結果（貝殻B，スキャンピッチ0.1mm）



スキャンピッチ0.30㎜



スキャンピッチ0.70㎜



スキャンピッチ1.65㎜

貝殻A　　　　貝殻B

図2　スキャン結果（表側）

表1　作業時間とデータ量

		試料1		試料2	
Z基準面の高さ		15㎜		17㎜	
Xスキャン領域		56㎜		50㎜	
Yスキャン領域		42㎜		40㎜	
	スキャンピッチ	表側	裏側	表側	裏側
作業時間	0.10 ㎜			8:30	6:00
	0.30 ㎜	2:00	2:00	2:00	2:00
	0.70 ㎜	0:40	0:40	0:30	0:30
	1.65 ㎜	0:20	0:15	0:15	0:12
データ量	0.10 ㎜			1085KB	811KB
	0.30 ㎜	176KB	162KB	117KB	102KB
	0.70 ㎜	35KB	33KB	26KB	21KB
	1.65 ㎜	8KB	7KB	6KB	5KB

2.6　**データの出力形式**

本報で取り扱った機器のデータ出力形式は，DXF，VRML，STL，3DMF，IGES，グレイスケール，BMP，点群，が存在する．ここで，DXF 形式は，CAD に用い

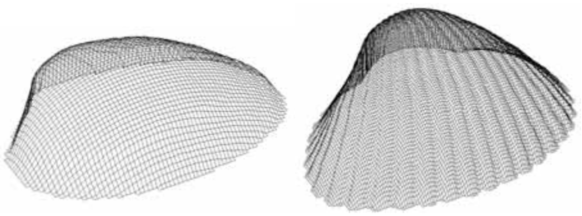
る場合便利である．IGES 形式は，機械系解析ソフトに導入する場合に便利である．ただし，本報で取り扱った機器では，有限 B スプラインサーフェイスのみサポートしているだけなので注意が必要である．結論としては，本報で取り扱った機器のデータのオリジナル出力データおよび 3DMF を用いる方がデータハンドリングが簡単である．

3 データからの構造モデル化手法

3.1 スキャンピッチに対して厚さが厚い場合

本報で使用した試料では，最適スキャンピッチが 0.3〜0.7mm であるのに対し，材料厚が 1.2〜2.5mm と大きい．このような場合には，シェル要素を用いる事ができないので，スキャングリッド・データでデータが構成されている 3DMF 形式データや使用機器オリジナルフォーマット・データなどを用いて，6 面体ソリッド要素で構造データを作成することが良いと考えられる．6 面体ソリッド要素は多種の計算ソフトに標準で付随しているため，適用性は高いと考えられる．

図 3 に 6 面体ソリッド要素による解析を前提とした試料のグリッドを示す．貝殻 A の場合でグリッド総節点数は 2551，グリッド数は 2437 となる．試料２の場合でグリッド総節点数は 8855，グリッド数は 8619 となる．



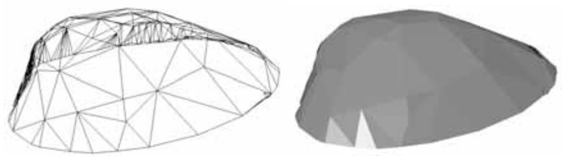
貝殻A（ピッチ0.70mm）　　貝殻B（ピッチ0.30mm）

図3　グリッドデータ（表側）

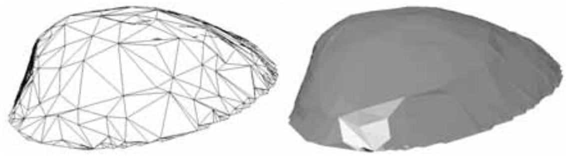
3.2 スキャンピッチに対して厚さが薄い場合

スキャンピッチに対してシェル厚が薄い場合やシェルとして解析したい場合，付属ソフトのポリゴン削減機能を利用して節点数を減少させることができる（削減した場合は，三角形要素となる）．この場合，自由度数の削減を目的とする．6 面体ソリッドよその１節点あたりの自由度は 3 である．また，シェル要素の自由度は 6 であることから，節点数は 50%以下に削減しなければ意味がないことが分かる．

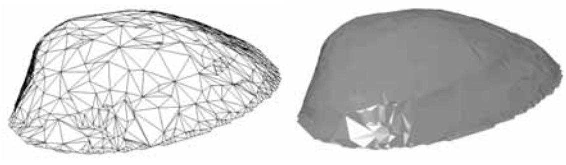
図 4 に節点数を 50%，25%に削減した場合を示す．試料によらず，潰れている三角形メッシュが多いことが分かる．これは，今回使用したソフトが構造解析を考慮していないためと考えられる．また，貝殻 A の場合には，節点数を削減しても形状変化が少ないので，むしろ節点数削減を進めた方が良いと考えられる．本例では，原形状の節点数の 10%でも十分な形状イメージを残している．しかし，貝殻 B の場合には，節点数を削減するに従い，原形状（図 2，図 3 参照）からの形状変化が激しい．従って，モデル形状が複雑な場合には，節点数の削減を行ってシェルモデルで解析を行うよりは，原形状を維持したまま，6 面体ソリッド要素で解析した方が良いと考えられる．



節点数10%

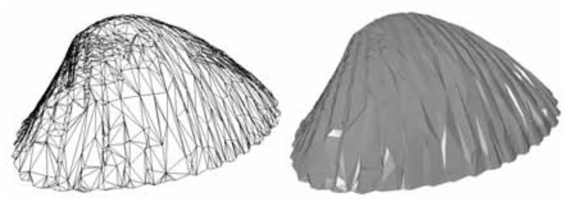


節点数25%

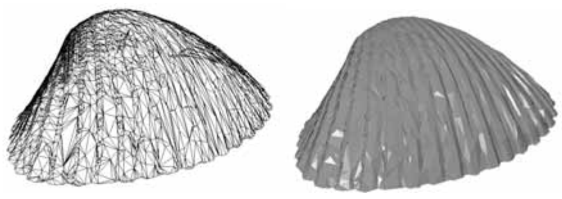


節点数50%

a） 貝殻A（元データピッチ0.70mm）



節点数25%



節点数50%

b） 貝殻B（元データピッチ0.30mm）

図4　三角形要素のデータ（表側）

4 自重下における曲げモーメント分布

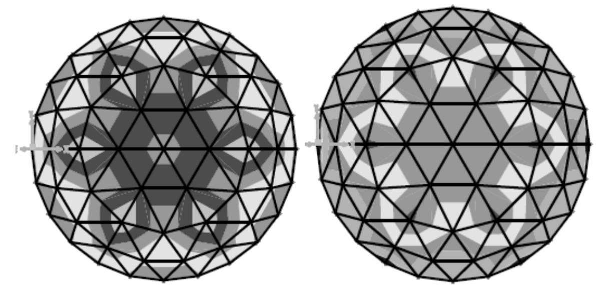
採取したデータの構造物への応答を検討する．解析モデルは，短スパン 40m 程度を想定したモデルを扱う．シェル厚は，短スパンの 1/100 程度とした．具体的には表 2 の諸元の球殻，貝殻 A のデータを用いた．なお，貝殻 A のシェル厚は実寸法 1.2～2.5mm であり，解析モデルに実寸法を当てはめれば 1.2～2.5m となる．材料物性はコンクリートとし，ヤング係数 $E=2.06\times10^4$ N/mm^2，単位体積重量 24 kN/ m^3 とした．支持部は，地盤面におけるピン支持のみとした．また，市販コードを用いて計算している．

貝殻 A スキャンデータから解析モデル作成の際は，原形状の節点数の 10%まで節点数を削減し，自重下で最大曲げモーメントが最小になるよう最適化している．

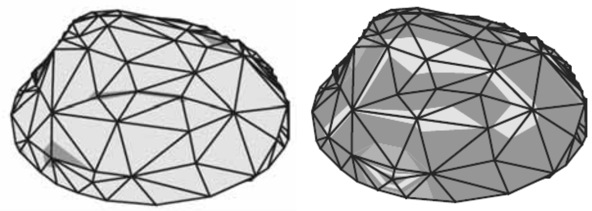
自重下の曲げモーメントを図 5 に示す．結果として，最適化された貝殻 A における曲げモーメント分布は球殻における最大曲げモーメントより小さくなっている．しかし，要素が潰れている部分では，不釣り合い力が解消されていないため，今後は要素割りの最適化が必要である．

表2　各モデルのパラメータ

モデル	短スパン	長スパン	ライズ	シェル厚
球殻	40m	40m	10m	0.4m
貝殻A	32m	46m	12m	0.3m



a)　完全球殻



b)　最適化された貝殻A

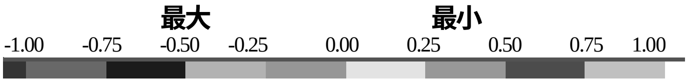


図5　最大・最小曲げモーメント分布(kN m)

5 まとめ

本稿では，自由曲面形態のスキャニングと構造解析モデル化手法を検討するため，貝殻を用いて分析を行った．その結果，以下のことが判明した．

・実物に対するスキャニング必要精度は，表面形状がなめらかな場合は試料短辺の 1/50 程度でよい．また，表面形状が複雑な場合は，その表面形状の 1/4 波長程度のスキャン精度が必要である．

・書き出しファイル形式は，3DMF が構造解析には用いやすい．

・データからの構造モデル化手法は，表面形状がなめらかな場合は，原節点数の 10%程度の節点数に削減してもモデル形状が維持できる．従って，表面形状がなめらかな場合はシェル要素を用いることができる．しかし，表面形状が複雑な場合は，節点数を削減すると原形状を維持できなくなるため，原データを用いて 6 面体ソリッド要素で解析することが望まれる．

・シェル構造に対する初期不整の影響は大きいため，自然形状から構造データを作成した後，形状最適化を多少行ったほうが良いと考えられる．

今後は，複雑な表面形状も含めた構造解析による形状と力学関係の検討，解析モデルにおける要素形状の最適化手法の検討が必要である．

参考文献

1) 日本建築学会：構造形態創生のの理論と応用，2001
2) 日本建築学会：建築における計算応用力学の進展，2001
3) 日本建築学会：建築構造物の創造的数理設計手法の展望，2002
4) 日本建築学会：最近の建築構造解析理論の基礎と応用，2004
5) 日本建築学会構造委員会：応答制御技術が開く空間構造デザインの可能性，2003
6) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，2004Michell, A.G.M.：The limits of economy of material in frame-structures, Phil. Mag. 8, pp. 589-597, 2004

設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の開発

木村俊明[1)]，浜田英明[2)]，大森博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科　大学院生，kimura@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)(株)佐々木睦朗構造計画研究所　修士(工学)，sasaki@m-ssc.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科　教授 工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1　序論

大空間を擁する大スパン建築では，建物の実体と構造が合致しているため建築と構造の区別はなく，意匠的な要求と構造的な合理性の両立が求められることが多い。最近では，情報技術の急激な成長を背景として，構造解析，シミュレーション技術，さらには施工技術なども高度に発達し，意匠的な要求として多様かつ複雑で，幾何学的な形態にとらわれない自由な形態が求められるようになってきている。しかし，近年に見る構造物は必ずしも力学的合理性を持つとは言えず，建築家の求める恣意的な形態をそのまま力業的に解決する例も多く見られる[1]。複雑，不定形で自由な形態を実現させようとする意欲的な要求に対して，設計の初期段階で，構造的な合理性を評価することを可能とする何らかの構造的指標があれば，それらの要求に対して力学的な根拠を添え，それにより更に優れた構造の提案に結びつけることもできるものと考えられる。

既報[2]，[3]において著者らは自由曲面シェル構造の曲面形状決定問題を設計者の提案曲面との差と力学量である歪みエネルギーの双方を目的関数とする多目的最適化問題に帰着させ，多目的遺伝的アルゴリズムにより発見的に，または最適性条件により解析的にPareto最適解を求める構造形態創生法を提案し，具体的な数値解析例により手法の有効性を示すとともに，得られる曲面形状の力学特性についても併せて論じた。

本稿では，非幾何学的で不定形な曲面形状へも適用が可能な自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の開発を目指し，既存の曲面構造を例題として採用し，提案する手法の有効性を示すとともに，得られた結果に基づき，曲面形状の変化に伴うシェル構造の力学性状の変化を併せて考察する。

2　多目的最適化問題の定式化

本稿では，自由曲面シェル構造の曲面形状決定問題を設計者のイメージする曲面形状(これを原曲面と呼ぶことにする)との差と力学量である歪みエネルギーの双方を目的関数とする多目的最適化問題に帰着させ，Pareto最適解を求める。本節では多目的最適化問題の定式化について述べる。

本稿では静的外力を受ける曲面構造物を設計対象とし，応力算定は有限要素法による線形静的解析により行う。曲面形状はスプライン関数の応用であるNURBS (Non-Uniform Rational B-Spline)により生成されるn個の節点で離散的に表現されるものとする。NURBSの制御点は1本のs 曲線およびt曲線上にそれぞれI個，J個配置し，$N = I \times J$ 個の制御点により曲面形状を表現する。

曲面形状のn 個の節点はパラメトリック平面$\boldsymbol{s}$-$\boldsymbol{t}$上に配置する。節点座標ベクトルを次のようにおく。

$$\boldsymbol{r}_x = [x(s_1,t_1)\ \cdots\ x(s_n,t_n)]^\top \tag{1}$$

$\boldsymbol{r}_y$，$\boldsymbol{r}_z$も同様である。さらに，制御点座標ベクトルを次のようにおく。

$$\boldsymbol{q}_x = [p_{x11}\ \cdots\ p_{x1J}\ \cdots\ p_{xI1}\ \cdots\ p_{xIJ}]^\top \tag{2}$$

p_{xij} $(i = 1,\cdots,I)$ $(j = 1,\cdots,J)$は各制御点位置ベクトルのx座標を表す。$\boldsymbol{q}_y$，$\boldsymbol{q}_z$も同様に表すことができる。以下，節点位置ベクトルを$\boldsymbol{r} = [\boldsymbol{r}_x^\top\ \boldsymbol{r}_y^\top\ \boldsymbol{r}_z^\top]^\top \in R^{3n}$，制御点位置ベクトルを$\boldsymbol{q} = [\boldsymbol{q}_x^\top\ \boldsymbol{q}_y^\top\ \boldsymbol{q}_z^\top]^\top \in R^{3N}$と表すこととする。

原曲面の制御点位置ベクトル$\boldsymbol{q}_0 \in R^{3N}$と節点位置ベクトル$\boldsymbol{r}_0 \in R^{3n}$，制御点位置ベクトルの修正量$\Delta\boldsymbol{q} = \boldsymbol{q} - \boldsymbol{q}_0$と節点位置ベクトルの修正量$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0$にはそれぞれ次の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{B}\boldsymbol{q}_0 = \boldsymbol{r}_0,\ \boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{q} = \Delta\boldsymbol{r} \tag{3}$$

ここで，$\boldsymbol{B} \in R^{3n\times3N}$は，制御点座標ベクトル$\boldsymbol{q}_x, \boldsymbol{q}_y$，$\boldsymbol{q}_z$それぞれに関するBスプライン基底関数のマトリクス$\tilde{\boldsymbol{B}}_x$,$\tilde{\boldsymbol{B}}_y$,$\tilde{\boldsymbol{B}}_z$を用いて以下のように表されるマトリクス

である。

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{B}}_x & & \boldsymbol{0} \\ & \tilde{\boldsymbol{B}}_y & \\ \boldsymbol{0} & & \tilde{\boldsymbol{B}}_z \end{bmatrix} \tag{4}$$

本論文では，曲面形状決定問題を，原曲面との差および歪みエネルギーの最小化を目標とした多目的最適化問題として取り扱う。この問題の設計変数をNURBSの3次元制御点位置ベクトル$\boldsymbol{q}$とし，曲面形状修正時，座標拘束される節点(これを不動点と呼ぶことにする)の座標拘束総数をmとすると，目的関数$\boldsymbol{f}$と制約条件は次のように定式化される。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{q}) = \|\boldsymbol{B}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}_0)\| \\ f_2(\boldsymbol{q}) = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{q})\boldsymbol{K}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}) \end{cases}$$
$$\text{subject to} \quad \bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q} = \Delta\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0} \tag{5}$$

ここに，$\boldsymbol{d} \in R^{6n}$ は節点変位ベクトル，$\boldsymbol{K} \in R^{6n\times 6n}$ は全体剛性マトリクス，$\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{m\times 3N}$ は不動点の座標拘束方向に関する行のみを$\boldsymbol{B}$ から抽出したマトリクスを表す。

ここで，式(5)で定式化される制約付き多目的最適化問題を無制約多目的最適化問題にするため次のような操作を行う。式(5)の制約条件式

$$\bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0} \tag{6}$$

を満たすような$\Delta\boldsymbol{q}$ を求める。$\bar{\boldsymbol{B}}$ は一般に正方行列ではないため，一般逆行列を用いて連立方程式(6)を解く。$\bar{\boldsymbol{B}}$ の一般逆行列を$\bar{\boldsymbol{B}}^- \in R^{3N\times m}$ と表す。連立方程式(6)の解は必ず1個は存在し，$\boldsymbol{\phi} \in R^{3N}$ を任意のベクトルとして次式で与えられる。

$$\Delta\boldsymbol{q} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{\phi} \tag{7}$$

ただし，$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{B}}^-\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{3N\times 3N}$

式(7)より式(5)で定式化される制約付き多目的最適化問題は，設計変数を制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}$とする次式のような無制約多目的最適化問題に帰着される。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\phi}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{\phi}) = \|\boldsymbol{H}\boldsymbol{\phi}\| \\ f_2(\boldsymbol{\phi}) = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\phi}) \end{cases} \tag{8}$$

ただし，$\boldsymbol{H} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{G} \in R^{3n\times 3N}$ である。

3　実設計例による検討

具体的な数値解析例を通して手法の有効性を検討する。例題は既存の自由曲面シェル構造からKresge Auditorium とTachira Club 計画案の二つを採用する。多目的最適化問題の解法は既報[3]で提案した最適性条件による理論的解法を用いることとする。

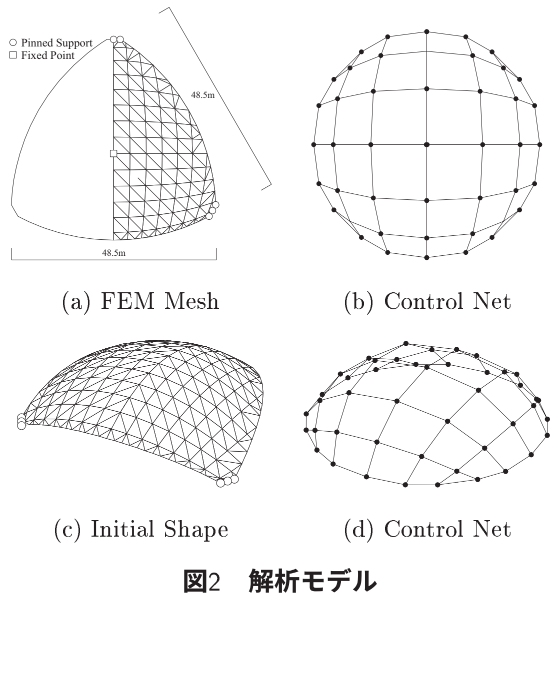
3.1　例題1：Kresge Auditorium

Kresge Auditorium (設計：Eero Saarinen) は1955年に建設されたマサチューセッツ工科大学の講堂である。曲面形状は曲率半径34.29mでシェル頂点高さは14.5m，三点で点支持された1/8裁断球形シェルである。

図1　Kresge Auditorium

3.1.1　解析概要

解析モデルは図2に示すように配置された制御点により表現された曲面形状とし，対称性を考慮して1/2 の部分を解析対象とし，要素分割は169要素とする。曲面形状は鉛直方向のみ修正することとし，制御点のz座標を決定する制御点決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}$ を設計変数とする。応力算定は有限要素法による線形静的解析により行い，有限要素は面内変形には定歪み三角形要素，面外変形にはZienkiewicsらの非適合三角形要素で，それぞれ採用する内挿関数を用いた三角形平面シェル要素を用い



(a) FEM Mesh　(b) Control Net

(c) Initial Shape　(d) Control Net

図2　解析モデル

る。支持点は図2(a)，(c)に示すように配置し，外力として自重を作用させる。外力については本例題のシェル構造が鉄筋コンクリートであることを考慮して単位体積重量24kN/m^{3}とした自重を作用させることとする。材料定数はヤング率21GPa，ポアソン比0.17とする。実際に建設されたシェル構造は変断面を有するが，本例題のシェル厚は簡単のために実際のシェル厚の平均値をとり，一様に0.292mと設定している。形状修正時に座標拘束を受ける不動点は図2(a)に○印および□印で示す支持点及びシェル頂点とする。

3.1.2　解析結果と考察

本手法により得られたPareto最適解群の目的関数空間での存在位置を図3に示す。横軸に原曲面との差$||\Delta \boldsymbol{r}||$を，縦軸には歪みエネルギーをとっている。Pareto最適解群の最大主応力・最大鉛直変位を図4に示す。横軸にはPareto最適解となる解曲面の番号を，左縦軸には主応力の値を，右縦軸には鉛直変位の値をとっている。なおPareto最適解となる解曲面の番号は原曲面との差が小さいものから（図では左側の点から）順番に番号付けを行っている。

代表的なPareto最適解のシェル形状のアイソメトリック図と立面図を図5 b)〜d)に示す。また，比較の対象として原曲面のシェル形状を図5 a)に示す。図中にf_1，f_2として示した値は，それぞれ原曲面との差と歪みエネルギーの値を表している。代表的なPareto最適解の主応力図を図6 b)〜d)に示す。また，比較の対象として原曲面の主応力図を図6 a)に示す。a)〜d)のそれぞれの左側に膜応力に関する主応力図を，右側に曲げ応力に関する図を示し，図中に$\sigma^{\mathrm{t}}_{\max}$，$\sigma^{\mathrm{c}}_{\max}$として示した値はそれぞれ各有限要素図心における引張膜応力のうちで最大の値，圧縮膜応力のうちで最大の値を，$\sigma^{\mathrm{b}}_{\max}$は同じく各有限要素図心における曲げモーメントによる縁応力の絶対値のうちで最大の値を，$w_{\max}$と示した値は，各節点の鉛直変位のうちで最大の値を表してい

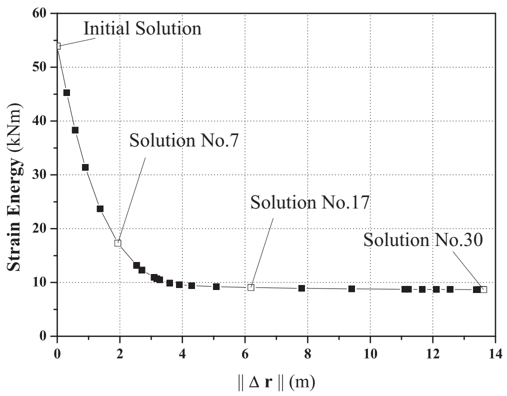


図3　目的関数空間におけるPareto最適解群の存在位置

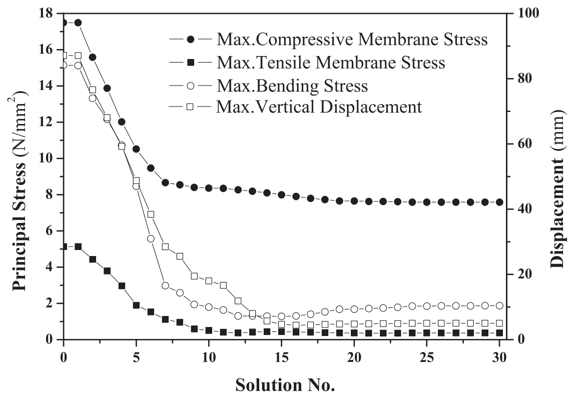


図4　Pareto最適解群の最大主応力・最大鉛直変位

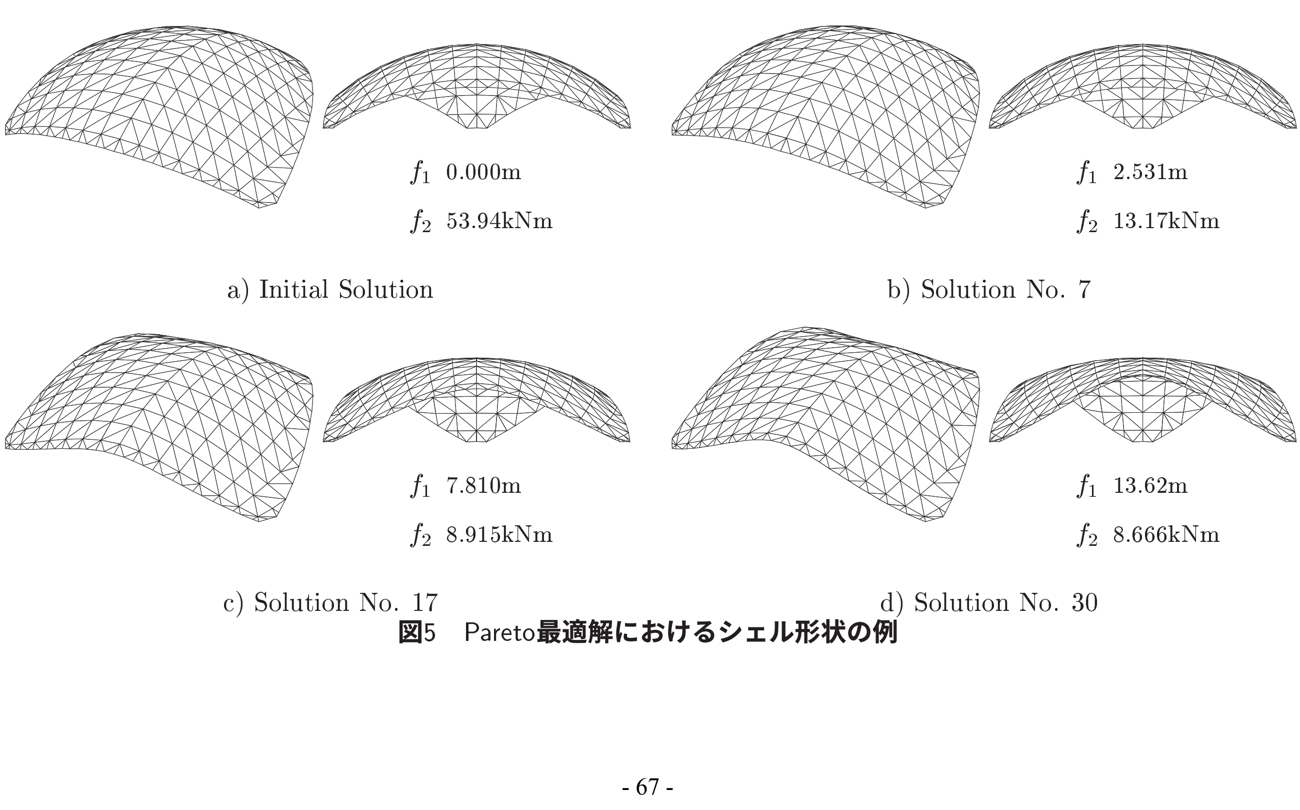
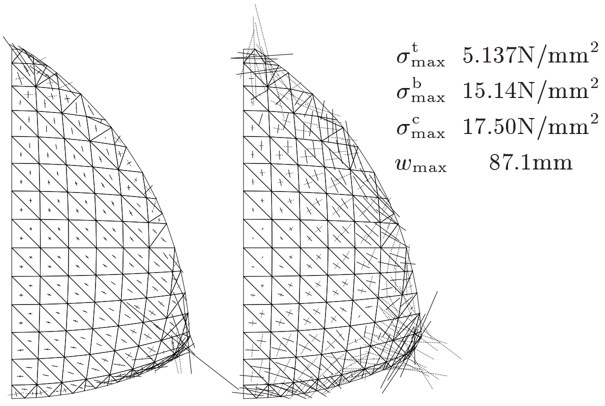
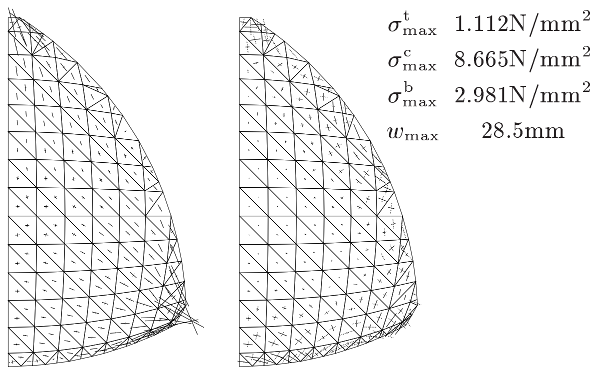


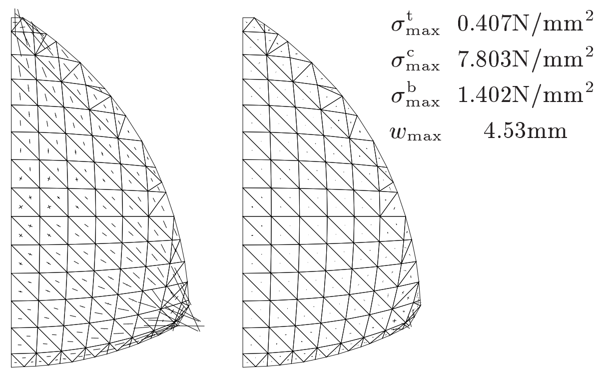
図5　Pareto最適解におけるシェル形状の例



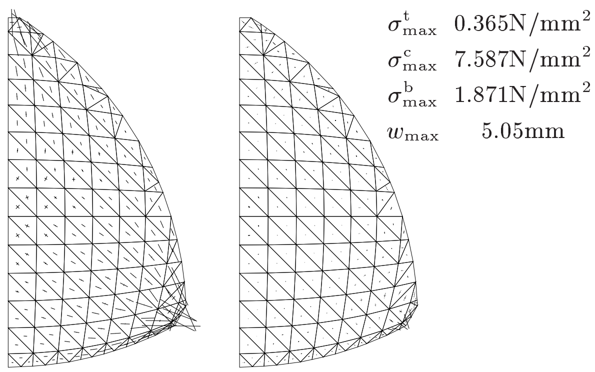
a) Initial Solution (左:膜応力 右:曲げ応力)



b) Solution No. 7 (左:膜応力 右:曲げ応力)



c) Solution No. 17 (左:膜応力 右:曲げ応力)



d) Solution No. 30 (左:膜応力 右:曲げ応力)

