コロキウム
構造形態の解析と創生
2008

開催日：2008年11月20, 21日

日本建築学会

構造委員会　シェル・空間構造運営委員会　シェル・空間構造形態創生小委員会

構造委員会　応用力学運営委員会　形態創生と構造最適化小委員会

情報システム技術委員会　複雑系科学応用小委員会

主　旨　説　明

今世紀に入り、構造形態創生の理論を構造デザインに応用した建築構造の実施施工例が現れ、基礎理論だけでなく幅広い応用研究が期待されるようになってきた。この現状を踏まえ、過去２００６、２００７年度に「コロキウム構造形態の解析と創生」を開催し、構造形態の創生法に関する新しいコンセプトや最適化分野における計算機応用の最新アルゴリズム、既存の最適化手法の実務に対する応用の実態と課題、構造最適化に基づいた建築のデザインなどが紹介され、活発な議論を展開してきた。今や本コロキウムは、研究発表、事例紹介の【論文講演】及び【形態コンテスト】あるいは形態模型展示等の実施により、構造形態創生に関する情報発信源として重要な意味を持ち始めている。

コロキウム２００８では、異なる立場の３つの小委員会が合同主催となり、建築関連の構造最適化や構造形態創生･デザインに関わる最新の研究を手がける研究者、技術者が一堂に会し、継続的な情報交換により、将来に向けたこの分野の目指すべき方向性を探りながら、今後の研究のますますの発展に資することを目的とする。

２００８年１１月

シェル･空間構造形態創生小委員会主査　本間 俊雄
形態創生と構造最適化小委員会主査　藤井 大地
複雑系科学応用小委員会主査　朝山 秀一

構造委員会

委員長　和田 章（東京工業大学）

幹事　倉本 洋（大阪大学），福和 伸夫（名古屋大学），緑川 光正（北海道大学）

シェル・空間構造運営委員会

主査　大森 博司（名古屋大学）

幹事　大崎 純（京都大学），川口 健一（東京大学）

シェル･空間構造形態創生小委員会

主査　本間 俊雄（鹿児島大学）

幹事　熊谷 知彦（東京工業大学），山本 憲司（鹿児島大学）

委員　大森 博司（名古屋大学），岡田 章（日本大学）

川口 健一（東京大学），ガン ブンタラ（日本大学）

立道 郁生（明星大学），永井 拓生（早稲田大学）

藤井 大地（近畿大学），藤原 淳（太陽工業）

松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），水谷 太朗（大成建設）

三井 和男（日本大学）

応用力学運営委員会

主査　竹脇 出（京都大学）

幹事　栗田 哲（東京理科大学），高田 毅士（東京大学），山田 貴博（横浜国立大学）

形態創生と構造最適化小委員会

主査　藤井 大地（近畿大学）

幹事　高田 豊文（滋賀県立大学），平田 裕一（三井住友建設）

委員　石井 惠三（くいんと），大崎 純（京都大学）

大森 博司（名古屋大学），小野聡子（有明工業高等専門学校）

坂 敏秀（鹿島建設），堤 和敏（芝浦工業大学）

本間 俊雄（鹿児島大学），松井 和己（横浜国立大学）

松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），三井 和男（日本大学）

情報システム技術委員会

委員長　新宮 清志（日本大学）

幹事　加賀 有津子（大阪大学），鳶 敏和（有明工業高等専門学校），三井 和男（日本大学）

複雑系科学応用小委員会

主査　朝山 秀一（東京電機大学）

幹事　瀧澤 重志（京都大学）

委員　池田 靖史（慶應義塾大学），大崎 純（京都大学）

奥 俊信（大阪大学），木村 謙（エーアンドエー）

佐藤 祐介（日本防災研究所），新宮 清志（日本大学）

谷本 潤（九州大学），堤 和敏（芝浦工業大学）

藤井 晴行（東京工業大学），堀池 秀人（堀池秀人都市・建築研究所）

前 稔文（大分工業高等専門学校），三井 和男（日本大学）

渡辺 誠（渡辺誠／アーキテクツ オフィス）

「コロキウム 構造形態の解析と創生 2008」実施主担当者　（*は各担当グループのリーダーを表す）

コロキウム実施責任者：本間 俊雄（鹿児島大学）

形態コンテスト担当：立道 郁生*（明星大学），堤 和敏（芝浦工業大学），松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），三井 和男（日本大学），水谷 太朗（大成建設），渡辺 誠（渡辺誠／アーキテクツ オフィス）

資料集担当：藤井 晴行（東京工業大学），本間 俊雄（鹿児島大学），山本 憲司*（鹿児島大学）

会計担当：朝山 秀一（東京電機大学），熊谷 知彦（東京工業大学），高田 豊文*（滋賀県立大学）

特別講演担当：池田 靖史（慶應義塾大学），大崎 純*（京都大学）

形態関連 URL 担当：ガン ブンタラ（日本大学），坂 敏秀*（鹿島建設），佐藤 祐介（日本防災研究所）

形態模型展示担当：池田 靖史（慶應義塾大学），平田 裕一（三井住友建設），藤原 淳*（太陽工業）

懇親会担当：小野 聡子（有明工業高等専門学校），木村 謙（エーアンドエー），永井 拓生*（早稲田大学）

会場担当：熊谷 知彦（東京工業大学），瀧澤 重志（京都大学），堤 和敏（芝浦工業大学），前 稔文（大分工業高等専門学校）

コロキウム HP 担当：藤井 大地（近畿大学）

優秀講演選定委員会委員長：岡田 章（日本大学）

＊ 本コロキウムの実施に際しては，シェル・空間構造運営委員会より企画助成を受けました。

コロキウム　構造形態の解析と創生　２００８

－　目　次　－

■特別講演
『空間の育て方』 ---------- 1
平田晃久(平田晃久建築設計事務所)
『人工物設計の新しい形－大規模計算力学解析とインタラクティブ設計の統合－』---------- 3
吉村忍(東京大学)

■一般講演
(1) 台地の浸食アルゴリズムに基づくＬ字型平面を持つ空間構造形態の創生---------- 7
○中村直義(東京電機大学)，朝山秀一
(2) 釣合い経路を指定したトラス構造物のトポロジー最適化---------- 13
○木下拓也(京都大学)，大崎純
(3) Pendulum Structure の構造特性および建築形態に関する研究---------- 19
○佐藤慶太(早稲田大学)，新谷眞人，永井拓生
(4) 形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用
～自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案～---------- 25
○桜井克頼(名古屋大学)，木村俊明，大森博司
(5) 屋根デザイン発想支援型形態創生システムの適用に関する研究---------- 31
堤和敏，尾鷲淳也，○熊川恵理子(芝浦工業大学)
(6) テンセグリティ構造の位相と形状探索法---------- 37
○張景耀(京都大学),大崎純
(7) 粒子法を用いた位相最適化手法の提案---------- 41
○真鍋匡利(近畿大学)，藤井大地
(8) 構成論的方法論の一形態としての建築形態創成プロセス---------- 47
藤井晴行(東京工業大学)
(9) 重みつき平均コンプライアンスと体積を目的関数としたトラス・トポロジー多目的最適化 --------- 51
○中村喜裕(滋賀県立大学)，高田豊文
(10) 空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究---------- 57
○山崎康太(名古屋大学)，大森博司
(11) 自己釣合条件に基づくテンセグリティの形状設計---------- 63
○江原慎太郎(東京大学)，寒野善博
(12) アルミニウム押出形材の最適断面算出システムの開発---------- 67
○田邉昌基(名古屋大学)，木村俊明，大森博司，飯嶋俊比古，上村和男，松橋雅彦
(13) 張力系構造物の形態解析と多様な汎関数の与える形状に関する基礎的考察---------- 73
○三木優彰(東京大学)，川口健一
(14) 形態設計のＳ－Art 理念 ---------- 79
陳沛山(八戸工業大学)
(15) 解の多様性を考慮したGA系解法による骨組構造の多目的最適化 ---------- 85
○和田大典(鹿児島大学)，堀切秀作，本間俊雄
(16) ＧＡを用いたラチスシェル構造物の形態デザイン手法に関する研究---------- 91
○高野勝吉(法政大学)，大竹美智子，円酒昂，高瀬淑也．佐々木睦朗

(17) 自由曲面シェル構造の形態創生手法への構造安定性評価の導入---------- 97
○藤田慎之輔(京都大学)，大森博司，木村俊明
(18) バケットベース要素生成手法を用いた３D 拡張 ESO 法による構造形態創生 ---------- 103
○足立徹郎(法政大学)，大澤元嗣，本多宏己，佐々木睦朗
(19) ペンギンプールのスロープの配筋方法に関する考察---------- 109
○曽根拓也(早稲田大学)，木村奈央，永井拓生，加藤詞史，新谷眞人
(20) 地震ハザードを考慮した建築物のライフサイクルデザイン---------- 115
○蜂須賀聖力(名古屋大学)，内藤雅子，大森博司
(21) 遺伝的アルゴリズムによる鋼構造物の構造創生支援に関する研究---------- 121
○石田高義(名古屋大学)，伊藤智幸，大森博司，飯嶋俊比古，上村和男
(22) スプリングネットワークモデルによる自己組織化膜構造体の形態創生シミュレーション --------- 127
○乗松隆由(有明工業高専)，松野哲也
(23) 格子状平板の強制変位による自由曲面形成に関する基礎的研究---------- 133
○山本憲司(鹿児島大学)，本間俊雄
(24) 混合整数計画法を用いた立体トラスのトポロジー最適化---------- 139
○和多田遼(京都大学)，大崎純
(25) 応力密度法と逆懸垂発想による圧縮型構造形態創生の基礎的検討---------- 145
○陳毅哲(東京大学)，川口健一
(26) 大型望遠鏡を支持するトラス構造物の多目的最適設計---------- 149
○薫田匡史(名古屋大学)，大森博司，河村拓昌
(27) 多面的性能設計システム開発のための基礎的研究
－多目的最適化手法としての中沢メソッドに関する考察－---------- 155
○藤田啓(名古屋大学)，大森博司，兼光知巳，熊田昭彦

■形態創生コンテスト
□コンテスト概要 ---------- 161
□講評 ---------- 162
(1) AN/DI03.-Dorch- ---------- 166
○岩田正輝(崇城大学)，西郷正浩，深町有紀，山本直樹，上原早紀子，戸島澄歌
(2) Living Tree ---------- 168
○植田大貴(近畿大学)，鈴木聖明
(3) ボルボックス：球の集合による空間---------- 170
前島彩子(東京大学)
(4) 可変多面体による曲面構造 ---------- 171
横須賀洋平(昭和女子大学)
(5) Windy Passage ---------- 173
井戸川達哉(早稲田大学)

■形態模型展示 ---------- 175

＊形態創生に関連する情報は順次、次の HP に掲載していきます。
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/

■特別講演

特別講演講師　平田　晃久（ひらたあきひさ）

特別講演題目

「空間の育て方」

略 歴：

1971 年	大阪府生まれ
1994 年	京都大学工学部建築学科卒業
1997 年	京都大学大学院工学研究科修了
1997 年～2005 年	伊東豊雄建築設計事務所
2003 年	安中環境アートフォーラム国際コンペ三等
2004 年	SD レビュー2004 朝倉賞（House H）
2006 年	SD レビュー2006 入賞（House S）
2005 年～	平田晃久建築設計事務所主宰
2008 年	第 19 回 2007 年 JIA 新人賞受賞

京都造形芸術大学、日本大学、東京理科大学非常勤講師

特別講演講師　吉村　忍（よしむらしのぶ）

特別講演題目

「人工物設計の新しい形　－　大規模計算力学
解析とインタラクティブ設計の統合　－」

略 歴： 1959年 3月生まれ

1981 年 3 月　東京大学工学部原子力工学科卒業
1987 年 3 月　東京大学大学院工学系研究科原子力工学専門課程博士課程修了
（工学博士）
1987 年 4 月　東京大学工学部講師（原子力工学科）
1988 年 4 月　東京大学工学部助教授（原子力工学科）
1992 年 6 月　東京大学人工物工学研究センター助教授（製造科学部門）
1995 年 6 月　東京大学大学院工学系研究科助教授（システム量子工学専攻）
1999 年 4 月　東京大学大学院新領域創成科学研究科教授（環境学専攻）
2005 年 4 月　東京大学大学院工学系研究科教授（システム量子工学専攻）
2008 年 4 月　東京大学大学院工学系研究科教授（システム創成学専攻）

主な研究テーマ： 環境は、人間・人工物・自然が相互に深く関連する複雑系である。環境の諸問題の根本的解決には、それぞれの複雑系ダイナミクスの理解とモデリング、それに基づく予測の高精度化が必須である。そこで、(a) 物理現象モデリングの基盤としての計算力学、(b) 人間・社会・生態系モデリングの基盤としての知的情報処理、(c) それらを現実問題に定量的に展開するための超高速並列分散処理及びネットワーク、の三者を総合化した知的シミュレーションに関する研究・開発を通して、人間・人工物・自然複雑系の大規模高精度シミュレーションとシステムデザインに取り組んでいる。代表的なテーマは、(1) 超高速並列計算機による大規模計算力学シミュレーション、(2)次世代社会・環境シミュレータ、(3)生物メカニズムに基づく機械システムイノベーション

主な受賞：

1990 年　Cray Gigaflops 賞（Cray Research Inc.）
1991 年　Junior SMiRT 賞（11 回原子力構造工学に関する国際会議(11th SMiRT)）
1996 年　日本応用数理学会論文賞（実用部門）
1997 年　日本シミュレーション学会賞（論文賞）
1998 年　日本原子力学会賞（論文賞）及び SMiRT-11 記念賞
2000 年　日本機械学会計算力学部門業績賞
2005 年　日本機械学会フェロー
2006 年　日本計算工学会論文賞
2006 年　IEEE/ACM Supercomputing2006 Gordon Bell Award finalist
2007 年　日本シミュレーション学会賞（研究賞）
2007 年　JACM Fellows Award（日本計算力学連合(JACM)）
2008 年　The K. Washizu Medal（国際計算実験理工学会議（ICCES'08））
2008 年　日本機械学会賞（技術）

主な社会的活動：

ADVENTURE プロジェクトリーダー
日本学術会議・連携会員
原子力安全基盤機構・基準検討委員会・委員長
日本計算力学連合（JACM）副会長
国際計算力学連合(IACM)評議員
日本機械学会・能力開発促進機構「計算力学技術者認定事業委員会」委員長
日本電気協会原子力企画委員会構造分科会分科会長

人工物設計の新しい形
－　大規模計算力学解析とインタラクティブ設計の統合　－

吉村　忍
東京大学大学院工学系研究科システム創成学専攻，教授，工学博士
yoshi@sys.t.u-tokyo.ac.jp, http://save.sys.t.u-tokyo.ac.jp, http://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp

1　人工物設計における高速計算機，大規模解析の役割

設計目標がある範囲の値を満足するような設計解を得ることを満足(化)設計と呼び，設計目標を最大化あるいは最小化するような設計解を得ることを最適(化)設計と呼ぶ．目的関数は設計変数の関数として表すことができるが，現実の設計問題においては目的関数にたくさんの凹凸が存在し，また部分的に不連続であったりする．この1つ1つの山あるいは谷は局所的最適解と呼ばれ，その中で最も最適な解を大域的最適解と呼ぶ．最適化問題においては，大域的最適解が最も望ましい設計解であることはいうまでもない．ただし，課題は，どのようにすれば大域的最適解を効率良く見出すことができるのか，である．

最適設計に関する課題は様々な視点から分類できる．本稿の主題に関して言えば，(1)設計変数が与えられたとき(設計解候補が提示されたとき)，それに対応する目的関数あるいは制約関数をどのようにして高速かつ精密に評価するかという順解析プロセスの高度化の視点と，(2)大域的に最適な解をいかに早く見つけ出すかという解探索の視点の2つがある．大雑把に言えば，

設計解の探索に要する時間
　∝　一回の順解析にかかる時間×解の探索回数
最適解の信頼性
　∝　順解析の精度×探索の精度
　∝　順解析の時間×探索回数

となる．よって，限られた設計時間，計算機資源のもとで大域的最適解を見出すためには，

①　順解析の精度と計算時間のバランス
②　解探索における探索精度と探索回数のバランス

を考えて，適切な順解析法と設計解探索法を選択することが重要となる．

そもそも人工物設計においては，問題設定の段階で設計者の経験や感，あるいは先験的知識が重要な役割を果たしている．このような背景から，従来は，やみくもに設計解析に高速計算機を導入したり，解探索プロセスを自動化することには抵抗を感じる場合が多かった．しかしながら，高速計算機が発展し，PC クラスターに代表される廉価で高性能の並列計算機環境が一般の設計製造現場にも導入されるようになり，またハイエンドの環境としてはピーク性能100TFLOPS(=100x10^{12}回の浮動小数点演算／1秒)級の並列計算機が利用可能となり，ITBL や NAREGI に代表されるグリッド環境も登場してきている．さらに 2012 年には次世代スパコン(10PFLOPS(=10x10^{15} 回)級)が稼働予定である．このため，高速計算機をどのように人工物設計に活用していくかは今後のものづくりプロセスにおいて重要な鍵を握る．

2　オープンソース並列 CAE システム ADVENTURE

著者らは，1997 年–2002 年に日本学術振興会未来開拓学術研究推進事業「計算科学」分野の中でADVENTUREプロジェクトを推進し，そこで任意形状の実用力学問題を，1千万～数億自由度級モデルを用いて解析や最適化計算が可能な並列 CAE システム AVDENTURE を開発し，Ver.1 を 2002 年 3 月にプロジェクトホームページから無料公開した[1-3]．その後も，自主独立の産学連携のオープンソース並列 CAE システム開発プロジェクトとして研究開発・保守を続けている．2008 年 10 月時点で国内外の登録ユーザー数 5,100 名，ダウンロードされたモジュール数 27,400 本になる．ADVENTURE は地球シミュレータ上でも 256 ノード(2048 プロセッサ)を用いてピーク性能の 31.75%という高効率で稼動している[4]．また，ADVENTURE をもとにアライドエンジニリングが開発し 2002 年から販売している商用コード ADVENTUREcluster[5]は自動車，電機メーカーをはじめ，産業界に広く普及している．

ADVENTURE システムでは，実用的な人工物モデルの丸ごと解析を可能とすべく1千万から数億自由度級モデルを自由自在に扱えると同時に，システムの開発・保守を容易にするために，背景知識や理論・アルゴリズム，プログラミングスタイルの異なる多数のプレモジュール，メインモジュール，ポストモジュール，最適化モジュールを独立なコードとして構築している(図1参照)．各モジュールには領域分割型データ構造を基礎とする並列アルゴリズムが実装されて

おり，それぞれ単独コードとして並列環境で稼動する．同時に各モジュールのデータ入出力は，並列分散環境での大規模解析を前提とする標準的な I/O（ADVENTURE_IO）[6] によって統一され，モジュール間の連携を図りながら各種連成解析や最適化解析を行い易いように設計されている．

3 並列環境での最適設計 ータービン翼を例としてー

ADVENTURE システムの最適設計への実用性能を検証する目的で実施したタービン翼の熱弾性形状最適設計について紹介する[7]．タービン翼は，図2に示すように複雑な形状をしており，設計においては，空力特性，除熱特性，強度特性等を同時に考慮することが求められる．しかし，3 次元モデルを用いた流体-熱-構造連成解析自体が極めて難しく，さらに形状を最適化することは，大変困難な問題の1つとなっている．著者らは流体構造連成解析を含む汎用的な大規模連成力学解析を実現可能なシミュレーションシステムの開発も行っている[8–10]．

本問題設定では，本来は流体解析から定まるべき温度境界条件を固定した上で，図3に示すように，内部冷却流路の形状を設計変数とする熱弾性形状最適化問題に適用した．具体的には次の最適化問題を解いた．

目的関数：応力分布の平坦化
制約条件：全域の発生温度が 500℃以下
　　全域の発生応力が 740MPa 以下
設計変数：内部冷却流路の形状（ベジエ・スプライン曲面）の 55 個の制御パラメータ

図4に，本最適化設計を行うために設定した各モジュールの連携を示す．ADVENTURE モジュールのうち ADVENTURE_Metis（領域分割），ADVENTURE_Thermal（熱伝導解析），ADVENTURE_Solid（熱応力解析）はそれぞれ並列化されており，これらに加えて形状パラメータを指定すると形状を定義し，表面三角形パッチを生成し，メッシュを生成するモジュールが接続されている．図5には，自動的に生成されたメッシュ（15 万自由度規模）を一例として示す．最適化アルゴリズムとして，大域的最適解の探索に適した実数値 GA と適応型応答曲面法の一種である IOSO（Indirect Optimization based on Self Organization）法[7, 11]を採用した．これらの最適化アルゴリズムも容易に並列化できるので，図６に示すように 2 段階の並列化が可能となり，並列計算機のプロセッサ資源を問題に応じて，各順解析の並列化と最適アルゴリズムの並列化に効率的に配分し，利用することができる．さらに，このような最適解析やパラメトリック解析を，遠隔地に分散配置されたグリッド環境に展開することも可能である[12]．

図７に世代進行に伴う目的関数の履歴および内部冷却流路形状の変化を示す．図８には 70 世代で得られた設計解に対する表面相当応力分布を示す．この例では初期解よりも最大応力を 35%も低減できた．

なお，探索型最適化では探索途上で多数の準最適解が生成されるので，それらをクラスター分析することにより設計解に対する豊富な情報の抽出も可能となる[13, 14]．

4 インタラクティブ設計による設計解導出

最近の設計問題・意思決定問題は諸現象の複合化が著しい．その結果として，設計変数，制約条件，目的関数などが多種・多様となり，適切な設計解を見出したり，的確な意思決定を行うことは困難である．一つの具体例として多目的最適化問題を考えてみる．ここでは，パレート解と呼ばれる多数の代案的な解が生成される．パレート解の探索プロセスそのものも重要であるが，実は，多数のパレート解の中から唯一の解（ここでは最終的な設計解と呼ぼう）を選択し意思決定をすること自体が非常に困難な作業である．

多目的最適化において唯一の設計解を決める代表的な意思決定法として次の二つの方法が挙げられる．第一は，選好度法と呼ばれるものである．ここでは，目的関数毎に設計者の選好度を決め，これを利用して多数の目的関数をひとつの関数に集約し，直接唯一の解を求める．二番目は，得られたパレート解に関してトレードオフを決めて意思決定する方法である．しかし，選好度やトレードオフを利用する方法は，しばしば貧弱な設計特性を現わす．これは，選択された唯一の決定解が，耐久性や加工性のように明示的には最適化問題の中に定式化されなかった設計因子を考慮する場合に，適切でない解になる可能性が高いからである，逆に言えば，もし得られた複数のパレート解とそれらに付随する詳細情報が設計者に適切な形で提供されるならば，それらの情報と明示的には定式化されなかった設計因子を総合的に判断しながら，設計解を適切に選択できるようになると期待される．様々な情報提示手段の中で，可視化は，設計解の形や目的関数及び設計パラメータの相互関係に関する情報を提

示する最も有効な方法の一つである．しかしパレート解は，4 次元以上の多次元情報空間に存在することも多く，それを直接可視化することが困難である，著者らは，文献(14)の研究成果をベースとして，多次元情報空間の対話型可視化・設計解探索支援システム ADVENTURE_DecisionMaker を開発し，ADVENTURE システムの新しいモジュールの一つとして，2008 年 4 月に http://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp より無料公開した．DecisionMamker モジュールのダウンロード本数は 2008 年 10 月時点で 120 本となっている．

本可視化では，図 9 に示すように，設計パラメータ空間，目的関数空間，制約変数空間などの多次元情報空間を複数個の 2 次元ないし 3 次元の部分空間に分割し可視化するとともに，それらの相互関係も対応する点を直線で結ぶことによって同時に表現する．しかも，この可視化された多次元情報空間の中でパレート解を対話的に操作することにより，設計者は各パレート解の工学的意味を理解することができる．操作メニューには次のようなものがある．

図の回転・並行移動・拡大機能
制約条件設定機能
データ列の部分的非表示機能
データ絞り込み機能
選択データ列の全表示機能

ADVENTURE_DecisionMaker を用いて，原子力発電プラントのメンテナンス最適化問題などに適用し有効性を検証した[15]．また，小型人工飛翔体の羽ばたき運動の多目的設計にも適用されている[16]．

5. おわりに

人工物設計において，設計解候補の力学評価をより高精度に行う上で大規模計算力学は大きな威力を発揮する．また，ある種の設計解探索アルゴリズムは並列計算との相性もよい．しかしながら，その一方で，より複雑化していく人工物設計問題において完全自動で最終的な解まで絞り込むことは困難になりつつある．それは，最適解探索アルゴリズムの本質的な問題であると同時に，より重要なのは複雑化した設計問題においてすべての設計情報を適切に定式化し，設計問題に組み込むことが困難であるという事実に起因する．この観点では，大規模計算力学によって評価された多数の設計解候補を多次元の設計解空間上に可視化し，その情報をインタラクティブに操作しながら，設計問題の特性をより正確に理解し，設計問題としての定式化には適していない設計情報と併せて総合的に設計解を絞り込んでいくインタラクティブ設計アプローチが有効と考える．結局は，最新コンピュータと人間の特性を統合化したアプローチが，今後の人工物設計における新しい形態を作り出していくだろう．

参考文献

1) http://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp
2) S.Yoshimura, R.Shioya, H.Noguchi, T.Miyamura, Advanced General-purpose Computational Mechanics System for Large Scale Analysis and design, Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol.149, pp.279-296, (2002)
3) S. Yoshimura, Virtual Demonstration Tests of Large-scale and Complex Artifacts Using an Open Source Parallel CAE System, ADVENTURE, Solid State Phenomena, Vol.110, pp.133-142, (2006)
4) M.Ogino, R.Shioya, H.Kawai, S.Yoshimura, Seismic Response Analysis of Full Scale Nuclear Pressure Vessel Model with ADVENTURE System on the Earth Simulator, Journal of the Earth Simulator, Vol.2, pp.41-54, (2005)
5) H. Akiba, S. Yoshimura et al., Large Scale Drop Analysis of Mobile Phone Using ADVC on Blue Gene/L, Proc. IEEE/ACM Supercomputing 2006, CD-ROM, (2006)
6) T.Miyamura, S.Yoshimura, Generalized I/O Data Format and Interface Library for Module-based Parallel Finite Element Analysis System, Advances in Software Engineering, Vol.35, pp.149-159, (2004)
7) B.H.Dennis, I.N.Egorov, H.Sobieczky, G.S.Dulikravich, S.Yoshimura, Thermoelasticity Optimization of 3-D Serpentine Cooling Passages in Turbine Blades, International Journal of Turbo & Jet-Engines, Vol.21, No.1, pp.57-68, (2004)
8) Y.Y. Jiang, S. Yoshimura, C. Kato et al., Quantitative Evaluation of Flow-Induced Structural Vibration and Noise in Turbomachinery by Full-scale Weakly Coupled Simulation, Fluids and Structures, Vol.23, pp.531-544, (2007)
9) S. Yoshimura, N. Yonemura, T. Yamada, Coupling Analysis Platform in Parallel Environments REVOCAP_Coupler, Proc. APCOM'07-EPMESC XI, p.236, (2007)
10) T. Yamada, S. Yoshimura, Line Search Partitioned Approach for Fluid-structure Interaction Analysis of Flapping Wing, Computer Modeling in Engineering and Sciences, Vol.24, No.1, pp.51-60, (2008)
11) I.N.Egorov, Indirect Optimization Method on the Basis of Self-Organization, Curtin University of Technology, Perth, Australia, Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98), Vol.2, pp.683-691, (1998)
12) 三村泰成，吉村忍，グリッド環境における最適構造設計システム，日本機械学会論文集 A 編，Vol.73, No.725, pp.131-138, (2007)
13) M.J.Jeong, B.H.Dennis, S.Yoshimura, Multidimensional Clustering Interpretation and Its Application to Optimization of Coolant Passage of Turbine Blade, Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol.127, pp.215-221, (2005)
14) 鄭珉仲，小林孝，野村武秀，人工衛星用ヒートパイプの多目的最適化設計におけるパレート解の視覚化とクラスタリング分析，日本機械学会論文集 C 編，Vol.71, No.710, pp.3026-3033, (2005)
15) 吉村忍，古田一雄，礒部仁博，軽水炉保全最適化のための総合型シミュレータに関する技術開発，日本機械学会第 7 回最適化シンポジウム（OPTIS2006）講演論文集，No.06-48, pp.221-226, (2006)
16) 犬塚一徹，山田知典，吉村忍，小型人工飛翔体の羽ばたき運動の多目的設計，日本機械学会論文集 B 編，投稿中

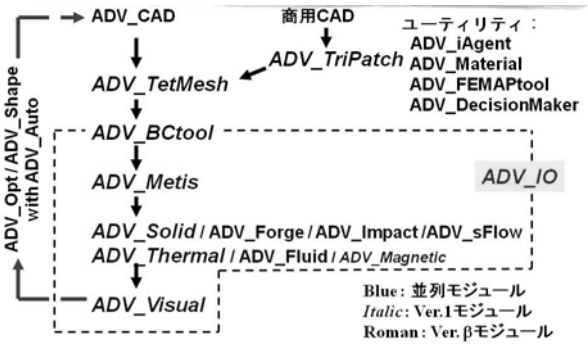


図１　ADVENTURE システムのモジュール

図２　タービン翼

図３　内部冷却流路のベジエススプライン曲面表現

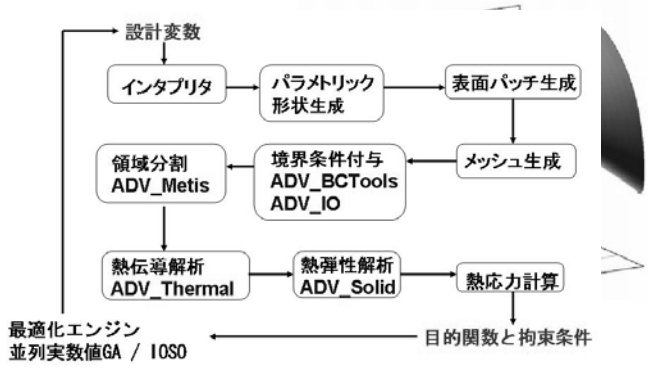


図４　形状最適化における ADVENTURE モジュール連携

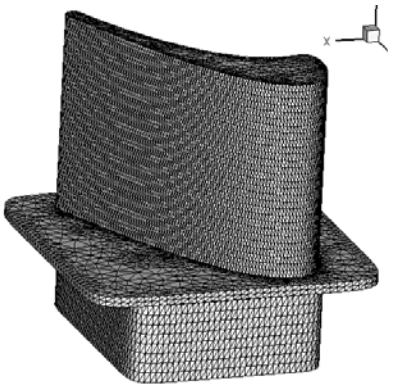


図５　自動的に生成されたメッシュの一例

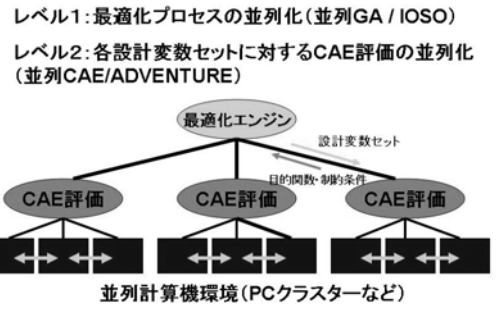


図６　２段階並列処理

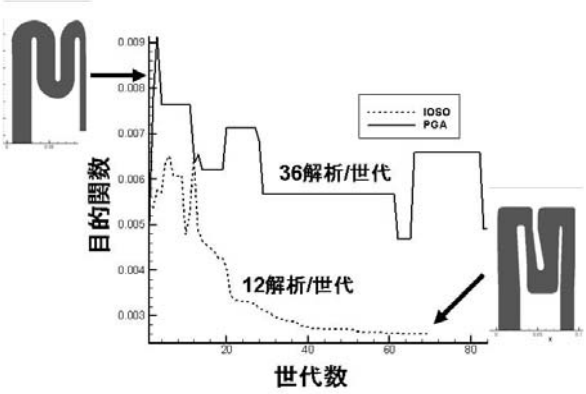


図７　目的関数の収束履歴と内部冷却流路形状変化

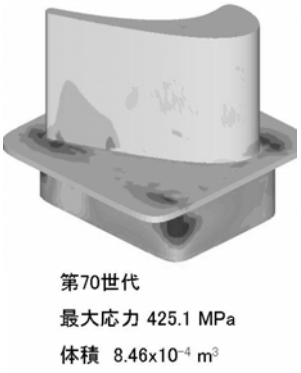


図８　最適解の表面応力分布

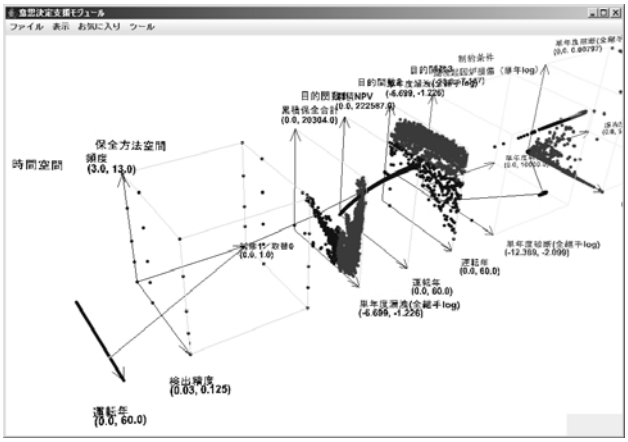


図９　ADVENTURE_DecisionMaker による多次元設計解の対話的可視化例

■一般講演

台地の浸食アルゴリズムに基づくＬ字型平面を持つ空間構造形態の創生

中村直義[1)] 朝山秀一[2)]
1)東京電機大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生，tdu_asayama@yahoo.co.jp
2)東京電機大学，教授，工博

図１　地形を模した構造の軸組図

1 はじめに

筆者らは、新しい建築構造の形態をフラクタル幾何学に基づいて生成する方法について研究してきた[1)]。一方、構造の最適化問題は、過去の多くの研究を経て、近年では新しい構造形態の創生と結びつき始めている[2)3)]。こうした流れはコンピュータで設計の概念、論理や条件を満たす空間を創生するアルゴリズミック・デザインと一体化し、新たなデザイン領域を作り始めている[4)]。本研究では非線形物理学における稲岡・高安による台地の浸食アルゴリズム[5)]を用い、地形を模した構造に関する最適形態の探査[6)]を一歩進めＬ字型平面における最適形態を求め、この構造物の力学的な特性について述べる。

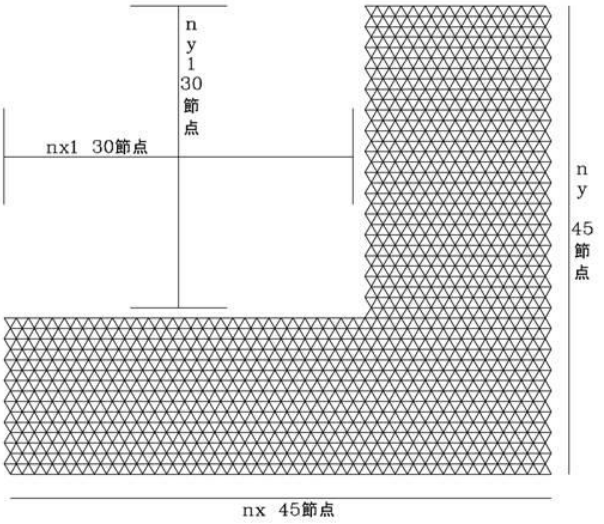


図２　地形を模した構造の伏図

2 地形生成アルゴリズムと構造モデル

降雨による台地の浸食アルゴリズムに基づき作成した立体フレームの例の軸組を図 1、伏図を図 2 に示す。浸食計算を行うＬ型の平面を持つ構造モデルは、x 方向の節点数(nx)が 45、y 方向の節点数(ny)が 45、スパン方向の節点数が 15、節点間距離 5m、土地の高さを 10m である。浸食係数を 1.5、大地の外周 4 方向に水が流れると仮定し、5000 回の浸食計算を繰り返し行い、それを初期モデルに用いた（最大高さ 79.7cm）。図 3 はその過程を示したもので図中に示す細い縦線は、水溜りの位置とその水位を 100 倍にして表示したものである。1~40 回の繰り返しまで、水溜りの数は不安定で 111 箇所から 80 箇所の間で数が変動し、50~1000 回の繰り返しの間では、水溜りの数は 78 箇所と安定し、その位置もほとんど変わらない。次に 3000 回の繰り返しで一気に水溜りの数が減少し、4000 回で消失した。本研究では 5000 回の繰り返しまで浸食計算を行ったものを初期モデルに用いた。なお、上述の水溜りの数と浸食計算の繰り返し回数の関係を図 4 に示す。

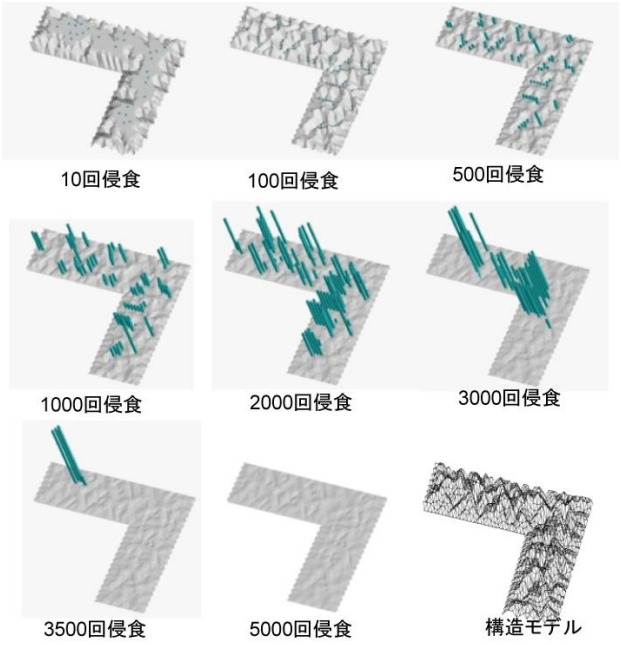


図３　水溜りの位置と水位

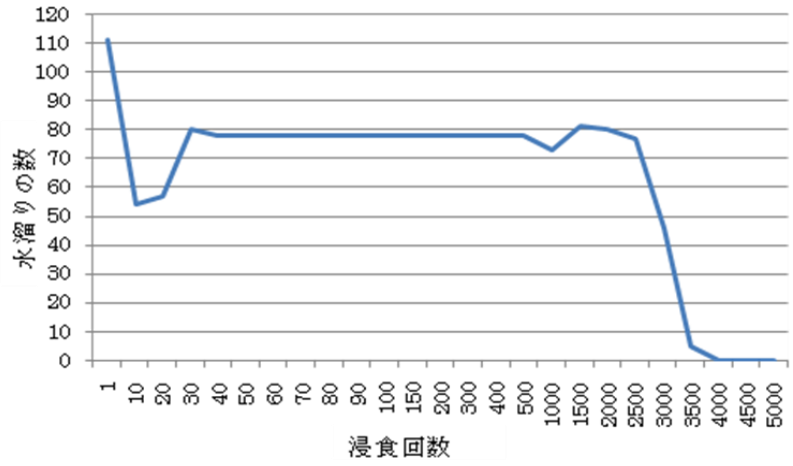


図４　浸食回数に対する水溜りの数の推移

図５　水流方向線画

また、その浸食計算によって得られた水の流れを表す水流方向の線画を図 5 に示す。
この流線は、各節点を一律 n 倍にしている限りは変わらないので、この構造は屋根に使う場合に有用である。また、屋根上に水溜りができる場合でも、どこに雨樋を設ければ良いかも把握することができる。さらに、この構造の上に人工の川を作り庭園とする際も、水の流れる場所の把握に役立つと考えられる。

3　最適形態の探査方法

ここでは、前章で作成した初期モデル（最大高さ 79.7cm）を用い、その高さを一律にｎ倍したモデル 20 例について連続解析を行い、その最大鉛直変位を目的関数として最適形態の探査を行った。

3-1 解析の条件

解析を行うための条件は以下の通りである。荷重は自重および各節点に節点荷重（ 6kN/m^2 ）とする。支点の拘束条件は、構造体の内側２辺と外側２辺の端点を全て拘束した場合（Case - 1）、周囲の支点を全て拘束した場合（Case - 2）、Case － 1 の拘束位置に加え間口の中央部を拘束した場合（Case - 3）の 3 通りとした。鉛直方向倍率は初期モデルの高さに影響されるが、ここでは 5 倍ごとに 20 回繰り返し解析を行った。部材を 450×25 の鋼管を基本とするものを Model-A 、200×20 が Model-B とし、また拘束は全てピン接合とした。なお、初期モデルの最大高さは前述のように 79.7cm である。

3-2 最適形態探査の流れ

システムの流れを図 5 に示す。はじめに、地形の浸食プログラムにより 2 章で述べた数値に基づき、解析モデルを作成する。次に解析の条件を決定し、最適形態探査プログラムを実行する。このプログラムでは任意立体骨組解析プログラム（ MultiFrame ）へ解析に必要なデータを引き渡し、その計算終了後は、解析結果を引き出し、最適化に必要な処理を実行している。

浸食計算により作成された節点座標（ x, y, z 座標 ）を用いて、Node データ、Element（部材）データの作成、部材番号の割り当て、拘束条件の設定、自重計算の指定、節点荷重の設定などをコマンド形式のプロシージャで任意立体骨組解析プログラムに引き渡す。解析データの作成終了後、初期モデルに対して 1 回目の解析が行われ、指定した値（最大変位、支点の反力、最大モーメントのいずれか）を解析結果データの中から摘出し、次に現在の全部材長を算出する。 ２回目以降の解析は各節点の z 座標を変更することにより、鉛直方向倍率を違うモデルに更新され、そのつど倍率変更後の全部材長が計算される。それを用いて使用部材を初期モデルの全部材体積とほぼ同じになるようにあらかじめ準備した断面の中から選択する方法を採用し（表 1）各モデル間で部材の体積が一定になるように工夫した。その後、解析、最大変位の摘出を行い、2 回目以降この作業を繰り返す。作業終了後、各データを保存する。

4 解析結果

図 6 は初期モデルに対する鉛直方向倍率と最大鉛直変位の関係を示したもので、図 7 は鉛直方向倍率と最大モーメントの関係を示したものである。

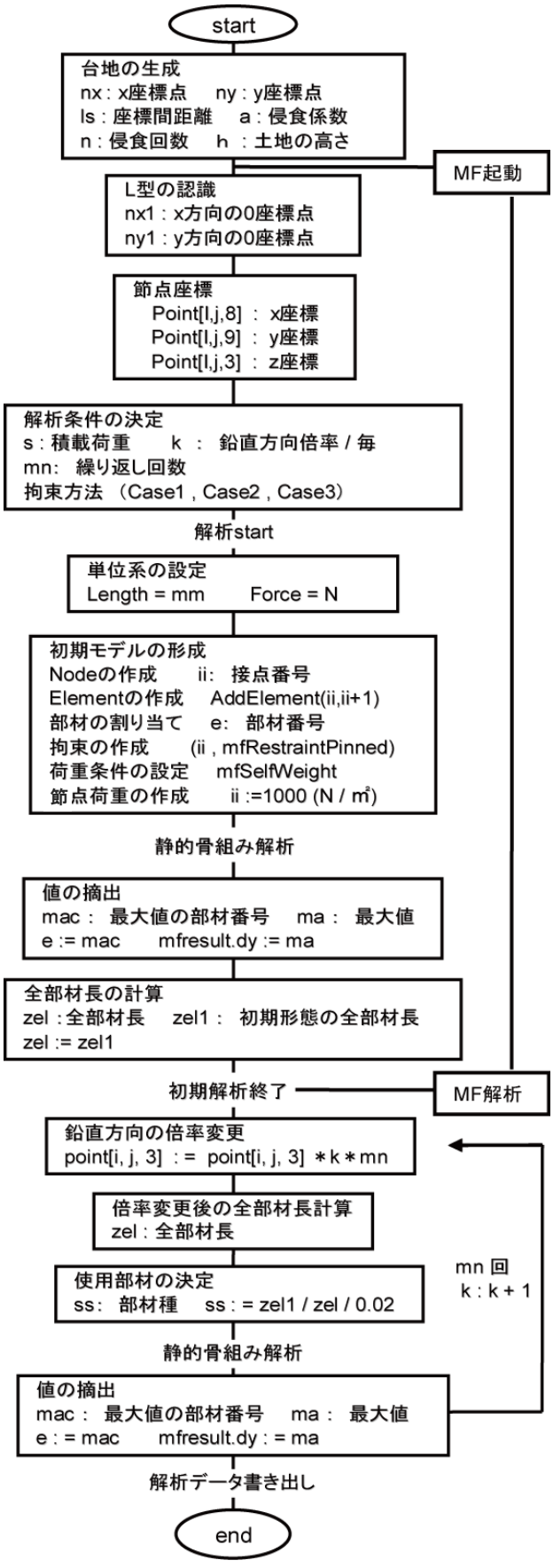


図 5　最適形態探査の流れ

表１　鋼管材リストの一例

部材	A (cm²)	I (cm⁴)	Z (cm³)	i (cm)
450×25	333.63	75587	3359.4	15.052
449.5×24.5	326.95	74065	3295.4	15.051
449×24	320.28	72544	3231.4	15.04
448.5×23.5	313.61	71023	3167.1	15.049
448×23	306.94	69503	3102.8	15.048

最大変位は、Model-A で、Case-1,Case-2 の時の高さ倍率 25 倍の時に最大変位が最小となり、Case-3 では倍率が 20 倍の時に最小であった。Case-1 の支点の拘束条件では、最大変位は 17.6cm 、Case-2 で 4.57cm 、Case-3 では 6.10cm 、となった。このとき架構の最大高さは 20m である。これに対して断面の小さい Model-B では、Case-1 で 20 倍の時に最大変位が最小となり 43.5cm 、Case-2 では 30 倍のときに 6.1cm 、Case-3 では 20 倍の時に最大変位は 18.3cm であった。結果として両ケースとも初期状態から倍率が上がるごとに最小変位が急激に減少した後、緩やかに上昇する。この傾向は支点の拘束条件によらず Case-1~Case-3 で共通に認められる。また、Case-1 のようにスパン方向の支点を拘束しないために、最大変位が大きくなった場合でも、スパン方向の中心点を１ヶ所拘束すれば Case-3 のように最大変位の値を大幅に小さくすることが出来ることが分かった。

一方、最大モーメントの値は、Model-A と Model-B いずれにおいても、高さ倍率の増加に対し急激に減少し、その後は緩やかに増加し続け、支点の拘束条件による差（Case-1~Case-3 の差）は小さい傾向を示した。なお、スラストもほぼ同様な傾向を示した。Model-A , B における Case-1 の最大スラストは図 8 に示すように 1833kN 、724kN である。また、Case-3 では 1633kN 、636kN である。

Case-1,Case-3 の条件における最大変位が最小の時の変形図とモーメント図を図 8 に示す。

また、Case-1 の場合は Model-A、B 共に間口の中央部で鉛直方向変位は最大となり、反力は間口の端点で最大となることが分かった。また、最大曲げモーメントも間口の中央部で最大となる傾向を示した。間口の中点を拘束した Case-3 では、間口の中点と端点の間の点で最大変位が生じ、反力は間口の中点で最大となる。曲げモーメントも概ね間口の付近で大きな値を示すが、Model-B の Case-3 では最大曲げモーメントが間口から離れた場所に生じた。これは構造体が不規則な形状をしていることと、間口の中点を拘束したことで、その付近のスパンが小さくなり、スパンがより大きい架構の内部に最大値が現れたものと考えられる。

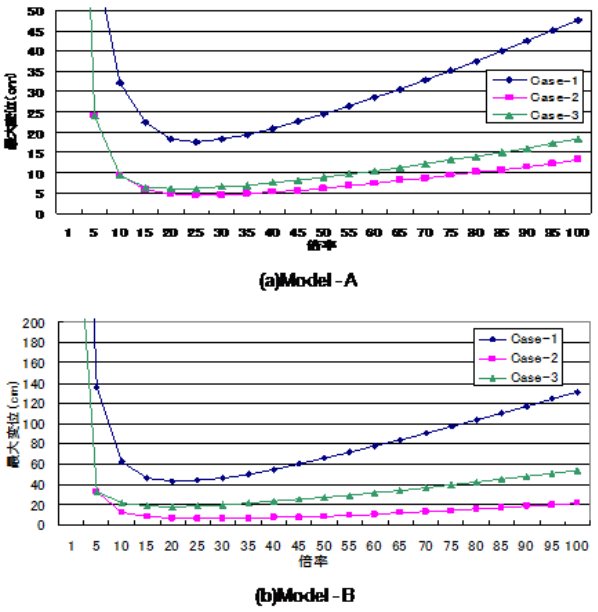


図６　各モデルにおける最大鉛直変位の推移

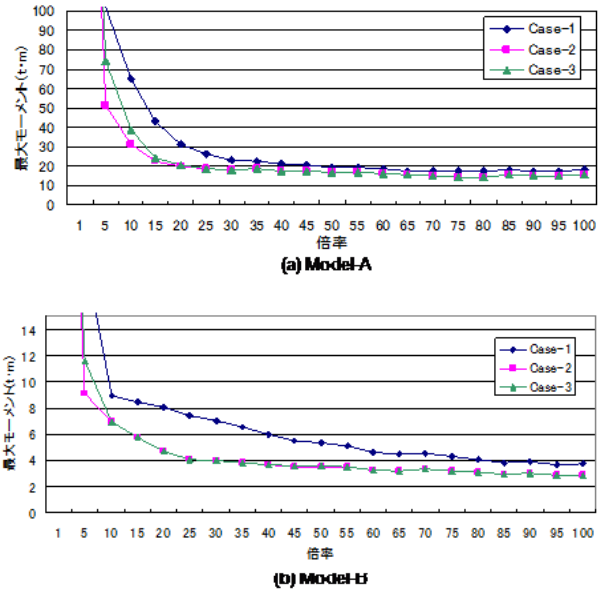


図７　各モデルにおける最大モーメントの推移

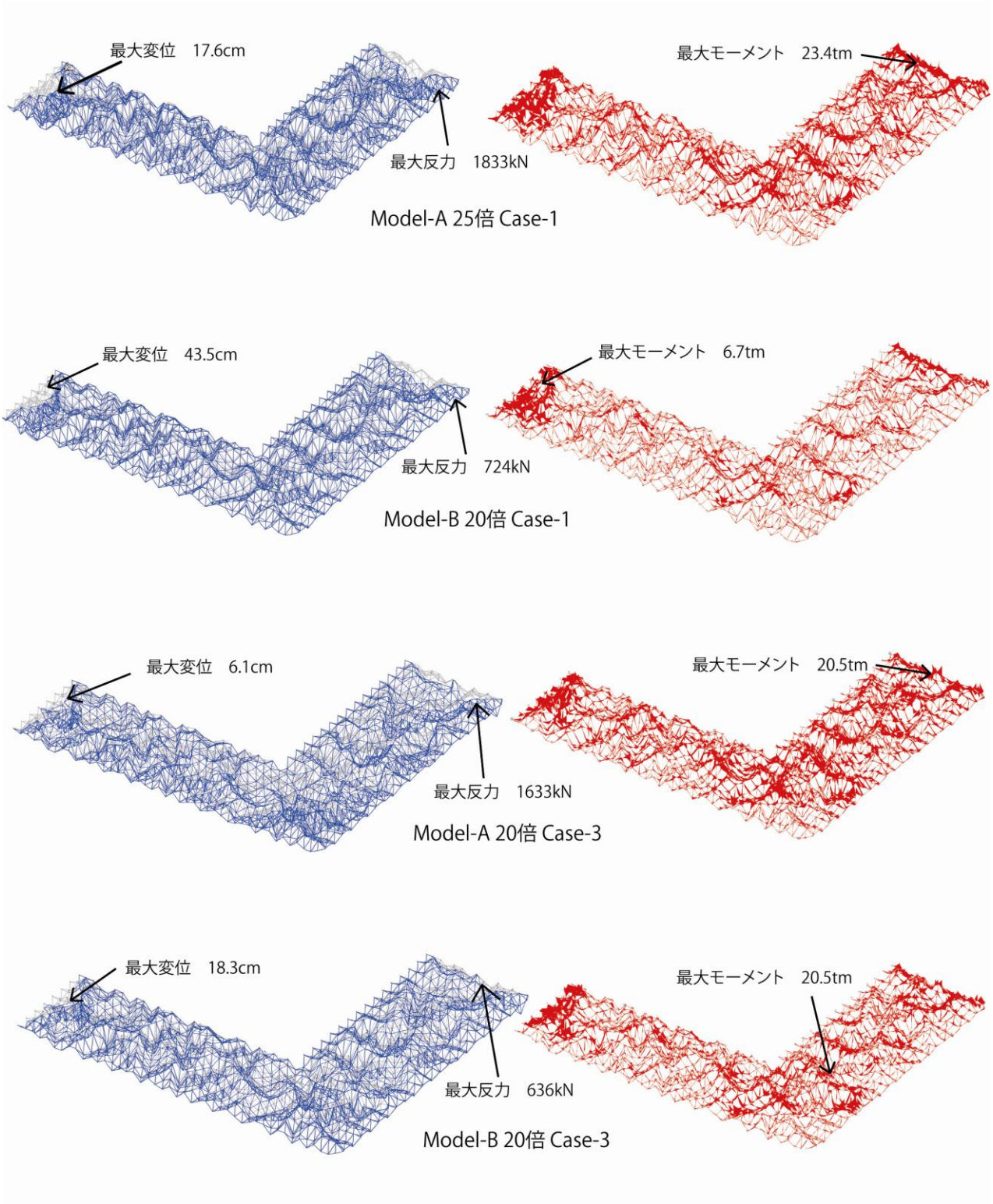


図 8　各モデルの変形図およびモーメント図

5　結論

本論文では雨が台地を侵食して地形が形成される論理に基づき、３次元的な不連続曲面による空間構造について、L 型平面を持つ場合の構造形態を鉛直荷重に対し解析し、その力学的性質を検討した。L 型平面を持つ場合、スパンを一定とすれば、鉛直方向倍率の増加に対して最大鉛直変位が急激に減少し、その後、緩やかに上昇する性質があることが明らかになった。また、モデルのスパン 70m に対して、最大高さは 16～31.8m 程度の形態が鉛直荷重に対して合理的であることが分かった。

本研究ではL 型平面に限定して空間構造の最適形態を探査したが、今後の展望として、昨年度までの研究で生成したＴ型、十字型などの平面形を持つ構造モデルに関して形態の最適化に取り組む事が考えられる。

謝辞

本研究を始めるに際し、御助言を賜ったソニーコンピュータサイエンス研究所の高安秀樹先生に感謝申し上げます。また、L 字型の構造モデルの幾何学的形態を決定する際には東京電機大学院生池田義文氏と小林竜一氏のプログラムを参照させて頂きました。合わせて謝意を表させていただきます。

参考文献

1) 朝山秀一，前稔文：フラクタル幾何学に基づく積層アーチの自動経常生成とその応用に関する研究，日本建築学会構造系論文集，pp181-189，2002 年 7 月
2) 大森博司、崔昌禹：拡張 ESO 法による構造形態の創生ー多目的適応型構造とシェル構造への適応ー、日本建築学会構造系論文集、第 522 号、pp.87-94、2001 年
3) 小河利行，大崎純，立石理恵：線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，No570，pp.129-136，2003 年 8 月
4) 朝山秀一，五十嵐太郎，位寄和久，池田靖史，奥俊信，濱野慶彦，本間俊雄，松永直美，渡辺誠：研究集会①　アルゴリズミック・デザインによる建築形態創生の現状と展望，第 30 回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集
5) Hajime Inaoka and Hideki Takayasu : Water erosion as a fractal growth process , Phy . Rev . E . 47 , pp899-910 , Feb ., 1993
6) 朝山秀一、小林竜一、田中規之：台地の浸食アルゴリズムを用いた不定形空間構造の最適化，日本建築学会・情報システム技術委員会，第 30 回情報・システム・利用・技術シンポジウム，pp.137-140，2007 年 12 月

釣合い経路を指定したトラス構造物のトポロジー最適化

木下 拓也 [1)]　大崎 純 [2)]

1) 京都大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生，修士 (工学), is.kinoshita@archi.kyoto-u.ac.jp

2) 京都大学大学院工学研究科建築学専攻，准教授，博士 (工学), ohsaki@archi.kyoto-u.ac.jp

1 序

構造系は，その剛性によって自重に対して形状を維持し，荷重に対して抵抗する。したがって構造最適化においても，コンプライアンス最小化や剛性制約下での最小重量設計など，剛性の高い構造を得ることを目標とするのが一般的である。しかし，一方で，コンプライアントメカニズム [1)] など，部材の弾性変形性能を利用した柔な構造が注目を集めており，トポロジー最適化を利用した多くの手法が提案されている [2,3)]。

コンプライアントメカニズムに代表される柔な構造は，大変形を生じることや，変形と同時にエネルギーを蓄えることが特徴として挙げられ，そのためメカニズムとしての用途に留まらず，新しい構造系としての適用が期待される。

例えば，Ohsaki and Nishiwaki [4)] は，複数の釣合い点を有するバイステーブル構造を，コンプライアントメカニズムとして実現する手法を提案した。この方法では，トポロジー最適化においてトラス要素を用いることにより，スナップスルー現象を有効に利用している。

また，柔な構造の特徴を利用した構造系として，指定した釣合い経路を有するような構造物を設計することが考えられる。変形に伴って荷重が線形に増加する一般的な構造系に対して，釣合い経路が非線形となるような構造系を自由に設計することができれば，機械部品等におけるスイッチや，建築構造における免震支承など，さまざまな分野に適用することができる。

Sekimoto and Noguchi [5)] は，連続体要素に基づくトポロジー最適化を利用して，指定した釣合い経路を有する構造の生成手法を提案した。本研究では，グランドストラクチャ法に基づくトラス構造のトポロジー最適化問題によって，釣合い経路を自由に指定できるような柔な構造の生成手法を提案する。意図する釣合い経路に沿う構造を生成する際に，トラス要素を考えることで，スナップスルーのような幾何非線形効果をより有効に利用することが可能である。はじめに，簡単なトラス構造に対して，幾何学的非線形性を考慮したパラメトリック解析を行う。続いて指定釣合い経路を生成する問題として，トラス構造の重量を最小化する問題と，指定経路に対する誤差総和を最小化する問題の 2 種類を定式化する。さらに，例題を通して提案手法の有効性を示す。

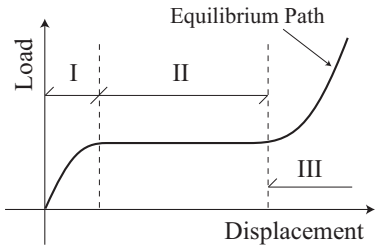


図 1: 荷重非増加域を有する釣合い経路

2 指定釣合い経路の概要

本稿では，免震システムの支承をトラスメカニズムによって設計することを想定する。生成する構造系は，図 1 に示すような釣合い経路を有するものとし，以下の特徴を持つ。

- 領域 I において，構造系は十分な初期剛性を有しており，微小な外乱に対して安定である。
- 地震動などの大きな外乱が入力された場合には，領域 II の荷重非増加域によって地動を構造に伝達しない。
- 領域 III で再び剛性が増加し，過大な変形を抑制する。

通常の免震構造においては，上記の機能を実現するために，滑り機構と防護壁など，複数のデバイスを組み合わせることが一般的である。したがって，トポロジー最適化によって上記のような指定釣合い経路を持つ構造系を生成することができれば，より簡易な免震システムなどに適用できると考えられる。

3 トラス要素のパラメトリック解析

本研究で想定する，荷重非増加域を有するような釣合い経路について検討するために，図 2 に示す 4 部材トラスのパラメトリック解析を行う。部材は全てトラス要素であり，A 点に鉛直下向きの強制変位 U_A が与えられ，

表 1: パラメトリック解析の変数リスト (mm^2)

コード番号	A_{OA}	A_{AB}	A_{AC}	A_{AD}
0	10	1.0	1.0	1.0
1	20	2.0	2.0	2.0
2	5	0	0	0

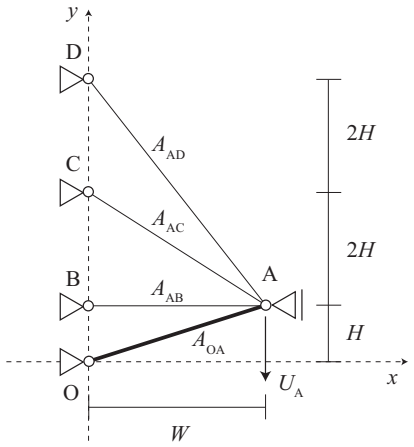


図 2: 4 部材トラス構造

主部材 OA がスナップスルーを呈する。点 A には，微小な断面を有する補剛材が 3 本接続しており，これらを AB, AC, AD とする。$W = 100$ mm, $H = 20$ mm とし，A 点に対する強制変位の大きさは $\bar{U}_A = 40$ mm とする。

解析パラメータとして, 主部材 OA の断面積 A_{OA} と, 補剛材の断面積 A_{AB}, A_{AC}, A_{AD} を考える。これらの値を表 1 のようにそれぞれ 3 種類，計 81 パターンから選択するものとし，強制変位 U_A に対する釣合い経路を幾何学的非線形性を考慮した解析によって求める。ここで，例えば $A_{OA} = 10$ mm^2, $A_{AB} = A_{AC} = 0$ mm^2, $A_{AD} = 2.0$ mm^2 の場合，表 1 のコード番号にしたがってケース “0221” と表記する。ひずみ変位関係は移動座標系と工学ひずみを用い，弾性係数は 2.0 GPa とする。強制変位 U_A を経路パラメータとする変位増分法を用い，U_A の増分を 0.02 mm とする。各ステップにおいて収束計算は行わず，不釣合量は次ステップで除去する。

パラメトリック解析の結果を図 3 に示す。細い点線で全解析ケースを表示しており，そのうち図 4 に示す全ての補剛材が存在するケース “0000” を太実線で，図 5 に示す補剛材が存在しないケース “0222” を太点線で示す。図より，主部材のみ存在するケース “0222” において，釣合い経路は極値を有し，スナップスルーを呈している。全ての補剛材が存在するケース “0000” では，極値は存在せず，また補剛材の向きや断面積を変更することによって，種々の釣合い経路が得られた。

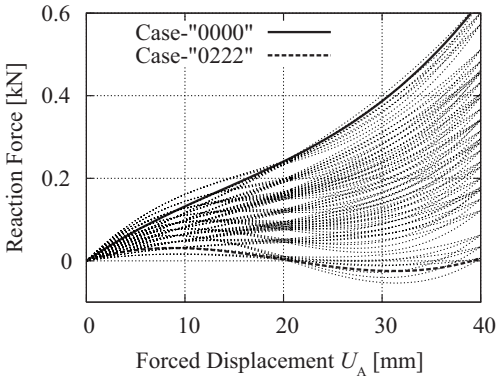


図 3: パラメトリック解析による全釣合い経路

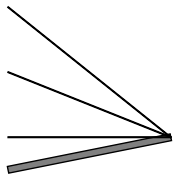


図 4: ケース “0000” のトラス

図 5: ケース “0222” のトラス

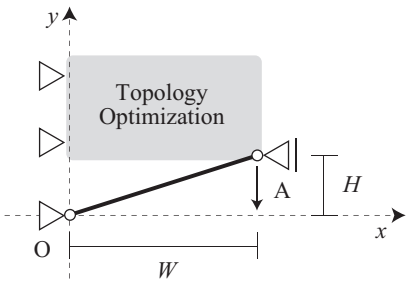


図 6: 設計モデル

以上のように, スナップスルーを呈する主部材に, 種々の補剛材が与えることで，多様な釣合い経路を持つ構造を得ることができる。

4 最適設計問題

4.1 部材体積最小化問題

本節では指定釣合い経路を有する構造系を最適化によって生成する手法を提案する。前節のパラメトリック解析によって，スナップスルーを呈する主部材と補剛部材の組合せによって，種々の経路を設計できることが明らかになった。したがって，本節では，図 6 に示すように，主部材の断面設計と補剛領域のトポロジー最適化を合わせた設計モデルを考える。

指定釣合い経路を有する構造系の最適設計問題として，以下の設計条件を与える。

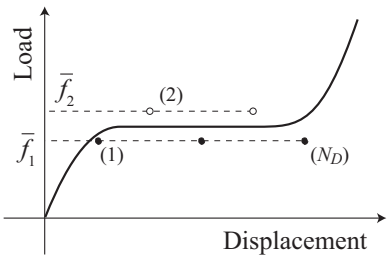


図 7: 釣合い経路指定設計のための制約条件

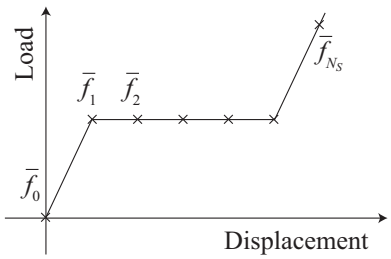


図 8: 指定釣合い経路の離散化

1. 設計領域はトラス部材によって構成され，スナップスルーを呈する主部材 OA と，断面積の小さい複数の補剛材からなる。
2. 設計対象は主部材の断面積 A_{OA} および補剛領域の節点座標 $\mathbf{X}$，補剛材のトポロジーと断面積 $\mathbf{A}$ とする。
3. 系に強制変位 U_{A} が与えられたときの応答が，あらかじめ指定された釣合い経路 $\bar{f}(U_{\mathrm{A}})$ となる。

ここでは，設計領域のトポロジー最適化のため，全部材体積を最小化する問題を考える。指定釣合い経路は，図 7 の ●, ○ 点で示す離散的な点を用いて以下のように制約条件として与える。

$$\text{OP1}: \ \text{Minimize} \quad V(\mathbf{A},\mathbf{X}) \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad f(U_{\mathrm{A}}^{(i)}) \geq \bar{f}_1 \quad (i = 1,3,\ldots,N_D) \tag{2}$$

$$f(U_{\mathrm{A}}^{(i)}) \leq \bar{f}_2 \quad (i = 2,4,\ldots,N_D-1) \tag{3}$$

$$A_{\mathrm{OA}}^{L} \leq A_{\mathrm{OA}} \leq A_{\mathrm{OA}}^{U} \tag{4}$$

$$\mathbf{A}^{L} \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^{U} \tag{5}$$

$$\mathbf{X}^{L} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^{U} \tag{6}$$

ここで上添え字 $(\cdot)^L, (\cdot)^U$ は変数の上下限値を示す。特に $\mathbf{A}^L$ の成分はそれぞれ十分小さい値 A^L であり，最適化の結果 $A_i = A^L$ となった場合，部材 i は除去される。また N_D は指定経路に関する離散化された制約条件の数を表し，問題に応じて適切な奇数の値を設定する。

以上の問題を解くことで，指定釣合い経路を持つ構造系をトポロジー最適化によって生成することができる。しかし最適設計問題 OP1 は，部材体積最小化問題であり，指定釣合い経路を制約条件として与えているため，指定経路への高い収束を期待することはできない。

4.2 重み付き誤差総和最小化問題

4.1 節で示した設計条件に基づいて，構造物の釣合い経路をより指定経路に近づけることを考える。そこで，図 8 に示すように，目標となる指定経路を離散化する。このとき，全部材体積を制約し，各離散化ステップにおいて，指定経路への重み付き誤差の総和を最小化する問題を考える。

$$\text{OP2}: \ \text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{N_S} w_i \frac{|f_i(U_{\mathrm{A}}^{(i)}) - \bar{f}_i|}{|\bar{f}_i|} \tag{7}$$

$$\text{subject to} \quad V(\mathbf{A},\mathbf{X}) \leq \bar{V} \tag{8}$$

$$A_{\mathrm{OA}}^{L} \leq A_{\mathrm{OA}} \leq A_{\mathrm{OA}}^{U} \tag{9}$$

$$\mathbf{A}^{L} \leq \mathbf{A} \leq \mathbf{A}^{U} \tag{10}$$

$$\mathbf{X}^{L} \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^{U} \tag{11}$$

ここで，N_S は指定経路の離散化ステップ数を表す。w_i は各離散化ステップにおける重みであり，$\bar{V}$ は全部材体積の上限値である。最適化問題 OP2 は，指定経路からの誤差を目的関数としているため，OP1 よりも指定経路に近い経路を有するような構造を得ることができる。ただし，全部材体積を制約条件として取り扱っているため，最適解において不要部材が残る可能性がある。

4.3 最適化アルゴリズム

最適設計問題 OP1, OP2 に対するアルゴリズムは次のようになる。

Step 1 A_{OA}, $\mathbf{A}$ 及び $\mathbf{X}$ に初期値を与える。

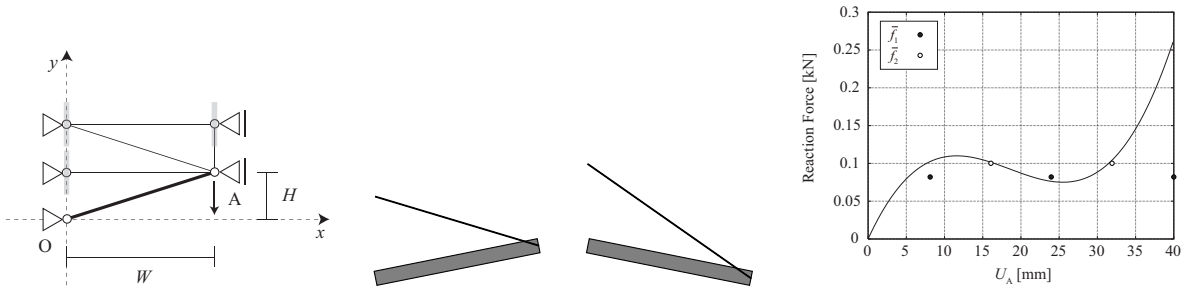
Step 2 点 A に強制変位 U_{A} を与えて釣合い経路を解析する。$U_{\mathrm{A}} = \bar{U}_{\mathrm{A}}$ となったら解析を終了し，目的関数，制約関数を求める。

Step 3 目的関数および制約関数の設計変数に関する感度係数を求める。

Step 4 最適化手法のアルゴリズムにしたがって設計変数 $(A_{\mathrm{OA}}, \mathbf{A}, \mathbf{X})$ を変更する。

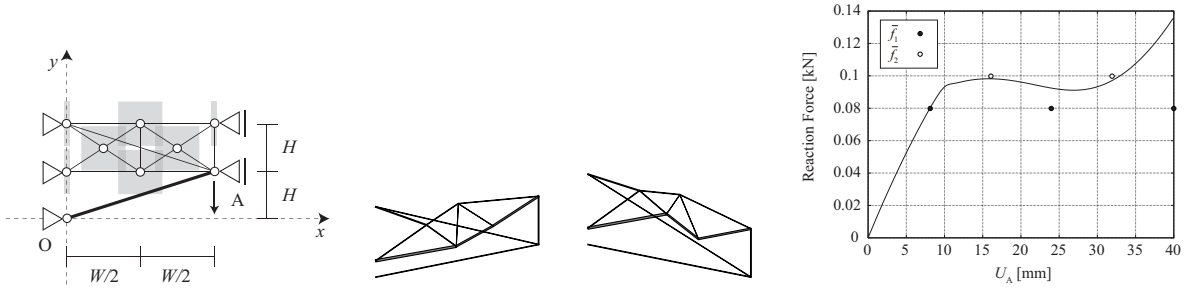
Step 5 収束条件を満たしていなければ **Step 2** へ。

本問題では，最適化問題の非線形性が大きく，収束解に初期解依存が生じる。したがって，上記のアルゴリズムを初期解を変更して多数回実行し，良好な解を選択するものとする。



(a) (b) (c) (d)

図 9: **問題** OP1 **の最適解** 1(OP1-1): (a) **設計モデル**, (b) **変形前の形状**, (c) **変形後の形状**, (d) **釣合い経路**



(a) (b) (c) (d)

図 10: **問題** OP1 **の最適解** 2(OP1-2): (a) **設計モデル**, (b) **変形前の形状**, (c) **変形後の形状**, (d) **釣合い経路**

表 2: **断面積の上下界** (mm^2)

A^L_{OA}	A^U_{OA}	$\mathbf{A}^L$	$\mathbf{A}^U$
1.0	100.0	0.01	1.0

5 数値例

5.1 OP1：全部材体積最小化問題の結果

図 9, 10 (a) に示す 2 種類の設計モデルに対して，全部材体積最小化問題 OP1 を適用した。ここで $W = 100$ mm, $H = 20$ mm である。A 点に対する強制変位は，鉛直下向きを正として $\bar{U}_{\mathrm{A}} = 40$ mm を与える。制約条件の数 $N_D = 5$ とし，その指定値は $\bar{f}_1 = 0.08$ N, $\bar{f}_2 = 0.1$ N とする。解析条件および弾性係数等の諸量は，3 節のパラメトリック解析と同様である。最適化には IDESIGN Ver. 3.5 [6] を用いる。最適化アルゴリズムは逐次 2 次計画法とし，感度解析は差分によって行う。

各設計モデルにおいて，部材断面積は全て独立変数とし，その上下限値を表 2 のように与える。節点座標は，各設計モデルにおいて網掛けした領域の節点移動を許容し，各モデルの基準座標から ±10 mm の正方形の領域を許容領域とする。また，各変数の初期値については，区間 $[0, 1)$ の一様乱数 r_i を発生させ，次のように決定する。

$$A_{\mathrm{OA}} = 1.0 \times 10^{-5} + 1.0 \times 10^{-5}(r_i - 0.5) \qquad (12)$$

$$A_i = 1.0 \times 10^{-6} + 1.0 \times 10^{-6}(r_i - 0.5) \qquad (13)$$

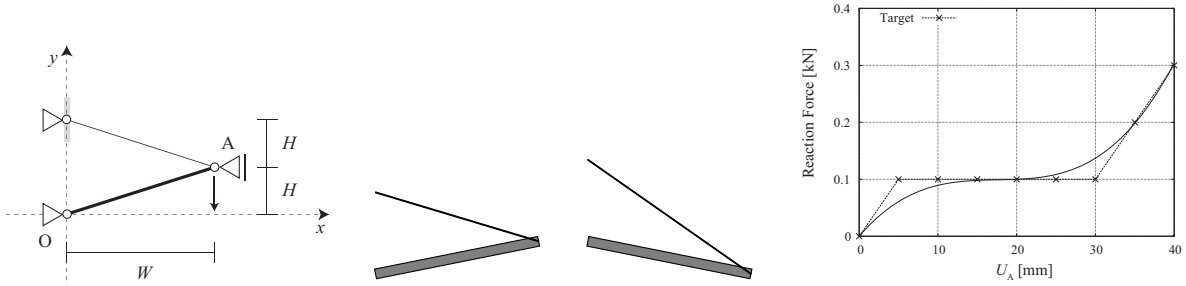
節点位置についても同様に，

$$X_i = X_i^0 + 0.02(r_i - 0.5) \qquad (14)$$

とする。ここで，X_i^0 は各設計モデルに示す節点 X_i の基準位置を表す。

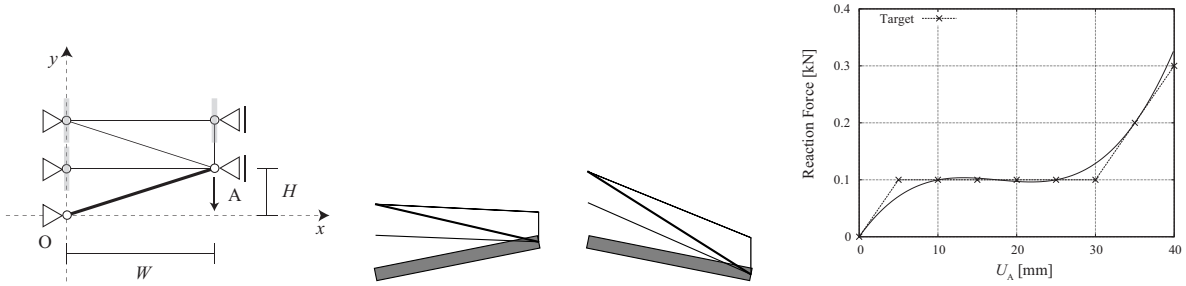
2 種類の設計モデルについて，最適化を実行した結果を図 9, 10 に示す。2 つの最適解をそれぞれ OP1-1, OP1-2 とする。それぞれの図において，(a) に設計モデル，(b) および (c) に変形前後の最適解の形状，(d) に釣合い経路を示す。各図 (d) において，制約条件の指定値 $\bar{f}_1$, $\bar{f}_2$ をそれぞれ ●, ○ 点で示す。また，それぞれのモデルについて，50 通りの初期解から最適化を実行し，優良な解を示す。

図 9 に示す OP1-1 において，設計モデルの部材が少ない場合，解は 2 部材トラスに収束するが，指定経路についての制約条件を満たしていない。一方，図 10 に示すように，補剛部材数が十分であるような最適解 OP1-2 については，複雑なトポロジーが最適解となっており，制約条件も満たされる。しかし，指定釣合い経路を制約条件として扱う問題 OP1 による最適解においては，指定釣合い経路に対する精度はあまり期待できない。



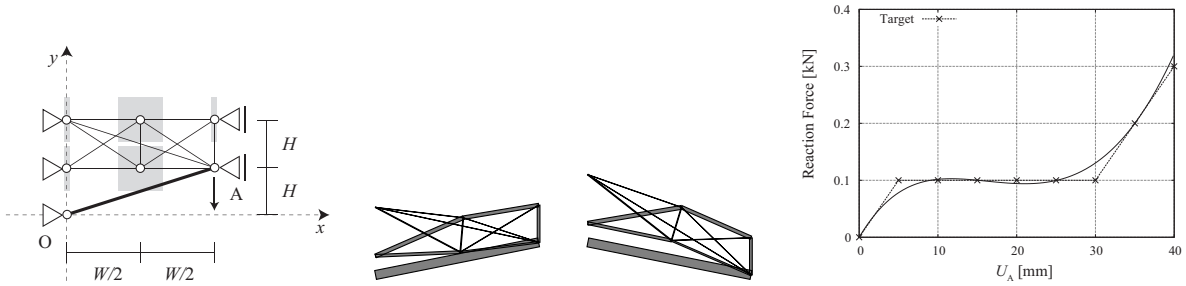
(a) (b) (c) (d)

図 11: 問題 OP2 の最適解 1(OP2-1): (a) 設計モデル, (b) 変形前の形状, (c) 変形後の形状, (d) 釣合い経路



(a) (b) (c) (d)

図 12: 問題 OP2 の最適解 2(OP2-2): (a) 設計モデル, (b) 変形前の形状, (c) 変形後の形状, (d) 釣合い経路



(a) (b) (c) (d)

図 13: 問題 OP2 の最適解 3(OP2-3): (a) 設計モデル, (b) 変形前の形状, (c) 変形後の形状, (d) 釣合い経路

表 3: 離散化された指定釣合い経路 ($U_{A^{(i)}}$, $\bar{f}_i$) と各ステップの重み (w_i)

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$U_{A^{(i)}}$	0	-5	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40
$\bar{f}_i$	0	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.2	-0.3
w_i	–	1.0	0.1	0.1	0.1	0.1	1.0	0.1	0.1

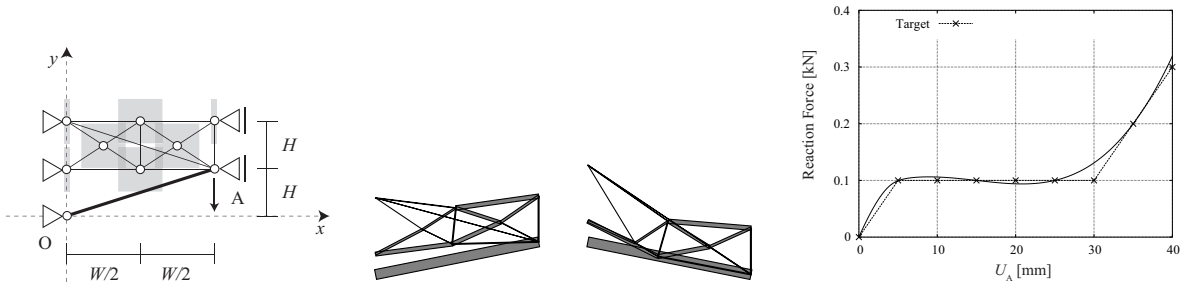
5.2 OP2：重み付き誤差総和最小化問題の結果

重み付き誤差総和最小化問題 OP2 について，4 種類の設計モデルに対して最適化を行う。最適化の条件は OP1 と同様とし，制約条件の指定値に $\bar{V} = 4.0 \times 10^3$ mm^3 を与える。離散化した釣合い経路の指定値 $\bar{f}_i$ と重み w_i を表 3 に示す。離散化した際のステップ数は $N_S = 8$ とし，経路が屈曲する $i = 1, 6$ において，大きい重みを与えた。

各設計モデルについて，最適化の結果を図 11–14 に示す。4 つの最適解を，それぞれ OP2-1– OP2-4 とする。各図 (d) において，最適解の釣合い経路とともに，点線および × 点によって指定経路を示している。また，5.1 節と同様に，それぞれのモデルについて，50 通りの初期解から最適化を実行した。

図 11(d) より，2 部材構造の設計モデルでは，$U_A = \{5, 30\}$ mm の屈曲部において，釣合い経路は指定経路から大きくずれている。図 12–14 (d) より，設計モデルが複雑になるにつれて，最適解の釣合い経路は，指定経路に近づく。

表 4 に，最適化問題 OP2 についての，各設計モデルごとのデータを示す。モデルが複雑になるにつれ，設計変数の数は増大し，それに伴って解の収束性は悪化する傾



(a) (b) (c) (d)

図 14: **問題** OP2 **の最適解** 4(OP2-4): (a) **設計モデル**, (b) **変形前の形状**, (c) **変形後の形状**, (d) **釣合い経路**

表 4: **問題** OP2 **における最適解の収束性と誤差**

	部材数	節点数	試行回数	収束解	平均誤差	最小誤差
モデル 1	2	1	50	50	0.529	0.398
モデル 2	5	3	50	50	0.392	0.363
モデル 3	12	7	50	41	0.375	0.359
モデル 4	16	11	50	33	0.370	0.343

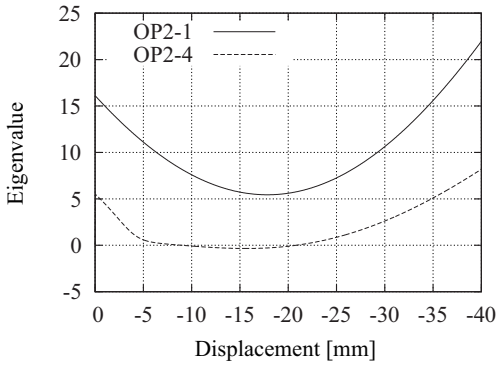


図 15: **最適解** OP2-1, OP2-4 **の最小固有値の推移**

向にある。しかし，収束解の目的関数の平均値及び最小値は，多部材モデルが優れている。

また，図 15 に，設計モデル 1 および 4 の最適解の，変形中の固有値の変化を示す。強制変位の各ステップごとに固有値解析を行い，それぞれ最小の固有値をプロットしている。図 11(d) の釣合い経路と図 15 の実線より，設計モデル 1 による 2 部材最適解では固有値が 0 に達しておらず，また固有値は減少後すぐに増加に転じている。一方，図 14(d) の釣合い経路と図 15 点線より，多部材による最適解では，経路がフラットになっている部分において，固有値がゼロ前後の値を維持し，荷重非増加域をつくっていることがわかる。

6 結

幾何非線形を伴う柔な構造系の釣合い経路について，簡単なトラス構造物のパラメトリック解析を行って検討した。また指定釣合い経路を有するトラス構造物の最適設計について，2 種類の最適化問題を定式化した。おもな知見は以下の通りである。

- スナップスルーを呈するトラス部材に，種々の補剛材を組み合わせることで，多様な釣合い経路を生成することができる。
- 例題を通して，本稿で定式化した最適化問題によって指定釣合い経路を有する構造系を生成できることを確認した。
- より指定釣合い経路に近い経路を有する構造系を生成するという観点から，重み付き誤差総和最小化問題 OP2 の方が，全部材体積最小化問題 OP1 よりも優れている。

参考文献

1) Howell, L. L., Compliant Mechanisms, John Wiley & Sons, Inc, 2001.
2) Sigmund, O., On the design of compliant mechanisms using topology optimization, Mech. Struct. & Mach. 25–4, 493–524, 1997.
3) Nishiwaki, S., Min, S., Yoo, J., and Kikuchi, N., Optimal structural design considering flexibility, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 190, 4457-4504, 2001.
4) Ohsaki, M., Nishiwaki, S., Shape design of pin-jointed multistable compliant mechanisms using snapthrough behavior, Struct. Multidisc. Optim., 30, 327–334, 2005.
5) Sekimoto, T, Noguchi, H. Homologous topology optimization in large displacement and buckling problems. JSME Int J Ser A, 44, 610–615, 2001.
6) Arora, J. S. and Tseng, C. H., IDESIGN User's Manual, Ver. 3.5, Optimal Design Laboratory, The University of Iowa, 1987.