図6　Pareto最適解における主応力図

る。各図における主応力線の長さはPareto最適解群の全シェル形状における応力の最大値を基準に決定している。したがって各シェル形状における主応力を直接比較することが主応力線の長さを比較することにより可能である。

図3を見ると，最適性条件から得られた解はPareto最適解の十分条件をも満たしていることが確認でき，得られた解はPareto最適解であるといえる。また，本手法により本設計問題の設計者に選択の幅の広さを与えるだけの多様なPareto最適解が得られていること，本例題においても原曲面との差および歪みエネルギーの2つの目的関数は互いにトレード・オフの関係にあることが確認できる。

図4，図6を見ると，歪みエネルギーが最も小さい個体が最大主応力や最大鉛直変位が最も小さいわけではないが，歪みエネルギーを小さくすることでそれら力学量をも一定の範囲内で抑制できることが確認できる。また，歪みエネルギーの小さい個体は圧縮膜応力が支配的であり，形状修正に伴い，シェル頂点近傍から支持点に向かった力の流れを有する圧縮力による軸力抵抗型の形態へと変化していることが確認できる。

図5を見ると，解曲面の番号が大きくなるに従って，シェル形状はその自由辺縁の形状を円弧から次第に自由辺縁中央のむくりの大きいカテナリー曲線状に変化させることにより，なるべくシェル全面にわたる形状の修正量を抑制し，かつ歪みエネルギーを小さくするように変化していることを確認することができる。

3.2　例題2：Tachira Club 計画案

Tachira Club 計画案 (設計：Eduardo Torrja)は1957年に発表された計画案である。曲面形状は複雑な自由縁形状を有し，異なる高さで点支持されたEPシェルである。

図7　Tachira Club 計画案

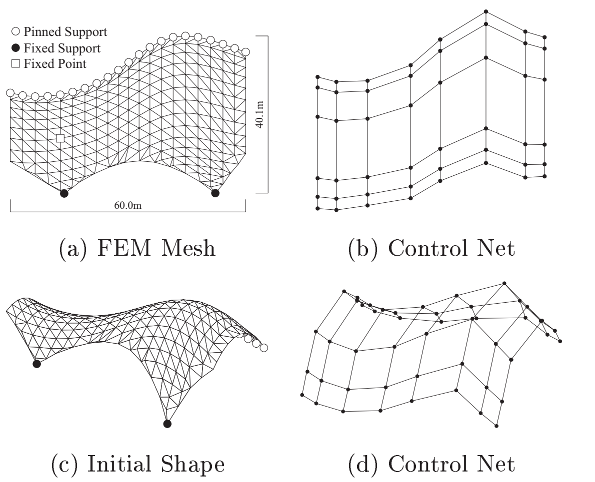
3.2.1　解析概要

解析モデルは図8に示すように配置された制御点により表現された曲面形状とし, 要素分割は431要素とする。支持点は図8(a)，(c)に示すようにピン支持，固定支持をそれぞれ配置する。形状修正時に座標拘束を受ける不動点は支持点及び図8(a)に示されるGauss曲率が負となる領域の中央部分とする。文献[4]に基づき，シェル厚は一様に0.1mとする。その他の設定条件は例題1と全く同様である。

3.2.2　解析結果と考察

例題1と同様に本手法により得られたPareto最適解群の目的関数空間での存在位置を図9に，Pareto最適解群の最大主応力・最大鉛直変位を図12に示す。代表的なPareto最適解のシェル形状を図11 b)～d)に，主応力図を図12 b)～d)に示す。

図9を見ると，最適性条件から得られた解はPareto最適解の十分条件をも満たしていることが確認でき，得られた解はPareto最適解であるといえる。また，本手法により本設計問題の設計者に選択の幅の広さを与えるだけの多様なPareto最適解が得られていること，本例題においても原曲面との差および歪みエネルギーの2つの目的関数は互いにトレード・オフの関係にあることが確認できる。



(a) FEM Mesh　(b) Control Net

(c) Initial Shape　(d) Control Net

図8　解析モデル

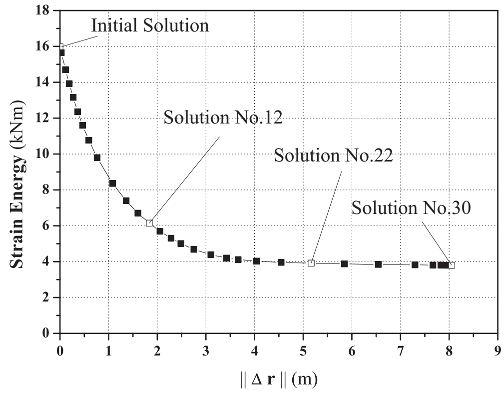


図9　目的関数空間におけるPareto最適解群の存在位置

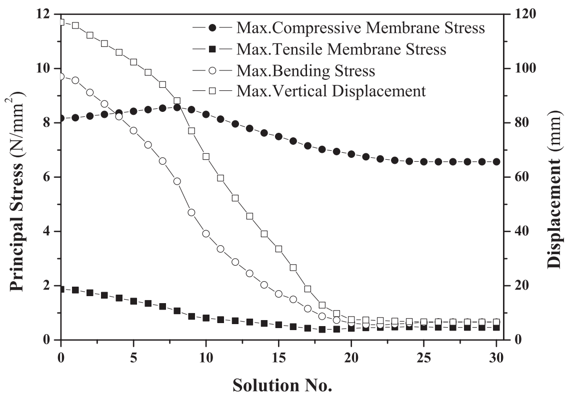
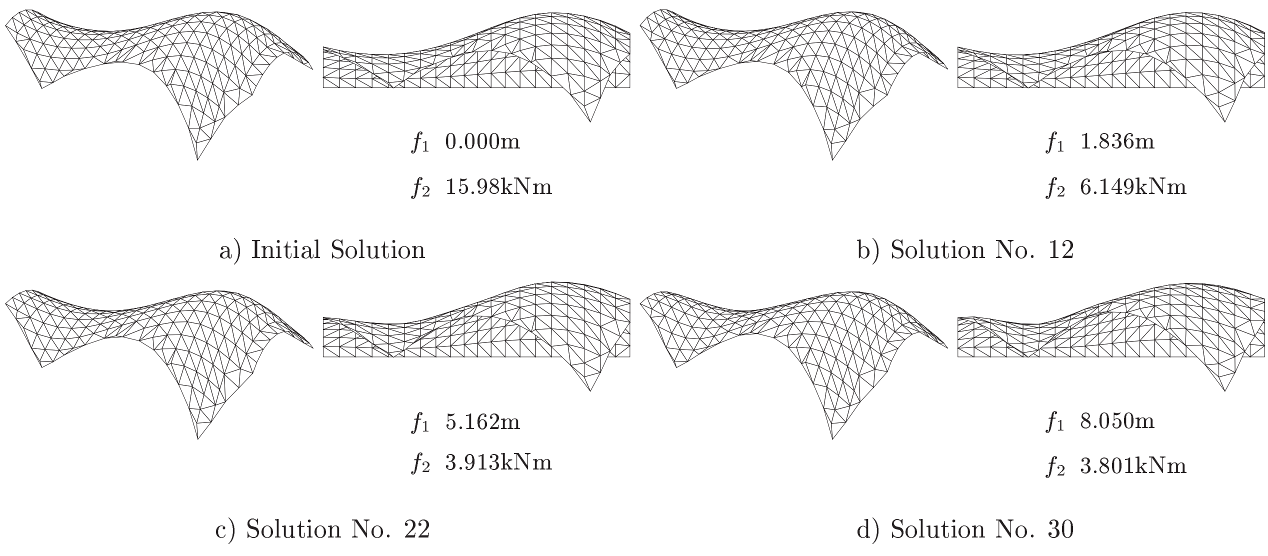


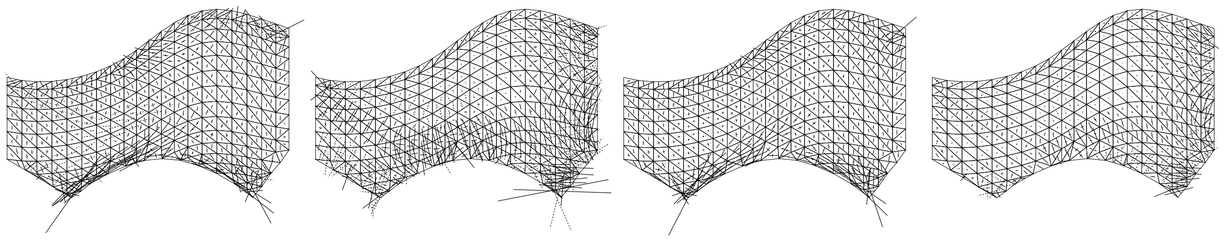
図10　Pareto最適解群の最大主応力・最大鉛直変位



a) Initial Solution　b) Solution No. 12

c) Solution No. 22　d) Solution No. 30

図11　Pareto最適解におけるシェル形状の例

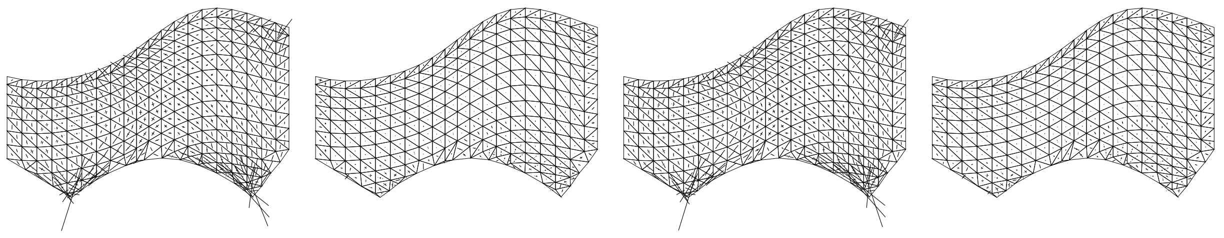


σ^{t}_{max} 1.868N/mm^2 σ^{c}_{max} 8.171N/mm^2 | σ^{b}_{max} 9.708N/mm^2 w_{max} 117mm

a) Initial Solution (左:膜応力 右:曲げ応力)

σ^{t}_{max} 0.707N/mm^2 σ^{c}_{max} 7.965N/mm^2 | σ^{b}_{max} 2.879N/mm^2 w_{max} 52.3mm

b) Solution No. 7 (左:膜応力 右:曲げ応力)



σ^{t}_{max} 0.460N/mm^2 σ^{c}_{max} 6.671N/mm^2 | σ^{b}_{max} 0.556N/mm^2 w_{max} 7.15mm

c) Solution No. 17 (左:膜応力 右:曲げ応力)

σ^{t}_{max} 0.460N/mm^2 σ^{c}_{max} 6.566N/mm^2 | σ^{b}_{max} 0.670N/mm^2 w_{max} 6.59mm

d) Solution No. 30 (左:膜応力 右:曲げ応力)

図12　Pareto最適解における主応力図

図11を見ると，立面図前面に見られる自由縁のアーチ形状がカテナリー曲線に変化していることがわかる。

図10，図12を見ると，歪みエネルギーを小さくすることでそれら力学量をも一定の範囲内で抑制できることが確認できる。また，歪みエネルギーの小さい個体は圧縮膜応力が支配的であり，曲面形状の変化に伴い，主としてアーチ部分で力を負担する形態から, 明快な力の流れを有する圧縮力による軸力抵抗型の形態に変化していくことが確認できる。

4　結語

本稿では設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の開発を目的とし, 既存の自由曲面シェル構造の例題を通して, 得られた結果から曲面形状の変化に伴う力学性状の変化を考察した。2つの例題を通して, 非幾何学的で不定形な自由曲面シェル構造においても本手法により，建築計画的条件を満足した設計者の曲面イメージを損なわずに力学的にも一定の合理性をもったシェル構造の形態を求めることができた。

参考文献

1）佐々木睦朗，建築と構造合理性，建築技術，No. 671，pp. 84-89，2005

2）浜田英明，大森博司，設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案　その1多目的遺伝的アルゴリズムによる発見的方法, 日本建築学会構造系論文集, No.609, pp.105-111，2006.11

3）浜田英明，大森博司，設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案　その2最適性条件による理論的解法，日本建築学会構造系論文集，No. 618，pp. 143-150，2007.8

4）エドゥアルド・トロハ著，川口衛監修，IASS2001組織委員会訳，エドゥアルド・トロハの構造デザイン，相模書房，2002

テンション構造の形態解析とその検証実験

古田寛生[1)]，萩原伸幸[2)]
1)大同工業大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生，dma0603@stumail.daido-it.ac.jp
2)大同工業大学工学部建築学科，准教授，博士（工学），hagiwara@daido-it.ac.jp

1 はじめに

引張材と圧縮材の複合構造であるテンション構造は，ケーブル材の特性が構造全体に多大な影響を及ぼす。ケーブル材は引張力に対して優れた抵抗力を持ち，また，柔軟性に富むため，運搬も容易に行うことができるという長所を持つが，圧縮力に抵抗できず，ケーブルに引張力が導入されなければ，構造部材としての能力が発揮されないといった短所もある。

テンション構造やその他の大スパン構造物は，形状が構造体の性質を特徴づけるため，その完成形状が非常に重要となってくる。しかし，完成形状を実現する過程において，設計者は応力解析の結果や施工性，コスト面で実現困難な状況に陥る場合がしばしばある。そこで，設計者が意図した形状を活かしつつ，元の形状から最も少ない変化で適切な形状と張力分布を模索する形態解析手法を提案することにした。既報[1)]により基本的な解析手法は述べているが，本報では，幾何学的剛性マトリクスの導入により解析可能なモデル範囲の拡大を図ると共に，本手法の妥当性を確かめるために，形態解析されたテンション構造の試験体を製作し，張力分布，形状，剛性を検証した。

2 概要

構造形態の最適化問題は,何らかの目的関数を設定し，種々の制約条件を満足させつつ，その最大もしくは最小値を目指す問題として定式化されるのが一般的である[2)]。これに対して本手法は，あらかじめ用意された原型構造物を対象に，最大および最小応力度を生じる部材を選択し，これらを直接指定される応力度内に納めながら，目標とする形状と張力分布に近づけていくものである。これは完璧な構造最適解を求めるものではないが，設計者が直面する諸問題に対して，直接的かつ効率的な解決策を与えることを目指している。本解析は，複数の荷重ケースも考慮できるので，それぞれの荷重ケースに対する応力の最大最小値が共に指定値内に納められるようにすれば，いずれのケースに対しても応力の規定値を超えることがないという解形態を見出すことも可能である。

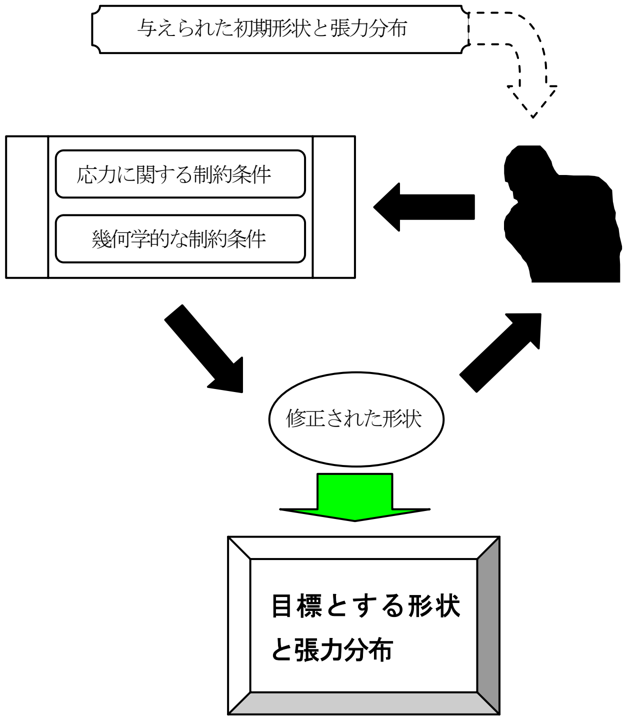


図 1　解析過程の概念図

2.1　釣合式

初期応力を考慮した，全体座標系での構造物の釣合式は次のように表わされる。

$$([K_L]+[K_G])\{U\}+[E]\{\bar{\sigma}\}=\{F\} \tag{1}$$

ここに，$[K_L]$は線形剛性マトリクス，$[K_G]$は幾何剛性マトリクス，$\{U\}$は節点自由度に関する変位ベクトル，$\{\bar{\sigma}\}$は初期応力を並べたベクトルであり，$[E]$は座標変換マトリクスと部材断面積から得られる係数マトリクス，$\{F\}$は節点力ベクトルである。

既報[1)]では線形剛性マトリクスのみ採用していたが，幾何剛性マトリクスを付与することにより，形態不安定な構造にも対応することを図っている。

2.2　感度解析

本手法は，種々の制約条件を課しながら，構造物の節

点座標や初期応力に関する修正を逐次施していくものであるが，2.3 節で述べる部材応力を直接指定する条件には，応答量である変位ベクトルが含まれるため，節点座標や初期応力の変化に対する変位ベクトルの感度を求める必要がある。この感度解析の式は，式(1)の両辺を微分して次式のように示される。

$$\left([K_L]+[K_G]\right)\left\{\frac{\partial U}{\partial X_i}\right\}=\left\{\frac{\partial F}{\partial X_i}\right\}-\left[\frac{\partial K_L}{\partial X_i}\right]\{U\} -\left[\frac{\partial K_G}{\partial X_i}\right]\{U\}-\left[\frac{\partial E}{\partial X_i}\right]\{\overline{\sigma}\} \quad (2)$$

$$\left([K_L]+[K_G]\right)\left\{\frac{\partial U}{\partial \overline{\sigma}_i}\right\}=-\left\{\hat{E}\right\}_i-\left\{\frac{\partial K_G}{\partial \overline{\sigma}_i}\right\}\{U\} \quad (3)$$

ここで，式(2)右辺第 3 項および式(3)右辺第 2 項は，後の解析においては省略した。まず，式(1)で変位$\{U\}$を計算した後，これを式(2)および式(3)に代入し感度係数を求める。

2.3　制約条件

構造物に課す制約条件として，部材応力を直接指定する条件を考える。解析は，形状修正を施しながら目的となる形状へ進んでいくのであるが，ここで，節点の座標がX_iから$X_i+\delta X_i$に，初期応力が$\overline{\sigma}_i$から$\overline{\sigma}_i+\delta\overline{\sigma}_i$に変化したときに，座標の修正量と初期応力の修正量は，以下の式を満足する必要がある。

$$\frac{E}{l}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}[T]\{u^e\}+\sum_{j=1}^{6}\frac{\partial}{\partial X_j^e}\left(\frac{E}{l}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}[T]\right)\{u^e\}\delta X_j^e + \frac{E}{l}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}[T]\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial}{\partial X_j}\{u^e\}\delta X_j + \sum_{j=1}^{m}\frac{E}{l}\begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix}[T]\frac{\partial}{\partial \overline{\sigma}_j}\{u^e\}\delta\overline{\sigma}_j+\delta\overline{\sigma}_i+\overline{\sigma}_i=\sigma_0 \quad (4)$$

ここに，座標の修正量のうち，上添え字eの付くものは部材両端の節点座標に関するものを表わす。

一方，設計段階で生じる様々な要求と生産性に優れた形態の両者を実現するために，構造形状に関する幾何学的な条件を課す場合もある。幾何学的制約条件には，部材長を直接指定する条件と，二本の部材長を同一にする条件，また，形状変化に伴って構造物の体積が変化しないようにする体積を一定とする条件がある [1]。

2.4　修正量の求解

式(4)に式(2)，(3)で求められた感度係数を適用し，構造全体についての修正量をまとめて$\{\delta S\}$と表すと，制約条件式は，以下のような形式に整理される。

$$[D]\{\delta S\}=\{C\} \quad (5)$$

ここで整理した$[D]$を M 行 N 列のマトリクスとすると，M<N となる場合がほとんどである。そこで元の形状から最も近くにある解を求めるものとして，ノルム最小型一般逆行列により求められる解を以下のように計算する。

$$\{\delta S_0\}=[D]^{-}\{C\} \quad (6)$$

式(6)を用いて得られた修正を施しても，問題の非線形性により，制約条件式が完全に満たされるわけではないので，これらの修正過程を修正量のノルムが充分に小さくなるまで繰り返し行う。

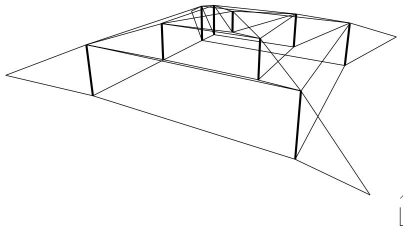
3　解析例

解析には束材とケーブル材を組み合わせたモデルを用いる。図 2(a)に解析モデルのアクソメ図，図 2(b)～(d)に解析モデルの寸法と節点番号，要素番号を示し，解析の諸条件を表 1 に示す。

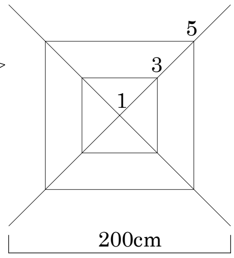
3.1　解析条件

表 1 のうち部材に関する条件は，次章で述べる検証実験モデルに使用する部材の特性を示している。ケーブル材は，解析上，直径 1mm の円形断面を仮定し，実験で用いるケーブルの軸剛性から等価なヤング係数を算出して設定した。外側 4 節点をピン支点として拘束し，それ以外のすべての節点を変更していく条件で解析を行った。初期応力については，すべてのケーブル材で 15kN/cm^{2}とした。荷重ケースは 1 ケースのみとし，固定荷重として自重をそれぞれの節点に振り分け，付加荷重として束材下側節点に 14.7N づつ載荷した。

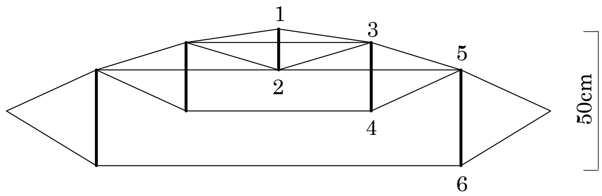
解析はケーブル材の引張応力度に着目し，これらの最大値と最小値の差が縮まるように逐次応力指定条件を課していった。また，最小引張応力度に関しては，2.2kN/cm^{2}まで逐次変更した後は一定として，最大引張応力度を下げていく条件で行った。形状修正解析モードは，すべての STEP で節点座標と初期応力の両方を修正する条件で行った。また今回は，部材長を直接指定する条件や体積に関する幾何学的な制約条件は適用していない。なお，形状が変化しても節点に作用していた荷重は変わらないものとした。



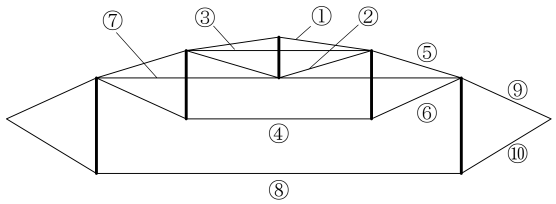
(a)　アクソメ図



(b)　平面図



(c)　節点番号



(d)　要素番号

図 2　解析モデル

表 1　解析条件

境界条件	ピン支持	
ケーブルの初期応力度(kN/cm^2)	15.0	
	ケーブル	束材
直径(cm)	0.1	0.95
板厚(cm)	—	0.05
断面積(cm)	0.0079	0.1413
ヤング係数(kN/cm^2)	4331.0	19300.0
単位重量(g/cm)	0.004	1.071

3. 2　解析結果

解析で得られた形状 STEP1(初期形状)，STEP11，STEP22(最終形状)と，それぞれの最大最小引張応力度，鉛直方向節点変位を図 3〜5 に，STEP11 と STEP22 の節点座標の変化を表 2 に，初期応力の変化を表 3 に，各 STEP の変位の 2 乗和の変化を図 6 に示す。図 3〜5 に関しては，太線は束材を，細線はケーブル材を表す。

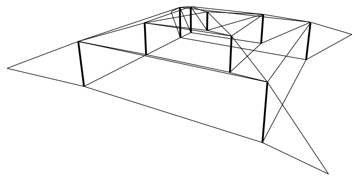
形状の変化に着目すると，STEP11 では各束材の下側の節点が下方へ伸び，STEP22 ではそこからさらに節点 5

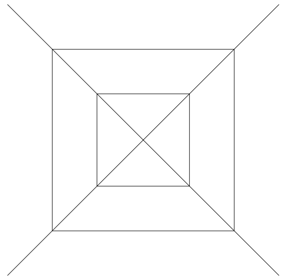
表 2　節点座標

	初期形状			STEP11			STEP22		
	x	y	z	x	y	z	X	y	z
1	0.0	0.0	50.0	0.0	0.0	48.1	0.0	0.0	47.8
2	0.0	0.0	35.0	0.0	0.0	31.1	0.0	0.0	30.9
3	34.0	34.0	45.0	34.0	34.0	45.1	34.0	34.0	44.9
4	34.0	34.0	20.0	34.3	34.3	17.9	34.3	34.3	17.3
5	67.0	67.0	35.0	66.2	66.2	35.4	65.5	65.5	34.7
6	67.0	67.0	0.0	67.6	67.6	-2.7	68.0	68.0	-4.1

単位：cm

引張応力度(kN/cm^2)	
最大	26.64
最小	0.37
変位(cm)	
節点 1	-0.78365
節点 2	-0.78364
節点 3	-0.72097
節点 4	-0.72087
節点 5	-0.46471
節点 6	-0.46382





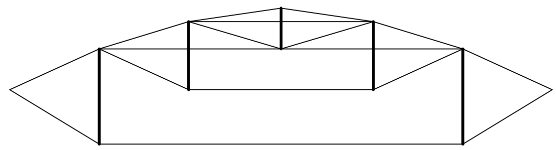
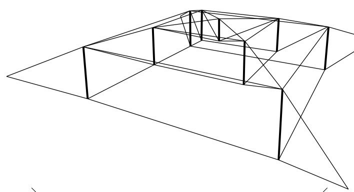
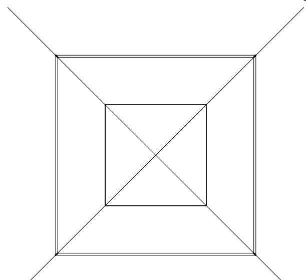


図 3　STEP1 の解形状

引張応力度(kN/cm^2)	
最大	24.80
最小	2.20
変位(cm)	
節点 1	-0.47718
節点 2	-0.47715
節点 3	-0.50122
節点 4	-0.50021
節点 5	-0.34865
節点 6	-0.33571





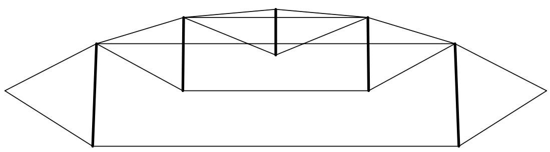
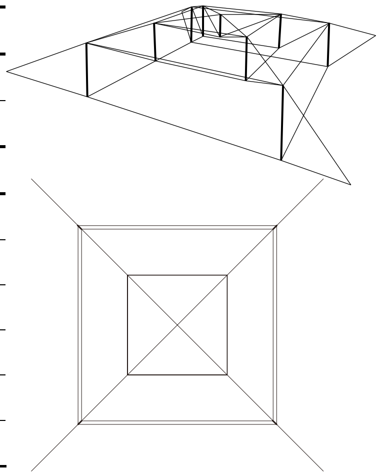


図 4　STEP11 の解形状

引張応力度(kN/cm^2)	
最大	22.60
最小	2.20
変位(cm)	
節点 1	-0.42311
節点 2	-0.42309
節点 3	-0.45094
節点 4	-0.44967
節点 5	-0.30020
節点 6	-0.27821



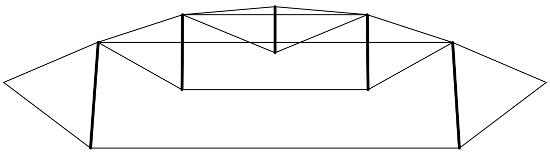


図 5　STEP22 の解形状

表 3　初期応力の変化

要素	初期形状	STEP11	STEP22
①	15.000	15.341	15.176
②	15.000	15.066	15.024
③	15.000	15.525	15.381
④	15.000	15.932	15.588
⑤	15.000	15.481	15.236
⑥	15.000	15.517	15.268
⑦	15.000	12.022	11.451
⑧	15.000	14.868	13.863
⑨	15.000	14.517	13.191
⑩	15.000	14.729	13.970

単位 : kN/cm^2

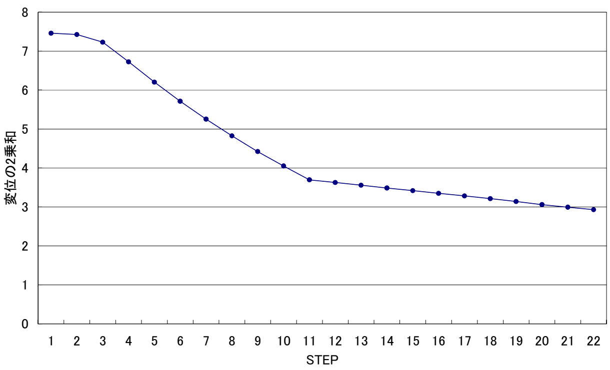


図 6　変位の 2 乗和

が内側へ，節点 6 が外側へ開くような形状変化を示している。断面形状からは，STEP11 で初期形状に比べ屋根面が円弧に近い形状へと修正されているが，STEP22 では，部材⑤の傾斜が初期形状に近い傾斜となり，結果的に，STEP11 よりも初期形状の断面に近い形状が得られた。変位に関しては，STEP11 までは大きく減少させることができたが，それ以降は形状が変化しているのにも関わらず,形状変化に比べてわずかしか変化しなかった。また，初期応力の修正に関しては，部材応力が大きい部材は徐々に減少し，反対に小さい部材は徐々に増加している。特に，部材応力が大きく生じる部材について制約条件の影響が顕著に現れているといえる。

ここで変位の 2 乗和に着目すると，STEP11 以降勾配は緩くなっているが，STEP22 で最小値を示しており，この状態のときに最大剛性を示していると考えられる。

本手法では目的関数は定義しないので，適切な解形状は設計者の視点から選択される。上述の結果から判断すると，STEP22 の形状を採用することが妥当であると考えられる。

4 検証実験

解析手法の妥当性を検証するために，実験モデルを用いた静的載荷実験を行った。実験モデルは，3 章で述べた解析結果のうち STEP22 の形状を製作した。荷重ケースは，F_i=4.9，9.8，14.7，19.6N(i=1,2,3,4)の 4 ケースとし，各束材の下端に載荷した。ケーブルの張力を制御する部材として，部材⑨および部材⑩にターンバックルを配置し，部材⑨は部材長の微調整を，部材⑩は構造全体の引張力を制御するものとした。

4.1 実験モデル

実験モデルに用いた部材の特性を表 4 に，載荷実験中の状況を図 7 に示す。実験に用いる形状を目的形状$\{X_0\}$とすると，これは，以下の式により導かれる。

$$\{X_0\}=\{X_i\}+\{u_i\} \tag{6}$$

ここに，$\{X_0\}$は目的形状，$\{X_i\}$は STEP22 の形状，$\{u_i\}$は STEP22 の自重のみ載荷した場合の節点変位を示す。

$\{X_0\}$より部材長ℓ_iが求められることになるが，本手法では初期応力導入に伴うケーブルの伸び$\Delta\ell$は考慮していないので，ℓ_iを基準にケーブルを製作していくと

$\Delta\ell$ 分の誤差が生じることとなる。そこで，部材の製作に用いる部材長 ℓ_0 は，ケーブルの軸剛性を用いて以下の式により導くこととする。

$$\ell_0 = \frac{\ell_i}{1 + \dfrac{N_i}{EA}} \tag{7}$$

ここに， N_i は第 i 部材の軸力， EA はケーブルの軸剛性を表す。

式(7)より ℓ_0 を算出し，それを元に表 1 の部材を用いて実験モデルを製作した。

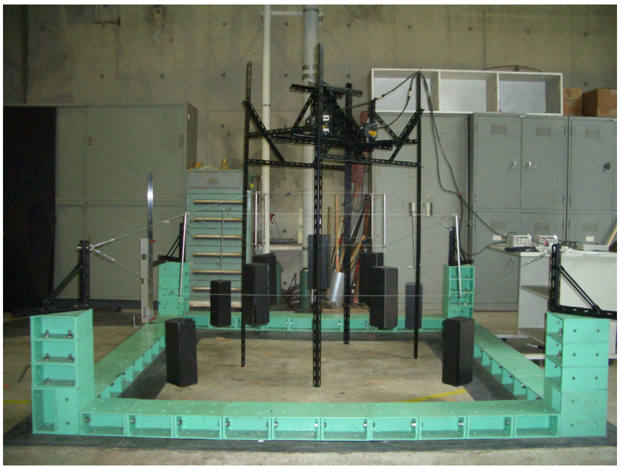


図 7　載荷実験の状況

4.2　実験結果

実際に完成した実験モデルの形状を X_s とする。解析との対比として，節点座標の比較を表 5 に，ケーブル張力の比較を表 6 に，荷重ー変位図を図 8 に示す。

節点座標の計測に関しては，付加荷重を載荷する前の形状のみを計測した。 x， y 座標では誤差 1 %未満で設計形状とほぼ同様の結果が得られた。 z 座標では節点 1 ～5 に関しては誤差 3%未満であるが，節点 6 については誤差が 23%ほど表れた。直接ケーブル部材長を計測したところ部材 ℓ_0 は，ほぼ設計通りの値が得られたが，部材⑤および⑥に関しては，部材⑤で 1mm 程度，部材⑥で 2mm 程度の誤差が表れていた。

ケーブル張力の測定に関しては，無載荷状態と 14.7N 載荷時の測定を行った。また，ケーブルの張力測定には，萩原研究室で製作したケーブル張力測定器を用いた（測定器の概要については付録を参照されたい）。

いずれの場合も全体の張力バランスが大きく崩れることなく測定値が得られた。荷重ケース別に見てみると，無載荷時と比較して，載荷時には実測値と解析値の差が

表 5　節点座標の比較

	X_s			X_0		
node	x	y	z	x	y	z
1	0.0	0.0	48.3	0.0	0.0	48.5
2	0.0	0.0	31.2	0.0	0.0	31.5
3	34.0	34.0	45.0	34.0	34.0	45.4
4	34.2	34.3	17.3	34.3	34.3	17.8
5	65.4	65.3	34.3	65.6	65.6	35.0
6	67.8	68.2	-4.7	68.0	68.0	-3.9

単位：cm

表 6　ケーブル張力の比較

	無載荷		F3	
elem,	X_s	X_0	X_s	X_0
①	39.1	38.7	16.0	16.5
②	11.7	9.8	23.2	17.1
③	37.6	33.4	20.3	16.6
④	99.6	98.2	52.5	58.0
⑤	46.1	43.3	57.3	57.5
⑥	71.1	65.3	93.5	87.1
⑦	23.3	27.5	13.7	16.6
⑧	191.4	210.5	148.7	174.8
⑨	84.3	91.3	103.3	116.8
⑩	126.4	139.5	160.4	180.2

単位：N

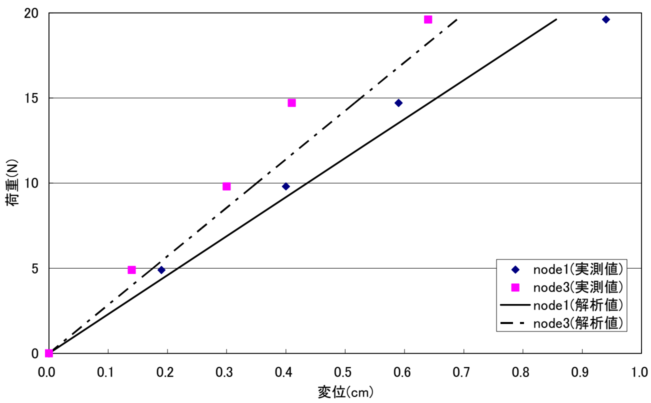


図 8　荷重ー変位図

幾分大きくなっている。

節点変位については，節点 1 および節点 3 の 2 箇所の鉛直変位のみ測定を行った。いずれの荷重ケースに対しても概ね解析値に近い測定結果が得られた。

5　考察

ケーブル材の張力の実測値と設計値の比を図 9，図 10

に，設計形状と実際にできあがった実験モデルの断面形状を重ね合わせたものを図 11 に示す。

実測値は，概ね解析値とそれほど大きな誤差が見られることなく得られたと考えられる。しかし，ケーブルの張力に関しては，部材によっては 30%以上の誤差が表れる部材がある。これは，ケーブル部材を製作する際に生じた誤差であると考えられる。ケーブル製作に際して，ある程度の引張力を導入しながらケーブルを製作したが，その引張力の導入量は個人の感覚に依存したところがあり，必ずしも一定ではなかった。そのため，部材長が長く，かつ，引張力の比較的小さい部材には部材製作時の張力の影響が大きくなり，4.1 節に示した初期張力に対する部材長の調整が適用できなかったと思われる。これに加え，ケーブル材に働く張力が低い場合，測定器の精度が低くなることを確認しており，それによる誤差の影響も考えられる。

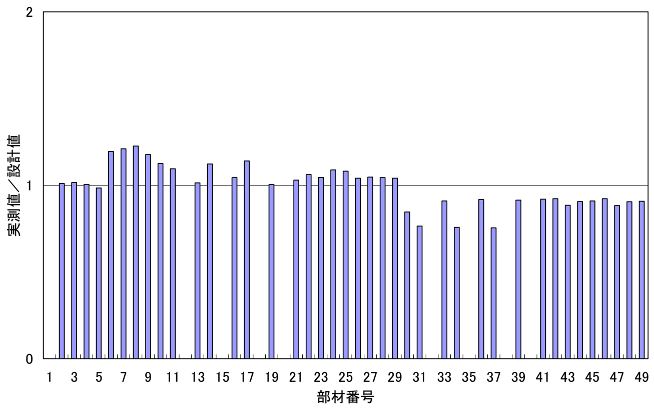


図 9　引張力の実測値と設計値の比(無載荷時)

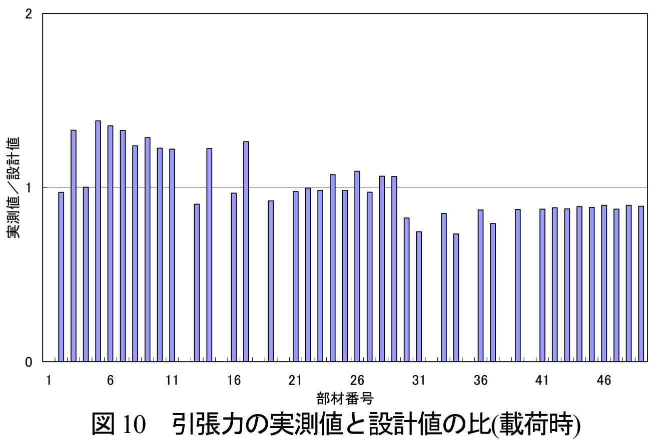


図 10　引張力の実測値と設計値の比(載荷時)

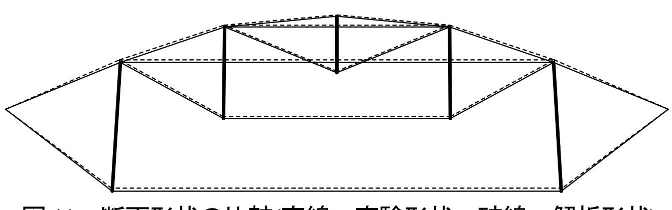


図 11　断面形状の比較(実線：実験形状，破線：解析形状)

6 まとめ

テンション構造の形態解析を元に，本手法の妥当性を検証する静的載荷実験を行った。概ね解析結果通りの構造を実現することができた。

付録

ケーブル張力測定装置は横荷重を受けたときのケーブルのたわみと張力の関係を利用したものである。図 A に横荷重とケーブル張力の釣り合いを，図 B に $T/P-\delta$ 曲線を示す。ケーブルとたわみの関係は次のようになる。

$$\frac{T}{P}=\frac{L}{4\delta} \tag{A1}$$

ここに，T はケーブルの張力，P は荷重，δ は P により生じたたわみ，L は支点間長さ（$L=175mm$）である。δ を測定し，式（A1）を用いて，T を求める。図 B より，横荷重の設定が重要であることがわかる。また，直接ケーブルにノギスをあてて δ を測定するため，張力が低い部材を測定する際には，δ の精度は低くなる。

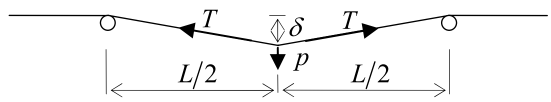


図 A　横荷重とケーブル張力の釣り合い

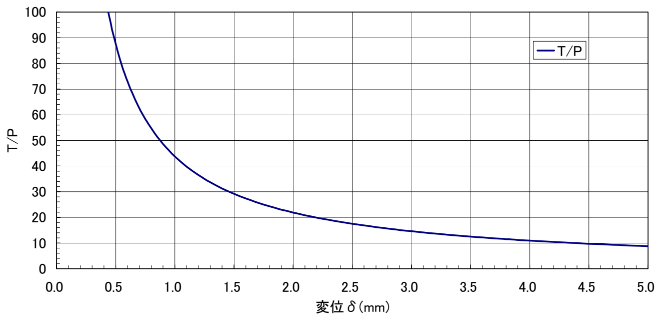


図 B　$T/P-\delta$ 曲線

参考文献

1) 古田寛生，萩原伸幸：制約条件の操作によるテンション構造の形態解析，コロキウム構造形態の解析と創生 2006，pp.121-126，2006.11

2) 尾田十八：機会構造設計の最適化手法とその応用－構造最適化問題の定式化－，機会の研究，第 40 巻，第 6 号，pp.78-82，1988.6

3) 藤原啓晴，川口健一：ケーブルドームの変位制御に関する基礎的考察，日本建築学会大会学術講演梗概集　B-1，pp.855-856，2002.8

空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究

船橋 健吾[1)]，大森 博司[2)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，大学院生，funahashi@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序

近年，予想外の外乱などによって，構造物が崩壊あるいは倒壊に至る被害例が多数報告されている。その代表的なものとして，世界同時多発テロによる世界貿易センター (World Trade Center, WTC) の崩壊事故があり，この事件が基となり，損傷に対する抵抗力を表す概念として冗長性 (Redundancy) が注目されるようになった。

大勢の人間を収容する空間構造物は，一度の事故で多くの人命を失う危険性があるために，その安全性を高く設定し，維持する必要がある。しかしながら，空間構造物は本来少ない使用材料で大きな空間を覆うことを目指して設計されており，特に人に感動を与えるような空間は，本質的にとかく鈍重さを伴う冗長さとは対立する傾向にある。このことが，空間構造物から冗長性を奪う要因にもなっていると考えられる。

一方で，冗長性の持つ重要性が認識されつつあるが，その概念自体はよく知られておらず，関連する研究も，その評価手法が断片的に提案されているのみで統一された明確な評価手法がないのが現状である。

本研究では，空間構造物の中でも特にスペースフレームやスペーストラスに代表される空間骨組構造物を対象とし，その構造冗長性の定量化を目指して，制約条件を導入した塑性解析を通して崩壊荷重を算出し，得られた崩壊荷重を基に，冗長性の定量的評価を試みる。

2 空間骨組構造物の力学的特性

空間骨組構造物は，骨組形式で大空間を覆う構造物であり，コンクリートシェルと比べて軽量で工期も短く，一方で膜構造物に比べて剛性の面で優れているため，現在，最も多く建設されている空間構造物である。

一方，空間骨組構造物は，連続体シェルとは異なり，離散系構造物としての構造特性を持っているが，通常のビル型の骨組構造と異なり，明確な階層構造を持たない特徴を持つため，その構造解析と解析結果の評価に対し，空間構造物としての特徴を充分に考慮する必要がある[1]。

空間骨組構造物は，他の形式の空間構造物と同様に，主に面内力による抵抗機構により自重や外力を支承部や支持構造物に伝える。そのため，座屈不安定現象に注意を払う必要がある。

空間構造物の座屈不安定現象には一般的に全体座屈と局部座屈があるが，骨組で構成される空間骨組構造物の場合には個材の座屈に見られるような局部座屈に対する検討が重要となることが多い。全体座屈は，一旦発生すると一瞬で構造物全体が崩壊してしまうような現象であるのに対し，局部座屈は過大な雪荷重や地震荷重が構造物に作用した時，構造物の一部に座屈不安定現象が生じ，これが引き金になって別の箇所に座屈が発生し，継続する過大荷重により次々に同様の現象が連鎖的に発生してゆくことによる崩壊現象に結びつくことが考えられ，全体座屈による崩壊現象とは異なった様相を呈するものとなる。

このような連鎖的な局部不安定現象を阻む方策としての構造設計の方法は，目的としている空間骨組構造物に構造冗長性を付与する方法であり，具体的には，局部座屈が生起した後に連鎖的な不安定現象を発生しないような構造物を設計することと位置づけることができる。

本研究では，このような空間骨組構造物における構造冗長性を定量的に評価する手法を提案し，構造冗長性を持つ空間骨組構造物の設計手法を確立することに結びつけることを目的としている。

3 極限解析法による崩壊荷重の算定

3.1 骨組構造物の極限解析法

骨組構造物の崩壊荷重は，極限解析法により算出することができ，そこでは主に線形計画法 (シンプレックス法) が用いられる。しかし，軸力の影響を無視できない場合には，崩壊荷重を過大に評価してしまう可能性があることが指摘されている。Compact Procedure 法 (以下，CP 法と呼ぶ。) は，このような骨組構造物の崩壊荷重を効率よく解くことのできる手法であり，現

在，コンピュータによる骨組構造物の極限解析法として広く用いられている。

大井ら[6], [7]はこの CP 法を用いて，建物の部材が突然消失した場合に，鉛直荷重を受ける骨組構造物の荷重支持能力 (崩壊荷重) がどの程度低下するかを極限解析によって評価している。軸力の影響を考慮した CP 法については，深井らの研究[8]があり，軸力と曲げの相関関係曲線を区分線形で近似して補助変数を導入し，釣合式や制約条件式を追加させて CP 法を適用している。また，澤田ら[4]は，鋼構造骨組の最小重量塑性設計の手法として CP 法を用いており，下界定理に基づく極限解析理論を用いて定式化している。

3.2 Compact Procedure法

Compact Procedure 法 (CP 法) は，1976 年に，Livesley ら[5]によって提唱された極限解析法である。線形計画法におけるパラメータ (スラック変数やサプラス変数) を導入することなく，元の釣合式の枠内で最適性規準と基底・非基底変数の交換規則にしたがって釣合式を改善することが，CP 法の大きな特徴である。

通常の CP 法は、以下のように定式化される。

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximize} & \lambda & \\
\text{Subject to} & \text{釣合式} & \lambda \boldsymbol{P} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{r} \\
 & \text{塑性条件} & |r_j| \leq r_{Pj}
\end{array}
$$

λ : 荷重係数

$\boldsymbol{P}$: 節点荷重ベクトルの基準値

$\boldsymbol{H}$: 接続マトリクス (Connectivity matrix)

$\boldsymbol{r}$: 部材力ベクトル

r_j : 第 j 部材における部材応力

r_{Pj} : 部材耐力

3.3 新たな制約条件を用いた塑性解析法の提案

一般の極限解析法では，構造部材が崩壊荷重に達したとき，その部材の接合部付近の曲げモーメントが全塑性モーメントに達し，その場所には塑性ヒンジが形成される。塑性ヒンジは，全塑性モーメントを維持したまま回転可能であり，荷重の増加に伴ってその数が次第に増加してやがて機構を構成すると，構造物は崩壊し，そのときの荷重が構造物全体の崩壊荷重となる。既往の研究では，先述の CP 法を用いて崩壊荷重を算出している。

しかし，空間骨組構造物を対象とする場合，先述のように座屈不安定現象を考慮することになる。そこで，構造部材が座屈した際，それ以後の解析に対しては，その部材に作用する軸力を座屈耐力を維持したまま荷重を負担するものとして考え，通常の極限解析における塑性ヒンジと同様の役割を与えることを考える。

このような考え方を導入することにより，軸力抵抗構造であるスペースフレームやスペーストラスの極限抵抗能力を，複雑な弾塑性解析を経ることなく求めることができると考えられる。

3.4 例

ここでは，前節で述べた概念を，簡単な例を用いて説明する。図 1 は不静定次数が 2 のトラス構造物であり，各構造部材の断面性能は全て同一である。各部材の寸法や荷重条件，または拘束条件は図 1 の通りである。各部材は，その軸力が式 (2) で示される Euler 荷重 $N_{\mathrm{cr}i}$ や，式 (3) で示される降伏軸力 N_{y_i} を用いて，式 (1) に示すような制約条件の下で推移するものとする。ただし，N_i は第 i 部材の軸力を，EI_i は第 i 部材の曲げ剛性を，ℓ_i は第 i 部材の部材長を，F は材料強度を，A_i は第 i 部材の断面積を表す。

$$N_{\mathrm{cr}i} \leq N_i \leq N_{\mathrm{y}_i} \tag{1}$$

$$N_{\mathrm{cr}i} = \frac{\pi^2 EI_i}{\ell_i^2} \tag{2}$$

$$N_{\mathrm{y}_i} = F \times A_i \tag{3}$$

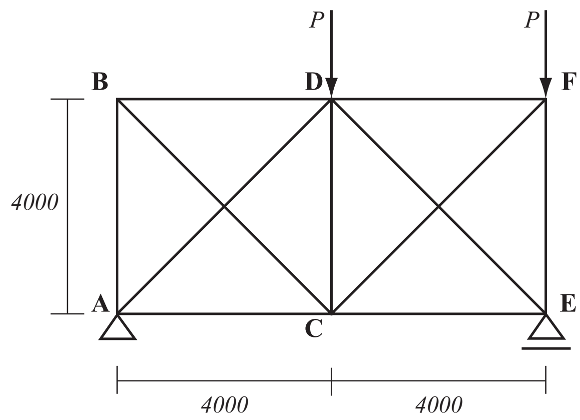


図1 二次不静定トラス

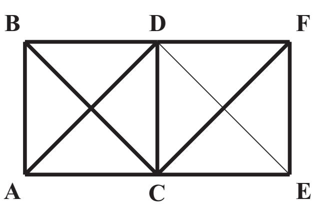


図2 1st Phase

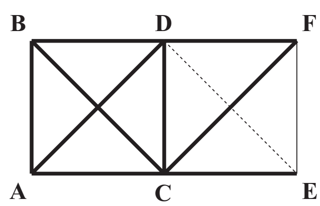


図3 2nd Phase

図 2 と図 3 はそれぞれ，図 1 の構造物に対して荷重を増加させていく過程で発生する Model (以後，太線で表現された Model を，Phase Model と呼ぶこととする。) であり，線の種類によって部材を区別している。太線で表現された部材が非座屈部材を，細線がその Phase で座屈した部材を，破線が既に座屈している部材をそれぞれ表している。

図 2 は，節点 D，F の荷重を増加させると，まず部材 DE が座屈したことを示している。ここで，前節の考え方を用いて，これ以降の荷重の増加の過程では，部材 DE の軸力 N_{DE} は N_{cr} と置く。図 3 は，図 2 に示す状態から更に荷重を増加させた時，図 2 の Phase Model の中で部材 EF が新たに座屈したことを示している。このとき，図 3 における Phase Model は不安定構造物となるため，この時点で解析を終了し，このときの荷重を崩壊荷重とする。

座屈した部材がその後の荷重増加を負担できないため，これを他の周辺部材で負担して構造を保つという考え方は冗長性の概念とよく対応しており，空間骨組構造物の冗長性を評価する手法としてこの考え方を適用することができると考えられる。

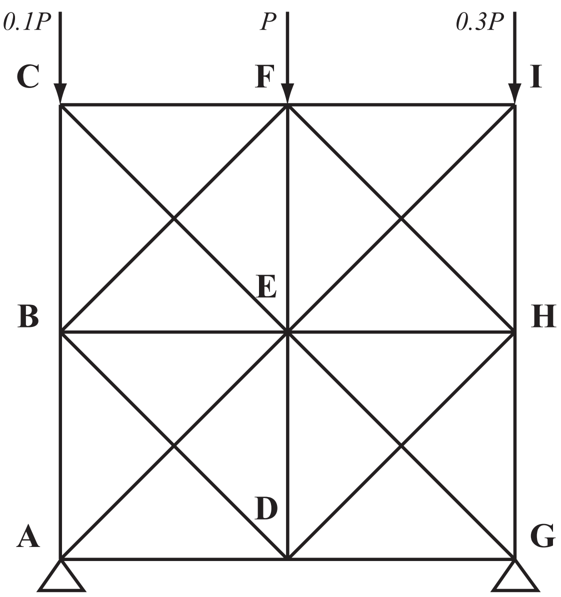


図4　平面トラス

表 1　使用部材

断面性状	中空矩形
断面寸法 (mm)	$100 \times 100 \times 6$
I_{x} (mm^4)	3.34×10^6
断面積 A (mm^2)	2163

4　数値解析例

以上の考えを用いて，本節では平面トラスと立体ラチスドームを対象とした数値解析を行った。

4.1　平面トラス

4.1.1　解析モデル

図 4 のような，荷重条件が左右非対称の 2 層 2 スパンの不静定トラス構造物を考える。トラス部材の断面はすべて同一断面とし，その断面性能を表 1 に示す。

3.4 節の例と同様に，各部材軸力は式 (1) の制約条件の中を推移し，上限を超えた部材を降伏部材，下限を超えた部材を座屈部材として，その部材は以後座屈耐力あるいは降伏耐力で荷重を支えるものと考える。以下に，解析結果を述べる。

4.1.2　解析結果及び考察

図 5 から図 8 は，図 4 に示す平面トラスが崩壊に至るまでに形成された各 Phase Model を示し，図中の線種は 3.4 節の例と同様である。これらの図から，EG，FH，AE，HG の順に座屈部材となり，HG が座屈した時点で Phase Model が不安定構造物に達したため，ここで解析を終了した。解析が終了した時点での荷重は 731.1kN であり，これを崩壊荷重とした。

図 9 から図 10 はそれぞれ，各節点の x あるいは y 方向における荷重－変位曲線を表しており，グラフ内の点は，そこで座屈部材が生じたことを示している。図 11 は各部材の余裕度を表したものであり，縦軸が

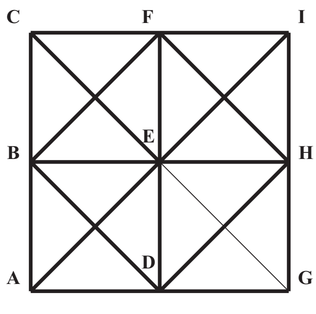


図5　1st Phase

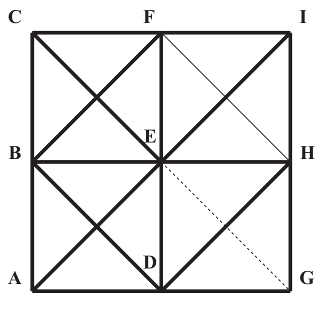


図6　2nd Phase

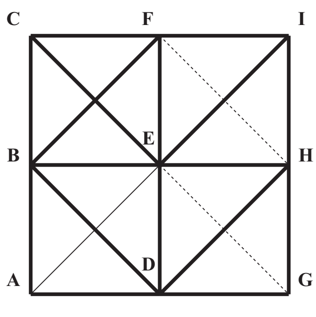


図7　3rd Phase

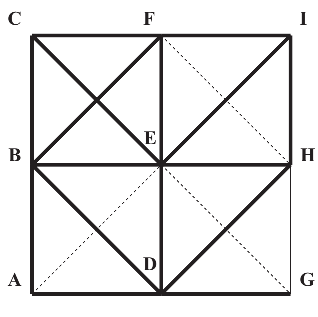


図8　4th Phase

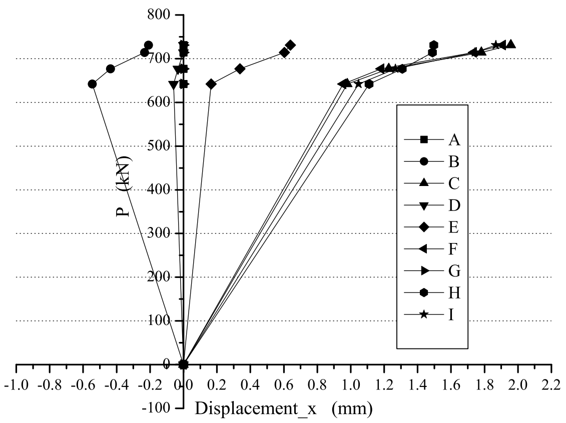


図9　荷重－変位曲線 (x 方向)

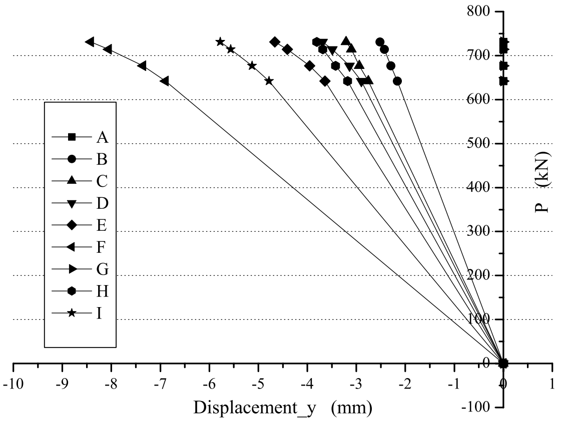


図10　荷重－変位曲線 (y 方向)

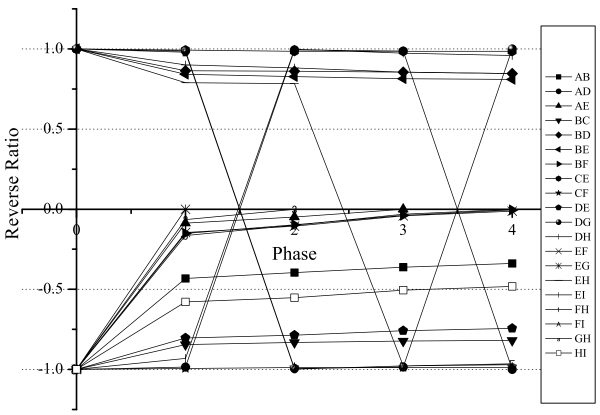


図11　余裕度の比較

各部材の余裕度を，横軸が各 Phase をそれぞれ示している。余裕度 (Reverse Ratio, RR_i) とは，座屈 (降伏) 耐力あるいは各部材の軸力の差を座屈 (降伏) 耐力で除したもの，すなわち各部材が負担できる耐力に対し，どれだけの余裕があるのかを示す指標であり，次式で表されるものである。

$$RR_i = \frac{N_{\mathrm{cr}i}(N_{\mathrm{y}i}) - N_i}{N_{\mathrm{cr}i}(N_{\mathrm{y}i})} \tag{4}$$

余裕度は，-1 から 1 の間を推移し，余裕度が負のときは部材軸力が圧縮を，正のときは引張を表しており，また，余裕度が 0 に近い部材は座屈あるいは降伏に対する余裕が少なく，その絶対値が 1 に近い部材は余裕のある部材であると言える。

図 9 や図 10 から，Phase Model が不安定構造物にならない限り，ある部材が座屈したとしても，その Phase における Phase Model が座屈部材が負担できない荷重を負担できており，EG 座屈以降も荷重の伸びが見られた要因の一つになっている。また，図 11 から，余裕度が徐々に小さくなる部材やある一定の値に収束する部材，あるいは軸力の向きが著しく変化する部材が生じていることが分かり，このことから，新たな応力伝達経路が生成されていることが明確に示されていることが分かる。