Pendulum Structure の構造特性および建築形態に関する研究

佐藤慶太 [1)]，新谷眞人 [2)]，永井拓生 [3)]
1)早稲田大学創造理工学研究科建築学専攻，大学院生，keikku-japan@fuji.waseda.jp
2)早稲田大学理工学術院，教授
3)早稲田大学理工学術院，助手，修士（工学）

1 はじめに

本論文は、著者らが形態創生コンテスト 2007 で提案した『Pendulum Structure』の構造特性、および形態の構成法について検討を行った結果をまとめたものである。

『Pendulum Structure』は、振り子の復元力による長周期化を利用して、免震効果を建物に与える構造システムである(以下「振り子免震システム」と呼ぶこととする)。このような、振り子を使った免震システムの実例としては「セラミックパーク MINO」（建築：磯崎新アトリエ＋熊谷建築設計室，構造：川口衛構造設計事務所）等が挙げられる [1)]。

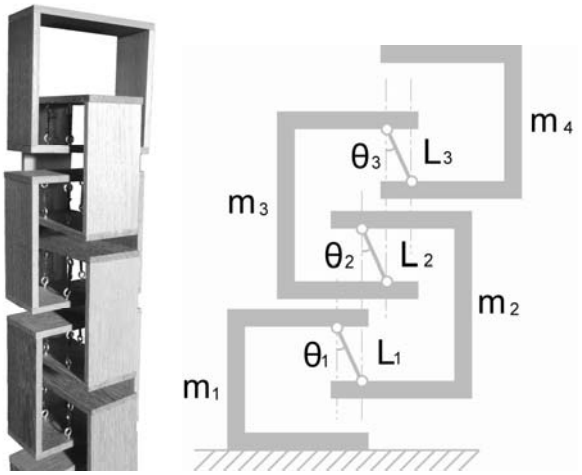


図1　Pendulum Structure のコンセプトモデル

振り子免震システムの利点は柱や梁、壁といった部材によらず、吊り長を変えることで剛性のコントロールが比較的容易に行えることである。梁や壁が耐震要素としての機能を持つ必要がなくなり、長期荷重に対する剛性を確保すれば十分となるため、壁やスラブは視覚的に宙に浮いているような造形が可能となる。このことを利用した形態の生成や、空間の構成を提案することが本論文の目的である。

振り子免震システムによりどのような構造形態を構成可能かという点で、参考としたのが近代初期のデ・ステイル運動の作品の数々である。フレデリック・キースラーは「空中都市計画」(1925) において、空間に浮遊するかのような建築像の提案をしている（図2)。キースラーやリートフェルトをはじめとしたデ・ステイル運動の建築家にとって、柱や梁、スラブといった構造的要素はより抽象的な、水平垂直方向への直線、平面の表現として扱われている。それらの要素と要素が作り出す様々な隙間により全体の空間を構成するため、空間の大きさのコントロールが容易であり、様々な空間を表現しうる一般性を持っていた。近代建築運動の最も根底にあるイメージの一つとして数えられるだろう。しかし現実的には、これらを立体化させようとした途端に、重力による制約が加わり、建築としての実現は困難であった。リートフェルトの数少ない建築作品であるシュレーダー邸 (図2) は外壁を飾る鉄骨や建具、内部インテリアこそデ・ステイル的な構成であるが、全体の骨格は組積造の箱であり、立体化、多層化することの困難さを物語っている。近代建築のイメージはル・コルビュジェのドミノ・システムのイメージにとって変られ、柱と梁によるラーメン構造として一般化されていくこととなる。

本論では、振り子免震システムが近代初期のデ・ステイルが持っていたようなより汎用的な空間構成のルールを適用できる構造システムとして可能性があるのではないかという仮説のもと、実際に構造的な特性、特に地震に対する応答挙動の解析を行い、具体的に構造形態の一つとして提案を行うことを目的とする。

図2　空中都市計画（左）とシュレーダー邸（右）

2 Pendulum Structure の構造特性

ここでは、まず振り子免震システムのおおまかな振動特性を把握するため、一般的な構造物と、振り子免震システムを用いた構造物のモデルを作成し、動的解析を行うことで応答値の比較を行う。その後、質点モデルを簡略化することについて述べる。

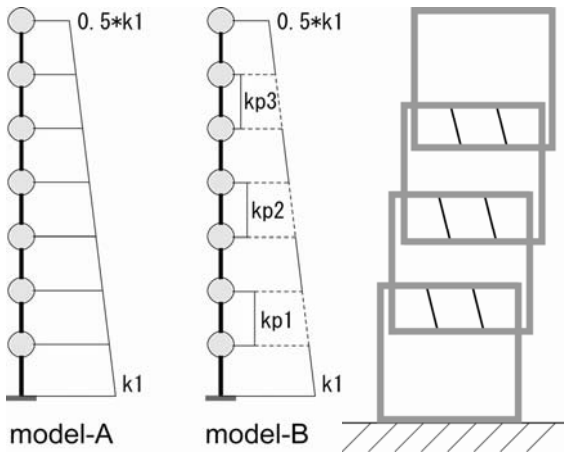


図 3　解析モデル（左, 中）と振り子免震モデル（右）

表 1　固有周期

	固有周期[s]	
モード次数	model-A	model-B
1 次	0.70	4.95
2 次	0.26	2.10
3 次	0.16	1.27

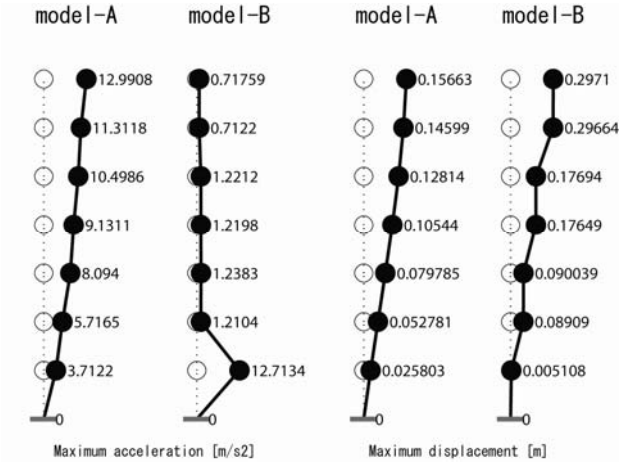


図 4　各層の最大加速度[m/s2]と最大変位[m]

図 3 に示す model - A は、免震層を持たない一般的な 7 層の構造物として設定したモデルであり、構造物の 1 次固有周期を 0.7s に設定した。剛性分布については、最下層の剛性に対して最上層の剛性が 0.5 倍となるような台形分布としてある。これとの比較対象として、本論で対称とする振り子免震システムのモデルを model – B のように設定する。このモデルは図 3（右）に示すような、振り子免震層を 3 層設置した建物を想定しており、model – A と同じ剛性分布を与えた状態で、免震層にあたる部分の剛性を振り子の剛性に置換してある。ここでの吊材の長さは全て 2.5 m とした。また、各層の床面積を 100m^2 とし、単位面積あたりの質量を 1.5ton/m^2 としてモデル化を行った。

この 2 つの質点モデルに対して、固有値解析及び直接積分法を用いた時刻歴応答解析を行う。入力地震動は El Centro NS 成分（最大加速度 341gal）、建物の内部粘性減衰定数は 2%として設定した。

表 1 に各モデルの 3 次モードまでの固有周期、図 4 に各モデルのそれぞれの質点の最大応答加速度と最大応答変位を示す。振り子免震層を設けた model – B では 1 次の固有周期は約 5 秒である。また model – B の応答加速度を見ると、2 層目以上では、振り子免震層を介して応答が減少していることが分かり、免震構造としての性能が期待できる。ただし、上層の応答が減少される一方で、最下層の加速度は増幅されていることが見受けられ、この応答を抑えることを考える必要がある。

次に、多質点系モデルの簡略化について触れておく。model – B の応答結果（図 4）を見ると、免震層を介していない連続した二つの質点の応答値はほぼ等しくなっていることが分かる。これらの質点間のばねを剛体とみなし、質点をまとめてモデル化することを考える。

振り子免震層の免震周期（T_p）を 4.0 秒に固定し、各層を取り出した時の 1 質点系の固有周期（T_s）をパラメータとして変化させた時の各層の応答結果が図 5、6 である。ただし、T_p, T_s はそれぞれ式（1）で与えられる。

$$T_p = 2\pi\sqrt{l/g} \quad , \quad T_s = 2\pi\sqrt{m_s/k_s} \tag{1}$$

例として入力地震動には同様に El Centro NS を用いた。図 5、6 から分かるように、T_p を T_s の 3.5 倍以上にすると、免震層以外の複数の連続した 2 つの質点応答がほぼ一致する傾向にあり、質点をまとめて一つの質点としてモデル化することが可能である。以降、本論では 1 質点系に簡略化したモデルを用いる。

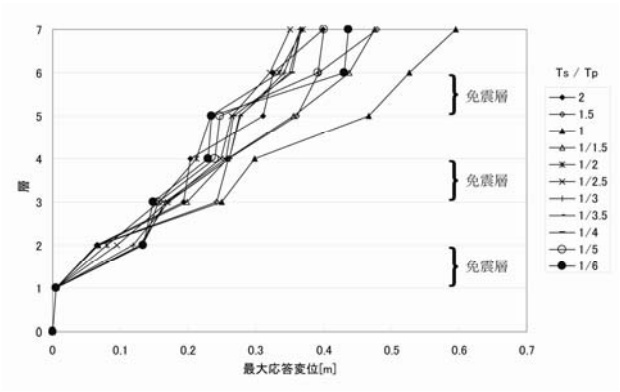


図5　El Centro NS に対する各質点の最大応答変位

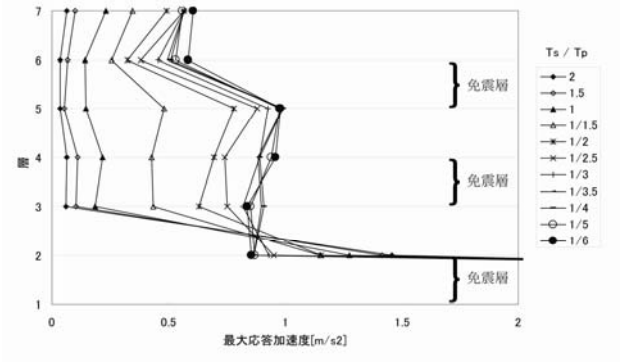


図6　El Centro NS に対する各質点の最大応答加速度

3　最適吊り長の検討

振り子免震システムは構造物の形態を大きく変えずに吊り長を変化させるだけで容易に周期をコントロールできることが特徴であり、本節では、地震応答の低減を目的としたパラメータの設定（各層の吊り長）について検討する。その際、TMD（Tuned Mass Damper）の設計で一般に用いられている理論[7]と、遺伝的アルゴリズムによるパラメータ設定の比較を行う。

TMD の理論との比較検討

TMD の設計においては、図 7 のような構造物本体と TMD をそれぞれ一つの質点で置き換えたモデルが扱われる[7]。その際、式(2)のように各要素に対して無次元化した、質量比μ（構造物の質量に対する TMD の質量の比）、同調比γ（構造物の固有振動数に対する TMD の固有振動数の比）、減衰比ξ_t（ダッシュポットの減衰定数）をパラメータとして設計がなされる。

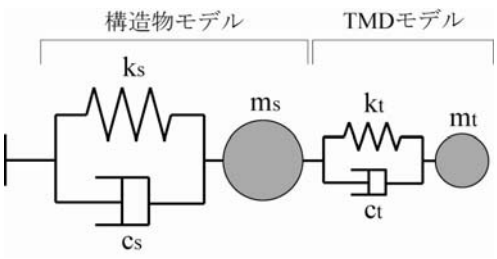


図7　構造物と TMD の解析モデル

$$\mu = \frac{m_t}{m_s}, \quad \gamma = \frac{\omega_t}{\omega_s}, \quad \xi_t = \frac{c_t}{2m_t\omega_t} \tag{2}$$

振り子免震システムは TMD が多自由度に置き換わったモデルとして考えられるので、多質点モデルではω_tは上層のみを取り出した時の 1 次固有振動数を用いる。

また、一般的に 2 質点系の TMD には最適同調比の存在が知られており、応答が最小になる極小値の存在が確認されている[9]。既に定式化されている、定常不規則外乱に対する 2 質点系の最適同調比は式(3)で与えられる[7,9]。

$$\gamma_{opt} = \frac{\sqrt{1+\mu/2}}{1+\mu} \tag{3}$$

モデルとして図 8 に示す 3 つを設定した。構造物本体と TMD をそれぞれ 1 つの質点とした model－1 に対して、4 質点系の 2 つのモデル（model－2、3）を比較対象として扱うことにする。model－2、3 で想定している振り子免震モデルは 2 節のものと同様だが、前述のとおり、7 質点系を 4 質点系に置き換えてある。model－2 は振り子の剛性を直線分布とし、model－3 は台形分布とした。各層の質量についても 2 節のものと同様である。このとき、図 7 における構造物に相当するのは、最下層の質点である。

いずれのモデルにおいても、質量比$\mu = 6$であり、減衰定数$\xi_t = 0.05$（$\xi_s = 0$）と固定して、同調比γのみをパラメータとする。ただし、構造物のみを取り出したときの固有周期は、T_s = 0.25s で固定してω_sを定めてある。理論値と比較するため、入力波には位相を一様乱数により作成した白色雑音を用いる。

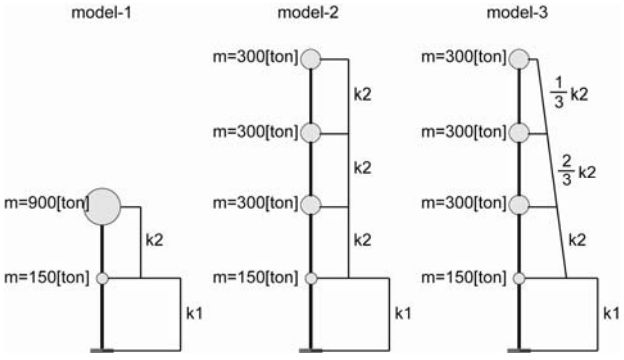


図8　解析モデル

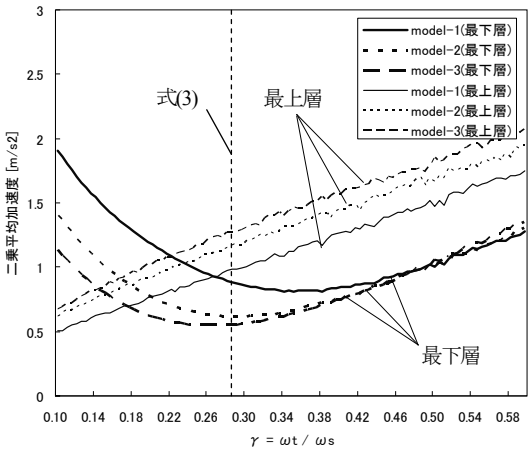


図 9　白色雑音に対する二乗平均加速度

図 9 のグラフは、それぞれのモデルの最下層の二乗平均加速度を表示したものである。入力の白色雑音は、各 γ の値ごとに 10 波ずつ作成して解析し、その応答の平均値をプロットしてある。この結果からも応答が最小になる極小値の存在が確認され、剛性分布の違いによって、極値の γ が異なることも分かる。

また式(3)に、$\mu = 6$ を代入したときの、$\gamma_{opt} = 0.286$ という値を、図 9 に点線で示してある。この値と比べて 2 質点系の model − 1 の極小値がずれていることがグラフから読み取れる。これは式(3)の前提となっている条件が $\mu << 1$ を仮定しており [7, 9]、今回のように TMD の質量が構造体の質量を大きく越える場合には、最適同調比に差異が生じるため、このような場合には式(3)を適用することは出来ないと考えられる。

図 9 からは、上層の加速度は γ が増えるにつれて増加していることが分かる。本論で提案する構造では、TMD は構造物の制振効果を生み出す為の単なる質量ではなく、TMD に相当する部分も建物の一部である。つまり、最下層の質点の応答だけを抑えればよいというわけではないため、上層の加速度を抑えようとすると、最下層の応答が最小になる極値の γ より低い値を採用しなくてはならない。そこで、次節では多目的遺伝的アルゴリズムを用いて、最適な剛性分布を求めることとする。

SPEA2 による各層の最適剛性分布の検討

ここでは、多目的遺伝的アルゴリズムの一つである SPEA2（Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2）[10] を最適化手法に用いて、最下層および、最上層の応答加速度の最小化を目的関数とした Pareto 最適解を求める。質量比 $\mu = 6$ および、ダッシュポットの減衰定数 $\xi_t = 0.05$（$\xi_s = 0$）は固定し、設計変数を各質点間の吊り材の長さとする。この際、吊り長はそれぞれ独立した変数とするため、剛性分布もそれぞれの解によって異なる。SPEA2 における各パラメータについては表 2 に示すとおりである。

図 10、11 はそれぞれ白色雑音と El Centro NS 成分（最大加速度 341gal）に対して最適化を行った結果で、10 世代ごとの解の分布をプロットしたものである。白色雑音については、前述のように 10 波のみの解析であるため、図 10 には多少ばらつきも見られる。白色雑音、El Centro NS のいずれの結果を見ても、2 つのパラメータを同時に抑えられる解が存在することが分かる（図中○印）。

表 2　SPEA2 パラメータ

個体数	120
世代数	50
交叉率	1.0
突然変異率	0.02

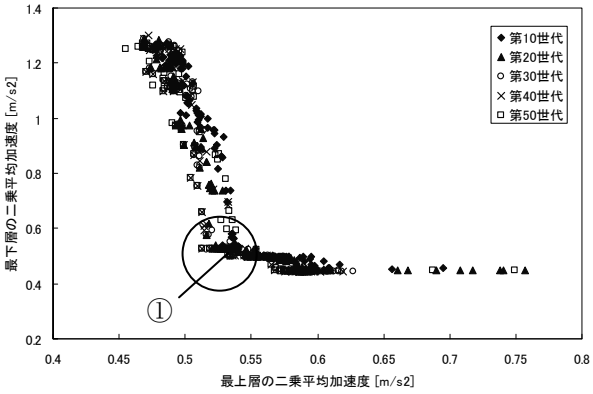


図 10　各世代における解の分布（白色雑音）

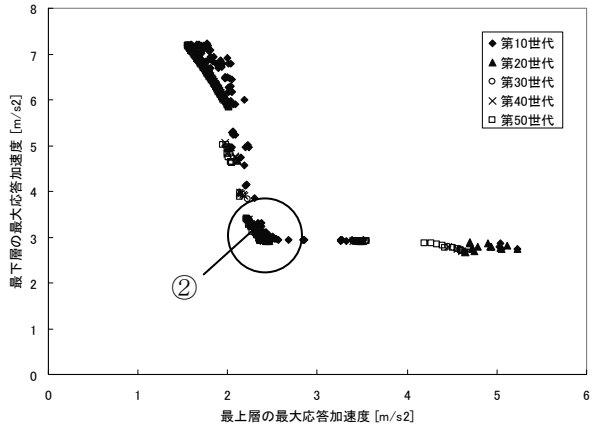


図 11　各世代における解の分布（El Centro NS）

図中○印の解の剛性分布の傾向を見てみると、白色雑音、El Centro NS のいずれにおいても、それぞれ比率こそ違うものの、いずれも三層のうちの最上層の吊り長が極端に長くなって剛性が低くなっている。例として、図 10、11 中に記した①と②の解の剛性分布を、1-2 層間の剛性k に対する比率で示す（表 3)。

また、図 10、11 の二つのグラフの最適解を図 9 にプロットしたものが図 12 である。いずれも$\gamma = 0.1$付近に最下層と最上層の両方の応答を減らせる解が存在していることが分かる。

以上より振り子免震システムにおいても適切な同調比（$\gamma \approx 0.1$）と剛性分布を設定することで、応答を抑えられることを確認した。

表 3　解①, ②の剛性分布

	①(白色雑音)	②(El Centro NS)
3-4 層間	0.04	0.05
2-3 層間	0.11	1.62
1-2 層間	1.00	1.00

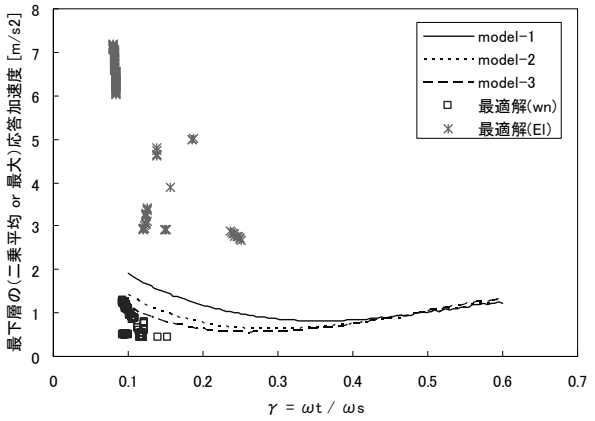


図 12　同調比に対する応答加速度

弾塑性ダンパーを用いた場合の設計

前節では、吊り長により γ の値を定めており、$\gamma = 0.1$ 程度の同調比を確保すると、吊り長が 1m 未満となっていた。本節ではダッシュポットの代わりに変位依存型の非線形ダンパーを用い、ダンパーの剛性で同調比を確保する代わりに、吊り長を長くして前節の解よりも剛性を下げて設計をすることを考える。設計変数として、吊り材の長さおよび､ダンパーの降伏せん断力係数､そして、上部構造の質量をそれぞれ±5%以内で変化できるようにし、再度最適化を行う。ただし質量比は常に$\mu = 6$を維持する。入力波として El Centro NS および BCJ-L2 をそれぞれ最大速度を 50 kine に基準化したものを用いる。ダンパーの降伏耐力は Ai 分布によって分配する。

図 13 には各地震波によって最適化を行った Pareto 最適解をプロットしてある。Pareto 解全体として、最下層の応答は抑えられているため、上層の応答が特に低減されている図中 A の解を用いて設計する。

解 A の各パラメータを表 4 に示す。表中の質量とは上部構造（2 層以上）の質量全体を 100%としたときの、各層の占める割合である。また、この解の固有周期と、El Centro NS を入力した応答値を表 5 に示す。免震層を介して十分に上層の応答が低減されていることが確認できる。ダンパーの剛性による同調比は$\gamma = 0.096$ であり、先程得られた結果とほぼ等しい。また、ベースシアー係数は El Centro NS に対しては 0.09、BCJ-L2 に対しては 0.06 である。

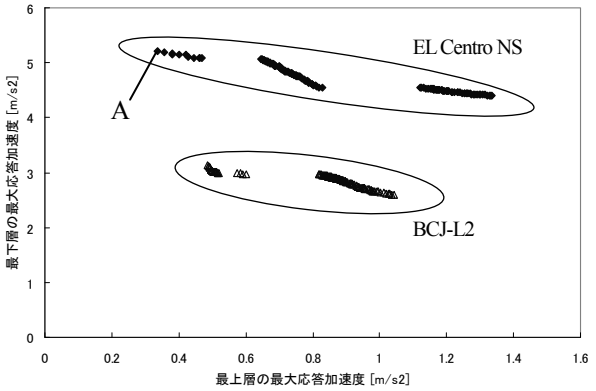


図 13　各地震波の Pareto 解

表 4　設計に用いる解 A のパラメータ

吊り材長	[m]
3-4 層間	4.41
2-3 層間	4.43
1-2 層間	4.44

質量	[%]
4 層	35.64
3 層	32.72
2 層	31.64

降伏せん断力係数	0.01

表 5　最大応答加速度・変位 及び 固有周期

最大加速度[m/s2]	最大変位[m]
0.3361	0.2492
0.5867	0.2044
0.9761	0.1287
5.2142	0.0096

	固有周期[s]
1 次	6.61
2 次	2.73
3 次	1.64
4 次	0.25

4 部材断面の検討と形態生成

この節では、具体的な部材断面と建築全体の形態の生成法について検討する。今回は鉄骨造とする。著者らが提案した建築形態[12]は、図1にあるようにスラブ（梁）の途中から吊り材を設置するシステムを応用したものであった。しかし、このシステムで設計をすると、当然ながら梁に大きな曲げモーメントが働くことになり、仮に各層 5m×7.5m の平面規模を想定し、各層吊り材 4 本で受けるとすると、部材断面は表 6 のようになる。

表 6　部材断面

梁		柱	
RF	H-250x175x7x11	4 層	□-250x14
7F	H-500x300x11x18	3 層	□-350x14
6F	H-500x200x11x19	2 層	□-350x14
5F	H-700x300x13x24	1 層	□-400x19
4F	H-600x300x14x23	吊材	
3F	H-800x300x14x26	3-4 層間	50φ
2F	H-800x300x14x26	2-3 層間	70φ
1F	H-800x300x14x26	1-2 層間	85φ

そこで、梁に吊り材を設置することは避け、柱の外側に吊り材を設置するための腕を出し、そこから吊り材を受けることを考える（図 14）。これによって梁は、全て表 6 の RF のもので設計することができる。またフロアの中に吊り材が現れないため、広い空間を確保でき、建築計画的にも有効になると考えられる。

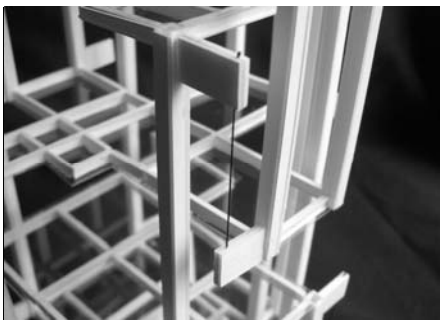


図 14　吊り材の設置部分

以上のことをふまえ、構造形態として作成したものが図 15 である。平面計画がシンメトリーでないことよって平面的な捩れが生じるが、上部構造の重心を免震層の剛心位置と出来る限り一致させるように設計することで、この問題を解決しようとした。

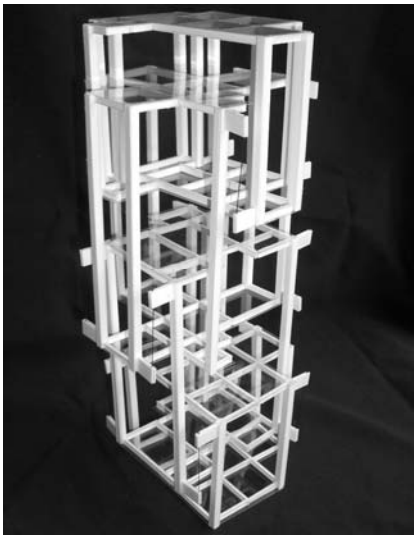


図 15　模型写真

5 まとめ

本論文では『Pendulum Structure』による建築形態を実現する為、このシステムの構造的な特性や挙動の解析を行った。今回は実用的な平面計画や、ダンパーの配置位置を決定するまでは至らなかったが、今後、より実現性のある提案に向けて検討を進める予定である。

参考文献

1) 新建築 2002 年 11 月号，新建築社
2) 八束はじめ：ロシア・アヴァンギャルド建築，株式会社 INAX，1993.11
3) 赤根和夫：モンドリアン，美術出版社，1971
4) 伊東豊雄：建築 20 世紀 PART2「マンハッタンに想う」，新建築社，1991
5) 隈研吾：負ける建築，岩波書店，2004
6) 清水勝：デ・ステイル<1917-1932>，河出書房新社，セゾン美術館，1998
7) 山口宏樹：構造振動・制御, 共立出版株式会社, 1996.5
8) 高山峯夫：改訂版 4 秒免震への道－免震構造設計マニュアル－，理工図書株式会社，2007.2
9) Ayoride E.O. and Warburton G.B.:Minimizing structural vibrations with absorbers, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.8, pp.219-236, 1980
10) 渡邉真也：遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化に関する研究，同志社大学大学院 博士論文，2003.3
11) 柴田明徳：最新耐震構造解析 第 2 版, 森北出版株式会社, 2003.5
12) コロキウム構造形態の創生 2007，日本建築学会

形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用
～自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案～

桜井 克頼[1)]，木村 俊明[2)]，大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科　大学院生　sakurai@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)佐々木睦朗構造計画研究所　修士(工学)　sasaki@m-ssc.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科　教授 工博　hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1　序論

数ある建築構造の一つであるアーチやドームといった大空間建築を実現する空間構造は建築形態と力学的構造が一体となり，形と力学の関連性はより強い意味を持ってくる。力学的に根拠を持った空間構造は空間に緊張感や躍動感を与え，見るものに感動をもたらす美しい建築を実現可能とする。近年，計算機の急激な成長を背景に構造解析，シミュレーション技術，施工技術が高度に発達し，複雑で，幾何学的な形態にとらわれない自由な形態が求められるようになってきている。しかし，こうした技術の高度化は力学的に不合理なものまでも建設可能にするため，近年に見る構造物の設計例の中には建築家の求める力学的根拠のない形態をそのまま無理に厚みを持たせる形で，力業的に解決したものが多くあるのも現状である[1]。不定形で自由な形態を有する曲面構造物の力学挙動は複雑であり，直感的な評価に基づく形状決定は困難を極めるであろう。そのため，このような曲面構造物に対し，設計の初期段階で，何らかの定量的な構造的指標となる曲面構造形態の提示が望まれると考えられる。

そこで本論文では，開口部を有する構造形態をも提示するため，最適化過程のシェル厚の値に応じて領域の削除・付加を施す手順を導入した，形状，厚み及び位相を同時に求める手法について述べる。

本論文では，スプライン関数により表現されたシェル厚に関する等値線を作成し，それを基準にシェル厚が指定値より薄くなる領域に対しては「評価指標の改善に対しこれ以上寄与しない」とみなして領域の削除を，そうでない領域に対しては領域の付加を行う手順を導入することにより最適な形状，シェル厚及び位相を同時に求めることが可能であることを示し，ここで提案する手法を数値解析例に適用し，その有効性を示す。

2　厚み分布の定式化

有限要素として，シェル厚を一定と仮定する通常の三角形平面シェル要素(図1)を採用した場合，滑らかな厚み分布を求めるためには細かい要素分割が必要となり，計算量が増大する可能性が考えられる。本論文では有限要素に関連する3つ節点の位置におけるシェル厚から線形補間により要素内任意の位置におけるシェル厚を表し，曲面構造の厚み分布を節点単位で離散化し，スプライン関数の応用であるNURBSにより厚み分布を表現する。まず，本節では厚み分布の離散化方法について記述する。

要素内任意の位置におけるシェル厚$h_\xi(x,y)$を定係数α_1,α_2,α_3を用いて3つ節点の位置におけるシェル厚から線形補間により表すと，以下のように書ける。

$$h_\xi(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 h_{xi} + \alpha_3 h_{yi} \tag{1}$$

ここに下添え字1～3は三角形要素の頂点の3つの節点の番号を，h_{xi}, h_{yi}は各節点の要素座標系におけるx,y座標を，$h_{\xi i}$は各節点の位置におけるシェル厚の値を表す。

各節点の位置における厚み分布を$\boldsymbol{h}_i = (h_{xi}, h_{yi}, h_{\xi i})$ $(i = 1,2,3)$と表すと，三角形の頂点では以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} h_{\xi 1} &= \alpha_1 + \alpha_2 h_{x1} + \alpha_3 h_{y1} \\ h_{\xi 2} &= \alpha_1 + \alpha_2 h_{x2} + \alpha_3 h_{y2} \\ h_{\xi 3} &= \alpha_1 + \alpha_2 h_{x3} + \alpha_3 h_{y3} \end{aligned} \tag{2}$$

上式をα_1,α_2,α_3について解き，式(1)に代入し，要素内任意の点におけるシェル厚を求めることができる。以後，n個の節点で離散化された曲面構造の厚み分布を

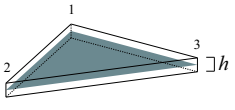


図1　従来の三角形要素

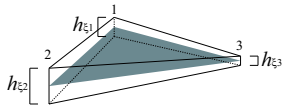


図2　本論文での三角形要素

表すベクトル(以後，厚み分布ベクトルと呼ぶ)を$\boldsymbol{h}_i = [h_{xi}\ h_{yi}\ h_{\xi i}]^\top\ (i = 1, \cdots, n)$と表す。ここで$h_{xi}$,$h_{yi}$は全体座標系における各節点の$x, y$座標を，$h_{\xi i}$は各節点におけるシェル厚の値を表す。

3 スプライン関数

本論文では，スプライン関数の応用であるNURBSにより曲面形状と厚み分布の双方を表現している。これにより形状表現の高自由度性を維持しながら，形状の記述に要するデータ量を抑制することが可能となり，曲面を離散化して有限要素の節点座標とシェル厚を全て未知量にする方法に比べて大幅な未知量の低減を図ることができる。本論ではNURBS制御点の空間座標を未知量として形状と厚み分布を求める方法を採用している。

3.1 NURBS曲面

曲面上の位置を定める2つのパラメータをs, t とする。曲面上の任意点の位置ベクトルを$\boldsymbol{S}(s,t) = [x(s,t)\ y(s,t)\ z(s,t)]^\top$で表す。曲面形状を定義するNURBSの制御点を1本のs 曲線およびt曲線上にそれぞれI個，J個配置し，全体として$N = I \times J$個網状に配置するものとする。各制御点の位置ベクトルを$\boldsymbol{P}_{ij} = [p_{xij}\ p_{yij}\ p_{zij}]^\top\ (i = 1, \cdots, I)\ (j = 1, \cdots, J)$と表す。このとき，曲面上の任意点の位置ベクトル$\boldsymbol{S}$は次のように書ける[2]。

$$\boldsymbol{S}(s,t) = \frac{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} B_{i,K}(s)B_{j,L}(t)w_{ij}\boldsymbol{P}_{ij}}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} B_{i,K}(s)B_{j,L}(t)w_{ij}} \tag{3}$$

ここで，$B_{i,K}(s)$はK階のBスプラインを，K，Lはそれぞれs曲線，t曲線上のBスプラインの階数(滑らかさ)を表す。w_{ij}は制御点の重み(寄与率)を表す。

3.2 NURBSの制御点と有限要素の節点の関係

本論文では，応力算定は有限要素法により行う。NURBSの制御点と有限要素の節点の関係について整理しておく。まず，NURBSの制御点と節点座標との関係について述べる。

今，パラメトリック平面$s-t$上にn個の節点を配置するとする。節点座標ベクトルを次のようにおく。

$$\boldsymbol{r}_x = [x(s_1,t_1)\ \cdots\ x(s_n,t_n)]^\top \tag{4}$$

$\boldsymbol{r}_y$, $\boldsymbol{r}_z$も同様である。さらに，曲面形状を表現する制御点の制御点座標ベクトルを次のようにおく。

$$\boldsymbol{q}_x^s = [p_{x11}^s\ \cdots\ p_{x1J}^s\ \cdots\ p_{xI1}^s\ \cdots\ p_{xIJ}^s]^\top \tag{5}$$

$\boldsymbol{q}_y^s$, $\boldsymbol{q}_z^s$も同様である。

このとき，式(3)より節点座標と制御点座標の関係式は次のようにかける。

$$\boldsymbol{r}_x = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_x^s, \quad \boldsymbol{r}_y = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_y^s, \quad \boldsymbol{r}_z = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_z^s \tag{6}$$

ただし，$\tilde{\boldsymbol{B}}$は第k行目の行ベクトル$\tilde{\boldsymbol{B}}_k$が

$$\tilde{\boldsymbol{B}}_k = \frac{[B_{1,K}(s_k)B_{1,L}(t_k)w_{11}\ \cdots\ B_{I,K}(s_k)B_{J,L}(t_k)w_{IJ}]}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} B_{i,K}(s_k)B_{j,L}(t_k)w_{ij}} \tag{7}$$

であるようなマトリクスである。

よって，節点位置ベクトル$\boldsymbol{r} = [\boldsymbol{r}_x^\top\ \boldsymbol{r}_y^\top\ \boldsymbol{r}_z^\top]^\top$と制御点位置ベクトル$\boldsymbol{q}^s = [\boldsymbol{q}_x^{s\top}\ \boldsymbol{q}_y^{s\top}\ \boldsymbol{q}_z^{s\top}]^\top$の関係式は次のようにかける。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{q}^s,\ \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{B}} & & \boldsymbol{0} \\ & \tilde{\boldsymbol{B}} & \\ \boldsymbol{0} & & \tilde{\boldsymbol{B}} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$\boldsymbol{B}$の次元は$3n \times 3N$であり，通常正方行列ではなく，節点数nの方が制御点数Nよりも大きいので縦長マトリクスとなる。したがって，制御点位置ベクトルが決まると節点位置ベクトルは従属的に決定されることになる一方，節点位置ベクトルと制御点位置ベクトルは多対多対応となっており，節点位置ベクトルに関与する制御点位置ベクトルは一般的に複数個存在する。

節点座標の場合と同様に，厚み分布に関するNURBS制御点と厚み分布の関係式も記述ができる。

厚み分布ベクトルを$\boldsymbol{h} = [\boldsymbol{h}_x^\top\ \boldsymbol{h}_y^\top\ \boldsymbol{h}_\xi^\top]^\top \in R^{3n}$，厚み分布に関する制御点位置ベクトルを$\boldsymbol{q}^h = [\boldsymbol{q}_x^{h\top}\ \boldsymbol{q}_y^{h\top}\ \boldsymbol{q}_\xi^{h\top}]^\top \in R^{3N}$として次のように書くことができる。

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{q}^h \tag{9}$$

ここで，式(9)の$\boldsymbol{B}$は式(8)と同様である。

式(8)，(9)における$\boldsymbol{B}$はパラメトリック平面上の座標(s,t)と重みw_{ij}，Bスプラインの節点および階数の関数であるが，簡単のためそれらを形状修正時は一定として扱う。そのため本論文では，$\boldsymbol{B}$は制御点座標と節点座標または厚み分布を関連づける定係数マトリクスとなる。

4 設計問題の定式化

本論文では，外力として自重と鉛直等分布荷重を受ける曲面構造物を設計対象とし，応力算定は有限要素法による線形静的解析により行う。曲面形状はN個のNURBSの制御点により生成されるn個の節点で離散的に表現されるものとする。また，厚み分布も同様にして

N個のNURBSの制御点により生成されるn個の節点で表現されるものとする。本設計問題では$2N$個のNURBS制御点が存在する。また，曲面形状修正時，座標拘束される節点(これを不動点と呼ぶことにする)の座標拘束総数をmとする。原曲面の制御点位置ベクトル$\boldsymbol{q}_0^s = [\boldsymbol{q}_{x0}^{s\top}\ \boldsymbol{q}_{y0}^{s\top}\ \boldsymbol{q}_{z0}^{s\top}]^\top \in R^{3N}$と節点位置ベクトル$\boldsymbol{r}_0 = [\boldsymbol{r}_{x0}^\top\ \boldsymbol{r}_{y0}^\top\ \boldsymbol{r}_{z0}^\top]^\top \in R^{3n}$と，制御点位置ベクトルの修正量$\Delta\boldsymbol{q}^s = \boldsymbol{q}^s - \boldsymbol{q}_0^s$と節点位置ベクトルの修正量$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0$にはそれぞれ次の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{B}\boldsymbol{q}_0^s = \boldsymbol{r}_0 \tag{10}$$

$$\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{q}^s = \Delta\boldsymbol{r} \tag{11}$$

本論文では，形状，厚み分布及び位相の同時決定問題を，シェル厚とシェル総体積に制約を有する，ひずみエネルギーの最小化を目標とした単一目的同時最適化問題として取り扱う。この問題の設計変数をNURBSの制御点座標$\boldsymbol{q}^s$，$\boldsymbol{q}^h$ とすると，次のようになる。

$$\begin{aligned}
\text{minimize}\quad & f(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)\\
\text{subject to}\quad & \boldsymbol{h}_\xi = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_\xi^h \le \boldsymbol{h}_\xi^u\\
& \boldsymbol{h}_\xi \in \boldsymbol{\Omega}\quad \boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{h}_\xi \mid \boldsymbol{\varepsilon} \le \boldsymbol{h}_\xi\}\\
& \Delta V^l \le \Delta V(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h) = V - V_0 \le \Delta V^u\\
& \bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q}^s = \Delta\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0}
\end{aligned} \tag{12}$$

ここに，$\boldsymbol{d} \in R^{6n}$は節点変位ベクトルを，$\boldsymbol{K} \in R^{6n\times 6n}$は全体剛性マトリクスを，$\boldsymbol{h}_\xi^u \in R^n$は各節点におけるシェル厚の上限値を，$\boldsymbol{\varepsilon} \in R^n$は厚み分布の許容下限値を表す(本論文では厚み分布が指定値より小さくなる領域に対しては削除を施し，位相の修正を行うため，以下ではこれを削除基準値と呼ぶこととする)。また，$\boldsymbol{\Omega}$は$\boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{h}_\xi \mid \boldsymbol{\varepsilon} \le \boldsymbol{h}_\xi\}$を満たす集合を，$\Delta V(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)$は原曲面の総体積を$V_0$，解曲面の総体積を$V$とした，形状または厚み分布の修正に伴うシェル総体積の増減量を，ΔV^u，ΔV^lは総体積の増減量の最大値を，$\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{m\times 3N}$は不動点の座標拘束方向に関する行のみを$\boldsymbol{B}$ から抽出したマトリクスを表す。ここで，計算効率の改善のために，制約条件式の削減を行う。

制約条件付き単一目的同時最適化問題(16)の制約条件式

$$\bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q}^s = \boldsymbol{0} \tag{13}$$

を満たすような$\Delta\boldsymbol{q}^s$ を求める。

$\bar{\boldsymbol{B}}$ は一般に正方行列ではないため，一般逆行列を用いて連立方程式(13)を解く。$\bar{\boldsymbol{B}}$ の一般逆行列を$\bar{\boldsymbol{B}}^- \in R^{3N\times m}$ と表す。連立方程式(13)の解は必ず1個は存在し，$\boldsymbol{\phi} = [\boldsymbol{\phi}_x^\top\ \boldsymbol{\phi}_y^\top\ \boldsymbol{\phi}_z^\top]^\top \in R^{3N}$ を任意のベクトルとして次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\Delta\boldsymbol{q}^s &= (\boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{B}}^-\bar{\boldsymbol{B}})\boldsymbol{\phi}\\
&= \boldsymbol{G}\boldsymbol{\phi}
\end{aligned} \tag{14}$$

ただし，$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{B}}^-\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{3N\times 3N}$

これより制約条件付き単一目的同時最適化問題(16)は式(14)より形状に関する制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}$を持つ最適化問題に帰着される。

$$\begin{aligned}
\text{minimize}\quad & f(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{q}^h) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{q}^h)\\
\text{subject to}\quad & \boldsymbol{h}^l \le \boldsymbol{B}\boldsymbol{q}^h \le \boldsymbol{h}^u\\
& \Delta V^l \le \Delta V(\boldsymbol{\phi},\boldsymbol{q}^h) \le \Delta V^u
\end{aligned} \tag{15}$$

記述を簡単にするため，形状に関する制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}$と厚み分布に関するNURBS制御点$\boldsymbol{q}^h$をまとめて設計変数ベクトル$\boldsymbol{w} = [\boldsymbol{\phi}^\top, \boldsymbol{q}^{h\top}]^\top \in R^{6N}$として，制約条件付き単一目的同時最適化問題(15) を以下の様に表す。

$$\begin{aligned}
\text{minimize}\quad & f(\boldsymbol{w}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{w})\boldsymbol{K}(\boldsymbol{w})\boldsymbol{d}(\boldsymbol{w})\\
\text{subject to}\quad & \boldsymbol{L}\boldsymbol{w} \le \boldsymbol{h}_\xi^u\\
& \boldsymbol{h}_\xi \in \boldsymbol{\Omega}\quad \boldsymbol{\Omega} = \{\boldsymbol{h}_\xi \mid \boldsymbol{\varepsilon} \le \boldsymbol{h}_\xi\}\\
& \Delta V^l \le \Delta V(\boldsymbol{w}) \le \Delta V^u
\end{aligned} \tag{16}$$

ただし，$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{0} & \tilde{\boldsymbol{B}}\end{bmatrix} \in R^{n\times 6N}$

5 位相決定のアルゴリズム

ここで述べる位相決定のアルゴリズムは二段階の手順をとる。第一段階(予測子ステップとよぶ)では最適化過程のシェル厚とあらかじめ設定した指定値を基に設計領域の削除・付加を，第二段階(修正子ステップとよぶ)では設計問題の制約条件を満たすよう厚み分布に関して補正を行うものである。ここでは，最適化過程における位相決定のアルゴリズムについて説明する。

5.1 予測子ステップ

予測子ステップでは，図3に示すように，最適化過程のシェル厚に関して等値線を作成し，領域の削除・付加を施すことを行う。ここでシェル厚は，パラメトリッ

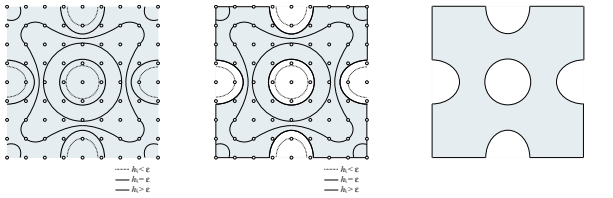
ク平面$s-t$上にグリッド状に並ぶ新たなパラメータ$\bar{s},\bar{t}$を用いて，設計領域とは別の仮想平面(以後，参照平面と呼ぶこととする)上に表現する。後の反復計算では，この参照平面上で修正した，位相を構成するパラメータを用いて，形状及びシェル厚をNURBSにより表現する。

予測子ステップの流れを以下に示す。

Step 1 反復段階において制御点(厚み分布)，グリッド状に並ぶパラメータ$\bar{s},\bar{t}$を用いてスプライン関数によりシェル厚を表現し，シェル厚に関する等値線を参照平面上に作成する。

Step 2 あらかじめ指定された値を持つ等値線を基準に，参照平面上で領域の削除・付加を行い，曲面の位相を構成するパラメータを決定する。

Step 3 新たなパラメータを用いて曲面形状と厚み分布をスプライン関数により表現する。



(a) 等値線の作成　(b) 位相を修正　(c) 新たな位相を決定

図3　位相決定の概念図

5.2　修正子ステップ

位相を修正した曲面は不等式制約条件を満たさない場合が多い。後の反復計算を円滑に行うため，予測子ステップにより節点数$\bar{n}$で離散化された曲面が求まった後に，以下の補助問題(17)を解き，制約条件を満足した，シェル厚に関するNURBS制御点座標の最小補正量を求めることを行う。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(\delta \boldsymbol{q}_\xi^h) = \delta \boldsymbol{q}_\xi^{h\top} \delta \boldsymbol{q}_\xi^h \\ &\text{subject to} && \tilde{\boldsymbol{h}}_\xi + \boldsymbol{B}\delta \boldsymbol{q}_\xi^h \le \boldsymbol{h}_\xi^u \\ & && (\tilde{V} + \nabla_{q_h} V\ \delta \boldsymbol{q}_\xi^h) - V_0 = \Delta V \end{aligned} \tag{17}$$

ただし，

$$\Delta V = \begin{cases} \Delta V^l & (\Delta V^l \ge \Delta V(\boldsymbol{w})\text{のとき}) \\ \Delta V^u & (\Delta V^u \le \Delta V(\boldsymbol{w})\text{のとき}) \end{cases} \tag{18}$$

ここで，$\delta \boldsymbol{q}_\xi^h \in R^N$はシェル厚に関するNURBS制御点の補正量を，$\tilde{\boldsymbol{h}}_\xi \in R^{\bar{n}}$は予測子ステップ終了後の曲面のシェル厚を表す。また$\tilde{V} + \nabla_{q_h} V\ \delta \boldsymbol{q}_\xi^h$は，予測子ステップ終了後，位相修正を行う反復点近傍で，厚み分布に関して線形近似した曲面の総体積を表す。

6　構造形態創生手法の流れ

本論文で提案する自由曲面シェル構造の構造形態創生手法では，非線形計画問題(16)の解法として逐次二次計画法を採用する。また，反復段階における二次計画問題の解法としてMehrotraの予測子・修正子法[3]を採用し，効率よく解を求めることを狙う。

構造形態創生手法のアルゴリズムを以下に示す。

Step 1 所与の設計条件に応じて曲面形状のイメージ(原曲面)，材料定数を定める。原曲面の曲面形状と厚み分布をNURBSにより表現する。

Step 2 初期点として$\boldsymbol{\phi}^1 = \boldsymbol{0}$と原曲面の厚み分布を採用する。$k$=1とおく。

Step 3 k回目の反復点$\boldsymbol{w}^k$における二次計画問題をMehrotraの予測子・修正子法により解き，最適解$\boldsymbol{\delta}_w^k \in R^{6N}$と対応するラグランジュ乗数$\boldsymbol{u}^k \in R^{6n+2}$を求める。

また、$\boldsymbol{w}^{k+1} = \boldsymbol{w}^k + \boldsymbol{\delta}_w^k$とおく。

Step 4 第k回目の反復におけるシェル厚$\boldsymbol{h}_\xi^k$を求める。$\boldsymbol{h}_\xi^k \notin \Omega$であれば，第5節で示した位相決定のアルゴリズムにより，位相の修正を行う。

Step 5 現在の点$\boldsymbol{w}^{k+1}$において停止基準を満たせば終了。そうでなければBFGS更新公式を用いてヘシアンの近似行列$\boldsymbol{Q}^k$を$\boldsymbol{Q}^{k+1}$に更新し，$k = k+1$としてStep 3に戻る。

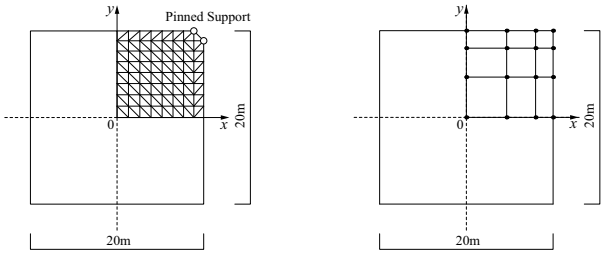
7　数値解析例

具体的な数値解析例を通して本手法の有効性を示す。

7.1　解析概要

解析モデルは，一辺の長さが20mの正方形平面を有し，隅角部でピン支持された曲率半径20mの4面裁断球形シェルとする。形状及び厚み分布に関する制御点は$x-y$ 平面に7×7 の格子状に配置する(図4)。曲面形状は鉛直方向のみ，厚み分布についてはシェル厚について修正することにし，形状に関する制御点のz座標を決定する制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}_z$と，シェル厚を表現するNURBS制御点$\boldsymbol{q}_\xi$を設計変数とする。

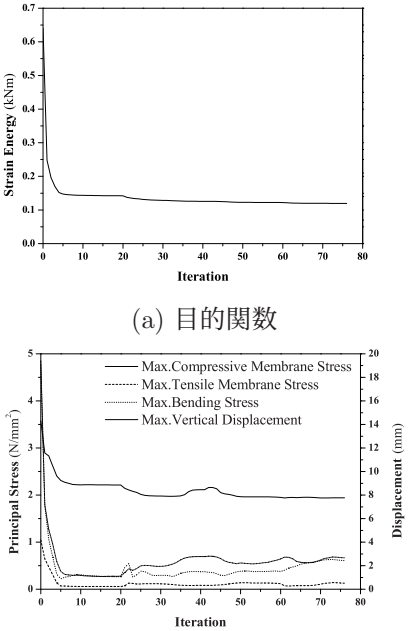
応力算定は有限要素法による線形静的解析により行い，有限要素は三角形平面シェル要素を用いる。面内変形要素には定ひずみ三角形要素を，面外変形要素にはZienkiewicsらの非適合三角形要素を採用する。シェル厚に関しては第2節で示した離散化方法を採用する。対称性を考慮して1/4 の部分を解析対象とし，要素分



(a) FEM Mesh　(b) Control Net

(c) Initial Shape　(d) Control Net

図4　解析モデル



(a) 目的関数

(b) 最大主応力・最大鉛直変位

図5　収束履歴

割は127要素とする。シェルの隅角部は切り欠いており，隅角部に配置された2節点をピン支持する。外力は単位体積重量24kN/m^{3}として自重を，積雪荷重として1kN/m^{2}を作用させる。ヤング率を21GPa，ポアソン比を0.17とする。初期シェル厚は一様に0.1mとする。形状修正時に座標拘束を受ける不動点は支持点とシェル頂点とする。したがって，本例題では，平面形状，頂点のライズは形状修正により変化しないことになる。不等式制約条件については，シェル厚の上限値を0.12m，削除基準値を0.02m，総体積の増減量の最大値はそれぞれ$\pm 0.109\times10^{-2}$m^3(原曲面総体積の0.1%)と設定する。

7.2　解析結果と考察

目的関数であるひずみエネルギーの推移を，図5(a)に示す。横軸は反復回数を，縦軸はひずみエネルギーを表す。最大主応力・最大鉛直変位の推移を図5(b)に示す。横軸はステップ数を表し，左側の縦軸は最大主応力を，右側の縦軸は節点の鉛直変位の最大値を表す。

最適化過程における形状と厚み分布の推移を図6に示す。下方にシェル形状のアイソメトリック図を左から原曲面，Step30, Step50, 最適解曲面の順に示し，左上に厚み分布に関する指標を示す。図中にfとして示した値は目的関数であるひずみエネルギーの値を表す。

原曲面及び最適解曲面の，シェル中立面における膜応力及び曲げモーメントによる縁応力に関する主応力図を図7，図8に示す。各図において，実線，点線はそれぞれ各要素図心における圧縮応力，引張応力を表し，線の長さは主応力の大きさを示す。また，各図において$N_{\max}$，$N_{\min}$として示した値はそれぞれ各要素図心における引張膜応力のうちで最大の値，圧縮膜応力のうちで最大の値を，$M_{\max}$は各要素図心における曲げモーメントによる縁応力の絶対値のうちで最大の値を，$w_{\max}$と示した値は，各節点の鉛直変位のうちで最大の値を示す。図5(a)を見ると，与えられた制約条件下でひずみエネルギーを抑えた曲面形状及び厚み分布が求まるように収束した様子が確認できる。また，図5(b)を見ると，ひずみエネルギーが小さくなることにより，最大主応力や最大鉛直変位も一定の範囲で抑制されることが確認できる。

各シェル形状(図6)を見ると，最適解曲面では，自由縁の形状が円弧からカテナリー状に変化し，自由縁中央のライズが上昇していることを確認できる。全体として折板状の剛な領域を形成することでシェル全体を形状変化により補剛し，自由辺縁に生じる大きな曲げ応力の発生を抑える形状へと変化していると考えることができる。また，各シェル形状の厚み分布に注目すると，形状修正と相まって，支持部近傍及び自由縁で厚くなるように変化する様子が確認できる。更に曲面の位相に注目すると，最適解曲面ではシェル頂点近傍に開口が発生していることがわかる。

図8を見ると，原曲面の応答(図7)と比べ，支持部，自由縁に顕著に見られる曲げ応力が非常に小さくなっており，シェル全面においてほぼ膜応力状態となっている。力の伝達方式として最も効率が悪いとされる曲げ

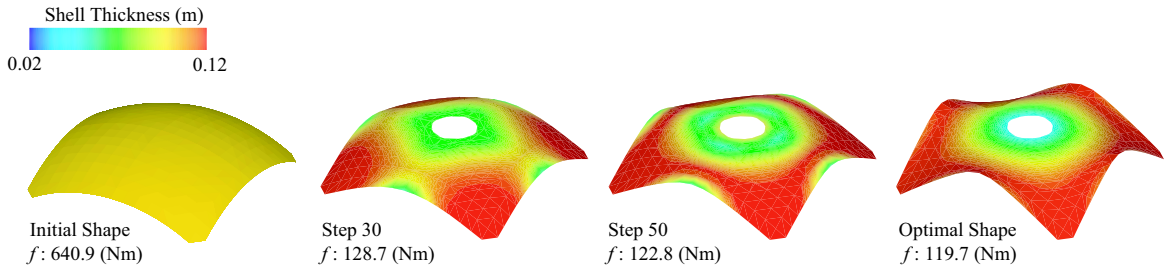
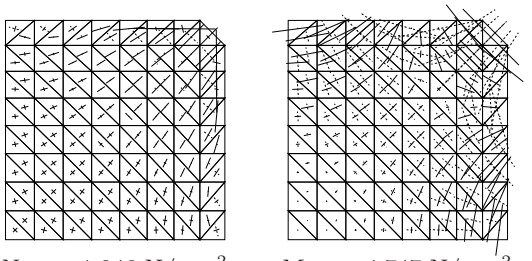


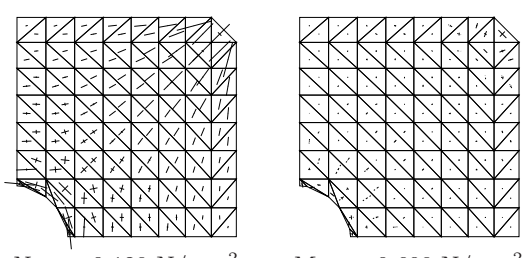
図6　最適化過程における形状と厚み分布の推移



$N_{\max}$: 1.046 N/mm^2
$N_{\min}$: 3.580 N/mm^2
(a) 膜応力

$M_{\max}$: 4.747 N/mm^2
w_{Max} : 19.4 mm
(b) 曲げ応力

図7　原曲面の主応力図



$N_{\max}$: 0.129 N/mm^2
$N_{\min}$: 1.942 N/mm^2
(a) 膜応力

$M_{\max}$: 0.609 N/mm^2
w_{Max} : 2.66 mm
(b) 曲げ応力

図8　最適解曲面の主応力図

が働くことを抑制していることが確認できる。最適解曲面では引張応力は小さくなり，圧縮応力がシェル全面で生じ，シェル頂点近傍から支持点に向かった明快な力の流れに変化していることが確認できる。さらに，最適解曲面ではシェル頂点近傍にある開口の周辺に，圧縮力によるコンプレッションリングが形成されている様子が確認できる。

8　結語

本論文では，形状，厚み，更には位相を同時に求める自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案を目指し，評価指標として，構造物のひずみエネルギーを採用し，形状と厚み分布に関するNURBSの制御点座標を設計変数とした単一目的同時最適化問題を定式化した。

また，位相決定を行うために最適化過程のシェル厚の値に応じて領域の削除・付加を施すアルゴリズムを導入し，力学的に合理性を有する形状，厚み分布及び位相を同時に求める手法を示した。また数値解析例により本手法の有効性を示すとともに，得られる曲面形状の力学特性についても併せて論じた。本論文の内容は以下のように要約される。

1) 形状と厚み分布に関する変数による設計問題に，シェル厚に関する等値線を作成し，指定値より薄くなる領域に対しては「評価指標の改善に対しこれ以上寄与しない」とみなして領域の削除を，そうでない領域に対しては領域の付加を行う手順を導入することにより最適な形状，シェル厚及び位相を同時に求めることが可能となる。

2) 厚み分布を節点単位で離散化し，形状及び厚み分布の双方についてNURBSを用いることにより，形状表現の高自由度性と曲面形状の滑らかさを維持しながら，形状の記述に要するデータ量を抑制でき，有限要素の節点とシェル厚を全て未知量とする場合に比べて，未知量の大幅な低減を図ることができる。

3) 曲面の数箇所で点支持された球形シェルでは，自由縁中央部のライズを上昇させ，形状をシェル対角線上に谷をつくるように，厚み分布を応力の低い領域ではシェル厚を薄く，応力の高い領域ではシェル厚を厚くするように，更にはシェル頂点の領域に開口のある位相に修正することにより，圧縮力による軸力抵抗型の曲面形状が得られる。

本論文で示した位相決定のアルゴリズムを導入することにより，力学的に好ましいシェルの曲面形状と厚み分布，更には位相の提示が可能となる。また開口を設ける位置をより具体的に示すことができ，設計の初期段階において有用な指標となると考えられる。

参考文献

1) 佐々木睦朗：建築と構造合理性, 建築技術, No.671, pp.84-89, 2005
2) G.Farin著，木村文彦監修，山口泰監訳: CAGDのための曲線・曲面理論　実践的利用法, 共立出版,第2版,1991
3) S. Mehrotra：On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method, *SIAM Journal on Optimization*, Vol.2, pp.575-601, 1992

屋根デザイン発想支援型形態創生システムの適用に関する研究

堤和敏 [1], 尾鷲淳也 [2] ,熊川恵理子 [3]
1)芝浦工業大学，教授，工博 tutumi@sic.shibaura-it.ac.jp
2)富士ソフト株式会社，工修，3)芝浦工業大学工学部建築学科

1 研究目的

近年、進化的手法を用いて構造形態の最適化研究が行われ、力学的に優れた形態が得られることが報告されているが [1)2)3)]、これら最適化研究では設計者のイメージには着目していない。当研究室では、近隣住民の立場 [4)5)]と設計者の立場 [6)]の両面から形態創生の研究を行っている。本研究は、設計者のイメージを崩すことなく、より力学的合理性の高い屋根形態を提案する発想支援型形態創生システムの構築を行い、その適用性の検討結果を報告する。

2 システム概要

本システムは、「屋根形態イメージ入力システム」と「合理的形態評価システム」により構築されている。「屋根形態イメージ入力システム」では設計者のイメージを画面上に描き、それらを元に 3 パターンの屋根形態を VRML[7)] により三次元化する。その三次元化イメージ上で歩く、見渡すなどの確認により最も設計者のイメージに合うものを設計者が選択するシステムである。「合理的形態評価システム」は、「屋根形態イメージ入力システム」によって選択された屋根形態を微小変動させ力学的に優れた屋根形態を遺伝的アルゴリズム [8)]（以下 GA）により探索するシステムである。手法として、形態表現に使用している Spline[9)] 曲線または直線の制御点の座標を水平・垂直方向に微小変動させる。変動させる量を変動量遺伝子で表現し、設計者のイメージと変動量遺伝子を組み合わせることにより屋根形態を微小変動させた新たな屋根形態を生成し FEM 解析を行う。その解析結果を用いて相当応力 [9)] の要素数当りの平均値、もしくは標準偏差により適応度を決定し、設定した世代まで GA 操作を繰り返す。本システムのシステムフローを Fig.1 に示す。

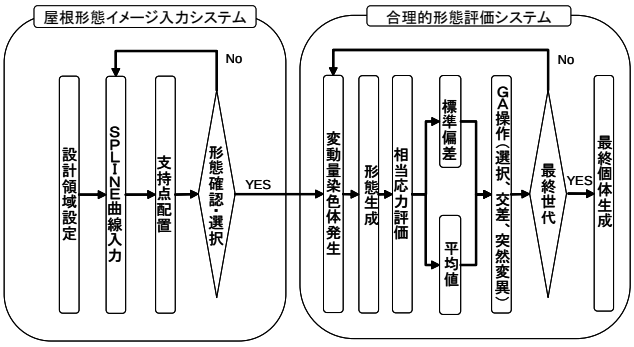


Fig.1 システムフロー

2.1 形態表現

本研究では、既存研究の NURBS 曲線 [9)] とは違い、形態表現に SPLINE 曲線と直線を使用する。いずれも制御点で定義するが、NURBS 曲線は、制御点に引きつけられるように曲線を描くため、制御点と曲線とのイメージがつけづらい。SPLINE 曲線は、制御点を必ず通過するため、滑らかな屋根の作成時に使用する。また直線は折板上の屋根の作成時に使用する。それぞれの違いを Fig.2 に示す。

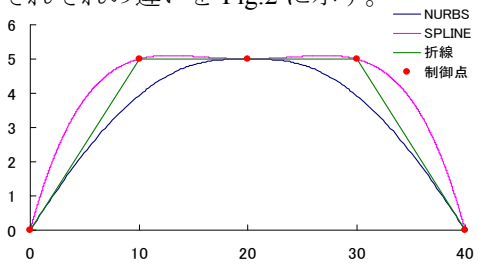
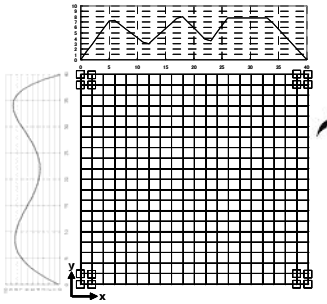


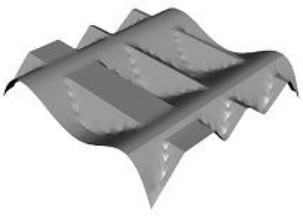
Fig.2 NURBS 曲線、SPLINE 曲線と直線

3. 屋根形態イメージ入力システム

本システムでは設定した領域に対して、x・y 方向イメージを元に z 方向の高さを 3 ケース (a：x・y 方向イメージの大きい値(If x>y then x)，b：x・y 方向イメージの和(x+y), c：x・y 方向イメージの小さい値(If x>y then y)）の三次元屋根形態を生成し、その中から設計者は選択する。実行例を Fig.3 に示す。今回は領域を 40m×40m とした。

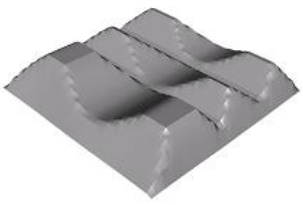


設計者のイメージ・領域・支持点位置



a) If x>y then x

b) x+y



c) If x>y then y

Fig.3 設計者のイメージ、支持点位置と形態

4 合理的形態評価システム

4.1 変動量染色体

変動量染色体は、屋根形態を微小変動させる量を表わす変動量遺伝子の集合であり、変動量遺伝子は 4bit で構成される。各変動量は今回±0.7 m とし、Table.1 に示す 15 種類で与えられる。また、1 つの制御点に対して水平・垂直で 15^2 パターンの変化を与える。

0	0	0	0	-0.7m	1	0	0	0	0m
0	0	0	1	-0.6m	1	0	0	1	+0.1m
0	0	1	0	-0.5m	1	0	1	0	+0.2m
0	0	1	1	-0.4m	1	0	1	1	+0.3m
0	1	0	0	-0.3m	1	1	0	0	+0.4m
0	1	0	1	-0.2m	1	1	0	1	+0.5m
0	1	1	0	-0.1m	1	1	1	0	+0.6m
0	1	1	1	0m	1	1	1	1	+0.7m

4.2 評価方法

評価値(適応度)は、FEM 解析により求められる各要素の要素相当応力(σ_i)の平均値($\bar{\sigma}$)、または標準偏差(s)を用いる。要素相当応力(σ_i)は Eq.(1)で表される。また評価値が小さい形態を GA での適応度の高い形態として扱っている。

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2 - \sigma_{xi}\sigma_{yi} + 3\tau_{xyi}^2} \quad \cdots \text{Eq. (1)}$$

4.3 システム実行

Fig.3 で得られた 3 ケースについてシステム実行を行った。屋根素材は RC とし、RC の設定は、ヤング係数 20600N/mm^2、ポアソン比 0.16、シェル厚 0.15m、分布荷重 0.0036 MN/m^2 とした。GA の設定は個体数 40 個体、最終世代数 50 世代、多点交差、交差率 100%、突然変異率 5%、支持点はすべてピン支持とした。Fig.4 にケース a)の GA による相当応力の平均値・標準偏差の世代推移、Fig.5 に初期・最終形態及び相当応力のコンター図を示す。

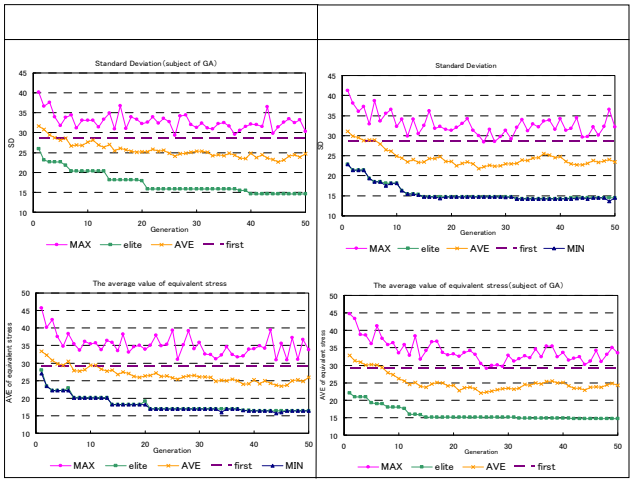


Fig.4 GA による世代推移（上：標準偏差, 下：平均値）

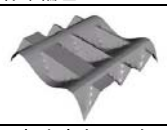
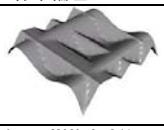
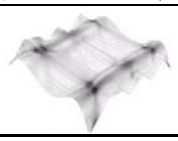
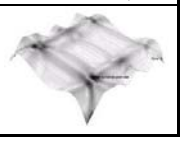
	初期形態	最終形態（相当応力対象）	最終形態（標準偏差対象）
	平均値 29.288	平均値 14.759	平均値 16.356
	標準偏差 28.660	標準偏差 14.494	標準偏差 14.664
a			
	相当応力コンター図（Black：MAX 63.47, White: MIN 0.21）		
			

Fig.5 ケース a)の初期・最終形態
及び相当応力のコンター図

4.4 システム実行結果

Fig.4 より GA の世代が進むにつれ初期形態より相当応力の平均値・標準偏差ともに減少していることがわかる。また Fig.5 より初期形態と最終形態での違いは一見ないように見えるが、相当応力コンター図により応力分布は最終形態のほうが約 20~50%減少している。最も相当応力が減少した要素に対して初期・最終の曲げ・軸応力度を調べた（Table.2）。a)は、曲げ・軸応力度ともに減少し、b)・c)は曲げ応力度が多く減少していることがわかった。形態としては、a)は格子梁状の屋根の出現による応力の分散化、b)・c)はシェルの曲率半径が小さくなることによる曲げ応力度の減少が生じている。また、形態評価として、相当応力の標準偏差や平均値を適応度とすることが考えられるが、結果にそれほど差がないことから、相当応力の平均値を使えば十分である。

Table.2 軸力・曲げの変化

		X方向		Y方向	
		曲げ応力度	軸応力度	曲げ応力度	軸応力度
	初期	96.381	-43.53	113.03	-25.23
a	最終	3.71	1.58	1.269	0.077
	減少率	92.20%	96.40%	98.90%	99.70%
	初期	199.33	-393.88	-28.14	-25.034
b	最終	76.344	-154.338	9.881	-12.246
	減少率	61.70%	60.80%	64.90%	51.10%
	初期	26.937	-16.384	20.556	-36.135
c	最終	6.987	-15.218	11.385	-22.381
	減少率	74.10%	7.10%	44.60%	38.10%

5 適応例

本システムの有効性を検討するために 2 つの CASE を作成しシステムを実行する。CASE 1 では、九州国立博物館を参考にした K モデル（x 方向 40m, y 方向 80m,最大高さ 18m）を作成し、本システムの解析と、どの程度形態が異なるかを検証する。CASE 2 では、小国町民体育館を参考にした O モデル（x 方向 54m, y 方向 40m, 最高高さ 16m）を作成し、さらに独自に開口（x 方向 4m, y 方向 28 m）を 2 箇所設け開口の有無での応力比較を行う。

解析設定条件は CASE 1・2 ともに、4.3.システム

実行と同様とし、形態評価は相当応力の平均値を適応度として用いても十分であることから、相当応力の平均値を適応度として実行した。

5.1 CASE 1 Kモデル

Kモデルは、x方向イメージが平らであるため、y方向イメージだけを設定した。Fig.6 に y 方向イメージ・支持点位置、Fig.7 に作成された形態、Table.3 に y 方向の制御点座標を示す。

Table.3 y方向制御点座標

y方向制御点位置

No	y	z
1	−0.2	0
2	51.7	17.4
3	71.1	12.3
4	80	0.1
5	36.4	14.2
6	18.2	13.8
7	5.8	8.8

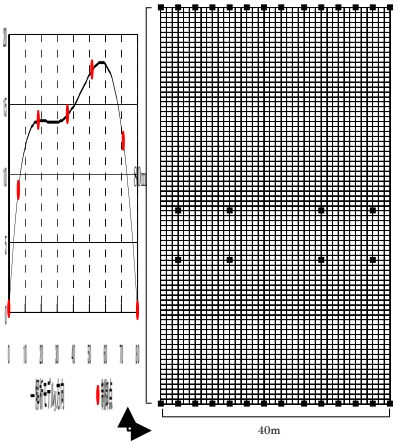


Fig.6 y方向イメージ，支持点位置

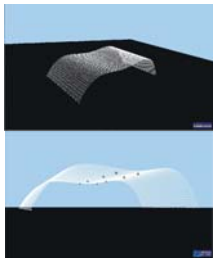


Fig.7 作成された形態

5.1.1 CASE 2 実行結果

実行結果を示す。Fig.8 に、初期形態と最終エリート形態のコンター図、相当応力平均値・標準偏差、Fig.9 に GA の世代推移、Table.4 に最も相当応力が減少した要素に対する検証、Table.5 に実行後制御点位置変化、Fig.10 に形態イメージの変化を示す。

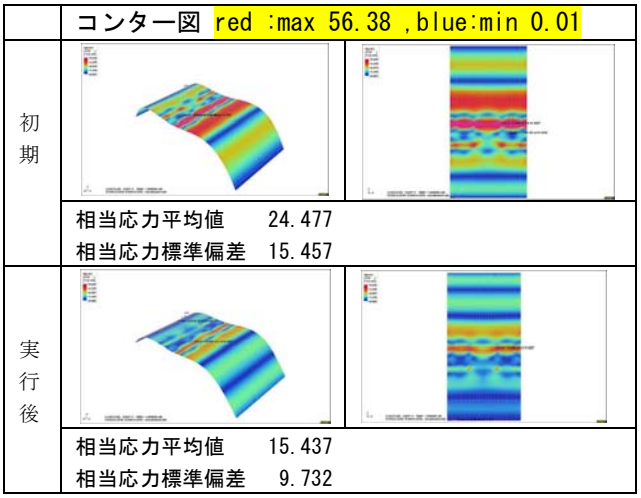


Fig.8 相当応力コンター図（相当応力平均値・相当応力偏差）

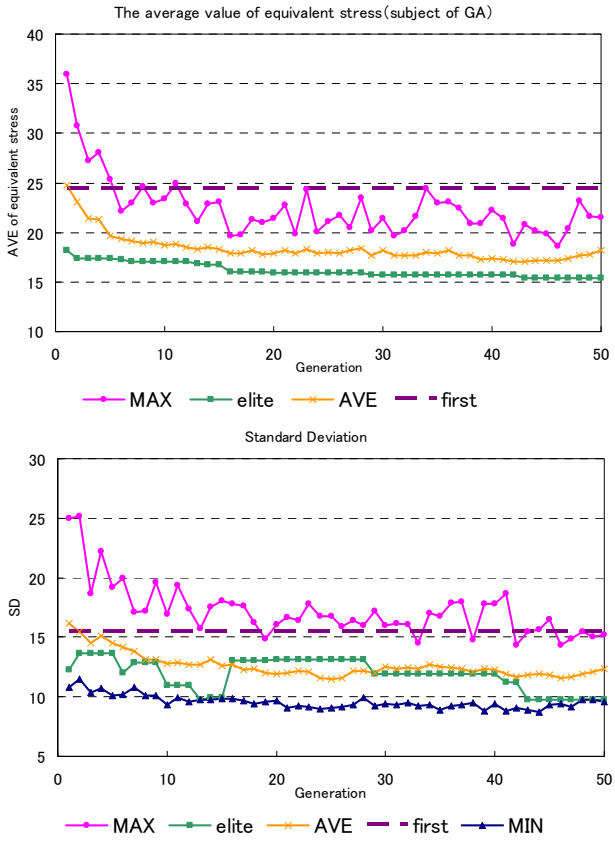


Fig.9 GA の世代推移（上：相当応力の平均値，下：標準偏差）

Table.4 最も相当応力が減少した要素に対する検

	X方向		Y方向	
	曲げ応力度	軸応力度	曲げ応力度	軸応力度
初期	64.02	0.94	116.11	−8.81
実行後	45.20	0.84	71.12	−9.39
減少値	18.83	0.10	44.99	−0.58
減少率	29%	11%	39%	−6.63%

Table.5 実行後制御点位置変化

y方向制御点位置

	初期		実行後		変化	
No	y	z	y	z	y	z
1	−0.2	0	−0.9	0.5	−0.7	0.5
2	51.7	17.4	51.4	18	−0.3	0.6
3	71.1	12.3	70.5	11.7	−0.6	−0.6
4	80	0.1	80.1	0.6	0.1	0.5
5	36.4	14.2	36.7	14.9	0.3	0.7
6	18.2	13.8	17.6	13.1	−0.6	−0.7
7	5.8	8.8	6.5	8.1	0.7	−0.7

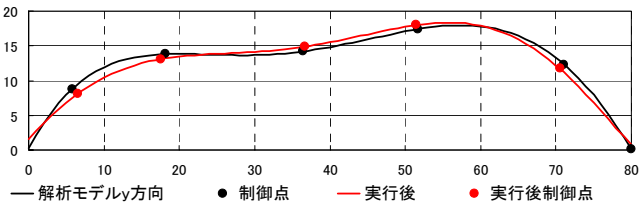


Fig.10 形態イメージの変化

Fig.8 より初期と実行後の形態では、相当応力平均値約 40%減少し、標準偏差は約 40%減少していることが確認できる。Fig.9 より世代が進むにつれ、相当応力・標準偏差ともに減少し、力学的合理性の高い形態が創生されていることがわかる。Table.4 より最も相当応力が減少した要素に対する検証では、X・Y 方向の曲げ応力度が値として最も減少していることがわかる。今回のモデルでは、Y 方向の軸応力度は 0.58 だけ増加したが、曲げ応力度の X 方向 18.83、Y 方向 44.99 減少に比べればあまり気にする必要はなく、曲げに対する応力が特に減少したことがわかる。また、Fig.10 より、初期と実行後とでは形態のイメージがそれほど変化していないことが確認できる。

5.1.2 CASE 1 考察

CASE 1 において九州国立博物館の断面図と Fig.10 のグラフを重ねたものを Fig.11 に示す。Fig.11 から、A・C の部分では九州国立博物館形態の形態とほぼ一致し、B・D の部分では多少のずれが出ているが、実行後の形態と九州国立博物館と形態が似ていることがわかる。九州国立博物館の屋根は力学的合理性の高い屋根であることが確認できた。

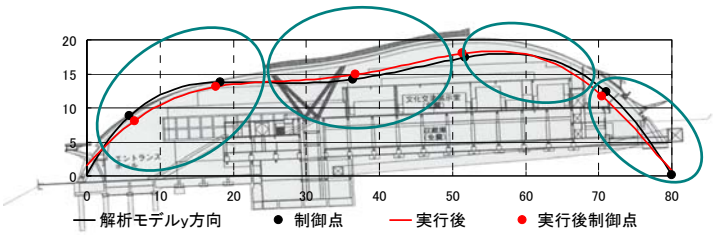


Fig. 11　九州国立博物館の断面図 [10)]

5.2 CASE 2　0 モデル

屋根開口の有無が形態創生にどのように影響があるか検証する。Fig.13 に作成された形態、Table.6 に x・y 方向の制御点座標、Fig.12 に x・y 方向イメージ・支持点位置・開口配置を示す。

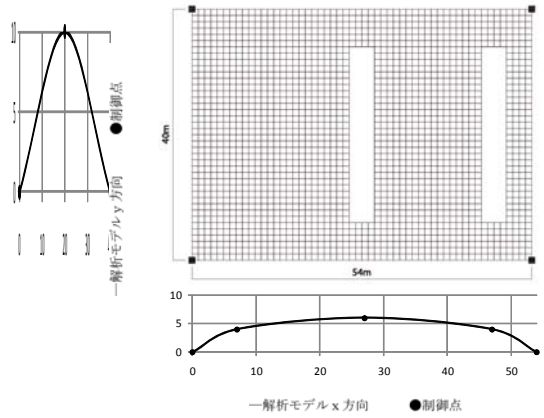


Fig. 12　x・y 方向イメージ，支持点・開口位置

Table. 6 制御点座標
（左：開口なし，右：開口あり）

X方向制御点位置		
No	x	z
1	0	0
2	20	10
3	40	0
Y方向制御点位置		
No	x	z
1	0	0
2	7	4
3	27	6
4	47	4
5	54	0

X方向制御点位置		
No	x	z
1	0	0
2	20	10
3	40	0
Y方向制御点位置		
No	x	z
1	0	0
2	7	4
3	27	6
4	47	4
5	54	0

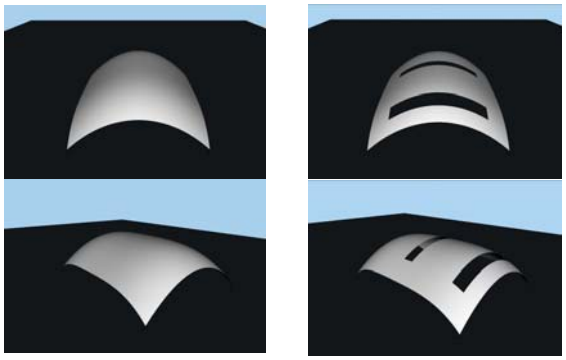


Fig. 13 作成された形態
（左：開口なし，右：開口あり）

5.2.1 CASE 2 実行結果

実行結果を示す。Fig.14・Fig.15 に相当応力平均値の世代推移を示す。Fig.16 に、初期形態と最終エリート形態のコンター図・相当応力平均値、Fig.17・Fig.18 に形態イメージの変化を示す。

Fig.16 より初期と実行後の形態では、相当応力平均値が開口なしの場合、約 70%減少し、開口ありの場合は、約 55%減少していることが確認できる。この理由として Fig.17・18 の Y 方向制御点位置変化より中央部分の曲率が大きく、また連続的になったことによるものであると推測できる。Fig.16 より初期と実行後とでは形態の全体イメージはそれほど変化していないことが確認できる。

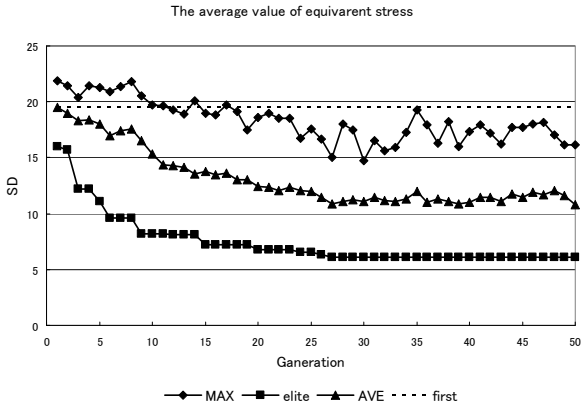


Fig. 14　世代推移（開口なし）

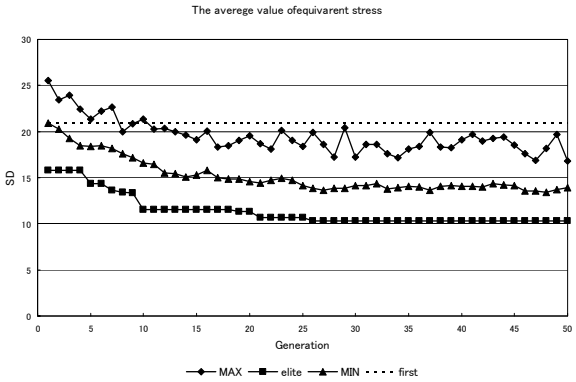


Fig. 15　世代推移（開口あり）

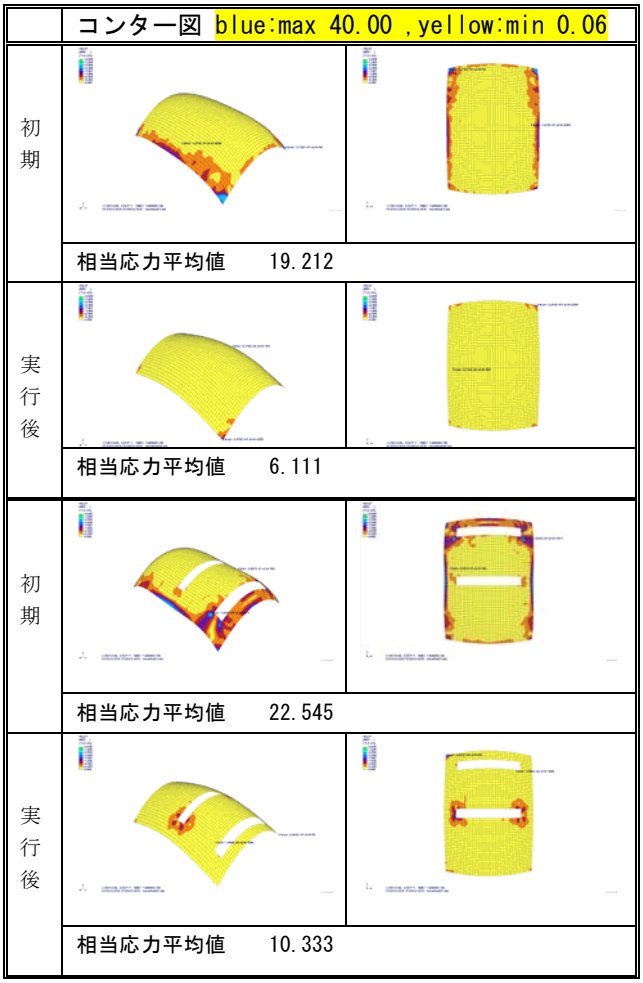


Fig. 16　コンター図（上：開口なし，下：開口あり）

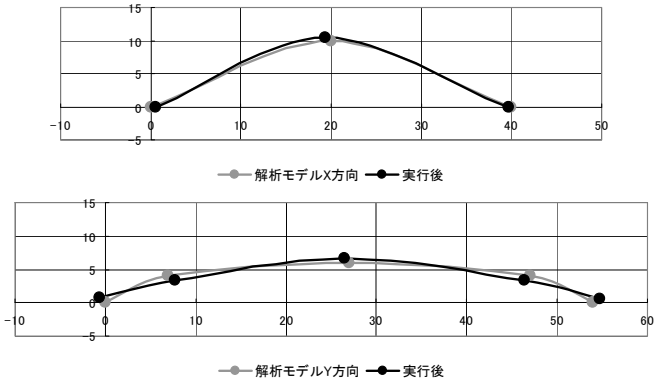


Fig. 17 実行後制御点位置変化（開口なし）

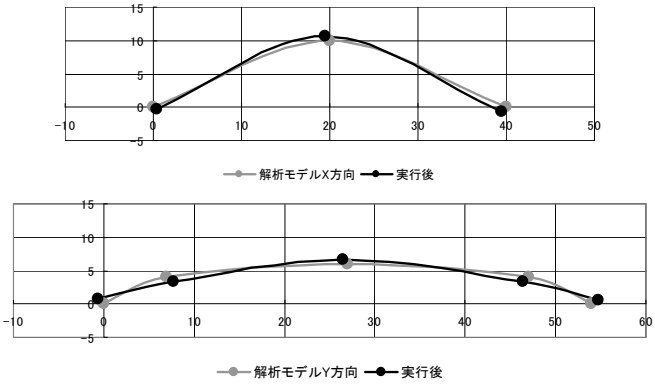


Fig. 18 実行後制御点位置変化（開口あり）

5.2.2 CASE 2 考察

CASE 2 において、開口の有無に関係なく、プログラム実行後には全体的に応力が小さくなった。比較的大きな開口を左右非対称に設けたが、開口なしの場合と同様に最初の設計イメージとほとんど変化はない。よって、開口を持つ場合でもこのシステム有効性が確認できた。

6 結論

本研究は、設計者の立場に立ち、使用性の向上と発想支援を行いより力学的合理性の高い屋根形態の創生を行う設計支援システムの構築を目指し、本システムの有効性を検討するために 2 つの CASE（CASE 1： 九州国立博物館を参考にした K モデル，CASE 2：小国町民体育館を参考にした O モデル）を対象にシステムを実行した。

以下に得られた結論を述べる。

1) 使用性の向上としては、「屋根形態イメージ入力システム」を構築し、画面上に直接イメージを描くことや、支持点位置の配置を行うという単純な作業のみで三次元形態を VRML により瞬時に作成・確認が行え、設計者にとっても使用性の高いシステムとすることが出来た。
2) 発想支援としては、「屋根形態イメージ入力システム」に「合理的形態評価システム」を組み合せることにより、瞬時に 3 ケースの三次元形態を確認でき、さらに解析後の力学的合理性の高い形態をも確認することができるようになり、意匠設計者・構造設計者のみならず学生にも感覚的構造最適化の知見を与える発想支援システムとなった。
3) 本システムは、CASE1・2 においても相当応力平均値・標準偏差値は初期形態より最終エリート形態のほうが小さく、力学的合理性に優れた形態を創生できることから、実構造物にも対応可能なシステムであることがわかった。

4) CASE 1 より、システム実行後の形態と九州国立博物館の形態はほぼ一致しており、九州国立博物館は力学的に優れた構造であることもわかった。
5) CASE２より、比較的大きな開口を設けた場合も、システム実行前後で形態はほぼ一致しており、開口を持つ大スパン屋根の形態創生にも対応可能なシステムであることがわかった。

より有効的なシステムにするためには、以下の問題点を解決する必要がある。

1) 本システムは FEM 解析として外部プログラムを利用しているため、データをファイルを通して取り込んでいる。従って、ファイルアクセスの時間がかさみ、世代数を増やすほど時間がかかる。処理の高速化を図るためには解析部分を内部処理にする必要がある。
2) 本システムは、新規物件のように画面入力してもらう自由設計には向いているが、既存建物のシミュレーション行うには、制御点位置をマウス入力だけでなく、座標数値を入力することによりを決定できるようにする必要がある。
3) CASE 1・2 において、本システムが四角形領域しか対応していないため既存建物モデルを探すのに苦労した。また、既存建物において、四角形の屋根形態をもつものは少なく、より有効的なシステムにするためには自由平面領域での形態作成を可能にする必要がある。
4) CASE2 において、四角形の開口でしか設定できないので円形などのより自由な形の開口を設定できるようにする必要がある。
5) 感性を取り入れた形態を提案し、設計者の創造性により修正を行うという手法も考えられる。様々な解決手法を考え、設計者の要求に答えることにより、本システムはより多様性のあるデザイン支援と力学性能を満足できる形態を創生できるシステムになると考えられる。

参考文献

1)日本建築学会：構造形態創生の理論と応用, 2001 年
2)大森博司, 崔昌禹：等値線を利用した拡張 ESO 法による構造形態の創生, 日本建築学会構造系論文集, 第 539 号, pp.87-94,2001.1
3)三井和男：セルオートマトンによる構造システムの自立的生成と最適化, 日本建築学会構造系論文集, 第 555, pp.101-105,2002.5
4)佐々木啓介, 堤和敏：感性を考慮した建物屋根形態創生に関する研究-その 2　非対称屋根形態の創生-, 構造工学系論文集 Vol.52B,pp.33-39,2006.3
5)尾鷲淳也, 佐々木啓介, 堤和敏：浮遊感のある屋根の形態創生に関する研究～（その 2）合理的形態提案システム, 日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）, B-1,pp711-712,2006.9
6) Junya Owashi and Kazutoshi Tsutsumi：A Study on the Morphogenesis of the Asymmetry Roof in Considering of a Designer's Image, 7th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization WCSMO-7, Book of Abstract, pp54, May 2007
7) 田中成典, 小林孝史, 南佳考, 内野幸生, 松岡園実, 吉田博哉, 渡辺由美：Web 工房シリーズ　VRML の達人, 森北出版, 1999.12
8)三井和男，大崎純，大森博司，田川浩，本間俊雄：計算工学シリーズ 4　発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム，コロナ社，2004.7
9) 穂坂衛：CAD/CAM における曲線曲面のモデリング, 東京電気大学出版局,1996.1
10)建築技術四月号・第六五一号，pp161，2004.4

テンセグリティ構造の位相と形状探索法

張　景耀 [1)]，大崎　純 [2)]

1)京都大学工学研究科建築学専攻，JSPS 外国人特別研究員，博士(工学)，is.zhang@archi.kyoto-u.ac.jp

2) 京都大学工学研究科建築学専攻，准教授，博士(工学)，ohsaki@archi.kyoto-u.ac.jp

1 序

連続な引張材（ケーブル）と不連続な圧縮材（棒材）に張力を導入して安定化させることは、テンセグリティ構造の特徴である[1]。その優れた力学的特性によって、建築分野で大空間構造として応用されているだけでなく、他の工学やそれ以外の多くの分野でも研究と応用が進んでおり、その設計問題に対しては多くの研究成果が得られている[2]。

テンセグリティ構造の設計問題では、主に位相（節点と部材の接続関係）の生成および安定な自己釣合い形状（節点位置）の決定問題に分けられる。しかし、ほとんどの既存研究では位相が既知とする前提で、自己釣合い形状の決定を考えている。位相はテンセグリティ構造の形状決定において非常に重要な要素であるにもかかわらず、その生成方法に関する研究はほとんど存在しない(例えば[3])。したがって、新しい構造形態を見出すために、位相の生成法を提案することが本研究の一つの目的である。

更に、位相が一定としても、無数の異なる釣合い形状が存在する。これらの形状は必ずしも安定な構造に対応していないが、構造物の安定性にも配慮して形状を決定する手法は少ない。この問題に対して、著者らは無条件安定な形状を見つける適応軸力密度法を提案した[4]。本研究では、この計算コストの少ない手法を採用して、決定された位相に対して、安定な形状を見つける。

要するに、テンセグリティ構造の形状の多様性を示すために、本研究では、下記の手順で位相と形状を決定する。

1．位相：グランドストラクチャを初期構造とし、ケーブルを一つずつ取り除いていくことによって、新しい位相を生成する。
2．実行可能軸力密度：適応軸力密度法を用いて、テンセグリティ構造の非退化条件を満足する軸力密度を決める。
3．自己釣合い形状：形状に関して指定された制約条件を満たす最適形状を見つける。

2 自己釣合いと安定性

テンセグリティ構造はピン接合構造の一種であり、部材を線分で、節点を点でモデル化できる。いま、m 本の部材と n 個の節点を有するテンセグリティ構造を考える。位相（節点と部材の接続関係）は、接続行列 $\mathbf{C}\in\mathbb{R}^{m\times n}$ で定義される。すなわち、節点 i と節点 j ($i<j$)に接続している部材 k に対して、接続行列の k 行目の i 番目の要素と j 番目の要素はそれぞれ 1 および–1 とし、ほかの要素は 0 とする。

$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ ($\in\mathbb{R}^n$)を節点座標ベクトルとし、軸力密度行列を $\mathbf{q}=[q_1,\ldots,q_i,\ldots q_m]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^m$ で定義する。軸力密度とは部材の軸力の長さに対する比である。各部材の x, y, z 方向の座標差からなるベクトルは $\mathbf{u}=\mathbf{Cx}, \mathbf{v}=\mathbf{Cy}, \mathbf{w}=\mathbf{Cz}$ で表される。また、座標差ベクトルを用いて、幾何行列 $\mathbf{G}(\in\mathbb{R}^{m\times 6})$ を下記のように定義する[5]。

$$\mathbf{G}=\left[\mathbf{Uu}, \mathbf{Vv}, \mathbf{Ww}, \mathbf{Uv}, \mathbf{Uw}, \mathbf{Vw}\right] \tag{1}$$

ここで、$\mathbf{U}, \mathbf{V}$ と $\mathbf{W}$ はそれぞれ座標差ベクトル $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ と $\mathbf{w}$ の成分を持つ対角行列である。

接続行列 $\mathbf{C}$ と軸力密度ベクトル $\mathbf{q}$ を用いて、軸力密度行列 $\mathbf{E}\in\mathbb{R}^{n\times n}$ を下記のように定義する。

$$\mathbf{E}=\mathbf{C}^{\mathrm{T}}\mathrm{diag}(\mathbf{q})\mathbf{C} \tag{2}$$

ここで、$\mathrm{diag}(\mathbf{q})$ は $\mathbf{q}$ の成分を持つ対角行列を示す。構造の各方向の自己釣合い方程式は

$$\mathbf{Ex}=\mathbf{Ey}=\mathbf{Ez}=\mathbf{0} \tag{3}$$

となる[4]。式(3)より軸力密度行列のゼロ空間は節点座標の空間をなすので、３次元のテンセグリティ構造は、より低い次元に退化しないように、軸力密度行列のランク落ちが４以上でなければならない[4]。これをテンセグリティ構造の非退化条件という。ここに注意されたいのは、この条件は非退化構造の必要条件であるが、十分条件ではない。

無条件安定な(*super stable*)構造物は導入された張力の大きさまたは材料特性に関係なく必ず安定である。そのため、テンセグリティ構造の設計問題では無条件安定な

構造物が望ましい。著者らは３次元テンセグリティ構造の無条件安定性について以下の十分条件を導いた[5]:

(a) 軸力密度行列 **E** は半正定値である。

(b) 軸力密度行列 **E** のランク落ちは４である。

(c) 幾何行列 **G** はフルランクである。

ここで、条件(a)と(c)は 無条件安定のための必要条件でもある。

3 位相と形状の生成法

この節では、ランダム戦略でグランドストラクチャから一つずつケーブルを取り除いて、新しい位相を生成する手法を提案する。生成された各位相に対して、非退化条件を満足する実行可能な軸力密度を適応軸力密度法を用いて求める。最後に、最適化手法で棒材が接触しないように釣合い形状を決める。

3.1 位相生成

グランドストラクチャとはすべての節点ペアを部材（棒材またはケーブル）で接続する構造である。したがって、グランドストラクチャには $m\,(={}_2C_n)$ 本の部材が存在する。テンセグリティ構造は不連続な棒材を有するので、棒材は接触せず、節点を共用しない。端部に他の棒材と接続しないことを保証するため、棒材の数 m^s は $m^s \le n/2$ を満たさなければならない。

棒材の接続関係が定められると、それを固定して、ケーブルを一つずつ取り除くことによって、新しい位相を生成する。しかし、この段階では節点位置は考慮せず、位相のみを生成するので、自己釣合い形状を満たすような適切なケーブル配置を求めるのは困難である。ただし、各節点に接続するケーブルの数が一様であることは一般的に望ましいと考えられる。したがって、本研究では下記のアルゴリズムで取り除かれるケーブルを選択する。

アルゴリズム１：

ステップ1：節点 i に接続するケーブルの数 n_i^c を求める。n_i^c が最大である節点ペアに接続するケーブルを取り除くと、各節点におけるケーブル数はほぼ一様に近づくが、多様な位相を生成するため、ステップ２のランダム戦略を採用する。

ステップ2：係数 r_i を $1 \le r_i \le 2$ の範囲で乱数で決めて、n_i^c に乗じて $n_i^c r_i$ を求める。

ステップ3： ケーブルの両端の節点での $n_i^c r_i$ の和がが最大であるケーブルを取り除く。

このアルゴリズムによって、多様な新しい位相を作り出すことが可能となる。位相が決まったら、次節の適応軸力密度法を用いて非退化条件を満足する軸力密度を求める。

3.2 実行可能な軸力密度

行列のランク落ちはそのゼロ固有値の数に一致する。したがって、非退化条件を満足するため、軸力密度行列は４個以上のゼロ固有値を持たなければならない。軸力密度行列の定義式(2)により、位相が一定の場合、軸力密度行列 **E** は軸力密度のみの関数であるため、軸力密度を適切に調整すれば、要求されるゼロ固有値の数を保証できる。適応軸力密度法は、固有値解析と最小二乗法を用いて、軸力密度行列のランク落ちが４になるよう、軸力密度の値を反復的に調整する方法である。そのアルゴリズムは下記の通りである。

アルゴリズム２：

ステップ1：軸力密度行列の固有値解析を行って、固有値を対角成分に持つ対角行列を計算する。

ステップ2：最小の４個の固有値をゼロにして、更新した対角行列を用いて新しい軸力密度行列を求める。

ステップ3：新しい軸力密度行列に対応する軸力密度を最小二乗法で近似的に求める。

ステップ4：求められた軸力密度と式(2) を用いて、軸力密度行列を更新する。

ステップ5：ステップ４の軸力密度行列が非退化条件を満足すれば、それに対応する軸力密度は実行可能な軸力密度として、アルゴリズムを終了する。満足しない場合に、ステップ４の軸力密度行列を使って、ステップ１に戻る。

上記のアルゴリズムでは、軸力密度行列の最小の固有値を取り扱っているので、すべての固有値をゼロ以上にすることができる。したがって、軸力密度行列の半正定値性はテンセグリティ構造の無条件安定の必要条件であり、十分条件の一つであるため、構造物の無条件安定性

を保証できる。これは、他の手法に比べて、適応軸力密度法の大きなメリットだと考えられる。

実行可能な軸力に対応する自己釣合い形状が多数存在するため、次節では最適化手法でその形状を決める。

3.3 節点座標

テンセグリティ構造は直線状の部材と節点で構成されるので、その形状を節点座標で定義できる。節 3.2 で軸力密度を決めた後、軸力密度行列が既知となり、節点座標 **x, y, z** は、自己釣合い方程式(3)を満足すれば、任意に与えることができる。この節では、最適化手法を用いてテンセグリティ構造の自己釣合い形状を求める。

ケーブルには引張力が導入されているため、両端の節点は近づくように引っ張られている。また、棒材には圧縮力が導入されているため、両端の節点は離れるように押されている。節点の距離が近づきすぎると、部材が互いに接触しやすくなるため、構造物が囲む空間の体積を大きくすることが望ましい。

棒材の長さを固定した場合に、ケーブルをできるだけ長くすれば、節点の距離は遠くなると考えられるから、テンセグリティ構造の自己釣合い形状を決定するために、下記の最適化問題を定式する。

Opt1: Maximize $l^c_{\min}$

s.t. $\mathbf{l}^s \le \tilde{\mathbf{l}}^s$

自己釣合い方程式(3)

ここで、$l^c_{\min}$ は最短のケーブルの長さを示す。また、$\mathbf{l}^s$ と $\tilde{\mathbf{l}}^s$ はそれぞれ棒材の長さとその上限値を成分としたベクトルである。

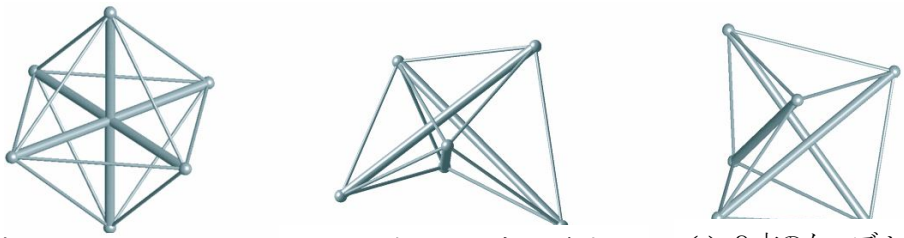
さらに、幾何行列 **G** がゼロ固有値を有すると、構造物はより低い次元に退化してしまう。そこで、**G** の固有値が一様に近いと、その形状は３次元空間を張るものと考えられる。したがって、次の最適化問題を考える。

Opt2: Maximize $\lambda^G_{\min} / \lambda^G_{\max}$

s.t. $\mathbf{l}^s \le \tilde{\mathbf{l}}^s$

自己釣合い方程式(3)

ここで、$\lambda^G_{\max}$ と $\lambda^G_{\min}$ はそれぞれ **G** の最大と最小の固有値である。



(a) グランドストラクチャ　(b) １０本のケーブルを有する構造　(c) ９本のケーブルを有する構造

図 1: ６個の節点、３本の棒材を有する構造物

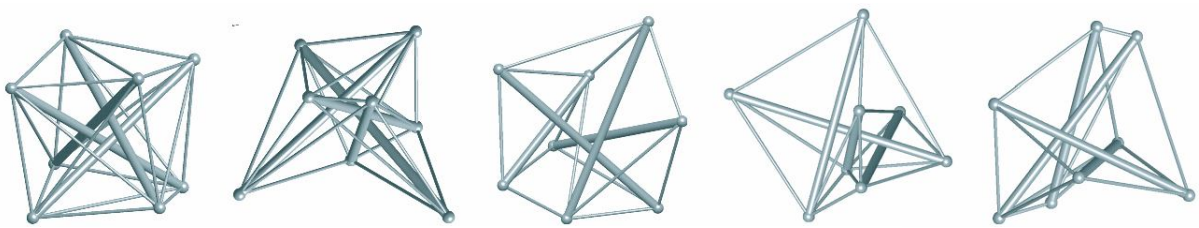


図 2: ８個の節点、４本の棒材を有する構造物

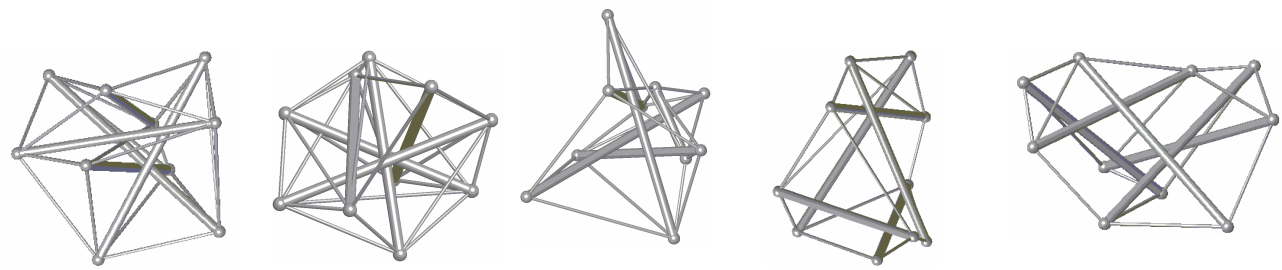


図 3: １０個の節点、５本の棒材を有する構造

4 例題

この節では、節３に提案した手法を用いて、異なる節点数を有するテンセグリティ構造の釣合い形状を決めることによって、テンセグリティ構造の多様性および新しい構造形態を発見できることを示す。

ここに、偶数 n 個の節点と $n/2$ 本の棒材を有する構造物のみを考慮する。すべての棒材は同じ軸力密度を有するものとし、制約条件として適応軸力密度法で与える。アルゴリズム２での初期値として、すべての棒材とケーブルの初期軸力密度をそれぞれ–1 と+1 とする。最適化問題 Opt1, Opt2 において、棒材の長さの上限値を１とする。Matlab の最適化ツール[6]を用いて、最適化問題 Opt1 と Opt2 を解いて、自己釣合い形状を決める。

例題１として、６個の節点を有する構造物を考える。グランドストラクチャは３本の棒材と１２本のケーブルを有している。各節点は１本の棒材と４本のケーブルで接続されている。

アルゴリズム２を用いてグランドストラクチャの実行可能な軸力密度を求めて、最適化問題 Opt1 を解くと、図 1(a)のような自己釣合い形状が得られた。ここで、細線と太線はそれぞれケーブルと棒材を表す。各節点が同じ接続関係を有し、棒材が同じ軸力密度を有するので、この構造物は対称であり、すべての棒材が中心を通っている。最適化問題 Opt2 を解いてもほぼ同じ形状が得られた。

アルゴリズム１では、ランダム戦略を採用したので、乱数の初期値を変更することによって多数の異なる位相が得られる。したがって、得られた各位相に対して、アルゴリズム２を実行し、最適化問題 Opt1 と Opt2 を解くことによって、多くの無条件安定な自己釣合い形状を作り出すことが可能である。自己釣合い形状の決定のため、節点間の距離が可能な限り大きくなるように最適化問題を定式化しているが、部材が接触しないような制約条件を直接定式化していないので、望ましくない形状も多数生成される。図１(b), (c)では、棒材が互いに接触していない例のみを示している。

例題２と例題３では、それぞれ８個と１０個の節点を有する構造物を考える。さまざまな乱数の初期値を用いてアルゴリズム１を実行した結果、最適化問題 Opt1 よりも最適化問題 Opt2 を解いたほうが棒材が接触しない形状を得る可能性が高いことがわかった。この二つのケースに対して、最適化問題 Opt2 を解いて得られた自己釣合い形状をそれぞれ図２と図３に示す。

5 結論

本研究では、テンセグリティ構造の多様性を示すため、位相の生成法と安定な釣合い形状の決定法を提案した。

グランドストラクチャから、ケーブルを一つずつランムダに取り除いていくことによって、多くの新しい位相が得られた。しかし、ほとんどの位相に対して、適応軸力密度法を用いれば無条件安定な構造物が得られるので、本研究で提案した位相生成法以外にもさまざまな方法があると考えられる。

しかし、自己釣合い形状において棒材間の接触を避けることは極めて困難である。この問題を解決するためには、接触の制約を定式化して、最適化問題に制約条件として与える必要がある。

謝辞

本研究の一部は、独立行政法人・日本学術振興会特別研究員奨励費の援助により実施した。ここに記して深謝いたします。

参考文献

[1] Fuller, R.B. Synergetics, Explorations in the Geometry of Thinking. Collier Macmillan, London, UK, 1975.