4.2　立体ラチスドーム

4.2.1　解析モデル

図 12 のような直径 20m の立体単層ラチスドームを考える。荷重は分布荷重とし，拘束節点を除いた全節点に増分荷重 P をかけた。支持条件は周辺ピン支持とし，拘束節点を○で表している。図 12 におけるトラス部材は全て同一の部材であり，各部材の断面性状や制約条件に関しても平面トラス時と同様である。また，対称性は考慮していない。

この解析の終了条件も同様に，各 Phase における Phase Model が不安定構造物に達したときとした。

4.2.2　解析結果及び考察

図 13 から図 18 までの各図は，崩壊荷重に至るまでに形成された Phase Model を表したものである。図 19 は，図 12 より，立体単層ラチスドームを A - A′ で切断した面での z 方向における荷重－変位曲線を示し，凡例の各数字は図 12 における各節点と対応している。図 20 は，解析の中で発生した各座屈部材の余裕度の推移を表したものであり，縦軸は余裕度 RR_i を，横軸は各 Phase を，凡例の各数字は座屈部材の番号をそれぞれ表している。

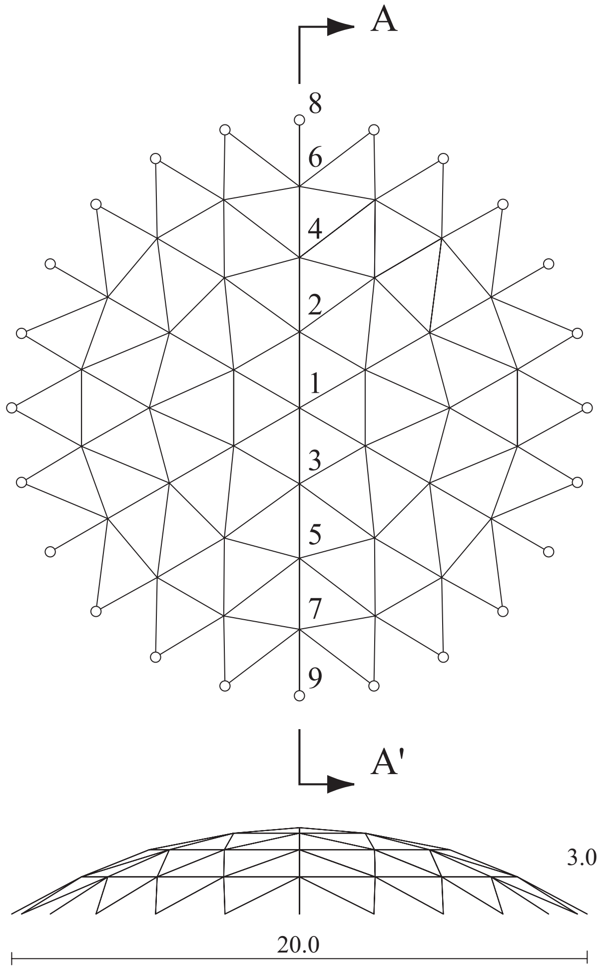


図12　**立体単層ラチスドーム**

荷重を増分させていくと，まず，図 14 より中央部分に星型ドームを形成するように座屈部材が生じ，その後は，図 15 から図 18 より，ドームの下部を構成する部材が徐々に座屈していった。20th Phase に達した際に Phase Model が不安定構造物に達したために，19th Phase のときの荷重を崩壊荷重とした。1st Phase (部材 23 が座屈) の荷重は 337.1kN，19th Phase (部材 67 が座屈) での荷重は 339.0kN だった。

図 20 より，今回座屈した部材は全て余裕度が負の範囲内で推移し， 1st Phase の段階で既に荷重に対する余裕がほとんどないことが分かる。それゆえに，図 19 より，平面トラスとは対照的に 1st Phase 以降の荷重の伸びが全くといっていいほどなく，1st Phase における座屈が周辺部材へ与えた影響は非常に大きいと言うことができる。

5　結

本論文では，空間骨組構造物を対象とした冗長性の定量的評価手法の確立に向け，空間骨組構造物の崩壊荷重の簡便な算出方法を提案した。

提案した考え方を線形計画問題として定式化できるため，通常の骨組構造物の極限解析法と同様の考え方により，軸力で抵抗する空間骨組構造物の極限解析が展開できる。これについては，次の機会に報告したい。

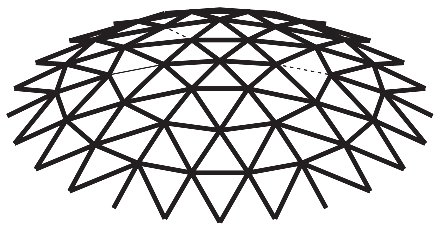


図13　3rd Phase

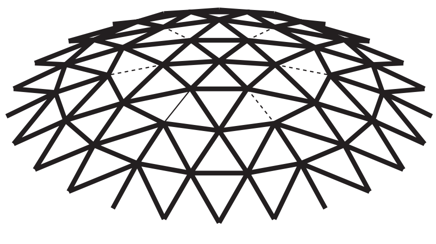


図14　6th Phase

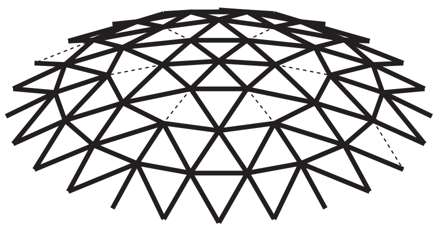


図15　9th Phase

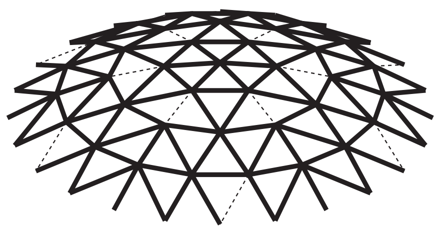


図16　13th Phase

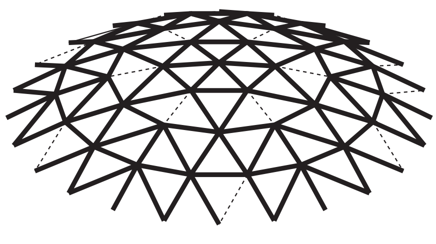


図17　16th Phase

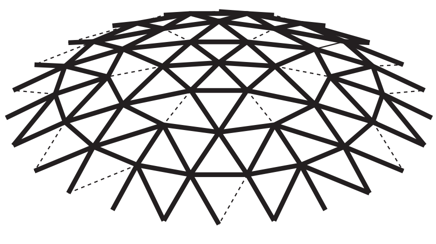


図18　19th Phase

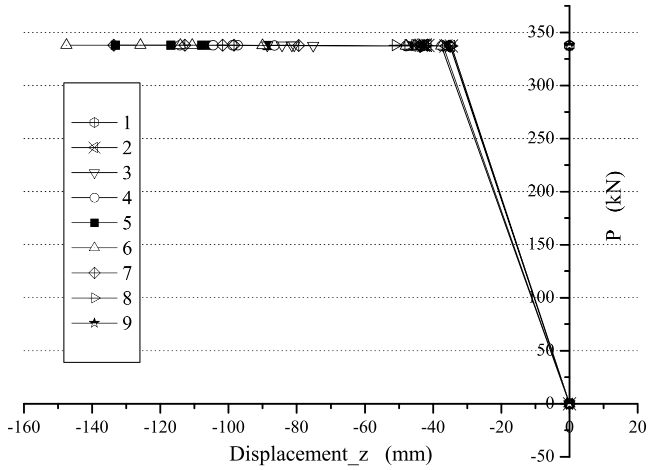


図19　荷重－変位曲線（z 方向）

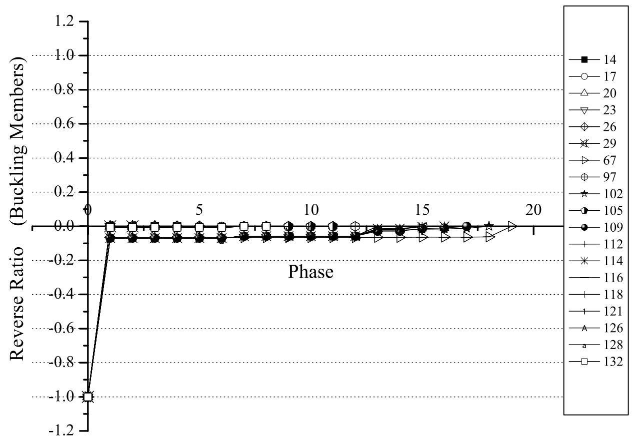


図20　余裕度の比較

参考文献

1）日本建築学会：空間構造の数値解析ガイドライン，2001

2）安江隆治：空間構造物における冗長性評価手法に関する研究，名古屋大学大学院環境学研究科修士論文，2005

3）Pauli Pedersen：On the Optimal Layout of Multi-purpose Trusses, Computers and Structures, Vol.2, pp.695-712, 1972

4）澤田樹一郎：鋼構造建築骨組の最適耐震設計に関する研究，広島大学学位論文，2001.6

5）R. K. Liversley：Matrix Methods of Structural Analysis (2nd ed.), Pergamon Press, 1976

6）大井謙一，伊藤拓海：MSCP法における鋼構造立体部材の塑性耐力相関面，生産研究，52巻8号，pp.337-340，2000.8

7）伊藤拓海，大井謙一，李正林：鉛直荷重を受ける骨組構造物の冗長性に関わる感度解析，日本建築学会構造系論文集，第593号，pp.145-151，2005.7

8）深井豊，滝野文雄：軸力の影響を考慮した骨組のリミット・アナリシス，電子計算機利用シンポジウム，Vol.1st，pp.283-288，1979.3

構造最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究

伊藤 智幸[1)]，田村尚士[2)]，大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生, itoh@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)金箱構造設計事務所　修士(工学)，tamura.n@kanebako-se.co.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1　序

構造設計には力学的合理性，安全性，経済性，施工性，審美性といった多面的な要請を同時に満たすことが求められるため，単一諸量の最大化，もしくは最小化による単純な最適化問題として扱うことは非現実的である。構造最適化に関するさまざまな研究成果が提供されているにもかかわらず，実務設計に用いられた事例が極めて少ない理由がここにある。

さらに，鋼構造物のように建築構造物は，工場で生産された規格品により構成されるのが普通である。そのため，実務設計で利用できる最適設計法の実現には，離散断面を選択できる方法が望ましく，骨組の各部材断面を有限の規格断面の中から選択する離散最適化問題あるいは組合せ最適化問題として記述されることが望ましい。

高田ら[1)] は，RC 造構造物に対して分枝限定法を用いて耐震壁の最適配置計画を解き，制約条件が配置計画に及ぼす影響や経済設計のための効率的な構造計画法に関して考察を行った。また，トラス構造物や剛接骨組構造物の弾性設計を多目的最適化問題として捉え，多目的遺伝的アルゴリズムを適用することで Pareto 最適解集合を示し，部材全重量と最大応力および最大節点変位にトレードオフの関係があることを示した[2)]。このように離散変数を取り扱う問題に対して遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, GA)は有効で，さらに多目的 GA によれば，構造設計のような多様な要求事項を同時に考慮すべき問題がある場合に対して Pareto 最適解集合を設計者へ提案可能となり，設計者はそれらの中から自らの選好により解の選定を行うことができ，設計のプロポーザルとして用いることができる。

本研究では，実務的な構造設計法，構造計算法によって安全性，経済性などを評価した多目的最適化問題の定式化を行い，これにより，実務設計において扱いやすく，建築構造物の構造性能確認に大きく寄与できる構造創生支援ソフトウェアの開発を目的とする。

2　構造創生支援ソフトウェア

本研究では，実務的な構造設計および構造計算を踏まえ，設計者の要求に応じた設計解を設計者に提案することを想定している。例として，許容応力度等設計おける構造創生支援計画の流れを図 1 に示す。

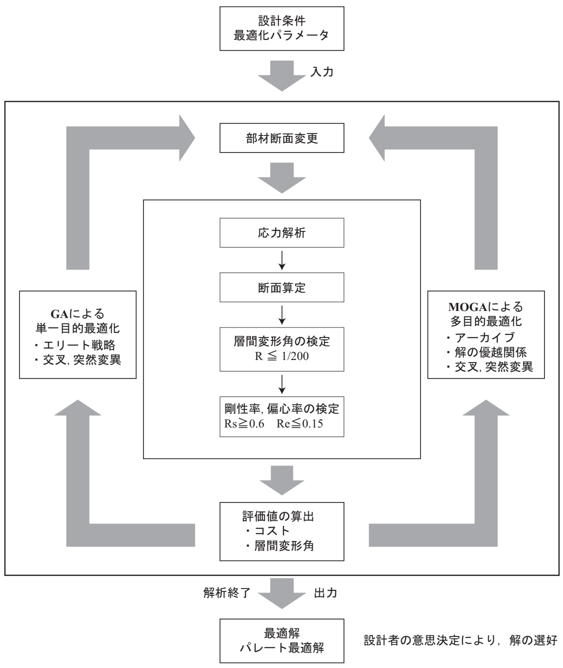


図1　本研究における構造創生支援計画

3　解析手法

3.1　遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズムは生物の進化の手法を模倣した最適化法で，本質的に離散変数を扱う手法であり，構造設計のような非線形性を有する問題や，組合せ爆発を起こすような問題に対し有効な手法である。この手法は選択・交叉・突然変異を繰り返すことで，大域的最適解の探索と，短時間でより良い解を求めることの二つのバランスをうまくとることを可能とするという大きな特徴を持ち，これを用いた構造最適化問題に関する研究も多く存在する[3),4)]。

3.2　単一目的最適化問題の定式化

許容応力度等設計の構造規定に基づき，経済性の指標として鋼材コストを目的関数として次式のような最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} &\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{C(\boldsymbol{x})} \prod_j \gamma_j \\ &\text{subject to} \quad \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) \le 0 \end{aligned} \tag{1}$$

ここに，

$\boldsymbol{x}$　: 設計変数
f　: 評価関数
C　: 鋼材コスト
γ_j　: ペナルティ関数
$\boldsymbol{g}$　: 制約条件

また構造物の鋼材コストである C は (2) 式により求められる。

$$C = \sum_i \rho_i \ell_i a_i c_i \tag{2}$$

ここに

i　: 部材番号
ρ_i　: 部材の単位体積重量
ℓ_i　: 部材長
a_i　: 断面積
c_i　: 単位重量あたりの鋼材単価

なお，制約条件として用いる条件を表 1 に示す。

表 1　制約条件

応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200以下
偏心率	0.15以下
剛性率	0.6以下
たわみ	1/250以下

3.3　多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化問題とは，複数の評価基準を同時に考慮しながら最適解を探索する問題のことであり,「ある評価値を改善するためには，少なくとも他の 1 つの評価値を改悪せざるを得ないような解」の集合である Pareto 最適解を求めることを目的とする。この問題を解くための手法として多目的遺伝的アルゴリズムは現在最も有効な手法である。多目的遺伝的アルゴリズムとは，遺伝的アルゴリズムを用いて，Pareto 最適性，すなわち解の優越関係に基づいて選択演算を行い，近似 Pareto 最適解を求める発見的手法である。この手法によれば 1 度の探索で多数の解が得られるため，複数の条件を同時に考慮する必要がある建築設計のプロセスに都合が良く，設計者は明示的に与えられた設計条件をクリアする多数の設計解の存在を確認することができる。本報では多目的遺伝的アルゴリズムの解法として，Zitzler ら[5)] による Pareto 最適解集合の探索性能が非常に優れている SPEA2 を採用している。

3.4　多目的最適化問題の定式化

許容応力度等設計に基づき，各階，各方向の層間変形角の最大値を構造物の性能として評価し，あわせて構造物の鋼材コストをも目的関数として，多目的最適化問題を次式のように構成する。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x}) = \dfrac{C(\boldsymbol{x})}{\prod_j \gamma_j} \\[2ex] f_2(\boldsymbol{x}) = \dfrac{\max_k \left(R_k(\boldsymbol{x})\right)}{\prod_j \gamma_j} \end{cases} \tag{3}$$

ここに，

$\boldsymbol{x}$　: 設計変数
f_i　: 評価関数
R_k　: k 階の層間変形角
γ_j　: ペナルティ関数

4　数値解析例

4.1　計算対象

本節では図 2 に示す X 方向 1 スパン，Y 方向 3 スパン，3 層の鉄骨造事務所構造物を対象とした数値計算を通して，手法の有効性を検討する。作用させる荷重は，長期荷重および短期荷重を設定し，短期荷重には地震荷重を想定する。地震荷重は構造物の重量を算出し，一次設計では，$C_0 = 0.2$ とした A_i 分布に基づく地震力を各層の重心位置に X 方向または Y 方向へ作用させ，許容応力度の確認に加え，層間変形角等の二次設計も行う。

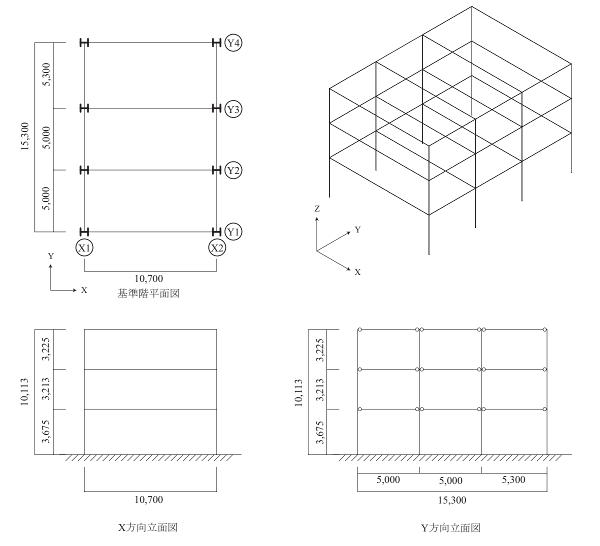


図2　計算対象

4.2　設計変数

施工性の観点から構造物の部材をいくつかのグループに分け，各グループの部材情報を設計変数とする。構造物の部材グループ化の方法については部材種別を柱，X 方向梁あるいは Y 方向梁とし，各種別に対する床負担面積から各階，各層ごとに柱を 2 種類，X 方向梁を 2 種類，Y 方向梁を 1 種類，ブレースを 1 種類とするグループ化を行う。これにより，構造物全体で 18 種類のグループ化を行い，染色体の各遺伝子座に格納する。

使用可能部材は，JIS 規格鋼材を用いるものとし，表 2 に示すように，柱については表 3 に示す H 形鋼 21 種類の中から選択を行い，梁については表 4に示す H 形鋼 22 種類，ブレースは表 5 に示す 山形鋼 20 種類から部材選択を行うものとして設計する。

また，ブレースの配置においては図 4 に示すようにY 方向構面すべてを配置可能箇所とし，ブレースは X 型ブレースのみを用い，引張ブレースのみとするため圧縮力が生じた場合は要素を削除し再計算を行う。

以上により，ブレースの配置および部材断面を設計変数とした最適化問題を扱う。

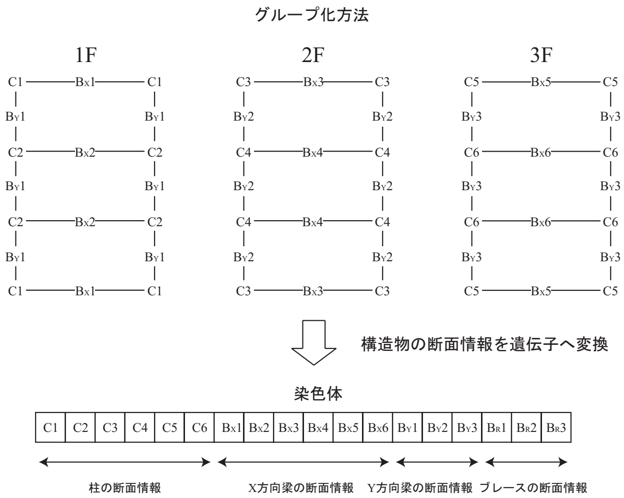


図3　グループ化と染色体

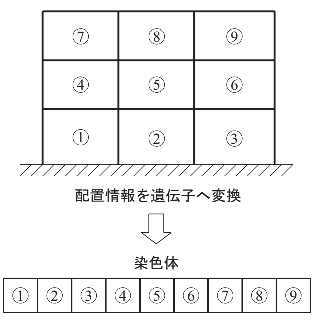


図4　ブレースの配置と染色体

表 2　選択部材の範囲

Group	Number of Member
C1 ~ C6	67 ~ 87
B_X1 ~ B_X6	4 ~ 25
B_Y1 ~ B_Y3	4 ~ 25
B_R1 ~ B_R3	251 ~ 270

表 3　柱部材選択リスト

No.	H	B	t_1	t_2	A(cm^2)	I(cm^4)	Z(cm^3)
67	150	150	7	10	40.13	1641.3	218.8
68	175	175	7.5	11	51.21	2883.8	329.6
69	200	200	8	12	63.53	4715.6	471.6
70	200	204	12	12	71.53	4982.2	498.2
71	208	202	10	16	83.69	6530.4	627.9
72	244	252	11	11	82.05	8786.7	720.2
73	248	249	8	13	84.69	9930.4	800.8
74	250	250	9	14	92.17	10832.6	866.6
75	250	255	14	14	104.67	11483.6	918.7
76	294	302	12	12	107.66	16864.2	1147.2
77	298	299	9	14	110.8	18848.6	1265.0
78	300	300	10	15	119.78	20410.2	1360.7
79	300	305	15	15	134.78	21535.2	1435.7
80	304	301	11	17	134.82	23380.4	1538.2
81	338	351	13	13	135.25	28190.3	1668.1
82	344	348	10	16	145.99	33295	1935.8
83	344	354	16	16	166.63	35330.3	2054.1
84	350	350	12	19	173.87	40295	2302.6
85	350	357	19	19	198.37	42796.1	2445.5
86	388	402	15	15	178.45	48965.1	2524.0
87	394	398	11	18	186.81	56145.3	2850.0

表 4　梁部材選択リスト

No.	H	B	t_1	t_2	A(cm^2)	I(cm^4)	Z(cm^3)
4	198	99	4.5	7	23.17	1581.5	159.7
5	200	100	5.5	8	27.15	1844.2	184.4
6	248	124	5	8	32.67	3537.1	285.3
7	250	125	6	9	37.65	4051.7	324.1
8	298	149	5.5	8	40.8	6318.2	424.0
9	300	150	6.5	9	46.78	7209.2	480.6
10	346	174	6	9	52.68	11094.4	641.3
11	350	175	7	11	63.14	13559	774.8
12	354	176	8	13	73.68	16097	909.4
13	396	199	7	11	72.15	20018.8	1011.1
14	400	200	8	13	84.11	23704.4	1185.2
15	404	201	9	15	96.15	27486	1360.7
16	446	199	8	12	84.3	28697.3	1286.9
17	450	200	9	14	96.76	33450.7	1486.7
18	456	201	10	17	113.32	40397.2	1771.8
19	496	199	9	14	101.27	41869	1688.3
20	500	200	10	16	114.23	47846	1913.8
21	506	201	11	19	131.29	56516	2233.8
22	596	199	10	15	120.45	68715.9	2305.9
23	600	200	11	17	134.41	77632.2	2587.7
24	606	201	12	20	152.47	90395.1	2983.3
25	612	202	13	23	170.65	103487.4	3381.9

表 5　ブレース部材選択リスト

No.	H	B	t	A(cm^2)
251	40	40	5	3.76
252	45	45	4	3.49
253	50	50	4	3.89
254	50	50	6	5.64
255	60	60	4	4.69
256	60	60	5	5.80
257	65	65	6	7.53
258	65	65	8	9.76
259	70	70	6	8.13
260	75	75	6	8.73
261	75	75	9	12.69
262	75	75	12	16.56
263	80	80	6	9.33
264	90	90	6	10.55
265	90	90	7	12.22
266	90	90	10	17.00
267	90	90	13	21.71
268	100	100	7	13.62
269	100	100	10	19.00
270	100	100	13	24.31

4.3 単一目的最適設計

本節では，経済性を重視した構造物を目標とし，許容応力度等設計の構造規定を満足することを目標とした単一目的の最適設計を行う。最適化パラメータを表 6 に示す。

表 6　最適化パラメータ

アルゴリズム	遺伝的アルゴリズム
設計変数	27
個体数	50
世代数	1000
交叉率	0.8
突然変異率	0.1
選択方法	トーナメント選択

計算によって得られた解について考察する。得られた解の鋼材コスト，重量を表 7 に，構造性能を表 8 に示す。また，コスト最小解の各層における柱梁の部材配置，使用部材の断面を模式的に表現したものを図 6 に示す。

Y 方向の変形が非常に小さくなっていることがわかる。これは，X 方向はラーメン構造であり Y 方向はブレース構造であるため，ブレースの剛性が高く，X 方向の部材選択が支配的になっているためと考えられる。また，コスト最小解の中柱に位置する部材はブレースによって水平方向の外力を負担させるため，外柱と比べて外径の小さな部材が選択されている。その結果，外柱およびブレースによって水平力に抵抗することで中柱の断面を減少させ，コストの低減を図る構造システムとなっていることがわかる。梁に関しては，X 方向のスパン長が大きいため，大断面の梁が配置されているが，Y 方向は端部がピンとなっているため，コストの低減が図られている。さらに，地震力は上層になるにしたがって減少するため，その外力に応じて小さな断面を持つ部材が選択されていることがわかる。

図 7，図 8 は最適化計算における適合度の推移とコストの推移を表している。制約条件を満足するように大きな断面を持つ部材が選択されても，ブレース配置によって制約条件を満たさなくなってしまうため，初期世代では適合度の高い個体が得られていない。しかし，断面の小さい部材の選択やブレース配置によって徐々にコストが減少し，約 880 世代で最も適合度の高い個体を得られていることが確認できる。

表 7　コスト最小化問題の解析結果

Cost (Yen)	Weight (Ton)
1,543,300	19.94

表 8　コスト最小解の構造性能

	階	X方向	Y方向
	1	1/438	1/820
層間変形角	2	1/384	1/563
$\leq 1/200$	3	1/518	1/817
	1	0.0009	0.0277
偏心率	2	0.0004	0.0257
≤ 0.15	3	0.0003	0.0214
	1	0.9453	0.7241
剛性率	2	0.6401	0.8051
≥ 0.6	3	1.4145	1.4707

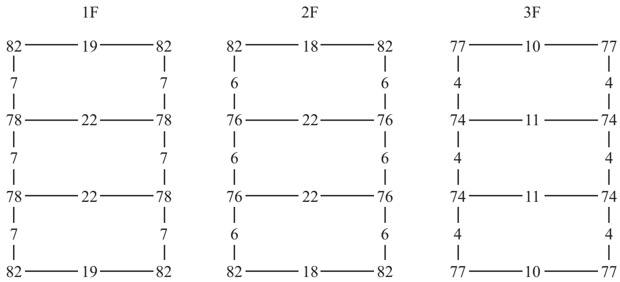


図5　コスト最小解の柱梁部材配置

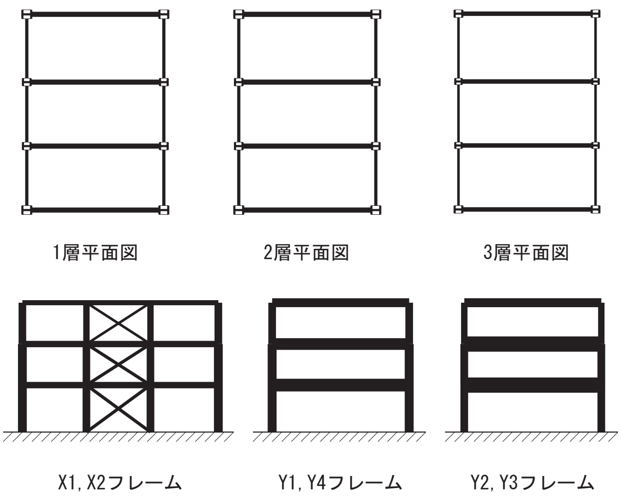


図6　コスト最小解の柱梁寸法の模式図

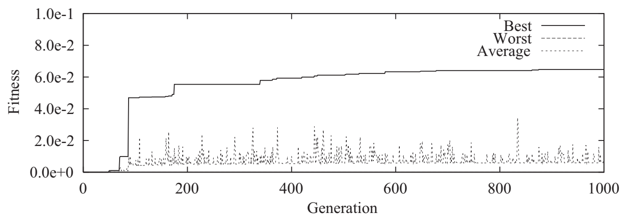


図7　適合度の推移

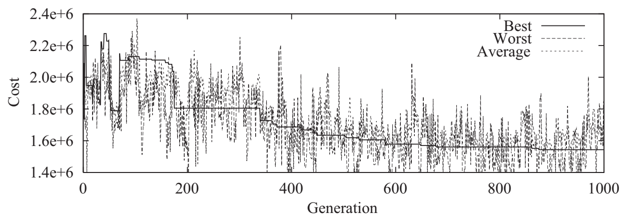


図8　コストの推移

4.4 多目的最適設計

本節では，経済性と安全性を同時に考慮し，かつ許容応力度等設計の構造規定および実務的な設計条件を満足することを目標とした多目的最適設計を行う。最適化パラメータを表 9 に示す。

表 9　最適化パラメータ

アルゴルズム	SPEA2
設計変数	27
個体数	50
アーカイブ数	50
世代数	1000
交叉率	0.8
突然変異率	0.1

得られた Pareto 解集合の鋼材コストおよび最大層間変形角の結果を表 10，表 11 に示す。

表 10　解析結果(鋼材コスト)

Max Cost(Yen)	Average Cost(Yen)	Min Cost(Yen)
1,971,160	1,645,950	1,418,250

表 11　解析結果(最大層間変形角)