[2] Tiber, G. and Pellegrino, S. Review of form-finding methods for tensegrity structures. *Int. J. Space Struct.* 2003, **18**(4), 209?223.

[3] Paul, C., Lipson, H., and Cuevas, F.J. Evolutionary form-finding of tensegrity structures. In *Proceedings of the 2005 Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. Beyer H, Ed. ACM, New York, NY, 2005; 3-10.

[4] Zhang, J.Y. and Ohsaki, M. Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures* 2006; **43**: 5658-5673.

[5] Zhang, J.Y. and Ohsaki, M. Stability Conditions for Tensegrity Structures. *International Journal of Solids and Structures* 2006; **44**: 3875-3886.

[6] Borse, G.J. Numerical Method with MATLAB. International Thomson Publishing Inc. 1997.

粒子法を用いた位相最適化手法の提案

真鍋匡利 [1)]，藤井大地 [2)]
1) 近畿大学大学院システム工学研究科，大学院生，hd073021@hiro.kindai.ac.jp
2) 近畿大学工学部建築学科，教授，博士(工学) ，dfujii@hiro.kindai.ac.jp

1　緒言

近年，工学諸分野において位相最適化手法に関する研究が盛んに行われている．連続体を対象とした位相最適化手法としては，周期的なミクロ構造の孔の大きさを設計変数として最適化する均質化設計法 [1)]，要素の材料密度を設計変数として最適化する密度法 [2)]が主流であり，離散構造物の位相最適化手法としては梁要素を用いたグランドストラクチャ法 [3-6)]が主流である．

また，GA（Genetic Algorithm），ESO（Evolutionary Structural Optimization）法，CA（Cellular Automaton）法などに代表される発見的手法 [7)]は，経験的に良好な解が得られることが知られている手法であり，感度解析を必要としない等，その簡便さから様々な問題へ適用されている．

ところで，最近では計算技術の発達から，位相最適化手法は非線形問題に対しても適用が試みられている．特に，幾何学的非線形問題への拡張は比較的容易であるため研究例も多く [8,9)]，幾何学的非線形性を考慮した場合，有限変形を記述した結果として，設計荷重に対して座屈を起こし難い工学的直観と一致する位相が得られるという報告もある [10)]．

このように，非線形性を考慮した位相最適化手法も多くの研究例が見られるようになったが，これらの殆どは有限要素法による応力変位解析を基調とするものである．有限要素法は研究の歴史も長く，汎用性の高い手法であるが，幾何学的非線形解析においてはメッシュに由来する問題点を克服する必要があり，これには煩雑な手続きを必要とする．

これに対し，メッシュに依存せず解析を行うことのできる手法も提案されている [11,12)]．粒子法は離散化の過程において一切メッシュを用いない手法であり，この中でも，越塚らにより提案されている MPS（Moving Particle Semi-implicit）法は，比較的簡便なアルゴリズムで幾何学的非線形性を精度良く扱うことのできる粒子法である．

本研究では MPS 法を用いて幾何学的非線形性を考慮した位相最適化手法を提案する．

2　粒子法による動的弾性解析の定式化

2.1 MPS 法における粒子間相互作用モデル

MPS 法はベクトル解析における微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを用いて連続体の支配方程式を離散化するものである．

MPS 法では，重み関数 w を次式で定義する．

$$w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^{0}\right\|\right)=\begin{cases}\dfrac{r_e}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^{0}\right\|}-1 & \left(0\le\left\|\mathbf{r}_{ij}^{0}\right\|\le r_e\right)\\ 0 & \left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^{0}\right\|<r_e\right)\end{cases} \tag{1}$$

ただし，$\mathbf{r}_{ij}^{0}$ は初期粒子配置における相対座標，r_e は粒子間相互作用の影響半径であり，本研究では r_e を最小粒子間距離の 3 倍とする．また，粒子数密度は粒子の位置における重み関数の和として次式で定義する．

$$n_i^0=\sum_{i\neq j}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^{0}\right\|\right) \tag{2}$$

互いに近傍に存在する粒子が位置ベクトル $\mathbf{r}_i,\mathbf{r}_j$，物理量 ϕ_i,ϕ_j を持つとすると，粒子 ij 間で定義される勾配（gradient）は次式で表される．

$$\begin{aligned}\left\langle\nabla\phi\right\rangle_{ij}&=\frac{\left(\phi_j-\phi_i\right)\left(\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i\right)}{\left\|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i\right\|^2}\\&=\frac{\phi_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|^2}\mathbf{r}_{ij}\end{aligned} \tag{3}$$

発散（divergence）はベクトルに作用してスカラーを得る演算子であり，粒子 i と粒子 j がそれぞれベクトル変数値 $\mathbf{u}_i,\mathbf{u}_j$ を保持しているとすると，次式で表される．

$$\begin{aligned}\left\langle\nabla\cdot\mathbf{u}\right\rangle_i&=\frac{2d}{n^0}\sum_{i\neq j}\frac{\left(\mathbf{u}_j-\mathbf{u}_i\right)\cdot\left(\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i\right)}{\left\|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i\right\|^2}w\left(\left\|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i\right\|\right)\\&=\frac{2d}{n^0}\sum_{i\neq j}\frac{\mathbf{u}_{ij}\cdot\mathbf{r}_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|^2}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|\right)\end{aligned} \tag{4}$$

ただし，d は空間次元数，n^0 は平均粒子数密度である．

MPS 法では Laplacian に対応する粒子間相互作用モデルも用意されているが，物理的には拡散を意味しており，構造解析では用いない．

2.2 陽解法による動的弾性解析

動的な弾性体の支配方程式は，次式で表される．

$$\frac{\partial r_\alpha}{\partial t} = v_\alpha \tag{5}$$

$$\rho \frac{Dv_\alpha}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\lambda \varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} + 2\mu\varepsilon_{\alpha\beta}\right) + \rho K_\alpha \tag{6}$$

ただし，ρは単位体積質量，v_α は速度，$\varepsilon_{\gamma\gamma}$ は体積歪，$\varepsilon_{\alpha\beta}$ は歪テンソル，K_α は外力である．また，弾性解析において，Lame の弾性定数λ, μは次式で定義される．

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{7}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{8}$$

初期の粒子配置から現在の粒子配置への移動を座標軸の回転と回転した座標軸からの変位で表すと，相対座標$\mathbf{r}_{ij}$ は次式のように表せる．

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{R}\mathbf{r}_{ij}^0 - \mathbf{u}_{ij} \tag{9}$$

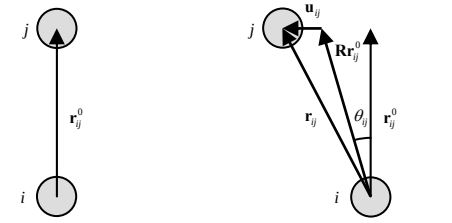
ここに，2 次元問題における回転行列$\mathbf{R}$ は相対回転角θ_{ij}を用いて次式となる．

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{ij} & -\sin\theta_{ij} \\ \sin\theta_{ij} & \cos\theta_{ij} \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\theta_{ij} = \frac{\theta_i + \theta_j}{2} \tag{11}$$

従って，粒子ij 間の相対変位$\mathbf{u}_{ij}$ は次式で表される．

$$\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} - \mathbf{R}\mathbf{r}_{ij}^0 \tag{12}$$



(a) 初期粒子配置　　(b) 現在の粒子配置

Fig.1　粒子間の相対変位

また，相対変位$\mathbf{u}_{ij}$ の$\mathbf{r}_{ij}$ 方向成分（垂直成分）$\mathbf{u}_{ij}^n$ と接線成分$\mathbf{u}_{ij}^s$ は MPS 法の勾配モデルを用いてそれぞれ次式となる．

$$\mathbf{u}_{ij}^n = \frac{\left(\mathbf{u}_{ij}\cdot\mathbf{r}_{ij}\right)\mathbf{r}_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|^2} \tag{13}$$

$$\mathbf{u}_{ij}^s = \mathbf{u}_{ij} - \mathbf{u}_{ij}^n \tag{14}$$

加速度を計算する際に，第 1 Piola-Kirchhoff 応力テンソル [13,14]の発散をとるが，粒子間位置ですべての成分が必要ではないため，相対座標$\mathbf{r}_{ij}$ 方向で内積をとる．式(13), (14)を用いて，歪テンソルの$\mathbf{r}_{ij}$ 方向成分$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^n$ と接線成分$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^s$ は次式となる．

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^n = \frac{\mathbf{u}_{ij}^n}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|} \tag{15}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^s = \frac{\mathbf{u}_{ij}^s}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|} \tag{16}$$

式(15), (16)を用いれば，垂直応力$\boldsymbol{\sigma}_{ij}^n$ とせん断応力$\boldsymbol{\sigma}_{ij}^s$ は次式となる．

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij}^n = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^n = 2\mu\frac{\mathbf{u}_{ij}^n}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|} \tag{17}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij}^s = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^s = 2\mu\frac{\mathbf{u}_{ij}^s}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|} \tag{18}$$

体積歪$\varepsilon_{\gamma\gamma}$ は，MPS 法の発散モデルを用いて，次式のように表される．

$$\begin{aligned}\left(\varepsilon_{\gamma\gamma}\right)_i &= \left(\nabla\cdot\mathbf{u}\right)_i \\ &= \frac{d}{n^0}\sum_{i\neq j}\frac{\mathbf{u}_{ij}\cdot\mathbf{r}_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) \\ &= \frac{d}{n^0}\sum_{i\neq j}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^n\cdot\frac{\mathbf{r}_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right)\end{aligned} \tag{19}$$

従って，粒子i に働く圧力p_i は次式となる．

$$\begin{aligned}p_i &= \lambda\left(\varepsilon_{\gamma\gamma}\right)_i \\ &= \lambda\frac{d}{n^0}\sum_{i\neq j}\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}^n\cdot\frac{\mathbf{r}_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right)\end{aligned} \tag{20}$$

次に，式(6)の運動方程式を，垂直応力項，せん断応力項，圧力項に分けて計算するものとすると，式(6)は，粒子i について，MPS 法の発散モデルを用いて次式のように表すことができる．ただし，ここでは物体力は省略する．

$$\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]=\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]_n+\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]_s+\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]_p \tag{21}$$

Lagrange 座標系において，粒子に働く加速度 $\mathbf{v}$ は第 1 Piola-Kirchhoff 応力テンソル σ の発散を用いて次式のように表される．

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}=\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\sigma \tag{22}$$

式(22)に MPS 法の発散モデルを適用することで応力による加速度項が得られ，式(21)の右辺第 1 項及び第 2 項は次式で表される．

$$\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]_n=\frac{d}{\rho n_i^0}\sum_{i\neq j}\frac{2\boldsymbol{\sigma}_{ij}^n}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) \tag{23}$$

$$\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]_s=\frac{d}{\rho n_i^0}\sum_{i\neq j}\frac{2\boldsymbol{\sigma}_{ij}^s}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) \tag{24}$$

圧力項に関して，式(20)によって得られる圧力 p_i は粒子 i の位置で定義されているため，粒子 ij 間で定義される圧力 p_{ij} を用いれば応力による加速度項と同様に MPS 法の発散モデルを適用することで，式(21)の右辺第 3 項は次式で表される．

$$\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]_n=\frac{d}{\rho n_i^0}\sum_{i\neq j}\frac{2p_{ij}\mathbf{r}_{ij}}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\left\|\mathbf{r}_{ij}\right\|}w\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) \tag{25}$$

ここで，p_{ij} は粒子 ij 間に与える圧力として，次式で定義される．

$$p_{ij}=\frac{p_i+p_j}{2} \tag{26}$$

微分方程式上は運動量保存則から角運動量保存則が導かれるが，これは離散化によって成り立たなくなり，せん断応力によってトルクが生じるため，角運動量保存則は満たされない．そこで，せん断応力から生じたトルクを打ち消すように粒子に回転運動のトルクを与え，角運動量を保存させる．

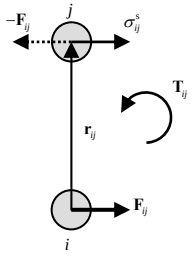


Fig.2　せん断応力によるトルクの発生

粒子 ij 間のせん断応力 $\boldsymbol{\sigma}_{ij}^s$ により粒子 i が受ける力 $\mathbf{F}_{ij}$ は，粒子の質量 m を用いて，次式で表される．

$$\mathbf{F}_{ij}=m\left[\frac{\partial \mathbf{v}_{ij}}{\partial t}\right]=\frac{dm}{\rho n_i^0}\sum_{i\neq j}\frac{2\boldsymbol{\sigma}_{ij}^s}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|} \tag{27}$$

ただし，質量 m は次式で与える．

$$m=\rho l_0^{\,d} \tag{28}$$

一方, 粒子 j には, 同じ絶対値で逆向きの力がかかる．この偶力により発生するトルク $\mathbf{T}_{ij}$ は，相対座標 $\mathbf{r}_{ij}$ と $\mathbf{F}_{ij}$ の外積を用いると次式で表される．

$$\mathbf{T}_{ij}=-\mathbf{r}_{ij}\times\mathbf{F}_{ij} \tag{29}$$

角運動量を保存するため，式(23)の $\mathbf{T}_{ij}$ を打ち消すように，粒子 i と粒子 j に半分ずつトルクを与える．

$$I_i\left[\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial t}\right]=I_j\left[\frac{\partial \boldsymbol{\omega}_j}{\partial t}\right]=-\frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\mathbf{T}_{ij} \tag{30}$$

ここに，I_i 及び $\boldsymbol{\omega}_i$ は粒子 i の慣性モーメント及び角速度であり，I_i は次式で与えられる．

$$I_i=m_i\frac{l_0^{\,2}}{6} \tag{31}$$

新しい時刻 $k+1$ における速度 $\mathbf{v}$ と座標 $\mathbf{r}$ は次式で計算し，更新する．

$$\mathbf{v}_i^{k+1}=\mathbf{v}_i^k+\Delta t\left[\frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t}\right]^k \tag{32}$$

$$\mathbf{r}_i^{k+1}=\mathbf{r}_i^k+\Delta t\mathbf{v}_i^{k+1} \tag{33}$$

ただし，2 次元の場合，角速度 ω と回転角 θ はスカラーとなり，次式で更新できる．

$$\omega_i^{k+1}=\omega_i^k+\Delta t\left[\frac{\partial \omega_i}{\partial t}\right]^k \tag{34}$$

$$\theta_i^{k+1}=\theta_i^k+\Delta t\omega_i^{k+1} \tag{35}$$

以上の定式化において，式(32)~(35)に示す時間積分はハミルトン形式に対する 1 次のシンプレクティックスキームであり，全エネルギーを高精度で保存する．

また，本研究では解析対象は粒子の厚さを考慮して 3 次元となるため，空間次元数 d を 3 として 2 次元解析を行う．

3　最適化問題の定式化

本提案手法では最適化問題の解法として，全応力設計法に局所規則の対象としてセルラオートマトンの

Neumann 近傍を用い，位相を更新する [15].

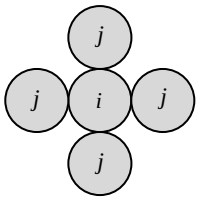


Fig. 3　粒子法における Neumann 近傍モデル

本研究では，最適化問題を応力制約条件下での質量最小化問題として次のように定式化する．

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} \quad \sum_{i=1}^{n} \rho_i l_0^{\,2} t_i \\ &\text{Subject to} \quad \sigma^L \le \sigma_i^{VM} \le \sigma^U \end{aligned} \tag{36}$$

ただし，σ^U, σ^L は応力制約の上下限値，σ_i^{VM} は von Mises の相当応力であり，MPS 法では粒子 i において次式で計算される．

$$\sigma_i^{VM} = \frac{1}{2}\sum_{i \ne j} \sqrt{\left(\sigma_{ij}^{nx}\right)^2 + \left(\sigma_{ij}^{ny}\right)^2 - \sigma_{ij}^{nx}\sigma_{ij}^{ny} + 3\left(\sigma_{ij}^{s}\right)^2} \tag{37}$$

ここで，σ_{ij}^{nx} は σ_{ij}^{n} の x 方向成分，σ_{ij}^{ny} は σ_{ij}^{n} の y 方向成分である．

近傍粒子判定に用いる重み関数 w^N を次式で計算し，w^N が 0 でなければ近傍粒子と判定する．

$$w^N\left(\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) = \begin{cases} \dfrac{r_e^N}{\left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|} - 1 & \left(0 \le \left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\| \le r_e^N\right) \\ 0 & \left(r_e^N < \left\|\mathbf{r}_{ij}^0\right\|\right) \end{cases} \tag{38}$$

ただし，本研究では Neumann 近傍を採用しているためパラメータを次のように定義する．

$$r_e^N = \min r_{ij}^0 \tag{39}$$

MPS 法による応力変位解析が終了したとき，σ_i^{VM} が σ^U の値を超えれば，Neumann 近傍粒子として粒子 j が発現し，σ_i^{VM} が σ^L の値を下回れば，粒子 i は消滅するという局所規則を適用する [15].

4　解析例

本研究においては以下の解析条件とするただし，応力制約について，初期の位相における von Mises 応力の平均値 σ_{Mean}^0 を基準とし，σ^L 及び σ^U を設定した．通常，応力制約条件を課す場合，応力制約の上下限値には具体的な値をあらかじめ設定するが，本問題においては設計荷重と設定した応力制約条件によっては，解析が破綻してしまう可能性がある．応力制約条件を下記のように設定しているのはこれを避けるためである．

Young's Modulus : 21000 N/mm^2
Material Density : 0.00235 kg/cm^3
Poisson's Ratio : 0.16
P : 10000 N　　(40)
Thickness : 100 mm
$\sigma^L = \sigma_{Mean}^0$
$\sigma^U = 1.2\sigma_{Mean}^0$

4.1　Michell 梁問題の位相最適化（Case 1）

Fig.4 に Michell 梁問題の解析モデルを示す. また, Fig.5 に解析結果を示す.

Case 2 においては，荷重方向軸に関して非対称のとなっているものの, Michell の梁としてよく知られる位相と類似する解が得られた．また，収束に関しては Step 10 以降，位相の更新は見られなかった．

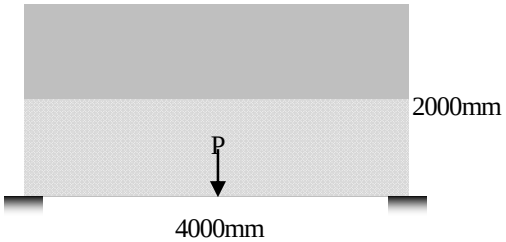


Fig. 4　Case 1 の解析モデル

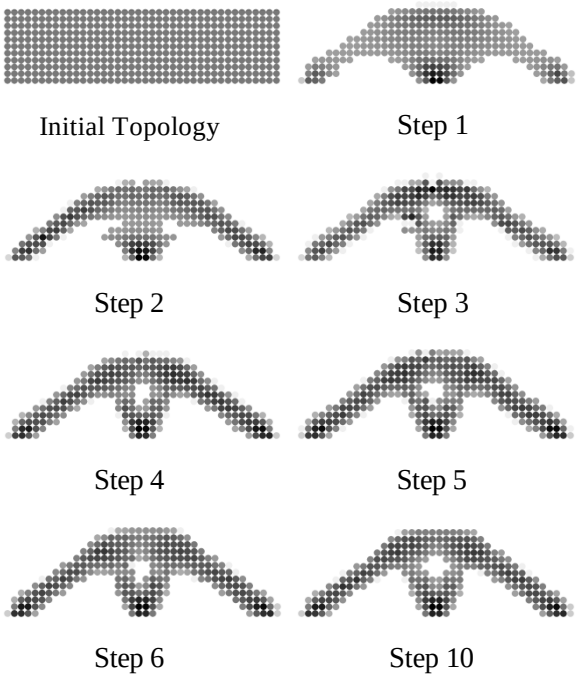


Fig. 5　Case 1 の解析結果

4.2 片持ち平板の位相最適化（Case 2）

Fig.6 に片持ち平板の解析モデルを示す．また，Fig.7 に解析結果を示す．

Case 2 においては曲げによる変位が小さく，トラス構造に似た位相が得られた．また，収束に関しては Step 5 以降，位相の更新は見られなかった．

Fig. 6　Case 2 の解析モデル

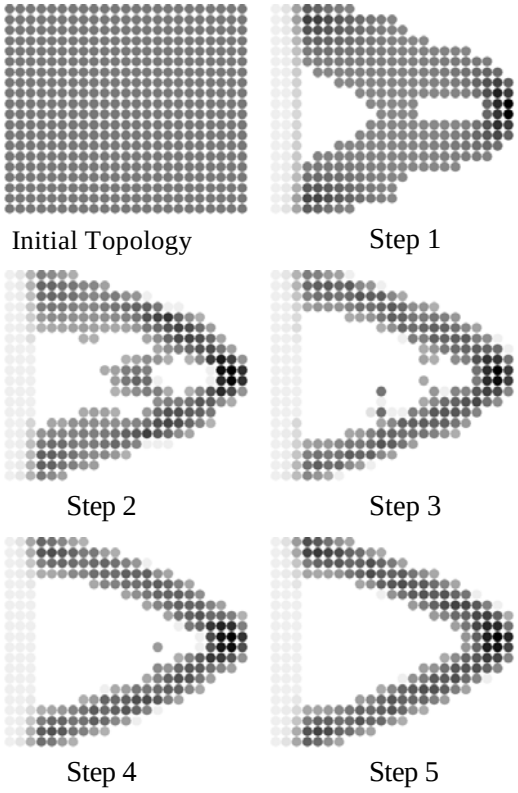


Fig. 7　Case 2 の解析結果

4.3 片持ち梁の位相最適化（Case 3）

Fig.8 に片持ち梁の解析モデルを示す．また，Fig.9 に解析結果を示す．

Case 3 においては，Case2 と比較して曲げによる変位が大きく，非対称のブレースの発現した位相が得られた．これは，幾何学的非線形性が反映された結果であると考えられる．また，収束に関しては Step 45 以降，位相の更新は見られなかった．

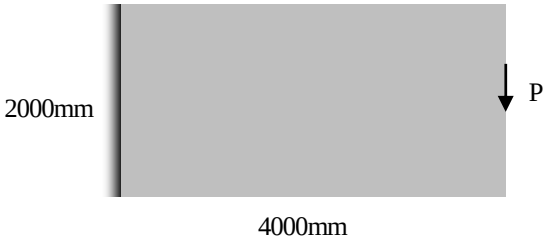


Fig. 8　Case 3 の解析モデル

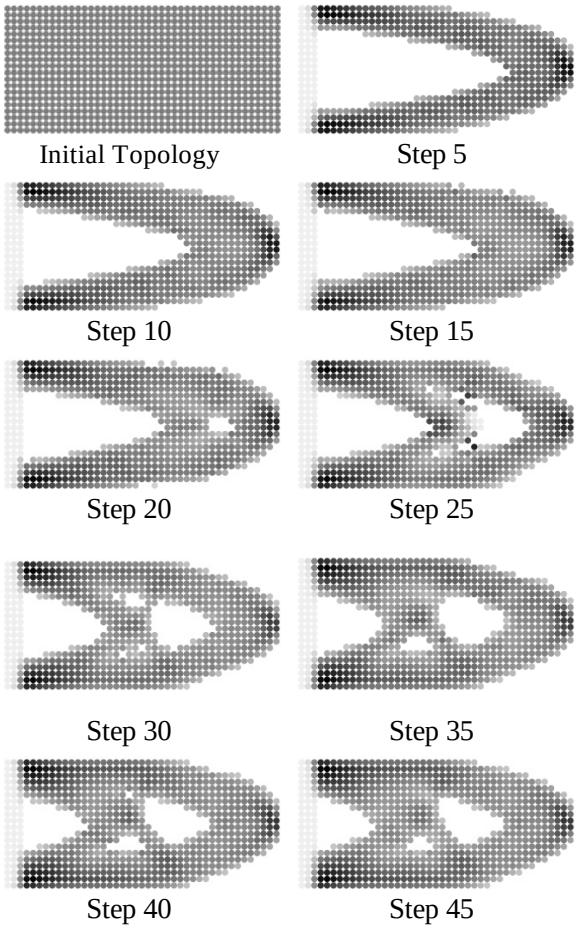


Fig. 9　Case 3 の解析結果

5　結言

本研究では，粒子法を用いて幾何学的非線形性を考慮した位相最適化手法を示した．本提案手法では，発見的手法に基づき，最適化問題を応力制約条件下での質量最小化問題として定式化し，比較的容易に幾何学的非線形性を反映した位相を得た．

しかし，剛性，質量，収束性等について考察が不十分であるため，今後，これらについて調査を行う必要がある．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N.: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71, 197-224, 1988
2) Bendsøe, M. P.: Optimal shape design as a material distribution problem, *Structural Optimization*, Vol.1, pp.193-202,1989
3) Zhou, M. and Rozvany, G.I.N., The COC algorithm, Part Ⅱ: Topological, geometrical and generalized shape optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 89, 309-336, 1991
4) Dorn, W., Gomory, R. and Greenberg, H., Automatic design of optimal structures. *J. de Mecanique*, 3, 25-52, 1964
5) Rozvany, G.I.N., Structural Design via optimality Criteria, Kluwer Academic Publishers, 1989.
6) Rozvany, G.I.N. (ed.), Topology Optimization in Structural Mechanics, CISM Courses and Lectures 374, Springer, 1997
7) 三井和男, 大崎純, 大森博司, 田川浩, 本間俊雄: 発見的手法による構造のフォルムとシステム, 計算工学シリーズ 4, コロナ社, 2004
8) Buhl, T., Pedersen, C. B. W. and Sigmund, O.: Stiffness design of geometrically nonlinear structures using topology optimization, *Struct. Multidisc. Optim.*, Vol.19, pp.93-104, 2001
9) Sekimoto, T. and Noguchi, H.: Homologous topology optimization in learge displacement and buckling problems, *JSME International Journal Series A*, Vol.44, pp.616-622, 2001
10) 松井和己, 寺田賢二郎, 西脇眞二, 石橋慶輝: 有限変形を伴う構造物に対する consistent トポロジー最適化手法, Transactions of JSCES, Paper No.20010046, 2001
11) 鈴木克幸, 長嶋利夫, 萩原世也: メッシュフリー法, 計算力学レクチャーシリーズ 4, 丸善, 2006
12) 越塚誠一: 粒子法, 計算力学レクチャーシリーズ 5, 丸善, 2005
13) 久田俊明: 非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎, 丸善, 1992
14) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995
15) 三井和男: セルオートマトンによる構造システムの自律的生成と最適化, 日本建築学会構造系論文集, No.555, pp.101-105, 2002

構成論的方法論の一形態としての建築形態創成プロセス

藤井晴行
東京工業大学大学院建築学専攻，准教授，博士(工学)，hfujii@arch.titech.ac.jp

1 はじめに

建築デザインにおいて計算機を用いて形態を生成することの意味を構成論的方法論[1, 2]に関連づけて論じ，構成論的方法論の実践支援システムとして開発中である形態創成システムにおける形態生成手法について説明する．

2 構成論的方法論から見た建築設計

2.1 問題解決としての設計

建築設計は有目的的な営為であると仮定する．目的を果たすための行為が設計の過程で意図され，実行される．建築設計の目的は実現させたいものごとの特徴によって示される．設計が有目的的な営為であるならば，建築設計のプロセスは問題解決（problem solving）プロセスとして定式化できる．問題解決とは定められた問題に対する解を発見することである．目的に適う建築設計を行うということは機能性，意匠性，安全性，親環境性，経済性などに関すて示された特徴をもつものごとを提供しうる建物の形態を見つけるということである．すべての形態の集合 $\boldsymbol{P}$ の要素のうち，目標となる特徴を提供しうる形態の集合 $\boldsymbol{S}$（$\boldsymbol{P}$ の部分集合）の要素を見つける[3]というプロセスが問題解決としての設計のプロセスである（図１）．　ただし，建築設計では目標となる集合 $\boldsymbol{S}$ の輪郭が予め明確に定められているわけではない．輪郭の不明瞭な問題（ill-defined problem）として定義され，設計の過程で問題の輪郭が明確にされ，その解となる設計案（設計解）が探求される．設計者は設計言語 $\boldsymbol{L}$ によって解の探索範囲を限定することがある．

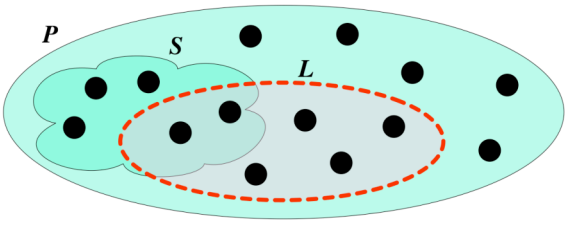


図１　設計問題を表現する集合

2.2 構成論的方法論

構成論的方法論は設計解の探求プロセスを方向付け（focusing），設計案の生成（generation），設計案の生成を通じた環境とのインタラクション，設計案の評価（evaluation）の螺旋的循環として捉える（図２）．このプロセスは帰納的な構造をもっており，方向付け，生成，インタラクション，評価の各プロセスも微視的には同様の螺旋的循環である（図２下部）．この構造は問題解決における解生成と解検証の繰り返しによるプロセスを拡張するものである．実現しようとするものごとを思い描き，その実現のために為すものごとを方向付けるプロセス，そのことを実際に為したことの結果と帰結を環境とのインタラクションによって経験するプロセスを明示的に扱うものである．設計においてはどのような設計案を生成し，設計案をどのように評価するかが重要である．設計案は任意に生成されるのではなく，論理的思考や直観的判断によって設計案の生成が方向付けられる．経験的な蓋然性や直観によって法則性を仮定し，その法則性に基づいて好ましい評価結果を得ると期待される設計案を構想する．設計案の評価の仕方は採用する法則性に依存する．法則性の採用の仕方は設計主体が設計問題をどのように捉えているかに影響される．これらは設計プロセスにおける環境とのインタラクションに埋め込まれている．

構成論的方法論に基づいて建築設計の思考過程を次のようにモデル化する．ある特徴をもつ建築空間や生活を実現させようと意識することを契機にデザインが始まる．これまでの経験や現況を踏まえ，思い描いた建築空間や生活を実現すると期待される建築形態を構想する．このとき，形態と空間ないし生活との間の法則性が仮説として採用されている．構想した建築形態を図面，模型，実物などとして環境に外化し，実体化された建築形態や建築空間とインタラクションする．このとき，構想するだけではわからない特徴に気づく可能性がある．ここから実現される生活像を帰結する．帰結される生活像と思い描いていた生活との相違を比較しつつ，何が得られているかを確認する．これを踏まえ，実現する建築形態や生活をさらに思い描き，建築形態の構想の方向を定める．このサイクルを思い描いている建築空間や生活の実現が確信されるまで繰り返す．

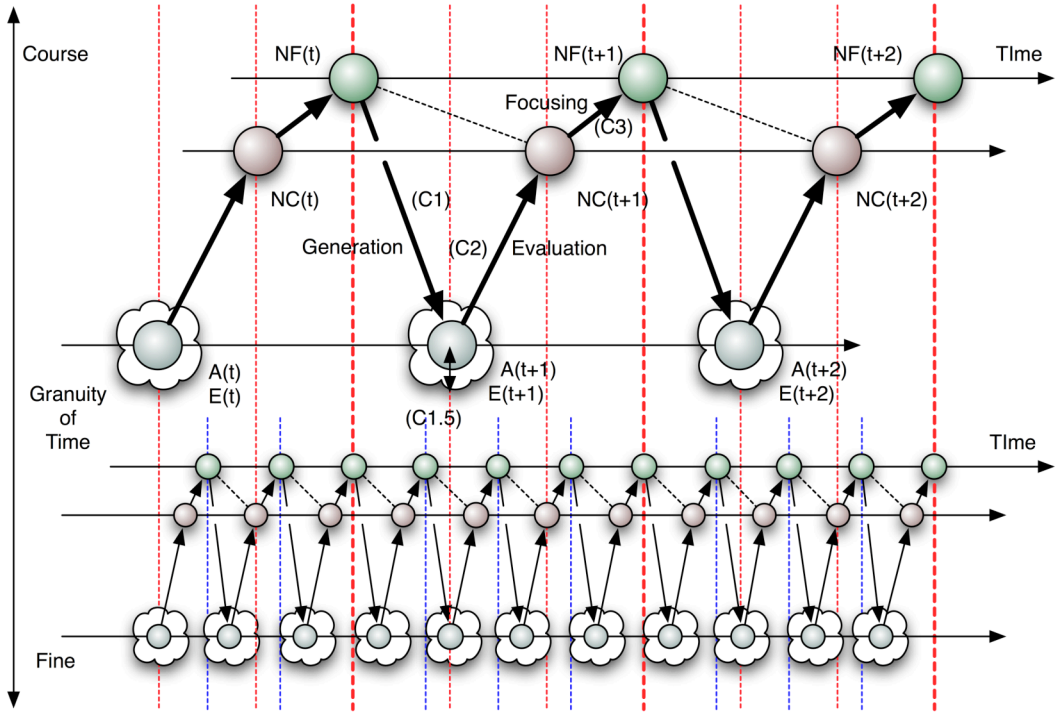


図２　FNS-ダイアグラム

解生成プロセスと解検証プロセスが計算可能であれば，解探索に計算機を援用することができる．

3　生成文法を用いた形態の生成

生成文法は「言語」を数学的に定義するものである．ここでいう言語とは最小単位となる有限個の記号を特定の規則に従って配置することによって得られる全て（通常，無限個）の有限長の記号列の集合である．形態の創成に生成文法を用いる手法として，形態文法（shape grammars），図式文法（schema grammar），L-System などが提案されている．形態文法と図式文法は生成文法を定義する記号に，それぞれ，図形と図式を対応させるものである．L-System は生成文法によって生成される記号列（文）に形態や形態を創成する操作を対応づけるものである．本報告ではこれらとは若干異なる手法を提案する．

3.1　生成文法の概略 [4, 5)]

言語を構成する最小単位の記号の集合をアルファベットという．アルファベットの任意の記号を有限個並べたものを記号列という．アルファベットΣからつくれるすべての記号列の集合をΣ^*と表記する．例えば，$\Sigma=\{a, b\}$ならば$\Sigma^*=\{\lambda, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, \ldots\}$ である．

生成文法は次をみたす４つ組 $(V,\ \Sigma,\ P,\ S)$ によって言語を定義する．言語とは当該文法の上で有意味とされる記号列の集合である．このような記号列は文とよばれる．V は非終端記号の有限集合，Σは終端記号の有限集合（アルファベット），Sは開始記号とよばれるVの要素，P は生成規則の有限集合である．終端記号は文に現れる最小単位の記号である．非終端記号は文には現れないが文の生成に中間的に用いられる記号である．各非終端記号は，それぞれ，文法的カテゴリーに対応する．開始記号は文という文法的カテゴリーを示す非終端記号である．生成規則は$\alpha \rightarrow \beta$なる形式をもつ記号である．αとβはVとΣの和集合上の記号列を示し，$\alpha \rightarrow \beta$は記号列αを記号列βに置き換える操作を示す．

文の生成とは特定の開始記号に特定の形式文法の規則を適用し，当該形式文法で定義される言語に属する記号列を生成することである．生成文法において，開始記号に生成規則を適用して，開始記号を生成規則の右側の記号列で置き換え，さらに現れる非終端記号に生成規則を適用し，終端記号のみからなる記号列に到達するまで生成規則の適用を繰り返すことを導出という．

次の文脈自由文法 Gcf を考える．

$$Gcf=(\{A, B\}, \{a, b\}, \{A\rightarrow aB, B\rightarrow Ab, B\rightarrow b\}, A) \qquad (1)$$

開始記号 A には生成規則 $A\rightarrow aB$ が適用可能である．こ

れを適用し，記号列 aB を得る．非終端記号 B には生成規則 $B\rightarrow Ab$ と $B\rightarrow b$ が適用可能である．前者を適用すると記号列 aAb を得る．後者を適用すると終端記号のみからなる記号列 ab を得る．記号列 aAb に生成規則 $A\rightarrow aB$ を適用すると記号列 $aaBb$ を得る．これに，生成規則 $B\rightarrow b$ を適用すると終端記号のみからなる記号列 $aabb$ を得る．生成規則 $B\rightarrow Ab$ を適用した場合には $aaAbb$ を得る．このように文脈自由文法 Gcf によって，記号列 ab, $aabb$, $aaabbb$, $aaaabbbb$, … が導出される．言い換えると，文脈自由文法 Gcf によって左から a が $N(>0)$個並び続けて b が N 個並ぶ記号列のみからなる言語が生成される．文法 G によって生成される言語を $L(G)$と表記する．下式は文法 Gcf によって生成される言語 $L(Gcf)$ を示す．

$$L(Gcf)=\{ab, aabb, aaabbb, aaaabbbb, \ldots\} \qquad (2)$$

3.2　生成文法の拡張による形態の創成

生成文法の終端記号に形態を対応させ，文法構造によって形態の意味的な構造を示す．また，非終端記号には形態の意味的な構造を構成する抽象概念を対応させる．開始記号は生成される具体的な形態がもつ特徴に対応する素性をもち，生成規則は抽象概念や素性に対する操作を示す関数と形態に反映すべき素性をもつ．この手法は，文脈自由文法によって導出される記号列に意味を対応させる属性文法を形態の定義に応用するものである [6,7]．

提案する手法における文法の具体例と生成される形態のいくつかを示す．文法 Gx を式 3 に，生成規則の詳細を式 4〜6 に示す．式 3 では，簡単のため，素性と素性上の関数の記述を省略している．式 4, 5 は親となる抽象概念から二つの異なる同一の抽象概念が生成されることを示す（図 3）．式 6 は抽象概念が具体的な形態に置き換えられることを示す．式中の記号 i, vo, vp, vt, vf は生成深度，原点の位置，原点から見た相対位置，姿勢（上方向と正面方向）を，それぞれ，示す．記号 vl, vr は子概念の親概念に対する相対的な位置を示す．記号 fp, ft, ff は形態の位置と姿勢（上方向，正面方向）についての操作を示す関数である．親概念の座標系に相対的に子概念の位置と姿勢が定まる．さらなる子概念の位置と姿勢は同様にして帰納的に定まる．このようにして，単純な素性の組み合わせと値の設定により，複雑な形態が創成される．

$$Gx=(\{S, G\}, \{u\}, \{S\rightarrow GG, G\rightarrow GG, G\rightarrow u\}, S) \qquad (3)$$

$$\begin{aligned} &S(i, vo, vp, vt, vf, vl, vr) \rightarrow \\ &\quad G(i, fp(vo,vp), ft(vt, vp), ff(vf, vp), vl, vr), \\ &\quad G(i, fp(vo, rz(vp)), ft(vt, rz(vp)), ff(vf, rz(vp)), vl, vr). \end{aligned} \qquad (4)$$

$$\begin{aligned} &G(i, vp, vt, vf, vl, vr) \rightarrow \\ &\quad G(i\text{-}1, fp(vp,vl), ft(vt, vl), ff(vf, vl), vl, vr), \\ &\quad G(i\text{-}1, fp(vp,vr), ft(vt, vr), ff(vf, vr), vl, vr). \end{aligned} \qquad (5)$$

$$G(0, vp, vt, vf, vl, vr) \rightarrow u(vp, vt, vf, vl, vr)\,. \qquad (6)$$

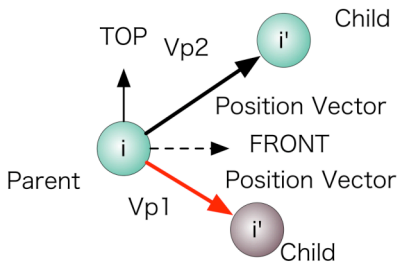


図 3　生成規則（式 4, 5）のイメージ

文法 Gx において深度を 3 に設定した場合に生成される形態の意味的な構造を図 4 に示す．図 6〜9 は深度 5 の構造の終端記号に図 5 に示す基本形態を対応づけて生成した形態の例である．形態の意味的な構造はいずれも同じであり，素性 vp, vl, vr に与えている値のみが異なる．

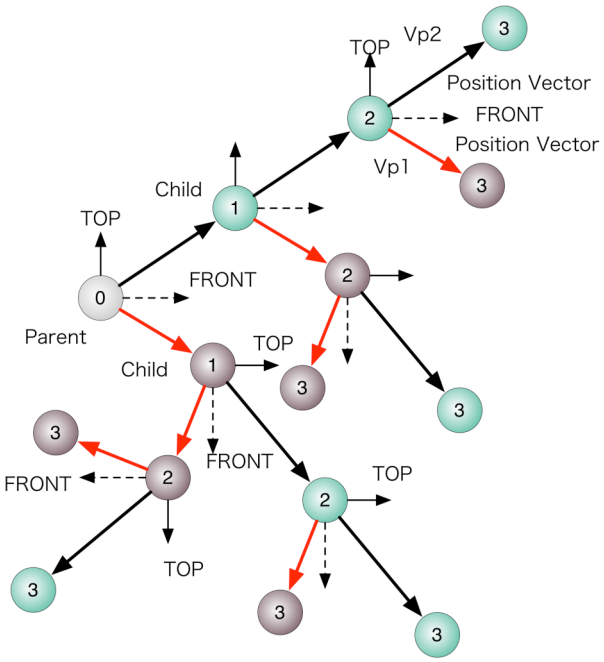


図 4　形態の意味的な構造（深度３の場合）

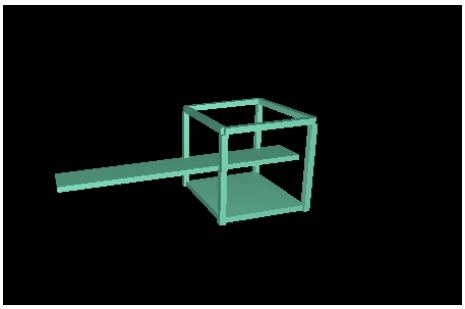


図 5　終端記号 *u* に対応する形態

文法 *Gx* によって生成される形態の例を以下に示す.

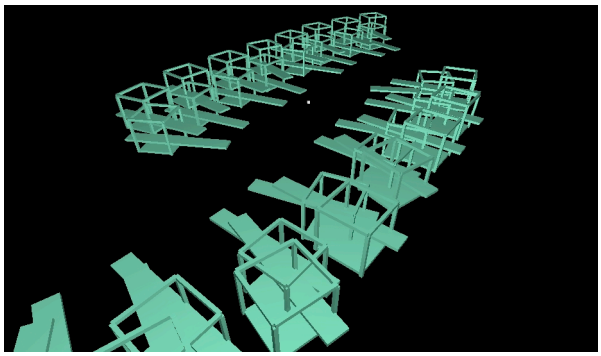


図 6　形態の生成例（深度 5）

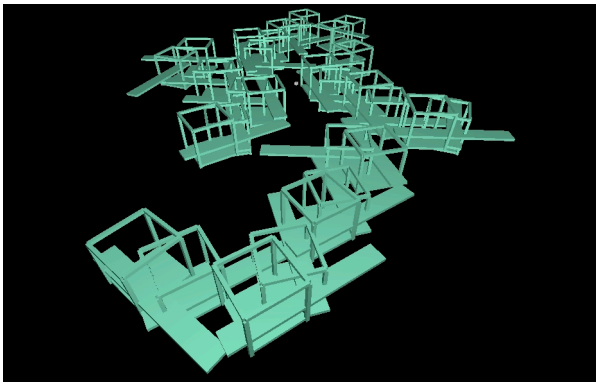


図 7　形態の生成例（深度 5）

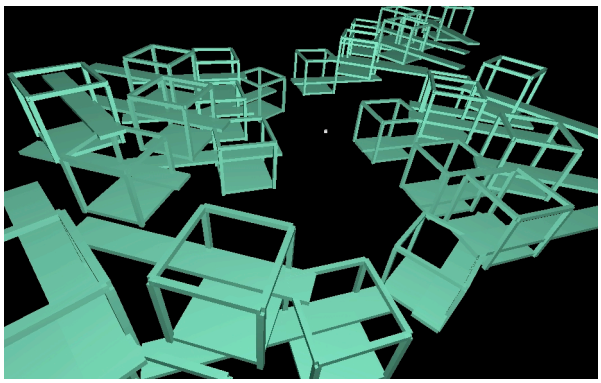


図 8　形態の生成例（3）

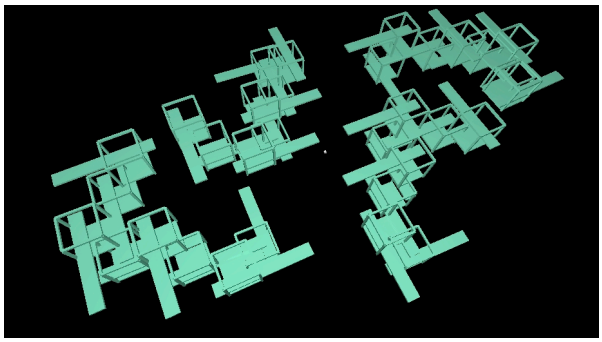


図 1　形態の生成例（深度 5）

親となる抽象概念に対する相対的な位置と姿勢に関する素性の値を変化させるだけで，意味的に同一な構造から多様な形態が生成される．素性の値の変更は生成される形態を見ながらインタラクティブに行うことが可能である．すなわち，好ましい形態が得られるようにリアルタイムで素性の値を操作することが可能である.

4　今後の課題

リアルタイムの形態生成システムを評価システムや方向付けシステムと組み合わせることによって構成論的方法論の実践を支援するシステムの原型を整えることが今後の課題である.

参考文献

1) 中島秀之, 諏訪正樹, 藤井晴行:構成論的方法論からみたイノベーション，情報処理学会論文誌，49(4), pp.1508- 1514, 2008
2) 藤井晴行, 中島秀之, 諏訪正樹:構成論的方法論から見たイノベーションの諸相–建築を題材として, 情報処理学会論文誌，49(4), pp.1571- 1580, 2008
3) サイモン：システムの科学（第３版），パーソナルメディア，1999
4) ホップクロフト他：オートマトン 言語理論 計算論 I, II, 第２版, サイエンス社, 2003
5) Sudkamp, T. A.; Langiage and Machines, Addison-Wesley, 1988.
6) 池谷友宏, 藤井晴行：属性文法を用いたオフィス収納家具のコンフィギュレーション，日本建築学会大会学術講演梗概集（関東），E-1, pp.931-932, 2006
7) Fujii, H.：Understanding Spatial Descriptions, Journal of Japanese Cognitive Science Society, 15(1), pp. 75-99, 2008

重みつき平均コンプライアンスと体積を目的関数とした トラス・トポロジー多目的最適化

中村喜裕 [1)]，高田豊文 [2)]
1)滋賀県立大学大学院環境科学研究科，大学院生，tatutanisi @yahoo.co.jp
2)滋賀県立大学環境科学部，准教授，博士(工学)，takada@ses.usp.ac.jp

1 はじめに

グランドストラクチャ法に基づくトラス・トポロジー最適化問題は、応力・変位制約条件下の最小重量設計問題や、体積制約下のコンプライアンス最小化問題として定式化されることが多い。これまで筆者らは、単一荷重条件下のトラス・トポロジー最適化問題を、部材総体積とコンプライアンスを目的関数とした多目的最適化問題として取り扱ってきた。文献[1),2),3)]では、この問題を等価な線形計画問題に置き換え、線形計画法（シンプレックス法)によってパレート最適なトポロジーを得ている。さらに、シンプレックス法と内点法を併用した効率的な手法も提案している[4)]。本稿では、この設計問題を拡張し、複数荷重条件下のトラス・トポロジー最適化問題を対象として、Kuhn-Tucker 条件を利用した数理的な最適化手法について論じる。また、シンプレックス法と内点法を併用した単一荷重条件下のトラス・トポロジー最適化手法についても併記する。

2 コンプライアンスと体積の多目的最小化問題

2.1 トラス･トポロジー最適化問題の定式化

トラス構造物の応力算定が弾性解析に従うものとすると、次の剛性方程式が成立する。

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{u} \tag{1}$$

ここに、$\boldsymbol{p}$、$\boldsymbol{u}$ はそれぞれ節点荷重ベクトル、節点変位ベクトルを表す。$\boldsymbol{K}$ は系剛性行列であり、釣合行列 $\boldsymbol{B}$ の列ベクトル $\boldsymbol{b}_i$ を用いて次のように表される[5)]。

$$\boldsymbol{K} = \sum_{i=1}^{m} \frac{E_i}{l_i} \boldsymbol{b}_i \boldsymbol{b}_i^T = \sum_{i=1}^{m} a_i \boldsymbol{K}_i \tag{2}$$

ここに、m は部材数、a_i、E_i、l_i、はそれぞれ部材 i の断面積、ヤング係数、材長、添え字 T は行列・ベクトルの転置を表す。また、$\boldsymbol{K}_i = (E_i / l_i)\boldsymbol{b}_i \boldsymbol{b}_i^T$ である。

本稿では、複数荷重条件下でのトラス・トポロジー最適化問題として、重みつき平均コンプライアンスと部材総体積の最小化を考える。この問題は、部材総体積を決定変数とした多目的最適化問題として、次のように定式化される。

$$\min_{\boldsymbol{a}} \left\{ \overline{C}(\boldsymbol{a}), V(\boldsymbol{a}) \right\} \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0} \tag{3}$$

ここに、$\boldsymbol{a}$ は部材断面積ベクトル (決定変数)、$\boldsymbol{0}$ は零ベクトルを表す。$\overline{C}(\boldsymbol{a})$ は重みつき平均コンプライアンス、$V(\boldsymbol{a})$ は部材総体積であり、それぞれ次式で表される。

$$\overline{C}(\boldsymbol{a}) = \sum_{k=1}^{M} w_k \, \boldsymbol{p}_k^T \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a}) \tag{4}$$

$$V(\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{l}^T \boldsymbol{a} \tag{5}$$

ここに、M は荷重条件数、w_k, $\boldsymbol{p}_k$, $\boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a})$はそれぞれ荷重条件 k のときの重み係数、節点荷重ベクトル、節点変位ベクトル、$\boldsymbol{l}$ は部材長ベクトルを表す。なお、本設計問題では座屈は考慮せず、部材断面積の上限も設定しない。

2.2 単一目的関数の最適化問題への変換

多目的最適化問題(3)式の Kuhn-Tucker 条件（1 次の必要条件）は次式のようになる[6)]。

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial a_i} + \lambda \frac{\partial V}{\partial a_i} - \nu_i = 0; i = 1, \ldots, m \tag{6}$$

$$\boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{v}^T \boldsymbol{a} = 0, \quad \lambda > 0, \quad \boldsymbol{v} \geq \boldsymbol{0} \tag{7}$$

ここに、λ、ν_i (i=1 , . . . , m) はラグランジェ乗数を表し、$\boldsymbol{v} = \{\nu_1, \ldots, \nu_m\}^T$ である。

重みつき平均コンプライアンスを a_i で偏微分すると、

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial a_i} = \sum_{k=1}^{M} w_k \, \boldsymbol{p}_k^T \frac{\partial \boldsymbol{u}_k}{\partial a_i} \tag{8}$$

一方、剛性方程式(1)式の両辺を a_i で偏微分し、(2)式の関係を用いると次式が得られる。

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial a_i} = -\boldsymbol{K}(\boldsymbol{a})^{-1} \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{u}(\boldsymbol{a}) \tag{9}$$

したがって、(6)式は次のようになる。

$$-\sum_{k=1}^{M} w_k c_{ki}(\boldsymbol{a}) + \lambda l_i - \nu_i = 0; i = 1,\ldots,m \qquad (10)$$

ここに、$c_{ki}(\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a})^T \boldsymbol{K}_i \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a})$.

(7)、(10)式より $\boldsymbol{v}$ を消去すると、次の関係が得られる.

$$\lambda \boldsymbol{l}^T \boldsymbol{a} = \sum_{k=1}^{M} w_k \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a})^T \boldsymbol{K}(\boldsymbol{a}) \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a})$$

$$= \sum_{k=1}^{M} w_k \boldsymbol{p}_k^T \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{a}) \qquad (11)$$

したがって、多目的最適化問題(3)式のパレート最適解 $\boldsymbol{a}^*$は(11)式を満たし、$\overline{C}^* = \overline{C}(\boldsymbol{a}^*), V^* = V(\boldsymbol{a}^*)$とおくと次式が成立する。

$$\overline{C}^* = \lambda V^* \qquad (12)$$

ここで重みつき平均コンプライアンスと部材総体積との積 $\overline{C}V$ の設計変数 a_i に関する偏微分について考える。

$$\frac{\partial(\overline{C}V)}{\partial a_i} = -\sum_{k=1}^{M} w_k c_{ki}(\boldsymbol{a}) V(\boldsymbol{a}) + \overline{C}(\boldsymbol{a}) l_i \qquad (13)$$

パレート最適解では(10)、(12)式が成立しているので、これらを(13)式に代入して整理すると、次式が得られる.

$$\frac{\partial(\overline{C}V)}{\partial a_i} = (\nu_i - \lambda l_i) V^* + \overline{C}^* l_i = \nu_i V^* \qquad (14)$$

さらに、$\boldsymbol{v}^T \boldsymbol{a} = 0$ を考慮すると、$a_i^* \neq 0$ なる全ての部材について次の関係が成り立つ。

$$\frac{\partial(\overline{C}V)}{\partial a_i} = 0; i \in \{ i \mid a_i^* \neq 0, i = 1,\ldots,m \} \qquad (15)$$

(15)式は、パレート最適となるトラス構造物では、その部材の存否の状況(トポロジー)が変化しなければ、部材断面積を変化させても $\overline{C}V$ の値が一定であることを表している. すなわち、重みつき平均コンプライアンス $\overline{C}$ と部総体積 V との間には反比例関係が成立する. (14)式で $\nu_i V^* = \tilde{\nu}_i (i = 1, \ldots, m)$とおき、さらに $\boldsymbol{a}$ と $\tilde{\boldsymbol{v}}$ に関する Kuhn-Tucker 条件((7)式)も併記すると、

$$\frac{\partial(\overline{C}V)}{\partial a_i} - \tilde{\nu}_i = 0; i = 1,\ldots,m \qquad (16)$$

$$\boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0}, \quad \tilde{\boldsymbol{v}}^T \boldsymbol{a} = 0, \quad \tilde{\boldsymbol{v}} \geq \boldsymbol{0} \qquad (17)$$

多目的最適化問題(3)式の Kuhn-Tucker 条件を満たす解 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{v}$ は(16)、(17)式も満足する. すなわち、(3)式は次の単一目的関数の最適化問題と等価である。

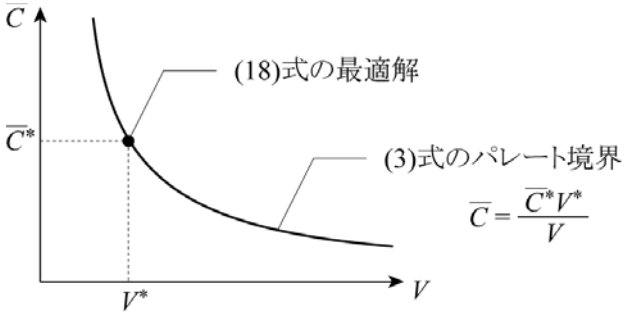


図1　目的関数のパレート境界

$$\min_{a} \overline{C}(\boldsymbol{a}) V(\boldsymbol{a}) \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0} \qquad (18)$$

(18)式は、変数の非負制約以外に制約条件がなく、非線形計画や遺伝的アルゴリズムによって解くことができる。また、(16)、(17)式は「平均コンプライアンス制約下の最小重量設計問題」や「重量制約下の平均コンプライアンス最小化問題」における最適性条件と等価である。すなわち、これらの問題を解くことと、(18)式を解くことは同じである。

(18)式から得られる最適解 $\boldsymbol{a}^*$は、多目的最適化問題(3)式のパレート最適解の 1 つである。(18)式の最適値は $\overline{C}^* V^*$なので、(3)式のパレート境界は、

$$\overline{C} = \overline{C}^* V^* / V \qquad (19)$$

によって表現される. これを目的関数平面に描くと図 1 のようになる。すなわち、(18)式から 1 つの解が得られれば、(3)式のパレート境界全体を描くことができる。

3 単一荷重条件化のトラス・トポロジー最適化

等価線形計画問題

複数荷重条件の特別な場合として、*M*=1 すなわち単一荷重条件の設計問題を考える。この問題は、部材軸力を設計変数とした次の線形計画問題に書き換えられる[1)]。

$$\min_{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{l}_2^T \boldsymbol{n} \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{B}_2 \boldsymbol{n} = \boldsymbol{p}, \boldsymbol{n} \geq \boldsymbol{0} \qquad (20)$$

ここに、$\boldsymbol{l}_2 = \{\boldsymbol{l}^T, \boldsymbol{l}^T\}^T, \boldsymbol{n} = \{\boldsymbol{n}_t^T, \boldsymbol{n}_c^T\}^T, \boldsymbol{n}_t, \boldsymbol{n}_c$ はそれぞれ引張、圧縮の軸力ベクトル、$\boldsymbol{B}_2 = [\boldsymbol{B}, -\boldsymbol{B}]$である。

(20)式の最小目的関数値を $f_{\min}$ と記述すると、元の多目的最適化問題(3)式のパレート境界(コンプライアンス C と部材体積 V の関係式)は次式で表される.

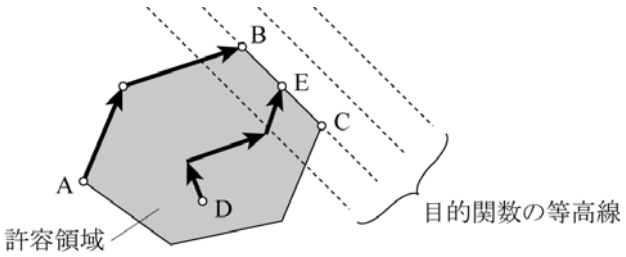


図 2　線形計画問題の許容領域と最適解

$$C = f_{\min}^2 / (EV) \tag{21}$$

ここに、E は部材のヤング係数を表す.

3.2　シンプレックス法と内点法による最適化

線形計画問題の許容領域は設計変数空間で凸面体として表され、凸面体の頂点の 1 つが最適解(最適基底解)となる。シンプレックス法は、凸多面体上の頂点(基底解)を順次通り、最終的に最適基底解に到達しようとする反復解法である。頂点の個数は有限なので、有限回の繰り返しで最適解を得られるが、大規模な問題では計算時間が膨大になる。一方、内点法は、許容領域内部の点を通って最適解を求める方法であり、大規模な問題でも効率よく解探索することができる。

今、複数の最適解を持つ線形計画問題を考える。この問題の許容領域と目的関数は図 2 のように模式的に表され、図中の線分 BC 上にある全ての点がこの問題の最適解群となる。シンプレックス法では、例えば A 点から出発し、各頂点を通って最終的に B 点に到達する。選択する経路によっては、C 点の最適解が得られる。一方、内点法では、許容領域内の D 点から出発し、許容領域内部を通って、線分 BC 上の 1 点(E 点)に到達する。このように、内点法から得られる最適解は基底解(頂点)でない場合もある。

以上の各手法の特徴を利用して、効率的な解探索を行う改良型のトラス･トポロジー最適化手法を以下に示す。

1. 内点法により、(20)式を解く。最適解が複数存在するような問題では、非基底解が得られる。
2. 得られた最適トポロジーから、軸力非零の部材だけを設計変数として、線形計画問題を再設定する。
3. 上記で設定された問題をシンプレックス法により解く。これにより最適基底解が得られる。

1～3 の手順を、具体的な例題に適用したものを図 3 に示す。12 節点 27 部材のグランドストラクチャー(a)に内点法を適用すると、(b)の最適解（非基底解）が得られ、さらにシンプレックス法を用いて、(c)の最適トポロジー（最適基底解）の 1 つが求められる。このように本手法は、多項式時間アルゴリズムである内点法により、設計領域を縮小し、その後のシンプレックス法により、狭い設計領域内で最適解を探索する効率的な手法である。

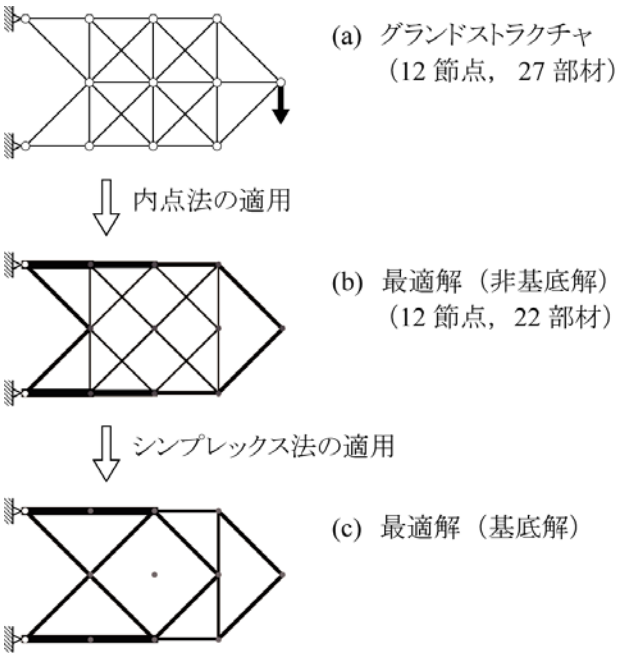


図 3　シンプレックス法と内点法の併用

4 設計例

複数荷重条件下の最適化例（その 1）

図 4 に示す 2 つの荷重条件を有する 5 部材トラスの設計問題を考える。全部材のヤング係数は等しいものとする。荷重条件 1、2 を個別に与えたときの最適トポロジーは自明であり、それらを図 5 に示す。

一方、複数荷重条件を重み付き平均コンプライアンスとして考慮した場合、図 6 に示す最適トポロジーとパレート境界が得られた。このように、複数荷重条件下の最適解は、必ずしも荷重条件を個別に与えたときの最適解の線形和とはならない。

複数荷重条件下の最適化例（その 2）

図 7 に示すようなグランドストラクチャと荷重条件をもつ設計問題について考える。この問題に非線形計画法を適用し、得られた最適トポロジーおよびパレート境界を図 8 に示す。図 8 中の部材太さは部材断面積に比例している。5 部材トラスと同様に、荷重条件 1、2 を個別に

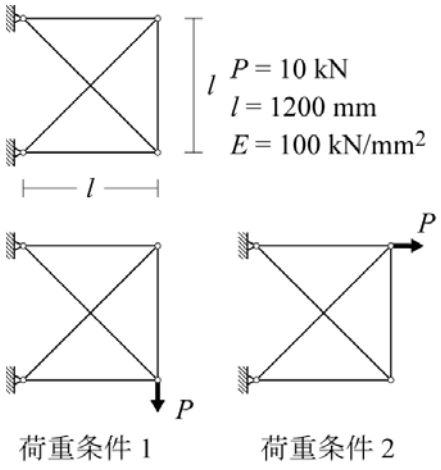


図 4　5 部材トラスと複数荷重条件

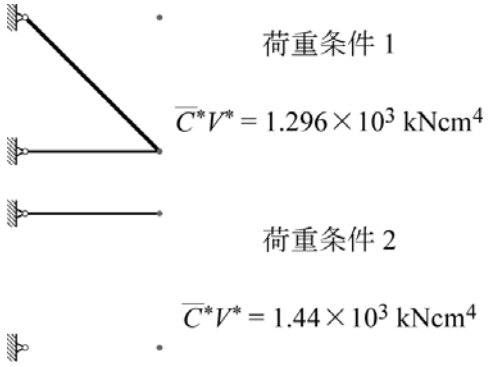


図 5　各荷重条件を個別に与えた場合の最適解

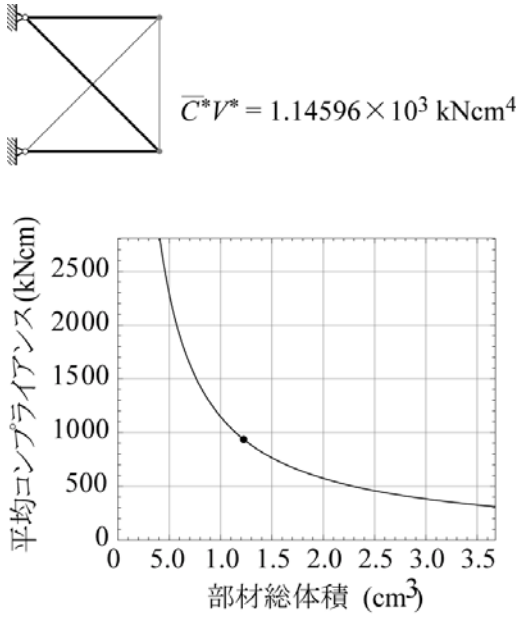


図 6　5 部材トラスの最適トポロジーとパレート境界

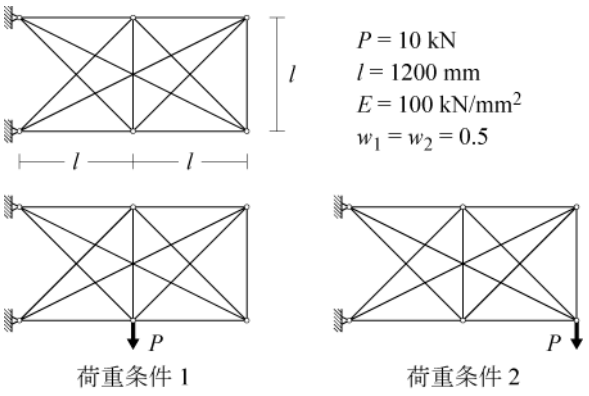


図 7　グランドストラクチャと複数の荷重条件

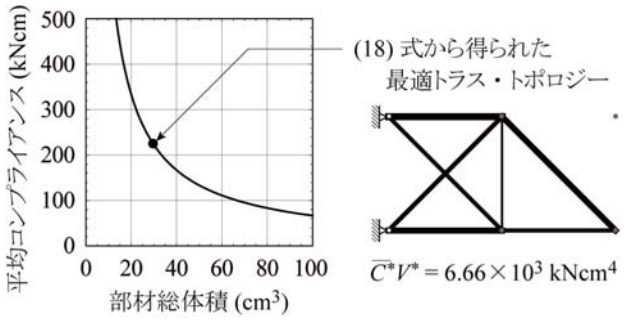


図 8　最適トポロジーとパレート境界

与えたり、あるいは同時に与えたりした場合には、図 8 の最適トポロジーは得られない。複数の荷重条件を考慮することにより、荷重条件の違いに適応した設計解が得られたと考えられる。

荷重条件 1 の重み係数 w_1、荷重条件 2 の重み係数を $w_2 = 1 - w_1$ として、w_1 を変化させたときの結果に得られる最適トポロジーと最適値($\overline{C}^*V^*$)を図 9 に示す。図 8 の最適トポロジーと比べて、部材の存否の状況は変わらないが、部材断面積の分布や最適値が重み係数の大きさの影響に応じて異なっていることが確認される。

単一荷重条件下の最適化例

図 10 に示す 4 種類のグランドストラクチャを解析対象とする。荷重条件とグランドストラクチャのサイズは同じであるが、内部の節点の数・配置が異なる。部材は重複を除いて全ての節点を結んだものとし、全部材のヤング係数は同じとする。

シンプレックス法と内点法の併用により得られた最適トポロジーを図 11 に示す。複数荷重条件下の最適化のときとは異なり、図中の部材の太さは軸力に比例している。

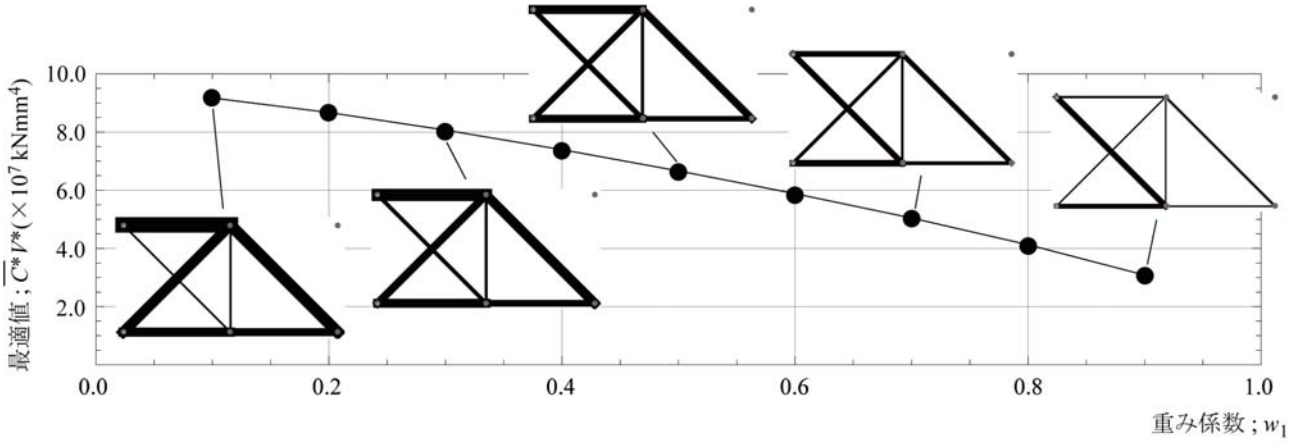


図 9　重み係数と最適値、最適トポロジーの関係

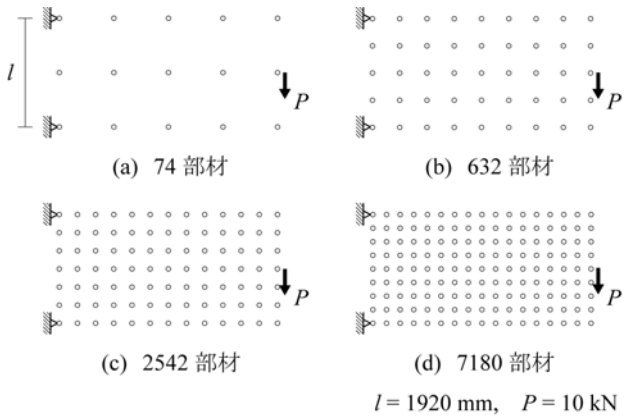


図 10　単一荷重条件問題のグランドストラクチャ

また図中には、内点法によって得られた非基底解も示している。これらの図より、内点法により大幅に部材数が低減されていること、大規模な問題でも最適トポロジーが得られることが確認される。図 12 に、シンプレックス法のみを用いた場合と本手法との計算時間の比較を示す。図中の縦軸（計算時間比）は、74 部材グランドストラクチャを本手法で解いたときの計算時間との比を表している。シンプレックス法と内点法を併用することにより効率的に解探索できること、大規模な問題ほど本手法の効果が大きいことが確認される。

図 13 に、大規模なグランドストラクチャと本手法から得られた最適トポロジーを示す。この例では、計算環境の制限により、シンプレックス法による解析は正常に終了できなかった。そのため、計算時間の直接の比較はできないが、図 12 から本手法の効果が推測される。このように、部材数が 1 万を超える大規模な問題でも、本手法によって効率的かつ安定して最適トポロジーを得ること

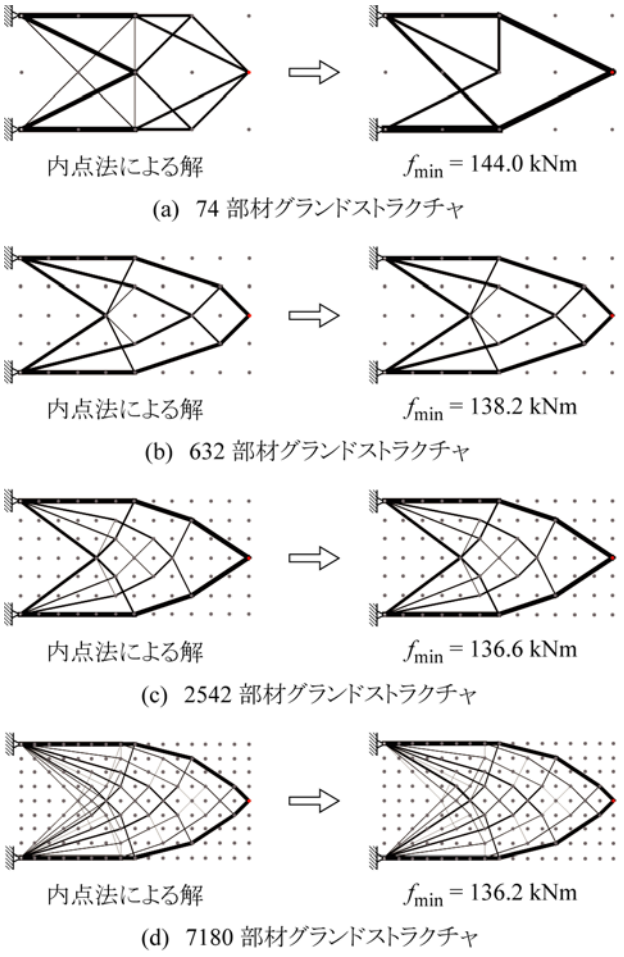


図 11　パレート最適解となるトラス・トポロジー

ができる。

5　まとめ

本稿では、複数荷重条件下のトラス・トポロジー最適化問題を、部材総体積と重みつき平均コンプライアンス

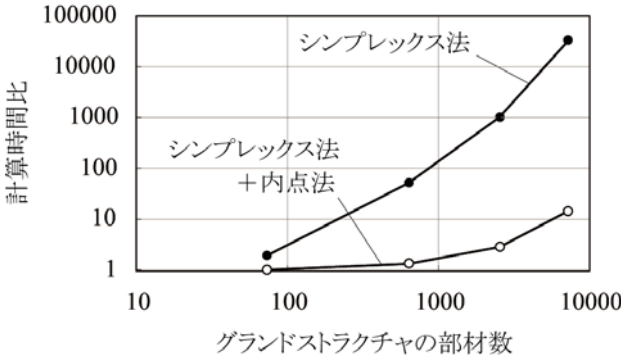


図 12 グランドストラクチャ部材数と計算時間の関係

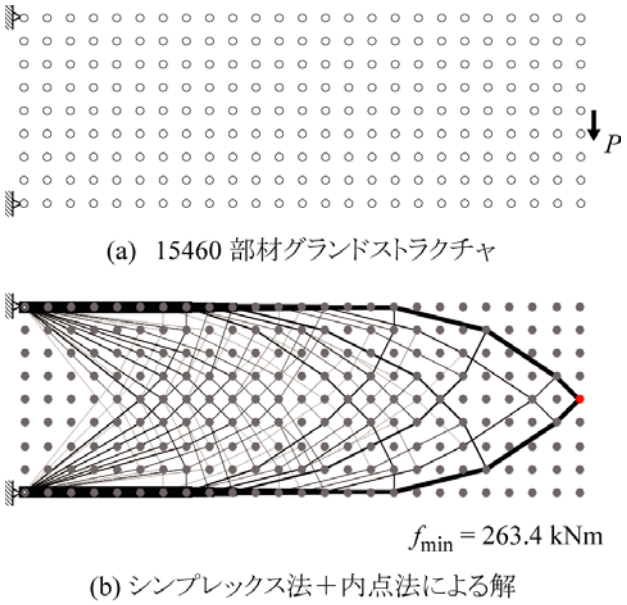


図 13 グランドストラクチャと最適トラス・トポロジー

を目的関数とした多目的最適化問題として取り扱い、数理計画法による最適化を行った。本稿の内容は以下のようにまとめられる。

- 本設計問題(多目的最適化問題)のパレート境界は部材総体積と重みつき平均コンプライアンスとの反比例関係で表されることを示した。
- 上記を利用すると、本設計問題は単一目的関数の最適化問題として定式化でき、非線形計画法を用いて最適トラス・トポロジーを得られることを示した。
- 特に、単一荷重条件下のトラス・トポロジー多目的最適化問題は、等価な線形計画問題に変換することができ、シンプレックス法と内点法を併用した効率的な解法を示した。この方法により、大規模な問題でも効率的かつ安定して最適トポロジーを求められることを確認した。
-

参考文献

1) 高田、松岡：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用、日本建築学会構造系論文集、第 598 号、pp. 87-91、2005.
2) 松岡、高田：最適トラス・トポロジーの多様性・複雑性と設計領域・荷重条件に関する考察、コロキウム構造形態の解析と創生 2007、pp.99−104、2006.
3) 高田、牧野：シェル・トラス構造のトポロジー最適化における設計領域･荷重条件の影響に関する考察、コロキウム構造形態の解析と創生 2007、pp.3-8、2007.
4) 牧野、高田：シンプレックス法と内点法の併用によるトラス・トポロジー最適化手法に関する研究、日本建築学会学術講演梗概集、B1、pp.411−412、2008.
5) M. P. Bendose : Optimization of structural topology、shape、and material、Springer－Verlag、1995.
6) 計測自動制御学会編、中山、谷野：多目的計画法の理論と応用、コロナ社、pp. 22−38、1994.

空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究

山崎 康太[1)]，大森 博司[2)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，大学院生，yamazaki@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1　序

現在までに，構造物が崩壊あるいは倒壊に至る被害例が多数報告されている。建築構造物における代表的な例として，世界同時多発テロによる世界貿易センター (World Trade Center, WTC) の崩壊事故が挙げられる。 WTC は，構造設計段階では想定されなかった荷重を受けたにも関わらず崩壊に至らなかった。この事件が発端となり，損傷に対する抵抗力を表す概念として冗長性 (Redundancy) が注目されるようになった。

このような崩壊事例は，設計ミスや施工ミスなどのヒューマンエラー，想定外の荷重，劣化や損傷の蓄積などのさまざまな要因が重なり合った結果生じたものである。したがって，構造物における冗長性の有無で安全を断言できるとは限らない。しかしながら，設計段階で，損傷を受けた状態での余裕度を適正に評価し，構造物に充分な冗長性を付与することができれば，構造物の崩壊に対する危険を回避することが可能であると考えられる。

近年では，コンピュータによる構造物の解析技術の進歩や，施工技術の向上により，大空間を有する構造物の建設が増加し，人々に対して感動的な空間や形態美を演出することが可能となった。しかし一方で，それらの空間構造物では少ない使用材料で大きな空間を覆うことを目的をして設計されているため，本質的に鈍重さを伴う冗長性が欠如する傾向にある。

また，冗長性の持つ重要性が認識されつつあるが，その概念自体はよく知られておらず，関連する研究も，その評価手法が断片的に提案されているのみで統一された明確な評価手法がないのが現状である。

本研究では，空間構造物の中でも特にスペースフレームやスペーストラスに代表される空間骨組構造物を対象とし，その構造冗長性の定量化を目指して，制約条件を導入した塑性解析を通して崩壊荷重を算出し，得られた崩壊荷重を基に，冗長性の定量的評価を試みる。

2　空間骨組構造物の力学的特性

空間骨組構造物は，骨組形式で大空間を覆う構造物であり，コンクリートシェルと比べて軽量で工期も短く，一方で膜構造物に比べて剛性の面で優れているため，現在，最も多く建設されている空間構造物である。

一方，空間骨組構造物は，連続体シェルとは異なり，離散系構造物としての構造特性を持っているが，通常のビル型の骨組構造と異なり，明確な階層構造を持たないため，その構造解析と解析結果の評価に対し，空間構造物としての特徴を充分に考慮する必要がある[1]。

空間骨組構造物は，他の形式の空間構造物と同様に，主に面内力による抵抗機構により自重や外力を支承部や支持構造物に伝える。そのため，座屈不安定現象に対して注意を払う必要がある。

空間構造物の座屈不安定現象には一般的に全体座屈と局部座屈があるが，骨組で構成される空間骨組構造物の場合には個材の座屈に見られるような局部座屈による崩壊に対する検討が重要となることが多い。全体座屈は，一旦発生すると即座に構造物全体が崩壊に至る現象である。それに対して，局部座屈は，過大な雪荷重や地震荷重が構造物に作用した際，構造物の一部に座屈不安定現象が生じる現象であり，それが引き金となり連鎖的に別の箇所に座屈が発生する可能性が生じる。さらに，継続する過大荷重により次々に座屈現象が連鎖することにより崩壊に結びつくことが考えられ，全体座屈による崩壊現象とは異なった様相を呈するものとなる。

構造設計の観点から，このような連鎖的な局部不安定現象を阻む方法は，目的としている空間骨組構造物に構造冗長性を付与することであり，具体的には，局部座屈が生起した後に連鎖的な不安定現象を発生しないような構造物を設計することである。

本研究では，このような空間骨組構造物における構造冗長性を定量的に評価する手法を提案し，構造冗長性を持つ空間骨組構造物の設計手法を確立することに結びつけることを目的としている。

3 極限解析法による崩壊荷重の算定

3.1 骨組構造物の極限解析法

骨組構造物の崩壊荷重は，極限解析法により算出することができ，そこでは主に線形計画法 (シンプレックス法) が用いられる。しかし，軸力の影響を無視できない場合には，崩壊荷重を過大に評価してしまう可能性があることが指摘されている。Compact Procedure 法 (以下，CP 法と呼ぶ。) は，このような骨組構造物の崩壊荷重を効率よく解くことのできる手法であり，現在，コンピュータによる骨組構造物の極限解析法として広く用いられている。

大井ら[7]，[8]はこの CP 法による極限解析手法を用いて，建物の部材が突然消失した場合に，鉛直荷重を受ける骨組構造物の荷重支持能力 (崩壊荷重) がどの程度低下するかを評価している。軸力の影響を考慮した CP 法については，深井らの研究[9]があり，軸力と曲げの相関関係曲線を区分線形で近似して補助変数を導入し，釣合式や制約条件式を追加させて CP 法を適用している。また，澤田ら[5]は，鋼構造骨組の最小重量塑性設計の手法として CP 法を用いており，下界定理に基づく極限解析理論を用いて定式化している。

3.2 Compact Procedure法

Compact Procedure 法 (CP 法) は，1976 年に，Livesley ら[6]によって提唱された極限解析法である。一般的に，シンプレックス法による極限解析法では，スラック変数を導入する必要があるため，大規模構造物に対しては変数の増加の影響で計算効率が下がる可能性がある。それに対して CP 法は，本質的にはシンプレックス法と同様の方法であるが，スラック変数を導入せずに崩壊荷重係数を算出するため，計算量を大幅に削減できる極限解析法である。

通常の CP 法は、以下のように定式化される。

$$\begin{array}{lll} \text{maximize} & \lambda & \\ \text{subject to} & \text{釣合式} & \lambda \boldsymbol{p} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{r} \\ & \text{塑性条件} & -\boldsymbol{r}^L \le \boldsymbol{r} \le \boldsymbol{r}^U \end{array} \tag{1}$$

λ : 荷重係数
$\boldsymbol{p}$: 節点における荷重ベクトル
$\boldsymbol{H}$: $\boldsymbol{p}$ と $\boldsymbol{r}$ の関係を表す係数マトリクス
$\boldsymbol{r}$: 部材力ベクトル
$\boldsymbol{r}^L$: 部材耐力の下限値ベクトル
$\boldsymbol{r}^U$: 部材耐力の上限値ベクトル

3.3 CP 法の空間骨組構造物への適用

一般の極限解析法では，構造部材が崩壊荷重に達したとき，その部材の接合部付近の曲げモーメントが全塑性モーメントに達し，その場所には塑性ヒンジが形成される。塑性ヒンジは，図 1 のように全塑性モーメント M_{cr} を維持したまま回転可能であり，荷重の増加に伴って塑性ヒンジが増加する。その後，崩壊機構に達すると，構造物は不安定化し，そのときの荷重が構造物全体の崩壊荷重となる。既往の研究では，先述の CP 法を用いて崩壊荷重を算出している。そのとき，塑性条件式は式 (2) で与えられる。

$$-\boldsymbol{M}_{cr} \le \boldsymbol{M} \le \boldsymbol{M}_{cr} \tag{2}$$

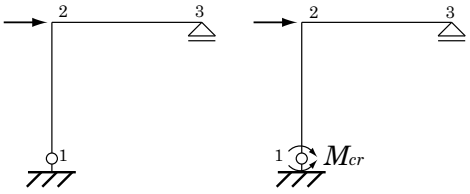
一方，空間骨組構造物を対象とする場合，座屈不安定現象を考慮することになる。そこで，ある部材が座屈した際，それ以後の解析においては図 2 のように，その座屈部材における座屈耐力 N_{cr} を維持して荷重を負担するものとして考え，通常の極限解析における塑性ヒンジと同様の役割を与えることを考える。このとき，塑性条件は式 (3)〜 (5) のように表される。

$$N_{\mathrm{cr}i} \le N_i \le N_{\mathrm{y}i} \tag{3}$$

$$N_{\mathrm{cr}i} = \frac{\pi^2 E I_i}{\ell_i^2} \tag{4}$$

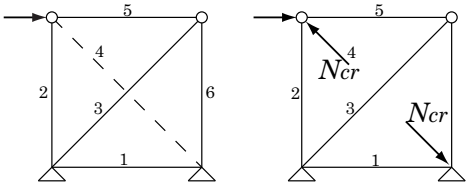
$$N_{\mathrm{y}i} = F \times A_i \tag{5}$$

$N_{\mathrm{cr}i}$: Euler 荷重
$N_{\mathrm{y}i}$: 降伏軸力
N_i : 第 i 部材の軸力
EI_i : 第 i 部材の曲げ剛性
ℓ_i : 第 i 部材の部材長
F_i : 第 i 部材の材料強度
A_i : 第 i 部材の断面積



amount to critical moment at 1 st node

図1 骨組構造における塑性ヒンジ



amount to critical axial load at 4th element

図2 トラス構造における座屈耐力の維持

以上の考え方を導入することにより，軸力抵抗構造であるスペースフレームやスペーストラスの極限抵抗能力を，曲げ抵抗構造の骨組構造物と同様の手順で計算することが可能であり，複雑な弾塑性解析を経ることなく極限解析を行うことができると考えられる。

3.4 Compact Procedure 法による解法例

ここでは，前節で述べた概念を，簡単な例を用いて説明する。図 3 は不静定次数が 3 のトラス構造物であり，各構造部材の断面性能は全て同一である。また，使用部材の詳細を表 1 に示す。各部材の寸法，荷重条件，および拘束条件は図 3 に示した通りである。各部材の軸力は，前節で示した塑性条件式 (3) の制約条件下で推移するものとする。

図 4 〜図 6 はそれぞれ，図 3 の構造物に対して荷重を増加させていく過程で発生する Model である。以後，太線で表現された Model を，Phase Model と呼ぶこととする。

各図において，太線で表現された部材が非座屈部材を，細線がその Phase で座屈した部材を，細線かつ破線が既に座屈している部材をそれぞれ表しており，線の種類によって各部材の状態を区分している。

節点 3 の水平荷重を増加させるに従い，Phase 毎に見ていくと，まず図 4 では部材 (14) が座屈したことを示している。ここで，前節の考え方を用いて，これ以降の荷重の増加に対しては，部材 (14) の軸力 $N_{(14)}$ は一定の座屈耐力 N_{cr} として，構造物全体が今後の荷重の増加に抵抗するものと考える。

図 5 ，図 6 は，図 4 に示す状態から更に荷重を増加させた時状態を示すものであり，図 5 では部材 (6) が，図 6 では部材 (7) が新たに座屈したことを示している。このとき，図 6 における Phase Model は不安定構造物となるため，この時点で解析を終了し，これが崩壊機構を表す。そして，CP 法ではこのときの荷重増分を崩壊荷重とする。各 Phase Model における崩壊荷重の推移を図 7 に示す。

このように，座屈した部材がその後の荷重増加を負担できないため，これを他の周辺部材で負担して構造を保つ過程は，冗長性の概念とよく対応しており，空間骨組構造物の冗長性を評価する手法としてこの考え方を適用することができると考えられる。

表 1　使用部材

断面性状	円形鋼管
断面寸法 (mm)	$\phi 76.3 \times 2.8$
I_{x} (mm^4)	4.37×10^5
断面積 A (mm^2)	646.5

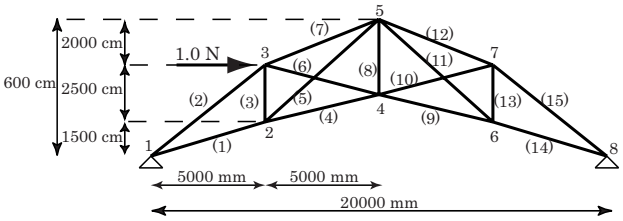


図3　三次不静定トラス

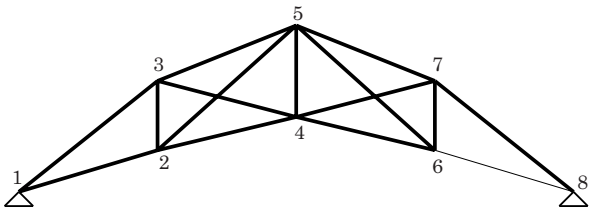


図4　1st Phase

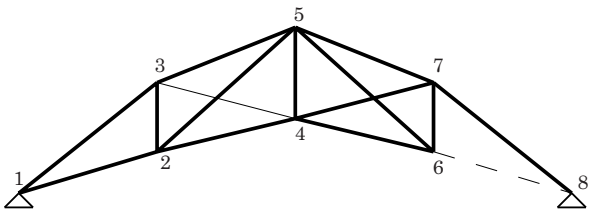


図5　2st Phase

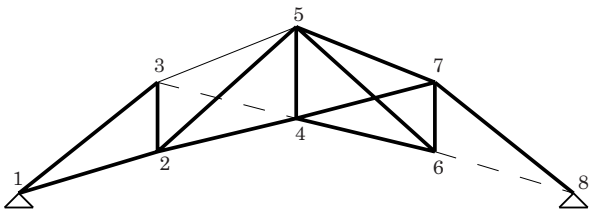


図6　3st Phase

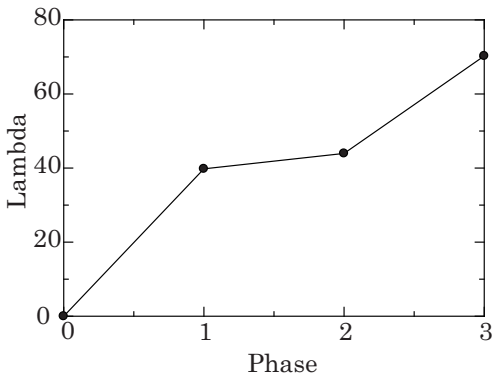


図7　荷重係数の推移

4　立体トラスを用いた数値解析例

以上の考えを用いて，本節では立体トラスを対象とした数値解析を行った。

4.1　解析モデル

図 8 のような，2 層 4 スパンの立体トラス構造物を考える。トラス部材の断面はすべて同一断面とし，その断面性能を表 2 に示す。また，解析モデルの平面および立面寸法を図 9 および図 10 に示す。 荷重条件に関しては，荷重の大きさを自重による等価節点荷重として割りつけ，解析モデルに対して -Z 方向の鉛直荷重および X 方向の水平荷重の 2 つの条件について解析を行った。支持条件は周辺ピン支持とし，拘束節点を○で表している。

3.4 節の例と同様に，各部材軸力は式 (3) の制約条件の中を推移し，上限を超えた部材を降伏部材，下限を超えた部材を座屈部材として，その部材は以後座屈耐力あるいは降伏耐力で荷重を支えるものと考える。以下に，解析結果を述べる。

4.2　解析結果

4.2.1　鉛直荷重

図 11 から図 19 は，図 8 に示す立体トラスが鉛直荷重により崩壊に至るまでに形成された各 Phase Model を示す。また，図中の線種は，各 Phase までに降伏した部材を細かい間隔の破線で示し，座屈した部材を長い間隔の破線で示している。61 th Phsae で解析が収束し，座屈部材数は 16 ，降伏部材数は 21 となった。解析が終了した時点での荷重は 221.2 kN であり，これを本解析による崩壊荷重とした。

崩壊形状に関しては，ピン支持点周辺における斜材および下端水平部材が引張により降伏し，荷重節点における斜材および上端水平材が座屈する傾向を示した。また，平面図の X ，Y 両方向の中心に位置する節点における斜材には降伏部材は発生しておらず，水平部材が軸力を大きく負担していることが分かる。

4.2.2　水平荷重

図 20 から図 28 は，図 8 に示す平面トラスが水平荷重により崩壊に至るまでに形成された各 Phase Model を示す。図中の線種は鉛直荷重時と同様である。35 th Phsae で解析が収束し，座屈部材数は 13 ，降伏部材数は 13 となった。このとき，崩壊荷重は 250.1 kN である。

表 2　使用部材

断面性状	円形鋼管
断面寸法 (mm)	$\phi 139.8 \times 4.5$
I_{x} (mm^4)	4.38×10^6
断面積 A (mm^2)	1913.0