Max Drift	Average Drift	Min Drift
0.003258	0.002154	0.001633

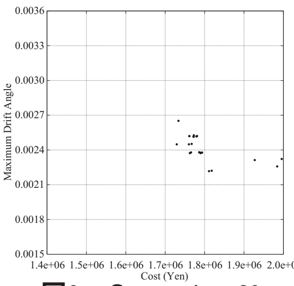


図9　Generation 60

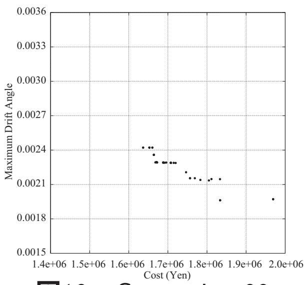


図10　Generation 90

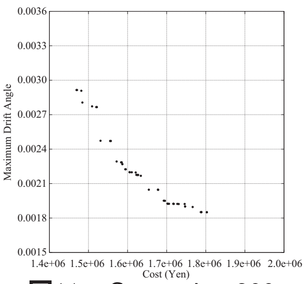


図11　Generation 200

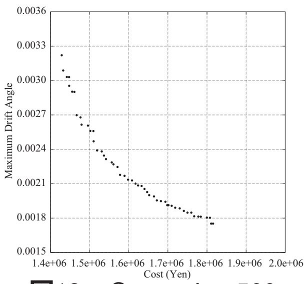


図12　Generation 500

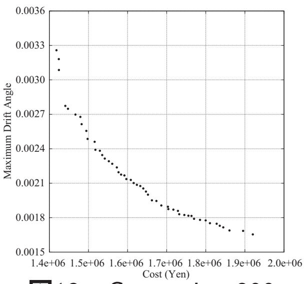


図13　Generation 800

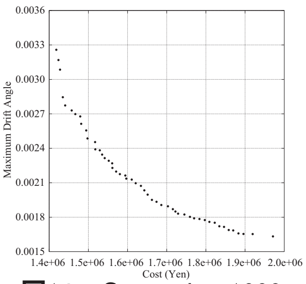


図14　Generation 1000

Pareto 解集合の鋼材コストに関して，その最小値と最大値の差が約 60 万円となっており，広い領域で設計解を得ることができ，最小値についてはコスト最小解の近傍の解といえる。

また，SPEA2 による各世代のアーカイブ母集団を図 9 ～ 図 14 に示す。初期世代では目的関数空間上に Pareto 解はそれほど存在せず，アーカイブ母集団には多くの劣解が含まれている。世代が進むにつれて Pareto 解が増え，各目的関数値の最小化が行われるため幅広い Pareto 解が得られている。

次に，Pareto 解集合に含まれるコスト最小解と層間変形角最小解の部材配置および構造性能について考察する。コスト最小解については，前節で示したコスト最小解とはブレースの配置が異なるが，柱においては，1 階では，前節と同様に外柱が中柱よりも大きな部材が選択されており，外柱とブレースによって水平力を負担している。また 2 階においてはブレースが両端にあり，1 階よりも断面の大きな部材が選択されているため，ほとんどの水平力をブレースが負担している。しかし，X 方向の水平力やブレースの付加軸力によって，それほど断面は小さくならないことがわかる。層間変形角最小解では，柱については同一階ではそれほど大きな差異はなく，上階になるにしたがって断面の小さな部材が選択されている。また，X 方向，Y 方向ともに層間変形角を小さくするために全体として大きな断面の部材が選択されている。

5　結

本報では，鋼構造物に対して，コスト最小化を目的とした部材断面とブレース配置の同時最適化を用いた最適設計，およびコストと変形量の最小化を目的とする多目的最適設計を行い，得られた設計解および Pareto 解集合の考察を行った。

得られた Pareto 解集合には多様な解の存在が確認でき，またその構造性能の確認が容易になり，設計者への設計案の提案が可能となると考えられる。

また今後の課題として，さまざまなモデルを用いた解析を行い，ブレースの配置が設計解に与える影響を考察することが必要であると考えられる。さらに，保有水平耐力を考慮した多目的設計法の提案を視野に入れていく予定である。

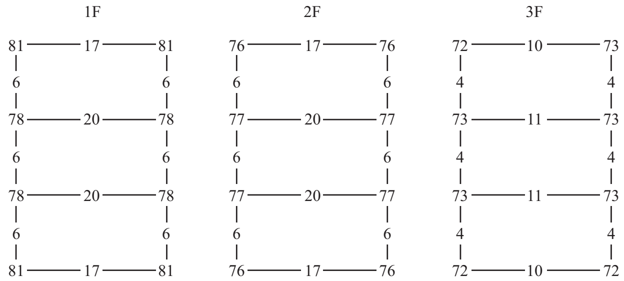


図15　コスト最小解の柱梁部材配置

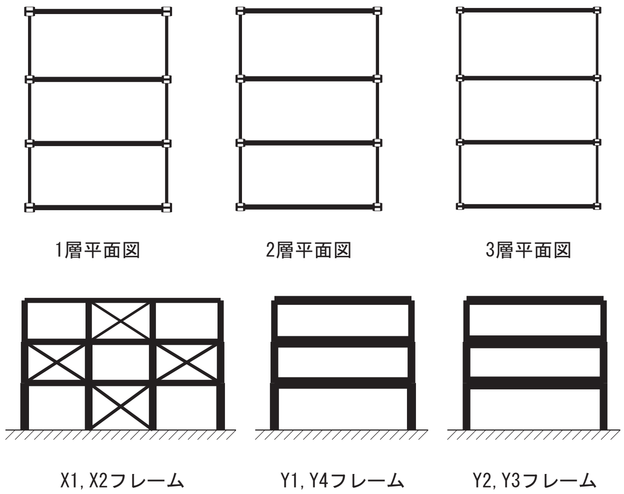


図16　コスト最小解の柱梁寸法の模式図

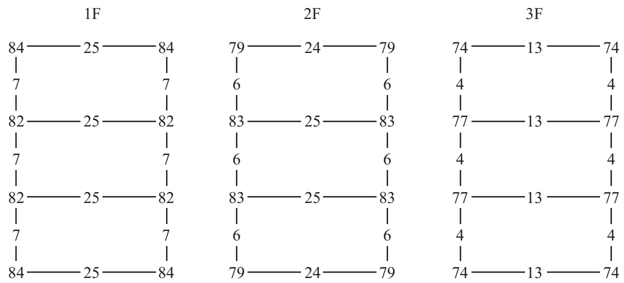


図17　層間変形角最小解の柱梁部材配置

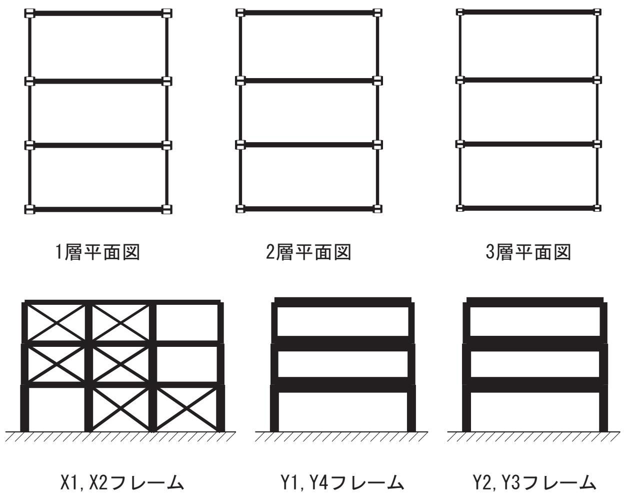


図18　層間変形角最小解の柱梁寸法の模式図

参考文献

1）高田豊文，小浜芳朗，宮村篤典：多層 RC 立体架構に対する連層耐震壁の最適配置に関する考察，日本建築学会構造系論文集，No. 522, pp. 93-98, 1999.

2）高田豊文，松嶋圭吾，服部勇：骨組構造物の弾性解析に対する多目的遺伝的アルゴリズムの応用 (その 1 ～ 3)，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造 I, pp. 273-278, 2003.

3）大森博司，鬼頭伸彰：遺伝的アルゴリズムを用いたトラス構造物の形態創出，日本建築学会構造系論文集，No. 520，pp.85-92，1999.

4）石山達士，田村尚士，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる鋼構造物の最適設計に関する研究(その1 ～ 2)，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造 I, pp. 355-358, 2005.

5）E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), 2001.

宋代『虹橋』の構造原理についての研究

陳　沛山[1)]，大川原　恵美[2)]，原田　恵美子[2)]，細川　美穂[2)]
1)　八戸工業大学 大学院工学研究科建築工学専攻 助教授，博士（工学），chen@hi-tch.ac.jp
2)　八戸工業大学　建築工学科,4 年生

1. はじめに

虹橋は，中国北宋時代（A.D.960-1127）の都の開封（現在の河南省開封市）に建てられた木造アーチ状橋である。数百年前，この橋は黄河の洪水によって被害を受けて崩壊した。その為，我々は「清明上河図」という画巻でしかこの美しい橋を見ることができない。

「清明上河図」は横 528*cm*，縦 24.8*cm* の画巻であり（図 1），中国北宋時代の有名画家張澤端によって描かれたものである。張擇端は，宋代の開封市の東南部の風景を連続的に描いたが，絵の中心部にアーチ状の虹橋が描かれている（図 2)。「清明」とは春頃の墓参り季節であり、虹橋は城壁外へ墓参りに行く通り道となっている (図 3)[1)]。虹橋の上には人物，家畜，屋台などがあり，市場とコミュニティの場所となっているようである。したがって，虹橋はこれらすべての荷重を支えるのに十分な安定性と強度を持ちながら大スパンを形成し，船がその下を自由に通れるように建設されたのである。

絵を観察すると，虹橋は赤い色の美しい虹形であり，汴河（べんか）の上に架けられている。汴河は中国南北の大運河を結び，当時の中国の首都とその他の地方，そして海外への主要な交通ルートとなっていた。

開封市政府は,「清明上河図」のテーマパークを建設し，虹橋を再建した（図 4)。但し，この新しい虹橋は，鉄筋コンクリート造であるので，虹橋本来の原理を反映せず,幾何学寸法も本来の虹橋と異なる。

図 1　清明上河図複製品

虹橋の幾何学的規模，建設方法，並びに力学原理は依然として謎のままである。虹橋は木造アーチ状

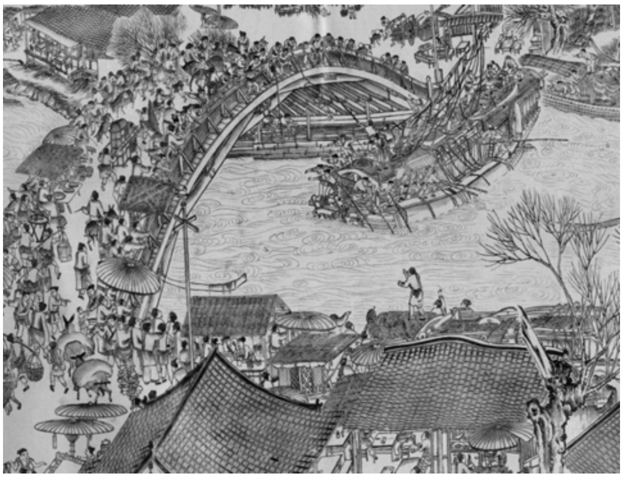


図 2　清明上河図中の虹橋

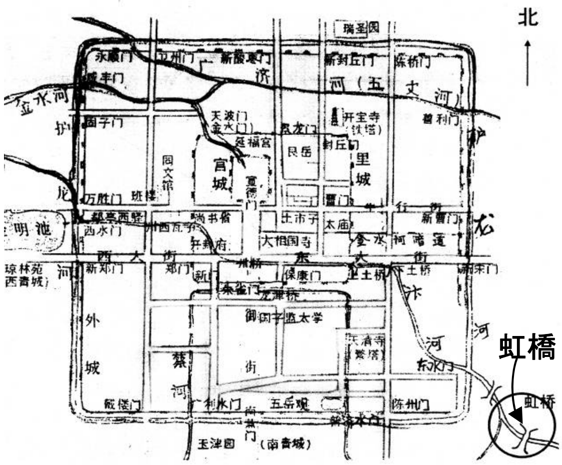


図 3　宋代の開封市と虹橋の位置 [1)]

図 4　開封市が再建した RC 造虹橋

橋であるが，その力学原理はアーチに近いものかについての研究は中国におけるアーチの歴史に関わる課題となる。したがって，虹橋の歴史，幾何学的構成と構造原理を解明することが重要な課題となる。このような歴史的構造物についての研究を通して，現代構造デザインに啓発を与ることができる。

本研究は僅かな資料と「清明上河図」の1枚の複製品に基づいて展開している。本論文は中国の木造アーチの歴史，虹橋の幾何学的寸法，そしてその構造原理についての研究結果を報告する。

2. 中国アーチ状木造橋の歴史概要

水運は古代中国の重要な輸送手段であった。陸上の交通を確保するため，数多くの橋を建設したことが想像できる。中国の著名建築家梁思成によると，中国の石造アーチ橋の歴史はおよそ 1400 年前に現れ，河北省にある趙州橋[1] は現存する中国最古の石橋として知られている（図 5)。趙州橋はスパン 37 m余り，全長 51m であり，中国隋朝の匠李春または魯班により建設したと言われている。

宋代天禧元年(A.D.1017)に船と木造橋の支柱との衝突を避けるため「無脚橋」の建造を提案したことが史料「宋会要」に記載されている [3]。「無脚橋」とは，川の中央部に支柱を使用しない木造橋のことを示す。「無脚橋」の建造者は，宋朝の内殿承製である魏化基だった。その建造手法について,「編木為之，貫釘其中」と記載されていた。すなわち，魏化基が試みた方法は，材木で編成した構造体に釘を貫通させるという方法だった。残念なことに，魏化基の研究は実現できず，失敗に終わった。これらの歴史から推測すると，A.D.1017 前に中国では木造アーチが存在していないことが分かる。

図 5　趙州橋の写真 [2]

史料「青州府誌」や「宋会要」によると，魏化基の挑戦から十数年後，青州府（山東省）において氏名不詳氏が「飛橋」を建造した。「飛橋」は南陽河に架けられたため「南陽橋」とも呼ぶ。南陽橋は，端部が巨石で固定され，川には支柱は立てられていない。南陽橋は，中国最初のアーチ状木造橋であると推測でき，その建造年代はおよそ 990 年前と推定できる。

慶歴年（A.D.1041-1048)，首都開封の汴河において，船と木造橋の衝突事故が相次ぎ，陳希亮が南陽橋の技術を引用して虹橋を建設した。そして，清明上河図に描かれている虹橋は，およそ 960 年前に建造したものと推定できる。

趙州橋のような石造アーチは，木造アーチ状橋の出現より 300 年ほど前に現れた。しかし，石アーチの技術は，宋朝首都の虹橋の建設に応用されていないことが事実である。筆者らはその理由について調査研究している。

今日，虹橋に類似した構法で建造されている古い橋は甘粛省，浙江省などの地域で見られる。図 6 は浙江省に建っている梅宗橋の構造を表している [3]。

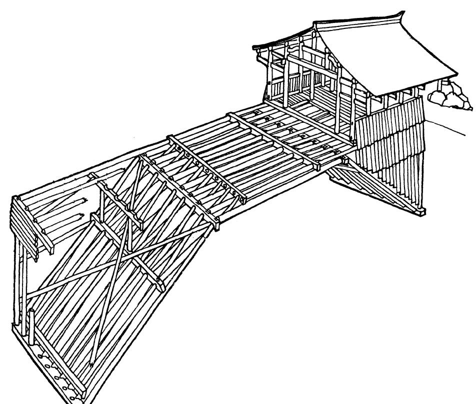


図 6　梅宗橋の構造 [3]

3. 虹橋の幾何学寸法

3.1　円弧での近似計算

虹橋の幾何学寸法に関する歴史資料は発見されていない。但し,「図書集成・職方典」などの史料によると汴河の幅は 5 丈，水深は 5 尺だった。「丈」と「尺」は，中国古代の長さ単位であり，時代と地方

によってその基準が異なる。北宋時代の官制尺度によると，１尺は 31.6*cm*，１丈は 3.16*m* である[4)]。したがって，汴河の水面幅は 16*m*，水深は 1.6*m* であると推測できる。

「清明上河図」の画家は幾何学的な透視原理を用いていない。そのため，透視手法と３次元幾何学計算方法を用いて虹橋の幾何学寸法を確定することは大変困難なことである。

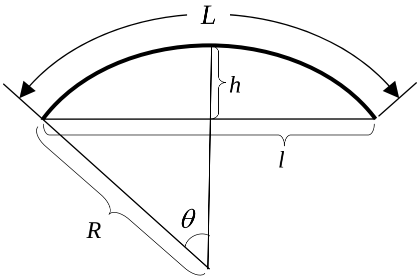


図７　幾何学モデル

本研究では，橋の周辺の人物や物体の寸法の比率を割りだすことにより，橋の寸法を推定した。図 7 に示すように，虹橋の主架構の中心線は円弧であると仮定し，スパンとライズを推定する。その円弧の半径を R，スパンを l，ライズを h，そして円弧の長さを L とすると，下記のような単純計算式を得ることができる。

$$R\sin\theta = \frac{1}{2}l \tag{1}$$

$$h = R(1-\cos\theta) \tag{2}$$

$$L = 2R\theta \tag{3}$$

方程式(2)と(3)から，次式を得る。

$$\frac{L}{h} = \frac{2\theta}{1-\cos\theta} \tag{4}$$

そして，絵中の橋のライズと人物の身長の比より橋のライズが h = 5*m* であると推定できる。「清明上河図」では，橋の近くに故障した船を描いている。人々が橋の片側に込みたててその故障船を救助している様子を活き活きと描いている。この場面では，2，3 人の人物が蜀柱（手すりの支柱）の間に込みたてている。絵と同様な方法で２人か３人で込み立て実験した結果，その必要な空間の幅が約 0.85 *m* であることが分かった。従って，虹橋の手すりの支柱間の距離は 0.85*m* と推定できる。橋はおよそ 24 本の手すりの支柱があるので，アーチ弧長は $L \approx (24-1)\times 0.85 \approx 20m$ と近似的に推定できる。式（4）により，$2\theta/(1-\cos\theta) = 20/5$，$\theta = 1.11rad$ を得る。式（1）と（2）を用いて，半径 R とスパン l を下記の通りに算出できる。

$$R = \frac{h}{1-\cos\theta} = \frac{5}{1-\cos 1.11} \approx 9m$$

$$l = 2R\sin\theta = 2\times 9\times \sin 1.11 \approx 16m$$

さらに，橋上の人物，かご，そして露店の寸法を分析すると，橋の主架構の幅は約 9*m* となる。

3.2　形状と部材寸法

虹橋の構造は，アーチ部材と水平横材が密接して噛み合っている。これゆえ，全体形状は，部材の断面寸法に依存している。例えば，部材断面の直径が大きくなる，或いは材長が短くなると，全体曲率が大きくなりライズが次第に大きくなる（図 8）。

絵を考察した結果，橋の幅員方向では 21 本の材木が並んでいる。前節で推定した橋の幅が 900*cm* であるので，材木の径は 900*cm*/21≒42*cm* となる。

ここに，アーチに用いられている材木は同じ長さ

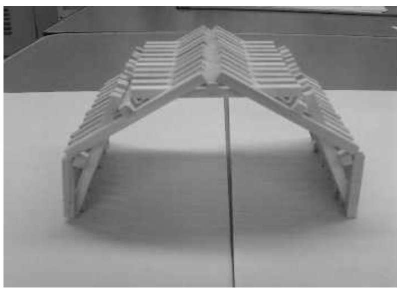
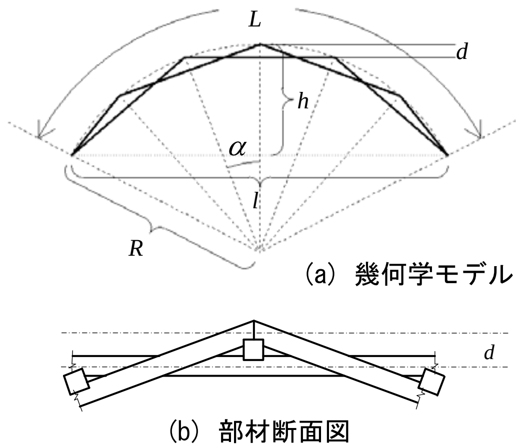


図 8　太く短い部材が大きいライズを形成



(a) 幾何学モデル

(b) 部材断面図

図 9　形状と部材寸法による計算モデル

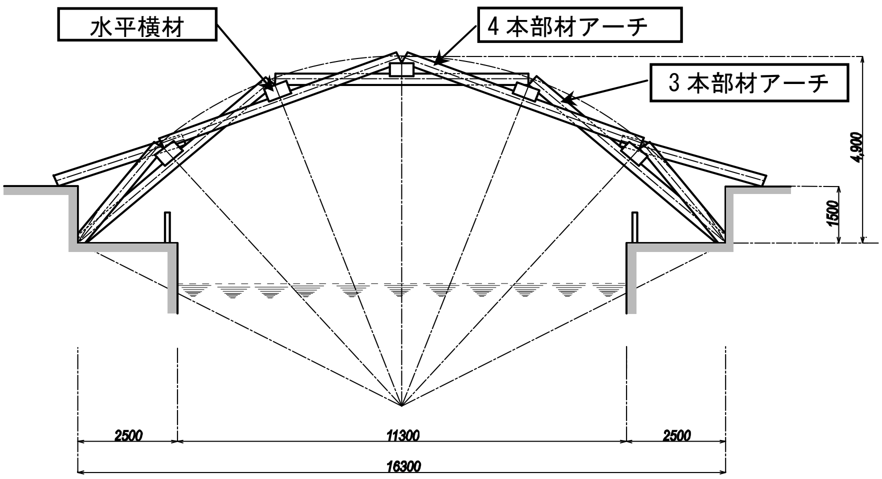


図 10　虹橋の構造原理と断面寸法

と同じ径であると仮定する。図 9 に示している計算モデルを用いて，下記の幾何学関係が成り立つ。

$$L = 6\alpha R \tag{5}$$

$$d = R(1-\cos\alpha) \tag{6}$$

$$\frac{L}{d} = \frac{6\alpha}{1-\cos\alpha} \tag{7}$$

距離 d は材芯間の距離である。図 9(b)により距離 d はおよそ材木の径の 2 倍である。垂直に交差している部材は十字形相欠き継ぎとなり，断面の欠損が存在する。この十字形相欠き継ぎにより断面径の欠損を考慮して， $d = 60cm$ と推定する。

前節で推定した弧長 L=20m を用いて，式(7)より $20/0.6 = 6\alpha/(1-\cos\alpha)$ ， $\alpha = 0.364rad$ ， $R = L/6\alpha = 9.2m$ が得られる。従って，部材の断面から推定した虹橋の幾何学寸法は：

スパン： $l = 2R\cdot\sin(3\alpha) = 16.3m$

ライズ： $h = R[1-\cos(3\alpha)] = 4.9m$

材　長： $2R\cdot\sin\alpha = 6.5m$

これらの結果は，3.1 節の推定結果に近い。ただし，文献 3)はスパンが 18.5m, 幅が 9.6m と推定したが，その推定方法は明らかにされていない。

この幾何学寸法に基づいて作成した虹橋の断面図は図 10 に示されている。

4. 構造原理

4.1 虹橋の主架構

図 10 と図 11 に示すように，虹橋は 3 本部材アーチと 4 本部材アーチの 2 種類のアーチで構成されている。5 本の水平横材はアーチ面と垂直して配置され，アーチ材と十字形で噛み合わせている。その接合部は図 12 に示している。

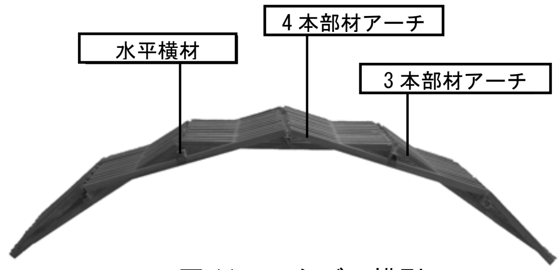


図 11　スタディ模型

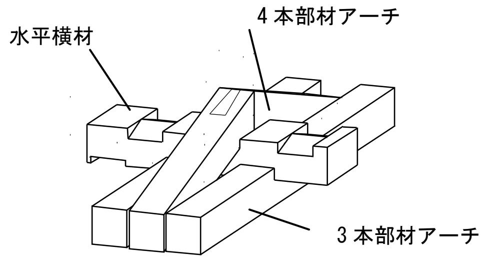


図 12　接合部のイメージ図

虹橋の主要な構造部材に釘は使われなかったと考えられる。但し，釘を使ってデッキプレートを固定した可能性がある。中国の木造古建築の接合部では，相欠き継ぎや枘継ぎなどをよく使用する[5,6]。虹橋の角材の接合にも適切な相欠き継ぎや枘継ぎを使用したと考えられる。この相欠き継ぎや枘継ぎは骨組の回転自由度と横変位を拘束し，構造全体の安定性を保つことに役立つ。画巻を考察すると，縄か鉄製の線材で接合部を留めているように見える。但し，図 6 の類似した伝統的な橋では釘を使用していない。接合部について，より詳細な研究が必要である。

4.2 構造特徴と力学原理

虹橋はアーチの形状を持つが，その力学特性がアーチに近いかを解明することが必要である。本研究では，材料性質や境界条件を適切に設定して虹橋の主架構の一般的な力学性質を調べることにより，その力学特性を分析する。図 13 に示す解析モデルを用いて静的力学解析を行った。

解析モデルでは，全ての部材は 42×42*cm* の同断面とする。木材は典型的な異方性材料である。ここに，主架構の一般的な力学特性を調べるための力学解析を単純化するために，木材の年輪方向の剛性を無視し，各部材を等方性材料と仮定する。現在の松の木の機械特性を参照して，弾力係数性は $10^6\,N/cm^2$，比重は $6\times10^{-3}\,N/cm^3$ と仮定する。橋面に作用する等分散荷重を $1.5kN/m^2$ と仮定し，この荷重にはデッキとその他の支持材などの固定荷重や積載荷重を含んでいる。

全ての部材は軸方向力を伝達できる梁材とし，そのねじれ回転を拘束する。接合部の適切な相欠き継ぎや枘継ぎの拘束を考慮し，構造全体のアーチ面外方向の自由度を拘束する。アーチ部材の間はピン接合とし，支持点もピン接合とする。

本来の構造体は木材と木材が密接して接合されている。但し，解析モデルでは部材の芯線を用いてモデル化されたため，材芯と材芯の間に距離が生じる。材と材の接合をモデル化するため，水平横材を省略して，代わりにバネリンクでアーチ材をリンクする。図 13 に示す解析モデルでは，実線はアーチ部材，点線はバネリンクを示す。但し，材木の直径方向の変位が非常に小さいことを想定して，バネリンクのバネ定数を大きく設定して解析を行う。

構造変形のイメージを図 14，軸方向力とモーメントの分布をそれぞれ図 15 と図 16 に示す。解析結果より，下記の力学特性をまとめることができる。

1) アーチ部材に生じる曲げモーメントは正と負の両方向に現れ，同等材質の単純梁の曲げモーメントより小さい。
2) 水平横材と交差している位置において，アーチ材が外側へ張り出す傾向があり，これは上記のモーメント分布特徴の原因となる。但し，外側へ張り出す挙動を拘束するために，接合部にはロープまたは鉄の留め具により水平横材とアーチ材を拘束して一体化することが必要である。
3) 小さい軸方向力は上部に生じ，大きい軸方向力は下部に生じるが，その差は著しくない。

虹橋の構造システムは，部材レベルで考察すると梁の特性を持つ。軸方向力の分布を考察すると，虹橋の力学特性はアーチに近いと言える。トラスやスペースフレームの視点から考察すると，部材が２層を渡って交差しているが，上弦材と下弦材が存在しない。即ち，虹橋の構造システムは純粋な曲げでなく，完全なアーチとも言えない。トラスやスペース

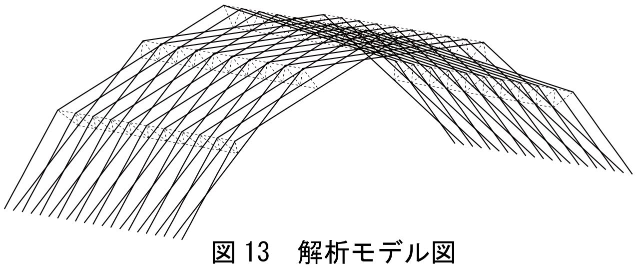


図 13　解析モデル図

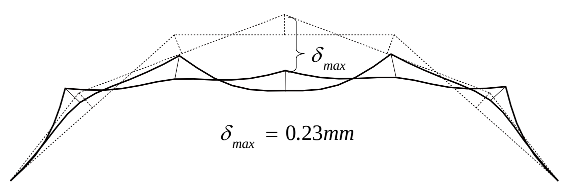


図 14　構造変形イメージ図

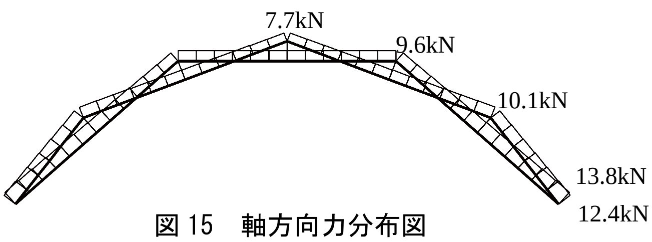


図 15　軸方向力分布図

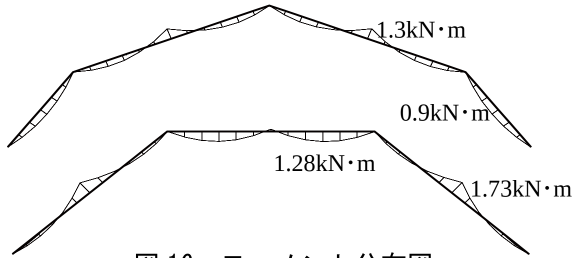


図 16　モーメント分布図

フレームの幾何学特性を持っている。この構造システムについて、唐寰澄は中国語で「叠梁」システムと名付けたが [3)]，筆者は”Lap-Beam”と英文に翻訳したい。

5. 現代空間構造への応用の可能性

筆者らは，虹橋の特殊な構造原理を空間構造への応用について研究している。まず，虹橋の水平横材を延長することにより円筒型の空間構造を創出できる（図 17）。ここに，この構造体を“Lap-Beam 円筒”と呼ぶ。直線状の水平横材をアーチ状にすると，図 18 に示しているドーム型の構造を造り出せる。このドームを Lap-Beam ドームと呼ぶ。

現段階では，モルフォロジ的な視点から虹橋の構成原理の利用方法を研究しているが，その力学特性や生産性についての分析を行っていない。

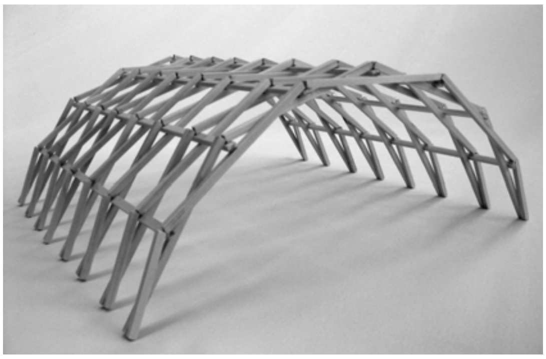


図 17　Lap-Beam 円筒

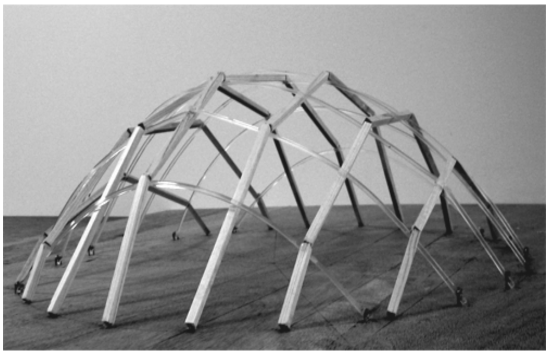


図 18　Lap-Beam ドーム

6. 結論

本論文では宋代名画巻「清明上河図」に描かれた虹橋の歴史背景，並びに中国のアーチ状橋の歴史についての調査研究結果をまとめて報告した。そして，中国の木造アーチ状橋はおよそ 990 年前の北宋時代に現れ，中国の石造アーチより 300 年遅いことが分かった。

虹橋の幾何学寸法を計算し，そのライズは約 5*m*，スパンは 16.3 *m*，全体幅は 9*m* であり，アーチ部の角材の長さは 6.5 *m*，断面径は 40*cm* と推定した。

近似的に力学解析を行った結果，虹橋のアーチ部材には軸方向力と曲げモーメントが生じるが，曲げモーメントが正と負の両側に分布しているため，同様の単純梁と比べてモーメントが小さいことが分った。虹橋の構造システムは曲げ，アーチ，トラスやスペースフレームとして分類でないが，梁とアーチの特性を同時に有すると考えられる。トラスやスペースフレームの幾何学特性を持っているが，スペースフレームの力学特性との比較は今後の研究課題になっている。

さらに，虹橋の構造原理を利用して円筒型やドーム型空間構造への応用例で示した。但し，提案した空間構造の応用例の力学特性についての研究は今後の課題になっている。

本研究は一枚の絵に基づいて，少ない情報で展開しているので，追加調査研究を行っている。虹橋の使用材料，建設方法，接合部の詳細，力学特性など数多くの課題が残されている。今後，一層努力して研究を続けていこうと考えている。

参考文献

1) 王開儒：清明上河図的千古奇冤，天津人民美術出版社，pp.30-32, 2005
2) 梁思成： 建築文萃, SDXJoint Publishing Company, pp.263-264, 2006
3) 唐寰澄： 中国古代橋梁，文物出版社，pp.64-78, 1987
4) 肖　旻： 唐宋古建筑尺度規律研究, 東南大学出版社, 2006
5) 梁思成：清式営造則例, 清華大学出版社, 2007
6) 梁思成：清工部「工程作做法則例」図解, 清華大学出版社, 2007

形態創生手法の構造デザインおよび制震への応用

藤井大地
近畿大学工学部建築学科，准教授，博士（工学），dfujii@hiro.kindai.ac.jp

1 はじめに

近年，位相最適化手法などを利用した様々な形態創生技術が開発され，機械部品の軽量化や建築分野の構造デザインなどへの応用が試みられている。

筆者らも，数理計画法を利用した形態創生ソフトを開発し，構造デザイン[1)]，CFRP 板による床スラブの最適補強法[2),3)]，制震機構の開発[4),5)]などへの応用を試みている。

本稿では，これらの研究の内，構造デザインへの応用と制震への応用に関して，他の論文等に示していない成果を紹介する。

まず，構造デザインへの応用としては，文献 1)の発展として，文献 6)に附属しているソフトに改良を加え，Excel をユーザーインターフェースとする 2 次元形態創生ソフトを開発した。本ソフトでは，デザイナーの意志が反映されるように，設計領域を自由に操作できる機能を付加している。また，制震への応用に関しては，文献 5)に示した方法にもとづくソフトを開発し，木造戸建住宅の制震機構の開発を試みた例を紹介する。

以下，第 2 章では，構造デザインに利用するための形態創生ソフトの概要を示し，このソフトを利用したいくつかの解析例を示す。第 3 章では，制震機構の創生ソフトの概要を示し，木造戸建住宅の制震機構の創生例を示す。第 4 章では，以上のまとめを述べる。

2 構造デザインへの応用

2.1 形態創生ソフトの概要

本研究で開発した形態創生ソフトは，要素密度を設計変数とする密度法を用いている。本方法では，要素剛性マトリクスを次式で計算している。

$$\mathbf{k}_i = \rho_i \mathbf{k}_i^e \qquad (i = 1, \cdots, N) \tag{1}$$

ただし，N は要素数，$\mathbf{k}_i^e$ は i 番目要素の剛性マトリクス，ρ_i は次式で定義される密度関数である。

$$\rho_i = 1 - \sqrt{1 - (1 - \alpha_i)^2} \qquad (0 \le \alpha_i < 1) \tag{2}$$

(2)式の α_i が設計変数となる。目的関数はコンプライアンス，制約条件は総密度で，最適化問題の解法としては CONLIN 法[6)]を用いている。また，グレースケールとチェッカーボード状の密度分布を防ぐためにフィルタリング法を用いている[6)]。

本ソフトでは，Excel をユーザーインターフェースとしており，アドイン機能により，Excel にソフトを組み込むことができる[7)]。図 1 は，Excel のメニューバーに追加された本ソフトのメニューを示す。本ソフトでは，まず，図 2 に示すようなユーザーフォーム（図 1 の［**新規作成**］）で格子メッシュを自動生成することができる。次に，荷重条件，境界条件等の必要な条件を Excel シート上に入力することにより，簡単に解析データを作成できる。また，作成したデータは，図 2 に示すようにグラフィックス表示することができる（図 1 の［**図の表示**］）。

最適化計算は，Excel マクロでは計算時間がかかるため，Fortran による計算プログラムを作成し，その EXE ファイルを Excel から実行できるようにしている。

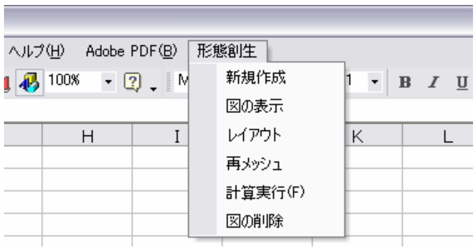


図 1　アドイン機能によって追加されたメニュー

図 2　メッシュの自動生成

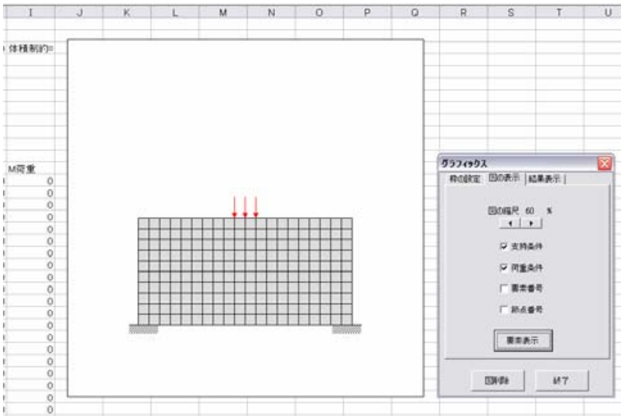


図３　解析モデルのグラフィックス表示

図４　Fortran プログラムの実行と結果入力

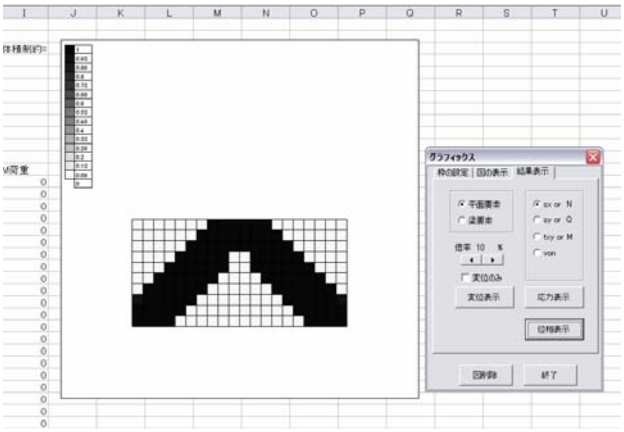
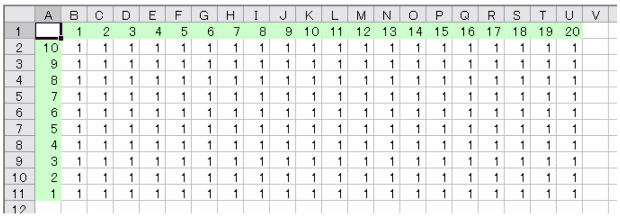


図５　解析結果の表示

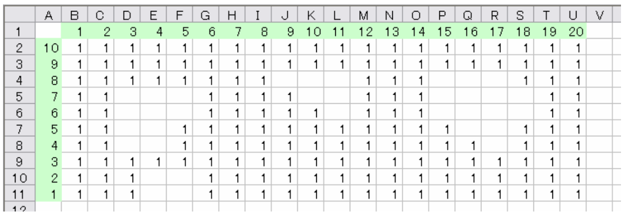
図４は，Fortran プログラムを実行するためのユーザーフォーム（図１の［**計算実行(F)**］）を示しており，ここで, Excel シートのデータを指定したファイルに保存し，Fortran プログラムを実行すると，Fortran プログラムの方で，指定したファイルからデータを読み取り，計算結果を別ファイルに出力する。そして，同じユーザーフォームで，その結果を他の Excel シートに読み取り，そのデータから図５に示すように位相を表示することができる。

また，図１の［**レイアウト**］メニューを選択すると，図６に示すような設計領域の要素に対応した表が作成され，この表の１を消去することで，設計領域に任意の穴を空けることができる。図７は，適当に１を消去し，図１の［**再メッシュ**］メニューでデータを作成し，解析モデルと解析結果をグラフィックス表示したものである。



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
5	7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
6	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
7	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
8	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
9	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
10	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
12																						

図６　設計領域の要素レイアウト表



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
3	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
4	8	1	1	1	1	1	1	1	1				1	1	1				1	1	1	
5	7	1	1				1	1	1	1			1	1	1					1	1	
6	6	1	1				1	1	1	1	1		1	1	1					1	1	
7	5	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1	
8	4	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1	
9	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
10	2	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
11	1	1	1	1			1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
12																						

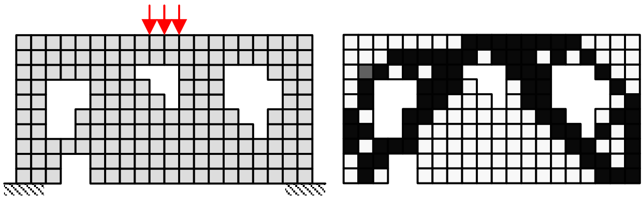


図７　要素レイアウト表の変更とその結果

2.2　解析例

図８は，上路橋と下路橋の位相を示したものである。解析は対称性を利用して，1/2 領域で行い，要素数は 130 ×35 で，総密度制約は 30%としている。

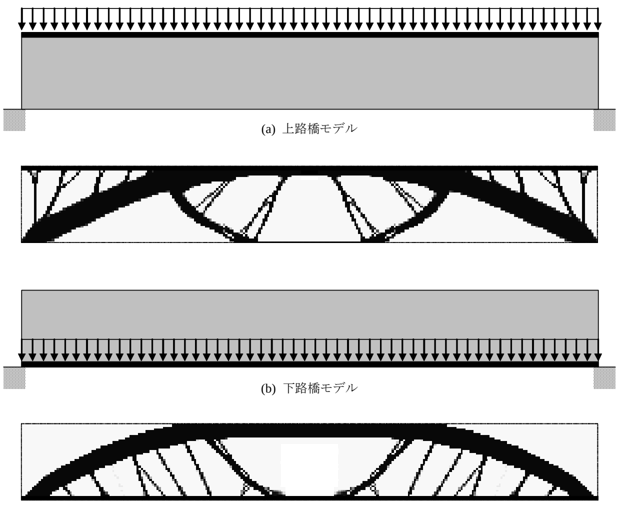


図８　橋梁の形態創生例

図 9 は，図 8 の設計領域の一部に空間を設けた例である。図に示すように，設計領域を変更することで異なるデザインが得られることがわかる。

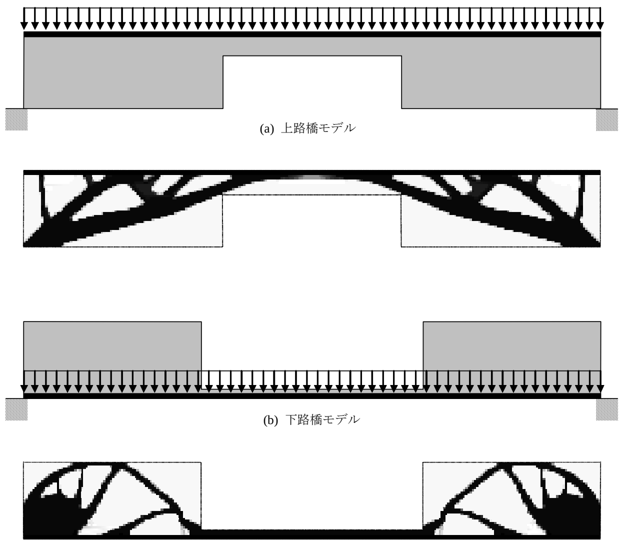


図 9　橋梁の形態創生例

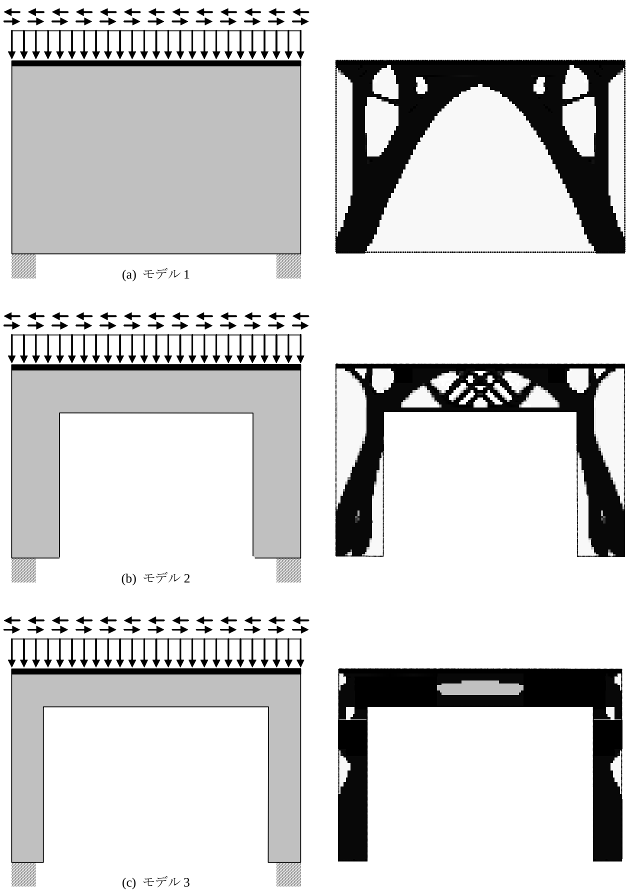


図 10　1 層 1 スパンラーメンの形態創生例

図 10 は，1 層 1 スパンラーメンの形態創生例を示したものである。モデル 1 の要素数は 120×80，総密度制約は 30%である。荷重は鉛直等分布荷重とその 0.2 倍の水平荷重を左右両方向に加えている。図 10 より，開口部の大きさを変えることで，異なる形態が得られることがわかる。

図 11 は，ビルの形態創生例を示したものである。モデル 1 の要素数は 120×80，総密度制約は 35%，荷重は各階に鉛直等分布荷重とその 0.2 倍の水平荷重を左右両方向に加えている。モデル 2 とモデル 3 は，領域内に空間を設けた例である。図より，モデル 1 とモデル 3 では，樹木が重なりあったような形態となっていることがわかる。また，モデル 2 では，やや人工的な形態となっているように見える。

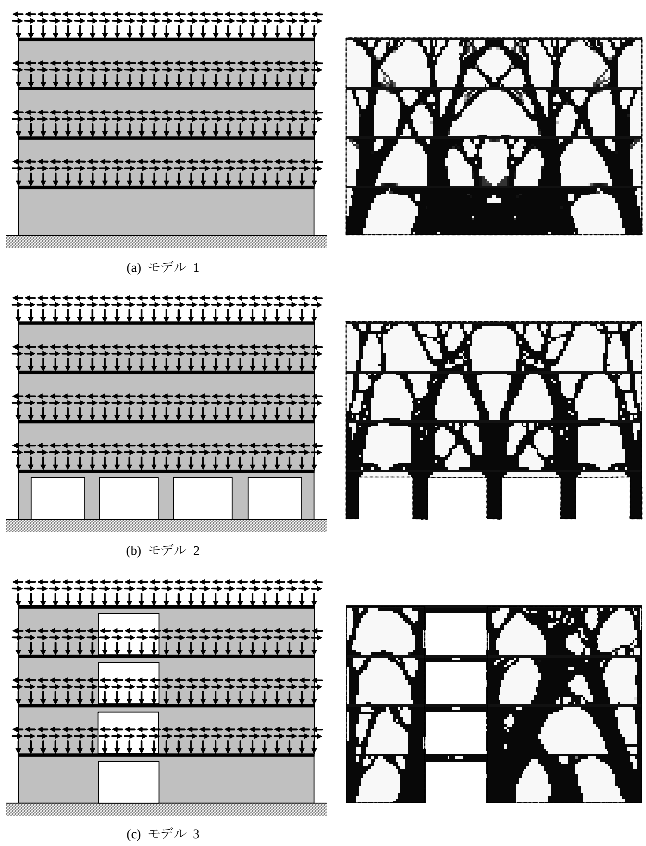


図 11　ビルの形態創生例

以上の例により，設計空間を変化させることで，創生される形態は変化し，形態創生ソフトに，本稿で示したような設計空間を自由に変更できる機能を加えることで，デザイナーの意志をある程度反映できるのではないかと考えられる。

3 制震への応用

3.1　機構創生ソフトの概要

機構の形態創生理論に関しては，文献5)に示されているのでここでは詳細を割愛する。機構創生ソフトも，2.1節に示したものとほぼ同様の方法でデータを作成できる。

図 12 は，本ソフトを Excel のアドイン機能を用いて Excel のメニューバーに追加し，表示したものである。

図 13 は，メッシュ生成機能（図 2）を用いてデータを作成し，解析モデルを表示したものである。この場合，荷重点の他に変位を生じさせる出力点も色違いの矢印で表示される。また，出力点の絶対変位と加力点と出力点の相対変位などは，Excel シート上に直接入力する。

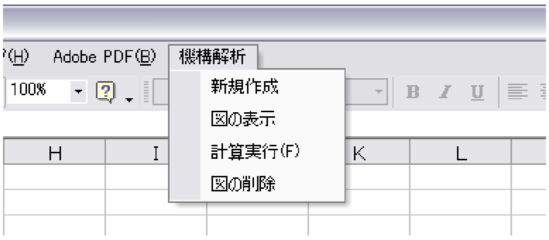


図 12　アドイン機能によって追加されたメニュー

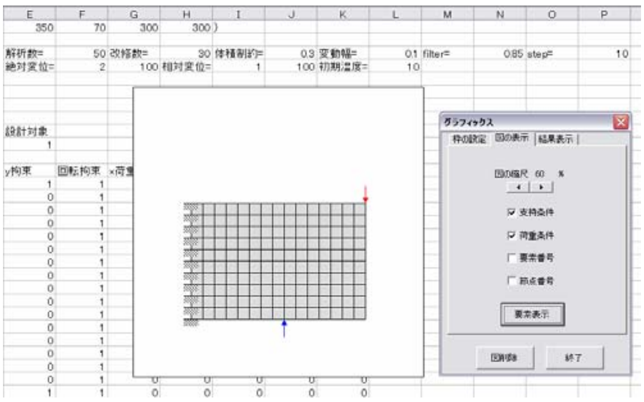


図 13　機構創生モデルのグラフィックス表示

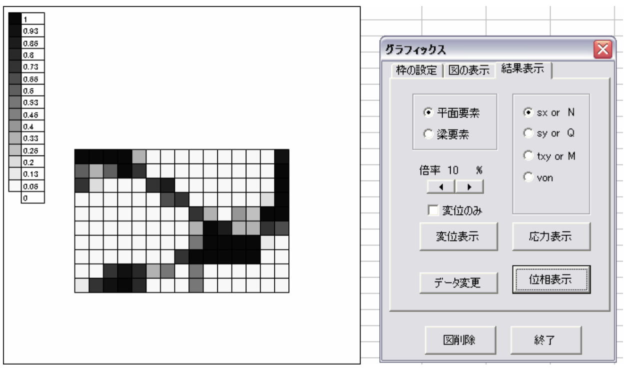


図 14　解析結果のグラフィックス表示

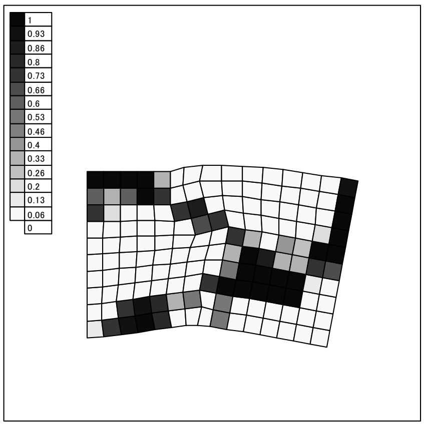


図 15　創生された形態の変位表示

最適化計算は, Fortran プログラムで行い, 結果が Excel に返される。図 14 は, 結果の位相を示したものであるが, 本ソフトでは, 10 個の優良解が表示できるようになっており，図は 2 番目の優良解を示したものである。また, 変位表示ボタンにより, 図 15 に示すような変形状態を表示できる。

3.2　戸建制震機構の創生例

機構の形態創生例として，木造戸建住宅の制震装置の開発を目的として，図 16 の A に示すようなスペースに組み込める制震機構を創生する。

図 16 右に，解析モデルを示す。また，図 17 は，4 方向の出力点の位置を示している。なお，これらの出力点位置は，効率のよい出力点を探査するプログラム [5]の結果を参考に決めている。

図 18 は，解析結果と左右両方向の変形を示したものである。また，図 19 は，図 18 の結果をもとに模型を作成したものである。模型では，どのケースも，解析と同様の変形が生じることが確かめられた。

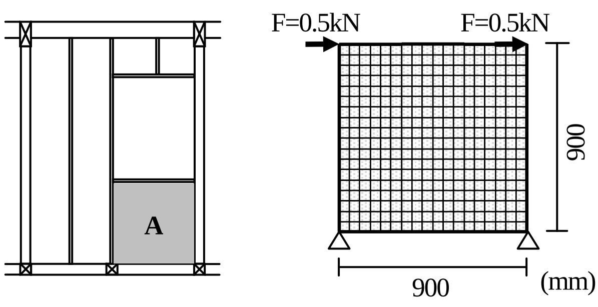


図 16　戸建制震機構の解析モデル

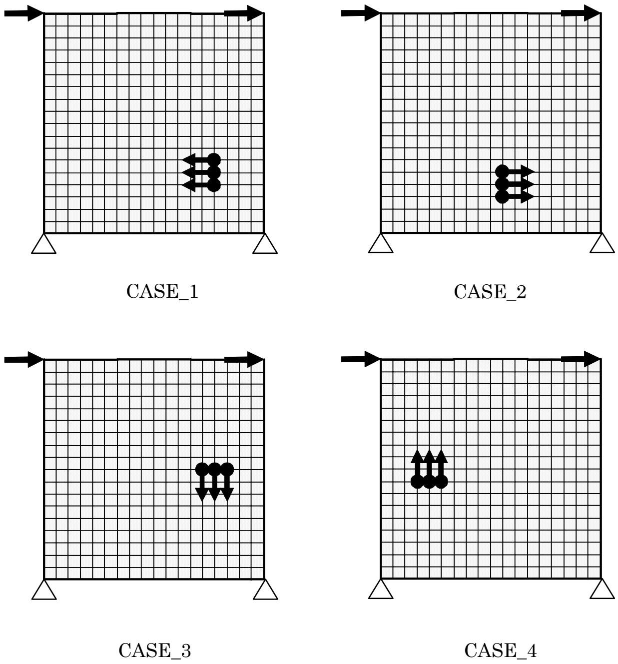


図 17　各ケースの出力点の位置と方向

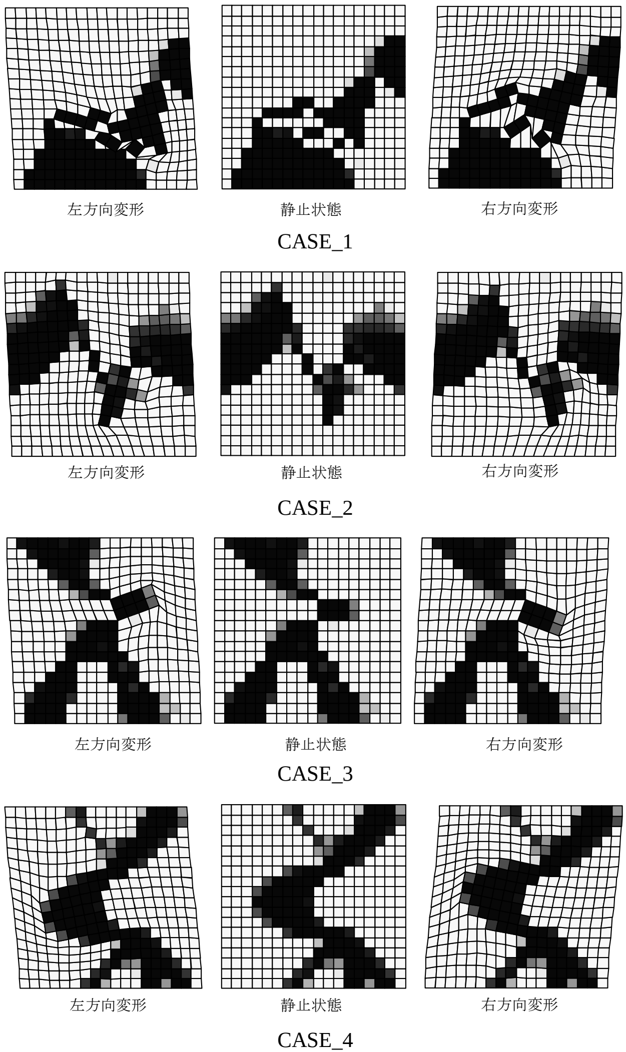


図 18　各ケースの解析結果と変形

図 19　各ケースの形態創生結果を参考に作成した模型

3. 3　実用化への可能性の検討

前節で創生されたような機構から制震装置を開発することが可能であると考えられる。例えば，CASE_3 のモデルからは, 図 20 に示すようなオイルダンパーを用いた制震装置が考えられる。しかしながら，このような装置では，リンク部分にコストがかかることと，ダンパーの減衰力を大きくすると，フレームやリンク部に過度の負担が加わることが問題となる。なお, このような問題は, 出力点の変形拡大率が大きくなるほど顕著になる。

このような問題を避けるために，伸縮型オイルダンパーの代わりに, 図 21 に示すようなトルク型ダンパーを機構のリンク部に用いることが考えられる。実際にこのようなトルク型ダンパーの特許も存在する。このようなダンパーを CASE_1 のようなリンクが多く存在するモデルに用いれば効率のよい制震装置ができる可能性がある。

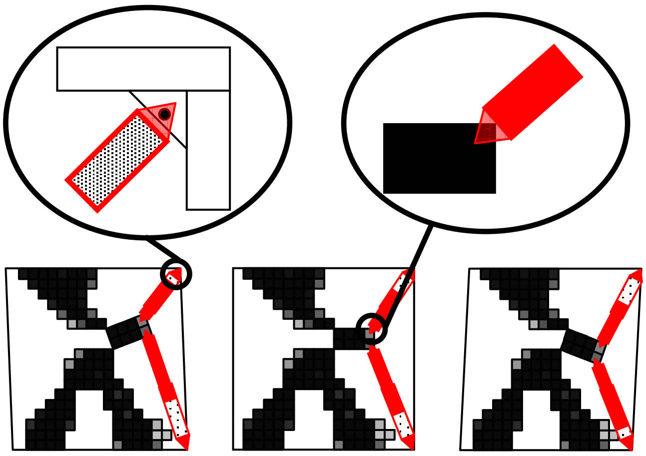
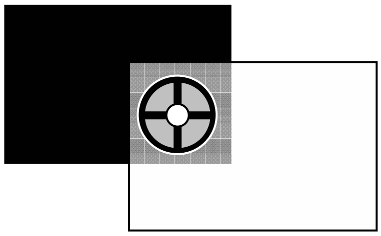
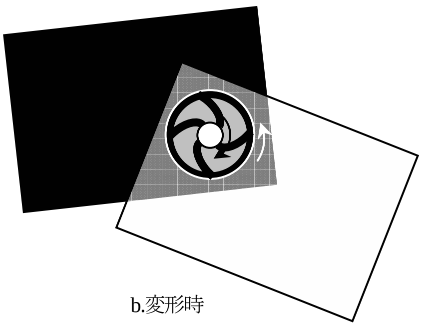