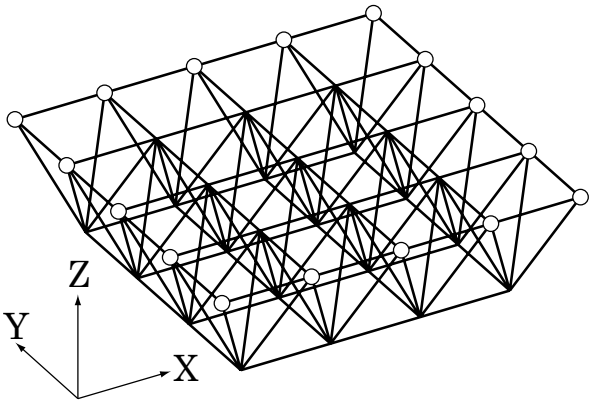


図8　立体トラス

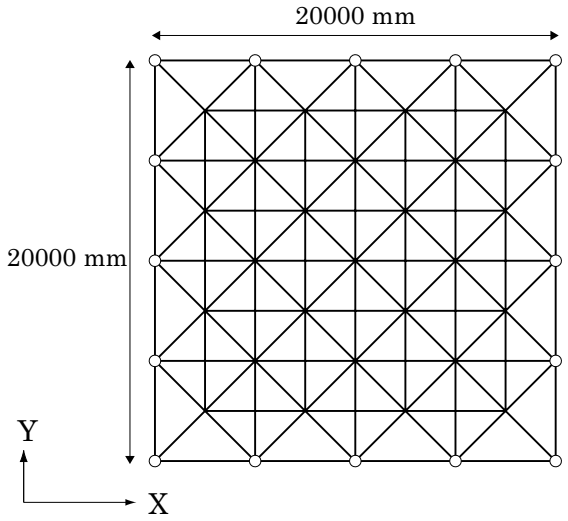


図9　平面図

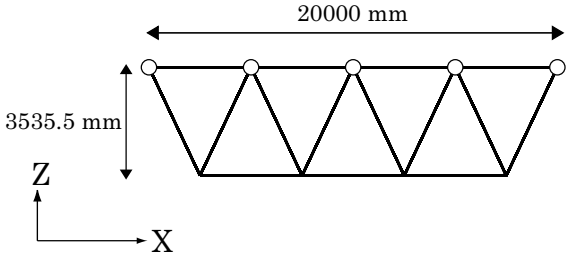


図10　立面図

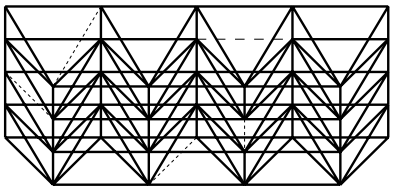


図11　vertical load 7th Phase

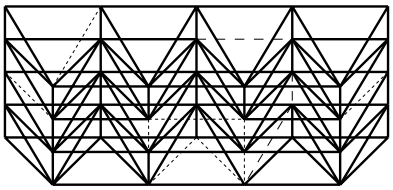


図12　vertical load 14th Phase

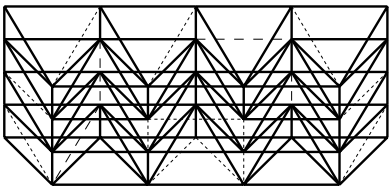


図13　vertical load 21th Phase

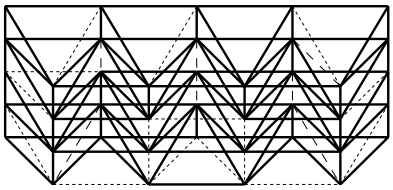


図14　vertical load 28th Phase

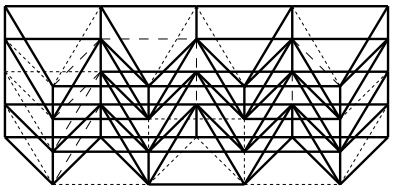


図15　vertical load 35th Phase

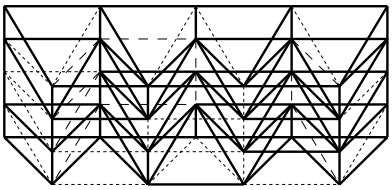


図16　vertical load 42th Phase

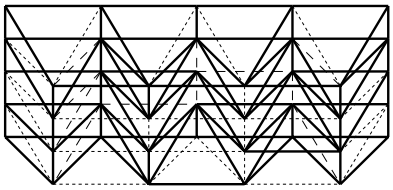


図17　vertical load 49th Phase

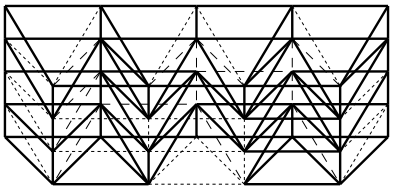


図18　vertical load 56th Phase

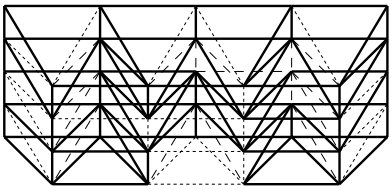


図19　vertical load 61th Phase

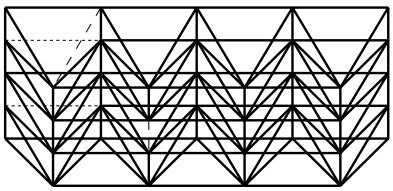


図20　horizontal load 4th Phase

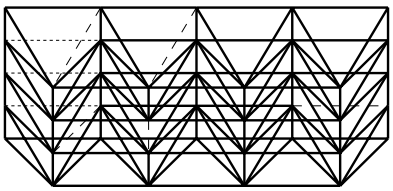


図21　horizontal load 8th Phase

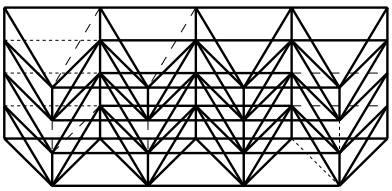


図22　horizontal load 12th Phase

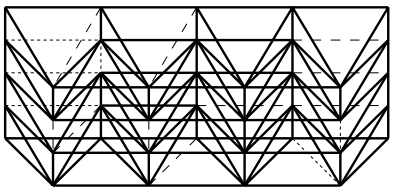


図23　horizontal load 16th Phase

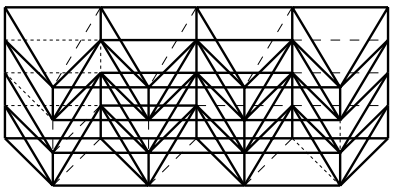


図24　horizontal load 20th Phase

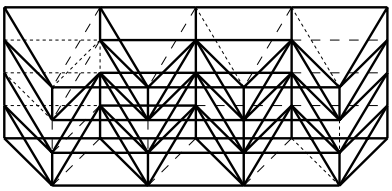


図25　horizontal load 24th Phase

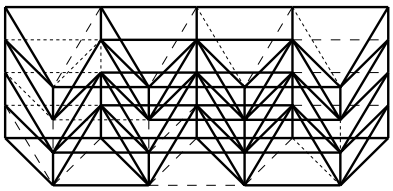


図26　horizontal load 28th Phase

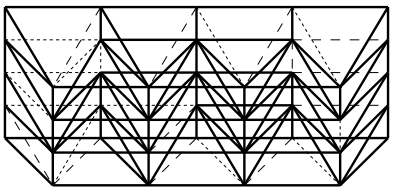


図27　horizontal load 32th Phase

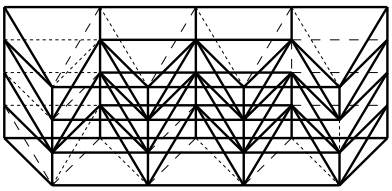


図28　horizontal load 35th Phase

崩壊形状に関しては，Y 方向における端部の斜材が降伏部材と座屈部材が交互に発生し，X 方向の端部における上端材では，-X 方向においては上端材が降伏し，+X 方向においては座屈が生じている。また，平面図の X，Y 両方向の中心に位置する部材には降伏および座屈部材は発生せず，応力が少ない部材であることが分かる。

4.2.3 考察

図 29 より，鉛直荷重による全 Phase 数は水平荷重の場合よりも大きく，崩壊機構を形成するまでに座屈または降伏する部材が 11 部材多い。一方，崩壊荷重係数に関しては鉛直荷重時の方が 28.9 kN 大きくなった。

よって，冗長性の観点からすると，鉛直荷重に対する崩壊機構の方が高い冗長性を有し，より多くの部材で荷重を分担できているものと考えられる。つまり，構造物全体の特性としては，鉛直荷重に対しては靭性が高く終局強度が低い特性を示し，水平荷重に対しては靭性が低く終局強度が高い特性を有すると考えることができる。

また，以上の特性は図 30 のように，トラス構造を均一材料と考えたとき，鉛直分布荷重による曲げモーメント及びせん断力の抵抗特性と水平分布荷重による軸力に対する抵抗の性質と同様の傾向を持つと考えられる。

5 結

本論文では，空間骨組構造物を対象とした冗長性の定量的評価手法の確立に向け，軸力で抵抗する空間骨組構造物に対して，CP 法による極限解析手法を適用し，計算例を通してその概要を紹介した。CP 法を用いることにより，シンプレックス法と同様の手順で極限解析を行うことができるため，不静定次数の高い大規模構造物に対する極限解析の計算コストを大幅に削減することが可能であると考えられる。

今後は，崩壊に直結するキーエレメントに対して断面修正を行うことにより崩壊荷重係数を増加させ，設計に反映させる手法の確立を目標とする。

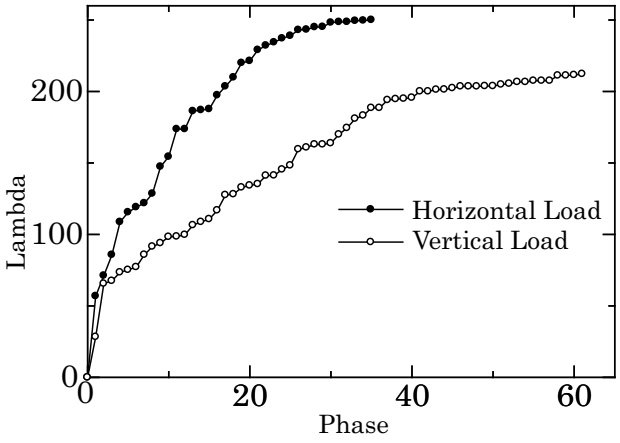
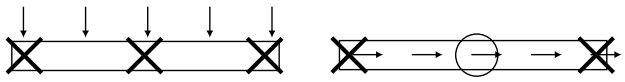


図29　荷重係数の推移



×：応力集中する位置（崩壊位置）
○：応力が小さい位置（非崩壊位置）

図30　均一材料における荷重による崩壊位置

参考文献

1）日本建築学会：空間構造の数値解析ガイドライン，2001

2）安江隆治：空間構造物における冗長性評価手法に関する研究，名古屋大学大学院環境学研究科修士論文，2005

3）船橋健吾：空間構造物における冗長性評価手法に関する研究，名古屋大学大学院環境学研究科修士論文，2008

4）Pauli Pedersen：On the Optimal Layout of Multi-purpose Trusses, Computers and Structures, Vol.2, pp.695-712, 1972

5）澤田樹一郎：鋼構造建築骨組の最適耐震設計に関する研究，広島大学学位論文，2001.6

6）R. K. Liversley：Matrix Methods of Structural Analysis (2nd ed.), Pergamon Press, 1976

7）大井謙一，伊藤拓海：MSCP法における鋼構造立体部材の塑性耐力相関面，生産研究，52巻8号，pp.337-340，2000.8

8）伊藤拓海，大井謙一，李正林：鉛直荷重を受ける骨組構造物の冗長性に関わる感度解析，日本建築学会構造系論文集，第593号，pp.145-151，2005.7

9）深井豊，滝野文雄：軸力の影響を考慮した骨組のリミット・アナリシス，電子計算機利用シンポジウム，Vol.1st，pp.283-288，1979.3

アルミニウム押出形材の最適断面算出システムの開発

田邉昌基[1)]，木村俊明[2)]，大森博司[3)]，飯嶋俊比古[4)]，上村和男[5)]，松橋雅彦[6)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科　大学院生，tanabe@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)(株)佐々木睦朗構造計画研究所　修士(工学)，sasaki@m-ssc.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科　教授 工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
4)(株)飯島建築事務所　代表取締役　工博，iijima.toshihiko@iijima-sd.co.jp
5)(株)飯島建築事務所　チーフエンジニア，kamimura.kazuo@iijima-sd.co.jp
6)(株)飯島建築事務所　所員 修士(工学)，matsuhashi.masahiko@iijima-sd.co.jp

1　序論

アルミニウム押出形材は，加工が容易であり，押出成形による自由度の高い断面形状の加工が可能であるため，構造部材としての精度を高めることができるといった施工面で優れた特性がある。また，デザインや意匠面においても優れた質感やディテールを表現でき，構造と仕上げを一体化することが可能である。

しかし，アルミニウム押出形材は未だ広く一般に普及していると言えない。その最大の理由の一つに，コストの問題が挙げられる。鋼材に比べアルミニウム製造のコストが非常に高価なため，アルミニウム押出形材を構造部材に使用する建築家が少ないのも現状である。そこで，現時点で構造設計者が設計した押出材の断面性能と同程度の性能を保持し，且つ押出材に使用されるアルミニウムの使用量を数%減らすことが可能であれば，大量生産の可能なアルミニウム押出形材のコストは大きく削減できると考えることができる。

本論文では，アルミニウム押出形材の断面形状を設計変数にし，要求される断面性能を維持しながら断面積を最小化する。すなわち，アルミニウム押出形材の構造性能を維持したままコストの最小化を目指した最適化手法の提案を目的とする。適用例として現在実際に使用されている柱材，梁材の二種類のアルミ押出形材の断面形状をとりあげ，本手法の有効性を検証する。

2　不等式制約条件を含んだ単一目的最適化問題としての定式化

境界上の節点数(内部境界，外部境界)を N として設計変数である境界上の節点座標を$\boldsymbol{r} = [x_1, x_2, \cdots, x_N, y_1, y_2, \cdots, y_N]^\top \in R^{2N}$ と表し，$f(\boldsymbol{r})$ を目的関数，$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) \leq \boldsymbol{0}$ を不等式制約条件，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{0}$ を等式制約条件とした最適化問題を以下のように表す。

$$f(\boldsymbol{r}) \quad \longrightarrow \quad \text{minimum}$$
$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}) \leq \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{h}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{0} \end{cases} \tag{1}$$

ここで、目的関数 $f(\boldsymbol{r})$ は断面積を，不等式制約条件 $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{r})$ ，等式制約条件 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{r})$ は構造性能である。この非線形計画問題の解法として逐次二次計画法を採用する。この時，各反復点において，目的関数の二次近似式，制約条件の線形近似式により得られる次式で表される二次計画問題を主双対内点法によって逐次解くことで最適解を求める。

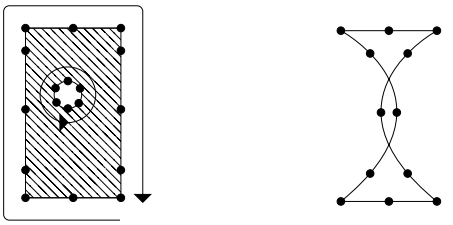
$$\nabla_r f(\boldsymbol{r}^k)\boldsymbol{d} + \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{B}^k \boldsymbol{d} \quad \longrightarrow \quad \text{minimum}$$
$$\text{subject to} \quad \begin{cases} \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}^k) + \nabla_r \boldsymbol{g}(\boldsymbol{r}^k)\boldsymbol{d} \leq \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{h}(\boldsymbol{r}^k) + \nabla_r \boldsymbol{h}(\boldsymbol{r}^k)\boldsymbol{d} = \boldsymbol{0} \end{cases} \tag{2}$$

ここで$\boldsymbol{B}^k$は目的関数のヘッセマトリクス$\nabla^2_{rr} f(\boldsymbol{r}^k)$の近似マトリクスである。

2.1　節点座標に関する不等式制約条件について

本節では節点座標に関する不等式制約条件の扱い方について述べる。最適化過程における断面性能の評価は断面形状を離散化して行う。離散化にはデローニ三角分割法による要素自動分割を用いる[2]。この際，要素節点が近づきすぎないように，また，図1 (b)に示すような不合理な位置関係にならないようにしつつ，条件寸法内で解形状を求める必要があり，更に，実設計においては，それぞれの部位に対して最低限必要な板厚を考慮する必要もある。

こうした条件を満たす解の存在する適切な実行可能領域を前述の二次計画問題の部分で導入する。どの節点とも交わることのない実行可能領域を作成すれば，デローニ三角分割法における読み込みのループ構造が崩れることなく座標修正を行うことができる。そこで，



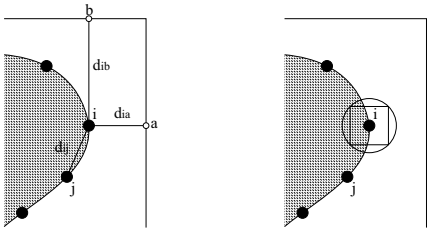
(a) 入力に関するループ構造　(b) ループ構造の崩れた例

図1　要素自動分割の入力

本論文では以下に述べるような各反復毎に各節点における近接距離を求め，それにより板厚条件を考慮した実行可能領域を逐一設定する方法を採用する。

実行可能領域決定のアルゴリズム

1. kステップ目の反復段階において，各節点と他節点および実行可能領域境界(条件寸法を表す制約条件で与えられる境界線)との距離を求める。このとき，節点iと節点jとの距離d_{ij}が最も小さな値をとるとする(図 2(a))。
2. 節点iと節点jが交わらないように，節点iを中心に$d_{ij}/2$を半径とする円を作成し，この円の内部を節点iの実行可能領域とする。円形の実行可能領域の場合，制約条件は非線形不等式(2次不等式)になるが，簡単のため内接する正方形の形状を持つ実行可能領域を設定する(図 2(b))。
3. 板厚条件より各節点の実行可能領域がとり得る範囲(実行可能範囲)を設定する。
4. 実行可能領域の上下限値が実行可能範囲内かどうかの判断を行う。
   (a) 実行可能範囲に納まった場合，実行可能領域の変更を行わない。
   (b) 納まらなかった場合，実行可能領域の上下限値を変更する。



(a) 近接節点との距離　(b) 実行可能領域

図2　各節点における近接距離より設定する方法

3　実設計例による検討

具体的な数値解析例を通して手法の有効性を検討する。用いる例題は実設計に使用されている２種類の部材（柱材，梁材）とする。

3.1　例題１：柱材断面

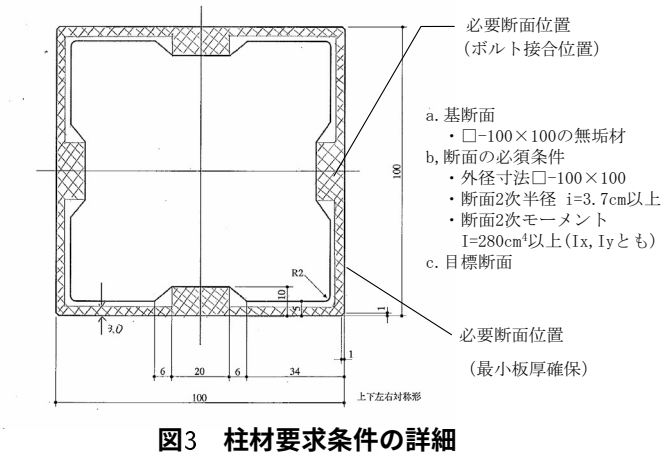


図3　柱材要求条件の詳細

図 3に柱材断面に関しての問題設定を示す。柱材断面はボックス断面で，外径は，梁幅と細長比の関係から□-100×100となっている。柱材のフランジ中央部は，ボルト接合のため，板厚 t = 10.0mmを確保する必要があり，ボルト接合部位の範囲は20.0mmである。その他の板厚条件は，局部座屈の条件より t = 3.0mm以上を確保しなければならない。図の斜線部分はこうした必要断面を図示したもので，解析結果で得られた断面形状は最低この部分を確保していなければならない。

3.1.1　解析概要

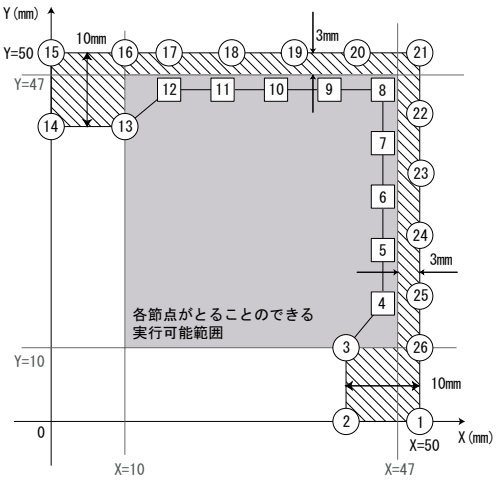


図4　柱材断面における解析モデルと実行可能範囲

表 1　初期条件・制約条件・外径寸法

初期断面積 A_0	24.2 cm^2
断面2次モーメント I_0	280 cm^4(Ix,Iy両方)
断面2次半径 i_0	3.7 cm(Ix,Iy両方)
外径寸法	100 × 100 (mm)

断面は，上下左右で対称な形状をしているため，図 4に示す1/4領域を解析対象とする。図中に○で示した 17個の節点番号 (1-3,13-26) は不動節点として設定し，残りの□で示した節点番号 (4-12) の座標を設計変数とす

る。また，各部位の板厚条件を考慮し，柱材断面における実行可能範囲は図 4に示す色塗りされている範囲とする。図中で斜線で示されている部分が必要断面位置を示している。併せて表 1に示すような制約条件と外径寸法の条件が設定されている。

3.1.2 解析結果と考察

本手法によって得られた代表的な反復点における断面形状と断面性能を図 7に示す。また，目的関数と断面性能の収束履歴を図 5に，横軸に反復回数，縦軸に各断面性能の制約条件との比率として示す。この問題においては，23回目の反復計算で収束解が得られている。図 5を見ると，目的関数である断面積の最小化が正常に行われていることが分かる。この解析において注目する点は，イテレーション 7 でいったん目的関数の増加が見られ，その後，最適形状の方向性を変更しているという点である。図 7に示されるように，イテレーション 6 まではフランジ中央部の板厚を小さくする方向へ座標修正されているが，イテレーション 7 からは，最小板厚の制約があり，それ以上板厚を小さくすることができないため，フランジ中央部は必要断面ぎりぎりまで座標修正をし，その後，縁部分の板厚と面積を大きくするように形状修正が行われていることが確認できる。最終的には，フランジ中央部の必要断面位置から，円弧を描くような形状に座標修正している。図 5，図 7を見ると，最適解形状の断面積は，初期形状より18%近く削減できたことが分かる。図 6に初期形状と最適解形状を併せて示す。点線が初期形状，実線が最適解形状，斜線部分が必要断面位置を示して

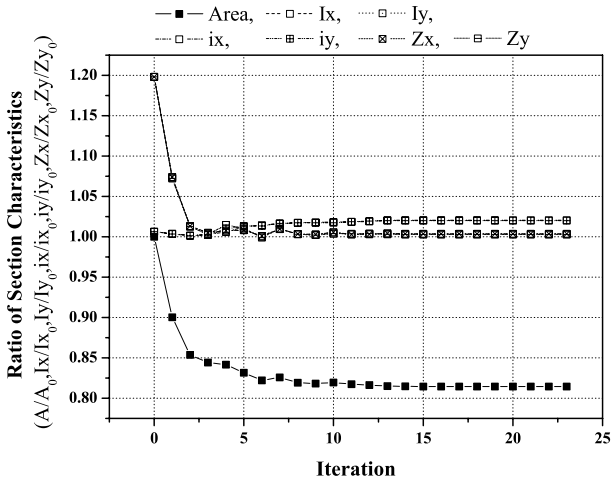


図5　目的関数と断面性能の収束履歴

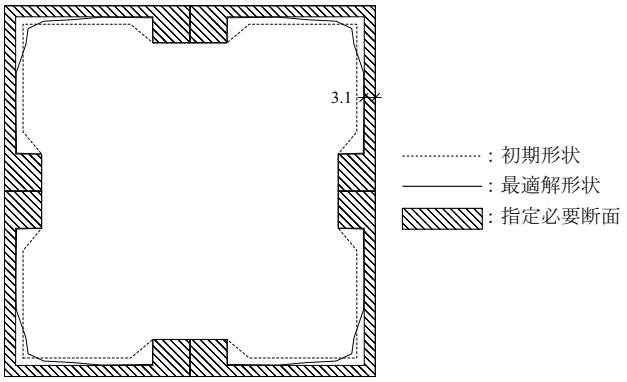


図6　初期形状と最適解形状

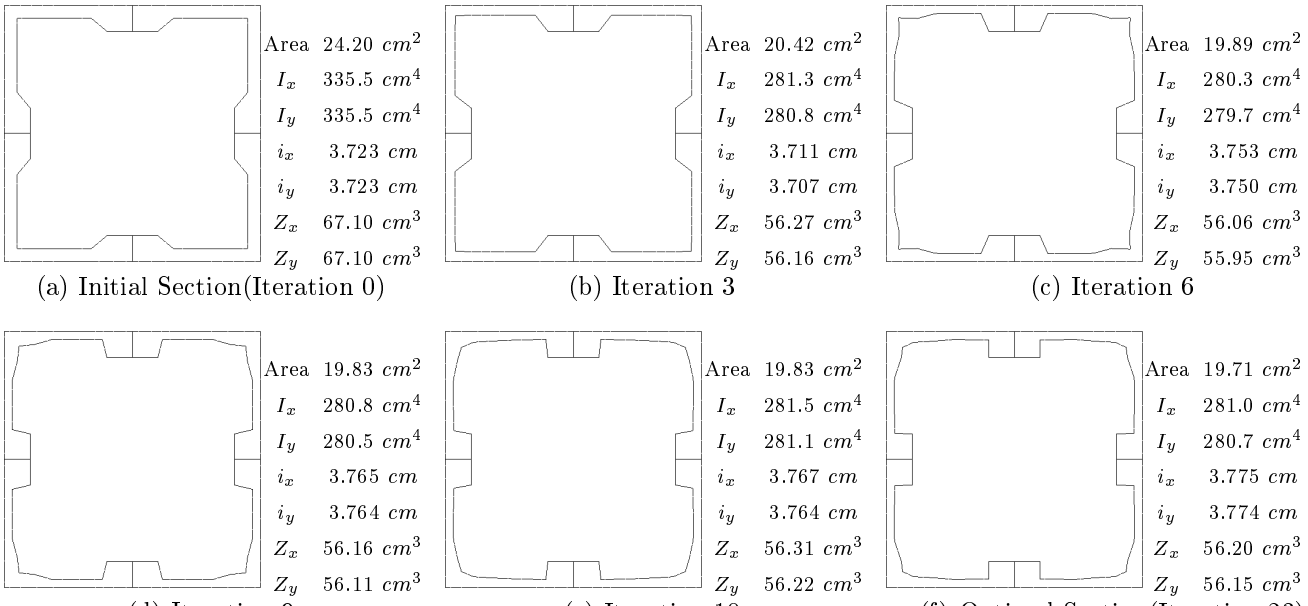


図7　最適化段階における断面形状

いる。図 6に示されているとおり，最適解形状は要求されている最低板厚 3mm を正しく確保していることが確認できる。

3.2 例題２：梁材H形ダブルウェブ断面

次に梁材H形ダブルウェブ断面への適用例を示す。図 8に梁材H形ダブルウェブ断面に関しての詳細な問題設定を示している。梁材H形ダブルウェブ断面はウェブに関して溶接を行わない納まりを想定してダブルウェブの断面となっている。外径寸法は，必要な曲げ剛性を確保するため，せい250mm，幅100mmとする。ダブルウェブの中空部分は，t(厚さ) = 19mm のプレートを挿入するため，19.2mm の隙間を設ける。ウェブの板厚は，ボルトが接合されるため，ボルト接合部位は t = 5.4mm ，その他の部位は t = 3.0mm とする。フランジは，床パネルを止めるため板厚 t = 6.0mm 以上，そして，ボルト接合のためのスペースを考慮する。また，図の斜線部分は柱材と同様，必要断面位置であり，得られる形状は最低この部分を持ったものでなければならない。

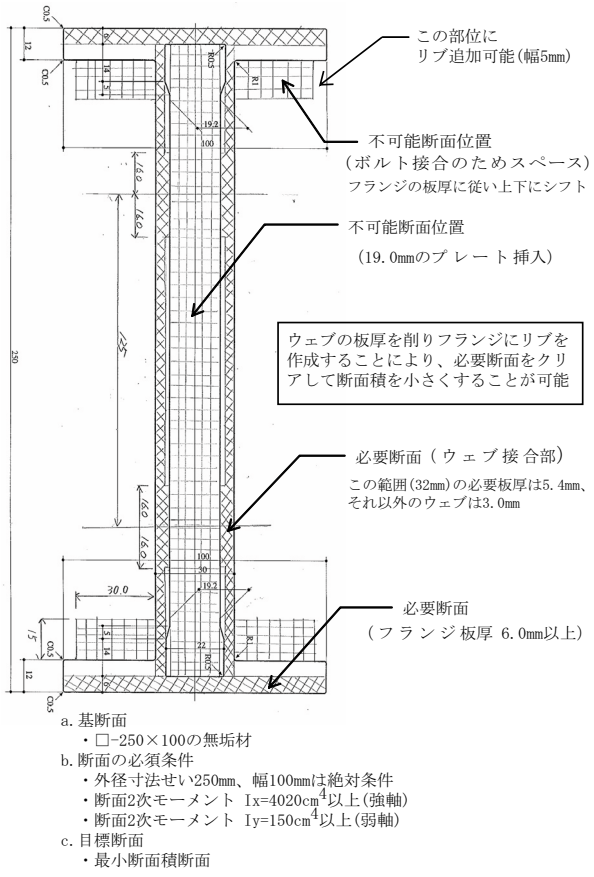


図8　梁材H形ダブルウェブ断面要求条件の詳細

3.2.1 解析概要

この梁材H形ダブルウェブ断面の問題に関して，予め与えられた初期形状を用いたところ，離散化による評価のために誤差が生じたと考えられるが，制約条件である $I_X = 4020\ \mathrm{cm}^4$ を満足しなかった。そこで，解析上の理由から $I_X = 4016\ \mathrm{cm}^4$ を設定する。

H形ダブルウェブ断面に関しては，図 9に示すように解析モデルと実行可能範囲を設定する。この問題においても，上下左右で対称な形状であるため，1/4領域を解析対象とする。実行可能範囲の上下限値は板厚確保 t = 3.0mm とボルト接合部位による条件より図 9の色塗りされている（濃く色塗りされている部分も含む）領域に決定する。ただし，リブ部分が生成されることが予想される節点の実行可能範囲はその他の部位の板厚条件と同じく t = 3.0mm とし，同じく図 9の濃く色塗りされている範囲とする。H形ダブルウェブ断面は，柱断面に比べて設計変数となる節点と不動節点の配置が複雑になるため，実行可能範囲は細かい範囲設定になる。そのため，設計変数である節点番号の指定により実行可能範囲の設定をできるだけ効率的かつ

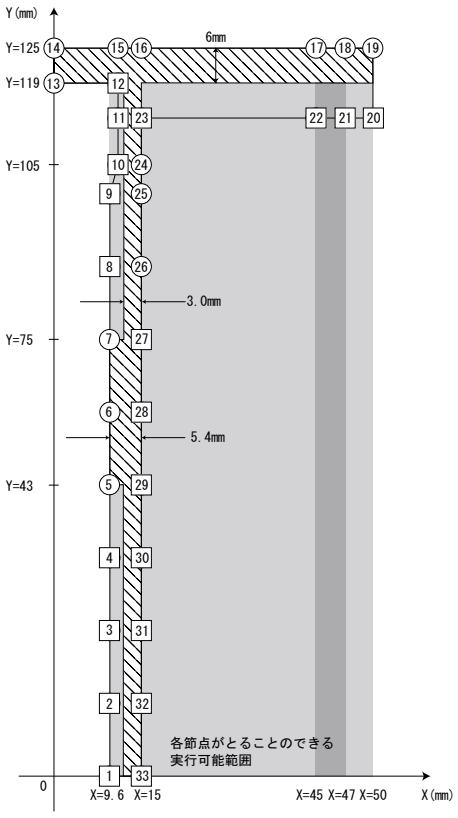


図9　H形ダブルウェブ断面における解析モデルと実行可能範囲

簡潔に行うこととし，図中に○で示した 13個の節点番号 (5-7,13-19,24-26) は不動節点として設定し，残りの□で示した節点番号 (1-4,8-12,20-23,27-33) の節点を位置変動を許すものとする。ただし，節点番号 (1,12,33) の節点には，x方向のみの座標修正を許し，節点番号 (20,22,23) の節点にはy方向のみの座標修正を許すこととする。また，フランジ部分には床パネルを止めるためのボルト接合部分が必要となるため，施工性を考慮し水平を保つこととし，節点番号 22 と 23 の節点のy方向の座標修正量を等しくする。表 2に制約条件と外径寸法を示す。

3.2.2 解析結果と考察

例題 1 と同様に本手法により得られた代表的な反復点における断面形状と断面性能を図 10に示す。また，目的関数と断面性能の収束履歴を図 11に，横軸に反復回数，縦軸に各断面性能の制約条件との比率として示す。

表 2　初期形状・制約条件・外径寸法

初期断面積 A_0	45.18 cm^2
断面2次モーメント I_{x_0}	4016 cm^4
断面2次モーメント I_{y_0}	150 cm^4
断面2次半径 i_{x_0}	9.43 cm
断面2次半径 i_{y_0}	1.821 cm
断面係数 Z_{x_0}	321.6 cm^3
断面係数 Z_{y_0}	30.0 cm^3
外径寸法	250 × 100 (mm)

この問題においては，54回目の反復計算で解析が終了した。図 11を見ると，履歴が振動している様子が見られるが，最適化が行われていることが確認できる。この解析において特徴的な点は，図 11を見ても分かるように，単純に最適解に収束する方向で各イテレーションが進んでいないことである。これは，実行可能範囲の設定によって，各ステップにおける座標修正ベクトルの方向が自由に取ることができなくなるためだと考えられる。また，この解析結果でもっとも興味深い点は，図 10から分かるように，フランジ端部にリブ

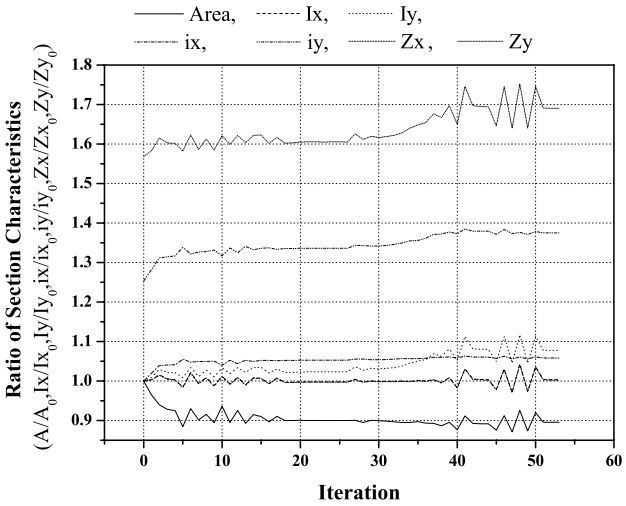
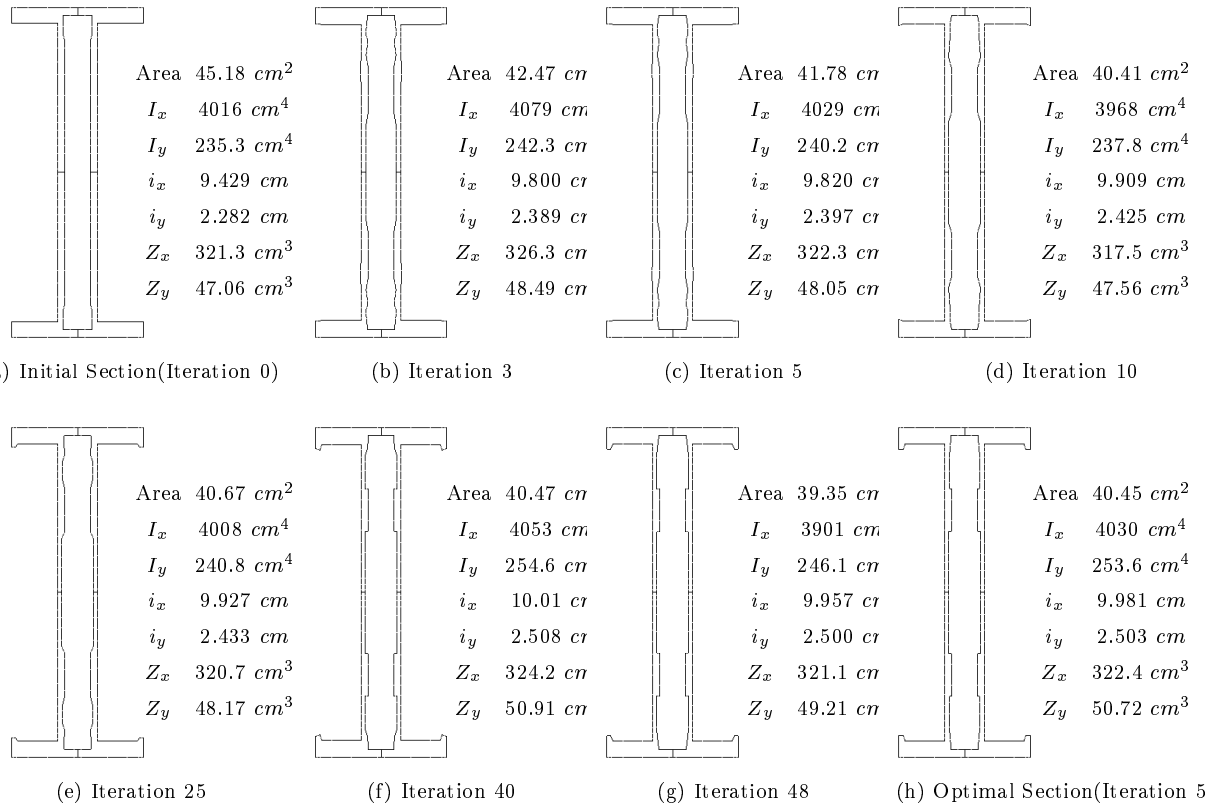


図11　目的関数と断面性能の収束履歴



(a) Initial Section(Iteration 0)　(b) Iteration 3　(c) Iteration 5　(d) Iteration 10

(e) Iteration 25　(f) Iteration 40　(g) Iteration 48　(h) Optimal Section(Iteration 54)

図10　最適化段階における断面形状

が作成された点である。リブが作成されることによって，ウェブ部分の断面積を必要断面位置まで削減できたと言える。そのため，本最適化手法は，制約条件や厳しい実行可能範囲を設定している中でも最適解を探索でき，同時に削除と付加を行うことができることを示したと言える。

図 10(h) を見ると，満足すべき構造性能 (I_x, I_y) を充分に確保し，断面積は，初期形状と比べて10%強削減することに成功していることが分かる。図 12に初期形状と最適解形状を併せて示す。点線が初期形状，実線が最適解形状，斜線部分が必要断面位置を示している。これを見ると、ウェブ部分の断面形状は、ほとんど指定された必要断面位置と等しくなり、断面積を削減し、それによって低下した断面性能を、フランジを 0.6 mm 厚くし、リブを 4 mm ほど創生することでクリアしていることが分かる。また、フランジ部分は意図したとおり水平を保っており、実設計でも有効な断面形状を得ることができていることが分かる。

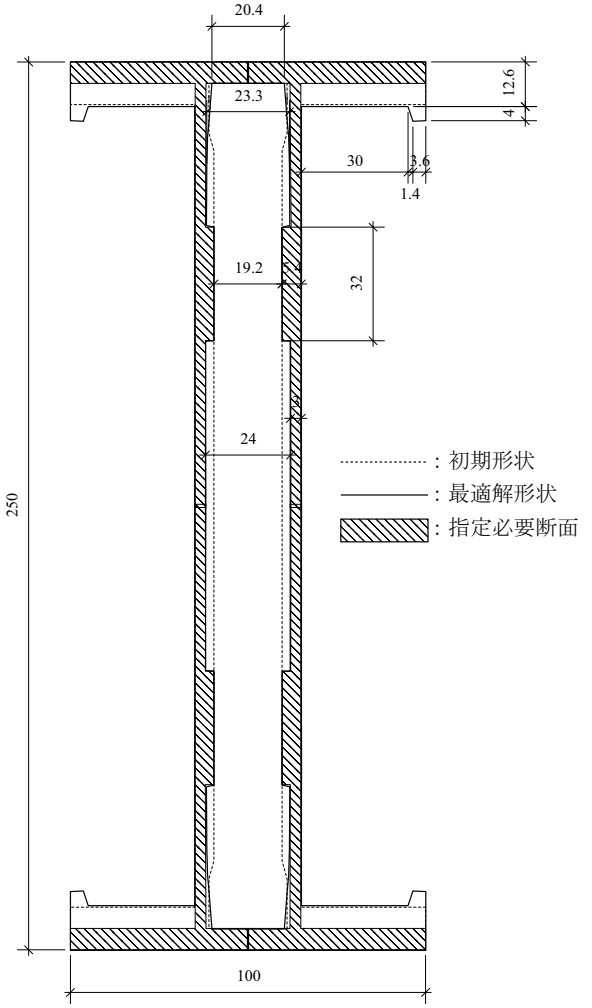


図12　初期形状と最適解形状

4　結論

本論文では，与えられたアルミニウム押出形材の断面形状を設計変数とし，制約条件である板厚条件や必要断面位置を満足させ，かつ，断面性能を維持しながら断面積最小化を行うことを目的とした最適化手法の提案をし，実際に用いられている二種類の押出材断面を用いて本手法の有効性を示した。本手法を用いることによって，柱材断面においては約18%程度，梁材H形ダブルウェブ断面においては約10%強の断面積削減に成功しており，これによって大幅なコストダウンが可能となる。本手法は，厳しい制約条件(断面性能に関する制約，形状に関する制約)においても，有効な手法であることが分かり，形状が複雑な押出材に適用可能であり，汎用性が高い手法であると言うことができる。

最適化手法として遺伝的アルゴリズム(genetic algorithm： GA)を用いた研究も多くなされている遺伝的アルゴリズムは発見的手法であり，大域的最適解の探索に優れている特徴を持つが，一方で，解の精度は比較的低く，最適解近傍の微調整には不向きと言える。一方，連続変数による数理計画法は，得られた解の精度は非常に高いが，一般にこれにより大域的最適解を求めることは困難である。

今後の展望として，大域的最適解を探索するのに優れている遺伝的アルゴリズムを用いて，大域的最適解候補を複数探索し，それぞれの解に本論文で提案した手法を用いて，よりブラッシュアップした解を探索することを考えている。つまり，ＧＡを用いて位相最適化問題を解き，得られた解に連続変数による数理計画法を用いて最適化解形状を得る手法である。このような方法によって，高精度の大域的最適解を求めることができるものと予想される。

参考文献

1）小島政和，土谷隆，水野眞治，矢部博：内点法，朝倉書店，2001

2）谷口健男：FEMのための要素自動分割(デローニー三角分割法の利用)，森北出版，1992

3）飯嶋俊比古：アルミニウム建築構造設計～新たなる建築の可能性～，鹿島出版会，2006

4）木村俊明，浜田英明，大森博司：設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の開発 -設計事例による考察-, 構造工学論文集, Vol.54B, pp.281-288, 2008

張力系構造物の形態解析と多様な汎関数の与える形状に関する基礎的考察

三木優彰 [1)], 川口健一 [2)]
1)東京大学大学院, 大学院生, mikity@iis.u-tokyo.ac.jp
2)東京大学生産技術研究所, 教授, 工博

1　はじめに

ケーブルネット構造、張力膜構造、テンセグリティ構造などの張力構造は初期張力(プレストレス)の導入により剛性が付与され安定化される。したがって、初期張力の導入が可能な適切な初期形状を与える必要があり、これは一般に形状決定問題として知られている。張力構造の形状決定問題には種々の方法が既に提案されているが、本報告では、汎関数の設定に自由度があり、これを適当に選ぶ事で、解を安定的に得ることができる場合があることについて示す。また、極小曲面や応力密度法などとの関連についても述べる。

張力構造の形状決定法としてよく知られているものに 1973 年 H.J.Schek により提唱された応力密度法[1]がある。これは、主にケーブルネット構造の形状決定を目的としたもので、「応力密度」と呼ばれる量とネットワークのコネクティビティを既知量として与える事により、1 回の線形逆計算で形状決定が行える簡便な方法である。1999 年 B. Maurin と R. Motro は応力密度法のコンセプトを膜に応用し、膜応力密度法[2]を提唱した。離散化された全ての三角形膜要素の「膜応力密度」と呼ばれる量と境界部分の応力密度、さらに膜面のトポロジーを既知とすることで膜構造の形状決定を行う方法である。この定式化は非線形問題となるため、元来の応力密度法の簡便性という魅力は継承されていない。
M.R.Barnes は動的緩和法[3]を用いて効率的に力の釣り合い方程式を解く方法を提案し、これを張力構造の形状決定に適応できる事を示している。

張力構造の形状決定手法としては、系のポテンシャルエネルギーを最小化する手法も様々に提案されている。これらは拘束条件の下での汎関数の停留点問題としてとらえることが出来る。代表的なものとして、真柄、川股、国田らによる混合法[5](ケーブルネットの形状決定および大変形追跡)、野口らによる変分法に基づいたテンセグリティの形状決定[6]、複数の研究者による極小曲面に関する研究[7][8][9][10]などがある。また、V.Horak による逆変分原理[11]のようなアプローチも最適化の分野でよく知られている。

本報では、張力構造の形状決定に関して物理的な意味にとらわれない汎関数の自由な設定という視点を導入し、基礎的検討を行う。

2　形状決定の定式化について

2.1　拘束条件つき最適化問題

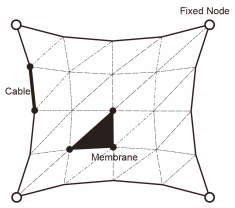
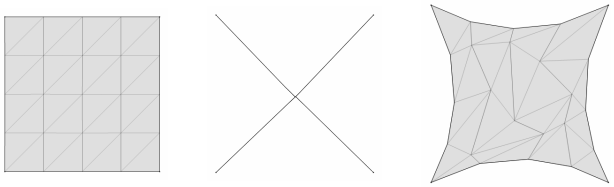


図 1:例題 1



(a)境界長さ最小　(b)面積最小　(c)一般解

図 2:張力構造の最適化問題の例

張力構造の形状決定には種々のアプローチがあるが、本報告では、「与えられたトポロジーと境界条件の下でプレストレスの導入可能な自己釣り合い形状を決定すること」が目的と考える。このような形状決定問題の解法は大きく分けて
1. 釣り合い方程式を満たす形状を直接求めるもの
2. 汎関数の停留点問題に帰着されるもの

の 2 系統に分類することができる。例えば、応力密度法は 1 の例であり、極小曲面を求める形状決定法は 2 の例である。しかし、適当な汎関数を仮定する事で、1 の解法を 2 の解法として理解する事も可

能である。

上記の 2 の解法として、最も単純な最適化問題

$$\begin{aligned}&\text{minimize } w_l \sum_{cable} L_j + w_s \sum_{membrane} S_j \\ &\text{subeject to } (X_k - \overline{X}_k) = 0 \ for\ all\ constraints.\end{aligned} \tag{1}$$

を考える。ここに L_j は形状決定する構造に付随する幾何学的な長さであり、S_j は同様の面積である。形状パラメータを x_i とし、X_k は拘束される量、w は重み付け係数である。拘束条件も様々なものが考えられるが、ここでは構造の一部に固定点を指定するなどの単純な幾何学的境界条件の指定を例として考えている。拘束条件が無ければ、最小解は L_j も S_j も零となる。図 1，図 2 に単純な例題（四隅を固定点とした張力膜の形状決定問題）を示す。(a)は境界の長さを最小化した形状であり、(b)は面積を最小化した形状である。固定点を一辺が 10 の正方形の頂点に配置した。適当な重み付けを行うと(c)のように w_l と w_s の比に応じてその中間の形状が得られる。(c)は $w_l : w_s$ =20:1 のときの形状である。

2.2 汎関数の停留点問題

前節での拘束条件にラグランジュ未定乗数法を適用すれば、(1)式は(2)式に示す一価の汎関数の停留点問題に帰着する

$$\Pi = \sum_{cable} w_j L_j + \sum_{membrane} w_j S_j + \sum_{\substack{constraint \\ condition}} \lambda_k (X_k - \overline{X}_k) \rightarrow stationary \tag{2}$$

今、(2)式が停留したとき、汎関数Πの第一変分について

$$\sum_{cable} \frac{\partial (w_j L_j)}{\partial L_j} \frac{\partial L_j}{\partial x_i} + \sum_{membrane} \frac{\partial (w_j S_j)}{\partial S_j} \frac{\partial S_j}{\partial x_i} + \sum_{fixed\ node} \lambda_k \frac{\partial X_k}{\partial x_i} = 0 \ \ for\ all\ i \tag{3}$$

が成立している。ここで、

$$\frac{\partial (w_j L_j)}{\partial L_j} = f_j \ , \frac{\partial (w_j S_j)}{\partial S_j} = \sigma_j \tag{4}$$

とおけば、上式は、

$$\sum_{cable} f_j \frac{\partial L_j}{\partial x_i} + \sum_{membrane} \sigma_j \frac{\partial S_j}{\partial x_i} + \sum_{fixed\ node} \lambda_k \frac{\partial X_k}{\partial x_i} = 0 \ \ for\ all\ i \tag{5}$$

と書く事ができる。この式は、形状パラメータの評価点 x_i における釣り合い式として理解する事が出来る。f_j や σ_j は x_i に影響を受ける L_j や S_j からの反力と考えることができる。λ_k は拘束条件、例えば固定点から受ける反力である。(5)式をつりあい式として考えれば、 (5)式は、(2)式が停留したとき、その形状は与えられた拘束条件のもとで自己釣り合い力モードを少なくとも一つ持つことを示す。この式は、表面エネルギーが表面積に比例するものと考えれば、拘束条件付き極小曲面の形状決定法 [9] と考えられる。

ここで、最小化の対象となる汎関数を、長さや面積の累乗まで拡張して考える。

$$\pi_j (L_j) = w_j L_j, w_j L_j^{\ 2}, w_j L_j^{\ 4} ... \tag{6}$$

$$\pi_j (S_j) = w_j S_j, w_j S_j^{\ 2}, w_j S_j^{\ 4} ... \tag{7}$$

などとすると、全体の汎関数は、

$$\Pi = \sum_{cable} \pi_j (L_j) + \sum_{membrane} \pi_j (S_j) + \sum_{\substack{constraint \\ condition}} \lambda_k g_k (X_k) \tag{8}$$

の形に書かれる。全体 $\boldsymbol{x}$ の汎関数 Π が停留したとき、

$$\frac{\partial \pi_j (L_j)}{\partial L_j} = f_j \ , \frac{\partial \pi_j (S_j)}{\partial S_j} = \sigma_j \tag{9}$$

と考えることにすれば、 (5)式が満たされる。従って、停留点において自己釣り合い力モードが少なくとも一つ存在し、それを張力構造の初期形状として利用できる、と解釈する事が出来る。

(9)式より、w_j の形式を予測することができる。それぞれの物理量に対応する、係数 w_j の意味を考えると次表のようになる。

表 1 ：種々の汎関数と重み係数 w_j

汎関数	$w_j L_j$	$w_j L_j^{\ 2}$	$w_j L_j^{\ 3}$	$w_j L_j^{\ 4}$
w_j	f_j	$\frac{1}{2}\frac{f_j}{L_j}$	$\frac{1}{3}\frac{f_j}{L_j^{\ 2}}$	$\frac{1}{4}\frac{f_j}{L_j^{\ 3}}$
汎関数	$w_j S_j$	$w_j S_j^{\ 2}$	$w_j S_j^{\ 3}$	$w_j S_j^{\ 4}$
w_j	σ_j	$\frac{1}{2}\frac{\sigma_j}{S_j}$	$\frac{1}{3}\frac{\sigma_j}{S_j^{\ 2}}$	$\frac{1}{4}\frac{\sigma_j}{S_j^{\ 3}}$

ここで対となる二つの量を掛け合わせた汎関数の次元が必ずエネルギーの次元となっていること

に着目する。

次に汎関数の持つ意味について考える。例えば、汎関数 $w_jL_j^2$ の形状パラメータ x_i に対する停留条件は(10)式で表される。

$$\sum_j \frac{\partial(w_j L_j^{\,2})}{\partial x_i} = 0 \qquad \sum_j 2w_j L_j \frac{\partial L_j}{\partial x_i} = 0 \tag{10}$$

これはベクトル $f_j = 2w_jL_j$ と勾配ベクトル $\dfrac{\partial L_j}{\partial x_i}$ の直交性を示しており、いわゆる力学的なつりあい状態を示している。[17]また、このことから、表 1 に示すような様々な汎関数を用いた停留状態は、同じものにはならないことに注意する必要がある。

図 3 に示す例題(立体ケーブルネット構造、節点数 121)において長さの様々な累乗和を最小化した解と、累乗和の値を表 2 に示す。ここでは表面積については考慮せず、長さに関する累乗和の最小化のみを行っている。得られた形状はそれぞれ異なるが、初期張力の導入可能なケーブルネット構造の初期形状としていずれも利用できる。

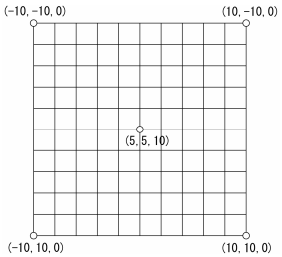


図 3:例題 2(固定点座標を併記した)

表 2:長さの累乗和の最小化

選んだ汎関数	ΣL	ΣL^2	ΣL^4	ΣL^6
ΣL	1.38e+02	3.24e+02	3.94e+02	4.11e+02
ΣL^2	2.00e+03	6.41e+02	7.35e+02	7.81e+02
ΣL^4	4.76e+05	6.154e+03	2.86e+03	2.96e+03
ΣL^6	1.16e+08	1.11e+05	1.31e+04	1.20e+04

さらに、汎関数の指数を(11)式のように実数に拡張する。

$$\Pi = \sum L^p \tag{11}$$

ここで、p を 1.0 から 6.0 まで変化させたときの停留点をそれぞれ求め、4 つの量 ΣL、 ΣL^2、 ΣL^4、ΣL^6 の値と p との関係をプロットした。

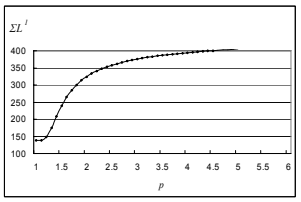


図 4:長さの総和

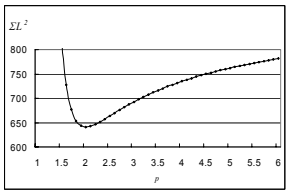


図 5:長さの 2 乗和

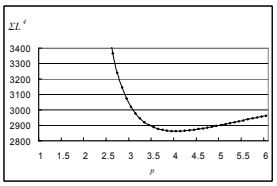


図 6:長さの 4 乗和

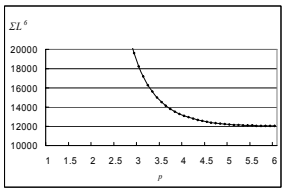


図 7:長さの 6 乗和

図 4 より ΣL に対して p=1 が最小値を与えていることが確認できる。他も同様である。

2.3 既往の研究との関係

H.J.Schek による応力密度法[1]、B.Maurin、R.Motro による膜応力密度法[2]、極小曲面の求解による等張力曲面の形状決定[7][8][9][10]と本手法との関係を考察する。

H.J.Sheck は応力密度 q を次式で定義した。

$$q_j = f_j / L_j \tag{12}$$

ここに、f、L を第 j ケーブルの軸力、長さとする。

応力密度とケーブルの接続、節点外力、固定点座標が与えられたとき、節点座標を未知数とした力の釣り合い方程式が立式でき、一回の線形逆計算で解くことができる。とくに外力を与えないとき、その解は初期張力の導入可能なケーブルネット構造の初期形状として利用できる。

応力密度法においては既知量として応力密度という量を指定するのに対し、本手法では応力密度にこだわらず、多様な量を考え、それに見合った汎関数を設定する。さらに、力の釣合方程式を直接解かず、変分原理を適用して解く手法と位置づけることができる。

表 1 を参照すると、長さの 2 乗和の重みつき最小化を行うとき、重み係数 w の比は応力密度 q の比に

等しいことがわかる。また、長さの総和を最小化した解において、軸力 f が全て等しいことがわかる。これらは文献[1]における以下の文言と一致する。

-THEOREM 1. Each equilibrium state of an unloaded network structure with force densities q_j is identical with the net, whose sum of squared way lengths weighted by q_j is minimal.-

-THEOREM 2. A minimum way net is prestressed net with a constant force throughout all branches (cables).-

Theorem2.は E.Haug[4]によって先に指摘されていると、H.J.Schek は述べている。

さらに表 1 から、有限個の領域について面積の総和を最小化するとき、膜応力 σ は全ての領域で等しいことがわかる。これは極小曲面が等張力曲面であるというよく知られた事実と一致する。

B.Maurin、R.Motro による膜応力密度法では、有限個の領域に次式で示す膜応力密度を与える。

$$Q_j = \sigma_j / S_j \tag{13}$$

ここに σ 、S を第 j 領域の面積、膜応力とする。文献[2]では力の釣り合い方程式を立式しこれを解くが、応力密度法と比較して大変複雑である。

本手法では、(13)式を有限個の領域についてそれぞれ与えた後、力の釣り合い方程式を直接解かず、表 1 より等価な汎関数 $w_j S_j^2$ を設定する。

3　テンセグリティ構造への応用

以上の様々な汎関数が特に圧縮材を含む張力構造の形状決定に有効である事を示す為に、以下に、ストラットとケーブルのみで構成され、固定点をもたないテンセグリティ構造の形状決定問題を例示する。まず、汎関数として部材長の 2 乗を選び、圧縮材の長さは拘束条件として与えることとすると、全体の汎関数は、次式のようになる。

$$\Pi = \sum_{cable} w_j L_j^{\,2} + \sum_{strutt} \lambda_k (L_k - \bar{L}_k) \rightarrow stationary \tag{14}$$

この汎関数の停留解を求めると解は不定となる。Snelson の X 型テンセグリティ(図 8)を例にとると、図 9 のように無数の解が見つかる。これは三平方の定理が成立する長さの組み合わせが全て解の資格を満たしてしまうためである

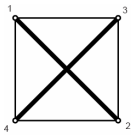
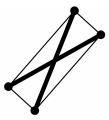


図 8: X テンセグリティ

(a)



(b)

図 9:複数の解

この不定性は全ての固定点を持たない自己釣り合い系について生じる。これは応力密度法を用いて確かめることができる。応力密度法は圧縮要素に負の応力密度を与え、力の釣り合い方程式を直接解くが、その手順はまさに(10)式の停留条件と等価となることがわかる。

応力密度法を用いると 2 次元の自己釣合系の力の釣り合いは

$$\mathbf{Dx} = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{Dy} = \mathbf{0} \tag{15}$$

と記述される。

(15)式が解を持つためには **D** は少なくとも 3 次元の零空間を持たねばならない[12][13] 。このとき(15)式の解は不定解となる。応力密度法によるテンセグリティの形状決定は[14][15][16]などに詳しい。その解の自由度は圧縮要素の数より多く、全ての圧縮要素の長さを拘束しても不定性は解消されない。(14)式はケーブル要素に応力密度、圧縮要素に長さを与えたときの汎関数であるから、その解は不定である。

ここで汎関数を L の 4 乗に変更し

$$\Pi = \sum_{cable} w_j L_j^{\,4} + \sum_{strutt} \lambda_k (L_k - \bar{L}_k) \rightarrow stationary \tag{16}$$

とすれば、三平方の定理に起因する不定性はなくなり、すべてのケーブルに等しい w_j を与えたとき図 5(a)に示す解が得られる。また、向かい合う 2 本のケーブル毎に 2 グループに分け、w_j を 1:8 としたとき図 5 (b)に示す解が得られる。8 倍の w_j を与えた 2 本のケーブルは他の 2 本に比べ短くなった。

表 1 によれば、w_j は、

$$w_j = \frac{1}{4}\frac{f_j}{L_j^{\,3}} \tag{17}$$

となる。これを応力密度に代わって与え、汎関数の停留条件を解く。このとき停留点において自己釣り合い力モードが少なくとも一つ存在し、その軸力の比は(17)式より

$$f_j = 4 w_j L_j^{\,3} \tag{18}$$

として計算することができる。ただし、不静定次数の高いトポロジーに対しては複数の自己釣り合い力モードが存在し、実現するモードは材料定数に依存することに注意する必要がある。

4　応用例

4.1　テンセグリティ

前章を踏まえ(16)式によるテンセグリティの形状決定を行う。

ストラットの長さは全て 10 とした。ケーブルのパラメータ w_j を全て 1 とした場合、次式に帰着する。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \sum_{cable} L_j^{\,4} \\ &\text{subeject to } L_k = 10 \ \ for\ \ All\ \ Struts \end{aligned} \tag{19}$$

・シンプレックス型テンセグリティ

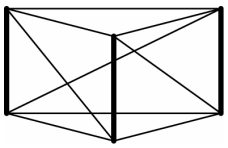


図 10:トポロジー

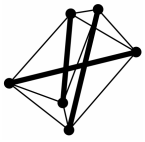


図 11:解形状

図 10 のようにトポロジーを設定し、(19)に示した最適化を行うと図 11 のような形状が得られる。

・20strutt テンセグリティ

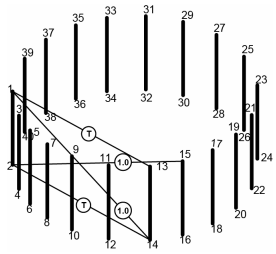


図 12:トポロジー

20 本のストラットを定め、長さを 10 に束縛する。節点番号を図 12 のように定める。第 i 節点はケーブルにより i+2N,i+2N+1 に接続される。節点番号が 40 を越えたときは 40 を差し引く。パラメータ w_j は

<i> ― <i+2N>

について T,

<i> ― <i+2N+1>

について 1.0 とする。

N や T を様々に変えた場合の(16)式による形状決定結果を図 13、14 に掲載する

N=1　T=2.0　　N=4　T=2.0　　N=5　T=2.0　　N=6　T=2.0

図 13:パラメータスタディ 1

N=6,T=1.0　　N=6,T=4.0　　N=6,T=8.0

図 14:パラメータスタディ 2

同一のトポロジーに対し複数の停留点が存在する可能性がある。図 13 はケーブルの ΣL^4 が 15.4e+04, 11.4e+04, 13.3e+04, 11.8e+04 の停留点である。

・複合構造

$$\begin{aligned} \Pi = &\sum_{cable} w_j L_j^{\,4} + \sum_{membrane} w_j S_j^{\,2} + \\ &\sum_{strutt} \lambda_k (L_k - \bar{L}_k) \rightarrow stationary \end{aligned} \tag{20}$$

(20)式により、膜と一体化したテンセグリティの形状決定を行う。立方八面体の 3 対の正方形を三角形膜要素で分割し 4 辺にケーブルを配置する。また図 15 のようにストラットを配置する。

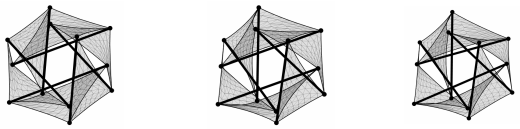


図 15 トポロジー　　**図 16:パラメータスタディ 1**

図 15 は(21)式で表される最適化問題の解である。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } 500 \times \sum_{cable} L_j^{\,4} + 100 \times \sum_{membrane} S_j^{\,2} \\ &\text{subeject to } L_k = 10 \ \ for\ \ All\ \ Struts \end{aligned} \tag{21}$$

図 16 は 6 枚の膜のいくつかに、100 より大きな w_j を設定したものである。w_j の大きな膜は相対的に小さくなり、境界の曲率も大きくなった。

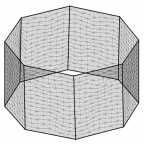
図 17 はいくつかのストラット長さを変更したものである。膜やケーブルが柔軟にその形を変え、力の釣合を満たしている。

図 17:パラメータスタディ 2

4.2 ケーブルと膜による構造

テンセグリティだけでなく、ケーブルや膜で構成され、固定点から反力を得て釣り合う構造の形状決定も同様に行える例を示す。図 18 に示すようなトポロジーを設定し、(22)式により形状決定を行う。

$$\Pi = \sum_{cable} w_j L_j + \sum_{membrane} w_j S_j^{\,2} + \sum_{fixed\ node} \lambda_k (X_k - \overline{X}_k) \rightarrow stationary \qquad (22)$$



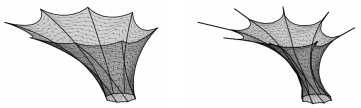


図 18:トポロジー　　図 19:パラメータスタディ

図 19 は左から順に、三角形膜要素について w_j を 10,30 に設定したものである。ケーブル要素の w_j には全て 500 を与えた。

5　まとめ

張力構造の形状決定問題を汎関数の停留という観点から考察した。応力密度法もそのような観点からの考察が可能である事を示した。特に、汎関数に関して、様々な量を自由に設定することが可能であり、これにより様々な初期形状が発生することを示した。

参考文献

[1] H.-J. Schek, The force density method for form finding and computation of general networks, *Comput. Methods in Appl. Mech. Enngrg.,* 3, 1974, 115–134.

[2] B. Maurin, R. Motro, The surface stress density method as a form-finding tool for tensile membranes, *Eng. Struct.*, 20(8), 1999, 712–719

[3] M. R. Barnes, Form Finding and Analysis of Tension Structures by Dynamic Relaxation, *International Journal of Space Structures*, 1999;14: 89-104

[4] E. Haug, Berechnung von Seilfachwerken, Institut fur Leichte Fllchentragwerke, Bericht l/70 (Universitat Stuttgart, 1970).

[5] 真柄 栄毅, 川股 重也, 国田 二郎, 混合法によるケーブル・ネットの解析(その 2・数値解析), 日本建築学会大会学術講演梗概集(構造), 1973,611-612

[6] Kazuma Goto, Hirohisa Noguchi, Form Finding Analysis of Tensegrity Structure Based on Variational Method, *Proceedings of The Forth China – Japan - Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems*, pp.455-460, 2006

[7] 石原 競, 八木 孝憲, 萩原 伸幸, 大森 博司, 極小面解析による膜構造の形状解析 : 複合変分汎関数を用いて, 日本建築学会構造系論文集, 1995, No469, 61-70

[8] 鈴木俊男、半谷裕彦：極小曲面の変数低減による有限要素解析。日本建築学会構造系論文報告集、No.425、1991、p.111-120.

[9] 川口健一,柯宛伶,三木優彰: 付帯条件付き極小曲面と一般化最急降下法に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 2008 , No632

[10] 石井一夫:膜構造の形状解析(形状決定の問題)概説。膜構造研究論文集'89、No.3、p.83-108.

[11] V. Horak, Inverse Variational Principles of Continuum Mechanics, *Rozpravy Ceskoslovenske Akad. Ved.*, (1969).

[12] R. Connelly, and A. Back, Mathematics and tensegrity. *American Scientist* 1998; 86:142–151.

[13] R.Connelly, Tensegrity structures: why are they stable?, in: M.F. Thorpe and P.M. Duxbury, ed., *Rigidity theory and applications*, Plenum Press, New York, 1999, p. 47-54.

[14] N.Vassart, and R. Motro, Multiparametered form finding method: application to tensegrity systems, *International Journal of Space Structures* 1999, 14(2), 147-154.

[15] A. G. Tibert and S. Pellegrino, Review of Form-Finding Methods for Tensegrity Structures, *International Journal of Space Structures* Vol. 18 No. 4 2003, 209-223

[16] Zhang, JY, and Ohsaki, M. Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures. *International Journal of Solids and Structures* 2006; 43: 5658-5673.

[17] 川口健一, 不安定構造物の理論とその応用に関する研究, 博士学位論文, 東京大学大学院, 1990

形態設計の S-Art 理念

陳　沛山（Pei-Shan Chen）[1)]
1） 八戸工業大学 建築工学科＆大学院工学研究科 教授，博士（工学），chen@hi-tch.ac.jp

1. はじめに

著名建築家 Frank Gehry 氏は、1997 年にスペイン北部の都市 Bilbao において複雑な曲面建築 Guggenheim Museum[1)]を設計し、その衝撃的な造形と斬新なデザインは Bilbao の名を世界中に広がり、やがて Bilbao Effect という言葉が流行し始めた。氏はその他のデザインにも曲面を頻繁に用いた。近年、建築に留まらず、車や家具などのデザインにも liquid や flexible な曲面が流行している。

図 1. Guggenheim Museum Bilbao [2)]

今や、多くの研究者たちが構造形態設計における数理手法の応用に力を注いでいる。この２０年間の研究では、最小体積（最小重量）、最小エネルギー[3-4)]、最小変位（最大剛性）[5-7)]、最大座屈荷重[8,9)]等々の目的での形態創生や最適化理論が開発されている。但し、これらの理論の普及と実用化は依然として難しい課題である。

最近、デジタル・ツールを駆使してより自由に構造形状をデザインする手法 Free Form Design（FFD）が提唱されている[10,11)]。現段階では、FFD に関わる多くの研究は如何にデジタル・ツールを用いて美しい造形を表現することである。ただし、FFD の理念と構造形態パラメータ及び力学原理の関係が問われている[12)]。

さらに、世紀の祭り北京オリンピックのメインスタジアムである巨大な「鳥の巣」は、山ほどの量の鋼材を主に手溶接で完成した。政治と経済の条件が許すならば、自由な発想と種々な技術を持ち合わせている人類が何でも造られる時代がやって来ている。

但し、建築設計、構造形態設計は茫然に前進してはならない。種々の最新技術を如何に駆使するのか、形態設計をどの方向へ導くかは、もはや重要な課題となっている。このことは、形態設計の基本的な考え方、つまり形態設計の理念に関する課題である。

このような背景で、筆者は S (structure 構造)と Art（感性・芸術）を合わせた造語 S-Art(或いは Sart)を用いて、形態設計の理念を提唱することを試みる。本論で提唱する S-Art 理念は、「フォーム美」、「ストラクチュア美」、そして「プロセス美」の３つの部分より構成され、構造形態の設計及び研究における基本理念を示したい。

「理念」という用語の一般的な解釈は物事のあるべき状態についての基本的な考えであり、哲学においては理性の働きとして得られる最高概念と解釈される（様々な説がある）。本論で提唱する S-Art 理念は、構造形態美のあるべき姿、構造の仕組みや機能そして設計と生産手法において如何に「美」を表現することついての基本的な考えを示す。

2. S-Art 理念の要旨

S-Art 理念は、陰陽太極という中国古典哲学思想より得た発想である。陰陽太極理論によれば、初期宇宙は「混沌・無極」状態であり、そして「陰」と「陽」という二つの要素が誕生した。陰と陽は互いに反対の性質を持ち、共に存在している状態は「太極」をいう。この「太極」から「四象」や「八卦」が生まれ、万物が現れるようになった。つまり、宇宙万物

は純粋な「陰」、あるいは純粋な「陽」で構成されたものではなく、陰の中に陽があり、陽には陰があり、陰と陽が常に融合して絶えずに変化している。この理論に基づいて考えると、構造形態の創生・設計は、想像力や感性の自由さと構造や力学原理からの拘束の融合である。

図 2. 太極図（双魚図）
陰陽太極を表現するマーク

建築の構造に対する一般的な認識は、構造材料を用いて建てられたハードな骨組であり、その安全性を検討するプロセスはデジタル的であり、法規に基づいた計算は感情が許さず非人格的である。ここに、このような認識を「純構造的」をいい、「S」で表す。

一方、芸術作品や「美」について、下記のように解釈できる。制作者が感性を用いて作成した作品があり、その作品を受ける者（観賞者）はその作品に対する心理的な反応は「美」あるいは「美でない」となる[13]。建築構造体は設計者や建設者が建造した構造体であり、その構造体を観賞・利用する人の心理的な反応も存在する。この観点から、建築構造体も一種の芸術作品となる。従って、構造形態の設計行為には感性的な要素があり、アナログ的、人格的であるべきである。ここに、構造形態に対する上記のような感性・感情的な認識を「純感性的」をいい、Art で表す。

そして、S と Art は異なる性質、ときには互いに反対な性質を持つ。陰陽太極の思想により、一つの構造体は純粋な S あるいは純粋な Art ではなく、S の中に Art があり、Art のために S が必要である。S と Art の共存・融合は構造形態設計の基本理念になる。

S-Art 理念は、建築構造形態の美や機能についての基本的な概念、考え方、そして評判基準を示す。その内容は、「フォーム美」、「ストラクチュア美」、「プロセス美」の３つの部分から記述する。フォーム美は構造の形状に関する理念である。ストラクチュア美は力学原理や構造材料の利用、機能と空間を確保する構造仕組みに関わる理念を示す。そして、プロセス美は、フォーム美とストラクチュア美を実現する過程に「美の手法や操作」を用いることを示す。

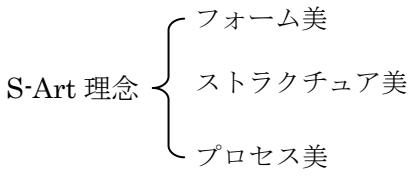


図 3　S-Art 理念の構成内容

3. フォーム美について

構造形態のフォーム美とは、構造体の利用者あるいは鑑賞者は視覚により得た形状情報に対する心理的反応を言う。「美」あるいは「美ではない」という判断基準は時代、文化そして宗教などの社会的環境に依存するので、工学的に評価することが大変困難である。そして、フォーム美の批評基準には芸術作品と同様な美学理論を用いることができる。

美術造形学の美学理念に従って、調和、リズム、錯覚などの造形テクニックを利用して、心理効果を得る。想像力と創造力を活かせて新しい形状の創出が望ましく、オリジナリティー性はフォーム美の重要な基準となる。

また、設計者の意志を明快に分かり易く表現することが望ましい。例えば、Stuttgart 空港の屋根のデザインは、樹木の造形を分かりやすく表現し、部材の太さの変化や枝の存在により目に見えない力の流れも感じさせる（図４）。

図 4. Stuttgart 空港の屋根[14]

4. ストラクチュア美

ストラクチュア美は各種構造材料と力学原理を用いて設計者の意志を表現し、機能と空間を確保する仕組みを構成することに関わる理念を示す。その代表的な特徴は、できる限り少ない材料を用いて構造体を創出することである。その結果、構造体に高度な応力集中を発生させると同時に十分な安全性を確保することになる。これは単なる経済性の目的のためではなく、設計者の創造力や技術レベル、そして「力学美」を表現するためである。そして、力学と構造原理の利用を熟練し、高度な技術が要求される。当然、新材料や新技術を開発することに従って、より少ない材料で高い応力を耐える構造物、つまりより高度な応力集中を発生させる構造物への挑戦は人類の目標になるだろう。

建設地の文化、設計者や利用者たちの意志と感性に従って、石、木材、コンクリート、鋼材、FRP、セラミックス、ケーブルや膜など様々な材料を利用すること、その材料性能を最大限に発揮することはストラクチュア美の重要指標の一つである。現代人は、数多くの軽量材料に恵まれているが、工学の先駆者たちは素晴らしいアイデアで重い自然材料を用いて様々な大スパン建造物を建設した。現代において、川口衞らが設計したイナコスの橋は、プレストレスの導入により石材を迫り持ち、重い石を軽く空中浮遊させ、力学美を表現している。

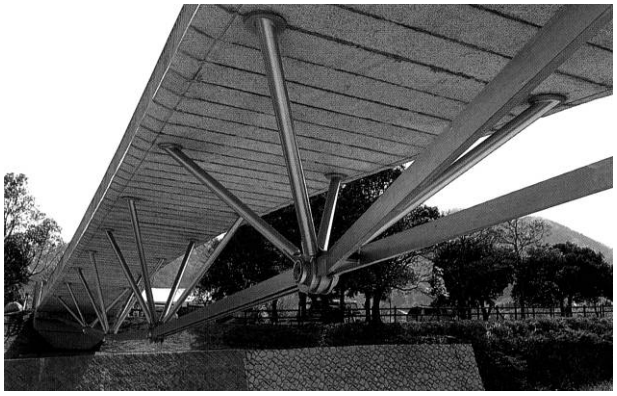


図 5　イナコスの橋

ストラクチュア美は明快な力学原理の利用、明確な力の流れが必要である。力の流れの経路には曲げを避けることが望ましい。その理由は周知されているとおり、中立軸や中立面付近において材料の強度を十分に発揮できず、断面二次モーメントを確保するために大きな構造断面が必要である。2008 年北京オリンピックのメインスタジアムは魅力的な鳥籠の造形を表現できたが、曲げを伝達する部材とフレームを利用して巨大空間を確保するため、材料の浪費と構造の合理性が問われている。

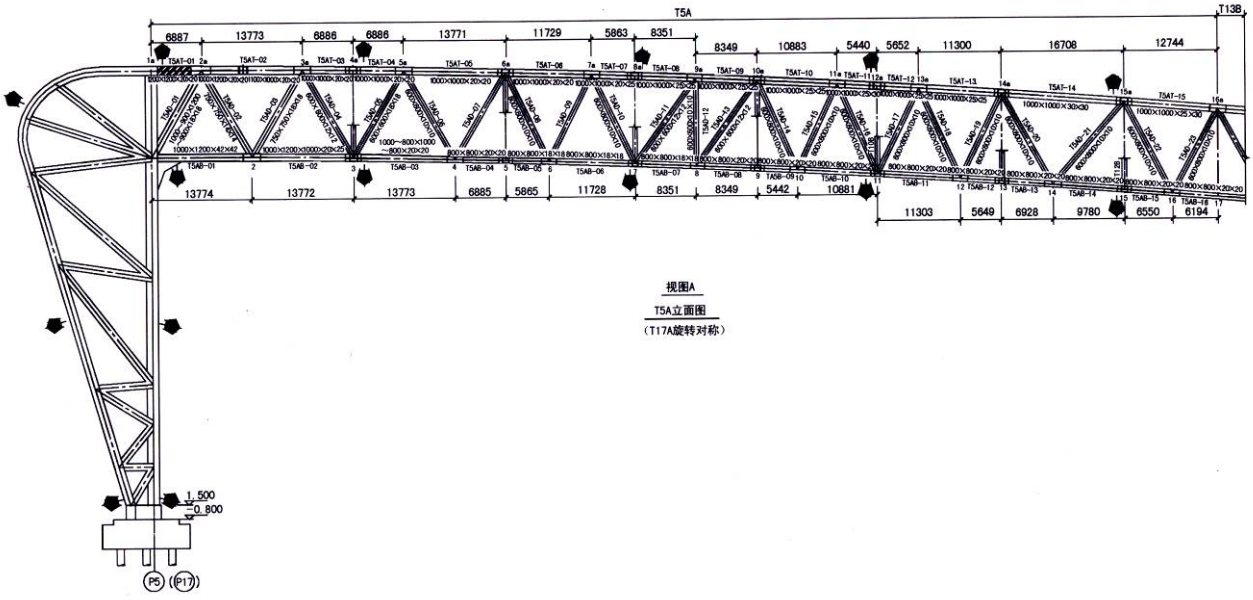


図 6　2008 年北京オリンピックのメインスタジアム
曲げを伝達する部材とフレーム [15)]

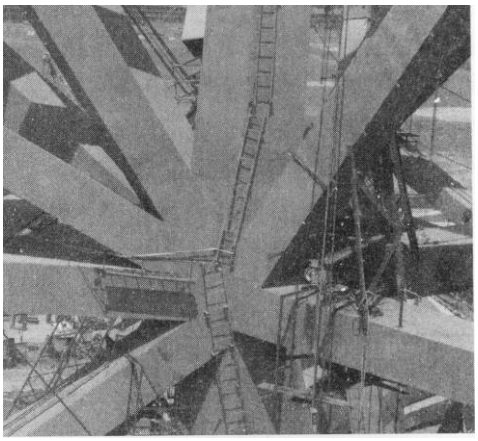


図 7　「鳥の巣」の接合部の施工様子
沢山の巨大部材を集った剛節点の溶接 [16)]

また、建築物の用途と機能を満足すること、自然環境を保護・利用することはストラクチュア美の重要基準の一つである。風や地震などの自然現象に対して抵抗することだけではなく、これらの自然現象を利用・調和する機能を持たせることもストラクチュア美の発想になる。

5.　プロセス美について

プロセス美とは、フォーム美とストラクチュア美を達成する過程において、精妙な手法を利用することにより観賞者に「美」の心理反応を起こすことである。例えば、H. Isler は吊り膜からシェルの形態を創出することで人々に感動を与える。

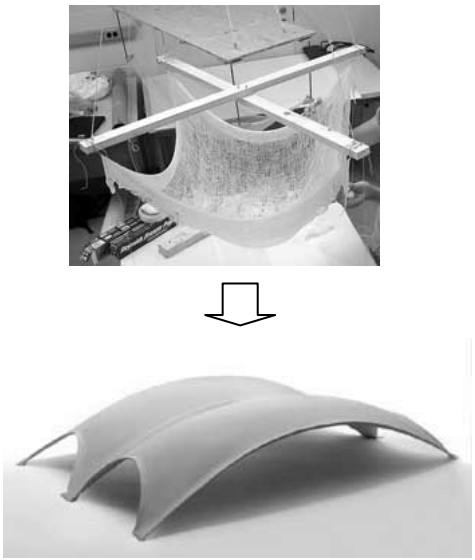


図 8.　H. Isler のシェルの再現 [17)]

古代から現代まで、素晴らしい形態創出アイデアが数多く開発されてきた。構造設計者や研究者は構造形態の歴史変遷そして経験と教訓を学び、その発展の道筋を理解することが必要である。古代建築物には優れたアイデアが隠れていて、現代構造設計にとってその素晴らしいアイデアは新しい技術になる可能性もある。例えば、中国の国宝「清明上河図」に画がけられている虹橋の原理を利用して、図 10 に示している Lap-Beam という新しい構造形式の実現も可能である [18)]。

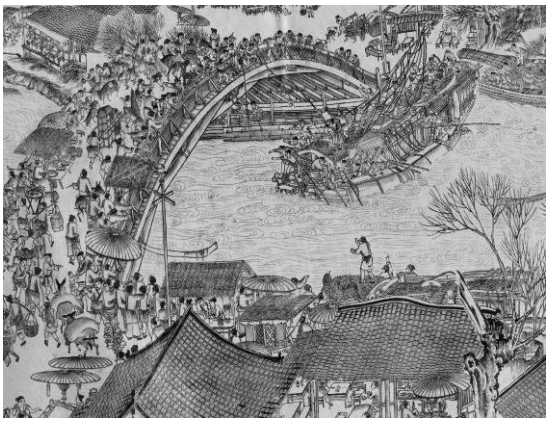
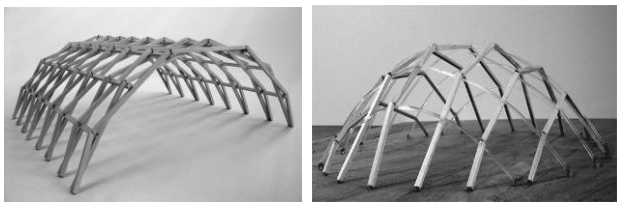


図 9. 清明上河図の虹橋



(a) Lap-Beam 円筒　(b) Lap-Beam ドーム

図 10.　Lap-Beam 構造例

自然体を利用して構造形態を創出することは古くから行われて来た。自然体は、自然環境に適応して進化してきた。その最大特徴は最小限の材料で最大限に能力を発揮することである。自然には無限量の存在があり、無限の「かたち」があり、自然から無限の啓発を与えてくれる。図 11、12 は蜂の巣の原理を利用して開発した航空機の構造体を示している。

図 11　蜂の巣から生まれる構造材料

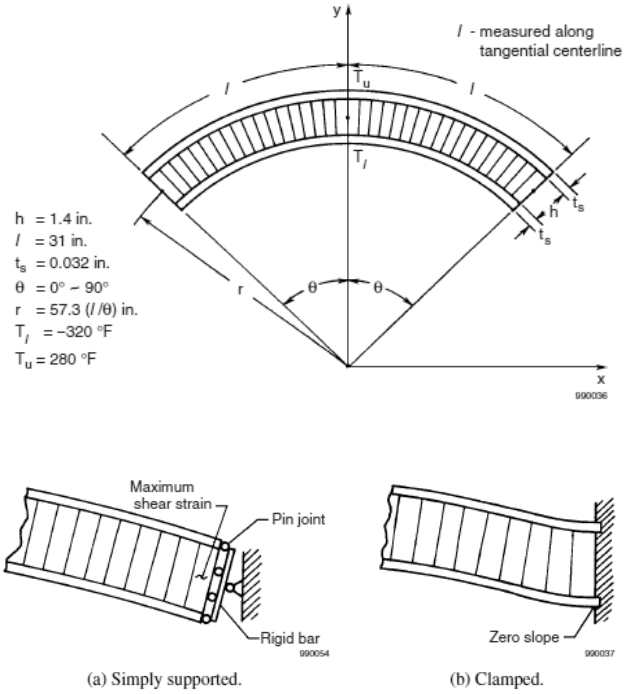


図 12.　Sandwich Panels for Aerospace Structure[19)]

コンピュータ解析技術を用いて構造形態を創生することについて数多くの研究が行われている。但し、フォーム美とストラクチュア美を実現することはその最終目的であるべきである。

建設者の真のチャレンジは如何に構造物をシンプル化することであり、そのチャレンジは建物本体ではなく、そのシンプル化のプロセスにある[12)]。

6.　まとめ

本論は、構造形態の設計や研究における基本的な理念として S-Art 理念を提唱した。その核心は、想像力や感性の自由さと構造や力学原理からの拘束という「自由」と「拘束」の融合である。S-Art 理念はフォーム美、ストラクチュア美そしてプロセス美の三つの部分から構成される。

1）フォーム美については、美術造形のテクニックを利用し、その批評基準は芸術作品と同様な美学理論を引用することができる。

2）ストラクチュア美は構造材料と力学原理を利用して美しい構造仕組みを構成して設計者の意志を表現することである。その主な特徴を下記のとおりにまとめる。

- できる限り少ない材料を用いて構造体を創出し、構造体に高度な応力集中を発生させながら安全性を確保すること
- 力の流れを明快にし、曲げを避けること
- 設計者や利用者の意志に従って多様な材料を利用し、その材料性能を最大限に発揮する
- 建築物の用途機能を満足し、自然環境などの外力を利用・調和する機能を持たせる。
- 力学原理を利用し、力学美を表現すること

3）プロセス美とは、フォーム美とストラクチュア美の実現過程、つまり計画から完成までのプロセスにおいて精妙な手法を利用することにより観賞者に「美」を与えることである。プロセス美の実現は豊かな想像力が必要であり、無限な可能性があると考える。

フォーム美、ストラクチュア美そしてプロセス美の何れについて下記の理念を強調したい。

- 歴史を学び、歴史経験に基づく
- 自然を学び、自然を模倣・利用し、そして自然を守ること
- 自然材料や新材料の利用、新技術の導入
- 構造物のシンプル化にチャレンジする
- 独創性とオリジナリティー性を有する

参考文献

1) C. C. Gomez-Moran : Guggenheim Museum Bilbao, Journal of the IASS, Vol. 40, n.3, pp157-167, Dec. 1999
2) http://adventure.howstuffworks.com/guggenheim-museum-bilbao-landmark.htm
3) S.M. Wang, H.G. Moon and S.H. Ki : Topology Optimization of Automobile Reinforcement, CIK-OSM1 Xian Chian, pp.94-100, 1999
4) R. Ansola, J. Canales, J.A. Tarrago and J. Rasmussen : On Simultaneous Shape and Material Layout Optimization of Shell Structures, Struct Multidisc Optim Vol. No.3, pp175-184, Sep. 2002
5) Pei Shan Chen, and M. Kawaguchi : Minimum Deformation Shape of Prestressed Bar Structures, Seiken-IASS Symposium on Nonlinear Analysis and Design for Shell and Spatial Structures, Tokyo, Japan, Oct. 1993
6) 陳沛山，川口衛： テンション構造の最小変位形態，日本建築学会構造系論文集，第 468 号，pp.101-108，1995.2
7) 陳沛山，川口衛： 多目的最適化解析によるテンション構造の最大剛性形態, 日本建築学会構造系論文集，第 481 号，pp.55-61，1996.3
8) 陳沛山，川口衛： スペース・フレームの最大座屈荷重形態，日本建築学会構造系論文集，第 489 号，pp.41-46，1996 年 11 月
9) Pei-Shan Chen and Mamoru Kawaguchi : Optimization for Maximum Buckling Load of a Lattice Space Frame With Nonlinear Sensitivity Analysis, International Journal of Space Structrures Volume 21 No.2 , pp111-118, 2006
10) Onur Yüce GÜN : Computational Design Tools for Emergent Geometries in Architecture, IASS 2007-Venice-Italy
11) Michalatos P., Kaijima S : Design in a non homogeneous and anisotropic space, IASS 2007-Venice-Italy
12)René Motro, Marine Bagneris : Structural Morphology and Free Form Design, IASS 2007- Venice-Italy
13) Concise Routledge Encyclopedia of Philosophy, Routledge, 2000
14)http://w1.siemens.com/press/pool/de/pp_cc/2005/07_jul/sc_upload_file_sosep200502_10_072dpi_1280927.jpg
15) 戴為志, 劉景鳳： 建築鋼構造結構溶接技術，化学出版社（北京），2008
16) 北京工程管理科学学会編： 重点建設工程施工技術与管理創新，中国建築工業出版社, 2007,
17)http://mcis2.princeton.edu/swisslegacy/pa_maria/pamaria_1.html
18) 陳沛山, 他： 中国宋代虹橋の構造原理についての研究，構造工学論文集，Vol.54B，pp259-265, 2008.3
19) William L. Ko： Open-Mode Debonding Analysis of Curved Sandwich Panels Subjected to Heating and Cryogenic Cooling on Opposite Faces, NASA/TP-1999-206580 , June 1999

解の多様性を考慮したGA系解法による骨組構造の多目的最適化

和田大典[1)]，堀切秀作[2)]，本間俊雄[3)]
1)鹿児島大学工学部建築学科, 学部生, wada@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2)井口インターナショナル株式会社, horikiri@iguchi-in.co.jp
3)鹿児島大学工学部建築学科, 教授, 工博, honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

1. はじめに

構造形態の決定は、設計主旨に沿った複数の観点から構造物が満たすべき性能を設定し、種々の環境条件を考慮した最適な部材断面・配置等を決定する作業である。ここに掲げた設計目標に沿う存在可能な解(許容解：feasible)中でも大域的最適解を含む局所最適解や比較的評価の高い解を優良解(decent solution)と定義し、これらを積極的に利用することは、設計者に豊富な選択肢が与えられる。

大域的最適解の探索手法には生物集団の環境に対する適応的な進化の過程を模倣した遺伝的アルゴリズム(genetic algorithms：GA)が注目され、現在広く認知されている。このGA系の解法であり、著者等が開発したISGA(GA with immune system)[1)]は、一度の試行で多種多様な優良解探索を行うことができ、幅広い構造形態の創生に応用できる可能がある[2), 3)]。

本論文では、ISGA(ISGA-Original)に加えて、この解法を基準に記憶細胞(解集合)の選択に工夫を加えたISGA-A(ISGA-Archive)を骨組構造の多目的最適化問題(MOP)に適用する。構造物の設計は、設計主旨に応じた様々な要求が存在し、その内容に適した解探索手段を選択する必要がある。これらのGA系解法を用いて、対象問題の要求内容に対応した多様な解探索が行えることを示す。なお、解析モデルは線形弾性範囲の3次元骨組構造および屋根構造である。

2. 解の多様性探索機能を導入したGA系解法

ISGA-Oに関する計算アルゴリズムとその特徴は文献1), 2)を参照のこと。ここではISGA-Aについて説明する。ただし、ISGA-AはMOPに対してのみ有効な手段である。

2.1 ISGA-Aのアルゴリズム

ISGA-Aは上位個体選択率による記憶細胞候補の選択をなくし、その世代における適応度1の個体を記憶細胞候補とするアルゴリズムである。計算手順を以下に示す。

1)パレート最適フロントの選択：適応度1の個体を暫定パレート最適解とし記憶細胞候補$\tilde{P}_t$とする。
2)記憶細胞への記憶：記憶細胞候補$\tilde{P}_t$と記憶細胞$\overline{P}_t$を統合し新たな記憶細胞$\overline{P}_{t+1}$を生成する。この時、記憶細胞の数が設定した数Mを超える場合、設計変数空間の端切り法を用いて個体数を調整する。

記憶細胞の選択手順1), 2)以外の計算内容はISGA-Oに順ずる。

2.2 ISGA-OとISGA-Aの違い

ISGA-O, ISGA-Aではニッチ操作(niche：生物学的地位)として端切り法を設計変数空間上で行っている。これは次の理由による。一つの目的関数空間上の解において一つの解だけが存在するとは限らない。つまり、既往解法における目的関数空間上でのニッチ操作は設計変数空間上で解の多様性を失う可能性がある。ISGA-O, ISGA-Aでは構造形態に直接影響する設計変数の多様性に着目し、端切り法を設計変数空間上で行っている。ただし、設計変数空間上に端切り法を導入すると、目的関数空間上で解の位置を示した際、パレート最適フロント上の解密度が均一にならない、パレート最適解であっても設計変数の多様性の有無によっては削除されてしまうこともある。なお、ISGA-Aは適応度1の個体を直接記憶細胞候補に選択することでパレート最適フロント上の解を捉えようとするものである[4)]。

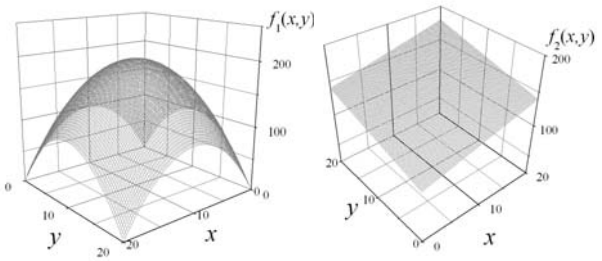
3. 2変数関数ベンチマーク問題への適用

ISGA-O, ISGA-Aの基本的な計算特性を把握するため、次の二つの関数を用いたMOPを想定し、SPEA2[5)]の解と比較する。

$$f_1(x,y)=\{x(x-20)+y(y-20)\} \quad (0.0\le x,y\le 20.0) \quad (1)$$

$$f_2(x,y)=100+2x+2y \quad (0.0\le x,y\le 20.0) \quad (2)$$

各式の形状は図1に示す単峰性の曲面関数と平面関数である。設計変数空間から式(1)と式(2)はトレードオフの関係にあることが判る。ISGA-O, ISGA-A, SEPA2のGA系の基本的なパラメータは表1に示す通りとする。



曲面関数 $f_1(x, y)$　　平面関数 $f_2(x, y)$

図１　２変数関数の形状

表１　解析パラメータ (ISGA-O, ISGA-A, SPEA2)