図 20　各ケースの形態創生結果を参考に作成した模型



a.標準時



b.変形時

図 21　トルク型ダンパーの概念図

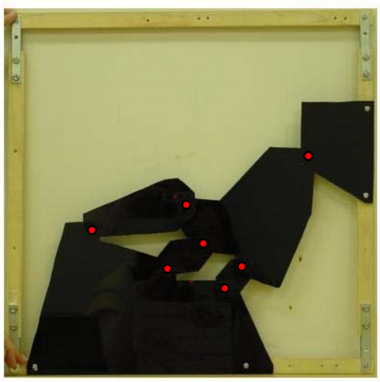


図 22　トルク型ダンパーの適用

4 まとめ

本稿では，構造デザインに利用するために開発した形態創生ソフトと制震装置の開発に利用するために開発した機構創生ソフトの概要を示し，これらのソフトを利用したいくつかの解析例を示した。これらのソフトはExcelをユーザーインターフェースとするため，データ作成が容易であり，形態創生ソフトでは，設計領域を自由に変更できる機能も附属している。いくつかの解析例により，これらのソフトが有効に利用できることが確かめられた。

謝辞：本稿の内容には，近畿大学工学部 2006 年度卒業の白石文乃さんと池田康助君の卒業論文の内容を一部引用した。ここに記して謝意を表します。

なお，本稿の一部の解析例は，建築雑誌 [8]にも掲載されています。

参考文献

1) 藤井大地，位相最適化手法を用いた建築構造形態の創生，日本建築学会，コロキウム構造形態の解析と創生 2006，pp.127-134，2006.11
2) 藤井大地，小泉智彦，森村　毅：位相最適化手法を用いた CFRP による中空スラブの最適補強，日本建築学会構造系論文集，第 585 号，pp.109-114，2004.11
3) 藤井大地，　中川恭一，　森村　毅，床スラブの CFRP 補強の効率化のための位相解析ツールの開発，日本建築学会技術報告集，第 24 号，pp.95-100，2006.12
4) 藤井大地，原田卓哉，平田裕一：骨組の位相最適化手法を用いたリンク機構の創生，日本建築学会構造系論文集，第 597 号，pp.63-68，2005.11
5) 藤井大地，谷澤　毅，連続体の位相最適化手法を用いた制震機構の創生，日本建築学会構造系論文集，第 619 号，2007.9
6) 藤井大地著,「パソコンで解く構造デザイン」, 丸善, 2002
7) 藤井大地著，「Excel で解く構造力学」，丸善，2003
8) 藤井大地，「合理的な構造の可視化」，建築雑誌，Vol.122, No.1565, pp.34-35，2007.8

■形態創生コンテスト2007

■形態創生コンテスト2007

□ コンテスト概要

1.　コンテストの主旨

構造形態創生のアルゴリズムや考え方を用いた，「新しいかたち」や「独創的なアイデア」を評価するコンテストを実施しました。様々な分野の多くの人に参加して頂き，構造形態創生のおもしろさや可能性を感じてほしいというのが，開催主旨です。そのため，形態創生のフリーウェアも提供します。また，コンピュータプログラムによらない方法でかたちを創生するアイデアも可能としています。

2.　審査基準

審査は，主に次の二つの観点で行いました。

フェーズ1；創生された形態（かたち）の独創性，合理性，美しさ

フェーズ2；形態創生プロセスのアイデア性，独創性

一次審査は匿名審査とし，二次審査において審査員と同じ所属である場合は投票権を無効とみなすことで公平性を保ちました。

3.　課題（テーマ）

課題は以下のテーマとしました。

「地震ないしは風と，うまく付き合う『かたち』を創生する」

なお，応募要項の詳細は，「コロキウム構造形態の解析と創生 2007」ホームページ http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/に掲載しました。

4.　審査委員（敬称略，50 音順）

審査委員長　；大森博司（名古屋大学）

審査員　　　；川口 衞（川口衞構造設計事務所）

斎藤公男（日本大学）

藤井大地（近畿大学）

本間俊雄（鹿児島大学）

5.　コンテストの経緯

2007 年 5 月 20 日 ；建築雑誌 2007 年 5 月号に応募要項掲載

2007 年 6 月 15 日 ；応募要項に関する質疑締め切り

2007 年 7 月 17 日 ；応募エントリー締め切り

2007 年 9 月 14 日 ；応募締め切り

2007 年 9 月 25 日 ；一次審査（日本建築学会会議室にて）

2007 年 9 月 28 日 ；一次審査結果の通知

2007 年 10 月 26 日；コロキウム構造形態の解析と創生 2007 にて二次審査および表彰

一次審査風景

6.　応募状況

エントリー数　　；19 件

入選作品数　　　；5 作品

ｴﾝﾄﾘｰNo	タイトル	所　属	氏名（○は代表者）
5	斜材のみで形成される柱の形態創生	大同工業大学大学院 工学研究科建築学専攻	○古田寛生　羽根健介 松本雄大
6	Pendulum Structure	早稲田大学創造理工学研究科 建築学専攻	○佐藤慶太
8	《経験》による《成長》	日本大学生産工学部 数理情報工学科	○大和史明
12	形状最適化を用いた橋の創生	近畿大学工学部建築学科	○川田将士　柳川雄太 山本恭平
17	記憶する塔	川口衞構造設計事務所	○村田龍馬

□ 講評
（本講評は一次審査の際の審査委員会での意見を集約，構成したものである）
第２回開催となった今回は前回と比較して，応募数も増え，レベルの高い戦いとなった。全応募作品に共通していえることは，プレゼンテーション表現がとても上手で，目を惹く作品ばかりであった。ただ，「形態創生」にとって，建築の創造においてそのリアリティをどう位置づければよいのか，あらためて考えさせられた。応募者の方々への参加に感謝をすると共に，今後の益々のご活躍に期待する。([ ]内はエントリー番号を示す)

[3] わにはにかむ
耐震要素を構造外周部に利用し,耐震壁やブレースによらない構造を目指した発想はおもしろいが，円形のハニカム構造である必然性がない。一方が圧縮，他方が引張という変形モードは，円形の場合は剛性が非常に低い。残念なことに，a+u で 2002 年に特集された SOM (編注: Skidmore, Owings & Merill LLP)のアイディアに酷似している。

[4] 座屈×折り紙×形態創生
座屈と形態創生を組み合わせた発想はおもしろいが，つながりに少し無理がある。座屈形態を忠実に利用するのではなく，結局，ヨシムラパターンを採用されており，折版構造の典型的な形状となってしまったのは残念。曲げ剛性の確保を座屈に求める部分にやや難があるという指摘がある。

[5] 斜材のみで形成される柱の形態創生（入選作品）
形態の創生法としては面白く，大変興味深い構造システムの提案である。この柱は偶数本配置してはじめて有効なシステムとなるので柱一本ずつではなく偶数本で水平剛性を比較するべき。四角形の方が，ちょうど 90° 位相がずれるので有効なのではないか。仙台メディアテークや金沢駅もてなしドームのゲートを連想させる。柱と六角形端部接合部についての言及がほしかった。

[6] Pendulum Structure（入選作品）
平行クランク機構を有する振り子構造を提案している。柔構造で地震に耐える構造で発想が面白い。二次モード以上の周期が短いので，共振する可能性がある。裏付け解析が吊り下げ材の平面解析にとどまっているが、模型による面的に広がった効果の表現がほしかった。Planning Study におけるダイアグラムに形態創生の面白さが入るとさらに良い。

[8] 《経験》による《成長》（入選作品）
最適化のモデルとして経験・成長を導入したのは興味深い。生物世界で忘却の項が存在するのは分かるが、その項がなぜ構造物においても必要なのか分からない。初期構造をもっとシンプルな形から始めたほうがよいと思われる。また，地震外力の違いによる形態変化等の検討があればより興味深かった。

[10] SNOW CRYSTAL MODEL
「虫の目」,「鳥の目」という観点はおもしろく，複数戸建設された状況は文字通り「個性と統一感」が実現しそうで興味深いが，今回のテーマから離れた提案であった。

[12] 形状最適化を用いた橋の創生（入選作品）
ソフトウェア利用の演習問題的な印象を受けるが,公開されている密度法のソフトを応用しようと試みた点が良い。橋梁の橋桁部と橋脚部に分解して形態を創生したものであるが,荷重(地震・風・自重) の設定内容が分かりにくい。

[14] ブレース兼用柱
ブレース兼用柱の配置の仕方に論理性・合理性が伴うとよい。ブレース兼用柱の有効性を証明する場合，ブレースがないときとの比較がないと判断できない。

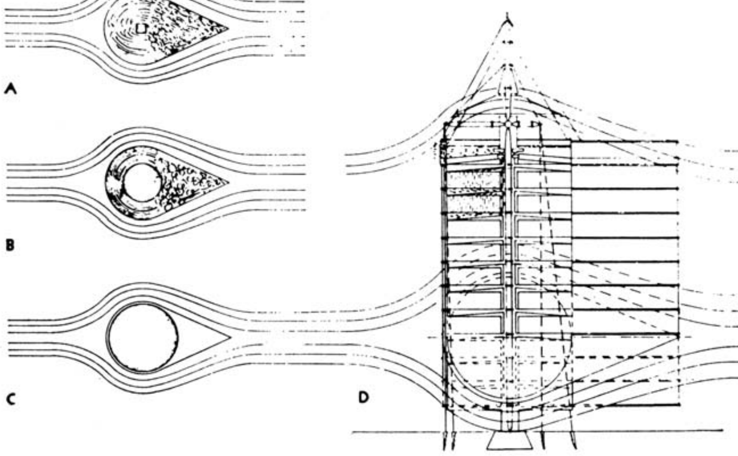
[17] 記憶する塔（入選作品）
過去に経験してきた地震という外力から形態が創生される発想はおもしろく,オリジナリティがある。また，地震と『つき合う』というテーマに沿っている。「地震の記憶」というよりは過去の地震の積分値，集積値の形態である。機構の提案であり，彫刻としてはありうるが，構造形状の提案ではない。

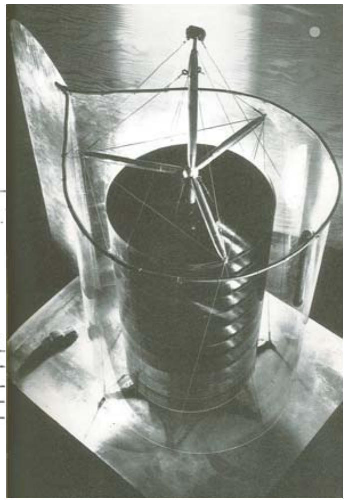
[18] フウケイシェルター　「風形」のつくる「風景」
負のポアソン比の利用により受ける風から形状変化を期待し,風圧力の低減を図るアイディアは興味深いが，実現性に問題がある。また，屋上緑化との結びつきが不明瞭であった。負のポアソン比の材料・構造が存在することを前提としているが，どういう原理で形が変わるのかという点と負のポアソン比を持つことが風に対して本当に有利なのかが説明不足であった。空間自体の大きさが変化することは，機能性に欠ける。

日本建築学会
主催；　構造委員会 シェル・空間構造運営委員会　空間構造における計算機応用小委員会
共催；　構造委員会 応用力学運営委員会 構造形態の創生と最適化小委員会

形態創生コンテスト 2007

コロキウム
構造形態の解析と創生 2007
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/





地震や風とうまく付き合う『かたち』を創生する

■審査員
審査委員長；大森博司（名古屋大学大学院）
審査員　　；川口 衛（川口衞構造設計事務所）
斎藤公男（日本大学）
藤井大地（近畿大学）
本間俊雄（鹿児島大学）

■表彰
優秀作品（若干）
入選作品（若干）
審査委員会により優秀作品を決定します。入選作品，優秀作品には同コロキウムの席上で賞状を授与します。これらの作品は「コロキウム構造形態の解析と創生2007」論文集に収録し，コロキウム会場に掲示するほか，「建築雑誌」および日本建築学会シェル・空間構造運営委員会ホームページに掲載する予定です。

■審査基準
1；創生された形態（かたち）の独創性，合理性，美しさ
2；形態創生プロセスのアイデア性，独創性

■応募資格
日本建築学会個人会員（準会員を含む）または会員を代表者としたグループとします。

■応募エントリー
応募希望者は代表者の氏名・所属・電話番号・FAX番号・E-mailアドレスをコンテスト事務局E-mailアドレスまで申し込んでください。

■提出期限
2007年9月14日（金）郵送の場合は当日の消印有効

■詳細は、上記インターネットホームページをご参照ください。
■コンテスト事務局E-mailアドレス；collo-contest@aae.kagoshima-u.ac.jp

斜材のみで形成される柱の形態創生

多くの建築物は、鉛直荷重（自重）を柱、風や地震などの水平荷重を筋交いなどの補強材で支えている。そこで提案するのが六角柱をねじることにより、その二つの力の役割を持たせた一つの構造体の創生である。

アイソメ

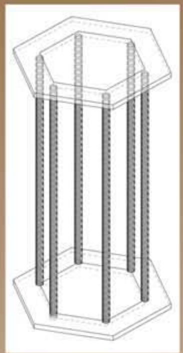


図 1.a

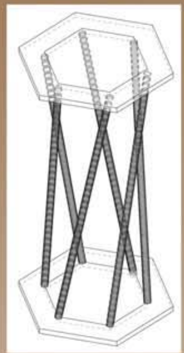


図 2.a

図 3.a

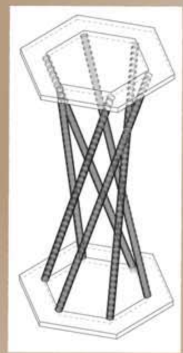


図 4.a

平面図

図 1.b

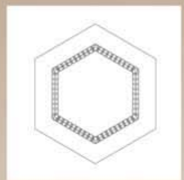


図 2.b

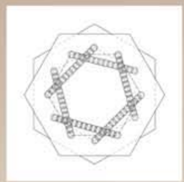


図 3.b

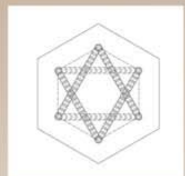


図 4.b

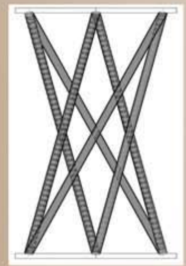


図 5

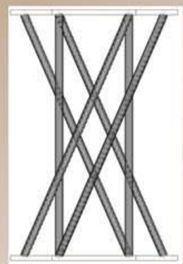


図 6

図 1.a を一つの柱として考え、図 2.a→図 3.a→図 4.a のようにねじりを加えていく。しかし、斜め材を束ねるだけでは不安定な構造になる。そこで、まず図 4.a の柱と逆回転の柱で互いの回転を打ち消し合うようにし、床板でねじれの力を拘束し、安定させることを考えた（図 7）。回転さえ拘束すれば図 5、6 を見てわかるように筋交いを集めたような構造になっているため水平力に抵抗できる構造となる。

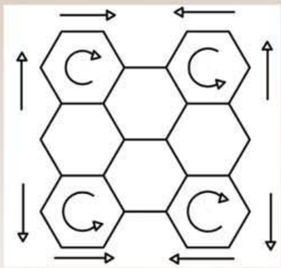


図 7

何故、六角形なのか？

＊下記の実験は床板の水平回転を拘束しているという仮定で議論する。

図 8.a 三角柱の実験写真

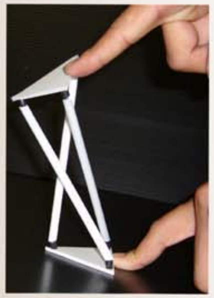


図 8.b 三角柱の実験写真

三角柱は水平力が加わると、床板内の軸を中心とした回転が生じる。

図 .9a 四角柱の実験写真

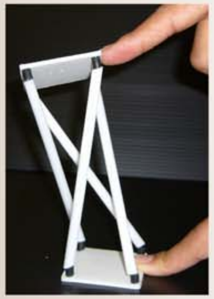


図 9.b 四角柱の実験写真

四角柱は水平力が加わると、床板の対角線を軸として鉛直回転が生じる。

図 10.a 六角柱の実験写真

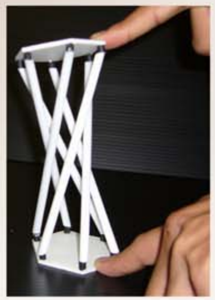


図 10.b 六角柱の実験写真

六角柱は水平力が加わっても床板内の軸を中心とした鉛直回転は他の部材によって拘束される。

模型制作

これまでのことを踏まえ模型を制作する。

柱の回転を①と④を時計回り、②と③を反時計回りとし、ピン接合とする。また、梁を用いて、柱に鉛直荷重を伝える。こうして制作した模型は水平力に抵抗できる構造となる。

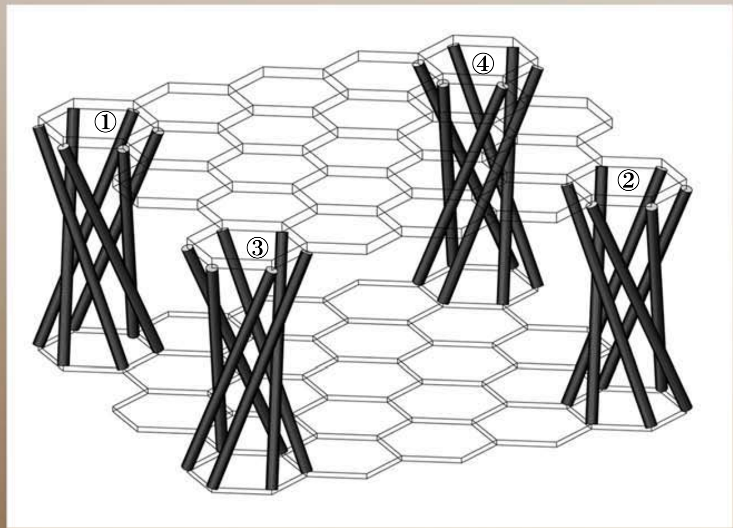


図 11

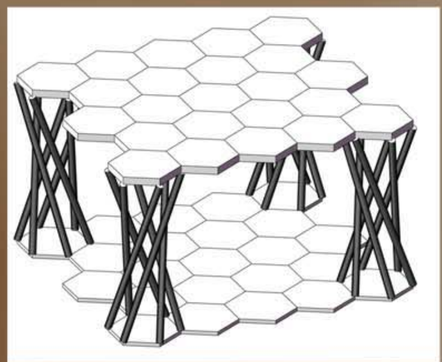


図 12

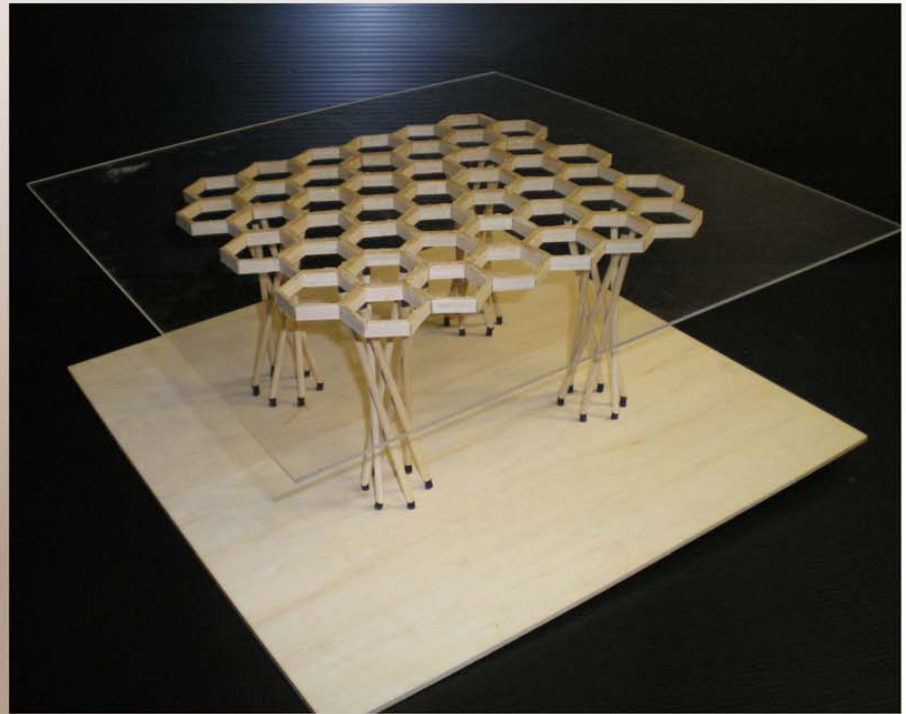


図 13.a


図 13.b

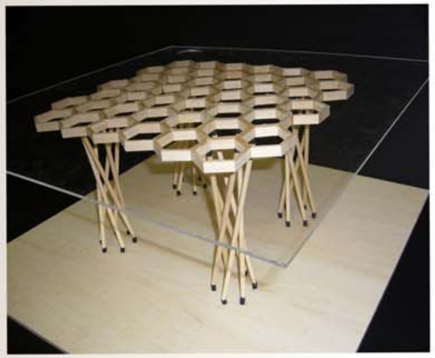
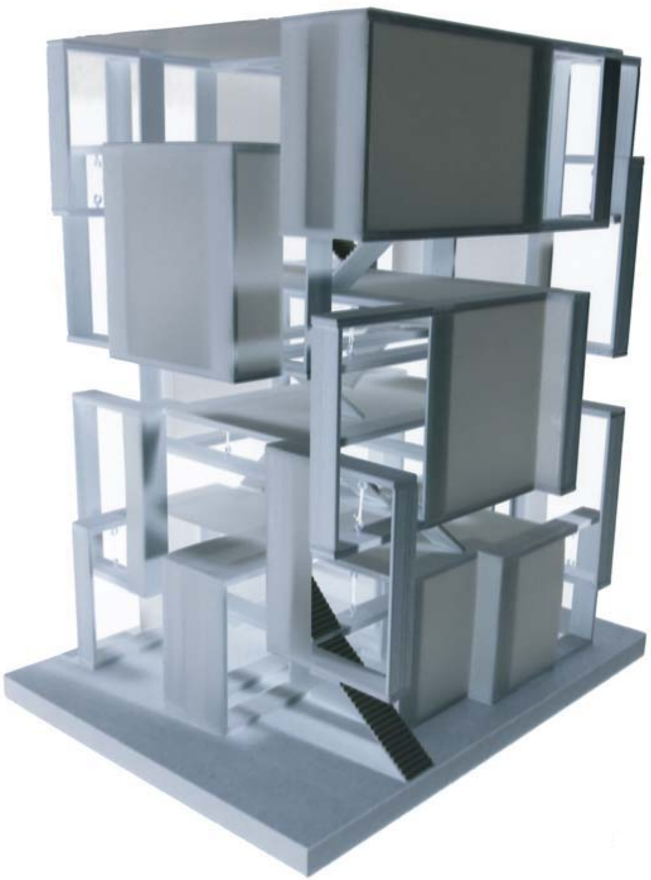
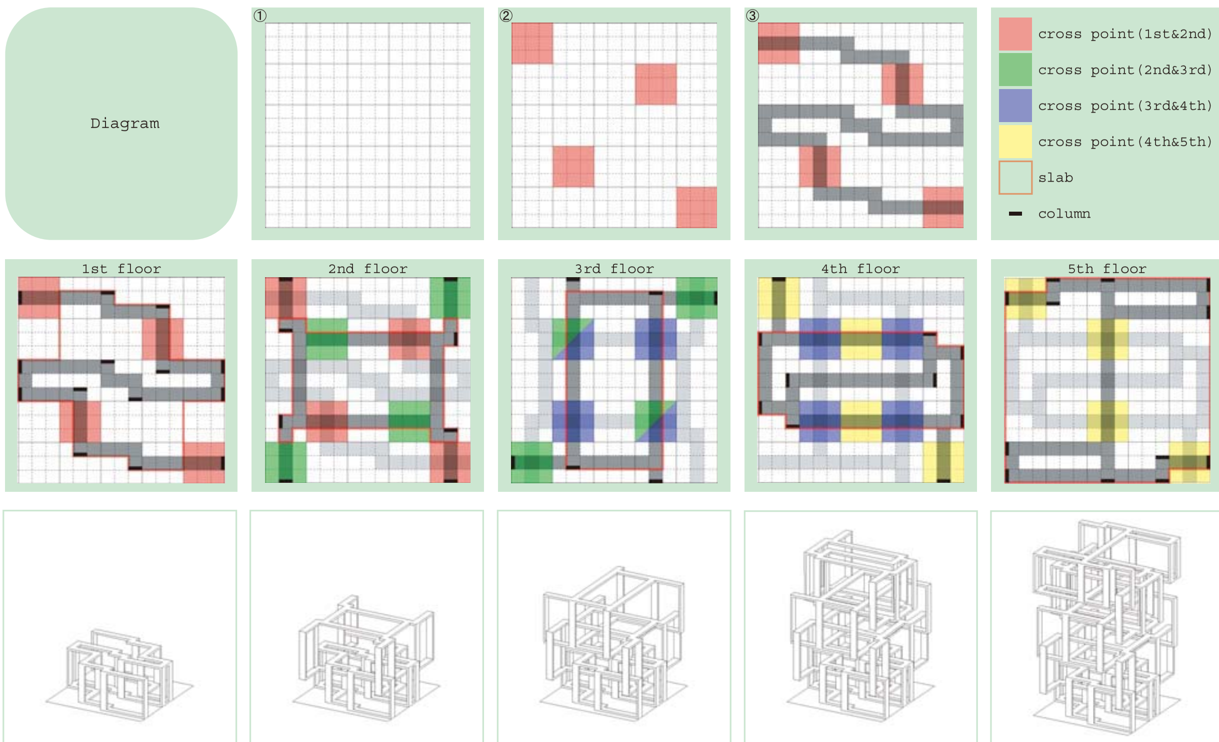


図 13.c

Pendulum Structure

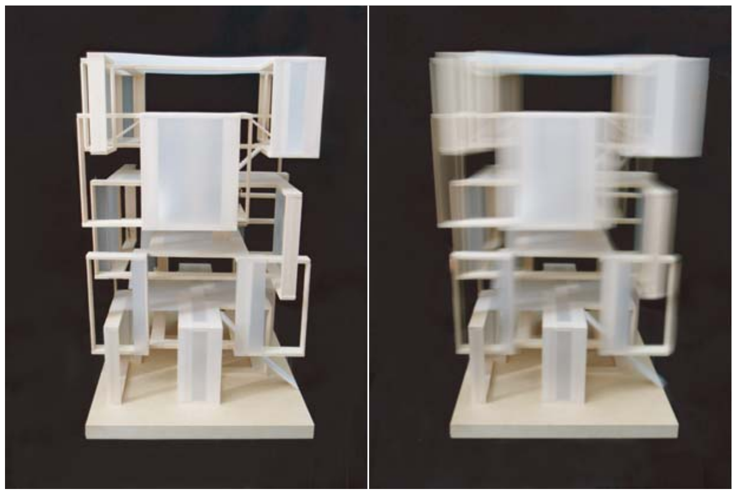
Planning Study





公園で見かける数人乗りのブランコや遊園地のアトラクションなどには床面を平行に保ったまま揺れることの出来る平行クランク機構を持った振り子構造がある。それらは建築的にみるといわゆる免震構造であり、このシステムを各層の構造物の間に取り入れ、平行クランク機構を連続させることで地震あるいは風といった横からの力とうまく付き合える形を創生することを考えた。

今回、形を作り出す際にはコンピュータプログラムを用いない方法で行った。上のダイアグラムにあるように、まず一辺を 5 分割した正方形グリッド（実線）を用意し、一つのマスをさらに縦横それぞれ 3 分割する（点線）＊図①。次に、上の層との交差点を実線で区切られた 25 マスの中からランダムで 4 つ選択し、吊材の位置を決定する。この際、バランスをとるために 4 つの交差点の配置をグリッド中心に対して点対称になるようにする＊図②。その 4 つの交差点をつなぐように、点線で区切られたグリッドの間に梁材をランダムに配置する＊図③。最後に、バランスよく柱を配置し、これを各層について同様に繰り返すことで、形態を造り上げる。梁材などをランダムに配置するときは、床スラブを張る位置と各層をつなぐ階段の位置を確保することを考慮しながら行った。



Pendulum Structure

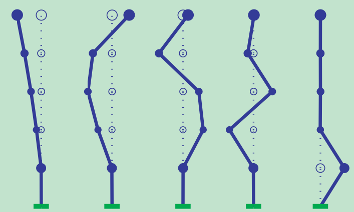
Structural System

concept model

analysis

Lagrangian

$$L = T - U$$
$$= \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left\{\sum_{k=i}^{n} m_k l_i^2 \dot{\theta}_i^2 + \sum_{j=1}^{i-1}\sum_{k=i}^{n} m_k l_i l_j \dot{\theta}_i \dot{\theta}_j \cos(\theta_i - \theta_j) + \sum_{j=i+1}^{n}\sum_{k=j}^{n} m_k l_i l_j \dot{\theta}_i \dot{\theta}_j \cos(\theta_i - \theta_j)\right\} + \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=i}^{n} m_k g l_i \cos\theta_i$$



1 st mode shape, natural period 4.4479 [s]

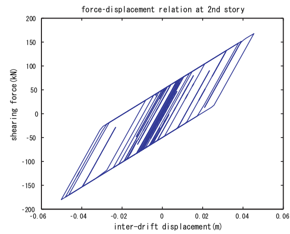
2 nd mode shape, natural period 1.6919 [s]

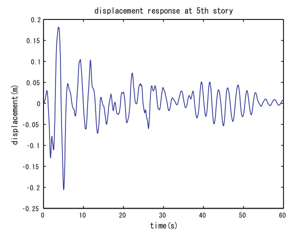
3 rd mode shape, natural period 1.0198 [s]

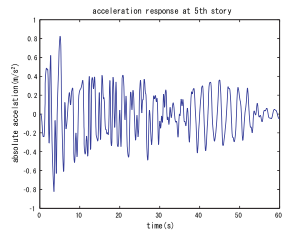
4 th mode shape, natural period 0.70868 [s]

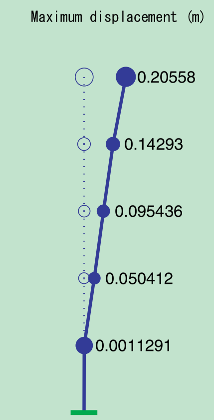
5 th mode shape, natural period 0.099714 [s]

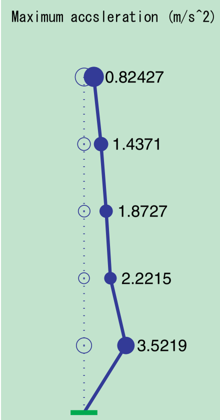
	floor area [m2]	[ton/m2]	cable's length [m]
1st	69.19	1.5	
			1.5
2nd	47.81	1.5	
			1.5
3rd	51.19	1.5	
			1.5
4th	56.81	1.5	
			1.5
5th	123.19	1.0(roof)	