個体数	200	設計変数 x の遺伝子長	16bit
世代数	100	設計変数 y の遺伝子長	16bit
世代交代率	1.0	coding	gray 表現
交叉率	1.0	交叉方法	二点交叉
突然変異率	0.01	選択方法	トーナメント方式
記憶細胞数（アーカイブ個体群）	100		

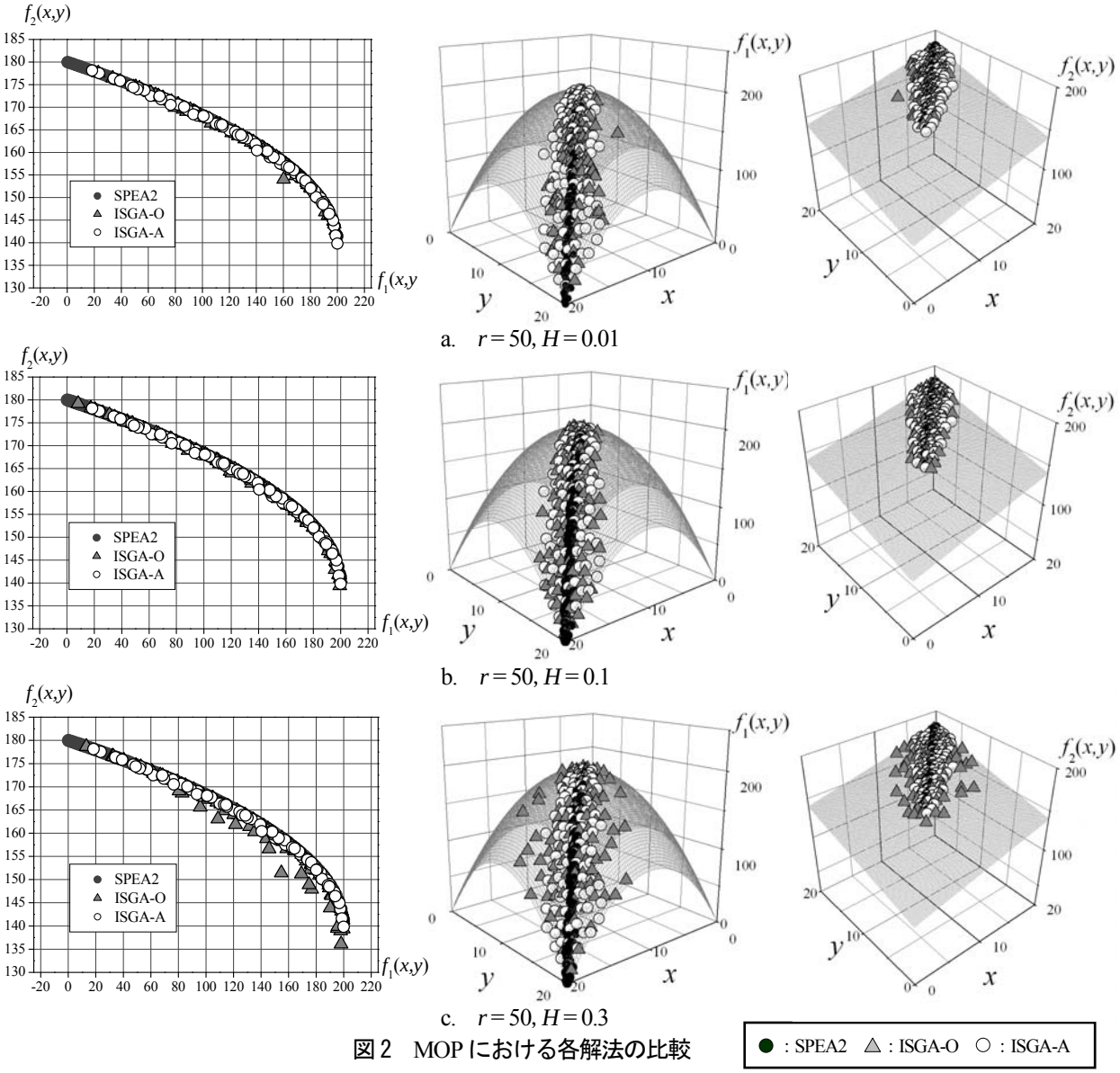


図２　MOP における各解法の比較

MOPの計算結果を図2に示す。図2はISGA-O（グループ数$r = 50$, 上位個体選択率$H = 0.01, 0.1, 0.3$）, ISGA-A（$r = 50$）SEPA2の解個体（記憶細胞・アーカイブ個体群）を目的関数空間および設計変数空間上にプロットしたものである。これらの結果より次のことがまとめられる。ISGA-Oは上位個体選択率を厳しく設定することで（$H = 0.01$）パレート最適フロントを捉えることができる。Hを大きく設定した場合（$H = 0.3$）、目的関数空間全体が捉えられ、得られる解は優良解であり、SPEA2に比べて設計変数空間上の多様性も確認できる。また、r, Hの設定値を変化させ試行すると、解空間の状況が把握できる。これに対し、ISGA-Aはパレート最適フロントを確実に捉えることができ、その結果は目的関数空間上でSPEA2の解と一致し、設計変数空間上の解はSEPA2に比べて多様性があ

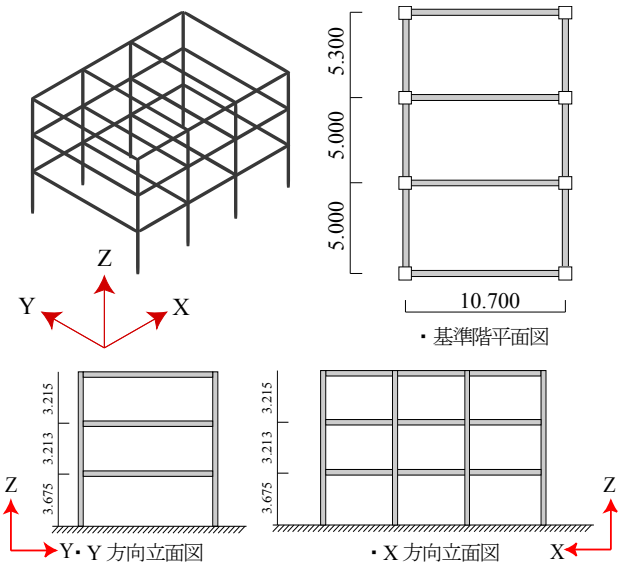


図 3　剛接骨組構造解析モデル(Model-A)

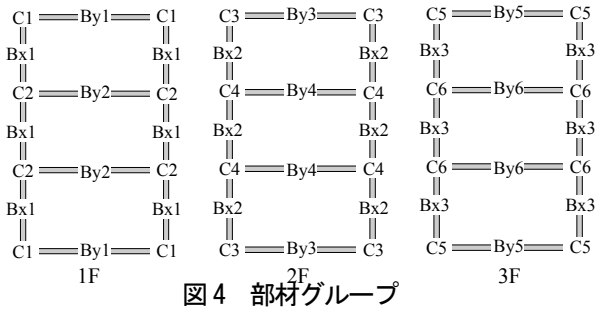


図 4　部材グループ

る。つまり、ISGA-Aはパレート最適フロント上で設計変数の多様性を維持した解探索を可能としている。ここで、注目すべきことは、ISGA-O, ISGA-Aは共に目的関数空間上で解の重なりが見られ、同じ目的関数値において複数の解が存在することである。なお、ISGA-Oは多様な優良解探索、ISGA-Aはパレート最適フロント上の多様な解探索を目的とした手段である。

以上より、MOPにおいてパレート最適フロントを捉えることを重視し、設計変数に多様性がある解探索を行うにはISGA-Aが有効であると判断する。ISGA-Oは解析領域を優良解にまで広げ、設計変数空間の多様性を重視した解探索に有効である。

4.　3 次元剛接骨組構造の多目的最適化問題

ここでは、耐震設計を考慮した 3 層 1×3 スパン(節点数 32・部材数 54)3 次元剛接骨組構造の MOP を扱う[3]。解析モデル(Model-A)を図 3 に示す。設計変数は表 2, 3 に示す柱部材断面リスト(冷間成形角型鋼管：BCR295)，梁部材断面リスト(H 型鋼：SS400)に対応させた部材番号である。その際、構造体の対称性を考慮して部材を図

表 2　柱部材断面リスト(BCR295：18 種類)　Model-A

number	size	number	size
1	□-200×200×6	10	□-300×300×9
2	□-200×200×8	11	□-300×300×12
3	□-200×200×9	12	□-300×300×16
4	□-200×200×12	13	□-300×300×19
5	□-250×250×6	14	□-350×350×9
6	□-250×250×9	15	□-350×350×12
7	□-250×250×12	16	□-350×350×16
8	□-250×250×16	17	□-350×350×19
9	□-300×300×6	18	□-350×350×22

表 3　梁部材断面リスト(SS400：18 種類)　Model-A

number	size	number	size
1	H-200×100×4.5×7	10	H-400×200×8×13
2	H-200×100×5.5×8	11	H-450×200×8×12
3	H-250×125×5×8	12	H-450×200×9×14
4	H-250×125×6×9	13	H-500×200×9×14
5	H-300×150×5.5×8	14	H-500×200×10×16
6	H-300×150×6.5×9	15	H-500×200×11×19
7	H-350×175×6×9	16	H-600×200×10×15
8	H-350×175×7×11	17	H-600×200×11×17
9	H-400×200×7×11	18	H-600×200×12×20

表 4　制約条件(Model-A)

応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
剛性率	0.6 以上
偏心率	0.15 以下
梁のたわみ	1/250 以上

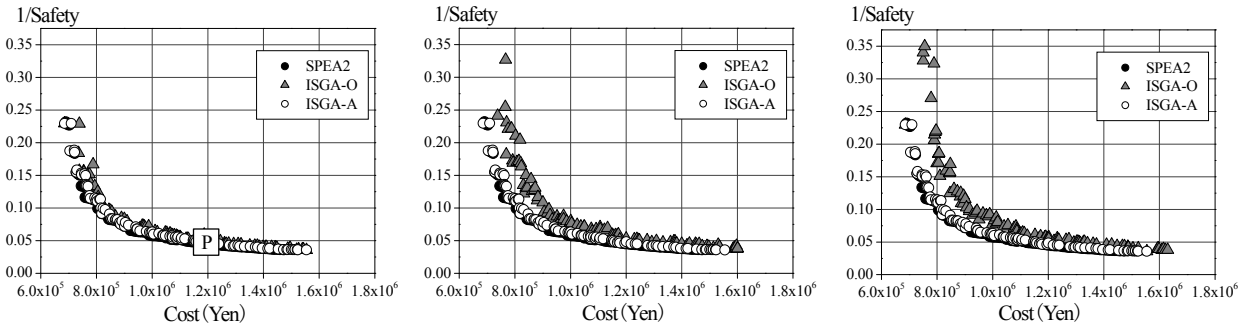
4 で示す 15 グループに分ける。弾性定数は $E = 2.058\times10^8\ kN/m^2$、せん断弾性定数は $G = 7.8\times10^7\ kN/m^2$ とし、長期荷重は自重を、短期荷重は自重と地震荷重を想定する。地震荷重は Ai 分布に基づく地震力を各層の長辺方向に作用させる。

目的関数は構造物の鋼材コストと各層の保有水平耐力を必要保有水平耐力で除した安全率の逆数の最小化を図る問題であり次式で与えられる。

$$Minimize \quad f_1(\mathbf{X}) = C(\mathbf{X}) \qquad \text{(鋼材コスト)} \quad (3)$$

$$f_2(\mathbf{X}) = \frac{1}{\min \dfrac{Q_{ui}}{Q_{uni}}} \qquad \text{(Safety の逆数)} \quad (4)$$

ここで$\mathbf{X}$：設計変数ベクトル, C:鋼材コスト, Q_{ui}：i層の保有水平耐力, Q_{uni}：i層の必要保有水平耐力を表す。構



a. $r=50, H=0.01$　　b. $r=50, H=0.05$　　c. $r=50, H=0.1$

図 5　目的関数空間の解状況 (Model-A)

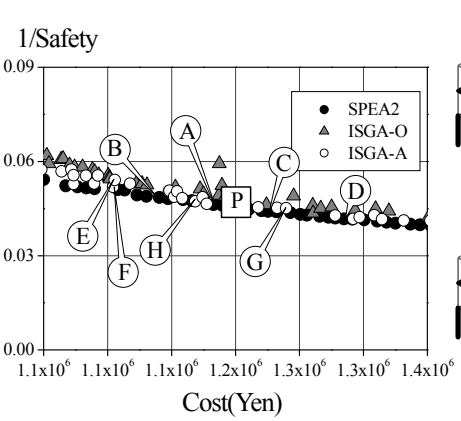
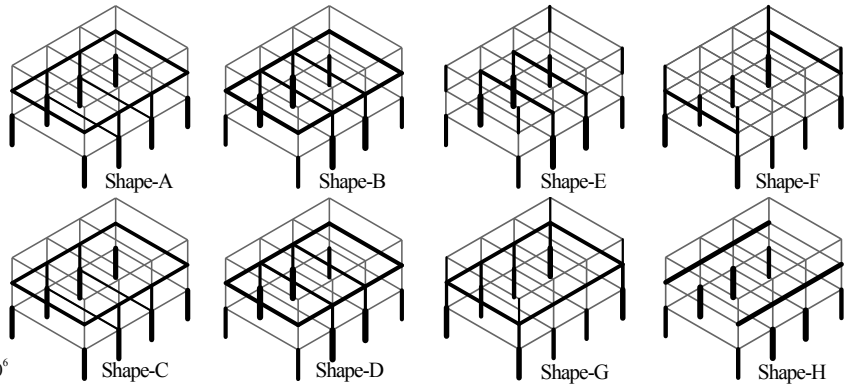


図 6　P 点近傍の記憶細胞の個体 (Model-A)



a. SPEA2 による構造形状　　b. ISGA-A による構造形状

図 7　形態創生による構造形状 (Model-A)

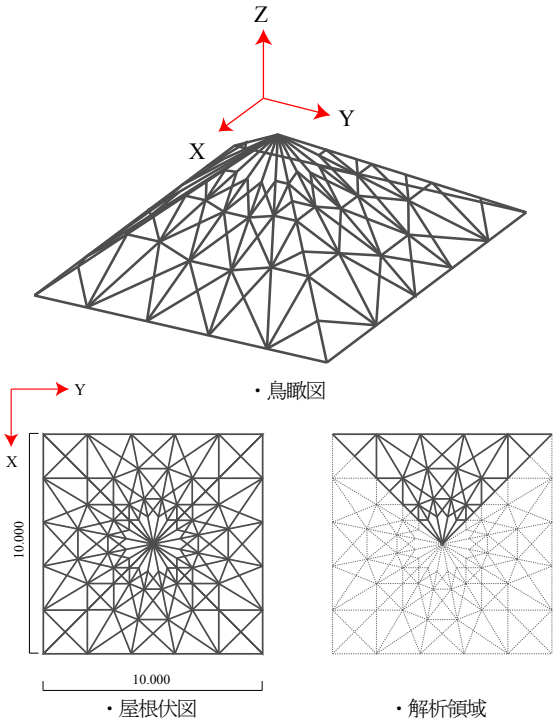


図 8　3 次元屋根構造解析モデル (Model-B)

造計算は鋼構造の耐震設計法に適用されている許容応力度設計を用いる。一次設計は許容応力度計算を、二次設計は層間変形角, 偏心率, 剛性率, 保有水平耐力の計算を行い、これらを制約条件とする (表4)。ISGA-O, ISGA-A, SPEA2のGA系の基本的なパラメータは解の比較を目的とするため同一とする (世代数 : N =20 000, 記憶細胞数 : M =100, 突然変異率 : 0.03, 交叉率 : 0.7, 選択方式 : トーナメント方式, 交叉方法 : 2点交叉)。遺伝子長は 8*bit*の二進数型で表現する。

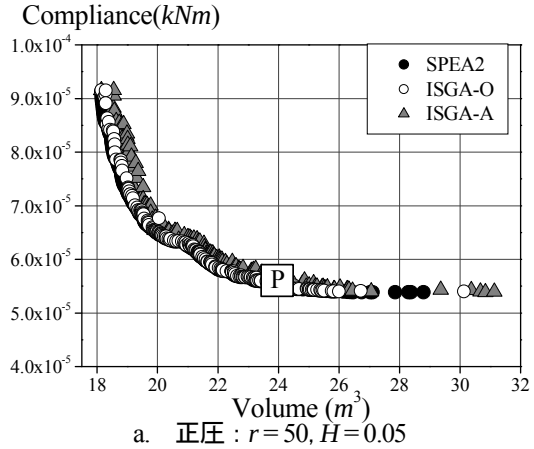
解析結果を図 5−7 で示す。図 5 はそれぞれ ISGA-O ($r=50, H=0.01,0.05, 0.1$), ISGA-A ($r=50$), SPEA2 の解個体 (記憶細胞・アーカイブ個体群) を目的関数空間上にプロットしたものである。また、図 6 は図 5a 上の点 P 近傍を拡大して示した図であり、図 7 は SPEA2, ISGA-A における P 点近傍の複数の構造形状を表している。なお、図 7 において部材太さは最小断面積部材に対する断面積比を表している。

5.　3 次元屋根構造の多目的最適化問題

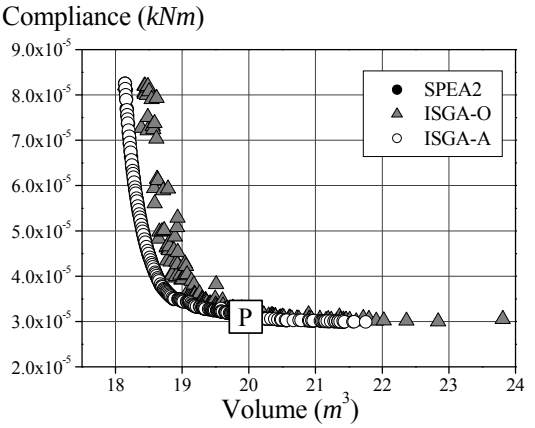
ここでは、耐風設計を考慮した 3 次元屋根構造の MOP を扱う。解析モデル (Model-B) は図 8 に示す寄棟屋根とし、構造物の対称性を考慮して 1/4 モデル (節点数 40, 要素数 95) を解析対象とする。なお、屋根の外周部は固定する。設計変数は表 5 に示す部材断面リスト

表 5　部材断面リスト(STK400：21 種類)　Model-B

number	外径(*mm*)	厚さ(*mm*)	number	外径(*mm*)	厚さ(*mm*)
1	165.2	4.5	12	216.3	6.0
2	165.2	5.0	13	216.3	7.0
3	165.2	6.0	14	216.3	8.0
4	165.2	7.1	15	216.3	8.2
5	190.7	4.5	16	267.4	6.0
6	190.7	5.3	17	267.4	6.6
7	190.7	6.0	18	267.4	7.0
8	190.7	7.0	19	267.4	8.0
9	190.7	8.2	20	267.4	9.0
10	216.3	4.5	21	267.4	9.3
11	216.3	5.8			



a.　**正圧**：$r = 50$, $H = 0.05$



b.　**負圧**：$r = 50$, $H = 0.05$

図 9　目的関数空間の解状況(Model-B)

(一般構造用炭素鋼管：STK400)に対応させた部材番号である。さらに、屋根面が水平面となす角度 θ (°)(10 ≤ θ ≤30)を設計変数に加える。部材は同一材種, 同一断面, 同一形状とし、対称性を考慮して部材を 15 グループに分ける。また、弾性定数は $E = 2.058\times10^8$ *kN/m*^{2}、せん断弾性定数は $G = 7.8\times10^7$ *kN/m*^{2} とする。

載荷荷重は自重と風荷重(正圧・負圧)を想定し、風荷重は建築基準法施行令により規定されている風力係数を用いて算出する。また、制約条件を次のように与える。部材の設計応力は許容応力度以下に抑える。細長比は、引張材に関しては AISC 規準(アメリカ鋼構造協会)に基づいた制限値を、圧縮材に関しては非弾性座屈を考慮して鋼構造設計規準 [6] で採用されている限界細長比で制限する。

目的関数は部材の総体積とコンプライアンスの最小化を図る多目的最適化問題であり、次式で与える。

$$\textit{Minimize} \qquad f_1(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \mathbf{L}(\mathbf{R})^{\mathrm{T}}\mathbf{A} \tag{5}$$

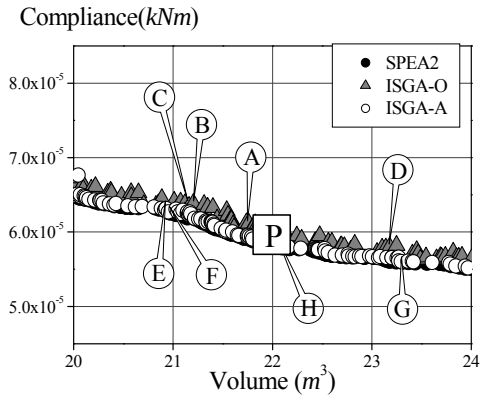
$$f_2(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \boldsymbol{\Delta}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} \tag{6}$$

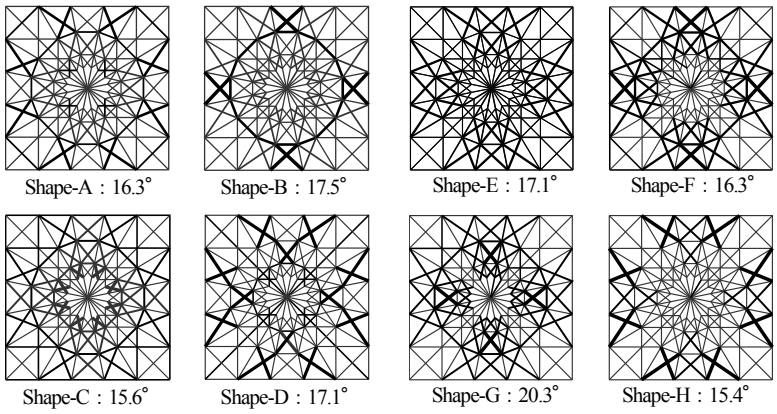
ここで **A**：部材断面積ベクトル, **L**：部材長ベクトル, **R**：節点座標ベクトル, $\boldsymbol{\Delta}=[\delta_1\ \delta_2\ \delta_3 \cdots \delta_n]$：節点変位ベクトルを表す。なお、部材総体積は単位体積重量 78.5(*kN/m*^{3}) を乗じて部材総重量として扱う。ISGA-O, ISGA-A, SPEA2 の GA 系の基本的なパラメータは解の比較を目的とするため同一とする(世代数：$N = 5\,000$, 記憶細胞数：$M = 200$, 突然変異率：0.03, 交叉率：0.7, 選択方式：トーナメント方式, 交叉方法：2 点交叉)。遺伝子長は部材番号を 8*bit*、屋根面が水平面となす角度を 15*bit* の二進数型で表現する。

解析結果を図 9－13 で示す。図 9 は風荷重毎に ISGA-O($r = 50$, $H = 0.05$), ISGA-A($r = 50$), SPEA2 の解個体(記憶細胞･アーカイブ個体群)を目的関数空間上にプロットしたものである。このモデルは、目的関数空間上で ISGA-A と SPEA2 の解析結果が一致した。図 10, 12 は図 9a, b 上の点 P 近傍を拡大して示した図であり、図 11, 13 は点 P 近傍で得られた ISGA-O, ISGA-A の構造形状である。なお、図 11, 13 において実線の太さは最小断面積部材に対する断面積比を表している。

6.　考察

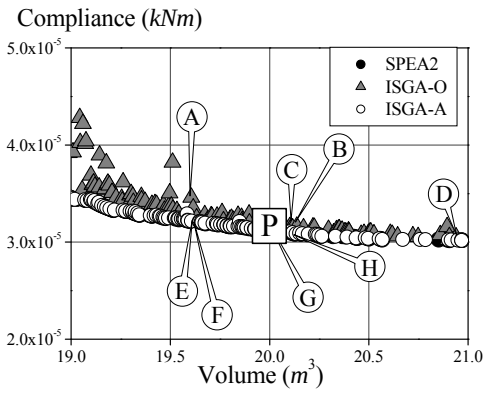
Model-A において、図 5 より ISGA-O は上位個体選択率を厳しく設定(H = 0.01)することでパレート最適フロントへ収束し、H の設定値を大きくするとその近傍の評価の高い個体を含めた解探索を行う。また、Model-A は ISGA-O の収束状況に合わせて世代数を 20 000 としているが、ISGA-A は 10 000 世代以内で収束する。ISGA-O に解の収束を速くする操作を加えることも可能だが、これは解の多様性を失うことにつながる。Model-B において、ISGA-O はパレート最適フロントおよびその近傍の解を捉えている（図 9a, b)。また、図 11a,13a に示す P 点近傍の複数の解を見ると、多様な構造形状が獲得できている。しかし、ISGA-O の解探索において目的関数空間上でパレート最適解が捉えられてない場所が存在する。この部分の各パレート最適解は部材番号が全て同一で

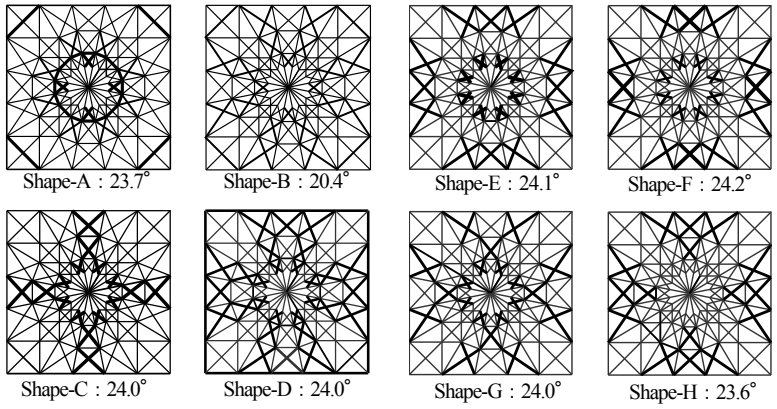




a. ISGA-O による構造形状　　b. ISGA-A による構造形状

図 10　P 点近傍の記憶細胞の個体（正圧）Model-B　　**図 11」　形態創生による構造形状（正圧）**





a. ISGA-O による構造形状　　b. ISGA-A による構造形状

図 12　P 点近傍の記憶細胞の個体（負圧）Model-B　　**図 13　形態創生による構造形状（負圧）**

（最小断面）、屋根勾配の値だけ異なる。つまり、設計変数の多様性がないパレート最適解は設計変数空間での端切り法で削除され、その近傍で設計変数の多様性を維持した解探索が行われていたと判断する。

ISGA-A は Model-A, B 共にパレート最適フロントを探索し、それらの結果は目的関数空間上で SPEA2 の解と一致する。さらに、図 7 から ISGA-A を用いると、SEPA2 に比べパレート最適フロント上で多様な構造形状が得られる。特に Model-A で得られた構造形状 E, F は（図 7b）、ほぼ同じ目的関数値でそれぞれ異なった構造形状を示した。このことから、設計関数空間でのニッチ操作は多様性のある解を探索していると判断する。Model-B に関しても、正圧, 負圧共に多様な構造形状が得られている（図 11b,13b）。しかし、得られた解は断面変化のある部材がある程度限定されており、Model-B はパレート最適フロント上で設計変数の多様性が低いと考える。なお、グループ数を小さく設定した場合、記憶細胞内に極端に評価の低い解を得ることがある。ただし、グループ数 r・上位個体選択率 H を大きく設定することで改善される。

7.　まとめ

本論は ISGA-O, ISGA-A を 3 次元剛接骨組構造・屋根構造の多目的最適化問題に適用することで、2 種類の GA 系解法の特性を把握した。さらに、設計変数空間上で解の多様性を維持し、解法毎に問題の要求内容に応じた解探索が行えることを示した。今後は、得られた 2 種類の GA 系解法の特性を基に、多くの構造形態創生問題に展開していきたい。

参考文献

1) 本間俊雄, 野端憲太：解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生, 日本建築学会構造系論文集, **614**, 35-43, 2007.4
2) 本間俊雄, 堀切秀作：構造形態の多目的最適化問題に対する優良解獲得を目指した遺伝的アルゴリズムと解空間の状況, 構造工学論文集, **54B**, 219-226, 日本学術会議・日本建築学会, 2008.3
3) 堀切秀作, 本間俊雄：優良解探索を考慮した遺伝的アルゴリズムによる鋼構造物の多目的最適化, コロキウム構造形態の解析と創生 2007, 日本建築学会, 39-44, 2007.10
4) 本間俊雄：構造形態創生法における遺伝的アルゴリズムを用いた多様性を有する優良解の探索, 日本機械学会第 21 回計算力学講演会, 2008.11
5) E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele：SPEA2：Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, Technology report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab（TIK）,Swiss Federal Institute of Technology（ETH）, Zurich,2001
6) 日本建築学会：*構造設計規準−許容応力度設計法−*, 日本建築学会, 2005.9

ＧＡを用いたラチスシェル構造物の形態デザイン手法に関する研究

高野勝吉[1)]，大竹美智子[1)]，円酒　昂[2)]，高瀬淑也[3)]，佐々木睦朗[4)]
1)法政大学工学研究科，院生，katsuyoshi.takano.wf@gs-eng.hosei.ac.jp
2)法政大学工学研究科，学部生
3)株式会社石本建築事務所，修士(工学)
4)法政大学工学部建築学科，教授，工博

1. はじめに

近年飛躍的に進化を続ける計算機の発達を背景に、コンピュータによる大容量かつ高速な解析・演算が可能となった。そのため、構造力学を理論的背景とした構造形態創生手法に関する研究が盛んに行われており、連続体構造要素による実設計への応用事例が報告されている。しかし、離散体構造要素で構成される構造物に関して，部材や位相を離散変数として扱い、構造形態創生手法として実設計へ応用された例で報告されているものは少ない。その理由として，離散変数は微分不可能であるため感度解析などの物理量の感度勾配を用いて最適化する手法を用いることが出来ず、組合せ問題を解く手法によって最適化を行う必要がある。しかし，組合せ最適化では変数の爆発的な増加が知られており，単純な二次元平面問題や規模の小さい三次元問題のみを扱うことが限界とであると考えられている。そのため，近年求められる不定形や自由度の高い形態を表現する手法としては発展途上の分野であるといえ，設計でそれらの手法は実用化の見当が付いていないと言えるものが多い。

よって本論では，遺伝的アルゴリズム(以下ＧＡ)による発見的な方法(ヒューリスティックス)により離散変数の最適化問題を扱う。解析手法の妥当性を検証するために、構造物最適化として構造重量最小化問題を行い，次に構造形態デザイン手法への導入としてラチスシェル構造物の節点Ｚ座標を変数とした歪エネルギー最小化問題に取り組む。そして，構造物の形状修正を行うと同時に部材断面を最適化することにより、より合理的かつ経済的に外力に抵抗する形態の探索を行うことで、離散体構造要素による構造物の形態デザイン手法としての可能性を見出している。

2. 形態デザイン手法概要

GA を用いた組み合わせ最適化手法

(1) 問題の記述と適合度評価手法

構造物の目的関数最小化問題を以下で表す。

$$Minimize \quad Object(x, A) \tag{2.1}$$

$$Subject\ to \quad g_i \le 0 \tag{2.2}$$

x :節点配置, A :部材断面積, g_i :制約条件

構造総重量W は式(2.3)で表される。

$$W(x, A) = \sum_i^M l_i A_i \rho_i \tag{2.3}$$

また，歪エネルギーU はそれぞれ式(2.4)で表される総和となる。

$$\begin{cases} U_N = \int_0^l \dfrac{N^2}{2EA} dx \\ U_M = \int_0^l \dfrac{M^2}{2EI} dx \\ U_Q = \int_0^l \dfrac{\kappa Q^2}{2GA} dx \end{cases} \tag{2.4}$$

軸力N、曲げモーメントM、せん弾力Q、ヤング係数E、断面積A、断面二次モーメントI、せん断弾性係数G、形状係数κを表す。

次に、ＧＡにおける適合度関数は次式に表される。

$$fitness = \frac{1}{Object(x, A)} \prod_i \gamma_i \tag{2.5}$$

適合度は、目的関数の逆数とペナルティ関数γ_i の直積によって表現される。なお本論では制約条件として次式に表現される部材応力, 節点変位及び構造総重量を与える。それぞれの制約条件におけるペナルティ項は以下のように示される。

$$\gamma_{\sigma i} \begin{cases} 0 & \dfrac{\sigma_i}{\sigma_{\lim}} > 1 \\ 1 & \dfrac{\sigma_i}{\sigma_{\lim}} \le 1 \end{cases} \quad i = 1, \cdots, N \tag{2.6}$$

$$\gamma_{Wi} \begin{cases} 0 & \dfrac{\sum W_i}{W_{\lim}} > 1 \\ 1 & \dfrac{\sum W_i}{W_{\lim}} \le 1 \end{cases} \quad i = 1, \cdots, M \tag{2.7}$$

応力ペナルティ項$\gamma_{\sigma i}$、重量ペナルティ項γ_{Wi}、i部材応力σ_i、i部材重量W_i、総節点数N、総部材数M、応力制限値$\sigma_{\lim}$、総重量制限値$W_{\lim}$を表す。

節点変位制限値と総重量制限値は任意に設定し、部材応力制限値は許容応力度設計法による式を用いる。i部材の最大応力度$\sigma_{\max i}$は、その部材に生じている軸方向応力が圧縮の場合、軸方向応力度σ_{ci}と曲げモーメントによる応力度σ_{bi}から次式のように求めることができる。

$$\sigma_{\max i} = \sigma_{ci} + \sigma_{bi} \tag{2.8a}$$

許容応力度設計法では以下のように部材に発生する応力度の判定を行う。

部材に軸方向の圧縮力と曲げモーメントが生じる場合

$$\frac{\sigma_c}{f_c} + \frac{{}_c\sigma_b}{f_b} \le 1 \tag{2.8b}$$

圧縮応力度σ_c、圧縮側曲げ応力度${}_c\sigma_b$、許容圧縮応力度f_c、許容曲げ応力度f_bを表す。

部材に軸方向の引張力と曲げモーメントが生じる場合

$$\frac{\sigma_c + {}_t\sigma_b}{f_t} \le 1 \tag{2.8c}$$

引張応力度σ_t、引張側曲げ応力度${}_t\sigma_b$、許容引張応力度f_tを表す。

許容曲げ応力度f_b、許容引張応力度f_t、許容引張応力度f_tを以下に示す。

$$f_b = f_t = \frac{F}{1.5} \tag{2.8d}$$

$$f_c = \begin{cases} \dfrac{1.0 - 0.4\left(\dfrac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}{\dfrac{3}{2} + \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{\lambda}{\Lambda}\right)^2} F & \lambda \le \Lambda \\ \dfrac{0.277}{\left(\dfrac{\lambda}{\Lambda}\right)^2} F & \lambda > \Lambda \end{cases} \tag{2.8e}$$

細長比λ、限界細長比Λ、基準強度Fを表す。

(2) 多層型遺伝的アルゴリズム

通常のGAでは複数のパラメータからなる目的関数の全ての変数に対してコーディングを行う際、一本の染色体としてコーディングを行う。しかし、一度コード化された変数はその性質に関係なく一律の処理が行われる問題がある。自然界における生物を考えてみると生物は複数の染色体を持ち、独自の表現型情報をもっている。だが、異なった種類の情報を持った染色体同士が交叉することはない。GAにもこの概念を適応し、異なった情報を持つ変数をそれぞれ独立した染色体とし、複数の染色体の重ね合せにより個体の構造体（表現型）を表現することのできる多層型遺伝的アルゴリズムが河村らにより提案されている。

本研究では、ラチスシェルの変数として考える断面・節点Z座標それぞれの変数の性質を考慮したGA操作を行うため、この多層型GAを採用する。

図2.1に多層型GAのフローを示す。

図2.1　多層型遺伝的アルゴリズム

(3) NURBS

本論ではスプライン関数の応用である NURBS(Non Uniform Rational B-Spline)により曲面形状を表現している。これにより形状の記述に要するデータ量を軽減することができ、形状最適化時の組み合わせ数を小さくすることができる。

NURBS による表現形式は、区分的有理式としてパラメータ表現するもので、円・円弧・楕円・楕円弧などの円錐曲線や、円柱・楕円柱・球・楕円体などの曲面を近似無しに表現することができる。さらに、制御点と曲線・曲面との関係を拡張して、複数の制御点が重なることを

許して折れ線などの表現も可能になっている。

図 2.2 に NURBS 曲線・NURBS 曲面を示す。

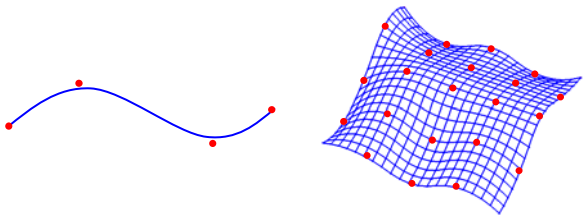


図 2.2　NURBS を用いた曲線・曲面の表現

(4) 遺伝子数削減手法

GA による最適化手法の実用化を目指すにあたり、探索を行う際の変数の据え方（表現型から遺伝子型へのコーディング）に着目することで組み合わせ数の削減することを行う。その手法として、構造物の対称性の考慮と NURBS による節点数の削減に着目する。解析領域はフルモデルの 1/4 において検討する。さらに 1/4 領域内においても対称性を考慮したコーディングを行うことにより、断面の変数を削減している。図 2.3 に対称性の考慮による遺伝子の削減を示す。

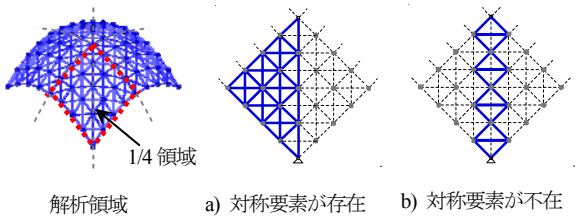


図 2.3　対称性の考慮による遺伝子の削減

表 2.4.1　遺伝子の組み合わせ数の削減

遺伝子		部材断面	節点Ｚ座標
要素数 N	改良前	72	25
	改良後	40	10
遺伝子長さ L	改良前	144	100
	改良後	80	40
組み合わせ数 C	改良前	2.23×10^{43}	1.27×10^{30}
	改良後	1.21×10^{24}	1.10×10^{12}

3. 数値解析概要

本論では、裁断球殻ラチスシェルのＺ座標を変数とする形状最適化による歪みエネルギー最小化問題、また裁断球殻ラチスシェルのＺ座標と部材断面の二つを変数とする歪みエネルギー最小化問題を例題として扱う。荷重条件は実設計に応じた一般的な屋根を想定し、1.5kN/㎡を節点の支配面積に応じて荷重を分配させる。解析に用いる初期個体は隅角部ピン支持の裁断球殻形状モデルにおけるグランドストラクチャーとする。グランドストラクチャーとは、存在する部材及び節点を表す。また、図 3.1 中の点で示すものは、GL+10m までの高さを 15 分割することにより離散変数としたＺ座標を表し、検索領域を示す。図 3.1 に裁断球殻モデルにおけるグランドストラクチャー及び離散化したＺ座標を示す。図 3.2 に荷重条件、表 3.1、表 3.2 に解析条件と GA のパラメータを示す。また、本論の解析に用いる鋼材は SN400 鋼管とし、4 種類の性能諸元を表 3.3 に示す。

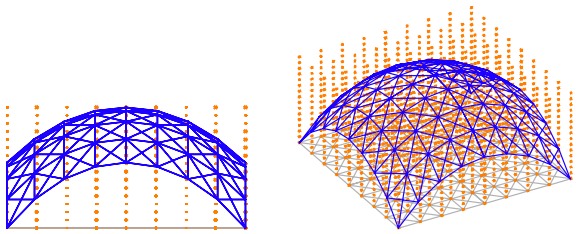


図 3.1　グランドストラクチャー及びＺ座標検索領域

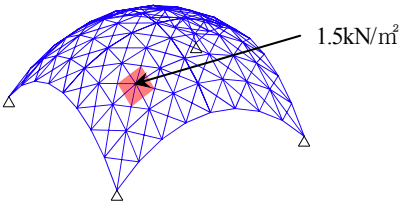


図 3.2　荷重条件

表 3.1　解析概要

形状	矩形平面：20m×20m，ライズ：10m
支点条件	ピン支持
接合条件	剛接合
材料定数	E=2.1×10^{7}，ν =0.3

表 3.2　GA パラメータ

検索集団数	300
エリート集団数	30
交叉率	60～70%
突然変異率	1.0～8.0%

表 3.3　断面性能緒元

No.	ϕ(mm)	t(mm)	I(cm^4)	A(cm^2)	W_0(kg/m)	Z(cm^3)	i(cm)
1	60.5	4.0	28.5	7.10	5.57	9.41	2.00
2	101.6	5.0	177	15.17	11.9	34.9	3.42
3	139.8	6.0	566	25.22	19.8	80.9	4.74
4	190.7	7.0	1710	40.40	31.7	179	6.50

4. 数値解析

4.1 例題 1：歪みエネルギー最小化問題

変数：節点 Z 座標

使用部材：No.4(190.7φ)

例題 1 では NURBS を用いたモデルの総歪みエネルギー最小化問題の検討を行う。図 4.1.1 に総歪みエネルギーの推移、図 4.1.2 に平均応力度の推移、図 4.1.3 に各節点変位の平均の推移を示す。そして、表 4.1.1 で初期個体と最適解の解析値比較を示す。

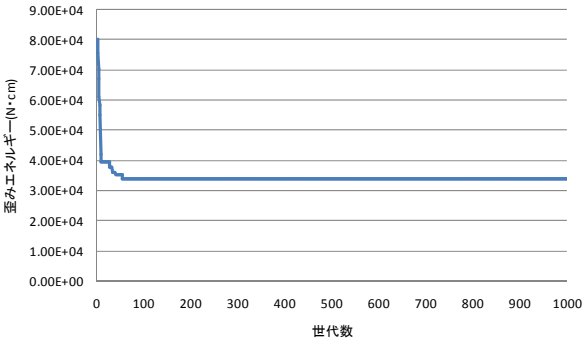


図 4.1.1　総歪みエネルギーの推移

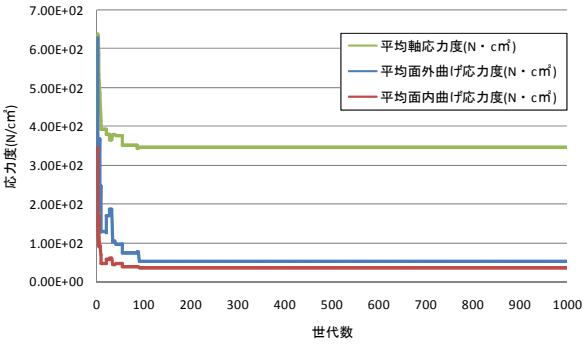


図 4.1.2　平均応力度の推移

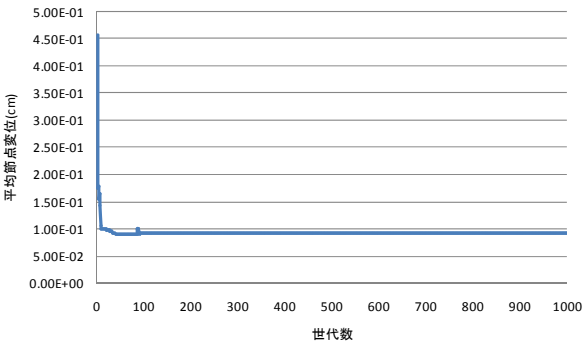


図 4.1.3　平均節点変位の推移

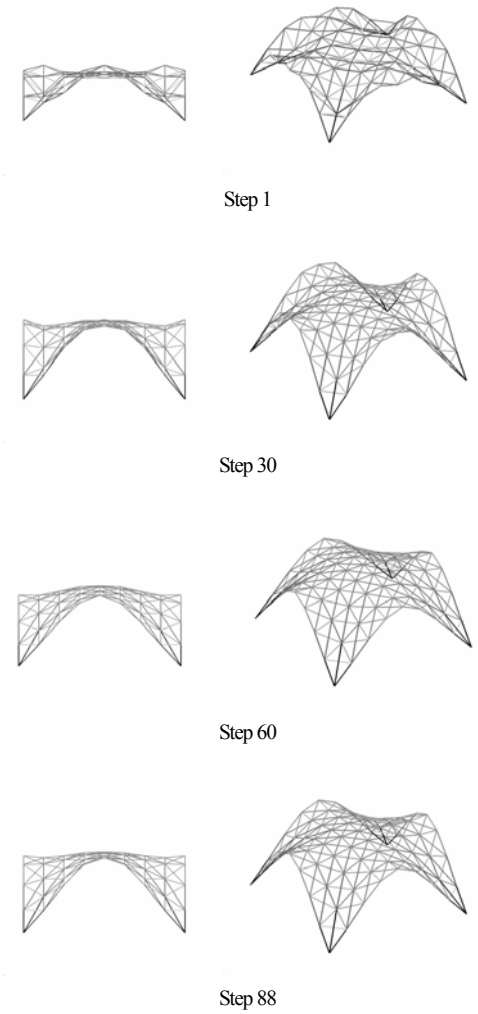


図 4.1.4　形状進化過程

表 4.1.1　初期個体と最適解の解析結果

	初期個体	最適解
歪みエネルギー(N・cm)	8.02E+04	3.38E+04
平均節点変位(cm)	0.46	0.09
部材総重量(kg)	29342	29153

最適化は Step88 で最適解に収束した。その過程を図 4.1.4 に示す。図 4.1.1、図 4.1.2、図 4.1.3 から歪みエネルギーが減少すると共に応力度、変位が減少していることが読み取れる。形状は図 4.1.4 に示すように、自由端部と対角に位置する支持点とシェル頂部結んだ形状がカテナリーを構成していることがわかる。対角軸上で谷を形成し構造物全体の剛性を高くし、合理的に外力を支持点へと流すような形状となっている。また、最適解では自由端部が反り上がる形状となっているが、これは自由端部に発生する曲げ応力を軽減させるためと考えられる。

4.2　例題２：歪みエネルギー最小化問題

変数：節点Ｚ座標、部材断面

初期個体使用部材：No.2(101.6φ)

例題２では節点Ｚ座標と部材断面の２変数同時最適化を行う。別次元の変数を扱う最適化の手法としては、最初の 300step で形状最適化を行い、次の 600step で断面最適化を行う。これを１ターンとし、４ターン計 3600step の解析を行う。図 4.2.1 に総歪みエネルギーの推移、図 4.2.2 に平均応力度の推移、図 4.2.3 に各節点変位の平均の推移を示す。そして図 4.2.4 で最適解における部材配置を示し、表 4.2.1 で初期個体と最適解の解析値比較を示す。

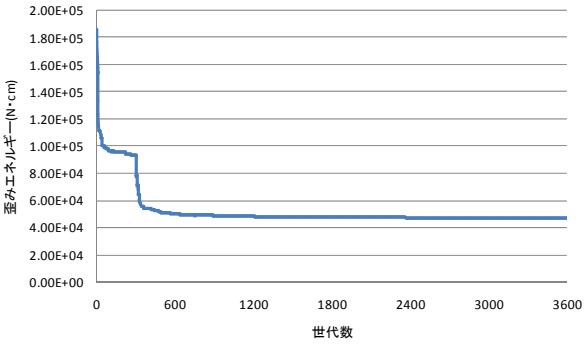


図 4.2.1　総歪みエネルギーの推移

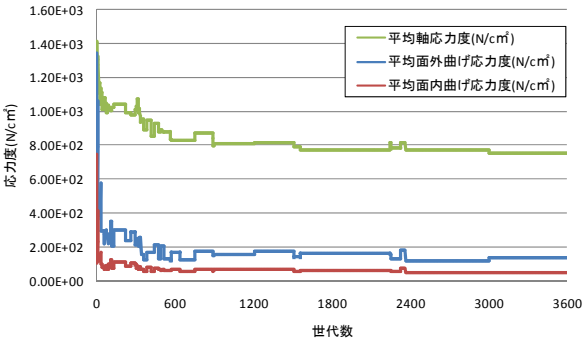


図 4.2.2　平均応力度の推移

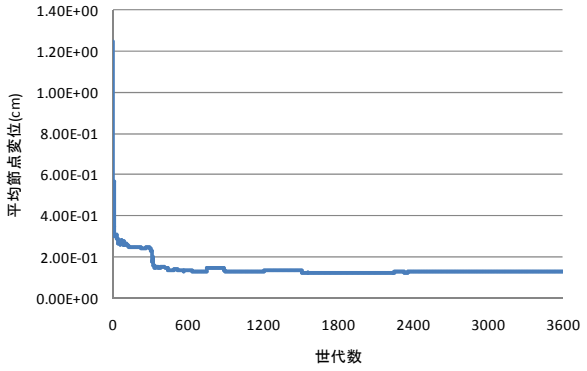


図 4.2.3　平均節点変位の推移

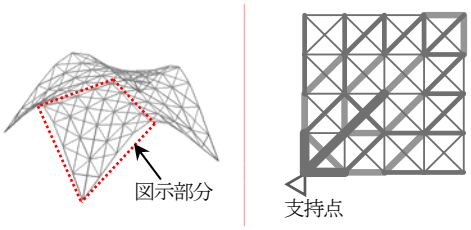


図 4.2.4　最適解における部材配置

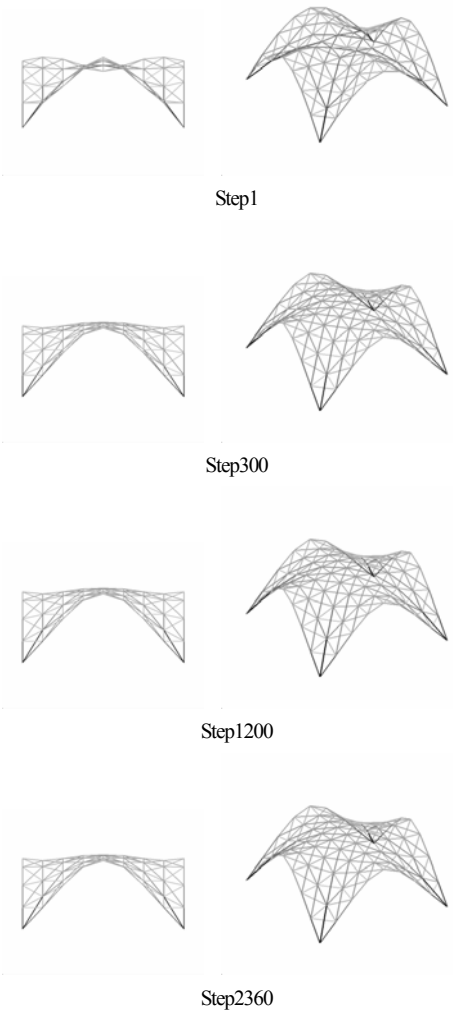


図 4.2.5　形状進化過程

表 4.2.1　初期個体と最適解の解析結果

	初期個体	最適解
歪みエネルギー(N・cm)	1.86E+05	4.71E+04
平均節点変位(cm)	1.25	0.13
部材総重量(kg)	18327	10938

歪みエネルギーの変化から見て形状最適化は 2360step で最適解に収束した。その過程を図 4.1.5 に示す。例題１同様、図 4.2.1・図 4.2.2・図 4.2.3 から歪みエネルギーが減少すると共に応力度、変位が減少していることが読み

取れる。しかし、部材の変化により 3000step で平均応力度に若干の変化が見られる。形状は例題 1 とほぼ同様のものとなり、部材配置は頂部から支持点を結んだ対角軸方向の部材は圧縮軸力に耐えるため太い部材の配置となり、対角軸方向に直角となる部材はシェル縁部を持ち上げるための引張材となるため細い部材の配置となった。また、１回目の形状最適化と断面最適化のターンで急激に歪みエネルギーを下げ、それ以降急激な変化が見られないことから、２回目のターン以降では断面の変化による形状の最適化が行われていると考えられる。

5. 結

本論では GA を用いた構造最適化問題について、単純なモデルによって検討を行い、目的関数と制約条件に即した結果を得ることができた。例題 1 では、歪みエネルギー最小化問題に対して HP シェルの合理的な形態を得られたことを示した。例題 2 では、例題 1 の結果を基に部材断面とＺ座標の２変数の最適化が妥当な結果であることを示した。また今後の課題として、GA の利点を活かし、設計者の意図を表現する形状に対する目的関数や制約条件を設定した際の形態創生の検討があげられる。

6. 付録

NURBS を用いない解法での解析結果を示し、NURBS を用いた解法との最適解の比較を行う。なお、解析を行うモデルは例題 1 と同様の形状及び解析条件とする。図 6.1 に歪みエネルギーの比較、図 6.2 に平均面外曲げ応力の比較、図 6.3 に NURBS 未使用での最適解と進化途中での解を示す。

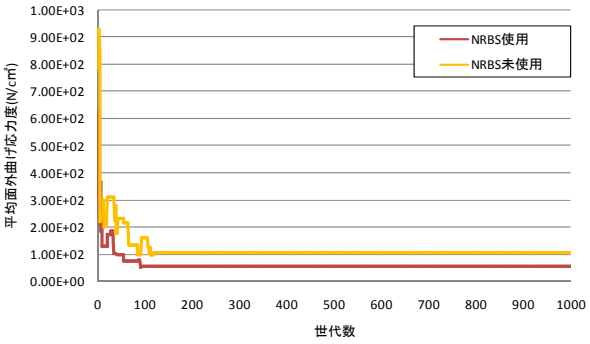


図 6.1　平均面外曲げ応力の比較

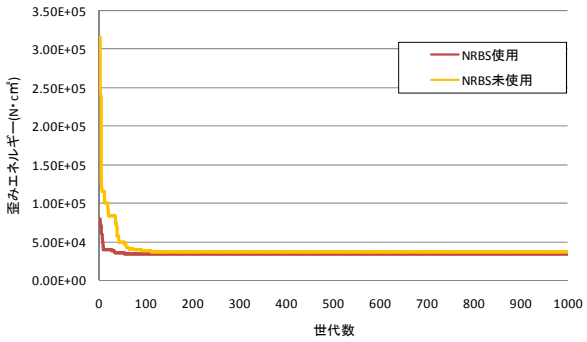


図 6.2　歪みエネルギーの比較

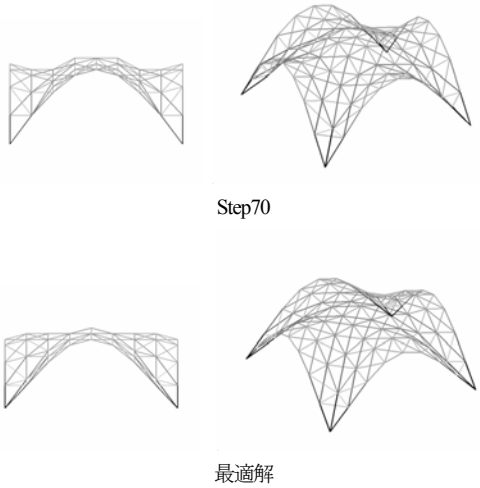


図 6.3　NURBS 未使用での進化

両モデル共にシェル頂部と自由端部のライズを上げることにより軸力抵抗型の形状へと進化していることがわかる。しかし、NURBS を用いないモデルでは一時はシェル頂部が最高高さまで上がりきるものの、うまく曲面形状を構成することができず、ライズを下げて収束した。これは、10m を 15 分割という粗い離散化を行ったせいで滑らかな曲面を作り出すことができないためである。その結果、NURBS を用いないモデルでは自由端部の曲げ応力をうまく軽減することができていないと考えられる。図 6.1 に平均面外曲げ応力の比較を示す。また、図 6.2 から読み取れるように、組み合わせ数の軽減から、若干ではあるが NURBS を用いたモデルのほうが早く収束していることがわかる。

以上の結果から、粗い離散化でも滑らかな曲面形状を作り出せ、組み合わせ数も大幅に削減できる NURBS を用いることは GA を用いた形態創生において有効であると言える。

自由曲面シェル構造の形態創生手法への構造安定性評価の導入

○藤田 慎之輔[1)]，大森 博司[2)]，木村 俊明[3)]
1)京都大学大学院工学研究科建築学専攻大学院生
2)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，教授，工博
3)佐々木睦朗構造計画研究所，工修

1　序論

シェル構造は，建物の形状と構造の実体が合致しており，また，直感的に把握し難い複雑な力学挙動を示す。そのため，自由曲面構造物の形状決定の際に最適化手法を用いる意義は非常に大きい。ひずみエネルギーを指標とした構造形態創生手法は，高い剛性を有する曲面形状を創生し，力学的合理性を持った建物の実現に貢献してきた。

しかし，シェル構造は面内力が面外力に対し卓越するため，いかに高い剛性を有しようとも圧縮力により座屈する可能性を否定できない。この問題に対し，高い安定性を有する構造物の創生を目指した研究も前述の構造形態創生手法の発展の片側で大きく進歩してきている。

もし，高い剛性を有する曲面形状の創生を可能とした構造形態創生手法に，構造安定性に関する考察が加えられたとしたら，自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の信頼性をさらに高めることができるものと考えられる。

一般に，シェル構造の弾性座屈荷重は，形状初期不整の存在により理論値から大きく低下することがある。本研究では，剛性を高めた形状の座屈不安定性に関する検証を行うとともに，剛性に加えて施工誤差などに起因する形状初期不整による座屈荷重の低下を最適化段階で評価することを狙い，不整感度と力学的合理性の双方を勘案した自由曲面シェル構造の形態創生手法を提案する。

2　NURBS

本研究では，NURBS(非一様有理Bスプライン Non-Uniform Rational B-Spline)により曲面形状を表現する。これにより形状表現の高自由度性を維持しながら，形状の記述に要するデータ量を抑制できるため，曲面を離散化して節点座標をすべて未知量とする場合に大幅な未知量の低減が図れる。ここでは，NURBSの制御点と有限要素の節点との関係について整理しておく。

曲面上の位置を定める2つのパラメータをs，tとする。NURBSの制御点を1本のs曲線およびt曲線上にそれぞれI個，J個配置し，全体として$N = I \times J$個配置する。今，パラメトリック平面$s-t$上にn個の節点を配置する。節点座標ベクトルを次のようにおく。

$$\boldsymbol{r}_x = [x(s_1,t_1)\cdots x(s_n,t_n)]^\top \tag{1}$$

$\boldsymbol{r}_y$，$\boldsymbol{r}_z$も同様である。さらに，制御点座標ベクトルを次のようにおく。

$$\boldsymbol{q}_x = [p_{x11}\cdots p_{x1J}\cdots p_{xI1}\cdots p_{xIJ}]^\top \tag{2}$$

$\boldsymbol{q}_y$，$\boldsymbol{q}_z$も同様である。このとき，節点座標と制御点座標の関係式は次のように書ける。

$$\boldsymbol{r}_x = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_x, \quad \boldsymbol{r}_y = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_y \quad \boldsymbol{r}_z = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_z \tag{3}$$

ただし，$\tilde{\boldsymbol{B}} \in R^{n\times N}$は第$k$行目の行ベクトル$\tilde{\boldsymbol{B}}$が

$$\tilde{\boldsymbol{B}} = \frac{[B_{1,k}(s_k)B_{1,L}(t_k)w_{11}\cdots B_{I,K}(s_k)B_{J,L}(t_k)w_{IJ}]}{\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} B_{i,K}(s_k)B_{j,L}(t_k)w_{ij}}$$

であるような係数マトリクスである。ここで，KはBスプラインの階数(滑らかさ)を表し，w_{ij}は制御点の重み(寄与率)を表し，本研究では簡単のため全制御点で1としている。

以上より，節点位置ベクトル$\boldsymbol{r} = [\boldsymbol{r}_x^\top\ \boldsymbol{r}_y^\top\ \boldsymbol{r}_z^\top]^\top$と制御点位置ベクトル$\boldsymbol{q} = [\boldsymbol{q}_x^\top\ \boldsymbol{q}_y^\top\ \boldsymbol{q}_z^\top]^\top$の関係式は次のように書ける。

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{q}, \quad \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{B}} & & \boldsymbol{0} \\ & \tilde{\boldsymbol{B}} & \\ \boldsymbol{0} & & \tilde{\boldsymbol{B}} \end{bmatrix} \tag{4}$$

3 ひずみエネルギー極小化曲面の座屈不安定性状

3.1 解析概要

本節では，外力として自重と積雪荷重を想定し，座屈不安定性を検証する対象構造物として想定外力において高い剛性を有する曲面構造を採用する。高い剛性を有する曲面構造物の創生にあたり，不動点の数をm，設計変数をNURBSの制御点座標$\boldsymbol{q}$として，ひずみエネルギー極小化を目的とする単一目的最適化問題を定式化する。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^{\top}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{K}_L(\boldsymbol{q})\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}) \\ &\text{subject to} \quad \bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q} = \Delta\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{5}$$

ここに，$\boldsymbol{d} \in R^{6n}$は節点変位ベクトル，$\boldsymbol{K}_L \in R^{6n\times 6n}$は全体線形弾性剛性マトリクス，$\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{m\times 3N}$は不動点の座標拘束方向に関する行のみを$\boldsymbol{B}$から抽出したマトリクスを表す。

続いて，式(5)の制約条件式

$$\bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q} = \boldsymbol{0} \tag{6}$$

を満たすような$\Delta\boldsymbol{q}$を求める。$\bar{\boldsymbol{B}}$は一般に正方行列ではないため，一般逆行列[1)]を用いて連立方程式(6)を解かなければならない。$\bar{\boldsymbol{B}}$の逆行列を$\bar{\boldsymbol{B}}^{-} \in R^{3N\times m}$と表す。連立方程式(6)の解は必ず1個は存在し，$\boldsymbol{\phi} \in R^{3N}$を任意のベクトルとして次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &\Delta\boldsymbol{q} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{\phi} \\ &\text{ただし,} \quad \boldsymbol{G} = \boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{B}}^{-}\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{3N\times 3N} \end{aligned} \tag{7}$$

式(7)より，式(5)で定式化される制約付き単一目的最適化問題は，次式のような設計変数を制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}$とする無制約単一目的最適化問題に帰着される。

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{\phi}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^{\top}(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{K}_L(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\phi}) \tag{8}$$

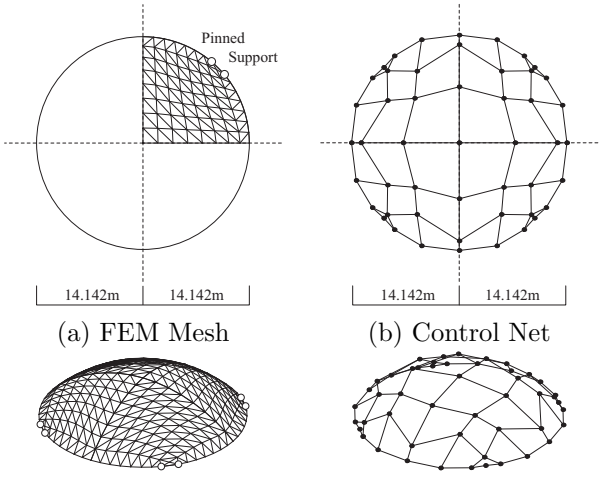
本節では，まず単一目的最適化問題(8)を準ニュートン法[2)]を用いて解き，原曲面及び最適解曲面を含む各ステップにおいて得られた全ての構造物について幾何学的非線形解析を行い，ひずみエネルギー極小化に伴う座屈荷重の変動を調査する。

続いて，得られた構造物に対して形状初期不整(以下，不整と略記)の座屈荷重に対する影響を調べるため，不整感度解析を行う。ケーススタディとして本研究では，不整に座屈モードに比例する形状の不整モードを採用する。座屈モードは線形座屈モードを採用し，ノルムを1に正規化した線形座屈モードに不整振幅iを乗じたものを不整モードとする。不整モードとして使用する線形座屈モードの次数は1次と2次，不整振幅はi=±0.01, ± 0.05, ± 0.10とした計12ケースについて不整感度解析を行う。

3.2 数値解析例

3.2.1 検証対象モデルの構造形態創生

本節では検証対象となる曲面の構造形態創生を行う。本研究で対象とするモデルは，半径14.142mの円形平面を有し，点支持された曲率半径20mの球形シェルとする(図1)。ひずみエネルギー極小化曲面を創生するにあたり，制御点は全部で49個配置し，有限要素は三角形平面シェル要素を用いる。面内変形要素には定ひずみ三角形要素を，面外変形要素にはZienkiewicsらの非適合三角形平面シェル要素採用する。(8)式の評価にあたり，対称性を考慮して1/4 の部分を解析対象とし，要素分割は127要素とする。外力は自重として単位体積重量24kN/m^{3}を，積雪荷重として1kN/m^{2}を作用させる。ヤング率を21GPa，ポアソン比を0.17とする。シェル厚は一様に0.1mとする。形状修正時に座標拘束を受ける不動点を支持点とシェル頂点とする。 図2に代表的なステップにおけるシェル形状を，図3(a)にひずみエネルギーの推移を，図3(b)に最大主応力の推移を示す。図3(a)は横軸に解析ステップ数，縦軸にひずみエネルギーを，図3(b)は横軸に解析ステップ数，左側の縦軸に最大主応力(最大引張膜応力，最大圧縮膜応力，最大曲げ応力)，右側の縦軸に最大鉛直変位をとっている。

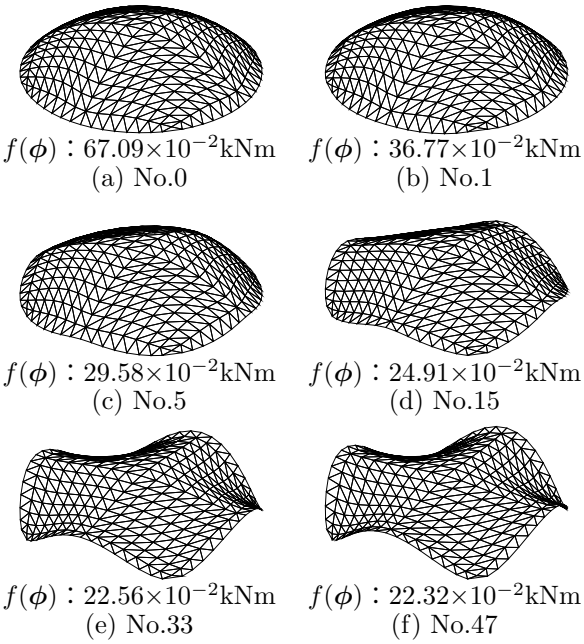


(a) FEM Mesh (b) Control Net

(c) Initial Shape (d) Control Net

図1 検証対象モデル

最適化が進むにつれ，自由端部のライズがカテナリー状に上昇し，軸力抵抗型の構造形態となっていることが確認できる。本研究では各解析ステップにより得られた構造物を順にNo.0(原曲面)，No.1，⋯，No.47(最適解曲面)と番号付けし，これらを次節において座屈不安定性の検証対象とする。

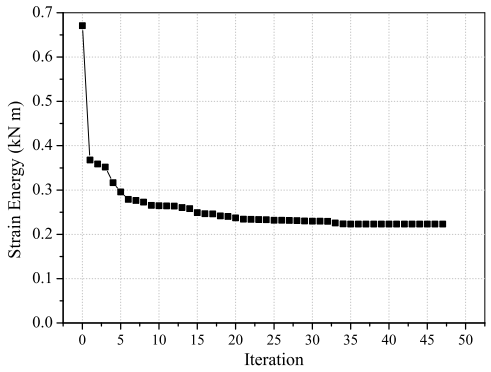


$f(\phi)$：67.09×10^{-2}kNm (a) No.0　$f(\phi)$：36.77×10^{-2}kNm (b) No.1

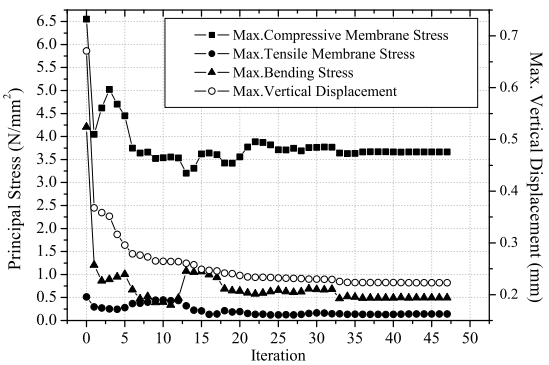
$f(\phi)$：29.58×10^{-2}kNm (c) No.5　$f(\phi)$：24.91×10^{-2}kNm (d) No.15

$f(\phi)$：22.56×10^{-2}kNm (e) No.33　$f(\phi)$：22.32×10^{-2}kNm (f) No.47

図2　代表的なステップにおけるシェル形状



(a) ひずみエネルギーの推移



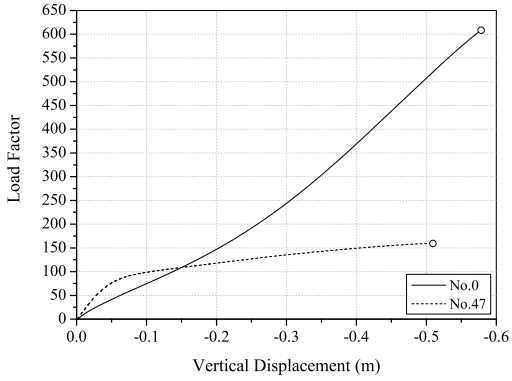
(b) 最大主応力および最大鉛直変位の推移

図3　各種力学量の推移

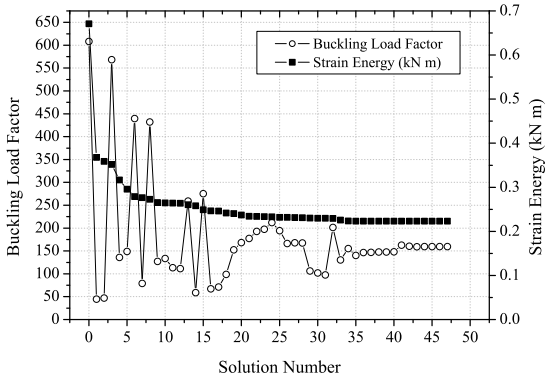
3.2.2　平衡経路の追跡

まず，前節の各解析ステップで得られたNo.0〜No.47の48の構造物すべてに対し幾何学的非線形解析を行い平衡経路を追跡した結果を以下に示す。図4(a)には，縦軸に節点変位を，横軸に荷重係数をとり，No.0(原曲面)とNo.47(最適解曲面)のシェル頂部における荷重変位曲線を示す。図中○で示された非線形座屈荷重係数は接線剛性行列の最小固有値が最初に負に転じた時点で，最小固有値が0となる点を求めたものである。図4(b)には，横軸に構造物の番号を，左側の縦軸に非線形座屈荷重係数を，右側の縦軸にひずみエネルギーをとり，各構造物の非線形座屈荷重係数を○で，比較の対象として図3(a)のひずみエネルギーの推移(座屈荷重時の値ではない)を ■ で合わせて示す。

図4(a)を見るとNo.47(最適解曲面)の方が初期接線剛性は高い。しかしながら，荷重係数の増加とともに接線剛性が低下していき，最終的にNo.47の方がNo.0よりも早期に座屈点に達していることがわかる。図4(b)を見ると，No.0において608.4であった非線形座屈荷重係数は，No.47では159.5にまで減少しており，ひずみエネルギーを極小化すると非線形座屈荷重は低下する傾向にあると言える。



(a) 荷重変位曲線



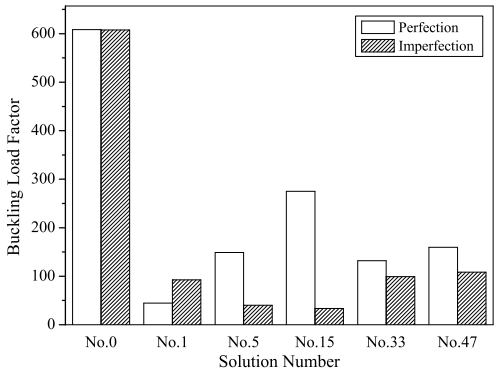
(b) 座屈荷重係数の推移

図4　平衡経路の追跡結果

3.2.3 不整感度解析

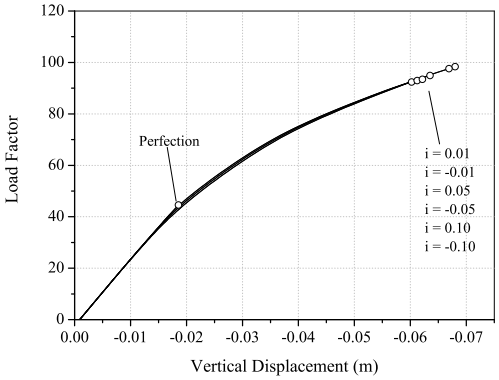
代表的なステップ(No.0, No.1, No.5, No.15, No.33, No.47)における構造物に対し不整感度解析を行った結果を示す。図6および図7にそれぞれNo.1, No.47における解析結果を示す。図の(a)に1次の不整モードを与えたときのシェル頂部における荷重変位曲線を示す。横軸に節点変位を，縦軸に荷重係数をとっている。図の(b)に1次の不整モードを与えたときの非線形座屈荷重係数と不整振幅との関係を示す。横軸に不整振幅を，縦軸に非線形座屈荷重係数をとっている。

図5に，完全系および不完全系の座屈荷重係数を示す。横軸に構造物の番号を，縦軸に座屈荷重係数をとっている。Perfectionは完全系の座屈荷重係数，Imperfectionは12ケースある不完全系の座屈荷重係数のうち最小の値を示す。図7を見ると，No.47の構造系は不整振幅の絶対値の増加とともに座屈荷重係数が低下しており，不安定対称分岐点を有しているため，最適解曲面は不整に対し敏感であるといえる。一方図6を見ると，No.1の構造系は安定対称分岐点を有しており，不整は問題にならない。図5を見ると，No.5，No.15，No33，No.47の構造物が不整に敏感であることがわかる。ひずみエネルギーを極小化することで必ずしも形状初期不整に対して敏感となるわけではないが，No.15においては不整によって完全系の約12%まで座屈荷重係数が低下しており，ひずみエネルギーを極小化した曲面は不整により著しい座屈荷重の低下を招く恐れがあるため，本例題と同様の条件で構造形態創生を行った場合，このような座屈不安定現象に対する検証を行う必要がある。

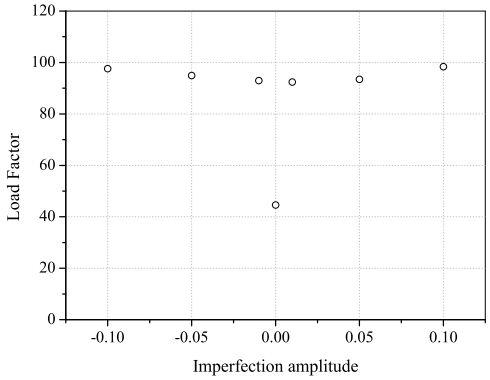


	No.0	No.1	No.5	No.15	No.33	No.47
Perfection	608	44.6	149	275	132	160
Imperfection	608	92.8	40.3	33.5	99.2	110

図5　完全系と不完全系の座屈荷重係数の比較

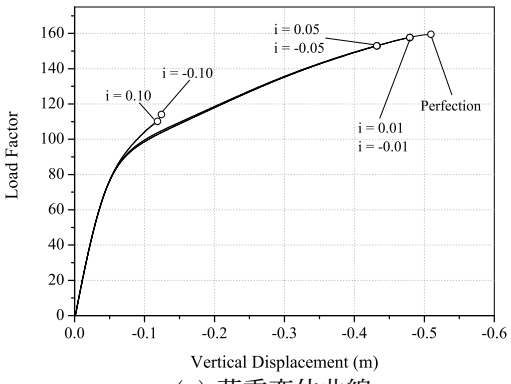


(a) 荷重変位曲線

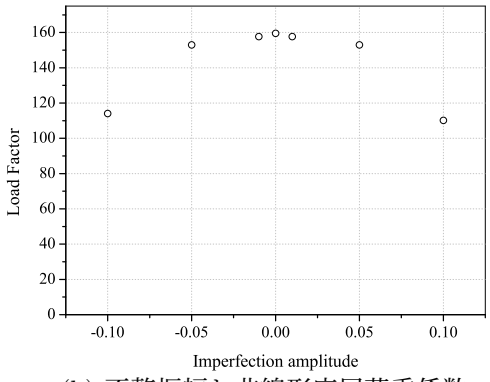


(b) 不整振幅と非線形座屈荷重係数

図6　不整感度解析の結果(No.1)



(a) 荷重変位曲線



(b) 不整振幅と非線形座屈荷重係数

図7　不整感度解析の結果(No.47)

4 剛性と座屈不安定性を勘案した自由曲面シェル構造の形態創生

4.1 座屈不安定性の評価

剛性および座屈不安定性を勘案した自由曲面シェル構造の形態創生手法を提案にあたり，座屈不安定性を評価する指標として不整による弾性座屈荷重の下限値の推定法であるRS法より，RS座屈荷重を採用する。RS座屈荷重係数は文献[3]より，エネルギー商で表される次式を採用する。

$$\lambda_i^* = \lambda_i^c \frac{\psi_i^\top \boldsymbol{K}_L^* \psi_i}{\psi_i^\top \boldsymbol{K}_L \psi_i} \tag{9}$$

ここに，λ_i^*はi次の線形座屈荷重係数を，ψ_iはi次の線形座屈モードを表し，$\boldsymbol{K}_L$は弾性線形剛性マトリクスを，$\boldsymbol{K}_L^*$は$\boldsymbol{K}_L$の面内剛性成分を零に置き換えたマトリクスである。また，$\frac{\psi_i^\top \boldsymbol{K}_L \psi_i}{\psi_i^\top \boldsymbol{K}_L \psi_i}$は不整による座屈荷重の低減係数を表し，ノックダウンファクタと呼ばれる。

4.2 解析概要

前節までの解析結果から，ひずみエネルギーを極小化した曲面形状における座屈不安定現象に対する問題を受けて，本節では，高い剛性を有し，かつ構造的に安定な曲面形状を導くために，剛性と座屈不安定性を勘案した自由曲面シェル構造の形態創生手法を提案する。本節で提案する手法は，ひずみエネルギーの最小化とRS座屈荷重係数の最大化を目標とした同時多目的最適化問題を解くものである。本問題は式(8)同様，設計変数をNURBSの制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}$として，次のように定式化される。

$$\text{minimize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\phi}) \begin{cases} f_1(\boldsymbol{\phi}) = \dfrac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{K}_L(\boldsymbol{\phi})\boldsymbol{d}(\boldsymbol{\phi}) \\ f_2(\boldsymbol{\phi}) = -\lambda_{\min}^*(\boldsymbol{\phi}) \end{cases} \tag{10}$$

$\lambda_{\min}^*$は構造体の有する最小のRS座屈荷重係数を表す。本研究では，1次と2次のRS座屈荷重係数のうち小さいほうを$\lambda_{\min}^*$としている。本問題の解法には，多目的遺伝的アルゴリズム(SPEA2)[4]を用いる。

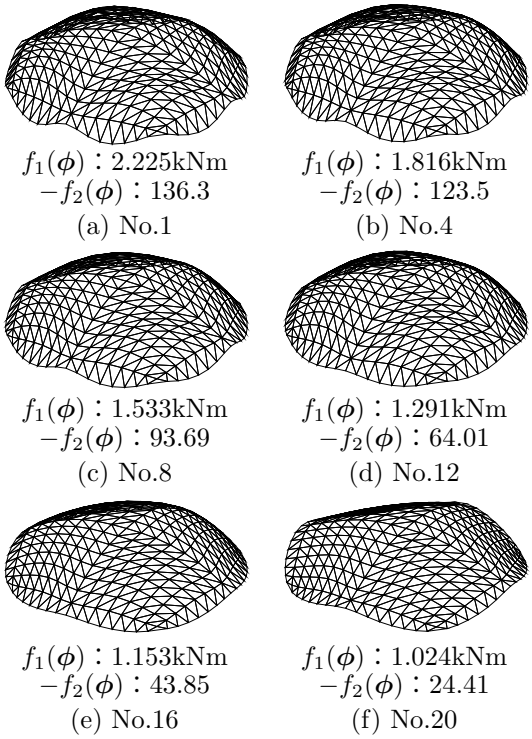
続いて，得られた構造物に対して不整感度解析を行うことで，RS座屈荷重係数を目的関数としたことの妥当性を検証する。

4.3 数値解析例

解析モデルおよび荷重条件，制約条件はすべて2節と同様であるが，座屈不安定現象の非対称性を考慮し，フルモデル解析を行う。以下に，探索母集団個体数を80，アーカイブ母集団数20，世代数1000とした場合の結果を示す。なお，交叉確率は簡易型交叉のため設定せず，突然変位確率は0.01としている。代表的な非劣解(解曲面)のシェル形状を図8に示す。なお，非劣解の番号はRS座屈荷重係数の大きいものから，すなわちひずみエネルギーの大きいものから順に若くなっている。非劣解群の目的関数空間での存在位置を図9に示す。横軸はひずみエネルギーを，縦軸はRS座屈荷重係数$\lambda_{\min}^*$の逆数を表す。図10に横軸に非劣解の番号を，左側の縦軸に最大主応力(最大引張膜応力，最大圧縮膜応力，最大曲げ応力)を，右側の縦軸に最大鉛直変位をとり，非劣解群の各種力学量を示す。図11(a)には，幾何学的非線形解析により得られた各非劣解の非線形座屈荷重係数を，目的関数の値と合わせて示す。横軸は非劣解の番号を，左側の縦軸は荷重係数，右側の縦軸はひずみエネルギーの値を表す。図11(b)には，幾何学的非線形解析により得られた完全系の座屈荷重係数，不整感度解析により得られた不完全系の座屈荷重係数，ならびに目的関数であるRS座屈荷重係数の値を示す。

図9を見ると，ひずみエネルギーとRS座屈荷重係数との間にはトレード・オフの関係があることが確認できる。図10を見ると，ひずみエネルギーが極小化された非劣解は軸力抵抗型の力学的メカニズムを形成しているのに対し，RS座屈荷重係数が極大化された非劣解は曲げ応力が大きくなっていることがわかる。図8の形状図を見ても，RS座屈荷重係数の極大化に伴って曲げ応力を発生させるように曲面形状が形成されていることがわかる。図11(a)を見ると，非線形座屈荷重係数とRS座屈荷重係数との間に相関関係は見られない。非劣解群の中でNo.10に非線形座屈荷重係数とRS座屈荷重係数との間に大きな差異が見られ，最も不整に敏感であるものと予想される。図11(b)を見ると，No.10において，不完全系の非線形座屈荷重係数が完全系の非線形座屈荷重係数を大きく下回っており，RS座屈荷重係数の有効性を示す結果となっている。その他の非劣解群の値を見ると，ひずみエネルギーが小さくなるにつれ，つまり，変位が抑えられるにつれて，RS座屈荷重係数は不完全系の非線形座屈荷重係数と良い近似を見せる傾向にある。しかしながら，No.1やNo.4のように，ひずみエネルギーが大きい，つまり，変位が比較的大きい構造物に対しては，RS座屈荷重係数は不完全系の

非線形座屈荷重係数よりも大きく下回り，過度に安全側の値となった。



$f_1(\phi)$：2.225kNm
$-f_2(\phi)$：136.3
(a) No.1

$f_1(\phi)$：1.816kNm
$-f_2(\phi)$：123.5
(b) No.4

$f_1(\phi)$：1.533kNm
$-f_2(\phi)$：93.69
(c) No.8

$f_1(\phi)$：1.291kNm
$-f_2(\phi)$：64.01
(d) No.12

$f_1(\phi)$：1.153kNm
$-f_2(\phi)$：43.85
(e) No.16

$f_1(\phi)$：1.024kNm
$-f_2(\phi)$：24.41
(f) No.20

図8　非劣解におけるシェル形状

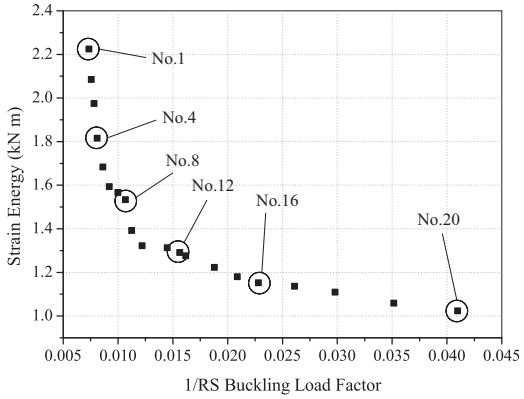


図9　非劣解群の存在位置

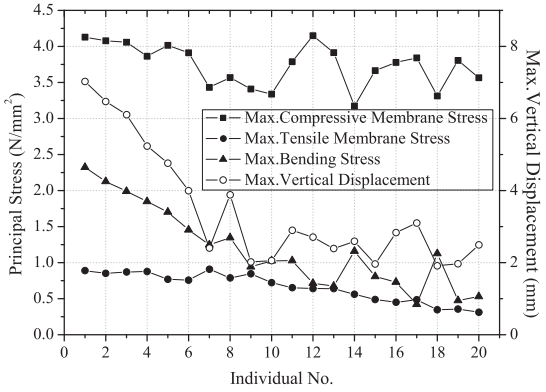
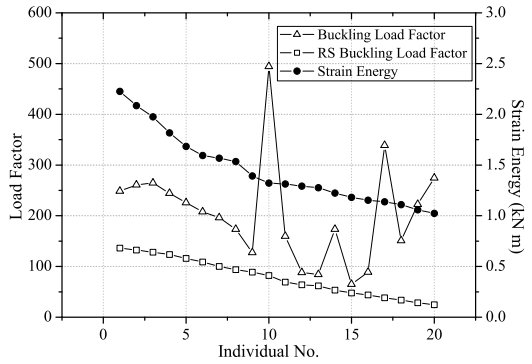
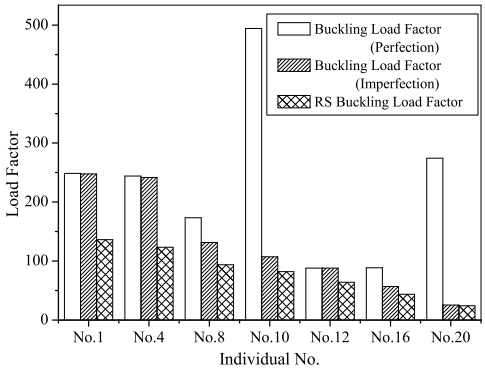


図10　非劣解群の各種力学量



(a) 目的関数と非線形座屈荷重係数



(b) RS座屈荷重係数の精度比較

図11　平行経路の追跡および不整感度解析の結果

5　結論

本論文の解析モデルに対し，ひずみエネルギーを極小化すると，弾性座屈荷重は低下する傾向にあり，また，不整に敏感となるものもいくつか存在することが確認された。そこで，自由曲面シェル構造の形態創生手法への構造安定性評価の導入を試みた。具体的には，目的関数にRS座屈荷重係数を採用し，不整に対しロバストな曲面形状の構造形態創生手法を提案した。RS座屈荷重係数は線形座屈解析より得られる値をもとに算出するものであるため，座屈前変形の大きい構造物に対しては精度が落ちるものの，危険側に値が出ることはなかった。ひずみエネルギーとRS座屈荷重係数との間にはトレード・オフの関係があり，剛性と座屈不安定性の双方を勘案した構造形態創生手法として本手法が有効であることが確認された。

参考文献

1）半谷裕彦，川口健一：形態解析 ―一般逆行列とその応用―，培風館，1991
2）Jasbir S. Arora:Introduction to Optimum Design，Second Edition，Elsevier, 2004
3）山田聖志，竹内明子，多田敬幸，堤和敏：汎用構造解析コードによるRS解析法と単層ラチスドームの座屈問題への適用，日本建築学会構造系論文報告集，No.526，pp. 85 - 92，1999
4）坂和正敏，田中雅博：遺伝的アルゴリズム，朝倉書店，1995

バケットベース要素生成手法を利用した 3D 拡張 ESO 法による構造形態創生

足立徹郎 [1)]，大澤元嗣 [2)]，本多宏己 [3)]，佐々木睦朗 [4)]
1)法政大学大学院工学研究科，院生，tetsuro.adachi.xc@gs-eng.hosei.ac.jp
2) 法政大学大学院工学研究科，院生
3) 法政大学工学部建築学科，学部生
4)法政大学工学部建築学科，教授，工博

1 はじめに

近年、計算機環境、解析技術、施工技術が飛躍的に発達したことで、構造形態創生に関する研究が盛んに行われるようになった。これまで不可能であった複雑な構造物でさえも現在では解析可能であり、建築家の自由な発想から生まれる形態を実現のものにしたいという意匠的な要求に対して、構造的な観点から何らかの形態への提示が望まれるようになった。そこで、最適な構造物の形態を創りだすという構造形態創生という考え方が生まれた。構造形態創生手法は様々なものがあり、その一つに ESO 法がある。ESO 法は Xie 等によって提案された手法で、有限要素法より求まる各要素の基準量を用いて、不要な部分を少しずつ取り除き、全応力状態に近づけていこうというものである。これを基に拡張 ESO 法が名古屋大学の構造基礎講座により開発された。拡張 ESO 法は、ESO 法の削除された部分を復活できないという問題点、削除・付加を繰り返すことにより初めて到達できる形状がある場合、それを求めることができないという問題点を解決するため、「等値面の導入」、「近傍領域の導入による双方向進化」というアイディアを提案し、最適形状を導くことを可能とした。

しかし、従来の３Ｄ拡張ＥＳＯ法で得られた形状は、断面がかなり太い。よりスリムな形状を実現できれば、さらに美しい形状が得られると思われる。そこで本研究では分割要素の密度を調整できるバケットベース要素生成手法を取り入れている。本手法では分割の細かい部分と粗い部分をつくることができるという利点がある。ある解析対象に対して、要素の密度が一定の要素群を作るのではなく、領域ごとに分割要素の密度を変化させることで、支持点・荷重点など構造体が必ず通る箇所は細かい分割を、構造部材が通る可能性が低い箇所は粗い分割を、といった要素分割を調整することが可能である。これにより限られたパソコンの性能の中で効率的な要素分割を行うことにより、従来得ることができなかったよりシャープな形状を得ることを目指している。

また、昨年からの研究により、設計領域の形状設定に NURBS 立体を用いることで、従来の 3D 拡張 ESO 法では設計領域が矩形に限定されているという制限を突破することができた。本研究で用いているバケット要素生成手法を用いた ESO 法は、従来の ESO 法で用いられている格子グリッドをもとにした要素分割の考え方と近い手法をとっている。そのため、本研究においても NURBS を用いることが可能であると考えられる。これらの手法を組み合わせて使うことにより、設計者の意図をより多く反映し、従来得られなかったよりシャープで美しい形状を導くことを目的としている。

2 構造形態創生法の概要

2.1 von Mises 応力

応力を進化の基準とする場合、扱う応力として von Mises 応力が考えられる。von Mises 応力とはミーゼスによって 1913 年に発表されたミーゼスの降伏条件のことで、数々の応力が作用した時、それらのいかなる組み合わせにおいて降伏を生ずるかという条件を与えるものである。今回、基準量として von Mises 応力を用いる。三次元問題における von Mises 応力 σ_{von} は次式で定義される。

$$\sigma_{von}=\sqrt{\frac{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)}{2}} \quad (1)$$

$\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$ ： x,y,z 方向基準応力 $\tau_{xy},\tau_{yz},\tau_{zx}$ ：せん断力

2.2 NURBS

2.2.1 NURBS の概要

立体上の点を表現するとき、通常の座標値としてデカルト座標形状の各軸成分の組として表現した場合、立体形状との間には誤差による距離が発生してしまう。これらの問題に対し、座標を立体形状のパラメータ値として表現し、「形状の上に乗った点」とすることで誤差を抑え

ることができる。

NURBS とは、Non-Uniform Rational B-Spline（非一様有理 B スプライン）の略称で、NURBS による表現形式は、区分的有理式としてパラメータ表現するもので、円・円弧・楕円・楕円弧などの円錐曲線や、円柱・楕円柱・球・楕円体などの曲面を近似なしに表現できる。さらに制御点と曲線・曲面との関係を拡張し、複数の制御点が重なるのを許して折れなどの表現も可能になっている。図 1 に NURBS 曲線・NURBS 曲面を示す。

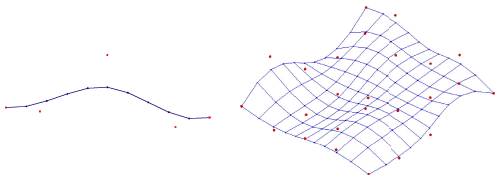


図１　NURBS 曲線・NURBS 曲面

2.2.2　NURBS 立体

NURBS 立体は、NURBS をパラメータ u, v, w の三方向に展開したものである。同次座標の制御点配列 $Q_{i,j,k}(X,Y,Z)$ を B スプライン基底関数で重心補間して得られる B スプライン立体を中心投影することにより、通常座標における NURBS 立体は次式で定義される。

$$V(t_u,t_v,t_w)=\frac{\sum_{i=0}^{mu-1}\sum_{j=0}^{mv-1}\sum_{k=0}^{mv-1}N_{i,mu}(t_u)N_{j,mv}(t_v)N_{k,mw}(t_w)Q_{i,j,k}}{\sum_{i=0}^{mu-1}\sum_{j=0}^{mv-1}\sum_{k=0}^{mv-1}N_{i,mu}(t_u)N_{j,mv}(t_v)N_{k,mw}(t_w)\omega_{i,j,k}} \qquad (2)$$

t_u,t_v,t_w ：パラメータ、 $N_{i,mu}$　$N_{j,mv}$　$N_{k,mw}$ ：基底関数

$Q_{i,j,k}$ ：制御点、 $\omega_{i,j,k}$ ：重み

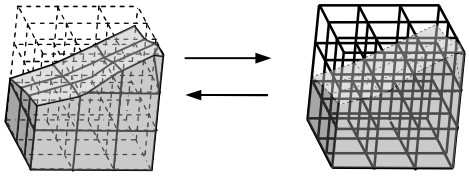
2.2.3　パラメータ座標系を用いた形態進化

2.2.3.1　従来の拡張 ESO 法による形態進化

従来の拡張 ESO 法では、図２のように FEM 解析を行うための構造計算グリッドと次ステップの形態を決定するための等値面作成グリッドの 2 つの空間が存在する。構造計算グリッド上の形状を FEM 解析し、von Mises 応力を求める。その von Mises 応力を等値面作成グリッドに持っていき、格子点に振り分け等値面を作成する。基準値を定め、次ステップの形状を決定する。そして、その形状を構造計算グリッドに戻し、再び FEM 解析を行う。このように構造計算グリッドと等値面作成グリッドとで、情報の受け渡しを繰り返し行うことにより形態創生を可能としている。

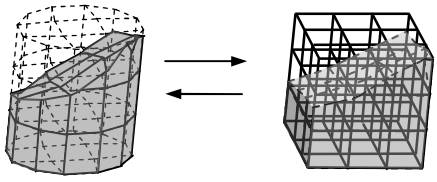
2.2.3.2　本研究による拡張 ESO 法による形態進化

立体形状を設計領域とする場合、等値面は立体形状に沿った曲面とする必要がある。だが、3 次元における等値面の生成方法では線形補間によって求めるため、立体形状に沿った点を表現することができない。また、立体形状に沿う点を表現する場合、通常の座標値としてデカルト座標形状の各軸成分の組として表現すると、立体形状との間には誤差が発生してしまう。これらの問題に対し、座標を立体形状のパラメータ値として表現し、「形状の上に乗った点」とすることで誤差を抑えることができる。まず、2.2.2 の NURBS 立体で示した(2)式を用いて実空間のある点に対して一つの値が対応するようなパラメータを求め、図３のように実空間座標系とパラメータ座標系間で情報の受け渡しを可能とする。そして、実空間である構造計算グリッドで FEM 解析を行い、von Mises 応力を求める。その von Mises 応力をパラメータ空間である等値面作成グリッドに持っていき、等値面を作成する。基準値を定め、次ステップの形状をパラメータ空間上で決定する。これを構造計算グリッドに戻し、実空間で FEM 解析を行う。このような作業を繰り返すことにより毎ステップで立体形状に沿う形状を FEM 解析することができ、等値面の問題も従来のものと同様に考えることができる。つまり、設計領域内に形状を閉じ込めたままの解析が可能であるといえる。



構造計算グリッド　　等値面作成グリッド

図２　従来の拡張 ESO 法での
構造計算グリッドと等値面作成グリッド



構造計算グリッド　　等値面作成グリッド
実空間　　パラメータ空間

図３　本研究の拡張 ESO 法での
構造計算グリッドと等値面作成グリッド

2.3　バケットベース要素生成手法

2.3.1　バケットベース要素生成手法の概要

本研究ではバケットベース要素生成手法を採用している。まずバケットベース要素生成手法の流れを簡単に説明する。

① 解析対象を六面体の領域（初期バケット）に分割する。
② 初期バケットごとに密度データを持たせる。
③ その密度データを元に六面体の小領域(子バケット)に分割する。
④ 本研究では四面体を FEM 解析時に採用しているので、その子バケットを四面体に分割する。

以上がバケットベース要素生成手法の大まかな流れである。図４にバケット要素生成手法を用いてメッシュ分割した形状を示した。

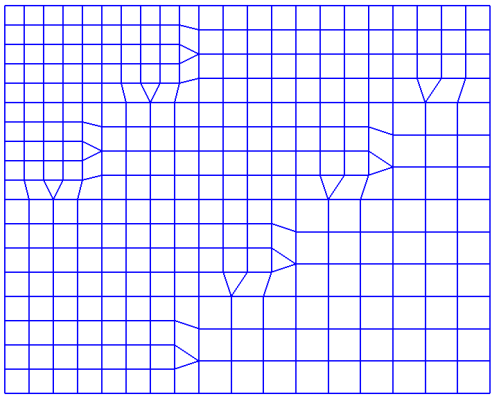


図４　バケット要素生成手法を用いて
メッシュ分割した形状

この手法は、密度データを元に子バケットに分割するという特徴を持っているため、自由に要素密度を変化させることができる。この特徴を生かし、削除されていく領域に対しては分割要素の密度を粗くし、応力が集中する要素に対しては分割要素の密度を細かくするといったことが可能である。これにより必要な箇所は細かい分割、不必要な箇所は粗い分割を行うことで有効な要素分割を行うことが可能であり、解析対象に対し部分ごとで密度の異なった要素分割が得られる。図５は、２次元空間において子バケットごとに密度データを変化させた分割の例である。初期バケット内の数字は密度データを表し、バケットの位置が右上に行くに従い要素分割が細かくなるといった密度データが設定されている。それを元に子バケットに分割している。

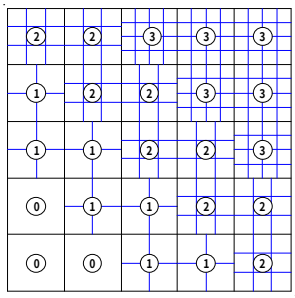


図５　子バケットごとに
密度データを変化させたモデル

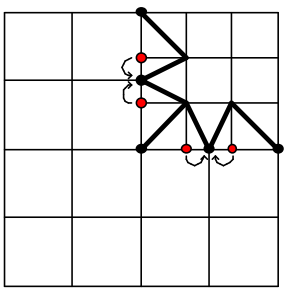


図６　２次元におけるマッピングの様子

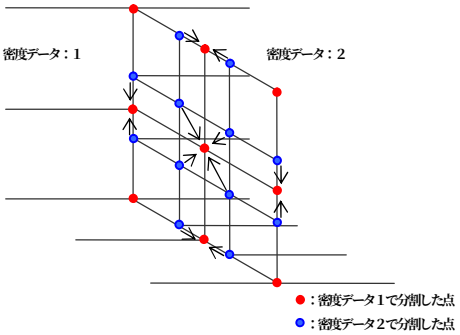


図７　３次元におけるマッピングの様子

隣接する初期バケット間で与えられている密度データが異なる場合、その境界上で初期バケット内に生成された子バケットの整合性が確保されていない。そのため初期バケット境界上に存在する節点に対しマッピングという操作を行い、整合性を取らなければならない。図６に２次元におけるマッピングの様子を示す。マッピングの作業は、密度データの大きい部分（細かく分割されている箇所）の節点を、密度データの小さい部分（粗く分割されている箇所）の節点へ適応させることで行う。図６は２次元の場合を示しているので、線上でのマッピングだけである。だが３次元の場合は線と面でマッピングを行う必要がある。図７が３次元におけるマッピングの様子である。

2.3.2　格子節点への von Mises 応力の配分

2.3.2.1　従来の 3D 拡張 ESO 法での配分

従来の３D 拡張 ESO 法では、図８のように格子節点ごとに１グリッドの要素範囲を設定している。その範囲に含まれる要素の von Mises 応力の平均値を求め、その値を格子節点の基準量として扱っている。

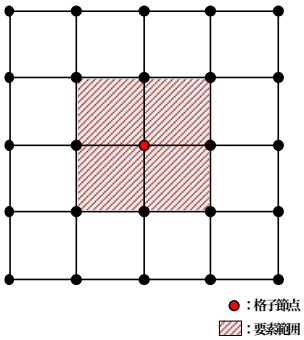


図８　従来の ESO における
格子節点への振り分け要素範囲

2.3.2.2　本研究における von Mises 応力の配分

バケット要素生成手法を使うことにより、密度データの異なる初期バケットの境界上で、従来の ESO 法にはない直交しない格子が発生してしまう。その場合の要素領域は図９に示すように設定する。格子節点ごとの要素領域は、その格子節点を構成節点として用いている子バケット全てとする。この範囲に収まる要素の von Mises 応力の平均値を求め格子節点の基準量として扱う。このような手法を用い、全ての格子節点で基準量を求め、等値面の作成を行っている。

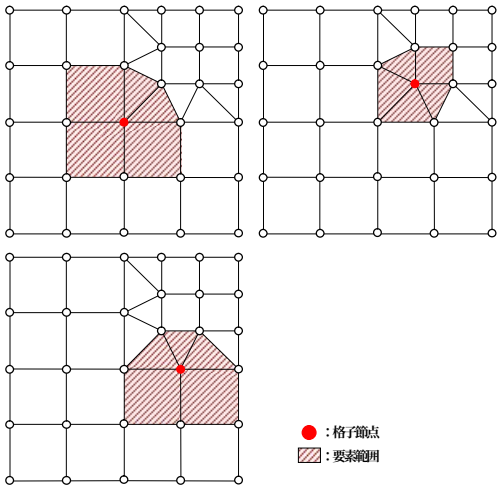


図９　バケット要素生成手法を用いた
格子節点への振り分け要素範囲

2.3.3　四面体への分割

本研究では、格子節点ごとの基準量を元に等値面を作成。基準値を設定し、その基準値よりも大きい点は残し、基準値よりも小さい点は削除するという手法をとっている。

子バケットを構成する全ての節点が基準値以下の場合、全ての節点が削除されるため子バケットごと削除されてしまう。また、子バケットを構成する全ての節点が基準値以上の場合、図１０に示したようなテンプレートを用い６つの四面体に分割する。

基準値以上の点と以下の点を同時に持ち合わせる子バケットは六面体の一部が削除されるため通常の四面体分割で対応することができない。そこで図１０のテンプレートを参考にし、図１１のように分割を行う。

図１２のように六面体の面ごとに考える。基準値以上と以下を同時に持つ面は、その２点を補間し基準値と等しい点を求める。すると三角形、四角形、五角形、六角形になる。それらを三角形に分割する。そしてその三角形と、不要な点を削除した多面体の重心点を結ぶ四面体を生成する。この作業を全ての面において行い、順次四面体に分割していく。

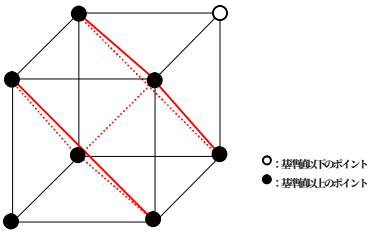


図１０　通常の四面体分割

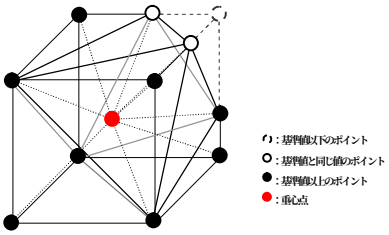


図１１　ある点が削除される場合の四面体分割

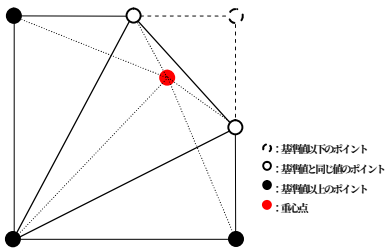


図１２　六面体の面ごとに行われる四面体分割

解析例

3.1　従来のESO法とバケット要素生成手法を用いたESO法との比較

バケット要素生成手法を用いた ESO 法が正しい解析を行えるのか、従来の ESO 法と同様のモデル、同様の荷重、同様の拘束条件で形態創生を行った。モデルは図１３に示すような直方体の上面中央に 10kN の荷重、周辺 4 点ピン支持である。２次元モデルのように、奥行きが薄く設定されているのはより簡単なモデルで解析を行いたかったためである。その他の解析条件は表 1 に示す。また、対象であるため、1/4 のみ解析を行った。

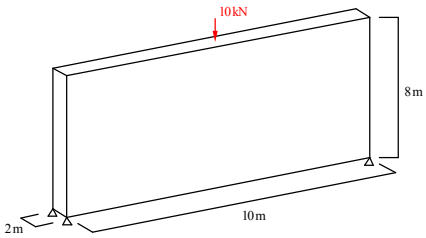


図１３　解析モデル

表１　解析条件

直方体	10m×2m×8m
集中荷重	10kN
ヤング率	210GP
ポアソン比	0.33333
分割数	40×4×16

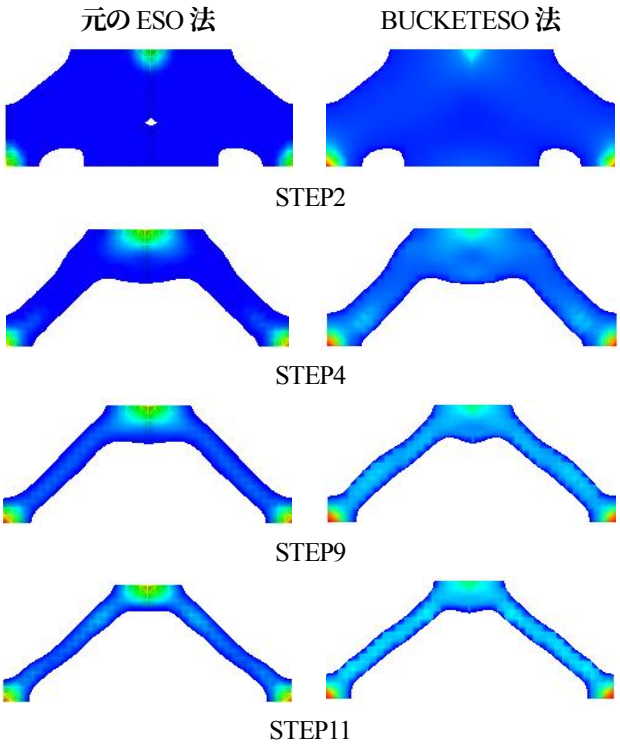


図１４　進化過程

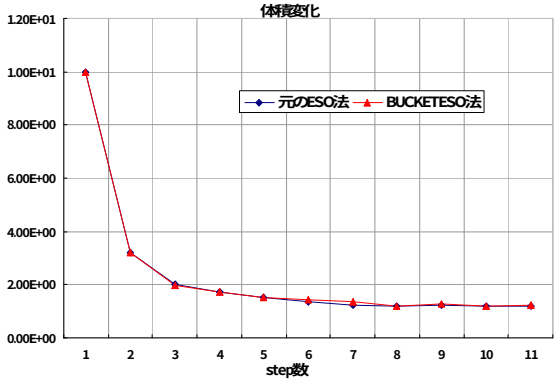


図１５　体積の推移

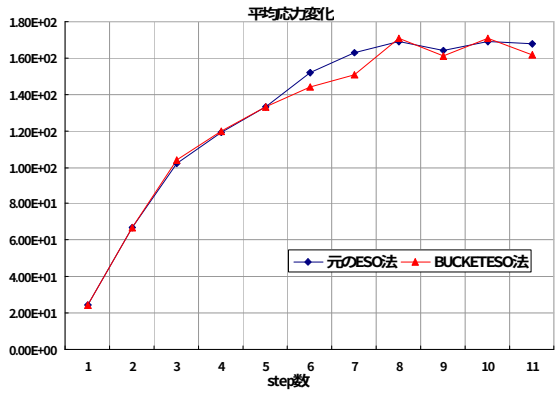


図１６　平均応力の推移

図１４に進化過程を、図１５に体積の推移を、図１６に平均応力の推移を示した。進化の方向性を決める基準値は、従来の ESO 法、バケットを用いた ESO 法とで同様の値によって形態創生を行った。進化の形状として、支持点から集中荷重の荷重点にまっすぐ伸びる形状が形成されることは容易に想像できる。元の ESO 法はもちろん、バケットを用いたものでも同様な形状を導き出すことができた。体積の推移の様子のグラフを見ると、徐々に体積が減少していく様子が、元とバケットの ESO 法でほぼ同じ値で進化しているのが見て取れる。また平均応力の推移も同様に、ほぼ同じ値を取りながら、平均応力が上昇していく様子がわかる。

4　結

本研究では、従来断面の大きい形状しか導くことができず、よりシャープな形状を目指し、バケット要素生成手法を用いた。現段階ではバケット要素生成手法を用いて要素分割した簡単な形状で、3D 拡張 ESO 法の解析を行うことができた。進化過程は前述したように、体積が減少し、平均応力が大きくなるという現象が見られ、バケット要素生成手法を取り入れても従来と同じ傾向の形態創生を行なうことができた。形状に関しても従来と同様の形状が得られた。よって3D 拡張 ESO 法にバケット要素生成手法を取り入れることができたと言える。

5　今後の展望

現段階ではバケット要素生成手法を用いて従来の要素分割と同様の要素分割を行い、従来と比較し、形態創生を行えるかの確認を行った。今後は、バケット要素生成手法の利点である密度を変化させた要素分割を行い、形態創生していく。密度変化させる場合、手動で密度データを設定する方法と、自動計算させる方法がある。自動計算の手法は、形態創生させていく流れで構造体が構成される回数をカウントし、その値を元に生成要素の限界値を踏まえたうえで、どの程度初期バケットを子バケットに分割したらよいかを計算させるものである。また、昨年の研究で行った NURBS を今回の研究と組み合わせて形態創生させることにより、より自由で、設計者の意図を反映させ、よりシャープで美しい形状を導き出せるようしていきたい。

付録

A1　デローニー要素分割法

デローニー要素分割法について簡単に説明する。デローニー分割は、表面節点情報のみを用いて要素分割するというとても汎用性のある要素分割手法である。まず、入力節点データごとに、その節点を外接球内に含む四面体要素を全て見つける。それらの四面体からなる多面体と入力節点データより四面体を作り直す。この操作を全ての入力節点において行うことで、立体形状を四面体要素に分割することができる。この段階では凸空間のみでしか要素分割ができないが、表面データという考え方を用いることにより、凹を持つ空間も要素分割することが可能になる。図１７にデローニー要素分割法を用いた分割結果を示した。

A2　デローニー要素分割法の ESO 法への導入

デローニー分割法はとても汎用性の富んだ手法であるため、ESO 法に組み込むことも容易にできると考えられた。しかし、アルゴリズムを構築するには幾つかの問題点がある。

① 入力データが節点情報のみなので、要素分割の具合が入力データに大きく左右される。
② 入力データの順番に要素を分割していくため入力順番が重要である。
③ ESO 法に組み込む場合、凹空間ができるため表面データが必要になる。

↓

ESO 法に組み込むために必要な表面データを新たな領域で解析するたびに作る。しかし、その表面データと入力データごとに要素分割していった結果が一致する保証が無い。なぜなら、節点情報の順番によって要素分割結果が変わってしまうからである。

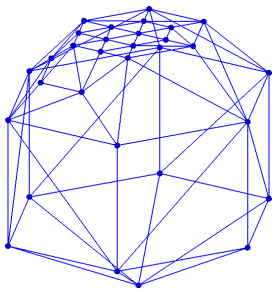


図１７　デローニー要素分割法を用いた要素分割

参考文献

1) Xie,Y.M. 、 G.P.Steven ： Evolutionary Structural Optimization、Springer 1997
2) 山田知典、矢川元基:バケットベース要素生成手法、日本計算工学会 No.19990027 1999
3) 山田知典、矢川元基：バケットベース要素生成手法の三次元並列化、日本計算工学会 No.20000015 2000
4) 崔昌禹、大森博司、佐々木睦朗：拡張 ESO 法による構造形態の創生 三次元構造物への拡張、日本建築学会構造系論文集 Vol576 p79-p86 2004
5) 横山正明、尾澤俊之：NURBS 立体に基く三次元形状モデリング、日本機械学会関東支部・精密工学会山梨講演会講演論文集 p143-144 2003

ペンギンプールのスロープの配筋方法に関する考察

曽根拓也[1)]，木村奈央[1)]，永井拓生[2)]，加藤詞史[3)]，新谷眞人[4)]
1)早稲田大学　創造理工学研究科（建築学専攻），大学院生　takuyakoron@akane.waseda.jp
2) 早稲田大学　理工学術院（建築学）助手，修士（工学）
3) 早稲田大学　理工学術院（建築学），助教，工修　4) 早稲田大学　理工学術院（建築学），教授

1 はじめに

ロンドン動物園は 1828 年に開設された科学研究のための動物園であり 1847 年に一般公開された。ペンギンプール（1935 年）は、ルベトキン、アラップを中心とした６人のチーム、テクトン（TECTON）による設計である。

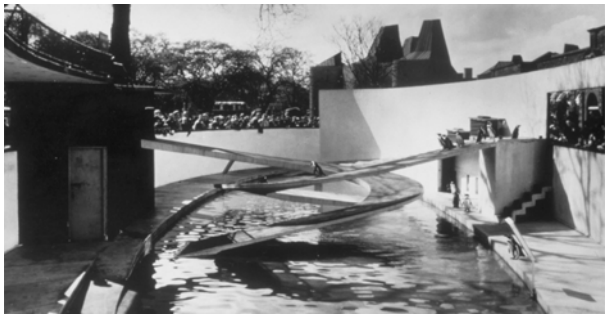


図 1 ペンギンプール

オーバルな平面形状を持つ壁と空中で交差する 2 つのスロープ、これらの要素によってペンギンと人、その両者が共存する場所・環境が穏やかな関係のもと作り出されている。大地に差し込まれた楕円形の壁は、平面的にペンギンの居場所を柔らかく囲い込むと同時に、高低差のある断面を作り出している。この微地形が人とペンギンの場所を緩やかに規定し、程よい関係性を生じさせる。2 つのスロープは、ペンギン特有の動作（行動）を顕在化させている。スロープはペンギンの体重と滑り落ちるスピード、遠心力がバランスするようにねじられており、視線もまた、このスロープの上を流れるように走る。空間に視覚的な運動が与えられているとも言えよう。見る者は、そのスロープとその上で繰り広げられるペンギンの動作に視覚的な快楽を得、ペンギンたちもおそらく、この滑り台を楽しんでいたに違いない。

この小さな環境でおこる出来事に、RC 構造の草創期において、意欲を燃やし取り組んだエンジニアたちの感性を伺うことができる。本報告は、このスロープの形状と配筋に着目し、数値解析を通じて考察することを目的とするものである。

2 ペンギンプールと時代背景

構造設計を担当したオヴ・アラップ（1895～1988）はヨハン・ウッツォンとの協働になるシドニー・オペラハウスが有名だが、現在世界的な組織設計会社へと成長したオヴ・アラップ・アンド・パートナーズ（Ove Arup & Partners）の創立者でもある。テクトンによるペンギンプールは、RC による本格的な曲面構造の最も初期にあたる作品である。20 世紀初頭のヨーロッパの RC 構造は、戦争時期と前後しながら特徴的な発展を遂げているが、ここでは当時の時代背景と、ペンギンプールの特徴について簡単に触れておくこととしたい。

現代建築の形態や構造に大きな影響を残したものとして、1900 年初頭から 1920 年代前後のモダン・アーキテクトらによる住宅施設を基本とした様々な提案と、その後に続く RC の大規模な橋梁やドームといった大空間構造があげられることは間違いないだろう。第 1 次大戦から 1930 年代以降のナチス・ドイツの台頭にかけて、ヨーロッパは各国が対立する最も情勢の不安定な時期に突入する。この戦争によりヨーロッパは未曾有の住宅難という切実な問題を抱えることとなるが、ヴァルター・グロピウスやル・コルビュジェら近代建築家の活動は、この住宅難を背景に最大の盛り上がりを見せる。1900 年初頭から 1920 年代後半にかけて、オーギュスト・ペレやコルビュジェらにより様々な住宅のモデルが提案されている。ちなみに同時期、アメリカにおいては、ヨーロッパと全く異なる路線、工場生産によるプレハブ住宅化という路線を歩み始めている。

また、第 1 次大戦は、それまでにない武器の投入量と新兵器の開発を巻き込んだ総力戦であった。各国において軍用を除いた鋼材の使用は厳しい制限下にあり、この時期における建築の技術的な裏づけは曖昧なものも多いとされている。第 1 次大戦以前には、ブルネルやエッフェルらにより鉄・鋼材を使った長大な吊橋やトラス橋などが多く設計されているが、大戦を境として、ヨーロッパでは材料費の比較的安価なコンクリートを大スパンの

橋梁や大空間構造の材料として積極的に利用する例が増えていくこととなる。なかでも、1930 年から 35 年頃にかけては、素材の特性を巧みに生かすことの出来た構造設計者の全盛とも言える時期となる。オーエン・ウィリアムズのデイリー・エクスプレス・ビル、トロハによるアルヘシラス･マーケットとサルスエラ競馬場スタンド、ロベール・マイヤールのセメント・ホールといった、現代の大空間構造に色濃く影響を与えた建築が次々と竣工している。テクトン、アラップらのグループによるペンギンプールも、1933 年に竣工している。

斎藤[4]は、この時期の構造設計者の立場をウィリアムズ、トロハのような建築から構造設計の全般をこなしていた人物と、アラップのように建築家やそのグループとの協同作業を主に行う人物とに大別している。特に、その後のオヴ・アラップ&パートナーズという組織の世界的な発展を考えたとき、アラップが協同設計という枠組みの中において構造設計者という新しい職能を強く意識していたことは、特筆すべきことであろう。アラップが組織において統合しようとした要素技術と諸産業をあげれば、構造設計以外にも電気、機械設備、防災計画から空調設計まで極めて多方面に亘る。その後に頭角を表すネルヴィやキャンデラのような突出した構造設計者と比しても､その視点は非常に独特のものであったと言える。

ペンギンプールのスロープは、コンクリートスラブによって曲線やねじったような軽快な形状を実現しており、RC の新しい可能性を示した重要な作品の一つである。同時期のマイヤールや、トロハなどによる作品と、コンクリートの可塑性や一体性を生かした形態という意味で類似するものがある。

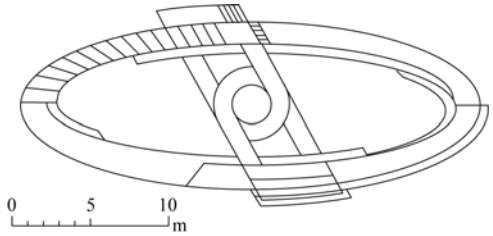


図 2　ペンギンプール平面図

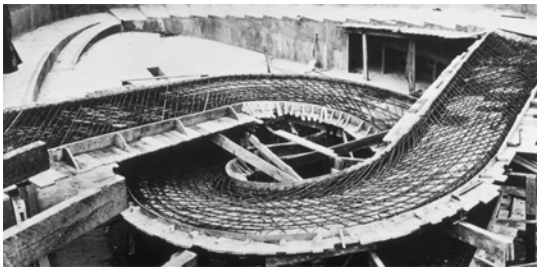


図 3　コンクリート打設前のスロープ

本論文では、ペンギンプール、スロープの独特な形状、および後述する配筋方法がどのように構造に影響するか調査する。当時、アラップは模型実験により安全性の検証を行うことを望んでいたようであるが（実際に行われたかどうかは不明）[2]、本研究ではスロープの構造特性を有限要素法による応力解析によって把握し、アラップの設計意図、当時の応力解析の水準について、考察を行っていくこととする。

3 スロープの構造解析

3.1 スロープのジオメトリ推定

図 2 にペンギンプールの平面図を示す。スロープは平面的に見れば、「直線部」と「半円部」の 2 つの要素からなるような形状をしている。

図 3 はスロープ部分のコンクリート打設前の写真であり、図 4 はスロープの配筋図である。スロープの滑る向きに沿って配置された鉄筋の他に､直線部では 45 度に密に鉄筋が入り、また半円部になると扇状に広がっていくような特徴的な配筋となっていることが見て取れる。

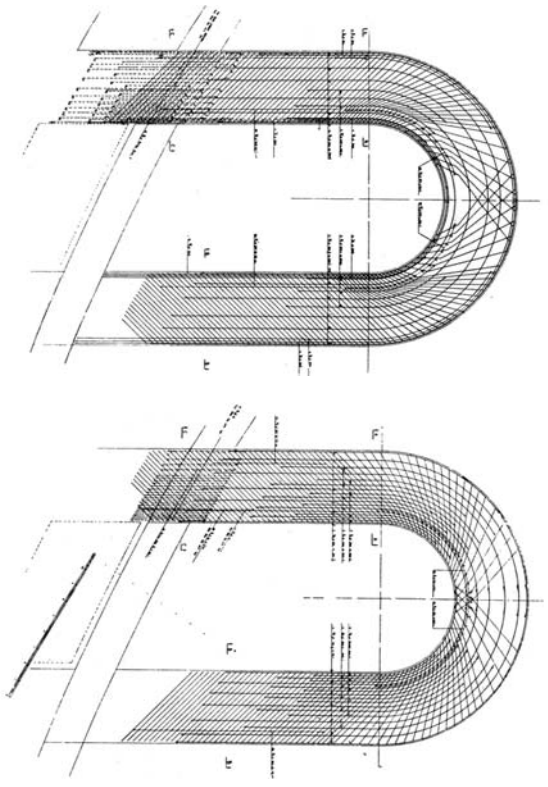


図 4　スロープの配筋図[1]（上：上端筋　下：下端筋）

解析モデル作成のための、スロープのジオメトリの推定について説明する。ジオメトリについて詳細に書かれた文献はなかったため、推定においては入手可能であった写真を参考にして行った。

図6の写真から判断すると、スロープは上下とも付け根部分では地面と平行であるが、半円部では明らかに内側に傾いており、このような形状を滑らかに再現できるジオメトリを以下のように決定した。

まずスロープの高さを、次式のようにスロープ軸方向に沿った周長 s に比例させて与えた。a は比例定数であり、スロープの高さ 1800mm を全長で除した値である。

$$Z = 1800 - a \cdot s$$

これに加え、スロープの領域を図5の①,②,③のように直線部と半円部に分け、スロープの中央を回転中心とした傾斜角θを領域ごとに次式によって与えた。θ_{max} はスロープにおける最大の傾斜角である。

①： $\theta = (\theta_{max} / L_1) \cdot s_1$

②： $\theta = \theta_{max}$

③： $\theta = (\theta_{max} / L_3) \cdot s_3$

すなわち、直線部では傾斜角θがスロープ端部からの長さに比例して変化し、半円部では傾斜角θが θ_{max} で一定となるような形状とした。

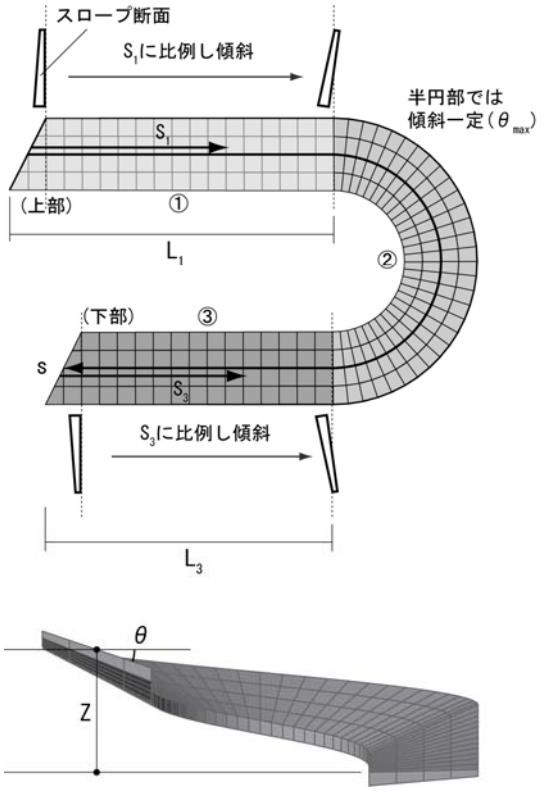


図5　スロープのジオメトリ決定法

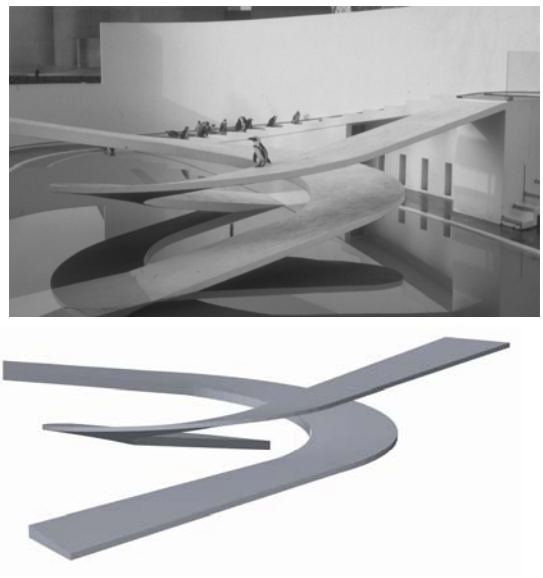


図6　スロープの写真とモデルの比較

図6は、上記のルールによって作成したモデルを実際のスロープの写真と比較したものであるが、ほぼ写真と一致した形状を得ることができた。

3.2　解析モデル

前節で決定したジオメトリをもとに、板要素によってスロープの構造解析モデルを作成する。ペンギンプールのスロープの断面は図7のように内周が厚く外周が薄い断面となっているが[2)]、板要素の厚さを内側から外側に段階的に変化させ、形状を近似する。境界条件はスロープ上下端を固定とし、コンクリートの材料定数としてはFc21を用いる。また、ペンギンによる局所的な荷重は躯体重量に対して十分小さいものと判断し、荷重条件はRCの自重のみとした。これは実際にアラップが設計を行った際の荷重条件と同様である[2)]。

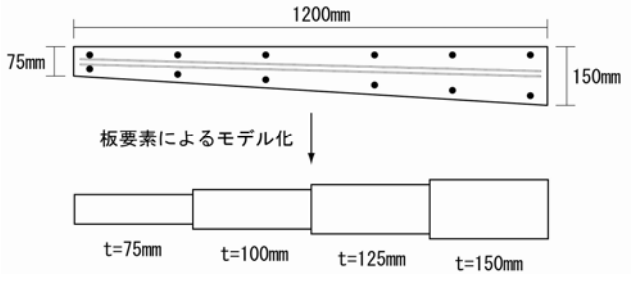


図7　スロープの板要素によるモデル化

また、数値解析の結果は、応力・変位ともにソリッド要素で形状を忠実に再現したモデルの解析結果とほぼ一致したため、以降の議論は全て板要素での解析結果により進めることとする。

3.3 解析結果

図 8～16 に解析結果を示す。座標系として、スロープ方向とそれと直交する方向に s , r 座標を設け、その座標系における応力の分布を示している。また全体座標系は図にあるように X-Y を設定した。

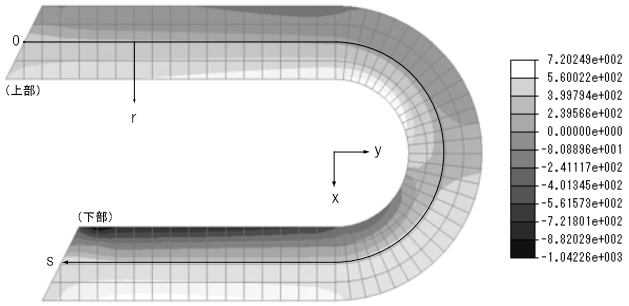


図 8　スロープ方向軸力 Fss（N/mm）

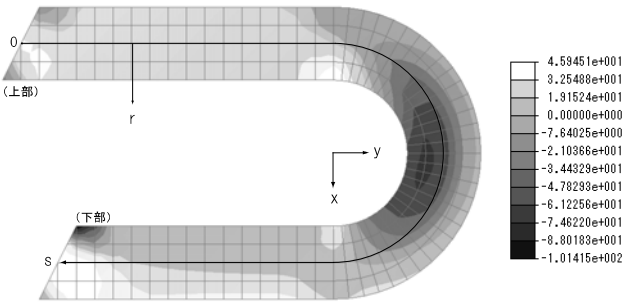


図 9　面内せん断力 Fsr（N/mm）

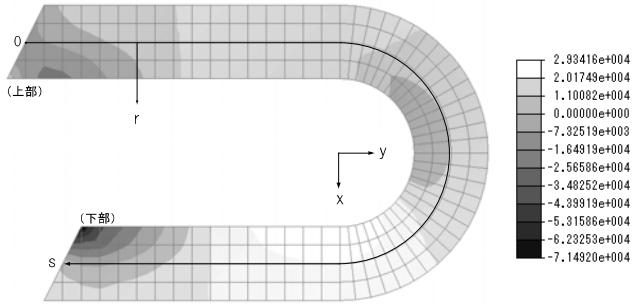


図 10　スロープ方向曲げモーメント Mr（N*mm/mm）

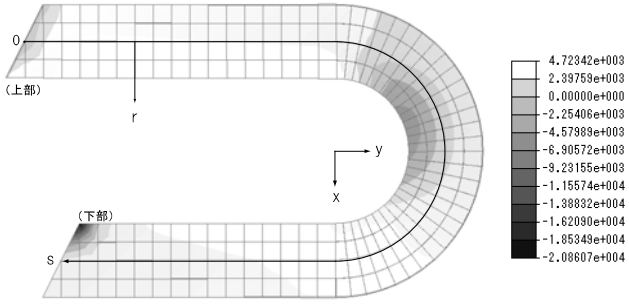


図 11　ねじりモーメント Msr（N*mm/mm）

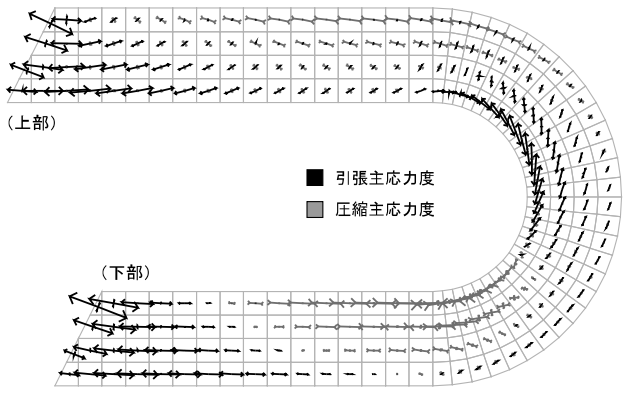


図 12　主応力図（スラブ上面）

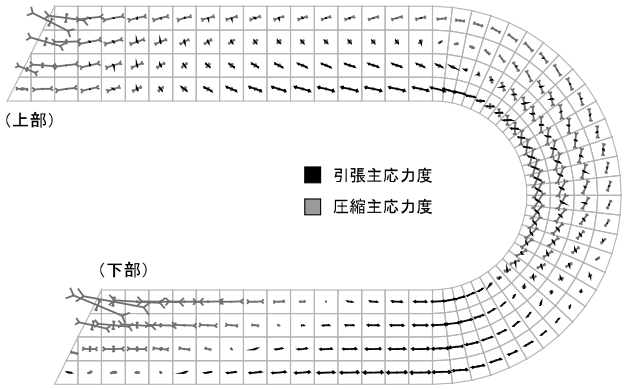


図 13　主応力図（スラブ下面）

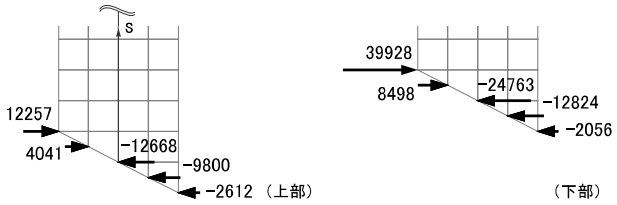


図 14　X 方向反力（N）

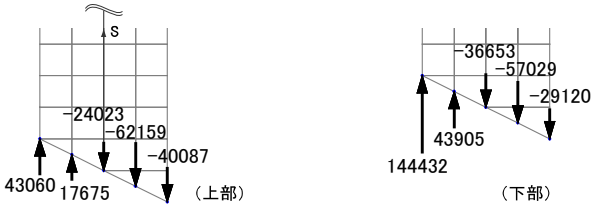


図 15　Y 方向反力（N）

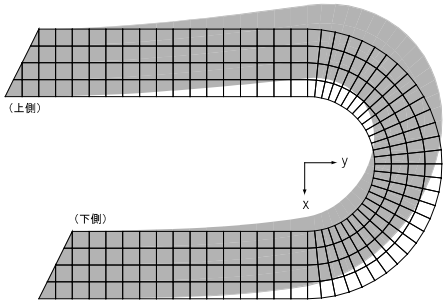


図 16　x 方向変位図（変位を 85 倍に拡大したもの）

4 スロープの配筋方法に関する考察

4.1 スロープの力学的性質

解析結果より、結論としてスロープの構造は図 17 のようないわゆるトラス階段としての特徴を示していると考えられる。スロープの上側の直線部には引張の軸力が、下側の直線部には圧縮の軸力が生じており、半円部ではせん断力が支配的である。

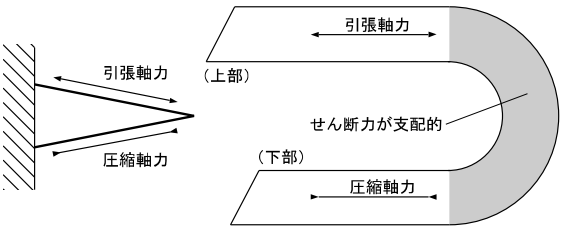


図 17　トラス階段としての力の伝達

直線部において、スロープの断面内では軸方向応力の分布が異なり、直線部の上部・下部ともに紙面上側では圧縮、下側では引張力が生じているため（図 8）、図 16 のように水平方向に曲がる挙動を示す。

スロープに働く応力度（全体座標系におけるもの）の最大値をまとめたものが表 1 である。この表から、面外のせん断応力度よりも面内の引張応力度やせん断応力度が支配的であることが分かり、そこで次節ではまず、面内の力に対する配筋方法の検討を行う。

表 1　スロープに働く応力度の最大値（N/mm^2）

面内直応力度（符号は+引張力、−圧縮力を表す）		面内せん断応力度	面外せん断応力度	
σ_{xx}	σ_{yy}	σ_{xy}	σ_{yz}	σ_{xz}
+7.8 -5.6	+14.5 -19.5	3.4	2.0	1.5

4.2 面内の力と配筋の関係の検討

主応力図（図 12,13）を見るとスロープの軸方向の直応力度が顕著に見られ、スロープの s 軸に沿ってスロープ全体を通して配置された鉄筋はこの直応力度の成分に対するものと考えられる。

続いて、面内のせん断力は、半円部ではスロープの直線部の上部と下部の間の軸力の伝達によって、両直線部では曲げや捩りによって、スロープ全体に亘って生じており（図 9）、最大で $3.4\,N/mm^2$ 程である。コンクリートの強度等については不明な点が残るが、この値はせん断補強の必要な値であると判断した。

図 18 に、紙面に対して反時計回りの回転を生じさせるようなせん断力が作用した時に発生する引張応力の方向を、図 19 に反時計回りの回転を生じさせるせん断力が作用した時の引張応力の方向を示した。図 18 と図 19 において、下半分の引張応力の方向を入れ替えると図 20 のようになり、この引張応力の方向は斜めに入っている鉄筋の配置とスラブの上面・下面ともに一致する。これより斜めの鉄筋は面内のせん断力に対する補強と考えられる。

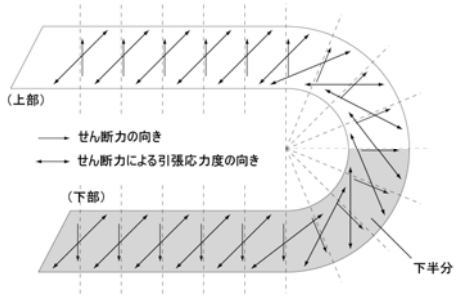


図 18　反時計回り回転のせん断力と引張応力の向きの関係

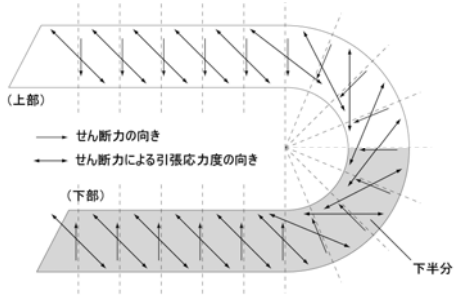


図 19　時計回り回転のせん断力と引張応力の向きの関係

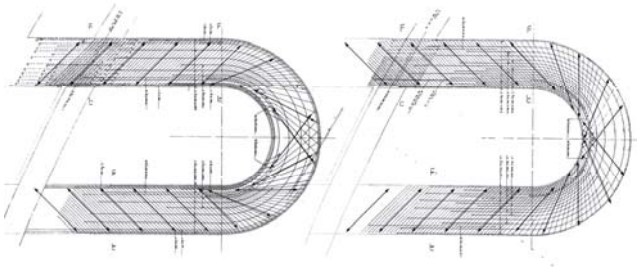


図 20　引張応力の向きと斜めの配筋の関係

しかし、実際には図 20 の斜めの鉄筋がせん断力による引張応力の方向と完全に一致している訳ではない。主応力図を見ると、直線部ではスラブの上下面とも引張応力の方向と一致しているが、半円部では上下面とも応力の方向と異なる部分があり、図 18、19 のような配筋が正しい。

図 20 のように配筋した理由としては、図 18、19 の配置も図 20 の配置もどちらにせよ直線部か半円部で実際の応力の方向と矛盾が起こるので、(アラップが正確にせん断力の方向を把握していたか定かではないが) 斜めの鉄筋についてはスラブ上面・下面と区別せずどちら向きのせん断力が発生しても効果があるとして配置した、ということか、直線部のスラブ上面と下面に発生するせん断力の方向は、模型実験や手計算によって把握できていたが半円部については把握できず、直線部のせん断力による引張力の方向に沿って配置した、などの理由が考えられるが、いずれも推測の域を出るものではない。

4.3 面外の力と配筋の関係の検討

続いて面外の応力に対する検討を行う。図 10 の結果から、スロープの半円部付近で面外の曲げが生じていることや、スロープの端部では完全に軸力のみでなく、局部的な曲げモーメントが発生していることが分かる。配筋図ではスロープの s 軸に沿って全体に通して入れられた鉄筋の他に、これらの曲げが生じる部分に s 軸に沿った鉄筋が追加して入られており (図 21 太線部)、これらは上記の曲げを把握して配筋されたものと考えられる。

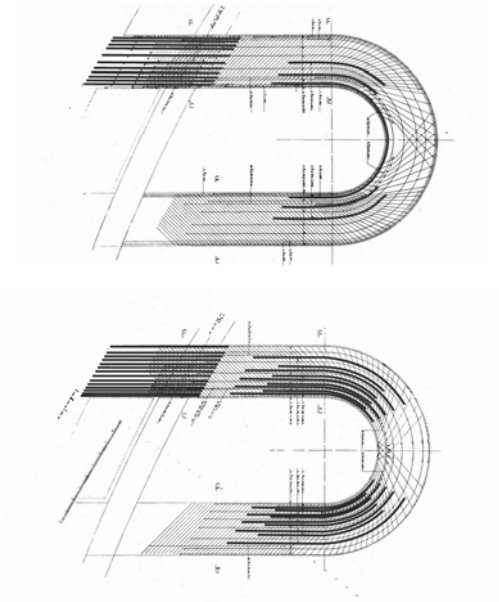


図 21　局部的な曲げに対する補強筋 (上：上面、下：下面)

また、面外に働くせん断応力度は面内の応力度に比べれば小さいものではあるが、通常の設計においては補強筋が必要となる値である。しかし、配筋図に面外のせん断補強筋は見られず、アラップが、この面外のせん断力をどのような考えで対処したのかも検討事項として残る。

5 まとめ

本研究では、ペンギンプールのスロープの形状を推定して作成した構造モデルを用いて FEM 解析を行い、構造特性を把握することでオヴ・アラップの行ったスロープの配筋方法に関する考察を行った。

解析の結果、スロープの力学的性質はトラス階段に類似しており、また、面外応力度よりも面内応力度が支配的である事が分かった。面内応力度に対しては、スロープ軸の s 軸に沿って全体に通して入れてある鉄筋は、最も顕著である軸方向の直応力度に対するものであり、スロープ方向に対して斜めに配置された鉄筋は、スロープの軸方向に対して直交方向に働くせん断力に対するものであると思われる。また、局部的に発生する面外の曲げに対する補強も考慮されている。

以上より、アラップは現在の FEM 解析と同程度にスロープ内部の応力分布を把握していたことが予想される。しかし、スラブ上面・下面など板の厚さ方向に亘ってのせん断力の分布を正確に把握していたかどうかは今回の検討のみでは判断できない。また、今回示した構造的な特徴は定性的な性質に留まっており、配筋の量の適正や面外のせん断補強に軸力筋やその他の鉄筋が効果をなしているかなど、定量的な分析が課題として残る。

FEM のようなツールのない時代に、アラップがどのような手法で応力状態を把握したのかは興味深い。今後はこの手法について追求するとともに、上記の課題について検討を行っていく予定である。

謝辞

掲載写真は全て Ove Arup & Partners の Waikong Lam 氏を通じ提供して頂いたものである。また、ペンギンプールおよびオヴ・アラップについて多くの資料とアドバイスを提供して頂いた。この場を借りて謝意申し上げる。

参考文献

1) FUNDATION CAJA DE ARQUITECTOS: ACPUBLICACION DEL GATEPA, Colleccion Arquithemas, num .15, 2005
2) Morreau,P(Editor), Norridge,R(Auther) : OveArup 1895-1988, Institution of civil engineers ICE, 1995
3) 斎藤公男：空間 構造 物語－ストラクチュアル・デザインのゆくえ，彰国社，2003.12
4) 山本学治：造形と構造と、山本学治建築論集②，鹿島出版会，1980.12

地震ハザードを考慮した建築物のライフサイクルデザイン

蜂須賀 聖力[1)]，内藤 雅子[2)], 大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，hachisuka@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)トヨタテクニカルディベロップメント株式会社，工修，masako.naitoh@mail.toyota-td.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序

建築構造物の設計・建設・運用・修繕・廃棄といったライフサイクル (Life Cycle, LC) の多くのステージは設計時よりなお将来における事象であり，本来確定的な評価はなし得ない。一方，地震国日本での建設行為において，地震は建築構造物の LC に影響を及ぼす不確定性を有する大きな外的要因のひとつである。建築構造物の長寿命化に伴い，建築構造物がその供用期間中に地震に遭遇する確率は大きくなり，これが建築構造物の LC 評価にどのような影響を及ぼすかは施主や設計者等の意思決定者にとって興味深い点であろう。

近年遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) 等の最適化手法を用いて建築構造物の設計を支援する設計支援の手法が提案されている。そのような手法は，従来熟練した専門家の経験や勘を必要としていた建築構造物の設計に，計算機の力を生かすものであり，これにより，施主や設計者等の意思決定者は，数学的な裏づけを伴う合理的な設計案を得ることができる。

持続可能な建築構造物の設計手法として，最適化手法を援用したライフサイクルデザイン (Life Cycle Design, LCD) 手法の研究は近年いくつか報告されている[1)]。また，建築構造物の LC に内在する不確定性の影響の内，修繕周期の不確定性が LC 評価に与える影響を考察した研究が報告されている[2),3)]。本論文では，建築構造物の LC に影響を及ぼす不確定性の内，地震ハザードを考慮した LCD 手法を提案し，例題を用いて地震ハザードを考慮した LCD を実行する。

本論文では，まず既報[1)] で提案した LC 評価手法について概説し，次に地震ハザードを考慮した LC 評価手法の提案を行ない，地震ハザードを考慮した LCD による設計を行い，考察する。

2 確定的なライフサイクル評価手法

建築構造物を企画・設計・施工し，その建築構造物を維持管理して，最後に解体・廃棄するまでの，建築構造物の全生涯に要する費用の総額を，建築構造物のライフサイクルコスト (Life Cycle Cost, LCC) といい，全生涯において発生する CO_2 排出量の総量を建築構造物の $LCCO_2$ という。以下本論文では，建築構造物の評価尺度として LCC を用いるが， $LCCO_2$ についても同様の手法で評価可能である。

2.1 イニシャルコスト

イニシャルにおける部材 i のコスト評価 $C_{0,i}$ は，素材 j を使用する部材 i の重量 W_{ij} を用いて次式で算定される。

$$C_{0,i} = \sum_j (W_{ij} \cdot c_j) \tag{1}$$

ここに c_j は素材 j の製造および流通に関する単価を表し産業連関表に基づいて算定される。

よって，建築構造物全体のイニシャルコスト C_0 は，次式で算定される。

$$C_0 = \sum_i C_{0,i} = \sum_i \sum_j (W_{ij} \cdot c_j) \tag{2}$$

2.2 ランニングコスト

ランニングコストの評価は，部材別のイニシャルコスト評価に，劣化関数により算定される部材別の修繕率 r^*_{ik} を乗ずることによって算出する。時刻 t における部材 i の k 回目の修繕に関するコスト C_{ik} は，次式で算定される。

$$C_{ik} = \frac{C_{0,i}}{(1+\nu)^t} \cdot \gamma^q \cdot r^*_{ik} \tag{3}$$

ここに

ν　：割引率
γ^q　：修繕率とコストとの関係を示すパラメータ

部材 i の修繕を期間 $t_{p,i}$ ごとに周期的に行うとすると，式 (3) は次式のようになる。

$$C_{ik} = \frac{C_{0,i}}{(1+\nu)^{k \cdot t_{p,i}}} \cdot \gamma^q \cdot r^*_{ik} \tag{4}$$

ここでは，$\nu = 0$，$\gamma^q = 1$ として評価を行う。

よって，部材 i の時間軸において累積したコスト C_i は，次式で算定される。

$$C_i = \sum_{k=1}^{n_i} C_{ik} \tag{5}$$

ここで，修繕回数 n_i は建築構造物の寿命 t_l と部材 i の修繕周期 $t_{p,i}$を用いて次式で表現できる。

$$n_i = \left\lceil \frac{t_l}{t_{p,i}} \right\rceil - 1 \tag{6}$$

ただし，$\lceil \cdot \rceil$ は Ceiling 関数を表現しており，$\lceil x \rceil$ の場合 x 以上 $x+1$ 未満の整数を表す。1 を減じているのは，イニシャルとの重複を避けるためである。

2.3 構法的序列による階層化の考慮

構法的序列による階層化[1)] とは，建築構造物を構成する部位の順序関係を示す概念である。これは LC 評価の観点から言えば，建築構造物を造る順序であり，修繕のし難さの順序でもある。式 (5) に示したランニングコストは，構法的序列による階層化の観点から見て支持側の部材の修繕の影響を考慮していない。被支持側の部材は支持側の部材の修繕によって修繕シナリオに制約を受ける。修繕シナリオとは，建築構造物の設計時に計画される，建築構造物を構成する各部材の平均耐用年数に基づく修繕計画である。一般に支持側の部材の修繕をするためには被支持側の部材は交換せざるを得ない。例えば，構造躯体とその仕上材がある時，構造躯体の修繕を行うためには仕上材を破棄する必要がある。

LC 評価を適切に行なうためには，支持側の部材の修繕を行う際に被支持側の部材は除去される現象を把握することが望まれる。以降，支持側の部材，例では構造躯体を構法的に上位，被支持側の部材，同例では仕上材を構法的に下位と呼ぶこととする。図 1 に構法的序列による階層化によるシナリオの制約の様子を示す。t_p^u は構法的序列第 u 位部材の修繕周期を，$t_{stopover}^{u:u-1}$ は構法的序列第 $u-1$ 位部材の修繕周期中の第 u 位部材の $\left\lceil \dfrac{t_p^u}{t_p^{u-1}} \right\rceil$ 回目の修繕後から時刻 t_p^{u-1} までの時間を示す。

構法的第 u 位の部材 i がそれより上位の第 $u-1$ 位の部材の修繕周期 t_p^{u-1} 中に発生するコスト $C_i^{u:u-1}$ は式 (4) を用いて次式で表現できる。

$$C_i^{u:u-1} = \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} \tag{7}$$

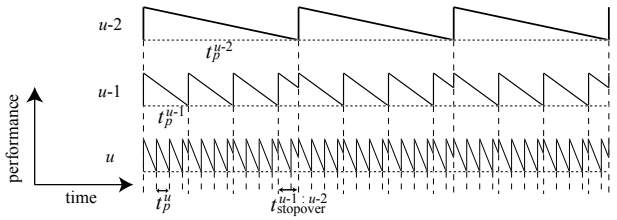


図1 構法的序列による階層化を考慮したシナリオ

ここで，第 u 位部材 i の修繕回数 $n_i^{u:u-1}$ は Ceiling 関数 $\lceil \cdot \rceil$ を用いた次式で表現できる。

$$n_i^{u:u-1} = \left\lceil \frac{t_p^{u-1}}{t_{p,i}^u} \right\rceil - 1 \tag{8}$$

建築構造物の躯体を構法的序列第 1 位とすると，躯体の修繕周期 t_p^1 すなわち建築構造物の寿命 t_l 中に発生する第 u 位の部材 i のランニングコスト C_i は次式で算定できる。右辺最終項はイニシャルとの重複を避けるため減じている。

$$\begin{aligned} C_i = & \prod_{x=1}^{u-2} n^{x+1:x} \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} \\ & + \sum_{y=1}^{u-3} \prod_{z=y}^{u-3} n^{z+1:z} \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:z+1}} C_{ik} \\ & + \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:1}} C_{ik} - C_{0,i} \end{aligned} \tag{9}$$

ここで，修繕回数 $n_i^{a:b}$ ，$n_{\mathrm{stopover},i}^{a:b}$ $(a > b)$ は Ceiling 関数 $\lceil \cdot \rceil$ を用いて次式で表現できる。

$$n^{a:b} = \left\lceil \frac{t_p^b}{t_p^a} \right\rceil - 1 \tag{10}$$

$$n_{\mathrm{stopover},i}^{a:b} = \left\lceil \frac{1}{t_{p,i}^u} \left\{ t_p^b - \left(\left\lceil \frac{t_p^b}{t_p^a} \right\rceil - 1 \right) \cdot t_p^a \right\} \right\rceil - 1 \tag{11}$$

よって，建築構造物全体の時間軸において累積したランニングコスト C_r は，各部材のランニングコスト C_i の和として次式で算定される。

$$C_r = \sum_i C_i \tag{12}$$

2.4 ライフサイクル評価

建築構造物は全供用期間に亘って多種多様のコストが発生するが，本論文では建築構造物全体のイニシャルコスト C_0 に，時間軸において累積した修繕によるランニングコスト C_r を加算したものを，建築構造物の LCC とし， C_{lc} で表す。

$$C_{lc} = C_0 + C_r \tag{13}$$

2.5 評価対象期間の考慮

本論文では時間的なパラメータである躯体の耐用年数を操作するため，躯体の耐用年数すなわち建築構造物の寿命が異なる設計案を比較する必要が生じる。

寿命が異なる複数の設計案を比較するためには，LCCだけでなく，確定値として評価対象期間 t_{eval} を設定し，評価対象期間中に建築構造物が繰り返し利用されるとして，拡張した LCC を用いて評価することが望まれる。評価対象期間を構法的序列による階層の第 0 位とすれば，$t_{eval} = t_p^0$ として式 (13) は式 (9) を用いて次式のように拡張される。ただし次式では，LC評価期間全体を対象とするため式 (9) におけるイニシャル評価の重複は考慮する必要はない。

$$
\begin{aligned}
C_{eval} = \sum_i \Bigg\{ & \prod_{x=0}^{u-2} n^{x+1:x} \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} \\
& + \sum_{y=0}^{u-3} \prod_{z=y}^{u-3} n^{z+1:z} \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:z+1}} C_{ik} \\
& + \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:0}} C_{ik} \Bigg\}
\end{aligned}
\tag{14}
$$

3 地震ハザードを考慮した LC 評価手法

地震ハザードを考慮した LC 評価の流れを図 2 に示す。まず，日本全域の地震情報[4] から建築構造物の建設が予定されているサイトでの地震動強さを求め，考慮すべき地震を決定し，その発生確率を求める。また，サイトでの地震動強さから建築構造物に対する荷重効果を求め，建築構造物の応答を評価する。建築構造物の損傷を損傷率関数を用いて評価し，各損傷レベルに応じた修繕量を算出する。これに確定値として求められるイニシャル評価値と，地震が発生しない期間のランニング評価値を加えたものが地震が発生した場合の LC 評価値である。期待 LC 評価値は，評価対象期間中の全ての地震発生シナリオの生起確率と，各地震発生シナリオにおける LC 評価値を乗じたものの総和として評価できる。

地震調査研究推進本部[4] の提案している方法に従って地震をモデル化する。地震発生過程のモデルとしては，BPT（Brownian Passage Time）分布と Poisson 過程を用いる。サイトでの最大加速度，最大速度は，地震そのものの規模と震源からサイトまでの距離，およびサイトの地盤によって推定する。本論文では，地震調査委員会が採用している司・翠川（1999）による断層最

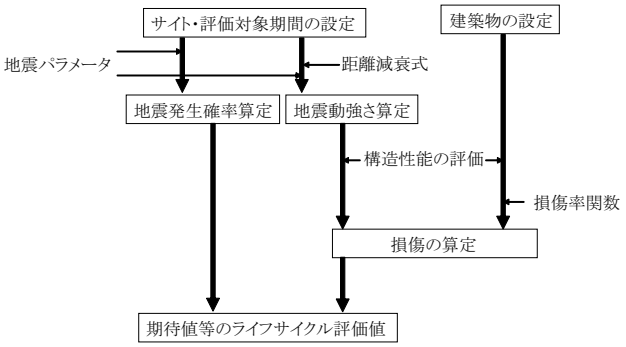


図2 地震を考慮した LC 評価の流れ

短距離を用いた距離減衰式を用いる。個々の地震について求められた最大加速度，最大速度を用い，荷重指針に基づき，地震による荷重効果を算定する。構造解析法は，荷重に対する静的応答についてのみ扱い，有限要素法 (Finite Element Method) を用い，立体骨組構造物に対しては立体解析による弾性応力解析を行う。

3.1 修繕率の変更

一般的に，建築構造物を構成する部材のうち，構法的序列の下位にあるものほど地震の影響を受けやすい[5]。本論文では，地震が発生した場合にどの階層にまでその影響が及ぶかを推定し，地震発生直後に修繕シナリオにはない修繕が行われるものとする。なお，本論文では各部材の劣化関数は確定的に評価し得るものとしている。以下，地震発生時の修繕量の算定法を示す。

部材 i の時刻 t での残存性能値が $P_i(t)$ である場合の修繕量 $r_i(t)$ は次式で表される。劣化関数の設定方法を図 3 に示す。

$$
r_i(t) = 1 - P_i(t) \tag{15}
$$

これを地震の影響を考慮した場合に拡張すると，時刻 $t = T_h$ に地震が発生した時の残存性能は $P_i(T_h)$ であり，地震の影響により部材 i の性能が $\gamma_i(T_h)$ 減少するなら，時刻 T_h に地震が発生した時の修繕量 $r_i(T_h)$ は次式で表される。この場合の劣化関数を図 4 に示す。

$$
r_i(T_h) = 1 - P_i(T_h) + \gamma_i(T_h) \tag{16}
$$

本論文では次式により $\gamma_i(t)$ を決定する。

$$
\gamma_i(t) = \gamma_i + G(P_i(t)) \tag{17}
$$

ここに，

γ_i : 部材iの劣化程度によらない一定の被害率
$G(P_i(t))$: 部材iの劣化により変化する被害率の重み

$\gamma_i(t)$ は地震動に対する建築構造物の応答を求めることによって決定する。

式 (15) および式 (16) を一般化すると，任意時刻 t における部材 i の修繕率は，時刻 t における残存性能 $P_i(t)$ ，地震による被害を表す係数 $\gamma_i(t)$ およびデルタ関数を用いた次式で表される。デルタ関数 $\delta(t)$ は $t=0$ の時に 1 を，$t\neq 0$ の時に 0 を返す関数であり，ゆえに次式は，時刻 t に地震が発生した場合，すなわち $t=T_h$ であった場合に右辺第 3 項が値を持つことを示している。

$$r_i(t) = 1 - P_i(t) + \gamma_i(t)\cdot\delta(t-T_h) \qquad (18)$$

以上により，地震発生時刻と地震によって損傷を受ける部材，およびその損傷率を特定できれば，地震を考慮した LC 評価を行うことができる。

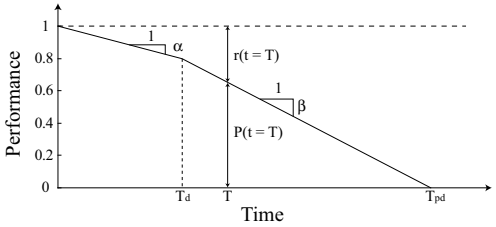


図3　劣化関数

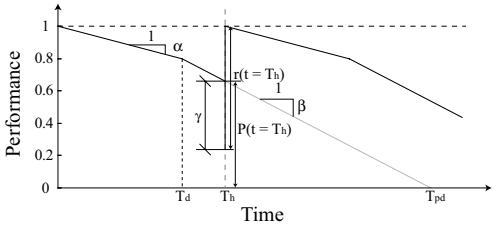


図4　地震発生時

3.2　損傷率関数

本論文では，最大層間変形角に基づいて地震の影響が及ぶ部位を表 1 のように仮定する[5)]。

表 1　躯体の修繕率と各部材の損傷関係

Drift Angle	損傷レイヤ
1/75 < Drift Angle	躯体
1/100 < Drift Angle ≤ 1/75	外壁壁体
1/150 < Drift Angle ≤ 1/100	屋根下地材 天井下地材 床下地材 外壁下地材 内壁下地材（外側） 内壁下地材（内側）
1/200 < Drift Angle ≤ 1/150	内壁下地材（外側） 内壁下地材（内側）

本論文では，地震によって損傷を受けると想定された部材 i の地震による損傷率関数 γ_i に対数正規分布関数を用いる。

3.3　修繕シナリオの変更

本論文では，地震の損傷を受けた部材を更新した場合，その部材は地震発生時刻以降も計画時に定めた修繕シナリオに従って修繕を行うのではなく，図 5 に示すようにその時点から始められる新たな修繕シナリオに従うものとする。地震による損傷の修繕を考慮した建築構造物のランニング評価を以下のように定式化する。

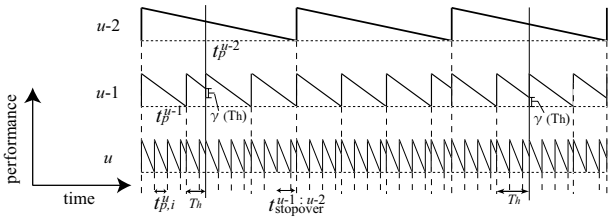


図5　地震による修繕シナリオの変更

まず，地震発生時に損傷を受けた部材は初期性能にまで回復させるものとする。すなわち，修繕周期 $t^u_{p,i}$ の第 u 位部材 i が，地震発生時刻 T_h の直後に修繕によって 1 まで性能を回復した場合，部材 i の次の修繕は時刻 $T_h + t^u_{p,i}$ に行われる。

すると，第 u 位部材 i の構法的序列の一つ上位に存在する第 $u-1$ 位部材の修繕期間中，T_h 年目に地震が発生した場合，第 $u-1$ 位部材の修繕期間 t_p^{u-1} 中の第 u 位部材 i の修繕回数 $n_i^{u:u-1}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} n_i^{u:u-1} &= \left(\left\lceil \frac{T_h}{t^u_{p,i}} \right\rceil - 1\right) + 1 + \left(\left\lceil \frac{t_p^{u-1} - T_h}{t^u_{p,i}} \right\rceil - 1\right) \\ &= \left\lceil \frac{T_h}{t^u_{p,i}} \right\rceil + \left\lceil \frac{t_p^{u-1} - T_h}{t^u_{p,i}} \right\rceil - 1 \end{aligned} \qquad (19)$$

上式中辺の第 1 項は第 $u-1$ 位部材の修繕期間開始時刻から地震発生時刻までの修繕回数であり，1 を減じているのはイニシャルとの重複を避けるためである。また，中辺第 2 項の 1 は地震による損傷を回復するための修繕を表しており，同第 3 項は地震発生後から第 $u-1$ 位部材の修繕期間終了時刻までの第 u 位部材 i の修繕回数を表している。地震による損傷を受けていない部材まで遡及して上式を適用すれば，地震の発生に伴う修繕シナリオの変更が可能になる。

3.4　期待ライフサイクルコスト

地震 $\boldsymbol{x}$ の評価対象期間中の $\boldsymbol{k}$ 年目における地震発生確率 $P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}]$ が既知であれば，評価対象期間中の建築構造物の期待 LCC は次式で求められる。

$$E[C_{eval}] = C_0 + \sum_k \sum_x \{P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}] \cdot C_r(\boldsymbol{k},\boldsymbol{x})\} + \prod_k \prod_x (1 - P_{\boldsymbol{k}}[\boldsymbol{x}]) \cdot C_r(\boldsymbol{k},0) \quad (20)$$

ここに，$E[C_{eval}]$ は評価対象期間中の LCC であり，$C_r(\boldsymbol{k},\boldsymbol{x})$ は地震 $\boldsymbol{x}$ が評価対象期間中の $\boldsymbol{k}$ 年目に発生した場合のランニングコストを表している。また，上式右辺の第 3 項は評価対象期間中に地震が発生しない確率とその場合のランニングコスト $C_r(\boldsymbol{k},0)$の積である。

上式を用いて，評価サイトにおいて考慮すべき全ての地震の評価対象期間中の全組み合わせと発生確率を乗じ，それらの和をとることによって期待 LCC を得ることができる。確定的な LC 評価と同様に，建築構造物の構成要素の単価の代わりに環境影響物質の排出原単位を用いれば，CO_2等の環境影響物質の期待 LC 排出量を評価することができる。

4 ライフサイクルデザイン

本節では地震ハザード考慮した LCD 手法を提案し，例題に適用する。そして，得られた結果について考察を行う。

4.1 地震ハザードを考慮したライフサイクルデザイン

設計変数として，構造材，非構造材の両方を含めた建築構造物の構成要素の取捨選択および各構成要素の修繕時期を操作する維持保全シナリオを考慮し，最適化手法には離散変数の最適化問題に優れた性能を発揮する GA を採用する。

本論文では，例えば木造躯体とコンクリート打ちの壁体等の材料特性や構法上現実的でない非構造材の組み合わせ，及び構造材の長期荷重による応力度，たわみ，柱接合部のディテールに関する制約条件を与える。

期待 LCC の最小化問題を次式で与える。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad E[C_{eval}](\boldsymbol{c},\boldsymbol{t_p}) \\ &\text{subject to} \quad g_j \leq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

ここに

$E[C_{eval}]$	：期待ライフサイクルコスト
$\boldsymbol{c}$	：構成要素の種類および組合せ
$\boldsymbol{t_p}$	：構成要素の維持保全シナリオ
g_j	：j 番目の制約条件

4.2 例題

図 6 に示す標準的な規模の独立住宅を例題として期待 LCC 最小化を行う。表 2 に解析の際に用いる GA のパラメータを示す。以下，期待 LCC 最小化によって得られた設計解を $\mathrm{E[LCC]}_{min}$ とする。

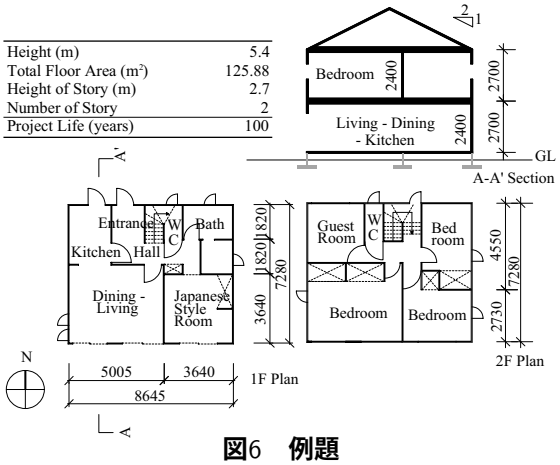


図6 例題

表 2 GA パラメータ

Population	100
Elite	2
Generation	500
Probability of Crossover	0.80
Probability of Mutation	0.01

4.3 サイトの設定

サイトとして長野市を想定した LCD を行う。ここで，評価対象期間は2006 年 1 月 1 日を起点とした 100 年間とする。長野では糸魚川–静岡構造線断層帯の影響が大きい。そこで，震源として糸魚川–静岡構造線断層帯北部・中部 (Itoigawa-N) と糸魚川–静岡構造線断層帯南部 (Itoigawa-S) の 2 つを考慮する。地震発生確率を図 7 に示す。

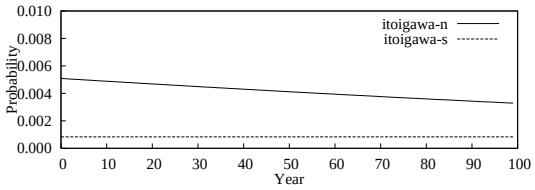


図7 地震発生確率（長野）

4.4 ライフサイクルデザイン結果

サイトを長野として，地震ハザードを考慮した LCD によって得られた $\mathrm{E[LCC]}_{min}$ を示す。

$\mathrm{E[LCC]}_{min}$ に対し，想定する二つの地震が作用した場合の最大層間変形角を表 3 に示す。本論文では最大層間変形角が 1/200 を超えると損傷が発生すると仮定しているため，糸魚川–静岡構造線断層帯南部で発生する地震は $\mathrm{E[LCC]}_{min}$ に損傷を発生させないため，LC 評価を行う際には考慮しない。このため，想定する地震発生シナリオは 101 通りとなる。各地震発生シナリ

オの生起確率を図 8 に示す。また，E[LCC]$_{min}$ の LC 評価値を表 4 に示す。

表 4 において期待値評価 (E[LCC], E[LCCO$_2$]) が確定的評価 (LCC, LCCO$_2$) を上回っているのは，糸魚川–静岡構造線断層帯北部・中部の地震の影響によるものといえる。図 9 に各シナリオにおける LCC を示す。図の横軸は地震発生年であり，縦軸は LCC である。図 10 に，各地震発生シナリオにおける LCC にそれぞれの地震発生シナリオが発生する確率を乗じたものを示す。図 10 に示す LCC を全てのシナリオについての和をとることによって期待 LCC となる。

図 9 において，LCC の増加が少ない地震発生シナリオは，地震発生年と，地震によって被害を受ける部材の修繕周期が重なった場合である。この図から，地震の不確定性を考慮した建築構造物の LC 評価値は，地震発生確率や建築構造物の応答などに対して一定，若しくは線形に変化するのではなく，非線形的な変動をするといえる。また，構造性能の向上によって図 9 に示すように各地震シナリオによる LCC のばらつきは小さくなるが，初期コストは増加するといったトレードオフの関係を考慮した設計が重要であることが分かった。

5 結

本論文では，地震ハザードを考慮した建築構造物の LCD 手法を提案した。さらに，地震ハザードを考慮した LCD を例題に適用した結果，構造性能の向上による初期コストとランニングコストの変化を考慮した上での設計解を提示できた。

ここでは，建築構造物の地震ハザードを期待値によって評価したが，施主や設計者等の意思決定者にとって必要な情報は，期待値だけでなく，地震発生シナリオを考慮した場合に LCC がとりうる最大値である場合も予想される。また，建築構造物の設計，提案を行う際には，建築構造物の建設予定地における地震動強さ，地震発生確率，地震が発生した場合に LCC が示しうる値等の情報を総合的に示す必要があり，これを解りやすく伝えることは，建築構造物の設計者に課せられた課題と言える。

付記

本論文における地震動予測には地震調査研究推進本部作成の地震動予測地図データを利用した。

表 3 最大層間変形角(E[LCC]$_{min}$)

	1 階	2 階
Itoigawa-N	1/130	1/117
Itoigawa-S	1/620	1/558

表 4 期待ライフサイクル評価値（E[LCC]$_{min}$**）**

LCC (yen)	31,161,800
E[LCC] (yen)	31,375,422
LCCO$_2$(kg-CO$_2$)	564,661
E[LCCO$_2$] (kg-CO$_2$)	572,082

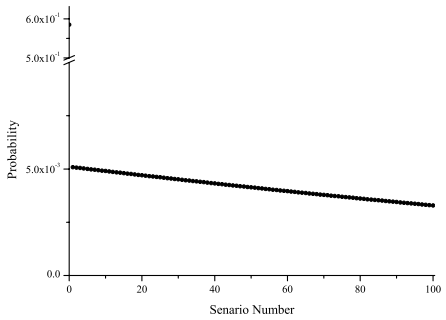


図8 地震発生シナリオ毎の生起確率（長野）

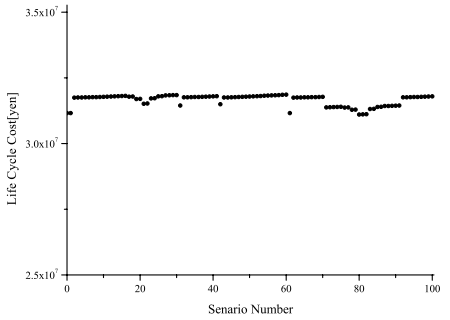


図9 地震発生シナリオ毎の LCC（E[LCC]$_{min}$）

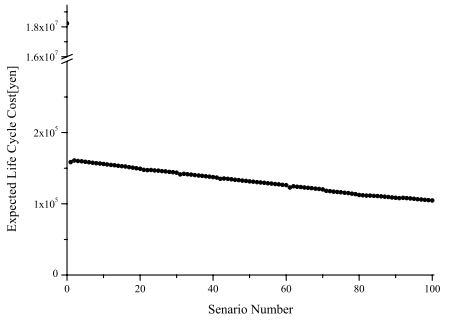


図10 地震発生シナリオ毎の期待 LCC（E[LCC]$_{min}$）

参考文献

1）大森博司，野田賢：遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.601，pp.181–188，2006.

2）大森博司，小林春之，内藤雅子： 建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究 –不確定性のライフサイクル評価へ及ぼす影響–， 日本建築学会構造系論文集，No.627，pp.765–771，2008.

3）小林春之，内藤雅子，蜂須賀聖力，大森博司：劣化の不確定性を考慮した建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究，構造工学論文集，Vol.54B，pp.235–240，2008.

4）地震調査研究推進本部地震調査委員会. http://www.jishin.go.jp/main/index.html

5）日本建築学会，非構造部材の耐震設計施工指針・同解説および耐震設計施工要領，2003.

遺伝的アルゴリズムによる鋼構造物の構造創生支援に関する研究

石田 高義[1)]，伊藤 智幸[2)]，大森 博司[3)]，飯嶋 俊比古[4)]，上村 和男[5)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，ishida@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)トヨタテクニカルディベロップメント株式会社，修士(工学)，tomoyuki.itoh@mail.toyota-td.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，博士(工学)，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
4)株式会社飯島建築事務所，博士(工学)
5)株式会社飯島建築事務所

1　序

建築構造設計とは，経済性や機能性，安全性，施工性，美観，あるいはその土地の風土や歴史，文化，地域環境や地球環境への配慮など多岐にわたる条件に対し，力学，材料学および施工に関する知識などをもとに，その建築物の骨格を形成する構造物の形状および寸法を決定する行為である。構造設計者は，このような設計行為の中で経験や知識，そして構造解析などを用いることで応力状態や構造性能を明らかにし，基準や法規，あるいは指針を参考にしながら，構造に要求される性能に関して多くの判断を下し，さらに建築デザインと構造の整合性，施工段階での不確定要素といった多様な観点からも許容できる設計解を見出さなければならない。

ここで，構造設計の過程の一部は一つの最適化過程とみなすことができ，数理計画法の理論を適用することによって数学的に定式化できる。離散変数を取り扱う問題に対して，遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm，GA)は有効である。多目的遺伝的アルゴリズム(Multi-Obejective Genetic Algorithm，MOGA)によれば，構造設計のように多様な要求事項を同時に考慮すべき問題に対して，Pareto最適解集合を設計者へ提案することが可能となる。Pareto 最適解集合は，設計者自らの選好でそれらの中から解を選定することにより設計のプロポーザルとして用いる事ができる。筆者ら[1)]はこのような考え方に基づいて鉄骨ラーメン構造の設計に対してこうした手法を適用できることを示している。

本論文は既報[2)]で示したブレース混合構造物を鋼構造設計ルート 3 におけるブレース配置と断面の最適化へ拡張する方法を既存の研究[1)2)]とあわせて示すもので，市販構造計算ソフトとの互換性を有し，単一目的もしくは多目的最適設計による設計支援を統合的に行うソフトウェアの開発を目標とした，実務で使い易く信頼性の高い構造設計支援ソフトの開発のための方法を提供しようとするものである。

2　構造創生支援ソフトウェア

本研究では，実務的な構造設計および構造計算を踏まえ，設計者の要求に応じた設計解を設計者に提案することを想定している。例として，許容応力度等設計法における構造創生支援計画の流れを図 1 に示す。

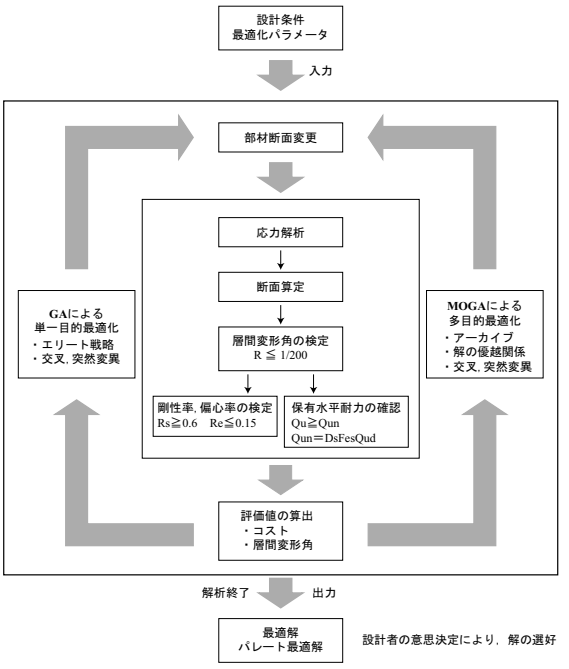


図1　本研究における構造創生支援計画

3　解析手法

3.1　多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化とは，複数の評価基準を同時に考慮しながら制約条件を満足する解を探索する操作であり，そこでは非劣解 (ある評価値を改善するためには，少なくとも他の 1 つの評価値を改悪せざるを得ないような解) の集合である Pareto 最適解集合を求めることが目

的となる。多目的遺伝的アルゴリズムは，遺伝的アルゴリズムを用いて，解の優越関係に基づいて選択演算を行い，近似Pareto最適解を求める発見的解法である。この方法はによれば 1 度の探索で多数の解が得られるため，設計者は明示的に与えられた設計条件を満足する多数の設計解の存在を確認することができる。本研究では多目的遺伝的アルゴリズムの解法として，Zitzler ら[3)]によるSPEA2(Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) を採用している。

3.2 多目的最適化問題の定式化

多目的最適化問題の定式化を行うにあたり，許容応力度等設計においては構造物の鋼材コストと最大層間変形角を目的関数として，多目的最適化問題を次式で与える。

$$\text{minimize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{\displaystyle\prod_j \gamma_j} \\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{\max\limits_k \left(R_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\right)}{\displaystyle\prod_j \gamma_j} \end{cases} \tag{1}$$

C : 構造物の鋼材コスト
R_k : k階の層間変形角
$\boldsymbol{x}$: 断面形状
$\boldsymbol{y}$: 部材配置
γ_j : 制約条件jに対するペナルティ関数

また保有耐力設計においては構造物の鋼材コストと各階，各方向の保有水平耐力を必要保有水平耐力で除した保有水平耐力比の最小値の逆数を目的関数として，多目的最適化問題を次式で与える。

$$\text{minimize } \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{\displaystyle\prod_j \gamma_j} \\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{1}{\min\limits_k \left(\dfrac{Q_u^{(k)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{Q_{un}^{(k)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}\right) \displaystyle\prod_j \gamma_j} \end{cases} \tag{2}$$

C : 構造物の鋼材コスト
$Q_u^{(k)}$: k階の保有水平耐力
$Q_{un}^{(k)}$: k階の必要保有水平耐力
$\boldsymbol{x}$: 断面形状
$\boldsymbol{y}$: 部材配置
γ_j : 制約条件jに対するペナルティ関数

3.3 ペナルティ関数

制約条件の扱い方には，ペナルティ関数を用いて，遺伝的アルゴリズムにおけるある情報体を持つ個体が設計者の要求性能を満たしていない場合に適合度に罰則を与える方法がよく用いられる。これは適合度を直接低減あるいは増大させることによって，望ましくない個体を淘汰することを目的としたものである。本研究では，各制約条件に対して独立した関数を設けそれぞれ制限値を越えた割合だけ適合度を低減あるいは増大させるという方法を用いる。

ペナルティ関数γ_uは次式で表せる。

$$\gamma_u = \begin{cases} \dfrac{u_{lim}}{u} & \text{if} \quad u > u_{lim} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

ここで，

u : 応答値
$u_{\lim}$: 制限値

本研究における最適化計算で用いる制約条件を表 1に示す。

表 1 制約条件

制約条件	制限値
応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
剛性率	0.6 以上
偏心率	0.15 以下
たわみ	スパンの 1/250 以下
保有水平耐力	必要保有水平耐力以上

4 数値解析例

4.1 計算モデル

対象とする構造物は図 2 に示す 1 × 3 スパン，3 層の鋼構造の事務所ビルである。長期荷重および短期荷重を設定し，短期荷重には地震荷重を想定する。地震荷重は，一次設計では，C_0=0.2 とし，二次設計では，C_0=1.0 とした A_i 分布に基づく地震力を各層の重心位置に X 方向または Y 方向へ作用させるものとする。なお，下端は完全固定の境界条件とする。

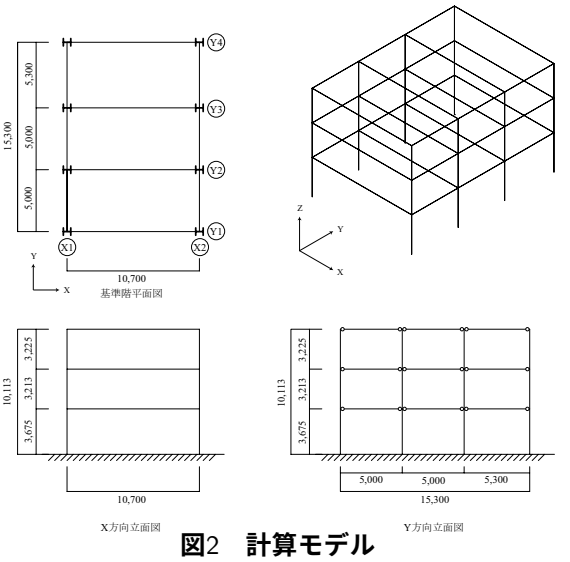


図2 計算モデル

4.2 設計変数

図 3に示すように各階，各層ごとに柱を 2 種，X 方向梁を 2 種，Y 方向梁を 1 種，ブレースを 1 種としてグループ化し，構造物全体で 18 種類のグループ化を行う。柱については広幅 H 形鋼 21 種類の中から，梁については細幅 H 形鋼 22 種類の中から，ブレースについては山形鋼 20 種類の中から選択を行う。

また，ブレースの配置は図 4 に示すように Y 構面の全てのスパンに配置可能とし，ブレースは X 型ブレースのみを用いることとする。本研究では引張ブレースのみを考慮するため，ブレース部材に圧縮力が生じた場合はその要素を削除し，再計算を行う。部材断面と部材配置の染色体により，遺伝的アルゴリズムの計算を行う。

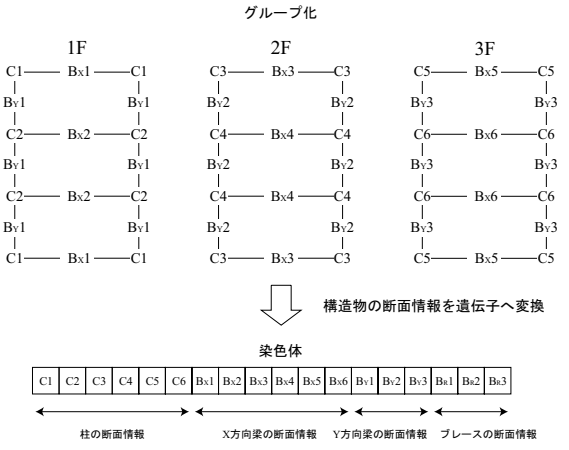


図3　グループ化と染色体

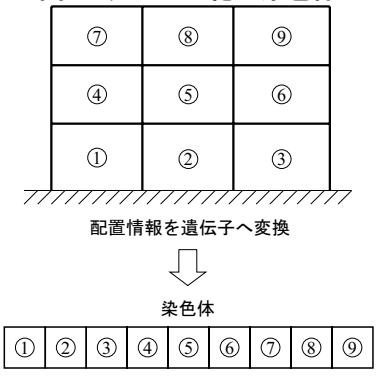


図4　ブレース配置と染色体

表 2　設計変数の範囲

Group	Number of Member
C1 ～ C6	67 ～ 87
B_X1 ～ B_X6	4 ～ 25
B_Y1 ～ B_Y3	4 ～ 25
B_R1 ～ B_R3	250 ～ 270

4.3 許容応力度等設計における多目的最適設計

本節では，経済性および変形性能の両者を同時に考慮し，かつ許容応力度等設計の規定および実務的な設計方法を満足することを目標とした多目的最適設計を行う。最適化パラメータ，制約条件を表 3 および表 4 に示す。最適化計算によって得られた Pareto 解集合の鋼材コストおよび最大層間変形角を表 5，表 6に示し，Pareto解集合の分布形状を図 5に示す。

表 3　最適化パラメータ

変数の総数	27
個体数	50
アーカイブ数	50
世代数	1000
交叉率	0.8
突然変異率	0.1

表 4　制約条件

応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
剛性率	0.6 以上
偏心率	0.15 以下
たわみ	スパンの 1/250 以下

表 5　解析結果 (鋼材コスト)

Max Cost (Yen)	Average Cost (Yen)	Min Cost (Yen)
2,117,400	1,691,756	1,423,460

表 6　解析結果 (最大層間変形角)

Max Drift	Average Drift	Min Drift
1 / 337	1 / 522	1 / 735

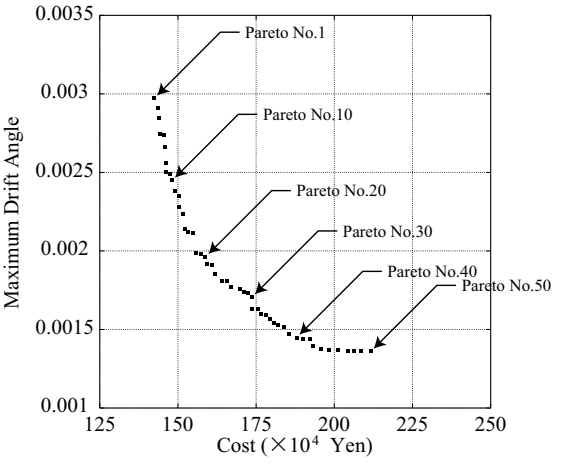
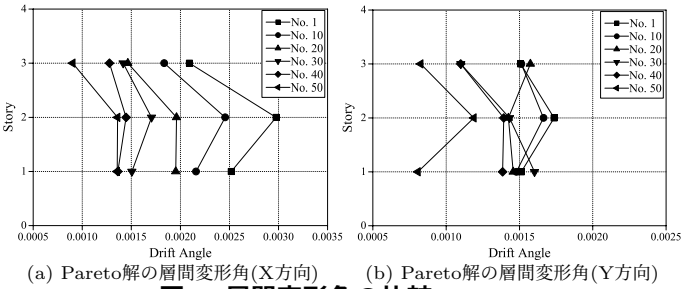


図5　Pareto 解集合



(a) Pareto解の層間変形角(X方向)　(b) Pareto解の層間変形角(Y方向)

図6　層間変形角の比較

本論文の手法により得られた Pareto 解集合の形状や代表的な設計解の変形性状について考察を行う。地震力の X 方向加力時および Y 方向加力時の Pareto 解の変形状態を表す図を図 7 および図 8 に示す。X 方向の変位性状 (図 7) を見ると Pareto 解の番号が大きくなり，鋼材コストが増大するとともに変形が抑えられていることが確認できる。しかし，Y 方向 (図 8) では Pareto 解番号が大きくなることと変形量には X 方向と同様の関係は見られない。これは，最大層間変形角の最小化を行っているため，X 方向がラーメン構造で Y 方向がブレース構造であるこの計算モデルでは，ブレースの水平剛性が非常に高いため，最大層間変形角はラーメン方向に集中してしまうためであると考えられる。

図 9 は各グループの断面性能の比較を示したものである。柱グループ C1 ～ C6 断面性能の分布について考察を行うと， Pareto 解番号が大きくなるにつれ断面性能が向上していることがわかる。梁グループ B_X1 ～ B_X6 については 3 層の B_X5，B_X6 以外のグループが著しく増大しており，対応する梁が骨組の剛性を高める重要な要素であることがわかる。またブレースにおいては特に 1 階のブレースである B_R1が骨組の剛性を高める上で重要な要素であることがわかる。

以上のように鋼材コストおよび最大層間変形角の 2 つの目的を同時に考慮した多目的最適化を行い，制約条件を満足する Pareto 解集合を得た。さらに得られた Pareto 解集合は，変形およびブレース配置の多様性に富む設計解群を与えていることがわかる。

4.4 保有耐力設計における多目的最適設計

本節では，経済性および構造物の終局耐力を同時に考慮し，かつ保有耐力設計の規定および実務的な設計方法を満足することを目標とした多目的最適設計を行う。最適化パラメータは表 3と同様である。制約条件を表 7に示す。

表 7　制約条件 (保有耐力設計)

応力	許容応力度以下
層間変形角(C_0=0.2 時)	1/200 以下
たわみ	スパンの 1/250 以下
保有水平耐力	必要保有水平耐力以上

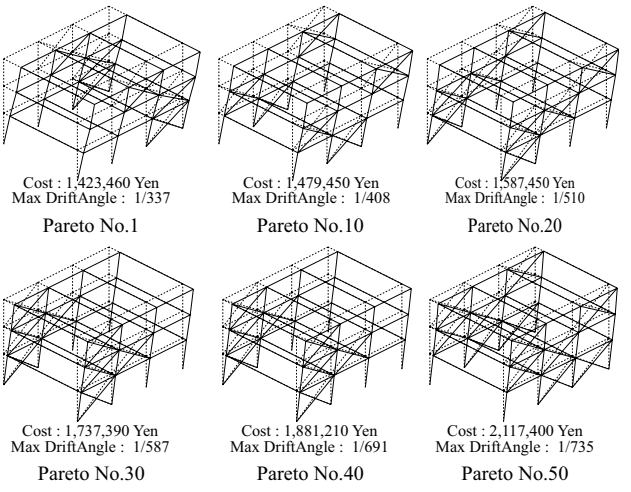


図7　変位性状(X方向)

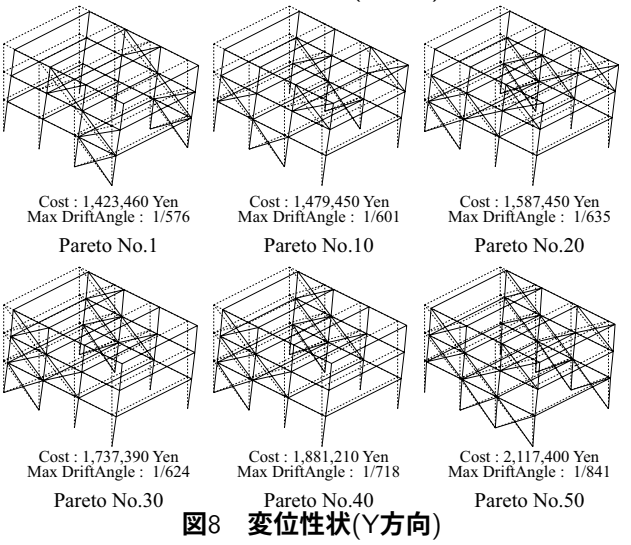
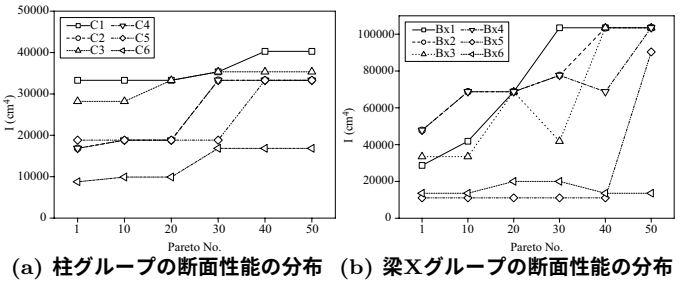
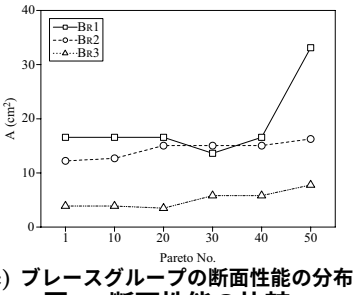


図8　変位性状(Y方向)



(a) 柱グループの断面性能の分布　(b) 梁Xグループの断面性能の分布



(c) ブレースグループの断面性能の分布

図9　断面性能の比較

最適化計算によって得られた Pareto 解集合の鋼材コストおよび最小保有水平耐力比を表 8，表 9に示し，Pareto解集合の分布形状を図 10に示す。

表 8　解析結果 (鋼材コスト)

Max Cost (Yen)	Average Cost (Yen)	Min Cost (Yen)
1,891,770	1,611,049	1,367,030

表 9　解析結果 (保有水平耐力比)

Max Safety	Average Safety	Min Safety
3.541	2.604	1.458

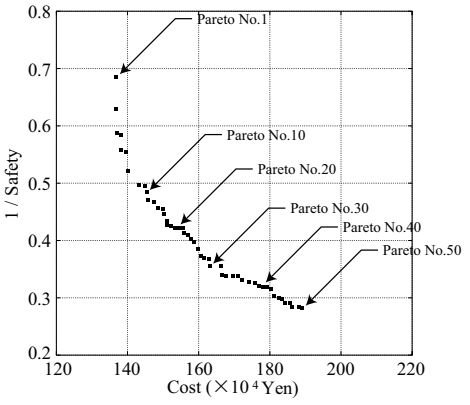


図10　Pareto 解集合

得られた Pareto 解集合の形状や Pareto 解集合に含まれる 6 つの設計解の変形や塑性化状態について考察を行う。抽出した Pareto 解の存在位置を図 10 に示す。層せん断力係数 $C_0 = 1.0$ とした地震力の X 方向加力時および Y 方向加力時の Pareto 解より抽出した設計解の弾塑性変形状態を表す図を図 11 および図 12 に示す。

弾塑性変形状態を見ると，塑性ヒンジの発生やブレースの降伏場所や変形状態はそれぞれ異なっている。これは，選択された部材やブレースの配置によって塑性ヒンジの発生もしくはブレースの降伏順序が変化するためである。

図 13 は各グループの断面性能の比較を示したものである。柱グループ C1 ～ C6 の断面性能よりコストの増大にともなって断面性能が向上し，保有水平耐力を高める上で重要な要素であることがわかる。梁グループについては 1 層の B_X1，B_X2 が効果的に保有水平耐力を増大させることのできる部材であることもわかる。

以上のように鋼材コストおよび保有水平耐力比の 2 つの目的を同時に考慮した最小化を行い，制約条件を満足する Pareto 解集合を得ることができることが示すと共に，得られた設計解群のもつ耐力性状を確認した。

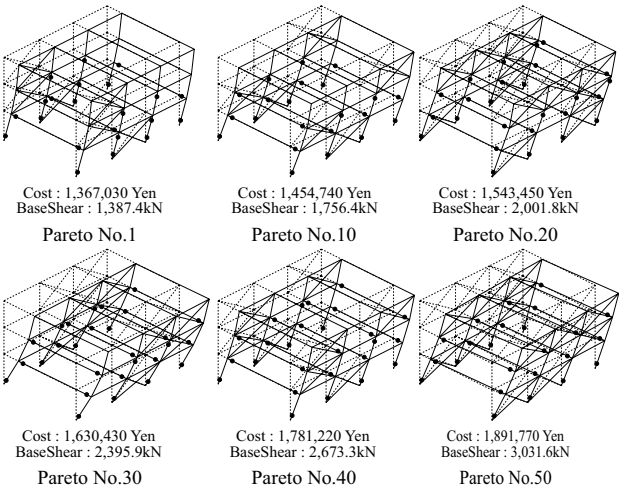


図11　変位，塑性化性状 (X方向)

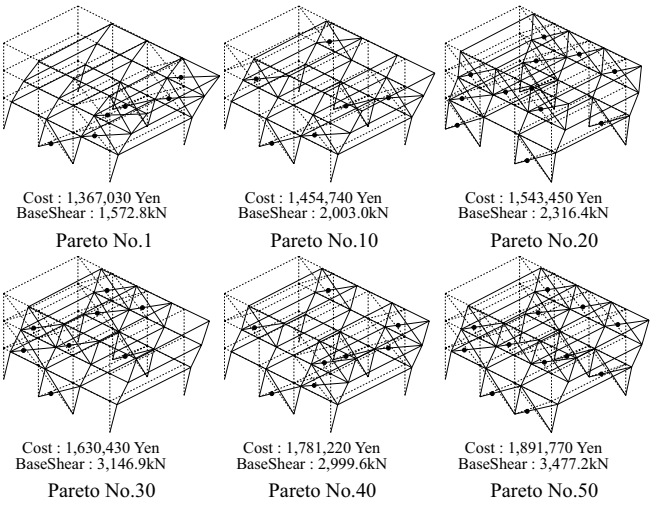
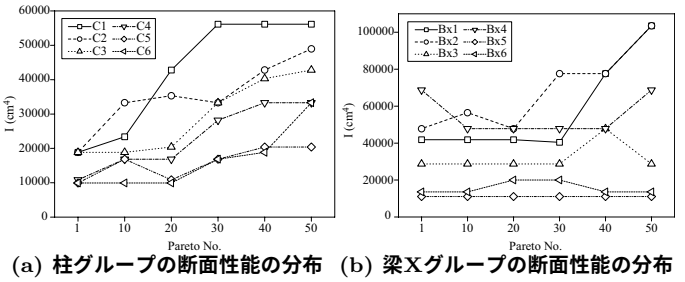
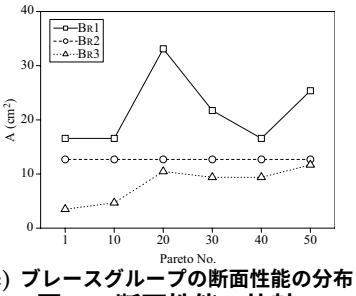


図12　変位，塑性化性状 (Y方向)



(a) 柱グループの断面性能の分布　(b) 梁Xグループの断面性能の分布



(c) ブレースグループの断面性能の分布

図13　断面性能の比較

4.5 ラーメン構造との比較

X, Y 方向純ラーメンとした骨組でも前節と同様に保有耐力設計による多目的最適化を行い，得られた Pareto 解集合や保有水平耐力比についてどのような違いがあるか検証する。最適化計算によって得られた Pareto 解集合を図 14 に示す。縦軸は保有水平耐力比を Safety として評価し，わかり易くするためにこの逆数を示している。したがってこの値が小さいほど耐力に余裕があることになる。

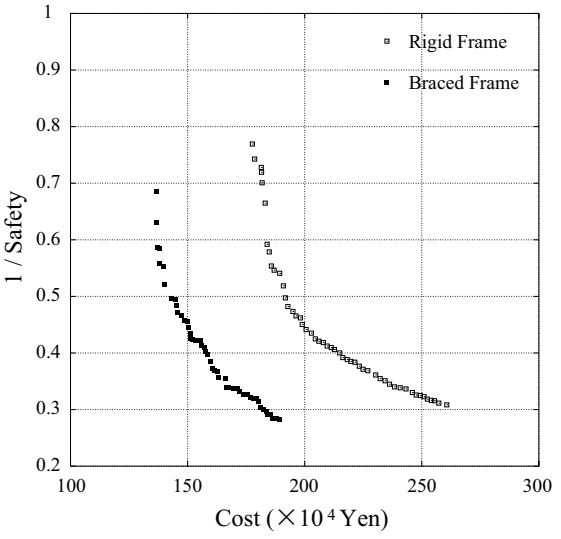


図14　Pareto 形状の比較

ラーメン構造における Pareto 解集合の鋼材コストおよび保有水平耐力比は，ブレース混合構造に比べて広い範囲に分布していることがわかる。両者の設計解および分布の性状から，ブレース混合構造の方が鋼材コストを少し変化させることによって，保有水平耐力比を大きく変化させる傾向が強いことがわかる。これは，ブレースが比較的安価なわりに剛性，耐力への寄与率が大きいことと，ブレース構面方向の保有水平耐力に余裕があるので，保有水平耐力を向上させるためにはブレースの配置されない X 方向を補強することによって保有水平耐力を向上させられるからだと考えられる。

また，Pareto 解の分布性状が把握できると，ブレース混合構造では，ブレース構面に開口が設置できないなどの意匠的な制約を受ける場合があり，この場合に保有水平耐力比を同程度として構造形式をブレース混合構造からラーメン構造に変更するためにはどのくらい鋼材コストが変化するかといった情報も併せて設計者に提示することができることも確認できる。こうした情報は設計者が構造形式を選択する際，あるいは，設計者がユーザーに設計案の構造性能を明示的に説明する際，大変有用なものとなろう。

5 結語

本研究では鋼構造物に対し，部材断面とブレース配置を設計変数として，単一目的問題に対する最適設計や多目的問題に対する多目的最適設計による設計支援を統合的に行うシステムの提案を行った。構造設計のような同時に考慮すべき問題がある場合に対して，複数の Pareto 解を設計者へ提案することが設計解群の定性的定量的特性を把握する上で大変有効である。

多目的遺伝的アルゴリズムによって，制約条件を許容応力度等設計法，目的関数を鋼材コストおよび最大層間変形角の 2 目的とした多目的最適設計を行い，部材断面とブレース配置の同時最適化が可能であることを示した。また，目的関数を鋼材コストおよび保有水平耐力比とする多目的最適化問題の Pareto 解集合を最適化計算によって得ることができることも示した。得られた Pareto 解集合には部材断面およびブレース配置の多様性に富む設計解が得られていることが確認された。

多目的最適設計により得られる Pareto 解集合によって，鋼材コストを変化させると，層間変形角や保有水平耐力がどのように応答するかを把握することができ，設計者が構造性能のレベルを把握，決定する際に有用な情報となると考えられる。

6 謝辞

本研究の遂行に当たり，飯島建築事務所の飯嶋俊比古博士，上村和男氏に設計データの供与の他，極めて多岐に渡る有益な助言をいただいた。ここに記して深謝する。

参考文献

1）田村尚土，伊藤智幸，大森博司，構造最適化法を用いた建築構造創生支援ソフトウェアの開発，日本建築学会コロキウム構造形態の解析と創生，pp.157-162，2006.
2）伊藤智幸，田村尚土，大森博司，構造最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究，日本建築学会コロキウム構造形態の解析と創生，pp.83-88，2007.
3）E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele, SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab, (TIK)，2001.