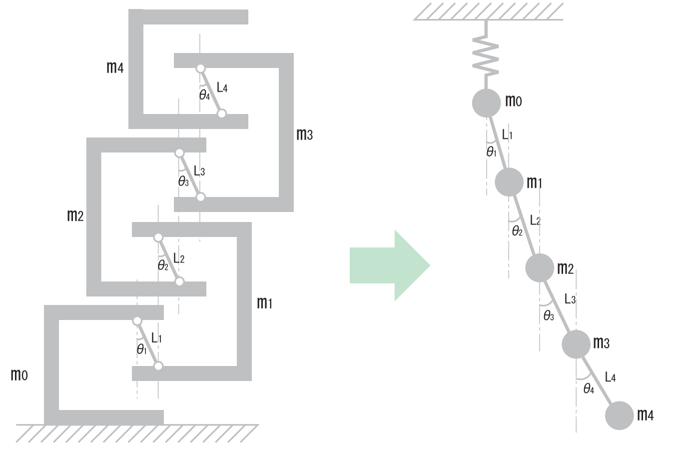












平行クランク機構の連続した構造のシステムを多重振り子モデルに置き換え、振動解析を行った。各層の床面積を算出し、単位面積当たりの質量を1.5[ton/m2]（屋根については1.0[ton/m2]）として、それぞれの質点を設定した。各層間に配置する吊材については、それぞれ1.5[m]の長さとした。また、各層に降伏耐力をAi分布により分配した変位依存型ダンパーを設置することを想定して解析を行った。

解析手順としては多重振り子のラグランジアンを求め、各層についての運動方程式を立てることにより質量マトリックス及び剛性マトリックスを得た。それをもとに固有値解析、及び直接積分法による時刻歴応答解析を行った。また粘性減衰定数は2%とし、入力地震波はElCentro_NS波を用いた。

得られた結果を見ると、最下層は地面の振動に近い値の加速度となっており、上層はそれぞれ5cm程度の層間変位で、上の層ほど加速度の値が減少されている。

≪ 経験 ≫による≪ 成長 ≫

～エピローグ～

構造物は、人間の体で例えると
「骨」や「筋肉」
と考えることができる。
骨や筋肉は、例えば病気になり寝たきりになると
細く弱々しくなる。
また、スポーツなどをしていると必要な部分だけが
発達し、太くたくましくなる。

このような性質を構造物の形態形成に応用できないものか？

構造物に「地震」という刺激を与え、それにより部材の
断面積を変化させるアルゴリズムを考えた。
これにより、デザイナーが望むオリジナルの形状を維持したまま
「地震とうまく付き合える」
構造を創生することができるのではないか。

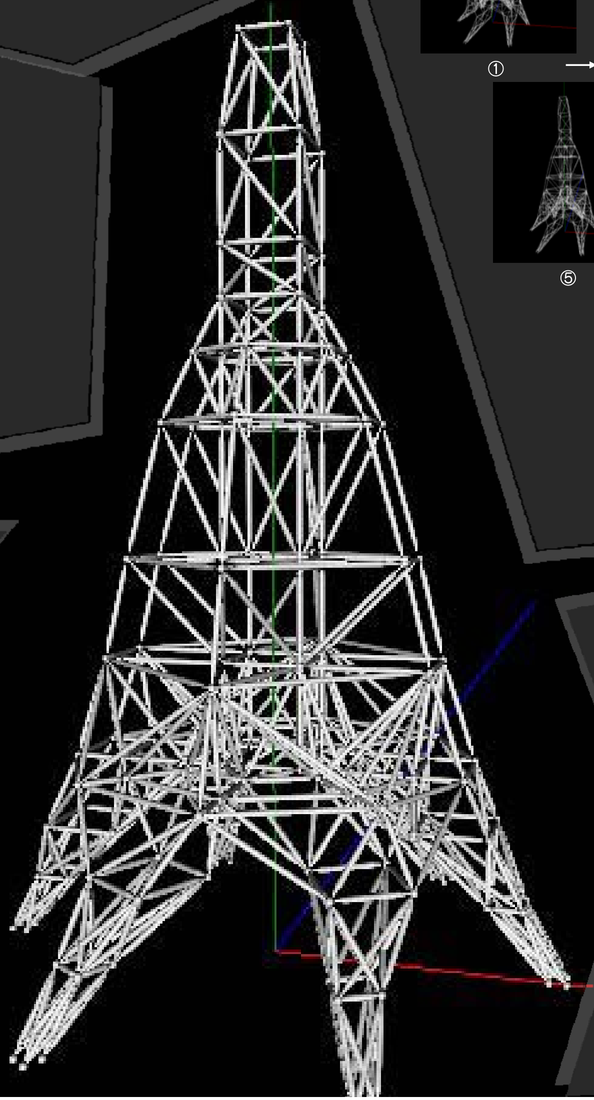
～考え方～

骨や筋肉が太く発達する際には、
筋力トレーニングなどの刺激を
継続的に受ける必要がある。
また、細くなる際にはベットに長い間
寝たきりになるなど、刺激を受けない
期間が長いときなどに起こる。

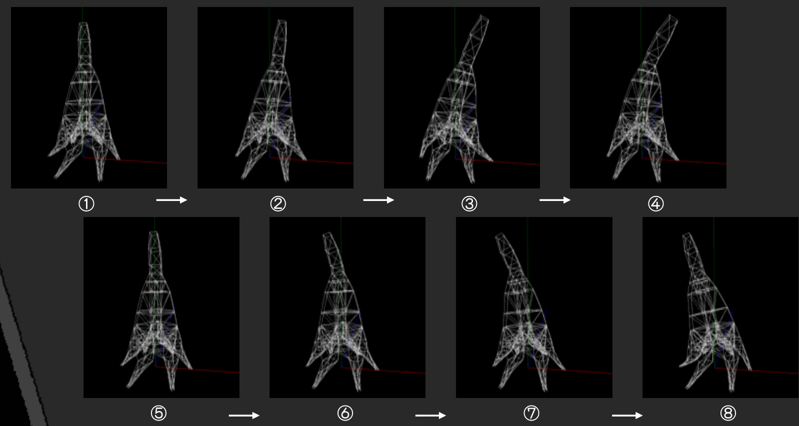
部材の断面積を変化させる場合にも同様に考える。

骨や筋肉が受ける刺激を、ここでは
地震によって生じる部材の応力と考える。

あらかじめ、目安となる応力の大きさ
「**目標応力**」
を設定しておき、部材の応力が
この目標応力を超えていたら、
刺激が与えられたと考える。



～地震による応答(初期の構造)～



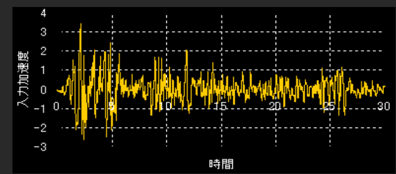


図1　地震データ

～建物データ(初期の構造)～

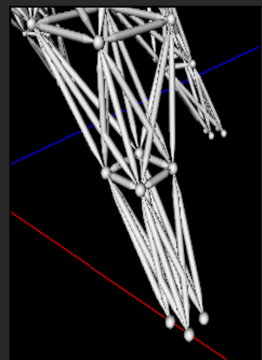


図2　脚部の拡大図

構造形式：トラス
使用鋼材：SS400
高さ：24.7 m
総重量：53.4 t
底部最大半径：14.3772 m
頂部最小半径：1.3 m
節点総数：162
部材総数：560
部材断面積：0.005 ㎡
（全部材同じ断面積）

～部材断面の更新～

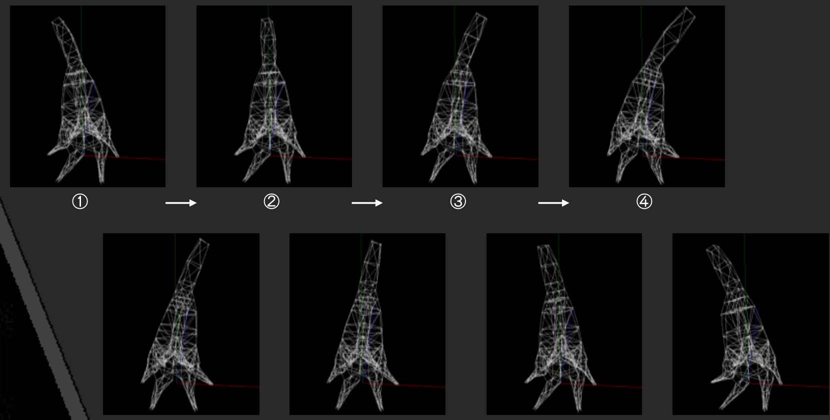
骨や筋肉が細くなったり太くなったりする変化は、
突然起こるのではなく、ある程度の期間を持って変化していく。
そこで、部材断面の変化も地震による刺激を
受けたらすぐに生じるのではなく、
地震を一度経験する度に生じると考えた。
刺激は、「経験」として蓄えられる。
また、筋肉は一度鍛えただけで、その後
何もしなければ衰えていく。
そこで、与えられた経験は時間と共に減衰していく
と考えることができる。
このアルゴリズムでは、部材断面をどう更新するのかを決定する際に
この経験の大きさに基づいて判断する。

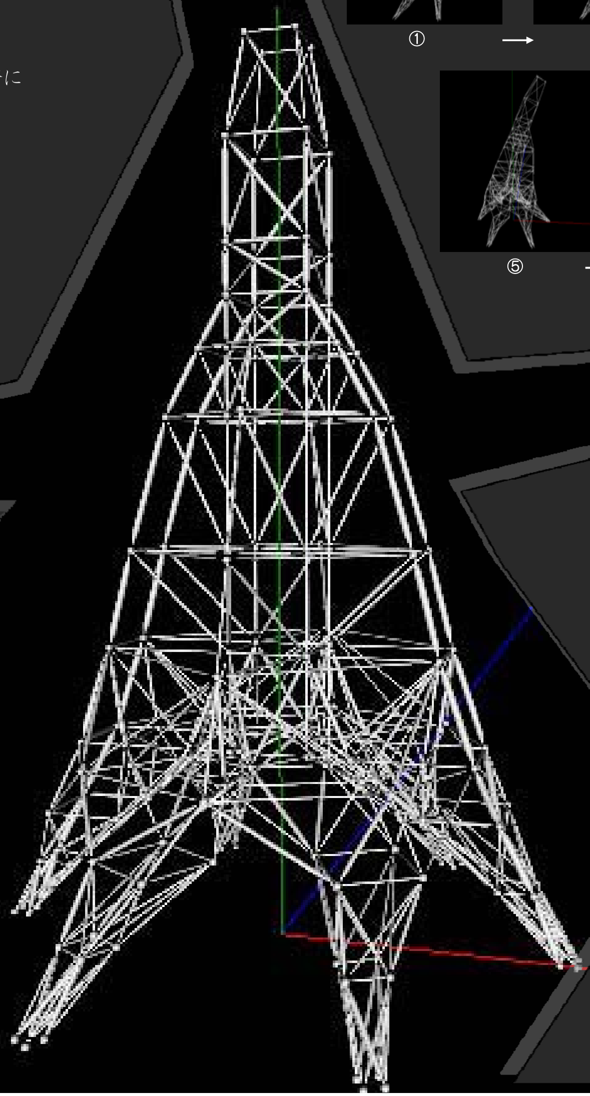
刺激を経験として蓄える為の方程式

$$S_i^{k+1} = \underbrace{(1-\lambda\Delta t)S_i^k}_{\text{経験の忘却}} + \underbrace{\omega x\ \Delta t x_i}_{\text{刺激の作用}}$$

S: 経験　Δt: 時間増分　ω: 刺激に関する重み
i: 部材番号　λ: 忘却係数　x: 与えられた刺激
k: 経過時間

～地震による応答(得られた構造)～





～建物データ(得られた構造)～

総重量:21.2 t

部材の断面積
最大:0.01 ㎡
最小:0.001 ㎡
平均:0.002 ㎡

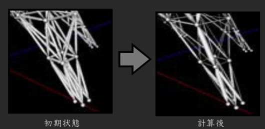


図3　脚部の変化

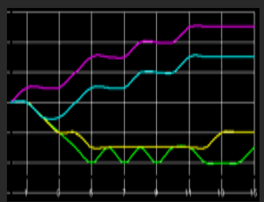


図4　断面積の変化

図4は断面積の変化を
示したグラフである。
徐々に断面積が太く
なっていく部材や、
断面積が細くなっていく
部材があることがわかる。

～プロローグ～

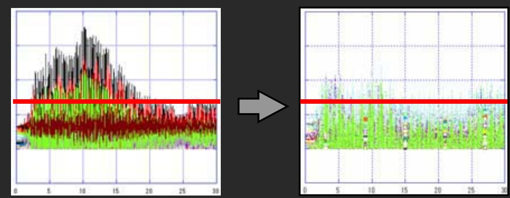


図5　応力の時間的変化

計算した結果、応力がどのよう変化したのかが
図5に示されている。
初期の構造では赤線で示す目標応力を
大きく上回っているが、
得られた構造ではほとんどの場合
目標応力以内になっている。

このことから、初期の構造よりも得られた構造の方が
「地震とうまく付き合える」構造物が得られた
と言えるのではないだろうか。

形状最適化を用いた橋の創生

趣旨

橋に求められることは橋にかかる荷重を支えることと荷重がかかっても
変形が大きくなりすぎないことが斌要である。特に地震や台風の多い
日本では、地震発生時台風通過時の安壮性を確保することが重要となる。
また橋に求められるものは実用性だけにとどまらない。
橋のような大きく目立つ構造物は、その地域のシンボルになりうる。
そのため橋は魅惑的であること周囲と調和するものであることなども
満足しなければならない。

解析法

構造形態の創生には密度法を用いる。密度法とは位相最適化手法のひとつである。
この方法は材料の弾性合成が密度のべき乗に比例すると仮定し、
まず設計領域を図１のように有限要素で分割し、最適化の手法を用いて、
必要な要素の密度を高く、不必要な密度を低くしていき、
図２に最適な形状を浮かび上がらせるという方法である。
この方法では材料の総質量の制約を変更することで様々な形態を得ることができる。

図１

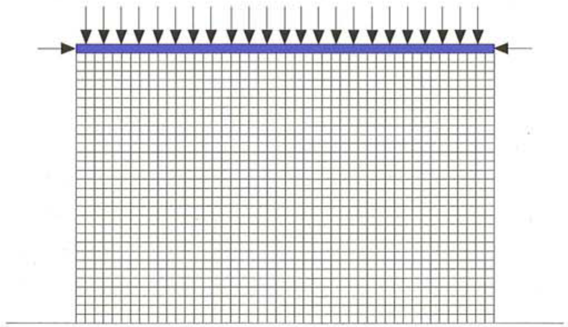
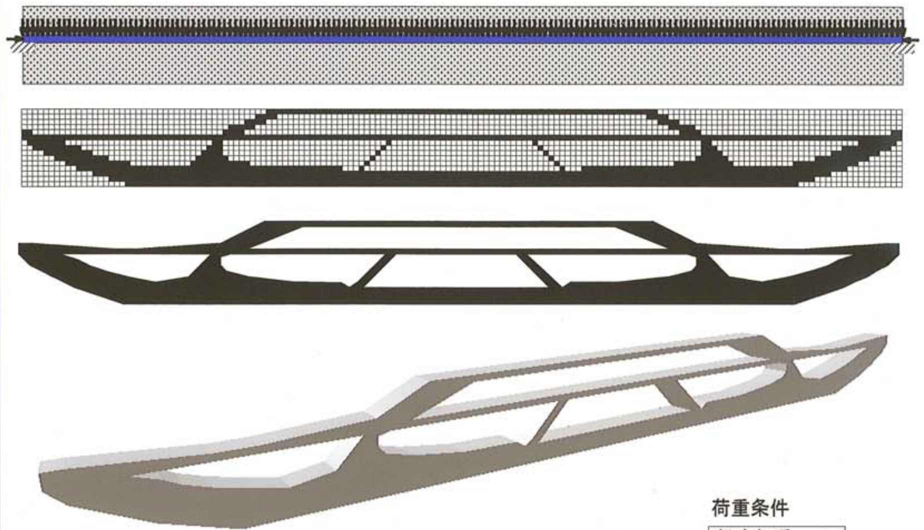


図２

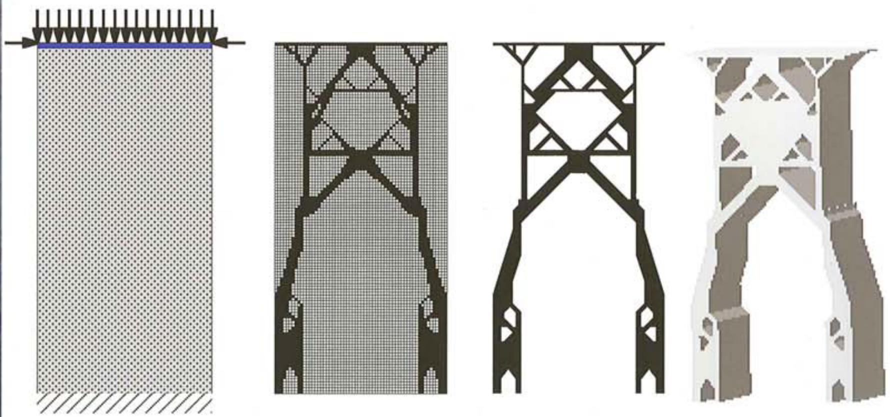
橋梁ダイアグラム



荷重条件

鉛直加重	1
水平加重	0.5

橋脚ダイアグラム



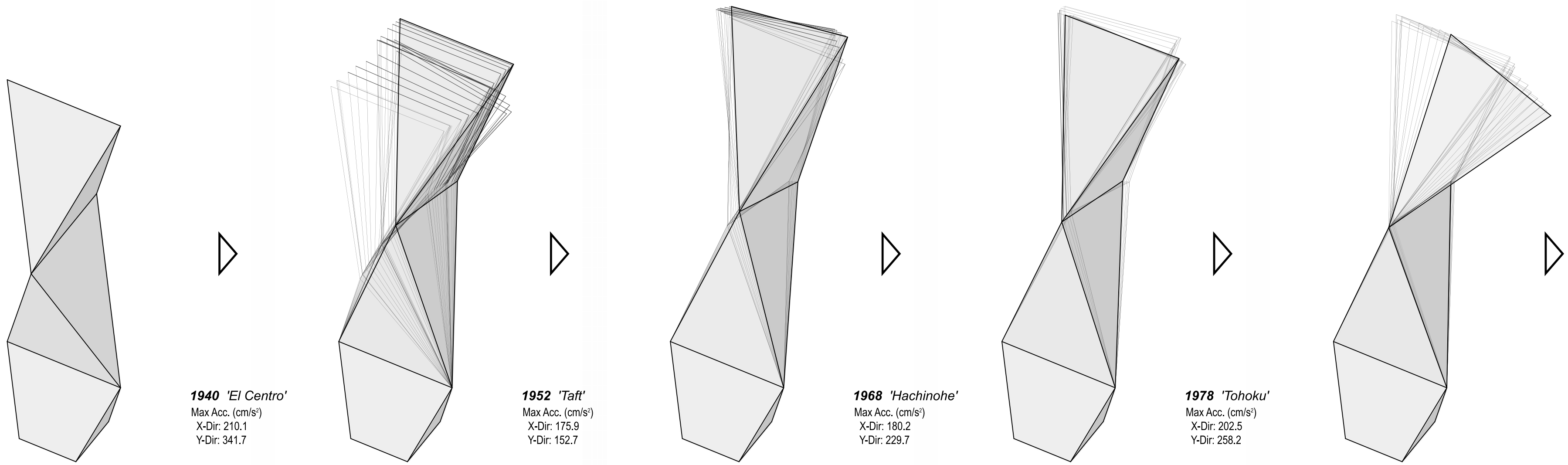
荷重条件

鉛直加重	1
水平加重	0.5

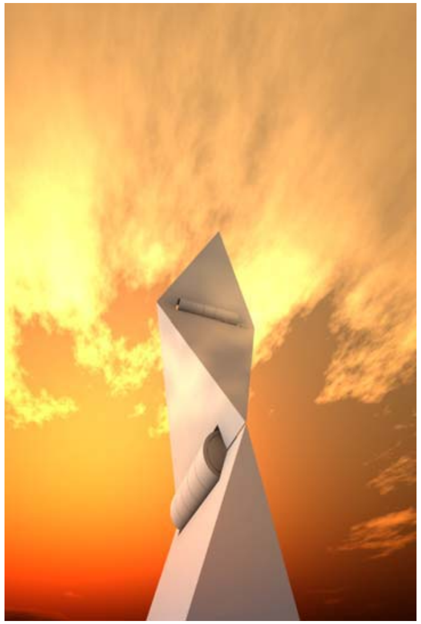
参考文献

・パソコンで解く構造デザイン　藤井大地　著

・フリー百科事典ウィキペディア



上図は、『記憶する塔』が様々な地震を経験することによって形態を変えてゆく(＝記憶を蓄積してゆく)過程の一典型例を示している。 本例では、過去に起きた大地震の記録に基づく加速度を時系列に沿って順次与えた。



Concept

この塔は、地震に遭遇する度に自らの形態を変化させてゆく。いわば、地震と「付き合う」ことによって受けた影響を、自らの形態の変遷の中に刻み続けてゆく建築である。

そのような意味に於いて、この塔は、建築が完成した時点に於いて初めて、その形態の創生が開始されることとなる。

これを見る人は、その土地が経験してきた地震の「履歴」を、この塔の姿の中に認めることになるだろう。

この塔の『かたち』は、過去に経験した全ての地震の『記憶』である。

Design

この塔は、三つの四面体から成り、最下段の一つは、二分の一のみが地上に露出している。

三つの四面体は、互いに直交する二軸方向のヒンジを介して接合されている。
ヒンジ1はY方向にのみ、ヒンジ2はX方向にのみ、それぞれ回転することができる。

常時においては、各ヒンジは摩擦抵抗により静止しており、一定以上のモーメントが作用した時に、回転を始めるものとする。
また、各ヒンジには、後述の回転剛性をもつ回転バネを組み込むこととする。

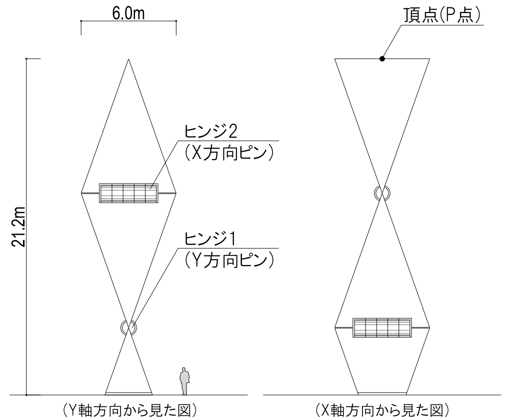
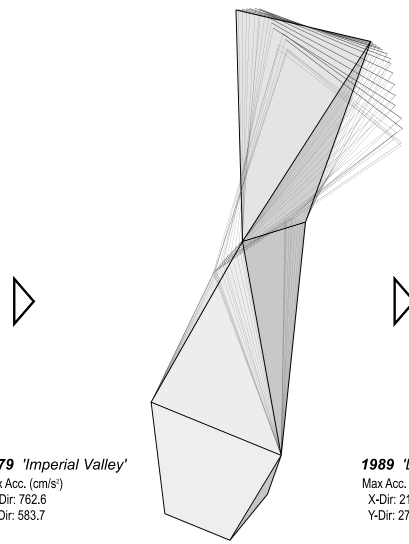


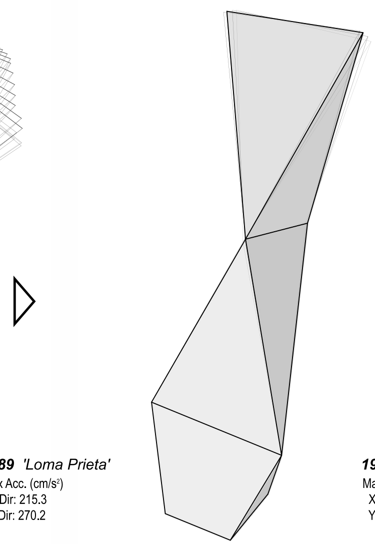
Fig.1 立面図 (縮尺 1:300)

記憶する塔

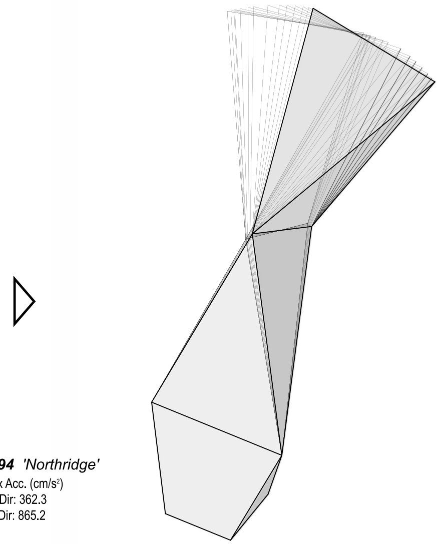
Sheet No. 1/2



1979 'Imperial Valley'
Max Acc. (cm/s²)
X-Dir: 762.6
Y-Dir: 583.7

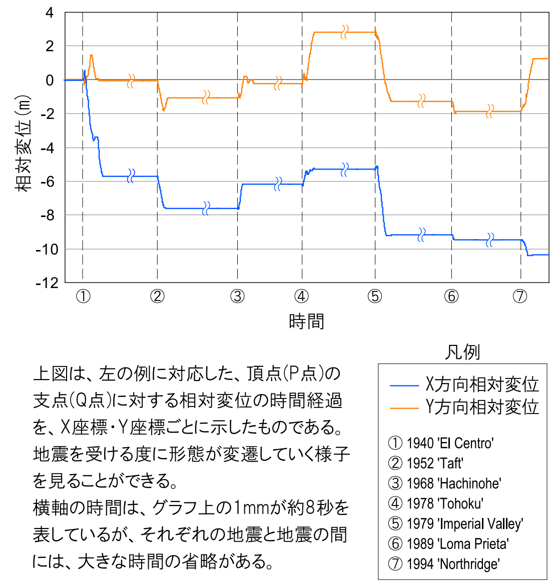


1989 'Loma Prieta'
Max Acc. (cm/s²)
X-Dir: 215.3
Y-Dir: 270.2



1994 'Northridge'
Max Acc. (cm/s²)
X-Dir: 362.3
Y-Dir: 865.2

頂点(P点)の 時間ー変位 関係図



上図は、左の例に対応した、頂点(P点)の支点(Q点)に対する相対変位の時間経過を、X座標・Y座標ごとに示したものである。地震を受ける度に形態が変遷していく様子を見ることができる。
横軸の時間は、グラフ上の1mmが約8秒を表しているが、それぞれの地震と地震の間には、大きな時間の省略がある。

Model / Mechanism

右図のようなモデル化を行った。
各ヒンジと重心をつなぐリンクは、剛体と仮定する。
$m_1 = m_2 = m$とし、L=4.24(m)とした。
各ヒンジにかかるモーメントは、

$M_1 = 4ma_xL\cos\theta_1 + 4mgL\sin\theta_1$

$M_2 = ma_yL\cos\theta_2 + mgL\sin\theta_2$

と表される。
各ヒンジに組み込まれる回転バネは、

$T_1 = -4mgL\sin\theta_1$

$T_2 = -mgL\sin\theta_2$

という挙動を有する理想化された回転バネと仮定する。
(これは、重力によるモーメントm_1gおよびm_2gを相殺する効果を持つ。これによって、塔が傾いた状態でも釣り合いを保つことができる。)
なお、ヒンジ2が回転することによって生じる重心2の移動がヒンジ1に及ぼす影響は無視することとする。

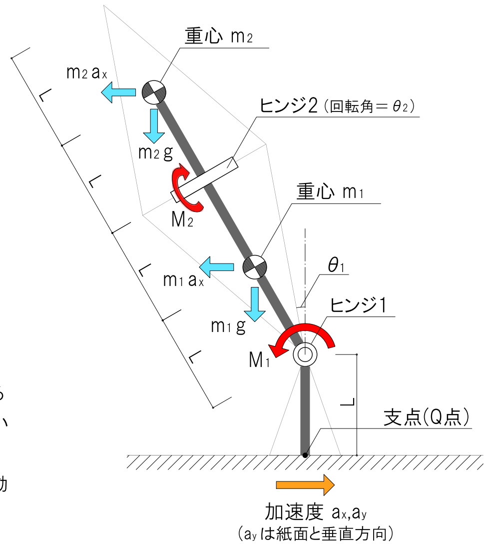


Fig.2 モデル図

Algorithm

開始　入力地震波形を読み込む

↓

支点(Q点)に、入力地震動による加速度(X,Y両方向)を与える

↓

ヒンジ1およびヒンジ2に働くモーメント(M_1, M_2)を求める

$M_1 = 4ma_xL\cos\theta_1 + 4mgL\sin\theta_1$

$M_2 = ma_yL\cos\theta_2 + mgL\sin\theta_2$

↓

求めたモーメントにより、ヒンジの状態を更新する
ヒンジ1・2は、それぞれ「回転中」、「停止中」のいずれかの状態を持つ。

■「回転中」の場合
回転速度が閾値以下であり、かつ回転方向に加速されていない場合は、停止する。そうでない場合は、角加速度を更新し、回転を継続する。

■「停止中」の場合
モーメントが閾値以上であれば、右の計算により求める角加速度で回転を開始する。

$$\ddot{\theta}_i = \frac{M_i - D_i\dot{\theta}_i + T_i}{I_i}$$

ただし、
$\ddot{\theta}_i$: ヒンジiの回転角加速度 (rad/s²)
$\dot{\theta}_i$: ヒンジiの回転角速度 (rad/s)
M_i: ヒンジiに作用するモーメント (N·m)
D_i: 減衰係数
T_i: 前述の回転バネによる復元力 (N·m)
I_i: ヒンジまわりの慣性モーメント (N·m²)

↓

直接積分法により、各ヒンジの回転角度・位置を求める

設定回数まで繰り返し

記 憶 す る 塔　　Sheet No. 2/2