スプリングネットワークモデルによる自己組織化膜構造体の形態創生シミュレーション

乗松隆由[1)]，松野哲也[2)]
1)有明工業高等専門学校専攻科 生産情報システム工学専攻，学生，準学士(工学)
2)有明工業高等専門学校，准教授，博士(工学)

1 はじめに

1.1 背景

近年，計算機と解析技術の発達により，建築学において様々な形態の構造設計が可能となり，樹木や貝殻などが有する複雑な構造形態の設計がなされるようになってきた．構造設計の1つの手法として，形態創生[1,2)]と呼ばれる考え方に基づくものがある．現在までに様々な形態創生手法が提案されており，それらにより設計された建築構造物は美術的にも優れた作品が多く存在する．

ここで，自然界に存在する生物の力学的構造に着目してみよう．例えば，植物の幹や茎は，生体の維持に必要な養分や水の輸送路であるのと同時に，上部の葉や花を支える基本的な構造物である[1)]．多くの草木の茎の断面は円形をしているが，これは断面がすべての方向に一様な曲げ剛性を持っているので，あらゆる方向から吹く風に対応することができるという機能的意味を持つ．また，樹木は太陽からの光をより獲得するために高く枝分かれし成長していくが，そのような樹木の枝分かれも，樹木に働く力の分散に役立っている．このような生物のもつ形状や機能を，建築物を構成する構造体にも取り入れようとする動きが近年盛んになってきた．

本研究においては，生物のもつ内部構造，つまり細胞の働きを建築学に応用することを試みた．

ここで，ひとつの生物の細胞が細胞分裂を繰り返し，複雑な形を有する成体にいたるまでの過程を簡単に説明しよう．生物は，１つの細胞シート（細胞が集まってシート状になっているもの）が分裂したりちぎれたりして生物の形を形成していくことが知られている[3)]．まず，受精卵という一個の細胞が分裂を繰り返し，多細胞の塊ができる．この塊は胞胚といい，多くの種類の多細胞生物のものは中空の球形に近い形状をとる．これは，細胞が集まってできたシートが閉じた球だと考えることができる．この後，球形のシートにくぼみができ，どんどんくぼみは深くなって，ついには反対側のシートと融合してトンネルができる．このトンネルが消化管であり，胃や腸にあたる．また，消化管から枝分かれがおこって肺などができる．このようなシートの成長や変形が次々とおこり，最初はひとつの細胞でしかなかった生物は，ついには複雑な形状を有する多細胞成体となる．

以上述べたプロセスにおいて，各細胞においては，遺伝子に基づくプログラムのほかに，自分及び自分の周りの細胞の状況に基づいた，ある種の状態遷移ルールが定義されていると考えられている．このような局所的なルールから，最終的には細胞集団としての秩序ある大域的構造が作られていく．これを細胞の自己組織化現象[4)]という．また，このような生物の形を作る細胞の動きは，すべて遺伝子が決めているわけではない．例えば，魚がどのような種類の魚になるかは遺伝子で決まっているが，体の表面に現れる模様のパターンについては遺伝子がすべてを支配しているわけではない．この模様は，化学物質の相互作用によりつくられているという説が現在有力であり，自己組織化現象のひとつであると言われている．コンピュータサイエンスの創始者として知られるアラン・チューリングは反応拡散系で，この生物の模様のような空間パターンが生じることを1952年に既に示している．このようなパターンはチューリングパターンと呼ばれている[5)]．

1.2 目的

本研究では，形態創生の新たなアプローチとして生物の自己組織化現象に基づくアルゴリズムの確立を目指すことを目的とした．細胞シートが増殖を行い成体へと成長していくかのように，一枚のシートが力学的構造体を形成していく過程をシミュレーションする．これにより，新しい建築物の設計手法の確立，個体発生のメカニズム解明など，建築学・生物学双方の分野への貢献が期待される．

チューリングパターンに関する数理については，これまでに数多くの研究が存在する．しかしながら，チューリングパターンが力学的構造体の形成プロセスに影響を

与え，かつ形成された構造体の形状がパターン形成に影響を与えるというモデルの本格的シミュレーションはこれまでほとんど行われなかった．特に建築学（構造設計）への応用の試みは今回初めて提案されたものである．

2 方法

2.1 スプリングネットワークモデル

今回,建築物の基本的構造要素の 1 つである膜構造(シート）を，スプリングネットワークモデルにより自己組織化させることを試みた．ここでは，形成されたシート上で反応拡散方程式を解き，活性因子の濃度が高い粒子箇所に柱を出現させるなどして，テントのような建築物が自律的に形成されるシステムを構築することを試みた．

スプリングネットワークモデルとは，質量をもった粒子がバネにより繋がっているという構造を有する力学的ネットワークで,仮に粒子を生物の細胞だとするならば,その細胞同士の力学的結合はバネが表現されていると考えることができる．この粒子の動きはニュートンの運動方程式により記述されている（付録参照）．

また，各粒子は位置，速度，内部か境界の判定，生きているか死んでいるかの判定などと様々な状態を記憶している．粒子 1 つ 1 つが自分の今の状況を把握し，次への状態の変化を自分で判断する．そのとき常に三角形をつくりながら，力学的構造体を形成していくようにプログラミングを行った．

2.2 成長アルゴリズム

粒子が六角形状に敷き詰められて並んでおり，隣り合う粒子同士がバネで繋がれているネットワーク構造を初期構造としてシミュレーションは開始する．いちばん外側にある白い粒子は境界粒子，それ以外の粒子は境界の内側の粒子であることを意味している．この粒子が増殖・消滅を繰り返し，成長していくのだが，増殖アルゴリズムは境界粒子か内部粒子かで増殖の仕方に変化を付けており，消滅も 2 種類の消滅方法を用意した．以下に各増殖・消滅のアルゴリズムを記述する．

2.2.1 境界粒子の増殖アルゴリズム

ここではシートの一番外側の粒子，つまり境界粒子のみが行う増殖で，シートが外側に広がっていくイメージの増殖機能について説明する.図1にその仕組みを示す.

仮に，ある粒子が境界粒子で，確率により分裂することが決定した粒子（増殖決定粒子）とすると，まずその増殖決定粒子に連結している内部の粒子の数に着目する．もし，連結している内部の粒子の数が 3 つ以上ならば,図 1(A)のように新しく生まれる粒子（娘粒子）は 1 つ，2 つなら図 1(B)のように娘粒子は 2 つ，1 つなら図 1 (C)のように娘粒子は 3 つと，内部の粒子の数によって増殖する数を決定する．これは増殖決定粒子及びそれに連結している境界粒子のなす角 θ（図 1 参照）が関係している．もしもこの角度 θ が鈍角のとき,つまり内部粒子の数が 1 つのときに 1 つの粒子を誕生させようとすると，バネに加わる力の働き方が適切ではなくなり，三角形が崩れてしまう．よって角度 θ が鈍角のときは多くの粒子を誕生させ，角度 θ が十分鋭角ときは 1 つの粒子を誕生させるようにした．

増殖させる数が決定したら，その娘粒子を増殖粒子付近に発生させ，増殖決定粒子にリンクしている粒子の座標情報から方向ベクトルを算出する．そしてそれぞれに対応する向きの初速を与えれば，連結構造はトラス構造を保つことができる．

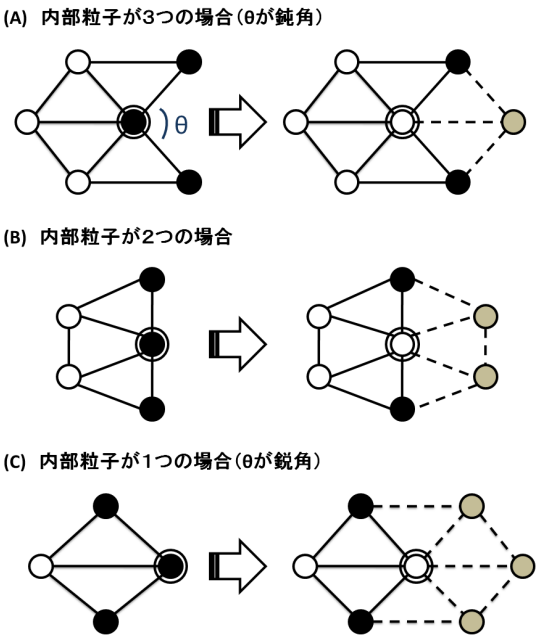


図 1：境界粒子が増殖するルール.
白色の粒子は内部粒子，黒色と灰色の粒子は境界粒子を表す．特に灰色は新しく生成された粒子を表す．丸枠で囲まれた粒子は増殖決定粒子を表す.

2.2.2 内部粒子の増殖アルゴリズム

ここでは境界粒子より内側に存在する粒子，つまり内部粒子のみが行う増殖について説明する.

仮に，ある粒子が内部粒子で，それが増殖決定粒子になったとする．まず，その増殖決定粒子にリンクしている粒子のうち, 連続して隣り合う 4 つの粒子を選択する．リンク情報は, 左回りの方向の順番で格納しているので, 右から 1,2,3,4 の粒子とする．ここで，真ん中の 2,3 の粒子のリンクを削除し，増殖決定粒子付近に粒子を発生させる．あとは新しく誕生したこの娘粒子と，1,2,3,4 そして増殖決定粒子とをそれぞれリンクを張れば，トラス構造を保ったまま内部粒子が増殖したこととなる．

2.2.3 埋め合わせ型消滅アルゴリズム

埋め合わせ型の粒子の消滅は，内部粒子だけが行うようなっており，トラス構造を保ちながら粒子を消滅させる．

仮に，ある粒子が内部粒子で，消滅することが決定した粒子（消滅決定粒子）であるとする．まず，その消滅決定粒子にリンクされている粒子のなかから 1 つ粒子を選択する（選択粒子）．そして消滅決定粒子を消去する．消滅決定粒子にリンクしていた粒子の中から，選択粒子にリンクしている以外の粒子を決定し，それらと選択粒子にリンクを張る．これでトラス構造を崩さずに，内部粒子を消滅させることができる．

2.2.4 穴あき型消滅アルゴリズム

上記の埋め合わせ型の消滅がトラス構造を保ったまま消滅したのに対し，この穴あき型の粒子の消滅は，単純に粒子が消滅してシートに穴が開くような機能となっている．これは内部粒子でも境界粒子でも実行することができる．

仮に，ある粒子が確率により消滅決定粒子になったとすると，その消滅決定粒子を消去する．そして消滅決定粒子がリンクしていた粒子とのリンク情報を全て破棄することで実現する．

2.3 反応拡散系

細胞分化に関係する二種類の化学物質(u,v)があるする．ひとつは積極的に何かを作ろうとする物質（活性因子）で，もうひとつはそれを抑えようとする物質（抑制因子）である．ある細胞の中で，この二つの物質因子の間には次のような相互作用があるとする．

- いくつかの隣接した細胞では物質の交換がある（拡散）．
- それぞれの細胞では化学反応が進行している．
- 活性因子は自己を増加させる．また，抑制因子を作り出す．
- 抑制因子は活性因子の増加を抑える．
- 抑制因子の拡散が活性因子の拡散よりも速い（拡散係数が大きい）．

初期条件として，ある場所で活性因子 u が多かったとする．すると自己触媒反応により u が増加する．すると抑制因子 v も増加するが， v の方が拡散が早いので，u の増加は継続する．その周囲には増加した v が流れ込むので u の増殖は抑え込まれる．このような作用により，チューリングパターンは形成される [5].

チューリングは，2 つの物質 (u,v)の反応の様子を以下の数学モデルで表現した．

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D_u \Delta u + f(u,v) \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = D_v \Delta v + g(u,v) \tag{2}$$

ここで, Δはラプラシアン，D_u, D_vは拡散係数である．反応項 f (u,v), g (u,v)はそれぞれの化学反応系によって異なってくるが, 今回はフィッツフ-南雲型と呼ばれる 3 次と 1 次の特別な場合

$$f(u,v) = u(1-u)(1+u) - v \tag{3}$$

$$g(u,v) = \varepsilon(u - \gamma v) \tag{4}$$

を採用した．ε , γ は化学反応に関するパラメータ（正定数）である．

この反応拡散系を，自己組織化するトラス構造シート上で解く．すると各粒子はある濃度の活性因子・抑制因子をもつことになる. 今回特に活性因子の濃度に注目し，その濃度が高ければ粒子の色を濃い灰色に，低ければ淡い灰色になるよう設定した．これにより，シート上に濃淡の灰色構成された，ある空間パターンが表示される．

ここでは，ある閾値よりも高い濃度を示す粒子箇所に，一定の高さの柱を生成することにした．これにより，一枚のシートをいくつかの支柱で突き上げた，まるでテントかのような膜構造体が創生されることが期待される．生物学的観点においては，内部骨格を有する個体の創生と言うこともできるであろう．

3 結果

トラス構造体の形態創生シミュレーションの過程を示す．

図 2 に示す六角形状のシートを初期構造としてシミュレーションは開始される．各粒子はバネにより繋がっており，三格格子（トラス構造）を形づくっている．活性因子と抑制因子の濃度はほぼ均一な分布となっているため，どの粒子も同じような色をしている．以下に各増殖・消滅の様子を示す．

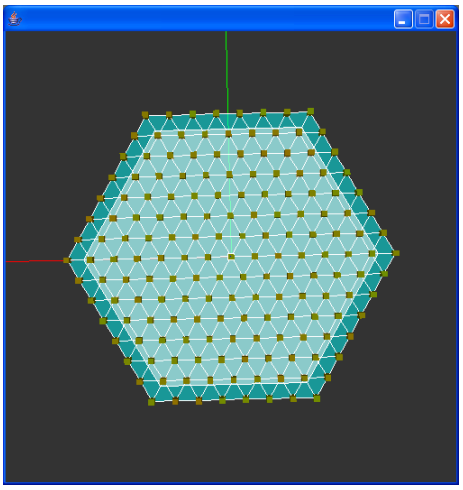


図 2：シミュレーションの初期状態．
粒子間隔の初期値はバネの自然長にセットされる．

図 3 に境界粒子が増殖した結果を示す．初期状態と比べると，様々な個所で増殖が起こり，シートが拡がっていることがわかる．白色枠 1 の増殖決定粒子は 2 つの内部粒子とリンクしていたので，新しい粒子が 2 つ発生している．白色枠 2 は六角形の角にあたる部分なので，増殖決定粒子は 1 つの内部粒子とリンクしている．よって新しい粒子は 3 つ発生している．きれいな六角形状のシートが，増殖を繰り返すことで不規則な形へと変化していく．

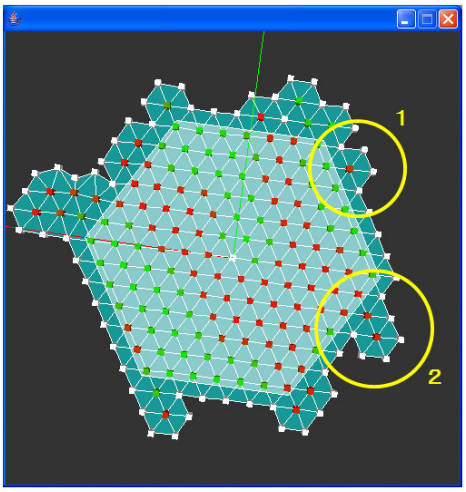


図 3：境界粒子増殖の様子．
境界粒子は分かりやすいよう白色にしている．

図 4 に境界粒子の増殖以外の増殖・消滅の様子を示す．図 4(A)は内部粒子の増殖の様子である．増殖決定粒子右側に新たな粒子が発生し，トラス構造を崩すことなく増殖が行われていることが分かる．白色枠に囲まれた箇所の粒子が，この増殖を実現するために関わった（リンクの繋ぎかえなど）粒子であり，その中心に位置する粒子が新しい粒子である．図 4(B)は埋め合わせ型の消滅の様子である．消滅決定粒子は消えて無くなっており，トラス構造を崩すことなく消滅が行われていることが分かる．三角形が濃い灰色の部分の粒子が，この増殖を実現するために関わった粒子である．図 4(C)は穴あき型の消滅の様子である．これも消滅決定粒子は消えて無くなっており，それを中心にシートに穴があくことになる．

(A)
(B)
(C)

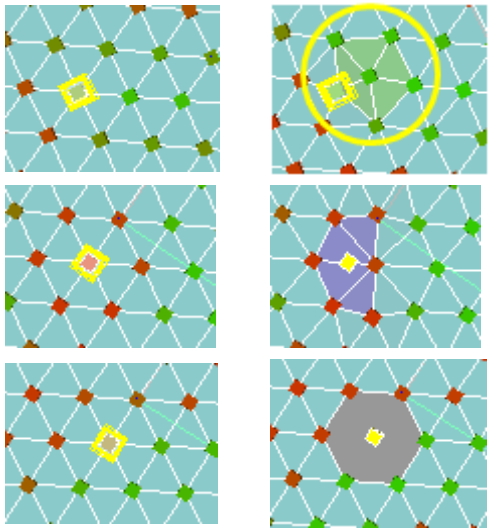


図 4：増殖・消滅の様子．
(A) 内部粒子の増殖の様子，(B) 埋め合わせ型消滅の様子，(C) 穴あき型消滅の様子．
左の図が実行前，右の図が実行後の状態である．左図の白色の枠で囲んである粒子は，増殖または消滅決定粒子となっており，右図の白色の点はその決定粒子があった場所を示している．

図 5 にチューリングパターンが形成される様子を示す．最初，活性因子の濃度の分布はほぼ均一であるため，(A)のようにどの粒子もほぼ同一色の灰色となっている．しかし時間が経過してくと，徐々に分布に変化が起きだし，(B)のように若干色が濃くなった粒子や淡くなった粒子などが現れはじめる．さらに時間が経過すると，(C)のようにいくつかの粒子はハッキリとした濃い灰色，淡い灰色の粒子になり，不均一な空間パターンが形成される．これがチューリングパターンである．

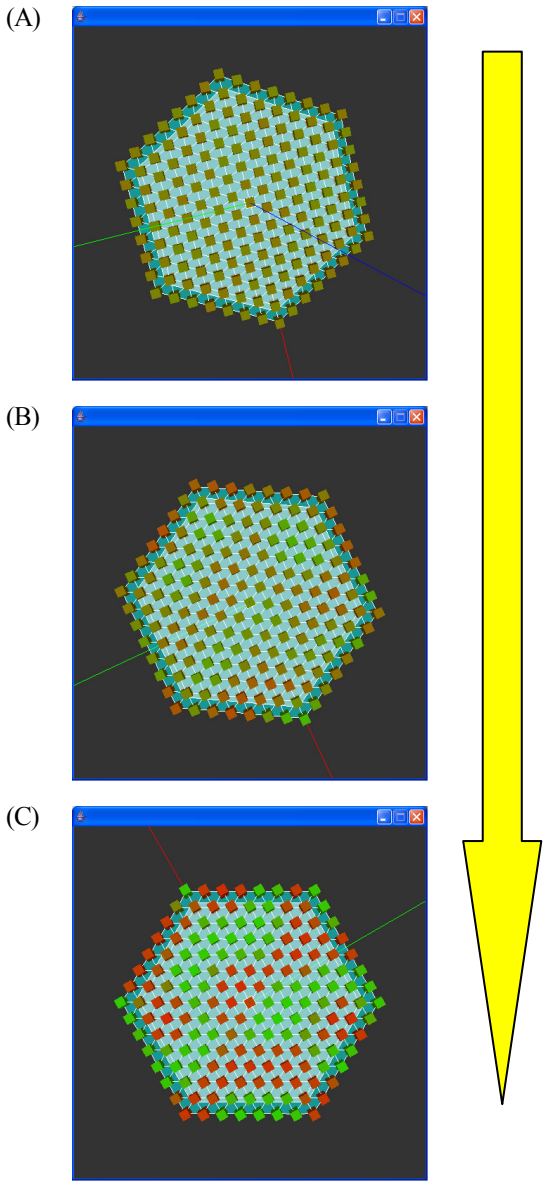


図 5：チューリングパターン形成の様子.

時系列は(A)→(B)→(C)の順．色の移り変わりが分かりやすいように，粒子のサイズを大きくしている．粒子の色は，活性因子の濃度が高くなるほど濃い灰色，低くなるほど淡い灰色となる.

図 6 に，自己組織化されたシートに柱を生成したときの様子を示す．(A)では，完全にチューリングパターンが形成されており，各粒子の活性因子濃度もほぼ決まった状態にある．これらの粒子から，ある閾値以上の濃度をもつ粒子を選択し，その粒子の場所に柱が生成されるようにすると，(B)(C)のようになる．境界粒子は地面に張り付いたままにしたので，このようなプロセスを経てテントのような膜構造体が創生できた.

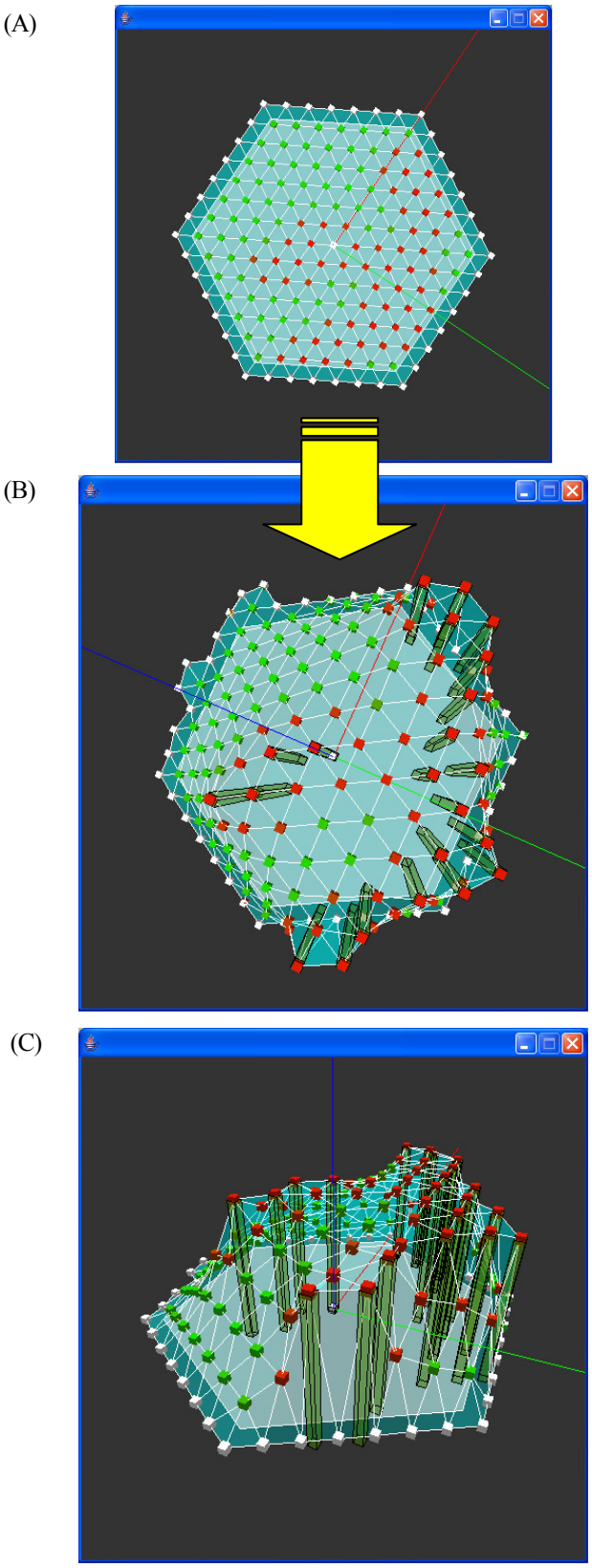


図 6：柱生成の様子.
(A) 柱生成前，(B) 柱生成後，(C) 別アングル.

4 まとめ

本研究で取り扱った形態創生は，①トラス構造を有する細胞シートを用意する．②粒子の増殖・消滅によりシートを成長させる．③同時にシート上で反応拡散系を解き，チューリングパターンを形成させる．④できあがったシートの数ヶ所をチューリングパターンに従って選択し，そこに柱を建てる．⑤膜構造体の建築物が創生される．という流れに従うものである．

各増殖・消滅について，図3および図4に示されているように，すべてトラス構造を保ちながら実行された．また，粒子は自分にどの粒子がリンクしているかという情報のみで，増殖・消滅を行っている．例えば，境界粒子は自分が境界粒子であることを知っているため，増殖するときは「境界粒子の増殖」を選択し，自分とリンクしている内部粒子の個数により新たに発生させる娘粒子の数を決定して，その内部粒子の位置情報により娘粒子の位置を決めている．内部粒子も自分は内部粒子と知っているため，増殖するときに「境界粒子の増殖」を選択することはないし，自分にリンクしている粒子の状況からそれに適した増殖を行う．つまりどの粒子も，少ない情報にも関わらず，自分に適した増殖・消滅を自分で判断して行い，なんらかの形を形成しようとしているのである．これは，局所的なルールから大域的な構造をつくるという自己組織化現象そのものである．

以上のことから，生物的アルゴリズムを組み込んだ，新しいスタイルの形態創生アルゴリズムの基礎的な部分を確立できたと言える．

本研究における今後の大きな課題として，応力フィードバック機構の追加が挙げられる．今の時点では，自己組織化現象を形態創生に組み込み，コンピュータ上で新奇な，あるいはある程度生物的な形の建築物を形成することは実現した．しかしこれはあくまでコンピュータ上での話で，実際に建設可能な建築物なのか明確ではない．例えば，ある部材に力が掛かりすぎていて，実際に建設してみると部材が折れ，建築物が崩れていくかもしれない．よって，各部材にかかるストレス，つまり応力を計算する機能の追加が必要となる．これを実現することで，ストレスがかかり過ぎている箇所に柱を建てたり，増殖を行うことで力を分散させる，などの対応が可能となる．また，このような建築力学的考察は，生物における力学的構造の更に深い理解のための手掛かりをもたらすかもしれない[6]．

付録

ここに，形態創生シミュレーションで用いた方程式のパラメータを記載する．

スプリングネットワークのi番目の粒子の運動方程式は次の通りである．

$$m\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = -C_0\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} + k_0\sum_{j\in A_i}(|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i| - L_0)\frac{\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j-\mathbf{r}_i|} \quad (5)$$

ここで $\mathbf{r}_i$ はi番目の自由粒子の位置ベクトル，A_i はi番目の粒子に接続している粒子のインデックスの集合を表す．固定粒子の位置ベクトルは一定に保つ．自由粒子とは，バネからの力のみが作用している粒子のことであり，固定粒子とは，境界粒子のように増殖時以外は固定されている粒子か，あるいは柱の頂点に固定されている粒子を表す．いずれの場合もピン支持である．

質量m，減衰係数 C_0，バネ定数 k_0，バネの自然長 L_0 は全粒子において共通であり，本シミュレーションで用いた値は次の通りである．

質量m：1.0
バネの自然長 L_0 ：10
バネ定数 k_0：5.0
減衰係数 C_0：1.0

反応拡散方程式(1)-(4)におけるパラメータ値は次の通りである．

活性因子の拡散定数 D_u：0.1
抑制因子の拡散定数 D_v：1.0
化学パラメータ ε ：2.0
化学パラメータ γ ：1.0

参考文献

1) 佐々木睦朗：FRUX STRUCTURE，TOTO出版，2005
2) 三井和男，大森博司，本間俊雄，大崎純，田川浩：発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム（計算工学システム），コロナ社，2004
3) 本多久夫：シートからの身体づくり，中央公論社，1991
4) 都甲潔，江崎秀，林健司：自己組織化とは何か，講談社，1999
5) 西浦康政：自己複製と自己崩壊のパターンダイナミクス，岩波書店，2003
6) フライ・オットー：自然な構造体，鹿島出版会，1986

格子状平板の強制変位による自由曲面形成に関する基礎的研究

山本 憲司[1)]，本間 俊雄[2)]
1) 鹿児島大学工学部建築学科，助教，博士(工学)，yamamoto@aae.kagoshima-u.ac.jp
2) 鹿児島大学工学部建築学科，教授，工博

1　はじめに

シェル構造の曲面を容易に施工する方法として、マンハイム多目的ホール[1)]やEXPO2000日本館[2)]など、部材の初期曲げによって曲面を形成する方法がある。これらの構造材には柔軟な木材が用いられることが多いが、近年ではFRPのような軽量で高強度な材料も現れ、今後この種の研究や施工例は増えていくものと考えられる[3),4),5),6)]。一方で、実験やコンピュータの利用により力学的に合理的な自由曲面シェルの形態を作り出す試みがなされている[7)]。これらの自由曲面は単純な幾何学関数で表現されないため、施工性が悪い欠点がある。上述の施工法はこの種の曲面を実現する上でも、有効な方法として期待される。

部材の初期曲げによって曲面を形成する方法のうち、最も施工が容易と考えられるのは、予め地表で部材を格子状にピン接合し、この格子状平板に強制変位を与えて曲面を形成する方法である（図1）。強制変位後に施工上十分な剛性や耐力が確保できれば、建設足場を必要としない。しかし、初期状態を平板とするために、表現可能な曲面の形状には制約があるものと考えられる。

本稿では、設計者が表現したいと考える任意の曲面を、格子状平板の初期曲げによって形成することを想定し、どのような強制変位を与えれば最も目標とする曲面に近づけることができるか、或いはどの程度近づけることが可能であるかを、最適化手法を用いて簡単な調査を行った結果について報告する。

2　最適化の方法

2.1　幾何学的非線形解析

本研究では、格子状平板の大変形挙動を解析する為に、幾何学的非線形性を考慮した梁要素による有限要素解析を用いる。比較的少ない要素分割で精度良く解析を行うために、移動座標系を導入し、剛体変位を除去した変位場に対して歪を定義する方法を用いた[8)]。以下に概要を示す。

部材ijが外力を受け$i'j'$に変位したものとする(図2)。変形前の要素座標系における節点変位ベクトルを次式で表す。

$$\mathbf{d}=\begin{bmatrix}u_i & v_i & w_i & \theta_{xi} & \theta_{yi} & \theta_{zi} & u_j & v_j & w_j & \theta_{xj} & \theta_{yj} & \theta_{zj}\end{bmatrix}^T \quad (1)$$

図1　曲面形成の概念図

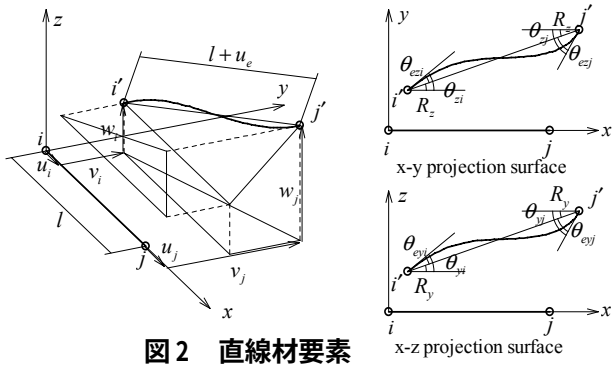


図2　直線材要素

節点変位ベクトル$\mathbf{d}$から軸方向変位は剛体変位を、回転角は要素座標系で部材角を除去して定義される材端変位ベクトルを$\mathbf{d}_e$として次式で表す。

$$\mathbf{d}_e=\begin{bmatrix}u_e & \theta_{ex} & \theta_{eyi} & \theta_{ezi} & \theta_{eyj} & \theta_{ezj}\end{bmatrix}^T \quad (2)$$

ここで$\mathbf{d}_e$と$\mathbf{d}$には幾何学的に次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned}&u_e=\sqrt{\left(u_j-u_i+l\right)^2+\left(v_j-v_i\right)^2+\left(w_j-w_i\right)^2}-l\\&\theta_{ex}=\theta_{xj}-\theta_{xi},\quad \theta_{eyi}=\theta_{yi}-R_y,\quad \theta_{eyj}=\theta_{yj}-R_y\\&\theta_{ezi}=\theta_{zi}-R_z,\quad \theta_{ezj}=\theta_{zj}-R_z\end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{ここに}R_y=-\tan^{-1}\left(\frac{w_j-w_i}{u_j-u_i+l}\right),R_z=+\tan^{-1}\left(\frac{v_j-v_i}{u_j-u_i+l}\right) \quad (4)$$

上式の材端変位$\mathbf{d}_e$を用いて、材軸上における任意位置の変位を軸方向及び回転変位を1次、法線方向変位を3次の多項式によって近似する。

$$\begin{aligned}&u=\xi u_e,\quad \theta=\xi\theta_{ex}\quad v=l\left(\xi^3-2\xi^2+\xi\right)\theta_{ezi}+l\left(\xi^3-\xi^2\right)\theta_{ezj}\\&w=l\left(-\xi^3+2\xi^2-\xi\right)\theta_{eyi}+l\left(-\xi^3+\xi^2\right)\theta_{eyj}\quad(\xi=x/l)\end{aligned} \quad (5)$$

要素内任意点における軸方向歪ε_xおよび捩れにより生じるせん断歪γ_{xy},γ_{xz}を次式で仮定する。

$$\varepsilon_x=\varepsilon_0-y\phi_y-z\phi_z,\ \gamma_{xy}=\left(\frac{\partial\Psi}{\partial y}-z\right)\phi_x,\ \gamma_{xz}=\left(\frac{\partial\Psi}{\partial z}-y\right)\phi_x \quad (6)$$

$$\text{ここに、}\ \varepsilon_0=\frac{du}{dx}+\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{du}{dx}\right)^2+\left(\frac{dv}{dx}\right)^2+\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right\},$$

$$\phi_x = \frac{d\theta}{dx},\ \phi_y = \frac{d^2v}{dx^2},\ \phi_z = \frac{d^2w}{dx^2} \tag{7}$$

であり、Ψ はゆがみ関数である。上式歪を用いて、仮想仕事の原理により平衡方程式及び増分形の平衡方程式を導いている。

2.2 目的関数

格子状平板の境界節点（直線材材端）に強制変位を与え、直線材の曲げ変形と格子のせん断変形により曲面を形成する。変形後の釣合形状を目標とする曲面にできるだけ近づけるような境界節点の強制変位を求める最適化問題を考える。

内部節点数を N、境界節点数を M とし、便宜上内部節点の節点番号を $1,\cdots,N$ とし、境界節点の節点番号を $N+1,\cdots,N+M$ とする。境界節点はピン支持とし、設計変数を $\bar{\mathbf{d}} = [u_{N+1}, v_{N+1}, w_{N+1}, \cdots, u_{N+M}, v_{N+M}, w_{N+M}]^T$ とする。
強制変位後の釣合形状における各節点z座標と目標曲面座標 $z = f(x,y)$ との誤差ノルムを最小化する次の目的関数を設定する。

$$\min_{\bar{\mathbf{d}}} \quad \sum_{i}^{N+M} \left\{ f(x_i + u_i, y_i + v_i) - (z_i + w_i) \right\}^2 \tag{8}$$

ここに (x_i, y_i, z_i) は i 節点の初期（平板）状態における節点座標を表す。

2.3 制約条件の導入

(8)式の目的関数を用いて最適化を試行したところ、図4に示すような材端に局所的な面内曲げを受ける釣合形状へ修正される傾向が見られた。この材端の面内曲げは、格子の面内剛性によって抵抗されている為、釣合形状に殆ど影響を及ぼしていない。

この面内曲げを除去し、構造上現実的な解を得るために、境界節点の面内方向強制変位に対し制約条件を導入する。境界 i 節点に対し、直線材に沿って内側にある2つの接合部節点をそれぞれ p 節点、q 節点とする（図5 左図)。強制変位後における節点 ip 間のz軸周りの部材角 R_z^{ip} と節点 pq 間のz軸周りの部材角 R_z^{pq} を等しくする等式制約条件を次式のように与える。

$$\min_{\bar{\mathbf{d}}} \quad \sum_{i}^{N+M} \left\{ f(x_i + u_i, y_i + v_i) - (z_i + w_i) \right\}^2 \tag{9-1}$$

$$\text{subject to} \quad R_z^{ip} = R_z^{pq} \quad (i = N+1, \cdots, N+M) \tag{9-2}$$

ただし、ここでの部材角 R_z^{ip}, R_z^{pq} は(4)式を用いず簡単に、例えばx軸に平行な直線材の材の境界節点である場合、次式のように定義する（図5 右図参照)。

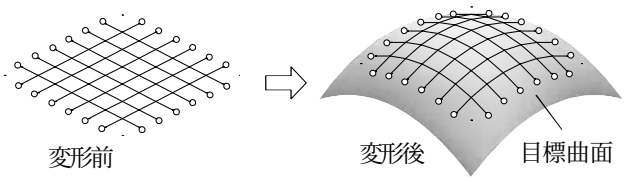


図3　最適化の概念図

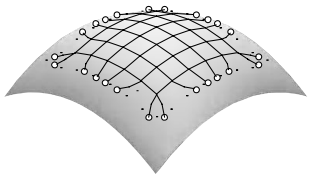


図4　最適化により生ずる材端の面内曲げ変形

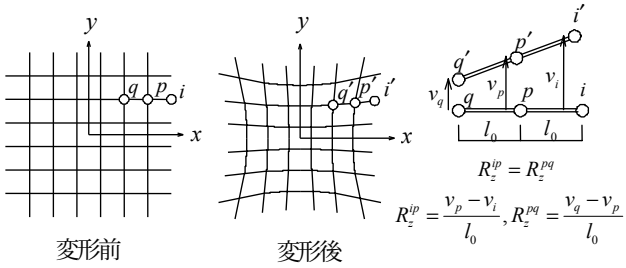


図5　部材角の等式制約条件

$$R_z^{ip} = \frac{v_p - v_i}{l_0}, \quad R_z^{pq} = \frac{v_q - v_p}{l_0} \tag{10}$$

ここに、l_0 は格子間隔を表す。

(9-2)式の制約条件により、材端の面内曲げモーメントの発生を抑制することが期待できる。(9)式の最適化問題の解法には逐次二次計画法[9]を用いる。

2.4 感度解析

(9)式の問題を数理計画法を用いて解く場合、一般変位の強制変位に関する感度係数 $\partial d_i / \partial \bar{d}_j$ を求める必要がある。これは以下のようにして求める。

強制変位を与える変位成分の自由度を $m(=3\times M)$ とし、それ以外の変位成分の自由度を $n(=6\times N+3\times M)$ とする。強制変位以外の変位ベクトルを $\mathbf{d} = [d_1, \cdots, d_n]^T$ と表す。

非線形釣合式を次式で表す。

$$\mathbf{Q}(\mathbf{d}, \bar{\mathbf{d}}) = \mathbf{0} \tag{11}$$

上式は簡単の為に部材の自重の影響を無視しており、内力ベクトル $\mathbf{Q}$ による自己釣合を表す。また、便宜的に $\mathbf{Q}$ の内、$[Q_1, \cdots, Q_n]^T$ を強制変位以外の変位成分 $[d_1, \cdots, d_n]^T$ の方向に対応させ、$[Q_{n+1}, \cdots, Q_{n+m}]^T$ を強制変位成分 $[\bar{d}_1, \cdots, \bar{d}_m]^T$ の方向に対応させるものとする。上式を強制変位 $\bar{\mathbf{d}}$ の一成分 $\bar{d}_j$ で偏微分すると次式のようになる。

$$\sum_i^N \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_i}\frac{\partial d_i}{\partial \bar{d}_j}+\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \bar{d}_j}=\begin{bmatrix}\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_1} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial d_n}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\partial d_1/\partial \bar{d}_j \\ \vdots \\ \partial d_n/\partial \bar{d}_j\end{Bmatrix}+\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \bar{d}_j}=\mathbf{0} \quad (12)$$

ここで、内力ベクトルの変位による微分は接線剛性に対応するので、接線剛性$\mathbf{K}_T$を

$$\mathbf{K}_T=\begin{bmatrix}K_{1,1} & \cdots & K_{1,n+m}\\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n+m,1} & \cdots & K_{n+m,n+m}\end{bmatrix}$$

$$=\left[\begin{array}{ccc|ccc}\partial Q_1/\partial d_1 & \cdots & \partial Q_1/\partial d_n & \partial Q_1/\partial \bar{d}_1 & \cdots & \partial Q_1/\partial \bar{d}_m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial Q_n/\partial d_1 & \cdots & \partial Q_n/\partial d_n & \partial Q_n/\partial \bar{d}_1 & \cdots & \partial Q_n/\partial \bar{d}_m \\ \hline \partial Q_{n+1}/\partial d_1 & \cdots & \partial Q_{n+1}/\partial d_n & \partial Q_{n+1}/\partial \bar{d}_1 & \cdots & \partial Q_{n+1}/\partial \bar{d}_m \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial Q_{n+m}/\partial d_1 & \cdots & \partial Q_{n+m}/\partial d_n & \partial Q_{n+m}/\partial \bar{d}_1 & \cdots & \partial Q_{n+m}/\partial \bar{d}_m\end{array}\right] \quad (13)$$

のように表現するものとすれば、(12)式の関係から、$\partial d_i/\partial \bar{d}_j$を次式のように求めることができる。

$$\begin{Bmatrix}\partial d_1/\partial \bar{d}_j \\ \vdots \\ \partial d_n/\partial \bar{d}_j\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}K_{1,1} & \cdots & K_{1,n}\\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n,1} & \cdots & K_{n,n}\end{bmatrix}^{-1}\begin{Bmatrix}K_{1,n+j} \\ \vdots \\ K_{n,n+j}\end{Bmatrix} \quad (14)$$

3 数値解析例

3.1 初期釣合形状

格子状平板は一辺11m、格子間隔1mとし、要素分割は格子の一辺が2要素となるように分割する（図6）。解析は対称性を考慮して1/4部分について行う。部材は真竹を想定し、ヤング率15GPa、直径40mm肉厚4mmとする（自重等の外力を与えず自己釣合形状を求める為、ヤング率は釣合形状に影響しない。他の材料を考える場合、応力はヤング率の比率に従って変化する）。格子接合部はx,y,z軸周りの回転を全て自由とする3方向ピン接合と、z軸周りの回転のみ自由とする1方向ピン接合の2種類についてそれぞれ解析を行う。

最適化を行う前に、適当な強制変位の初期値を与えて初期解となる釣合曲面を作成する。強制変位の初期値は、釣合曲面が便宜的に

$$z=-0.06\left(x^2+y^2\right)\ \text{(unit:m)} \quad (15)$$

で表されるEP曲面（図7-a）に出来るだけ近くなるように設定した。このような強制変位は、最適化によらなくとも比較的容易に求めることができる。例えば曲面上の$y=const.$とする曲線は$z=-0.06x^2+C$の形式で表される。この為、この曲線に沿った長さが丁度直線材の長さ11mに一致するx座標を簡単な反復演算により求め、これが境界節点の変形後の座標と一致するよう、各境界節点の強制変位を算定した。算定された強制変位を表1に示す。

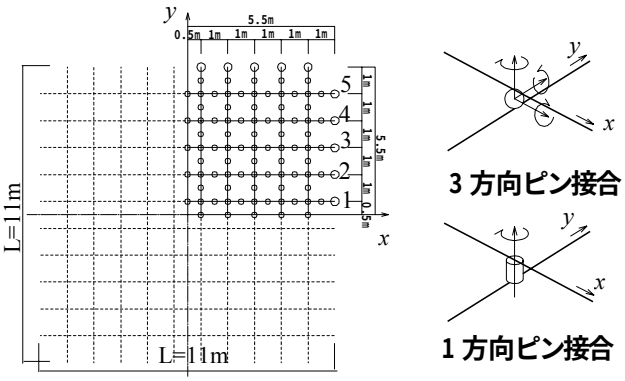


図6 解析モデル

表1 強制変位の初期値

	Node 1	Node 2	Node 3	Node 4	Node 5
x	-0.3170	-0.3170	-0.3170	-0.3170	-0.3170
y	-0.0003	-0.0079	-0.0355	-0.0927	-0.1856
z	-1.6268	-1.7454	-1.9762	-2.3084	-2.7286

(unit:m)

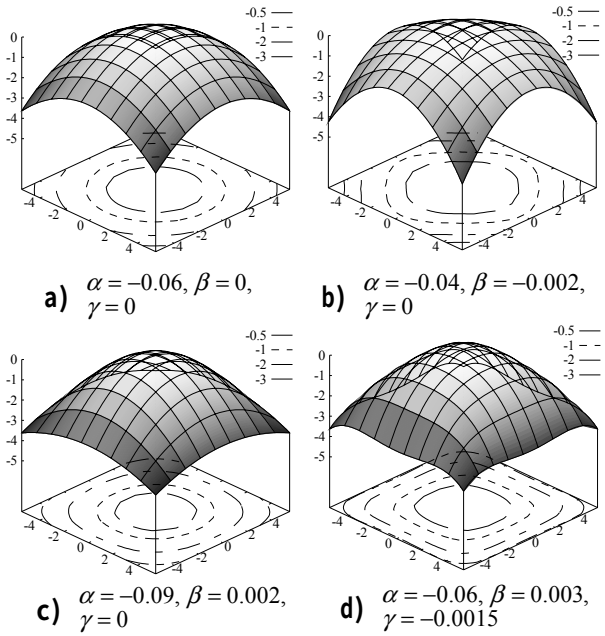
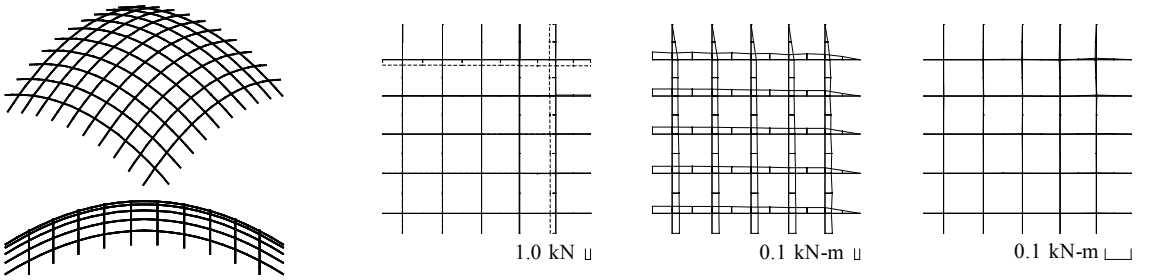


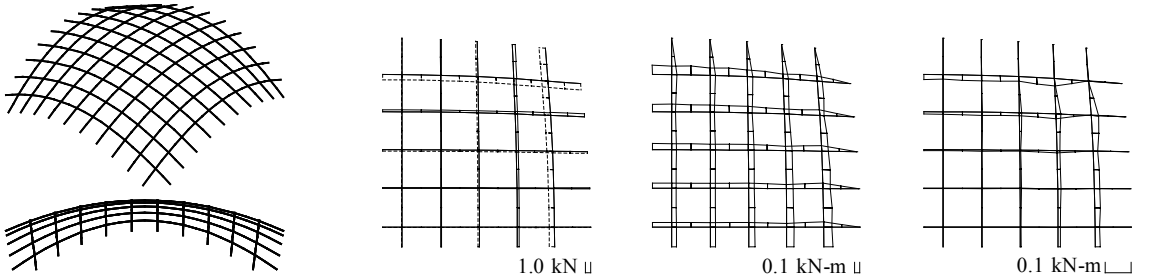
図7 目標曲面: $\alpha\left(x^2+y^2\right)+\beta x^2y^2+\gamma\left(x^4+y^4\right)$

上述の強制変位に到るまで、境界節点に徐々に強制変位を与えて非線形増分解析を行い、初期釣合形状を求めた。得られた釣合形状について、3方向ピン接合の場合を図8-aに、1方向ピン接合の場合を図12-aに示す。また、釣合時における応力図を、3方向ピン接合の場合を図8-b,c,dに、1方向ピン接合の場合を図12-b,c,d,eにそれぞれ示す。これらの図を比較すると接合方法の違いによって結果に殆ど差を生じていないことがわかる。これは(15)式の曲面では直線材に直交する格子材が全て同じ傾きを持つため部材に捻りが生じない為である。釣合形状と目標曲面とのz座標の最大誤差は7.2mmであり、最適化を行わなくとも



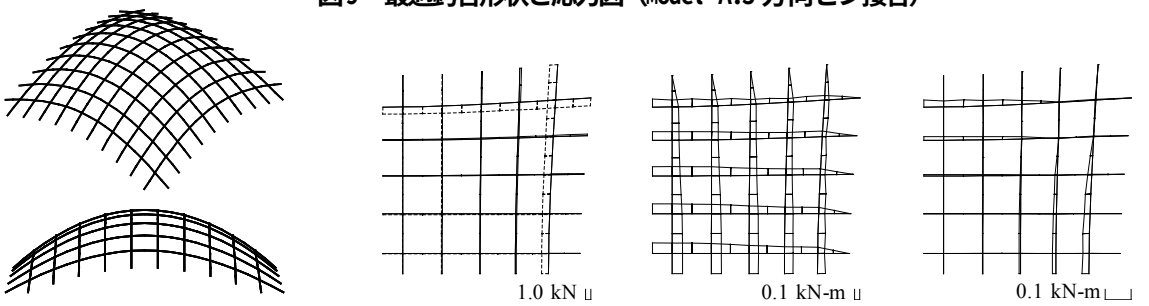
a) 釣合形状　b) 軸力　c) 面外曲げモーメント　d) 面内曲げモーメント

図8　初期釣合形状と応力図（3 方向ピン接合）



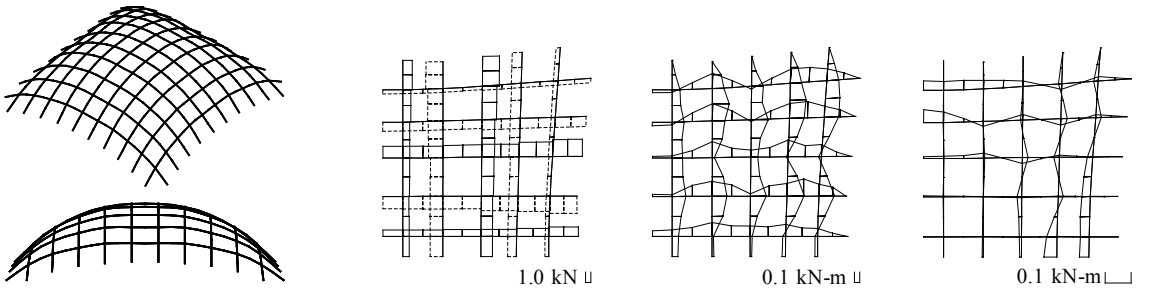
a) 釣合形状　b) 軸力　c) 面外曲げモーメント　d) 面内曲げモーメント

図9　最適釣合形状と応力図（Model A:3 方向ピン接合）



a) 釣合形状　b) 軸力　c) 面外曲げモーメント　d) 面内曲げモーメント

図10　最適釣合形状と応力図（Model B:3 方向ピン接合）

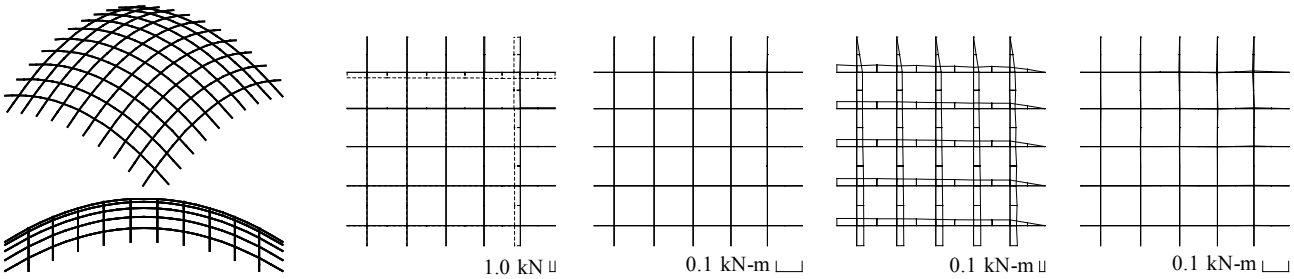


a) 釣合形状　b) 軸力　c) 面外曲げモーメント　d) 面内曲げモーメント

図11　最適釣合形状と応力図（Model C:3 方向ピン接合）

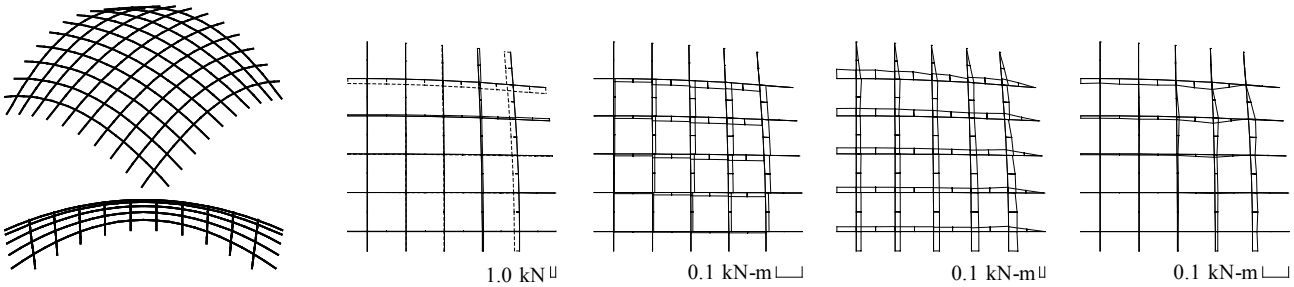
表2　最適化結果（3 方向ピン接合）

	Curved Surface Function		Forced Displacement (m)						Objective Function (m^2)	error δ (mm) (δ/L(%))	max. out-of-plane bending stress (N/mm^2)
				Node 1	Node 2	Node 3	Node 4	Node 5			
Model A	α	-0.04	x	-0.1630	-0.1905	-0.2444	-0.3195	-0.4188	3.52×10^{-4}	7.0 (0.06)	48.7
	β	-0.002	y	-0.0009	-0.0171	-0.0709	-0.1740	-0.3241			
	γ	0	z	-1.1666	-1.3412	-1.6645	-2.1028	-2.6279			
Model B	α	-0.09	x	-0.5777	-0.5438	-0.4755	-0.3924	-0.2998	5.11×10^{-4}	7.5 (0.07)	54.1
	β	0.002	y	-0.0005	-0.0078	-0.0309	-0.0724	-0.1299			
	γ	0	z	-2.1912	-2.3022	-2.5054	-2.7887	-3.1198			
Model C	α	-0.06	x	-0.6297	-0.6659	-0.5303	-0.4334	-0.3147	6.91×10^{-2}	92.2 (0.84)	89.6
	β	0.003	y	0.0000	-0.0008	-0.0107	-0.0233	-0.0754			
	γ	-0.0015	z	-2.1722	-2.2438	-2.3371	-2.5307	-2.8590			



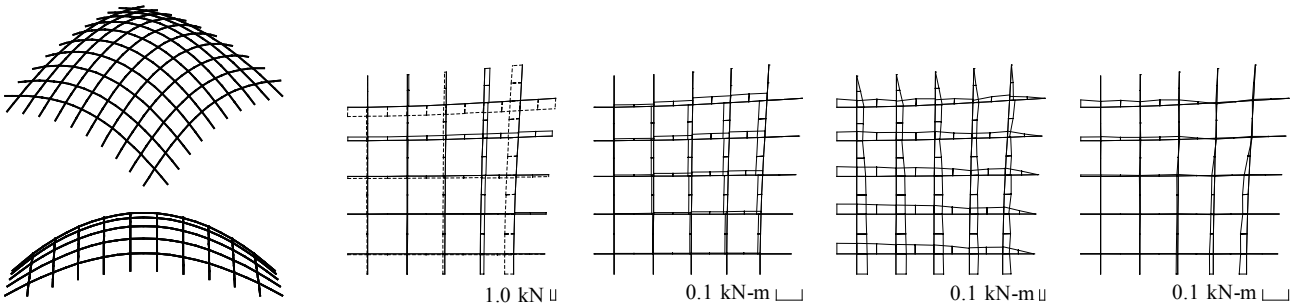
a) 釣合形状　b) 軸力　c) ねじりモーメント　d) 面外曲げモーメント　e) 面内曲げモーメント

図12　初期釣合形状と応力図（1 方向ピン接合）



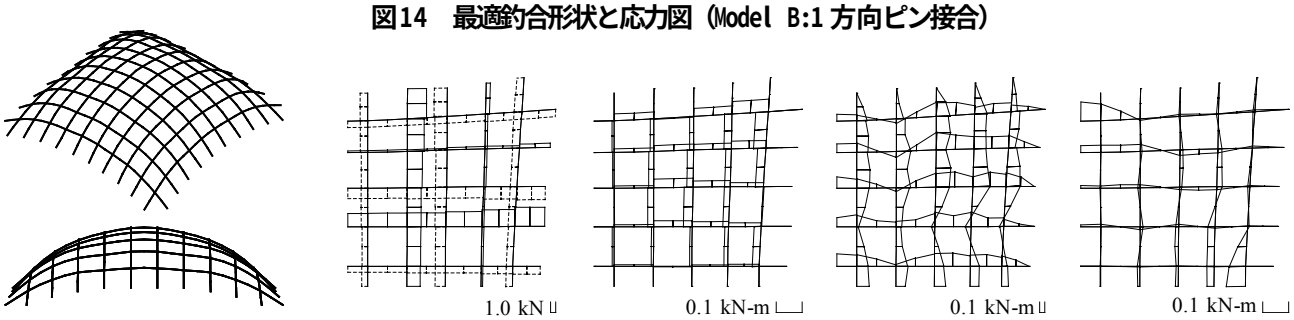
a) 釣合形状　b) 軸力　c) ねじりモーメント　d) 面外曲げモーメント　e) 面内曲げモーメント

図13　最適釣合形状と応力図（Model A:1 方向ピン接合）



a) 釣合形状　b) 軸力　c) ねじりモーメント　d) 面外曲げモーメント　e) 面内曲げモーメント

図14　最適釣合形状と応力図（Model B:1 方向ピン接合）



a) 釣合形状　b) 軸力　c) ねじりモーメント　d) 面外曲げモーメント　e) 面内曲げモーメント

図15　最適釣合形状と応力図（Model C:1 方向ピン接合）

表3　最適化結果（1 方向ピン接合）

	Curved Surface Function		Forced Displacement (m)						Objective Function (m^2)	error δ (mm) (δ/L(%))	max. out-of-plane bending stress (N/mm^2)
				Node 1	Node 2	Node 3	Node 4	Node 5			
Model A	α	-0.04	x	-0.1610	-0.1894	-0.2442	-0.3228	-0.4208	1.34×10^{-4}	3.6 (0.03)	47.8
	β	-0.002	y	-0.0008	-0.0170	-0.0712	-0.1732	-0.3213			
	γ	0	z	-1.1620	-1.3382	-1.6652	-2.1082	-2.6315			
Model B	α	-0.09	x	-0.5801	-0.5436	-0.4801	-0.3878	-0.3005	8.54×10^{-4}	11.6 (0.11)	55.0
	β	0.002	y	-0.0007	-0.0082	-0.0309	-0.0734	-0.1324			
	γ	0	z	-2.1938	-2.3030	-2.5095	-2.7835	-3.1200			
Model C	α	-0.06	x	-0.6877	-0.5722	-0.5584	-0.4334	-0.2954	9.17×10^{-2}	110.8 (1.01)	91.7
	β	0.003	y	-0.0004	-0.0029	-0.0071	-0.0331	-0.0862			
	γ	-0.0015	z	-2.1994	-2.2095	-2.3413	-2.5356	-2.8400			

比較的良く一致することが分かる。なお、初期釣合形状の最大面外曲げモーメントにより生じる部材の縁応力は38.1N/mm²であり、真竹の曲げ強度[10]186N/mm²の1/5程度の応力を生じている。

3.2 釣合形状の最適化

上の例では、目標曲面に近い釣合形状を比較的容易に求めることができた。一般の曲面ではこうした釣合形状を得ることは難しいため、以下では最適化によって強制変位を求める。目標曲面は、ここでは便宜上次の関数で表されるものを扱う。

$$z = f(x,y) = \alpha\left(x^2 + y^2\right) + \beta x^2 y^2 + \gamma\left(x^4 + y^4\right) \qquad (16)$$

上式の係数α, β, γを以下の3種類とした場合について、それぞれ最適化を行う。

Model A：$\alpha = -0.04, \beta = -0.002, \gamma = 0$

Model B：$\alpha = -0.09, \beta = 0.002, \gamma = 0$

Model C：$\alpha = -0.06, \beta = 0.003, \gamma = -0.0015$

これら目標曲面の形状を図7-b,c,dに示す。

前節で得られた釣合形状を初期値として最適化を行った。結果を、3方向ピン接合の場合を表2に、1方向ピン接合の場合を表3に示す。表中、errorと書いた欄は、釣合形状の節点z座標と目標曲面との最大誤差を示す。また、3方向ピン接合の場合のModel A,B,Cの最適釣合形状及びその応力図をそれぞれ図9,10,11に、同様に1方向ピン接合の場合の結果を図13,14,15に示す。

3方向ピン接合の場合の結果（表2及び図9,10,11）に注目すると、目標曲面の形状はModel Aでは頂部付近を通る部材では曲率が小さく、境界付近を通る部材では曲率が大きい曲面、Model Bは逆に頂部付近を通る部材では曲率が大きく、境界付近を通る部材では曲率が小さい曲面となっているが、z座標の最大誤差はModel Aで7.0mm、Model Bで7.5mmと両モデルともに小さく、目標曲面を良く表現している。応力分布について見てみると、両モデルとも面外方向の1/10程度の面内曲げモーメントを生じているほかは、初期釣合形状と同様の応力分布を示しており、極端な応力の上昇や分布の変化は見られない。

一方、Model Cの目標曲面の形状は、部材に沿った曲率がModel Bに比べ頂部付近で小さく、境界付近で大きい曲面となっているが、z座標の最大誤差は92.2mmと他の二つのモデルに比べ大きく、表現しにくい曲面であることが分かる。応力分布を見てみると、圧縮と引張の軸力が織物のように部材に交互に発生しており、面外の曲げモーメントは複雑な分布を示すと同時に値も上昇している。

1方向ピン接合の結果を見ると、Model Cでは3方向ピン接合の結果に対し、軸力の正負及び面外曲げモーメント分布の凹凸の位置が入れ代わっているが、巨視的には大きな違いは無く、Model A,B,Cいずれの場合も3方向ピン接合の場合と同様の結果を示した。捻れ剛性が釣合形状に与える影響は比較的小さいことが分かる。

4 まとめ

格子状平板材端の強制変位を設計変数とし、変形後の釣合形状が目標とする曲面に出来るだけ近づくような強制変位を最適化手法により求める問題を扱った。例として曲率分布の異なる3つの曲面を目標曲面として最適化を行った。その結果、得られた釣合形状の目標曲面とのz座標の最大誤差はスパンに対し0.03%～1.0%であり、格子状平板の強制変位によって、様々な曲率分布の曲面を形成できることが分かった。ただし、曲面によっては複雑な応力分布を示し、構造計画上あまり現実的でないと思われる結果も見られた。

本稿では、自重の影響や偏心接合の影響、幾何学的非線形解析の精度等については検討しておらず、今後の課題である。

参考文献

1)Otto, F. et al.: Gitterschalen= Glid shells=格子シェル, IL 10, Institut für Leichte Flächentragwerke, 1974

2)坂茂他：2000年ハノーバー国際博覧会日本館, 建築雑誌, Vol.117, No.1484(作品選集2002), pp. 214-215, 2002

3)Douthe, C., Baverel, O., Caron, J.-F.,: Form-finding of a grid shell in composite materials, Journal of I.A.S.S., Vol.47, No.150, pp.53-62, 2006

4)Douthe, C., Baverel, O., Caron, J.-F.,: Gridshell in composite materials :towards wide span shelters, Journal of I.A.S.S., Vol.48, No.155, pp.175-180, 2007

5)豊田良平，斉藤公男，岡田章，宮里直也，吉野誠一：F. Otto型ラチスシェルの形状決定手法に関する基礎的研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.715-716, 2006

6)橋本明子，藤原圭吾，斎藤公男，岡田章，宮里直也：格子で構成された擬似HP曲面の構造特性に関する基礎的研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp.753-756, 2008

7) 例えば、日本建築学会：コロキウム構造形態の解析と創生2006, 2006

8)山本憲司，皆川洋一，大森博司：座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究，日本建築学会構造系論文集, No.564, pp.95-102, 2003

9)茨木俊秀，福島雅夫：FORTRAN77最適化プログラミング, 岩波書店，1991

10)青木尊重：日本産主要竹類の研究，葦書房，1987

混合整数計画法を用いた立体トラスのトポロジー最適化

○和多田 遼[1)]，大崎 純[2)]，
1)京都大学大学院工学研究科建築学専攻大学院生
2)京都大学大学院工学研究科建築学専攻，准教授，工博

1 序論

トラスのトポロジー最適化問題は，構造最適化の分野では古典的な問題であり、多くの研究が発表されている[1)]。一般的に用いられる手法は，グランドストラクチャ法と呼ばれる手法であり，多くの存在可能部材を有する密なトラスから，部材断面積を連続変数と考えて最適化問題を解き，不要とみなされる部材を除去する。

しかし，建築の構造設計では，部材断面を離散的なリストから選択することが多く、トラスのトポロジー最適化問題は，離散変数を有する混合整数計画問題となる[2)]。離散変数を有する問題に対しては，一般にヒューリスティックスと総称される手法により近似最適解を求めることができる[3)]。しかしこれらの手法では，得られた解の大域最適性を保証することができない。

ところで，トラスや空間骨組には，ワーレントラス，ラメラドームなどの種々の名前が付けられた典型的な部材配置が存在し[4)]，設計者はそれらの候補から，望ましい部材配置を選択する。トポロジー最適化において，各ユニットの部材配置を，これらの典型的なパターンに限定すると，非現実的な最適トポロジーが得られるのを避けることができる。

本研究では，静的外力を受けるトラスのトポロジー最適化問題を，混合整数計画問題として定式化する。また、部材配置のパターンを限定して，典型的なパターンの混合形式としての部材配置を得るための問題を，0-1整数変数を用いて定式化するためのシステマティックな方法を提案する。

2 最適化問題の定式化

本研究では，複数の典型的な部材配置からトポロジーを選択する問題を考える。まず，部材断面積を離散的なリストから選択してトラスのトポロジーを最適化する問題を定式化する。

トラスの第j部材の長さをl_j，節点変位ベクトルを$\mathbf{u} = (u_1, \cdots, u_n)^\top$とする。$n$は変位の自由度である。部材$j$のヤング係数を$E_j$，伸びと$\mathbf{u}$を関係づけるベクトルを$\mathbf{b}_j$とすると，軸力ベクトル$\mathbf{s} = (s_1, \cdots, s_m)^\top$と外力ベクトル$\mathbf{f}$の関係を定める釣合行列は$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \cdots, \mathbf{b}_m]$で定義できる。ここで，$m$は部材数である。また，応力の上下限値を$\sigma^{\max}$, $\sigma^{\min}$とする。部材jの断面積a_jが連続変数のとき，応力に関する制約の下でトラスの全部材体積Vを最小化する問題は次のように定式化できる。

$$
\begin{aligned}
\text{min.} \quad & V = \sum_{j=1}^{m} a_j l_j \\
\text{s.t.} \quad & \mathbf{Bs} = \mathbf{f} \\
& a_j \sigma_j^{\min} \le s_j \le a_j \sigma_j^{\max} \qquad j = 1, \cdots, m \\
& s_j = a_j \frac{E_j}{l_j} \mathbf{b}_j^\top \mathbf{u} \qquad j = 1, \cdots, m \\
& a_j \ge 0 \qquad j = 1, \cdots, m
\end{aligned}
$$

ここで,「min.」は最小化,「s.t.」は制約条件を意味する。次に，以下のように，与えられた複数の離散断面積(0を含む)からなる集合$\mathbf{A}_j$からa_jを選択する場合を考える。

$$a_j \in \mathbf{A}_j = \{0, a_{jk} | k = 1, \cdots, N_j\} \tag{1}$$

ここで，N_jは部材jの候補断面数である。このとき，次のような0-1整数変数を導入する。

$$x_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad a_j = a_{jk} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2}$$

x_{jk}は部材jの断面積としてリストからa_{jk}が選択されれば1，選択されなければ0となる変数である。x_{jk}を用いて，a_jは以下の形で表現できる。

$$a_j = \sum_{k=1}^{N_j} x_{jk} a_{jk}, \qquad x_j = \sum_{k=1}^{N_j} x_{jk} \le 1 \tag{3}$$

ここで、x_jは部材jの存在/非存在を表す0-1変数である。さらに，x_{jk}, a_{jk}に対応する補助変数としてs_{jk}を次式で定義する。

$$s_{jk} = x_{jk} a_{jk} \frac{E_j}{l_j} \mathbf{b}_j^\top \mathbf{u}, \qquad s_j = \sum_{k=1}^{N_j} s_{jk} \tag{4}$$

(4)はx_{jk}と$\mathbf{u}$の2次制約式であり，x_{jk}が0-1 変数なので，これを線形不等式に同値変形することができる[5)]。

従って，十分大きなパラメータ$c_{jk}^{\max}$及び小さなパラメータ$c_{jk}^{\min}$を用いれば，トラスのトポロジー最適化問題は次のような0-1変数の混合整数計画問題として定式化できる。

$$\text{min.} \quad V = \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{N_j} x_{jk} a_{jk} l_j$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{Bs} = \mathbf{f}$$

$$x_{jk} a_{jk} \sigma_j^{\min} \le s_{jk} \le x_{jk} a_{jk} \sigma_j^{\max} \qquad (k,j) \in \mathcal{I}$$

$$u_i^{\min} \le u_i \le u_i^{\max} \qquad i = 1, \cdots, n$$

$$x_{jk} c_{jk}^{\min} \le s_{jk} \le x_{jk} c_{jk}^{\max} \qquad (k,j) \in \mathcal{I}$$

$$a_{jk} \frac{E_j}{l_j} \mathbf{b}_j^{\top} \mathbf{u} - s_{jk} \le (1 - x_{jk}) c_{jk}^{\max} \qquad (k,j) \in \mathcal{I}$$

$$a_{jk} \frac{E_j}{l_j} \mathbf{b}_j^{\top} \mathbf{u} - s_{jk} \ge (1 - x_{jk}) c_{jk}^{\min} \qquad (k,j) \in \mathcal{I}$$

$$\textstyle\sum_{k=1}^{N_j} x_{jk} \le 1 \qquad j = 1, \cdots, m$$

$$x_{jk} \in \{0,1\} \qquad (k,j) \in \mathcal{I}$$

ここで，$\mathcal{I} = \{(k,j) | j = 1, \cdots, m; k = 1, \cdots, N_j\}$である。

3 樹状図を用いた形状選択の定式化

複数部材の交差部分などを想定して，複数の部材あるいは部材グループから一部を選択する条件を与える。

3.1 樹状図を構成するノード

複数の選択条件を簡略化して記述し，例えば以下のようなユニットを考える。

$$\left\{ \begin{array}{c} (1,2) \\ [3,4,\phi_1]_1 \\ [5,6,7,\phi_2,\phi_3]_2 \end{array} \right\}^1 \tag{5}$$

ここで，(5)の一つ目の条件$(j_1, \cdots, j_n)$は，「$(\cdots)$に含まれる全ての部材を選択する」ことを意味する。このような条件を**強制選択条件**と呼ぶ。他の条件$[j_1, \cdots, j_n]_m$は，「$[\cdots]$の中に含まれる部材から最大でm個の部材を選択する」ことを**ダミー部材**ϕ_jを用いて表している。このような条件を**任意選択条件**と呼ぶ。(5)のような部材の選択条件をまとめたユニットを**ノード**と呼び，その番号を右肩に記す。

複数の条件からなるノードiの条件をまとめて$Cond_i$と呼ぶ。また，$Cond_i$に含まれる強制選択条件をEC^iとし，任意選択条件を順に$CC_1^i, CC_2^i, \cdots, CC_{d_i}^i$とする。

EC^iにおいて選択される部材集合を$\mathcal{S}_i^E$，CC_k^iの候補部材集合を$\mathcal{S}_{ik}^C$，その中から選択する個数をm_{ik}とすると，$Cond_i$は

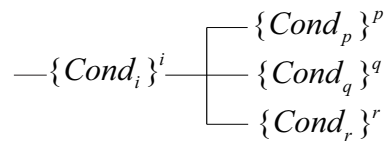


図1 樹状図

$$Cond_i = \left\{ EC^i, CC_k^i \mid k = 1, \ldots, d_i \right\} \tag{6a}$$

$$EC^i \ : \ \left(\{\ j \mid j \in \mathcal{S}_i^E \} \right) \tag{6b}$$

$$CC_k^i \ : \ \left[\{\ j \mid j \in \mathcal{S}_{ik}^C \} \right]_{m_{ik}} \tag{6c}$$

となる。例えば，(5)の例では$\mathcal{S}_1^E = \{1,2\}$, $\mathcal{S}_{11}^C = \{3,4,\phi_1\}$, $\mathcal{S}_{12}^C = \{5,6,7,\phi_2,\phi_3\}$, $m_{11} = 1$, $m_{12} = 2$である。また，$Cond_i$の任意選択条件中に含まれる全ての部材番号からなる集合$\mathcal{S}_i^C$を

$$\mathcal{S}_i^C = \bigcup_{k=1}^{d_i} \mathcal{S}_{ik}^C \tag{7}$$

とする。さらに，$Cond_i$内に含まれる全ての部材番号集合$\mathcal{S}_i$を

$$\mathcal{S}_i = \mathcal{S}_i^E \cup \mathcal{S}_i^C \tag{8}$$

とする。なお，強制選択条件と任意選択条件のいずれかを含まないノード，あるいは両方を含まないノード(**ダミーノード**)があってもよいものとする(ノードiがダミーノードである場合，$d_i = 0$, $\mathcal{S}_i^E = \mathcal{S}_i^C = \emptyset$とする)。また，ダミー部材$\phi_j$にも0-1変数$x_{\phi_j}$を導入して他の部材番号と同様に扱う。

3.2 ノード間の関係: 樹状図

図1の樹状図に示すように，ノードiの下にノードp,q,rが存在する場合，次のような形状選択条件が成立するものとする。

- $Cond_i$が成立するとき$Cond_p$, $Cond_q$, $Cond_r$のうち一つが成立し，$Cond_i$が成立しないとき$Cond_p$, $Cond_q$, $Cond_r$のいずれも成立しない。

ここで，ノードrがダミーノードであり，$Cond_i$と$Cond_r$を選択した場合には，結果的に$Cond_i$のみ選択したことになる。

i,p,q,rに上記の関係を定めるとき，ノードp,q,rをノードiの**子ノード**，ノードiをノードp,q,rの**親ノード**と呼ぶ。また，ノードiの子ノードの番号集合を$\mathcal{J}_i$とする。例えば図1の場合$\mathcal{J}_i = \{p,q,r\}$である。さらに，親ノードと子ノードを結ぶ線を**枝**，枝が分かれる点を**分枝点**と呼ぶ。

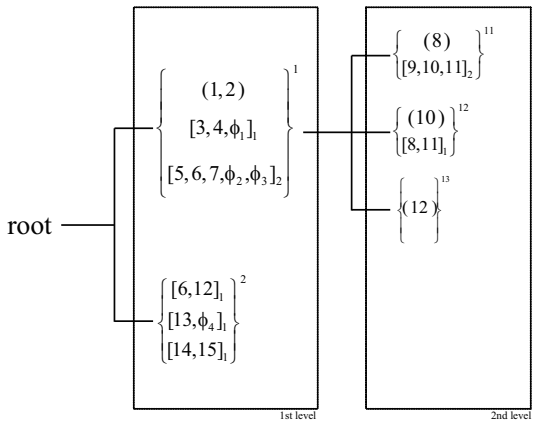


図2　選択条件の例

ノードjに対応する次のような0-1整数変数y_jを新しく導入する。

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{if } Cond_j \text{ is active} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{9}$$

すなわち，y_jは$Cond_j$内の条件が制約として効果を持つときに1, 効果を持たないときに0をとる変数とする。したがって，図1の関係は

$$y_i = y_p + y_q + y_r \tag{10}$$

で記述される。

図1の記述法を用いて，任意の形状選択条件の組み合わせを表現することができる。図2に樹状図を用いた選択条件の例を示す。全ての分枝の元となる左端の枝を**根**とし，根から各ノードへの深さ（根からそのノードへと辿る際に通過する枝の個数）を**レベル**とする。また，自身より右に子ノードを持たない末端の各ノードを**葉**とすると，根から一つの葉まで辿る一つの経路に対して，その経路上の全てのノードでの条件を満足する一つの形状選択条件が形成される。

レベル1内の各ノード番号を上から順に$\mathcal{J}_0 = \{1, 2, \cdots\}$とする。次に，レベル2の第$i$ノードを親とする子ノードの番号集合を$\mathcal{J}_i = \{i1, i2, \cdots\}$とする。レベル3内のノード番号についても，ノード11の子ノードを$\mathcal{J}_{11} = \{111, 112, \cdots\}$ などと定義する。また，樹状図に含まれる全てのノード番号からなる集合を$\mathcal{J}$とする。

レベル1に含まれるノードのみ，いずれか1つを必ず選択し，レベル2以下のノードについては，親ノードが選択される場合のみその子ノードのいずれか一つを選択する関係を定める。これは(10)と同様に

$$\sum_{p \in \mathcal{J}_i} y_p = \begin{cases} y_i & (i \neq 0) \\ 1 & (i = 0) \end{cases} \tag{11}$$

のように定式化できる。

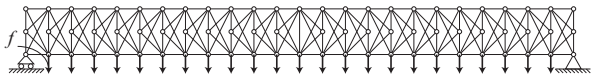


図3　トラス梁モデル

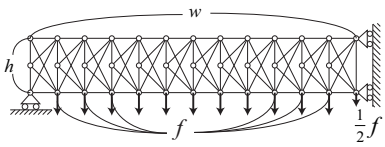


図4　最適化モデル

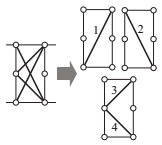


図5　形状選択

各ノードでの制約$Cond_i$を樹状図全体について考慮した制約式の集合を$Cond_{\mathcal{J}}$とする。$Cond_{\mathcal{J}}$の構成アルゴリズムをAppendixに示す。これにより作成された$Cond_{\mathcal{J}}$及び親子ノード関係(11) からなる等式・不等式は，元の樹状図を表す制約式となる。

4　最適化例

最適化例として典型的な部材配置から各ユニットの部材配置を選択する3つの数値例題を解く。混合整数計画問題の最適化には，汎用商用ソフトであるCPLEX10.0[6]を用い，計算はIntel Xeon CPU 3.40GHz, 2.00GB RAMのPCで行った。

全ての例題において，$E_j = 2.0$, $\sigma_j^{\max} = 3.0 \times 10^{-3}$とし，$u^{\min}$, $u^{\max}$は変位制約がアクティブにならないような値とした。4.1節と4.2節の例題では，部材座屈を想定して以下の制約を加える。

$$\sigma_j^{\min} = -\frac{l_{\min}^2}{l_j^2}\sigma_j^{\max} \tag{12}$$

ここで，$l_{\min}$は全部材の中で最も短い部材長である。4.3節の例題では$\sigma_j^{\min} = -\sigma_j^{\max}$とする。

4.1　平面トラス梁モデル

図3のようなトラス梁の変形の対称性を利用して，図4のような1/2の領域を最適化する。ここで，$h = 2.0$, $w = 12.0$である。支持条件はピンとローラーとし，全ての下層節点に鉛直方向外力fを与える。また，全てのユニットの内部の斜材は，図5の3種(あるいは無し)から選択する。この樹状図を図6(e)に示す。これにより，図6に示すハウトラス，プラットトラス，ワーレン

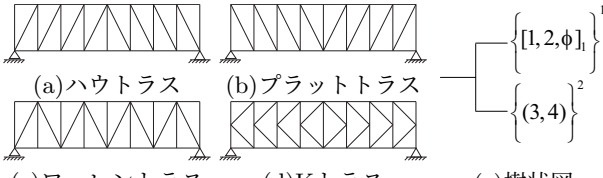


図6　(a)-(d):典型トラス梁 (e)樹状図

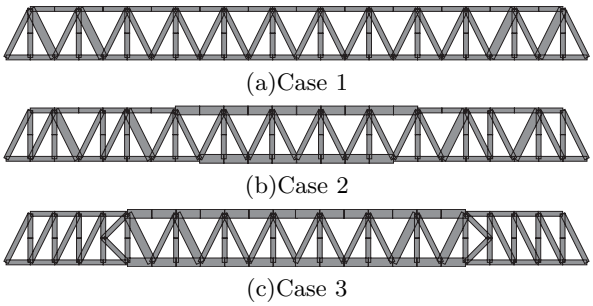


図7　トラス梁最適化結果

表 1　トラス梁の最適化結果

	A	$f(\times 10^{-4})$	CPU(s)	V
Case1	$\{0.0, 1.0, 1.8\}$	0.7	67900	65.410
Case2	$\{0.0, 1.0, 1.8\}$	1.0	14600	74.610
Case3	$\{0.0, 1.0, 1.8\}$	1.4	880	81.203

トラス，Kトラスから部材配置を選択できる。

表1に示す3種類の荷重の大きさ（Case 1-3）に対して最適化を行った。ここで，表の2列目は選択可能断面積である。結果を図7及び，表1に示す。各図で部材の幅は選択された断面積に比例する。

これらの結果から，上弦材・下弦材ともに，中心に近い領域では絶対値の大きい軸力が発生し，選択される断面積が大きくなっていることが分かる。また，荷重の小さいCase 1では，トラス梁全体にワーレントラスの形状が多く現れているが，荷重が比較的大きいCase 2では，せん断力が大きい支点付近にハウトラスの形状が現れている。さらに荷重を大きくしたCase 3では，その特徴が顕著に表れている。

4.2　立体ドームトラス

図8に示すシュベドラードームとラメラドームから形状を選択する問題を考える。これら二つのドームを合わせた図9(a)に示すモデルの頂点に外力fを作用させる。

頂点の節点を第1層，その下の同じ高さの節点群を第2層，第3層$\cdots$とすれば，シュベドラードームとラメラドームの節点は第2層以下で1層おきに一致する。そこ

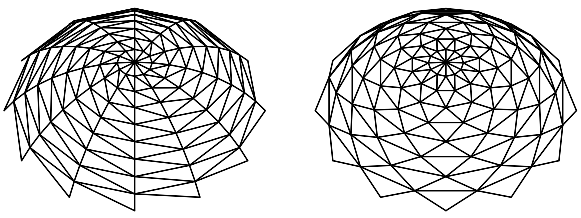


図8　典型ドームトラス

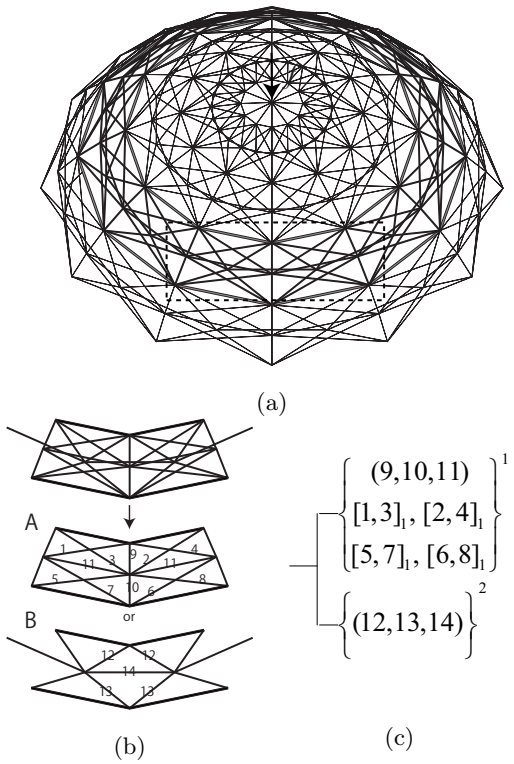


図9　(a)モデル (b)形状選択 (c)樹状図

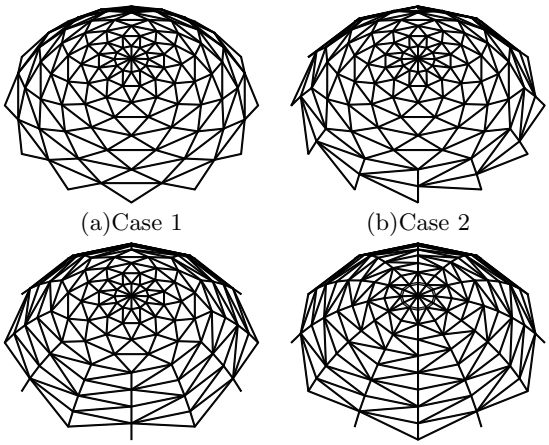
で，図9(a)のような形状から，2層ごとにシュベドラードーム(図9(b)-A) とラメラドーム(図9(b)-B)を選択する。ただし，ドームの経線方向分割数を偶数とする。

各選択単位で部材のグループ化を行う。ここで，図9(b)-A の斜材$1, 2, \cdots, 8$はそれぞれ別のグループとし，それ以外の部材は頂点を通る鉛直軸に関する対称性に基づいてグループ化する。ただし，ドームの経線方向の分割数を偶数としているため，Aの斜材は右上がりと右下がりのものがそれぞれ一つおきに同一のグループに属する。したがって，各選択単位でのグループはAが$1, \cdots, 8$に上下の縦材及び中心の横材を加えた11個，Bが上下の斜材及び中心の横材の3個であり，合計14個となる。

選択できる形状は，各層で大きく分けてAとBの2種であり，Aが選択された場合は1と3，2と4，5と7，6と8のいずれかからそれぞれ一方を選択する。この樹状図を図9(c)に示す。底面の半径を20，開角を$2\pi/3$とし，断面積は$\mathbf{A} = \{0.0, 1.0, 2.0\}$から選択する。

表2に示すような外力の異なる4ケース（Case 1-4）について最適化を行った。結果を図10及び表2に示す。ここで，存在する部材の断面積は，図10(d)の最内円上の部材のみ2.0であり，他はすべて1.0である。

外力が小さい図10(a)のCase 1では，全ての層で体積の小さなBの形状が選択されラメラドームと全く同じ



(a)Case 1　(b)Case 2

(c)Case 3　(d)Case 4

図10　立体ドームトラス 最適化結果

表 2　立体ドームトラス 最適化結果

	A	$f(\times 10^{-4})$	CPU(s)	V
Case1	$\{0.0, 1.0, 2.0\}$	1.0	3.50	1404.3
Case2	$\{0.0, 1.0, 2.0\}$	3.0	47.9	1441.1
Case3	$\{0.0, 1.0, 2.0\}$	5.0	511	1474.4
Case4	$\{0.0, 1.0, 2.0\}$	10.0	669	1527.2

形状となった。外力を大きくするにつれて，外側の部分(下の層)から順にAの形状が選択されるようになり，(d)のCase 4では全ての層でAの形状が選択され，シュベドラードームに近い形状になった。今回の結果では選択した断面積がほぼ全て1.0であったため，この傾向は断面積が単一の場合も常に表れるものと考えられる。

4.3　平面屋根トラス

図11に示すような，図12(a)-(d)の典型トラスを組合わせた屋根トラスの最適化を行う。各荷重に対し，(a)-(d)のいずれかの形状を選択し，(a)が選択される場合はさらに斜材交差部のうち多くとも一方を選択することとする。このモデルの樹状図を図12(e)に示す(ダミー部材の添え字は省略する)。荷重条件として，Case Aでは上部には中心に$2f_1$，その他の上部節点にf_1の鉛直荷

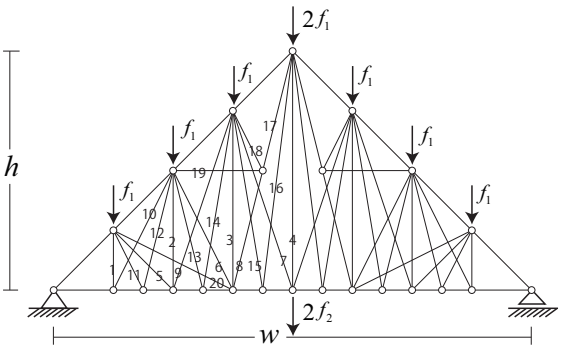
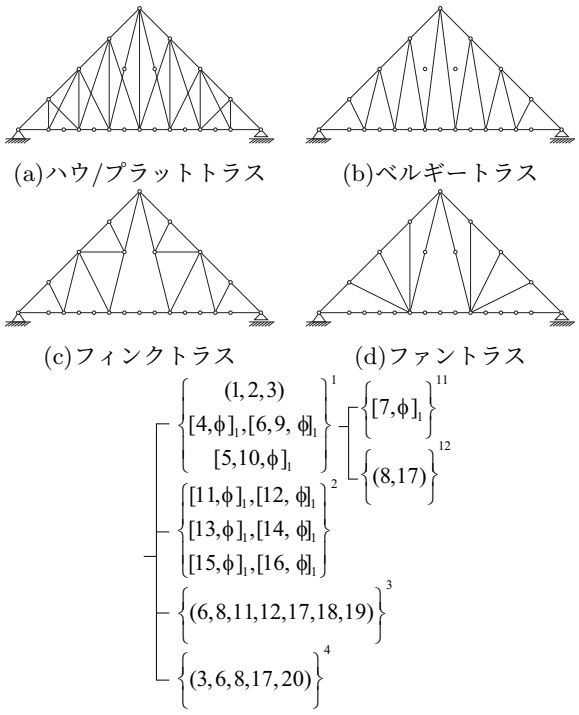


図11　平面屋根トラスモデル



(a)ハウ/プラットトラス　(b)ベルギートラス

(c)フィンクトラス　(d)ファントラス

(e)樹状図

図12　(a)-(d)典型屋根トラス (e)樹状図

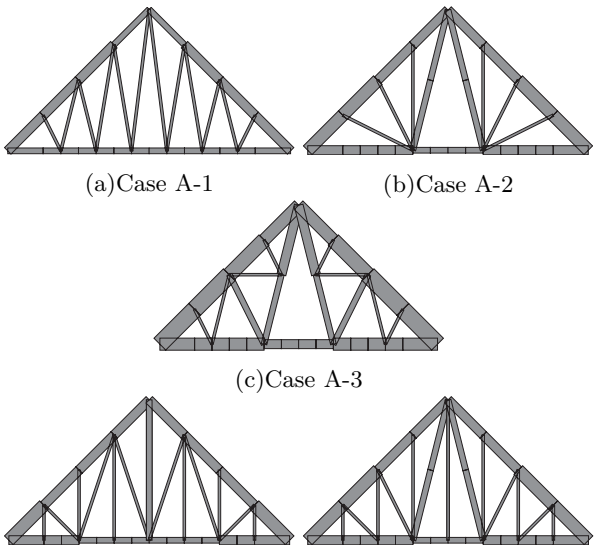
表 3　平面屋根トラス 最適化結果

	$f_1, f_2(\times 10^{-4})$	CPU(s)	V
Case A-1	20.0, 0.0	6.09	51.287
Case A-2	30.0, 0.0	5.41	64.266
Case A-3	40.0, 0.0	9.66	89.713
Case B-1	20.0, 20.0	3.25	67.732
Case B-2	20.0, 30.0	2.36	71.679

重を作用させ，Case Bではこれに加え下部中心に$2f_2$の荷重を作用させる。$h = 4.0$, $w = 8.0$，断面積集合は全部材ともに$\mathbf{A} = \{0.0, 1.2, 2.7, 4.3, 5.8, 6.9, 8.0, 9.1\}$とし，半領域を解析モデルとして最適化を行う。

4.3.1　Case A

上部節点にのみ荷重を作用させ($f_2 = 0$)，最適化を行った結果を図13(a)-(c)に示す。Case A-1は最も小さな荷重を用い，A-2，A-3と大きな値を用いた。Case A-1ではベルギートラス，A-2ではファントラス，A-3ではフィンクトラスの形状が選択されており，比例載荷であってもその値により形状が変化していることが確認できる。また，種々のf_1で最適化を行ってみた結果，フィンクトラスとファントラスのいずれかが選択されることが多く，ベルギートラスやハウ/プラットトラスが選択されることは稀であった。このことから，Case Aの荷重条件にはファントラスやフィンクトラスが合理的な形態であると推測される。



(a)Case A-1 (b)Case A-2

(c)Case A-3

(d)Case B-1 (e)Case B-2

図13　最適化結果

4.3.2　Case B

Case Aの上部荷重に加え，下部中心の節点に鉛直荷重f_2を加えた場合，最適化結果は図13(c),(d)となった。ハウ/プラットトラスの斜材を選択する形になり，その形状は荷重の条件により様々に変化していることが確認できる。

5　結論

本研究では、応力制約下のトポロジー最適化問題に対して以下の成果を得た。

1. 部材断面積を与えられた離散値のリストから選択する問題は，0-1整数計画問題として定式化できる。
2. 節点配置に規則性を有する平面トラス及び立体トラスの各ユニットの部材配置を，典型的な配置の集合から選択する問題を0-1変数を用いて定式化するためのシステマティックな手法を提案した。
3. 断面積の離散値のリストが与えられたとき，最適な部材配置は荷重の大きさに大きく依存する。
4. 本手法を用いると，数種類の典型的な部材配置の組合せから最適なユニットの部材配置を選択して，新しい部材配置を創生することができる。

参考文献

1）M. P. Bendsøe and O. Sigmund, Topology Optimization: Theory, Methods and Applications, Springer, 2003.

2）宮代隆平, 松井知己, ここまで解ける整数計画, システム/情報/制御, Vol. 50, No. 9, pp. 363–380, 2006.

3）三井和男，大崎 純，大森博司，田川 浩，本間俊雄，発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム，コロナ社, 2004.

4）川口衛, 空間骨組構造の過去と未来, 第6回新シェル空間構造セミナー資料, pp. 119–130, 2007.

5）M. Stolpe and K. Svanberg, Modelling topology optimization problems as linear mixed 0-1 programs, Int. J. Numer. Meth. Eng., Vol. 57, pp. 723–739, 2003.

6）ILOG, ILOG CPLEX 10.2 User's Manual, 2007.

Appendix: 制約式作成アルゴリズム

形状選択に関わる総部材集合を

$$\mathcal{S} = \bigcup_{i \in \mathcal{J}} \mathcal{S}_i \tag{13}$$

とする。部材jを強制選択条件に含めるノード番号の集合$\mathcal{H}_j^E$，および部材jを任意選択条件に含めるノード番号i，任意選択番号kの組合せ(i,k)の集合$\mathcal{H}_j^C$を

$$\mathcal{H}_j^E = \{i | j \in \mathcal{S}_i^E; i \in \mathcal{J}\} \tag{14}$$

$$\mathcal{H}_j^C = \{(i,k) | j \in \mathcal{S}_{ik}^C; k = 1, \cdots, d_i; i \in \mathcal{J}\} \tag{15}$$

とする。$Cond_{\mathcal{J}}$の初期値を$\emptyset$とし，以下の処理を行う。

1. $\bar{\mathcal{S}} := \mathcal{S}$とする。
2. $\bar{\mathcal{S}}$から任意のj選択，$\bar{\mathcal{S}} = \emptyset$なら5へ。
3. **if** $\mathcal{H}_j^E = \{i\}$ and $\mathcal{H}_j^C = \emptyset$ **then**
   次の式を$Cond_{\mathcal{J}}$に加え，$\bar{\mathcal{S}} := \bar{\mathcal{S}} - \{i\}$とする。
   $$x_j = y_i \tag{16}$$
   else if $\mathcal{H}_j^C = \{(i,k)\}$ and $\mathcal{H}_j^E = \emptyset$ **then**
   if $\mathcal{H}_l^C = \{(i,k)\}$ and $\mathcal{H}_l^E = \emptyset$ for $\forall l \in \mathcal{S}_{ik}^C$ **then**
   次式を$Cond_{\mathcal{J}}$に加え，$\bar{\mathcal{S}} := \bar{\mathcal{S}} - \{l | l \in \mathcal{S}_{ik}^C\}$とする。
   $$\sum_{l \in \mathcal{S}_{ik}^C} x_l = m_{ik} y_i \tag{17}$$
   else
   次式を$Cond_{\mathcal{J}}$に加え，$\bar{\mathcal{S}} := \bar{\mathcal{S}} - \{j\}$とする。
   $$x_j \le y_i \tag{18}$$
   end if
   else
   if $\mathcal{H}_j^C = \emptyset$ **then**
   次式を$Cond_{\mathcal{J}}$に加え，$\bar{\mathcal{S}} := \bar{\mathcal{S}} - \{j\}$とする。
   $$x_j = \sum_{i \in \mathcal{H}_j^E} y_i \tag{19}$$
   else
   次式を$Cond_{\mathcal{J}}$に加え，$\bar{\mathcal{S}} := \bar{\mathcal{S}} - \{j\}$とする。
   $$\sum_{i \in \mathcal{H}_j^E} y_i \le x_j \le \sum_{\{i | j \in \mathcal{S}_i\}} y_i \tag{20}$$
   end if
   end if
4. 2.へ戻る。
5. $\bar{\mathcal{D}} := \{(i,k) | k = 1, \cdots, d_i; i \in \mathcal{J}\}$とする。
6. $\bar{\mathcal{D}}$から任意の(i,k)を選択，$\bar{\mathcal{D}} = \emptyset$なら終了。
7. **if** $\mathcal{H}_l^C = \{(i,k)\}$ and $\mathcal{H}_l^E = \emptyset$ for $\forall l \in \mathcal{S}_{ik}^C$ **then**
   $\bar{\mathcal{D}} := \bar{\mathcal{D}} - \{(i,k)\}$とする。
   else
   十分大なる正定数M_{ik}^L, M_{ik}^Uを定める。
   次式を$Cond_{\mathcal{J}}$に加え，$\bar{\mathcal{D}} := \bar{\mathcal{D}} - \{(i,k)\}$とする。
   $$-(1 - y_i) M_{ik}^L \le \sum_{j \in \mathcal{S}_{ik}^C} x_j - m_{ik} \le (1 - y_i) M_{ik}^U \tag{21}$$
   end if
8. 6.へ戻る。

応力密度法と逆懸垂発想による圧縮型構造形態創生の基礎的検討

陳毅哲 [1)]，川口健一 [2)]
1)東京大学工学系研究科建築学専攻，修士課程，学士(工学)，c-yizhe@iis.u-tokyo.ac.jp
2)東京大学生産技術研究所，教授，工博

1 はじめに

応力密度法(Force Density Method)は、釣り合い式を充たすピン接合ネットワークの節点座標を１回の線形計算によって求めることの出来る有効で興味深い手法である。初期形状も設定する必要がないが、応力密度(軸力を部材長で除したもの)を既知として与える必要があるため、実用上、必ずしも利用しやすい方法ではない。しかし、ある程度習熟することにより、そのメリットを享受することが出来る。

応力密度法は元来は張力構造の形状決定問題のために開発された手法であり、張力材のみで構成された場合、安定的に解が得られることが知られている。

一方、与えられた外力下で純引張りで安定するように形成された構造システムは、その外力符号を逆転させることで圧縮における合理的な形状にもなっている。この逆懸垂(逆さ吊り)の発想は、古くは 17 世紀 R.Hooke の字謎の逸話から知られ、ガウディやイスラーのコンクリート建築の設計にも用いられている。本研究では応力密度法によって求められた純引張り構造に逆懸垂の発想を組み合わせることにより、剛接合ネットワークの純圧縮構造の形状決定を行った結果について、解析例を報告する。

2 応力密度法の定式化 2)

自由節点数 n と固定点数 n_fからなる節点数 n_s、部材数 m のネットワークにおいて、部材 j の両端接点をそれぞれ j_s、j_eとすると、マトリクス $\boldsymbol{C_s}$は

$$c(j,i)=\begin{cases}+1 & (i=j_s)\\ -1 & (i=j_e)\\ 0\end{cases} \tag{1}$$

と定義される。

ここで、$\boldsymbol{C_s}$の列成分ベクトルを自由接点と固定点とに分けて並べ替え

$$\boldsymbol{C_s}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{C} & \boldsymbol{C_f}\end{bmatrix} \tag{2}$$

と定義する。これと各部材 j に設定された応力密度 q_j を成分とする m 次対角行列 $\boldsymbol{Q}$ を用いて

$$\begin{aligned}\boldsymbol{D}&=\boldsymbol{C}^t\boldsymbol{Q}\boldsymbol{C}\\ \boldsymbol{D_f}&=\boldsymbol{C}^t\boldsymbol{Q}\boldsymbol{C_f}\end{aligned} \tag{3}$$

とする。

各自由接点に作用する荷重を成分とする n 次ベクトル $\boldsymbol{p_x}$、$\boldsymbol{p_y}$、$\boldsymbol{p_z}$と(2),(3)を用いると、各自由節点の座標は

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}&=\boldsymbol{D}^{-1}\left(\boldsymbol{p_x}-\boldsymbol{D_f}\boldsymbol{x_f}\right)\\ \boldsymbol{y}&=\boldsymbol{D}^{-1}\left(\boldsymbol{p_y}-\boldsymbol{D_f}\boldsymbol{y_f}\right)\\ \boldsymbol{z}&=\boldsymbol{D}^{-1}\left(\boldsymbol{p_z}-\boldsymbol{D_f}\boldsymbol{z_f}\right)\end{aligned} \tag{4}$$

と求めることができる。部材応力 $\boldsymbol{s}$ は

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{L}\boldsymbol{q} \tag{5}$$

$\boldsymbol{L}$：(4)より求まる部材長対角マトリクス

となる。

境界条件が各方向によって異なる場合は、$\boldsymbol{C}$,$\boldsymbol{C_f}$を各方向について求めることで

$$\begin{aligned}\boldsymbol{x}&=\boldsymbol{D_x}^{-1}\left(\boldsymbol{p_x}-\boldsymbol{D_{xf}}\boldsymbol{x_f}\right)\\ \boldsymbol{y}&=\boldsymbol{D_y}^{-1}\left(\boldsymbol{p_y}-\boldsymbol{D_{yf}}\boldsymbol{y_f}\right)\\ \boldsymbol{z}&=\boldsymbol{D_z}^{-1}\left(\boldsymbol{p_z}-\boldsymbol{D_{zf}}\boldsymbol{z_f}\right)\end{aligned} \tag{6}$$

と拡張することができる。

3 解析例

a. フィボナッチ数による分岐ツリー構造

実際の樹木の枝分かれ数の法則として、フィボナッチ数列が観察される場合がある 3)。フィボナッチ数列に従ったネットワークを指定し、応力密度法による形態解析を行った。

柱などの構造としての利用を考えた場合、高さは既知である必要があるので、ここでは荷重をかけず、載荷点を固定とすることで得られる反力をこの構造が支える外力と考えることにした。応力密度は分

岐ごとに半分に設定した。

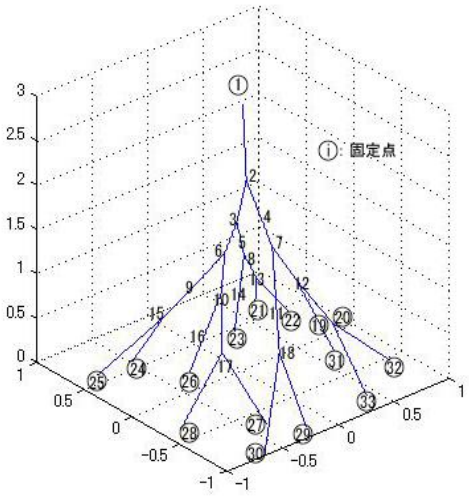


図 1　フィボナッチツリーによる解析例

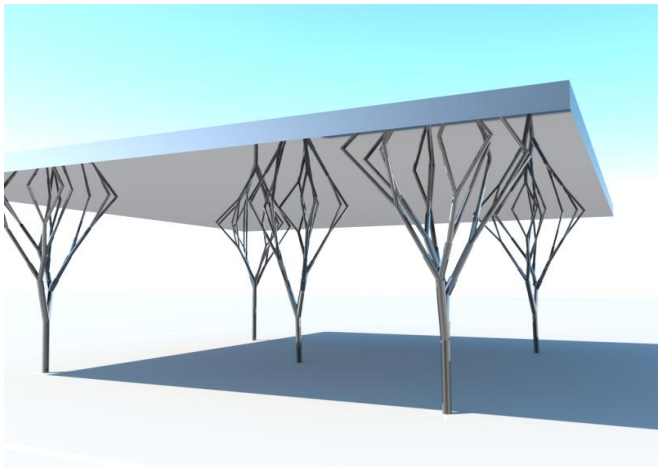


図 2　ツリー支持イメージ

表 1　部材データ

部材	節点		部材長	軸力	部材	節点		部材長	軸
no.	n	n			no.	n	n		
1	1	2	0.83	0.83	17	1	1	0.62	0.1
2	2	3	0.50	0.50	18	1	1	0.33	0.0
3	2	4	0.35	0.35	19	1	2	0.54	0.1
4	3	5	0.21	0.21	20	1	2	0.73	0.0
5	3	6	0.32	0.32	21	1	2	0.69	0.0
6	4	7	0.35	0.35	22	1	2	0.79	0.0
7	5	8	0.43	0.21	23	1	2	0.66	0.0
8	6	9	0.28	0.14	24	1	2	0.77	0.0
9	6	1	0.38	0.19	25	1	2	0.73	0.0
10	7	1	0.31	0.15	26	1	2	0.70	0.0
11	7	1	0.43	0.21	27	1	2	0.73	0.0
12	8	1	0.56	0.14	28	1	2	0.72	0.0
13	8	1	0.31	0.07	29	1	3	0.90	0.0
14	9	1	0.56	0.14	30	1	3	0.84	0.0
15	1	1	0.29	0.07	31	2	3	0.76	0.0
16	1	1	0.52	0.13	32	2	3	0.69	0.0

b.　等角らせんメッシュ構造

$$\begin{cases} x_n = n \times \cos(n \times \theta_G) \\ y_n = n \times \sin(n \times \theta_G) \end{cases}$$

$$\theta_G = 2\pi \times \frac{1}{1 + \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}} \qquad (7)$$

ひまわりや松ぼっくりは式(7)にしたがって種を配置していくことが知られている。その結果図 3 に示すように 3 種類の等角らせんが現れる。

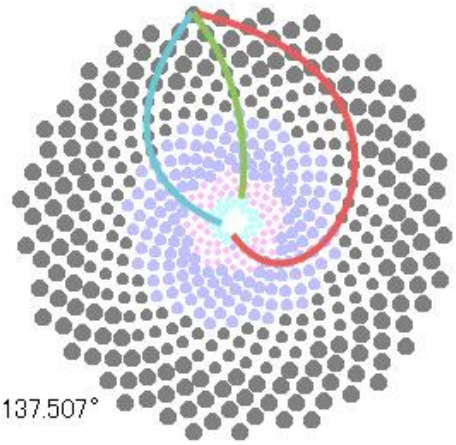


図 3　ひまわりに現れる等角らせん

本例では、ひまわりの等角らせんを模した部材の接合ネットワークを作り、最外周と最内周の点を固定し、応力密度法による解析でらせんが現れることを確認するとともに、全方向荷重下での形態解析を行った。荷重は全接点に 0.5 とし、応力密度は全て 0.25 とした。

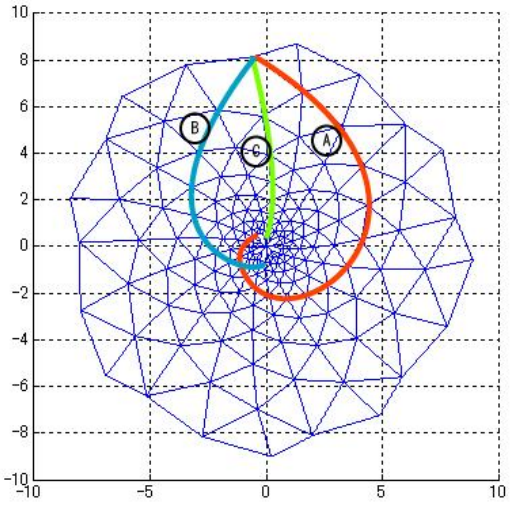


図 4　ひまわり解析結果

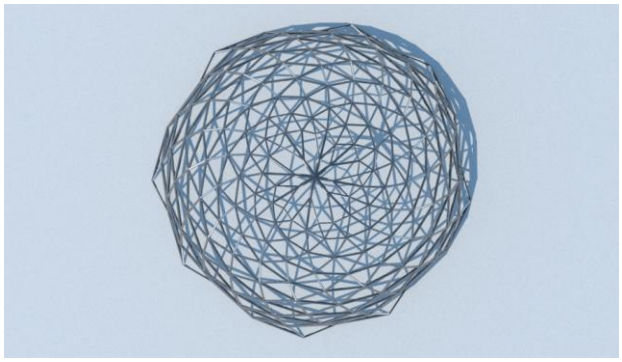


図 5　鉛直外力下解析結果上面イメージ

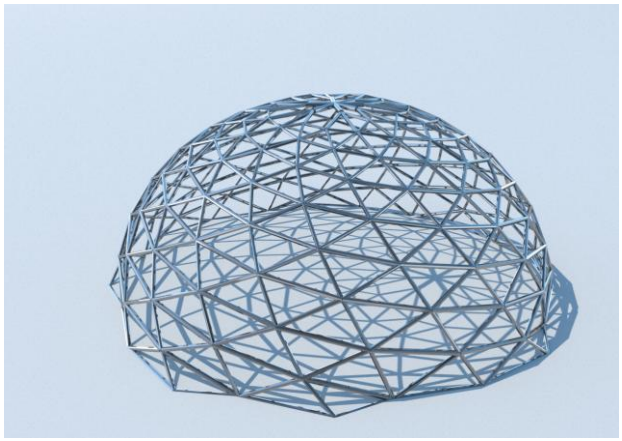


図 6　鉛直外力下解析結果イメージ

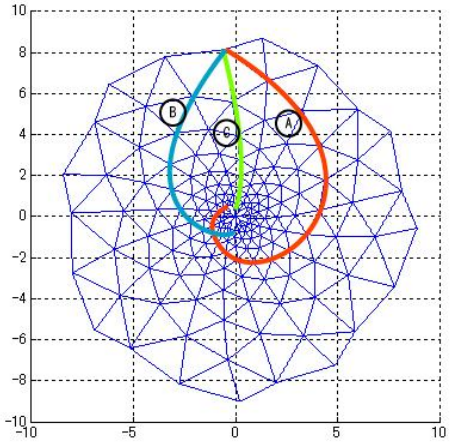
表 2　らせん別軸力

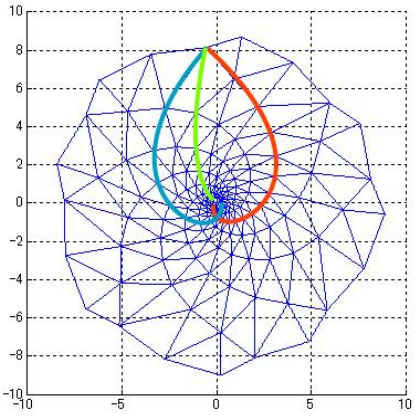
部材位置	部材長	軸力
A 最外周	1.986	0.496
B 最外周	3.089	0.772
C 最外周	2.495	0.624

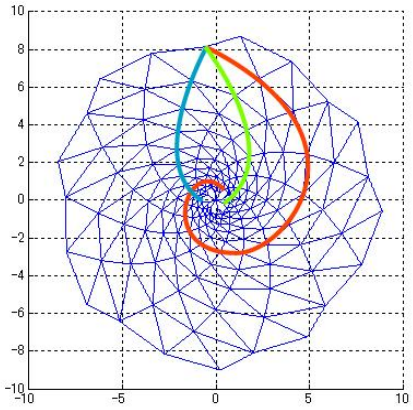
パラメータステディ

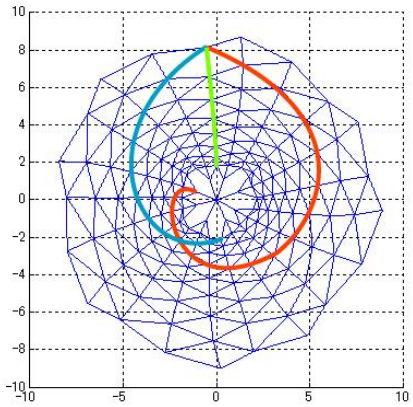
表 3　応力密度パラメータ操作表

	A 部応力密度	B 部応力密度	C 部応力密度
1	0.25	0.25	0.25
2	1	0.25	0.25
3	0.25	1	0.25
4	0.25	0.25	1









c．チューブとシェルの複合構造

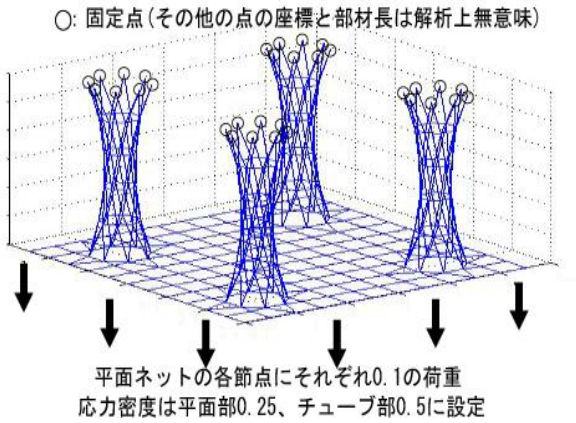


図 7　解析前条件

上記のようなチューブと平面を想定したネットワークを等分布荷重で吊るした形状を求めた。たるんだ網のような形状が決定され、これを反転することによって図9のような純圧縮構造を得た。

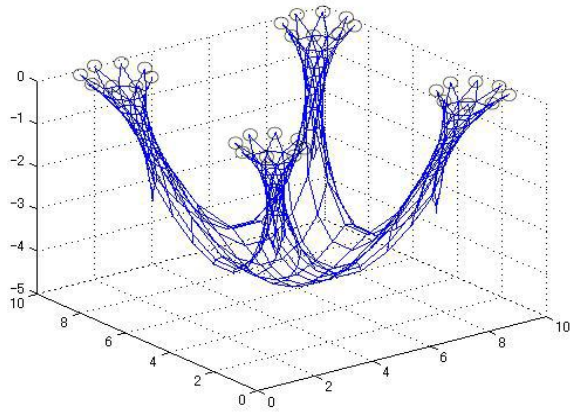


図 8　解析結果

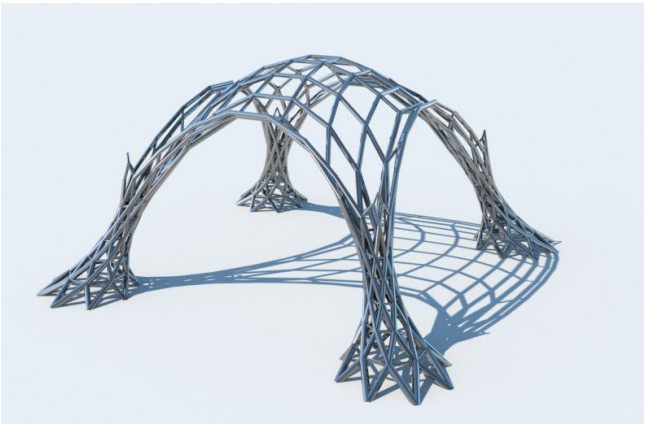


図 9　反転後イメージ

表 4　主要部位にかかる軸力

	部材位置	部材長	軸力
軸力最大	固定点付近	0.811	0.406
	チューブ・シェル接合部	1.416	0.354
	庇状アーチ頂部	0.846	0.211
軸力最小	チューブ周方向	0.182	0.045

パラメータスタディ

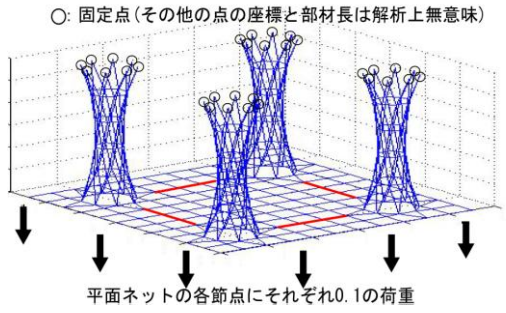
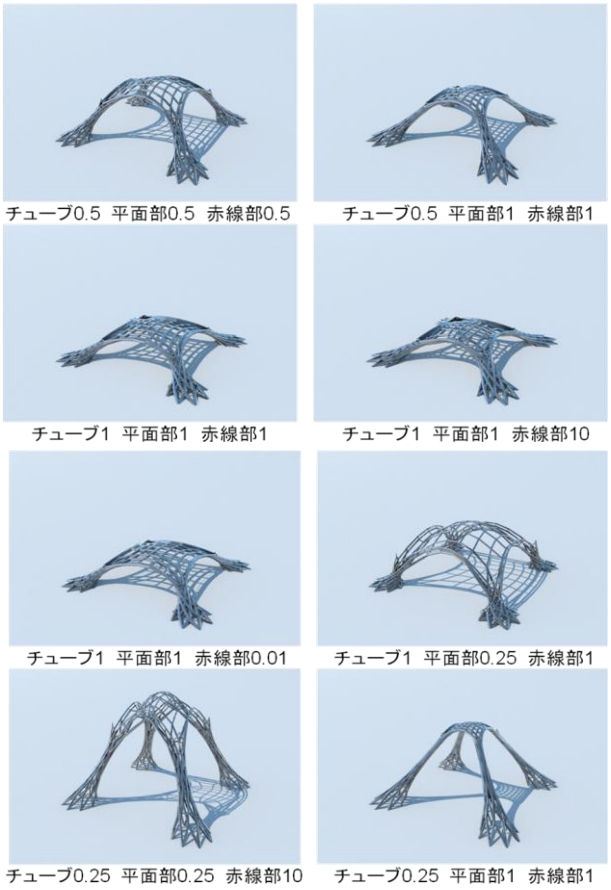


図 10　応力密度操作部



4 まとめ

1. 以上に示したように、応力密度法と逆懸垂を用いた剛接合ネットワークの純圧縮構造の形状決定は、張力構造同様、複雑な形状に対しても複雑な計算なしに適当な応力密度を設定することで唯一に形状を決定することができ、形態スタディには有効である。
2. 応力密度法において、節点座標と外力はどちらかが未知となるため、応力密度法を用いて実際に細かな構造形態を決定する際には応力密度を調整しながら収束計算的な作業をする必要がある。また、圧縮材は座屈の検討が必要になるので、与えられた断面による細長比と応力密度の関係も調整する必要がある。

参考文献

1) 川口健一、陳毅哲「応力密度法の逆懸垂による構造形態創生の基礎的検討」（日本建築学会大会学術講演便覧集 2008（構造）775-776）
2) H.-J.Schek「The Force Density Method for Form Finding and Computation of General Networks」(Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3(1974) 115-134)
3) 佐藤修一「自然にひそむ数学―自然と数学の不思議な関係」（講談社 1998）

大型望遠鏡を支持するトラス構造物の多目的最適設計

薫田 匡史[1)]，大森 博司[2)]，河村 拓昌[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，kunda@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)トヨタテクニカルディベロップメント(株)，博士(工学)，hiroaki.kawamura@mail.toyota-td.jp

1 序論

光学天体望遠鏡の観測精度向上の要求に応えるため，最近では電子制御技術による望遠鏡自身の高性能化や鏡製作技術の高度化と共に，天体望遠鏡そのものの大型化が図られている。

大型望遠鏡を設計するにあたり，望遠鏡の開発，建設，運用に必要な経費は莫大なものである。軽量かつ廉価な望遠鏡が実現すれば多様な要求に応えることができるため，支持構造物の軽量化は施工性，経済性において重要な技術となる。また，望遠鏡は観測精度の低下を防ぐため，鏡の形状と複数の鏡の位置関係は維持されなければならない。一般的に望遠鏡は天体の動きにともない角度を合わせる必要があるため，観測中に様々な姿勢で支持されることとなる。その結果として外荷重に大きな変化が生じ，それにともなって鏡に歪が生じるのである。そのため支持構造物は姿勢の変化に対してなるべく鏡の歪が小さくなるようにしなければならない。

しかしながら，一般に望遠鏡の姿勢の変化に対して鏡の形状の変化を抑えようと支持構造物を強固にすると重量が増してしまう。そのため，軽量化と鏡面形状の維持という二つの要求を同時に満たすことは困難となる。そこで，この問題に対応するため，本研究では望遠鏡支持構造物にホモロガス構造を採用する。これは,「変形を抑えるのではなく望遠鏡の鏡面は常に理想鏡面の形状を保つように変形する」というホモロガス性を望遠鏡支持構造に持たせることで，支持構造物の重量を小さくするための構造である。

本研究では，河村ら[1]により開発されたトラス位相の最適化手法をもとに，新たにホモロガス変形の条件を導入する。それにより，大型望遠鏡を支持するトラス構造物に対し，要求性能として重量の最小化とホモロガス変形を同時に満足する構造形態創生法を提案し，計算例を示してこの手法の有効性を検討する。

2 望遠鏡構造

望遠鏡構造は天体観測による望遠鏡自身の姿勢の変化や外部環境の変化に対して，鏡や装置を支持するものである。望遠鏡の軽量化のため，近年ではトラス構造が用いられるようになり，本研究でもこのトラス構造を採用する。設計対象はナスミス式望遠鏡と呼ばれる望遠鏡である。これは，図 1 のように主鏡，副鏡，第三鏡と呼ばれる 3 つの鏡を用いて観測装置へ光を導く望遠鏡である。ナスミス式望遠鏡を設計するにあたり，これら 3 つの鏡を支持するために図 2 に示されるような架台が必要となる。この架台の各部位の用語を表 1 に挙げる。鏡筒は構造上光をまったく遮らないということは不可能であるが，観測精度を高めるためなるべくは遮らないように留意しなければならない。また，図 2 に示されるアークレールに沿って鏡筒が傾くことで図 3 のように仰角方向に回転可能となる。この姿勢の変化により自重に大きな変化が生じるだけではなく，レールが動いても図 4 のように支持点は固定されるため支持条件に注意を払うことが必要である。下方の土台が回転することにより水平方向にも観測可能となる。以下，本稿では設計対象を鏡筒部分の構造とする。

3 解析手法

3.1 最適化手法

本研究では重量最小化とホモロガス変形を満足する多目的最適化を行う。多目的最適化とは，複数の評価基準を同時に考慮しながら最適解を探索する問題のことであり,「ある評価を改善するためには，少なくとも他の 1 つの評価値を改悪せざるを得ないような解」の集合である Pareto 最適解を求めることを目的とする。この問題を解くための手段として現在最も有効な手段である多目的遺伝的アルゴリズムを用いる。多目的遺伝的アルゴリズムとは，遺伝的アルゴリズムを用いて，Pareto 最適性，すなわち解の優越関係に基づいて選択

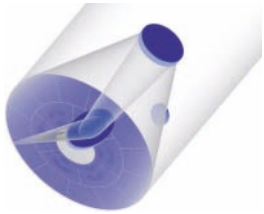


図1　ナスミス式望遠鏡

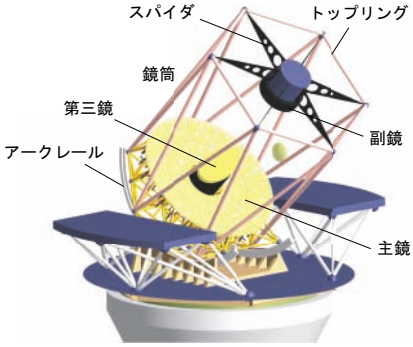


図2　望遠鏡概観(概念図)

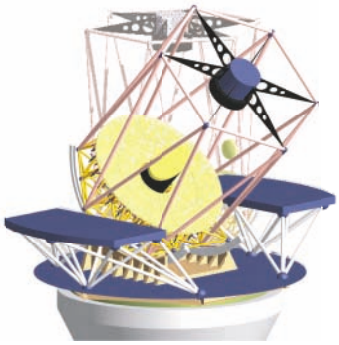


図3　鏡筒の回転

表 1　部位の説明

部位	説明
鏡筒	主鏡セル，上部トラス，トップリング，スパイダで構成される
主鏡セル	主鏡を支える構造体
上部トラス	主鏡セルとトップリングを接続する
トップリング	スパイダを介して副鏡を支える六角形の枠
スパイダ	トップリングから副鏡へと接続する
アークレール	主鏡セルと下部の架台を接続する

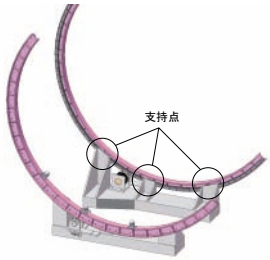


図4　アークレール

演算を行い，近似 Pareto 最適解を求める発見的解法である。この方法によれば，一度の探索で多数の解が得られるため，複数の条件を同時に考慮する必要がある建設設計のプロセスに都合が良く，設計者は明示的に与えられた設計条件をクリアする多数の設計解の存在を確認することができる。本稿では多目的遺伝的アルゴリズムの解法として，Zitzler[2] らによる Pareto 最適解集合の探索性能が特に優れている SPEA2(Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) を採用している。

3.2　定式化

支持構造物の総重量とホモロガス変形の指標を用いて，目的関数として式 (1) のような多目的最適化問題を考える。ここに，W を構造物の総重量，Hをホモロガス変形の指標, $\boldsymbol{x}$ を節点および部材の配置，$\boldsymbol{A}$ を部材の断面積，g_i を i 番目の制約条件，γ_i を制約条件 i を満たさなかった場合のペナルティ項とする。

$$\text{minimize } \boldsymbol{f} \quad \begin{cases} f_1 = W(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{A}) \prod_i \gamma_i \\ f_2 = H(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{A}) \prod_i \gamma_i \end{cases} \qquad (1)$$

$$\text{subject to} \qquad g_i \leq 0$$

3.2.1　ホモロガス変形の指標

構造物が変位後に変位前の形状と同じであったとき，その変形をホモロガス変形という。つまり，変形前の形状を剛体変位させたものと変形後の形状との差が小さいものほどホモロガス性が大きいものとなる。そこで，ホモロガス変形の指標として鏡面補正量を用いる。本研究において鏡面補正量とは姿勢が変化したときの構造体と剛体変位した場合の構造体との相互の節点間の距離により定義し，式 (2) で表される節点 i が姿勢 j のときの補正量 ${}^jH_i$ を用いて，式 (3) のようにホモロガス変形の指標 H を設定する。結局，この評価値が小さいほどホモロガス性は高くなることになる。ここに，${}^j\boldsymbol{r}_i$ を姿勢 j に回転後の節点 i の座標ベクトル，${}^j\hat{\boldsymbol{r}}_i$ を姿勢 j での剛体変位後の節点 i の座標ベクトル，m をホモロガス変形を受ける節点数，n を姿勢の変化に対する刻み数とする。

$${}^jH_i = \| {}^j\boldsymbol{r}_i - {}^j\hat{\boldsymbol{r}}_i \| \qquad (2)$$

$$H = \max\left\{ {}^jH_i \mid i = 0, 1, \cdots, m,\ j = 0, 1, \cdots, n \right\} \qquad (3)$$

3.2.2　制約条件

制約条件として部材の応力，鏡面補正量，部材同士の干渉を設定する。部材応力に関しては，許容応力度以下となるよう制約条件を設ける。部材に働く応力が引張の場合は許容引張応力を，圧縮の場合は座屈を考慮する。鏡面補正量に関しては，アクチュエータ（制御駆動装置）の補正可能範囲を超えないようにするため，目的関数だけではなく制約条件としても用いるものとする。部材同士の干渉とは，部材接合部での干渉や部材同士の交差の有無のチェックを行うことでトラスを組み立て可能とするものである。図 5 に示される

ように部材を構成する各部品を，最適化により決定したパイプに従って規格品の中から選択し，全部品の形状を考慮して干渉をチェックする。

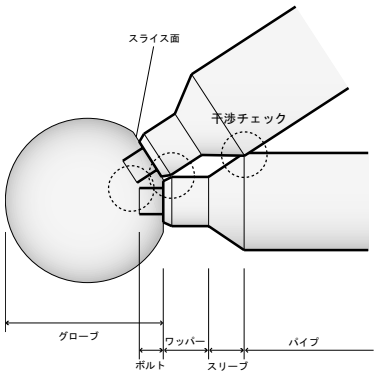


図5　部材の干渉

4　数値解析例

4.1　解析対象

図6　鏡筒 (実験機)

本稿では，既往の研究[3]で実験機として建造された鏡筒 (図 6) を解析モデルとし，重量とホモロガス性を目的関数とする多目的最適化問題を解き，本手法の有効性を検討する。ここでの鏡筒は 2.5m 級望遠鏡を想定したものである。ただし簡易型の鏡筒であり，主鏡は図 7 に示すように 6 節点のみで主鏡セルと直接接続するものとし，第三鏡の支持は考慮しないこととする。なお，鏡筒は天体観測のため仰角 20° ～ 90° まで傾き，姿勢が変化する。

設計変数は，トラス構造物の節点配置，部材配置，部材断面形状の 3 種とし，位相対称性を考慮する。断面形状設計に使用する選択部材は，表 2 に示される JIS G3444 にて規格化された一般構造用炭素鋼管 STK400 (弾性係数 : 2.05×10^5 N/mm^2, 基準強度 : 235 N/mm^2) の 7 種類の中から選択する。また，コストを抑え，選択される種類を少なくするため，7 種類のうち選択されるのは 2 種類までとする。ここで，本稿では 2.5m

表 2　選択部材リスト

番号	外径 (mm)	厚さ (mm)	断面積 (cm^2)	断面二次モーメント (cm^4)
1	34.0	2.3	2.29	2.89
2	42.7	2.3	2.92	5.97
3	48.6	3.2	4.56	11.8
4	60.5	3.2	5.76	23.7
5	76.3	3.2	7.35	49.2
6	89.1	3.2	8.64	79.8
7	101.6	4.2	12.85	152.6

表 3　主鏡セル以外の部材リスト

	外径 (mm)	厚さ (mm)	断面積 (cm^2)	断面二次モーメント (cm^4)
レール	121.0	38.7	100.00	1034.0
副鏡	表 2 の部材番号 7 に同じ			
トップリング	表 2 の部材番号 4 に同じ			
スパイダ	表 2 の部材番号 1 に同じ			
上部トラス	表 2 の部材番号 4 に同じ			

表 4　最適化パラメータ

個体数	80
アーカイブ数	20
世代数	500
交叉率	0.80
突然変異率	0.02

表 5　制約条件

応力度	許容応力度以下
部材干渉	干渉なし
鏡面補正量	
主鏡 接線方向	0.1mm 以下
主鏡 法線方向	0.2mm 以下
副鏡 接線方向	2.0mm 以下

望遠鏡を形成するための基準として，また簡略化のため，図 7 のようにトップリング，スパイダ，上部トラスの部材，そして主鏡に直接接続する節点の座標は実験機と同一のものを使用し，主鏡セルのみの設計をする。図 7 のうち，節点 1 ～ 6 が主鏡に直接接続する節点，節点 7 が副鏡が取り付けられる節点である。図 8 の左図と右図はそれぞれ図 7 の側面図と正面図である。左図で望遠鏡は左側に傾く。各レールに支持点を 3 点設けるが，鏡筒の姿勢が変化しても支持点の座標は変化しない。主鏡セル以外に使用する部材の断面特性は表 3 の通りである。実際には副鏡とレールは鋼管ではないが，簡略化のため鋼管として解析を行う。材料特性は選択部材と同様とする。また，主鏡に直接接続する節点とレール上の節点以外の主鏡セルの節点として節点配置設計を受ける 20 節点の座標を未知量として節点配置の最適化を行い，そこで決定した節点を結ぶ部材の有無を部材配置最適化問題としてこれを求める。これにより，どの部材も接続しない節点が存在した場合は，その節点は存在しないものと考える。

最適化に用いたパラメータと制約条件をそれぞれ表 4，5 に示す。制約条件での鏡面補正量は着目する鏡や方向によって値が異なるため，ホモロガス変形の指標についても鏡や方向による許容値に従って重みを変化させる。なお，副鏡の法線方向の許容値は大きいため制約条件とはしていない。荷重は鏡筒の自重に加え，鏡の重量を作用させる。鏡の重量として，主鏡に直接接

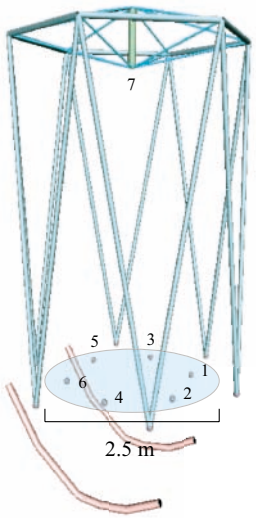


図7　基準となる部材

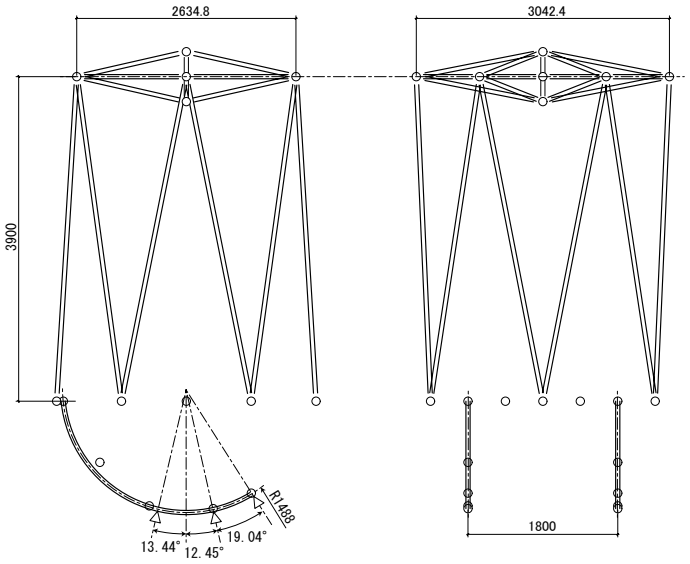


図8　鏡筒寸法

続する節点には主鏡の重量を等分して各 500N を，副鏡を想定した部材に対してはモーメント荷重を考慮し上端節点に 500N，下端節点に 2750N を重力方向に作用させる。また，ホモロガス性の指標は仰角 20°，55° および 90° の 3 種の姿勢のときの主鏡に直接接続する 6 節点の変位量から評価することとした。

4.2　解析結果および考察

図 9 に最終世代解集合を示す。横軸に構造物の質量，縦軸にホモロガス変形の指標 H をとり，質量が小さい個体から順番に番号付けを行っている。また，実験機(Experimental Shape)の目的関数空間における位置も図中に示す。最終世代解集合のうち任意に選んだ No.1，No.10，No.20 の解個体および実験機の主鏡セルの解形状と使用部材，各姿勢での最大応力を図 10 に，各鏡，方向の鏡面補正量を図 11 に示す。ただし，図 10 の質量に関しては鏡筒全体の質量を示している。図 11 は左の列から，主鏡の接線方向，主鏡の法線方向，副鏡の接線方向の各節点の補正量を表しており，法線方向に関しては副鏡側への方向を正としている。また，ホモロガス変形の評価には重みを考慮した補正量の最大値を用いているため，その最大値となる点を四角で囲んでいる。

図 9 より，実験機よりも重量とホモロガス性のどちらか一方または双方が優良な解が多数得られたことがわかる。No.1 の解個体は実験機に比べ質量を約 75 % に，No.20 の解個体はホモロガス変形の指標を約 55 % に抑えることができている。ホモロガス変形に関しては図 9 からだけではわかりづらいが，図 11 より，鏡面

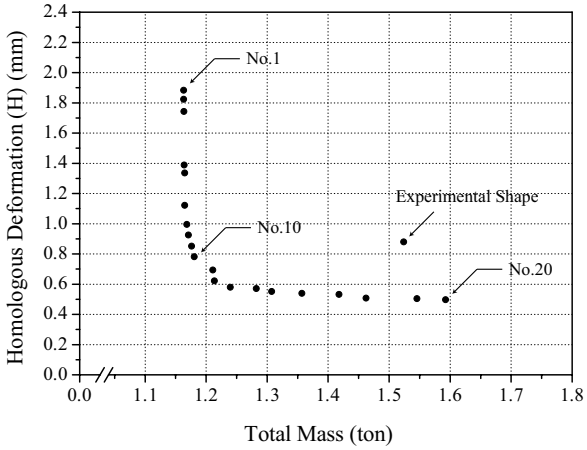
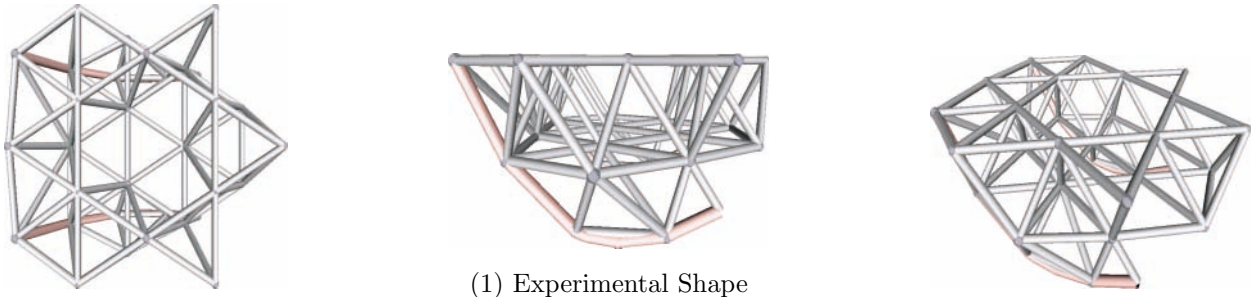


図9　実験機および最終世代解集合

補正量が抑えられていることが確認できる。また No.1，No.10 と No.20 の補正量から，解の番号が大きくなるにつれてホモロガス変形の指標に影響を与える補正量が主鏡から副鏡に移っている。主鏡セルの設計だけでは副鏡の補正量の調節には限界があるため，No.10 の解個体以降からは上部トラスの設計も併せて行った方が良いと考えられる。

図 10 の実験機と解集合の形状を見ると，解集合の構造物の位相に大きな違いは見られないが，番号が大きくなるにつれて部材数が増え，断面積が大きい部材が使用されていることが確認できる。また，実験機に比べ位相が複雑で，断面積が小さい部材を用いており，実験機の方が形状に整形性がある。部材応力を見ても，実験機の方がはるかに小さく，節点の変位量も解集合に比べて小さい。それでもホモロガス変形の指標が実験機よりも小さい解が得られており，図 10 からも鏡面の補正量が小さいものが得られていることが確認で

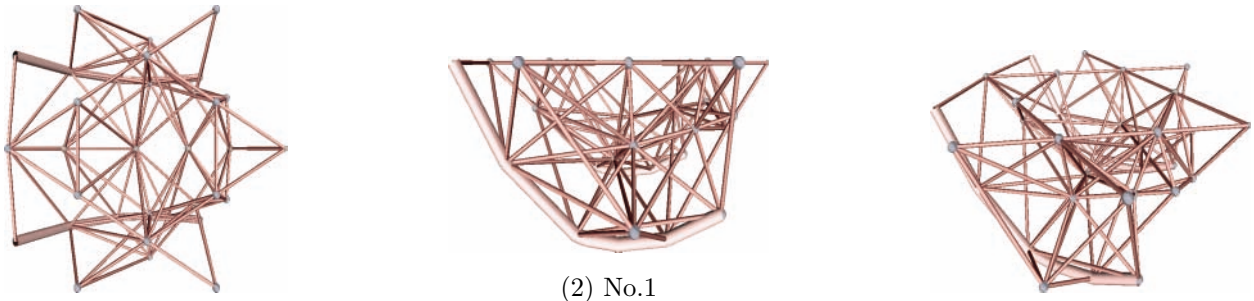


(1) Experimental Shape
W : 1.524 t, H : 0.8799 mm,　Material : 5

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 6.711 N/mm^2
Max. Compression : 6.786 N/mm^2

(b) angle of elevation : 55°
Max. Tention : 7.532 N/mm^2
Max. Compression : 6.444 N/mm^2

(c) angle of elevation : 20°
Max. Tention : 7.584 N/mm^2
Max. Compression : 10.27 N/mm^2

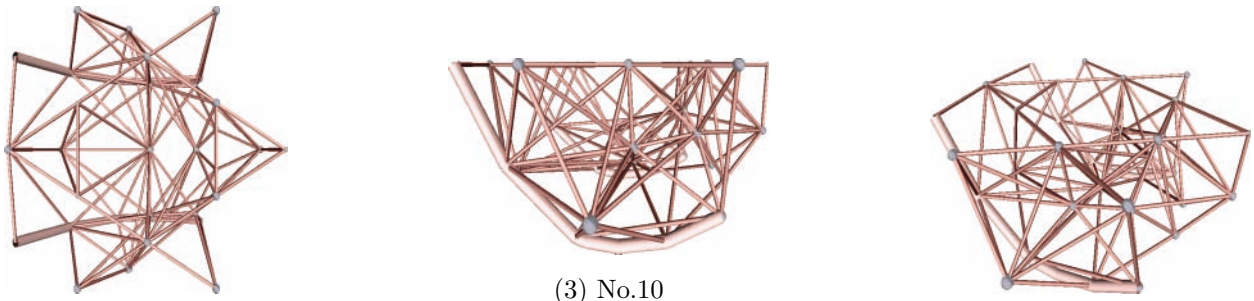


(2) No.1
W : 1.163 t, H : 1.884 mm,　Material : 1

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 7.926 N/mm^2
Max. Compression : 8.725 N/mm^2

(b) angle of elevation : 55°
Max. Tention : 8.106 N/mm^2
Max. Compression : 16.07 N/mm^2

(c) angle of elevation : 20°
Max. Tention : 27.15 N/mm^2
Max. Compression : 34.20 N/mm^2

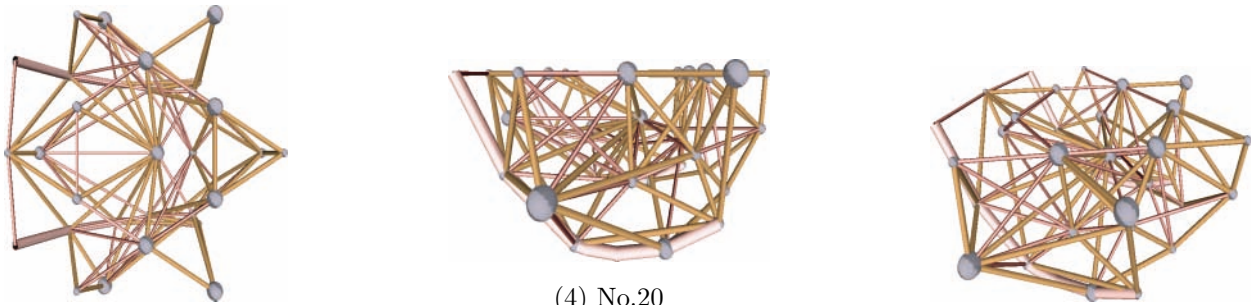


(3) No.10
W : 1.180 t, H : 0.7801 mm,　Material : 1

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 7.142 N/mm^2
Max. Compression : 9.537 N/mm^2

(b) angle of elevation : 55°
Max. Tention : 7.157 N/mm^2
Max. Compression : 17.16 N/mm^2

(c) angle of elevation : 20°
Max. Tention : 24.52 N/mm^2
Max. Compression : 35.37 N/mm^2



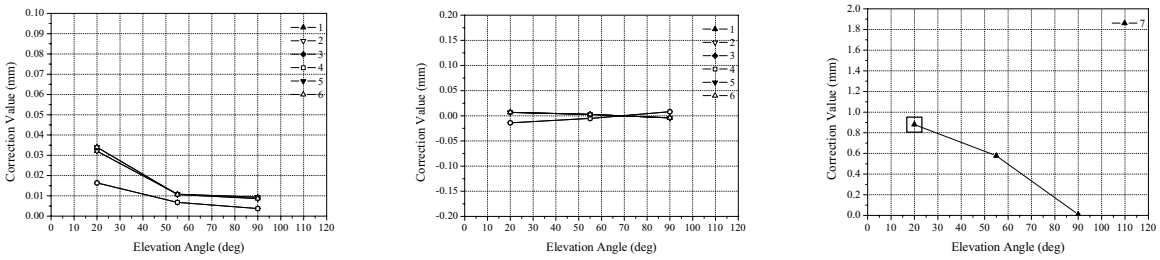
(4) No.20
W : 1.592 t, H : 0.4989 mm,　Material : 1, 3

(a) angle of elevation : 90°
Max. Tention : 6.991 N/mm^2
Max. Compression : 8.181 N/mm^2

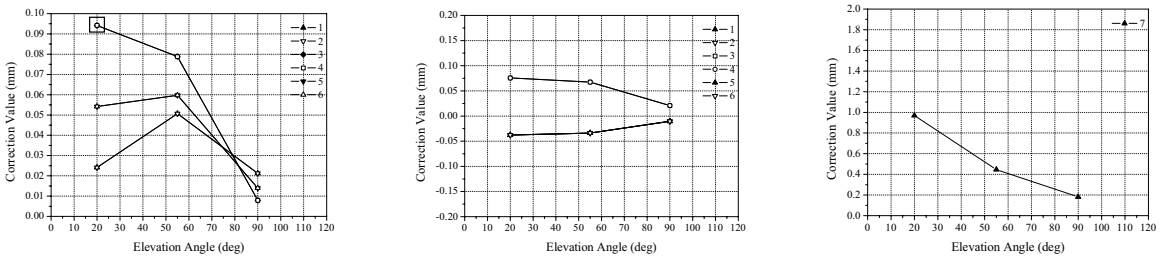
(b) angle of elevation : 55°
Max. Tention : 10.08 N/mm^2
Max. Compression : 14.74 N/mm^2

(c) angle of elevation : 20°
Max. Tention : 22.92 N/mm^2
Max. Compression : 33.41 N/mm^2

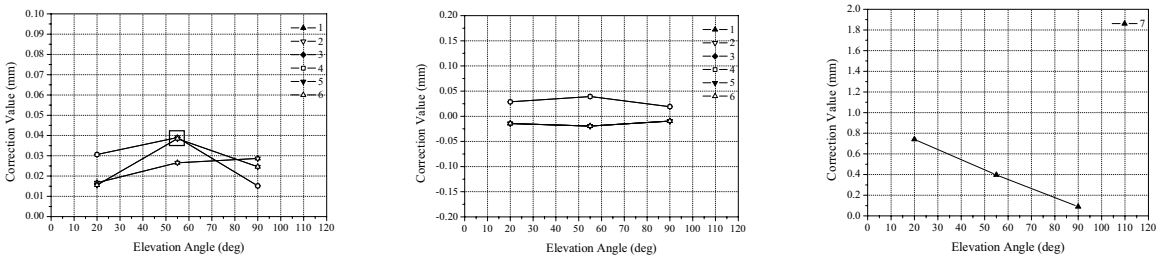
図10　解形状例



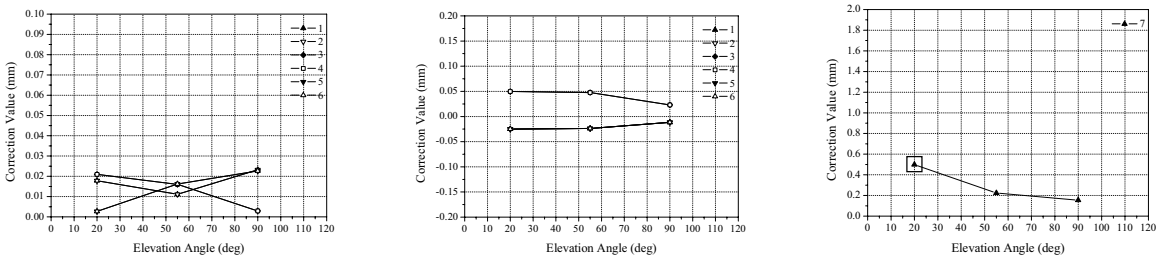
(1) Experimental Shape



(2) No.1



(3) No.10



(4) No.20

図11　鏡面補正量

きる。これにより，本手法が「変形を抑えるのではなく望遠鏡の鏡面は常に理想鏡面の形状を保つように変形する」というホモロガス性の大きい軽量構造を得ていることがわかる。

5　結

本稿では，大型望遠鏡鏡筒というトラス構造物に対し重量の最小化と鏡面形状の維持を目的とし，ホモロガス変形の考え方を導入することにより，多目的最適化問題を構成し，重量最小化と高ホモロガス性の 2 つの要求性能を満足する望遠鏡鏡筒の構造形態創生法を提案し，既存の鏡筒を例題として本手法の有効性を検討した。変形を抑えるのではなく，ホモロガス性を高めることにより効率的な設計が可能となる。例題の鏡筒は簡易な設計条件であったが，実際に天体観測に使用される鏡筒は第三鏡やアクチュエータの設置場所の確保など，条件はより複雑となる。今後，本手法を用いて実大型望遠鏡の支持トラス構造の最適設計を目指す予定である。

参考文献

1）河村拓昌，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，No.538, pp.115-121，2000

2）Zitzler, E., M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2 : Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), 2001

3）Kurita, M., S. Sato, K. Morishima, H. Achiwa, H. Ito, T. Nagata, N. Noda, N. Koiso : Development of the ultralight medium-size telescope, Astronomical Structures and Mechanisms Technology, Vol.5495, pp.518-525, 2004.

多面的性能設計システム開発のための基礎的研究
多目的最適化手法としての中沢メソッドに関する考察

藤田 啓[1)], 大森 博司[2)], 兼光 知巳[3)], 熊田 昭彦[4)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，k.fujita@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)清水建設（株）技術研究所，工博，kanemitsu@shimz.co.jp
4)清水建設（株）技術研究所，kuma_a@shimz.co.jp

1　序

現在，各種の構造計算規準・設計規準が発行され，それに従えば誰でも一定の性能を有する建物の設計が行えるようになった。しかしその一方で，その内容が仕様標準的であることから，設計された建物の性能が明確でなくなってしまっている。これは，性能設計への移行を妨げるものである。また，これにともなって，設計の目的が，構造性能を発揮させることから，規準を満足させることへすり替わる傾向にある。

本研究では，設計者がより柔軟に性能を設定でき，なおかつコストや工期といった要素も考慮できるような設計支援システムの開発を目指している。その際，コストや工期の定量化もさることながら，多目的最適化問題に対してどのような手法を採るのかということも重要になると考えられる。

ここでは，中沢[1)]による中沢メソッドという手法に着目し，この手法の特徴や，得られる解の性能に関する考察を行った。

2　中沢メソッドについて

2.1　中沢メソッドとは

中沢メソッドとは，タグチメソッドや実験計画法と呼ばれる，製品開発などを効率的に行う技法を発展させたものである。後述するレクサットを用いた評価を行うことで，複数ある評価値を同時に最適化することができる。

2.2　レクサットを用いた性能の評価

レクサットによる評価は，性能の値がある幅で分布しており，その値を一定値以上あるいは一定値以下に収めることを考える。図1に示すのは，3つの場合において，得られた性能と要求性能の関係である。図1中のSRは，システムレンジといって実際に得られる性能の分布である。図1では一様分布としているが，必要となるのは性能の上限と下限だけなので，分布形状はどのようなものでも良い。DRは，デザインレンジといって，要求される性能の幅である。一般には，図1のように上限や下限などの限界値で与えられる。CRはコモンレンジといって，SRとDRに共通する区間である。(b)の場合，SRがDRに包含されているので，CR=SRとなる。また，(c)の場合，SRとDRに共通する区間がないので，CR= 0となる。

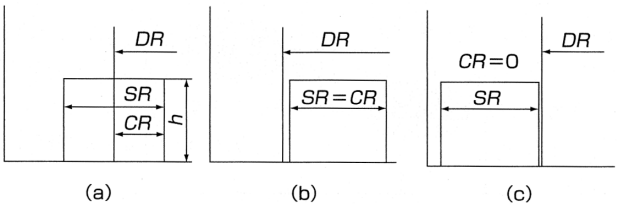


図1　レクサットの計算[1)]

中沢メソッドを具体的な問題，柱における長期の荷重性能の例に当てはめるとわかりやすい。SRは，許容応力度と断面積の積で表せる力の取りうる値の幅である。この幅は，実際に許容される応力度にはばらつきがあると考えたり，断面に関するパラメータを変化させたりしたときのものと捉えることができる。そしてDRは，必要とされる柱荷重で，ある値以上であればよいということになる。

2.3　レクサットの算出

レクサット(Recsat)というのは，満足度の逆数を意味する造語で，次式で求められる。

$$Recsat = \ln \frac{hSR}{hCR} = \ln \frac{SR}{CR} \qquad (1)$$

図1の(a)〜(c)それぞれで考えると，(b) < (a) < (c) の順で大きくなり，(b)の場合は 0 ，(c)の場合は分母のCRが 0 のため不定となる。SRに対してCRの幅が広

いほど，つまり取りうる性能がDRに収まる確率が高いほど有利となり，レクサットとしては小さな値をとる。さらに，レクサットを用いると評価する性能が複数ある場合でも，それぞれの和で総合レクサットとして評価できる。その根拠は次式のような関係である。独立な，2つの性能に関する事象が同時に生起する確率と考えることができる。

$$R_1 + R_2 = \ln \frac{SR_1}{CR_1} + \ln \frac{SR_2}{CR_2} = \ln \frac{SR_1 \cdot SR_2}{CR_1 \cdot CR_2} \quad (2)$$

3 H形鋼片持梁

3.1 概要

この問題は，文献[?)]に掲載されたもので，図2に示すような，スパンが500mmで，端部に10kgの集中荷重を受けるH形鋼の片持梁の断面の設計である。目的関数は，重量（最小化）とたわみ（最小化）の2つで，断面寸法に関する4つのパラメータ(図中b_1,b_2,h_1,h_2)の最適値を求める。

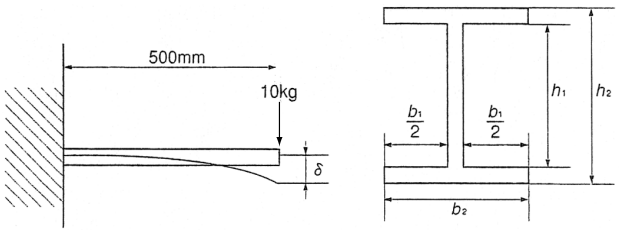


図2 片持梁

3.2 直交表および総当りによる解析

実験計画法における，L_9の直交表を用いて9回の計算を行い，その結果をもとにレクサットの評価を行った。直交表とは，実験や解析で変数とその水準が複数ある際に，少ない実験回数で効率よくデータを採るのに用いられる表である。また，4パラメータ3水準で，$3^4 = 81$通り全ての組み合わせによる計算結果からレクサットを算出し，直交表を用いた場合との比較を行った。各パラメータの水準を表1に，そして直交表を用いた場合の9回の計算結果の一覧を表2に示す。また，中沢メソッドの手順は次の通りである。

1. パラメータ，水準の設定
2. 目的関数の定式化
3. (直交表を用いて)実験点を決める
4. 各実験点の目的関数値を計算
5. 目的関数値の平均をDRの上限(下限)とする

表 1 パラメータの水準

パラメータ	水準1	水準2	水準3
b_1 [mm]	25	26	27
b_2 [mm]	30	32	34
h_1 [mm]	34	43	52
h_2 [mm]	55	60	65

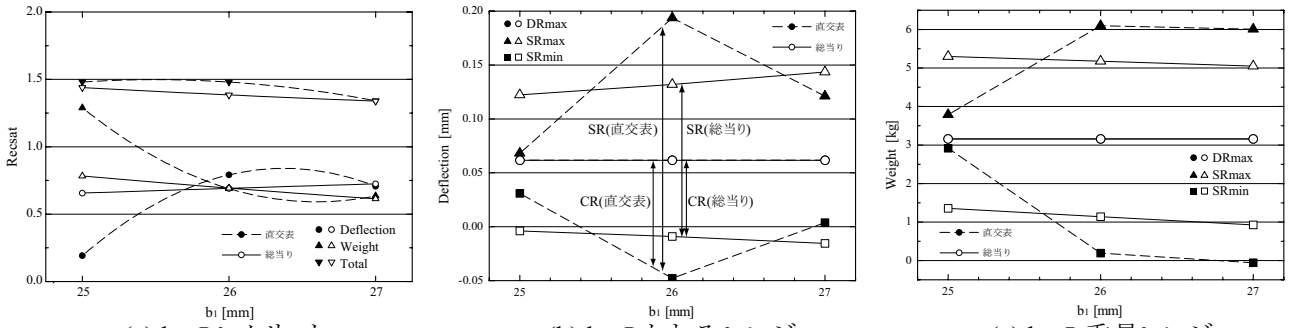
表 2 計算結果一覧

No.	b_1	b_2	h_1	h_2	たわみ [mm]	重量 [kg]
1	25	30	34	55	0.0594	3.15
2	25	32	43	60	0.0484	3.33
3	25	34	52	65	0.0409	3.58
4	26	30	43	65	0.0386	3.28
5	26	32	52	55	0.1427	1.61
6	26	34	34	60	0.0377	4.55
7	27	30	52	60	0.0887	1.56
8	27	32	34	65	0.0308	4.58
9	27	34	43	55	0.0678	2.79
平均値	–	–	–	–	0.0617	3.16

6. パラメータ・水準毎に目的関数値のm，σを計算
7. $m \pm k\sigma$をSRとする (今回は$k = 2.0$を採用)
8. DRかつSRとなるレンジをCRとする
9. $R = \ln(SR/CR)$ により，目的関数・パラメータ・水準毎のレクサットを算出
10. パラメータ毎に総合レクサットの算出し，総合レクサットが最小となるパラメータの値を決定

図3に，直交表と総当りによるレクサットおよび各レンジの比較を示す。(a)〜(l)の各図において，破線が直交表，実線が総当りの結果である。また，図3において，左列のレクサットのグラフは，横軸が各パラメータの水準，縦軸がレクサットであり，たわみ，重量，総合のそれぞれのレクサットを示している。また，中列および右列はそれぞれ，たわみおよび重量のレンジのグラフである。横軸に各パラメータの水準，縦軸にたわみまたは重量をとり，前述の中沢メソッドの手順の5.で得られたDRの上限値と，7.で得られたSRの上下限値をプロットしている。

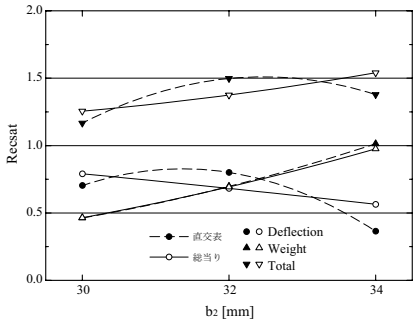
各水準間は，2次曲線で補間している。それぞれ，総合レクサットが最小となっているところが，最適なパラメータの値である。これらを読み取ると，各パラメータとたわみ・重量は表3のようになる。文献[?)]とそろえるため，パラメータの水準を表1のようにとっているが，$b_1 > 27$または$b_2 < 30$とすることで，より目的関数値の小さい解が得られると考えられる。



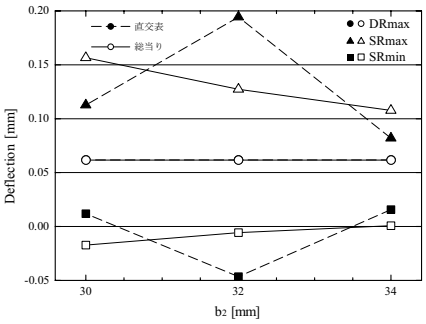
(a) b_1 のレクサット

(b) b_1 のたわみレンジ

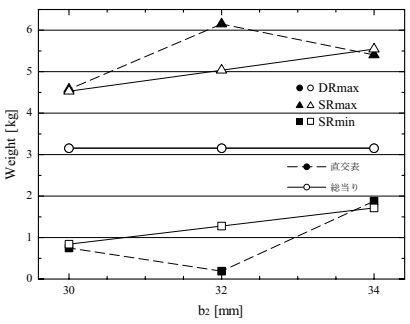
(c) b_1 の重量レンジ



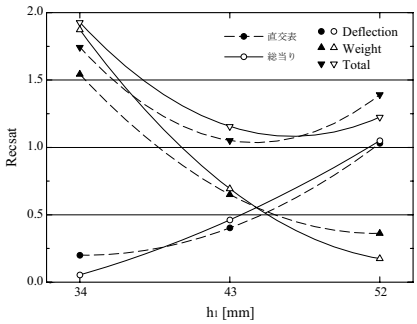
(d) b_2 のレクサット



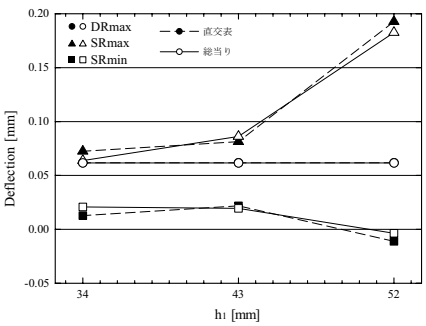
(e) b_2 のたわみレンジ



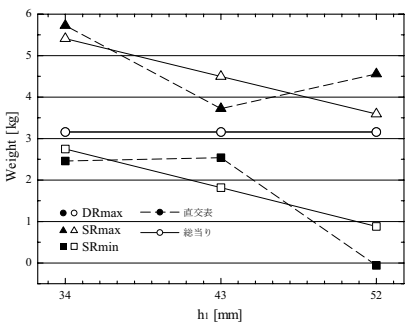
(f) b_2 の重量レンジ



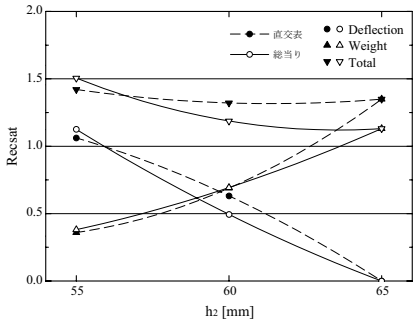
(g) h_1 のレクサット



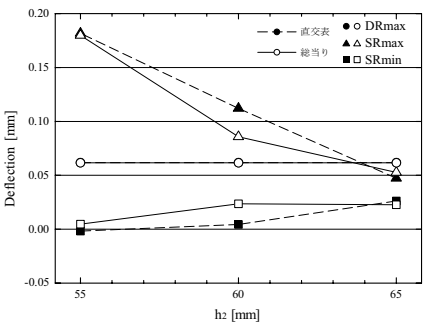
(h) h_1 のたわみレンジ



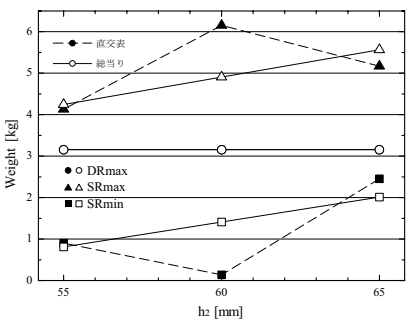
(i) h_1 の重量レンジ



(j) h_2 のレクサット



(k) h_2 のたわみレンジ



(l) h_2 の重量レンジ

図3　直交表と総当りによるレクサットおよび各レンジの比較

また，総当りによる解析は，直交表を用いた場合に比べ，レクサット，レンジ共に線形性が高くなっているのがわかる。これは，分析に用いるデータの偏りが小さくなっているからだと考えられる。それぞれの最適パラメータにより得られた解の比較は，次節で行う。

表 3　直交表及び総当りによる最適パラメータ

パラメータ		直交表	総当り
b_1	[mm]	27	27
b_2	[mm]	30	30
h_1	[mm]	44.3	46.6
h_2	[mm]	60.8	64.2
たわみ	[mm]	0.0542	0.0457
重量	[kg]	2.47	2.63

3.3　GAによるPareto解集合との比較

1.2節で，直交表および総当りによる中沢メソッドの解を得た。しかし，この問題は重量最小化とたわみ最小化の2目的の問題である。得られた唯一の解が，解空間のどの位置にあるのか，また解の性能を考察する目的で，同じ問題を多目的遺伝的アルゴリズム(MOGA)を用いて解いた。以下にその概要を示す。設計変数は中沢メソッドと同様にb_1,b_2,h_1,h_2の4変数，ただし表1の範囲で1mm刻みの値をとるものとする。表4にGAのパラメータを示す。

図4にPareto解集合と，直交表による9組のデータおよび，総当りによる81組のデータを示す。そして，図5にPareto解集合と直交表，総当りによる最適解を示す。図5中の網掛け部分は，直行表と総当りでほぼ一致した，DRの範囲である。図4に関して，直交表を用いた実験点におけるデータは，解空間上においても，ほどよく分散していることがわかる。また，図5については，直交表を用いたものよりも，総当りによるものの方がPareto-Frontに近い解が得られていることがわかる。また，中沢メソッドにより得られた2つの解は，おおむねトレードオフ曲線上のほぼ中央に位置している。しかし，これはDRの上限を，各実験点で得られた目的関数値の平均値としていることと関係がある。ゆえに，DRの上限を操作することで，解空間上のもう少し上あるいは左に寄った解が得られると考えられる。次節では，これについて詳しく述べる。

表 4　GAパラメータ

個体数	100
世代数	1000
交叉率	0.7
突然変異率	0.02

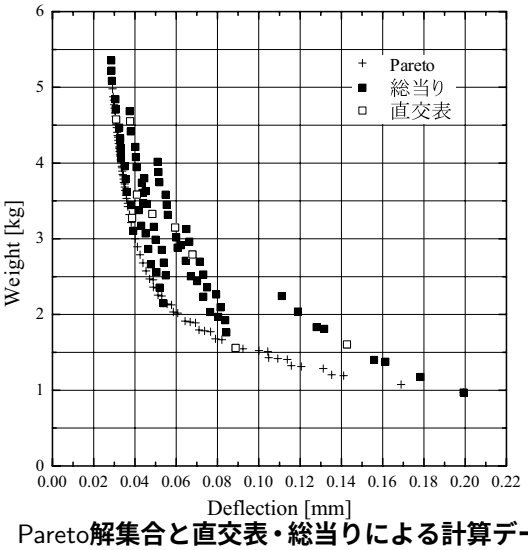


図4　Pareto解集合と直交表・総当りによる計算データ

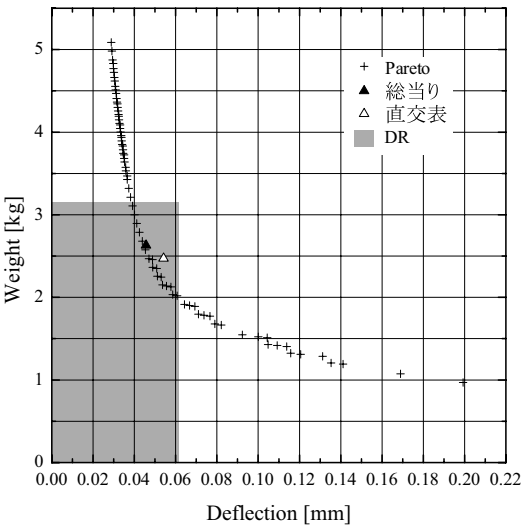


図5　Pareto解集合と直交表・総当りによる最適解

3.4 デザインレンジの操作

前節で，中沢メソッドにより得られる解の特性は，DRに影響すると述べた。そこで，本節ではDRを操作した場合，得られる解はどのように変化するかということを調べる目的で，DRを操作し，総当りの結果をもとにレクサットの評価を行った。図6に，81組全ての計算データとDRを操作した際の最適値を，表5に各DRでのたわみと重量の値を示す。ただし，図・表中において，$\delta_{\mathrm{ave}} = 0.0457$[mm]，$\mathrm{w}_{\mathrm{ave}} = 2.63$[kg]である。

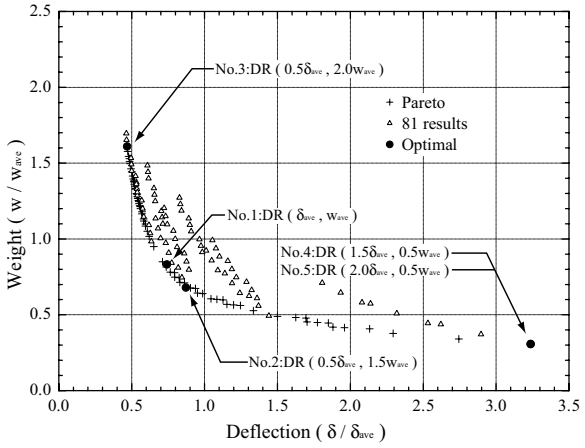


図6　総当りによる計算データと各DRにおける最適解

表 5　操作したDRとそのときのたわみと重量

No.	DR_δ	DR_w	たわみ[mm]	重量[kg]
1	δ_{ave}	$\mathrm{w}_{\mathrm{ave}}$	0.0457	2.630
2	$0.5\delta_{\mathrm{ave}}$	$1.5\mathrm{w}_{\mathrm{ave}}$	0.0536	2.150
3	$0.5\delta_{\mathrm{ave}}$	$2.0\mathrm{w}_{\mathrm{ave}}$	0.0288	5.087
4	$1.5\delta_{\mathrm{ave}}$	$0.5\mathrm{w}_{\mathrm{ave}}$	0.1993	0.969
5	$2.0\delta_{\mathrm{ave}}$	$0.5\mathrm{w}_{\mathrm{ave}}$	0.1993	0.969

No.1およびNo.3については，操作したDRの上限をそれぞれ下回る，つまりDR内に収まった解が得られている。しかし，No.2，No.4，No.5の3つについては，デザインレンジ内に収まっていない解が得られている。これらのケースの場合，デザインレンジの境界線付近にデータが存在する，あるいはデザインレンジ近傍にはデータが存在しない条件となっている。ここで得られた解は，DRの領域になるべく近いものではなく，たわみか重量のどちらか一方がDR内に十分収まっているものを選択していると考えられる。この傾向は，特にNo.4とNo.5で見られる。

4　スラブの最適設計への適用

4.1　概要

床スラブの材料コスト最小化とたわみ最小化の2目的問題を中沢メソッドを用いて解いた。ここでは，弾性たわみを用いている。材料単価は，文献[3)]を参照して表6のように定めた。設計変数は，短辺スパン，辺長比，スラブ厚/スパン比の3つで，表7に示す3水準，総当りで解析を行った。なお鉄筋は，荷重およびスパンから求められるモーメントに対して必要な量を長辺および短辺の上端と下端について算出した。

表 6　材料単価

鉄筋単価[円/m^3]	463150
コンクリート単価[円/m^3]	7800

表 7　各パラメータの水準

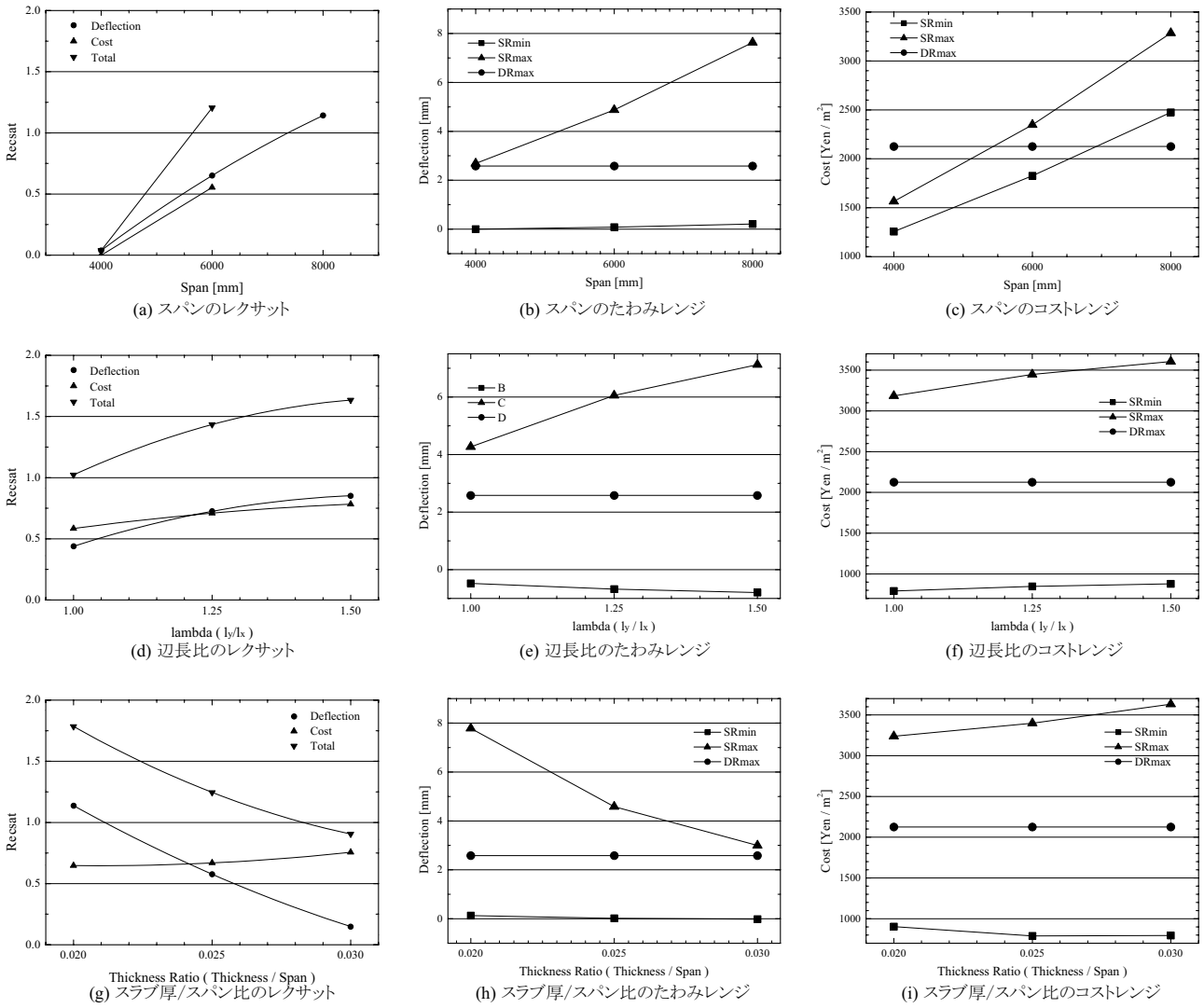
パラメータ	水準1	水準2	水準3
スパン [mm]	4000	6000	8000
辺長比	1	1.25	1.5
スラブ厚/スパン	0.020	0.025	0.030

4.2　解析結果

図7に，各パラメータのレクサットおよび各レンジを，表8に，最適パラメータとそのたわみ・コストを示す。なお，図7の(a)において，コストおよび総合のレクサットは不定となったのでプロットしていない。スパンに関しては，短くなるほど安くなるという結果が得られている。これは，スラブのみのコストを拾っているため，当然の結果といえる。しかし実際は，スパンが短くなると柱や梁が多くなるので，柱や梁のコストも考慮すると単純減少にはならないと考えられる。辺長比に関しては，たわみ・コストの両面で小さいほうが良いという結果になった。また，厚さは，コストの面では薄い方が良いが，それ以上にたわみとの関係が強く，総合すれば厚い方が良いという結果になった。

表 8　最適パラメータ

スパン [mm]	4000
辺長比	1.00
スラブ厚/スパン比	0.30
たわみ [mm]	0.55
コスト [円/m^2]	1350



(a) スパンのレクサット　(b) スパンのたわみレンジ　(c) スパンのコストレンジ

(d) 辺長比のレクサット　(e) 辺長比のたわみレンジ　(f) 辺長比のコストレンジ

(g) スラブ厚/スパン比のレクサット　(h) スラブ厚/スパン比のたわみレンジ　(i) スラブ厚/スパン比のコストレンジ

図7　最適設計スラブのレクサットと各レンジ

5　結

直交表および総当りによる中沢メソッドを用いて，片持梁の多目的最適化問題の例題を解いた。また，直交表と総当りそれぞれの結果を比較し，考察した。解析のように，簡単にデータが得られる場合は偏りの少ない総当りを用いる方が，安定した解が得られることがわかった。そして，これら2つの方法と，GAによるPareto解集合を比較し，得られた解の性能および解空間における位置を明らかにした。また，DRを操作し，得られた解との関係を調べた。さらに，中沢メソッドを床スラブの最適設計問題へ適用することも試みた。

参考文献

1）中沢弘：製品開発のための中沢メソッド，工業調査会, 2006.

2）中沢弘：なるほどtheメソッド中沢メソッド(第3回) 簡易計算法，日経ものづくり, No. 633, pp. 159.164, 2007.6.

3）(財)建設物価調査会：建設物価, 2005.12.

■形態創生コンテスト 2008

■形態創生コンテスト2008

□ コンテスト概要

1. コンテストの主旨

構造形態創生のアルゴリズムや考え方を用いた，「新しいかたち」や「独創的なアイデア」を評価するコンテストを実施しました。様々な分野の多くの人に参加して頂き，構造形態創生のおもしろさや可能性を感じてほしいというのが，開催主旨です。そのため，形態創生のフリーウェアも提供します。また，コンピュータプログラムによらない方法でかたちを創生するアイデアも可能としています。

2. 審査基準

審査は，主に次の二つの観点で行いました。

フェーズ 1；創生された形態（かたち）の独創性，合理性，美しさ

フェーズ 2；形態創生プロセスのアイデア性，独創性

一次審査は匿名審査とし，二次審査において審査員と同じ所属である場合は投票権を無効とみなすことで公平性を保ちました。

3. 課題（テーマ）

課題は以下のテーマとしました。

「自然界に着想を得て，構造のかたちを創生する」

なお，応募要項の詳細は，「コロキウム構造形態の解析と創生 2008」ホームページ http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/に掲載しました。

4. 審査委員（敬称略，50 音順）

審査委員長　；大森博司（名古屋大学）

審査員　；川口 衞（川口衞構造設計事務所）

斎藤公男（日本大学）

坂口紀代美（日本美術家連盟会員／彫刻家）

5. コンテストの経緯

2008 年 3 月 20 日；建築雑誌 2008 年 3 月号に応募要項掲載

2008 年 6 月 15 日；応募要項に関する質疑締め切り

2008 年 7 月 31 日；応募エントリー締め切り

2008 年 9 月 30 日；応募締め切り

2008 年 10 月 7 日；一次審査（日本建築学会会議室にて）

2008 年 10 月 8 日；一次審査結果の通知

2008 年 11 月 20 日；コロキウム構造形態の解析と創生 2008 にて二次審査および表彰

6. 応募状況

エントリー数　；39 件

応募総数　；18 作品

入選作品数　；5 作品

一次審査風景

ｴﾝﾄﾘｰ No	タイトル	所　属	氏名（○は代表者）
5	AN/DI03.-Dorch-	崇城大学工学部建築学科	○岩田正輝　西郷正浩 深町有紀　山本直樹 上原早紀子　戸島澄歌
13	Living Tree	近畿大学工学部建築学科	○植田大貴　鈴木聖明
14	ボルボックス：球の集合による空間	東京大学大学院	○前島彩子
15	可変多面体による曲面構造	昭和女子大学生活環境学科助手	○横須賀洋平
17	Windy Passage	早稲田大学創造理工学研究科	○井戸川達哉

□ 講評

「自然界に着想を得て、構造のかたちを創生する」という今回のテーマは、発想の糸口が身近であるためか、最終応募数が前例をはるかに上回る 18 件という喜ばしい結果となった。「自然」とひと言でいっても、人間が感情移入してしまうような詩的な「自然」もあれば、自然現象をとらえた摂理・原理としての「自然」もある。今回は、「自然」をどのようにとらえ、どう盛り込んだかが、作品を評価するポイントとなった。審査は、構造のかたちとして完成はされていなくとも、試みている着想がよい作品、「構造」というキーワードに結びつくアイデア、そして将来性の感じられる作品を評価する結果となった。
応募していただいた多くの方々に感謝をすると共に、今後の益々のご活躍に期待する。
(本講評は一次審査の際の審査委員会での意見を集約、構成したものである。[　]内はエントリー番号を示す)

[1]ひとつぼの花びら
花びらが開く動きに着目した作品である。夢があり、プレゼンテーションが非常に美しい作品である。街の中にこの構造のかたちがあると楽しそうである。ただ、構造体のパネルを開閉する「構造システム」や「メカニズム」の部分が不鮮明で説得性に欠けた。

[4]分子構造に見られる幾何学的３次元空間の創生
分子レベルの構造を実世界にスケールアップして用いるという構造システムの提案である。模型まで造った、やる気は評価された。ただ、その構造システムをどのように建物空間に適用するのか、またそのメリットが明快でない。もうひと工夫ほしい提案であった。

[5]AN/DI03.-Dorch-　＜入選作品＞
風船の内圧と外圧の均衡に着目した提案である。近年、世界中で自由曲面を有する形態が多数提案されるなか、この提案はその曲面に明快な根拠を与えている点が評価できる。容積一定という条件を風船を用いることで満たす点もおもしろい。ただ、石膏でできた形態を実体化したときの骨組みが、石膏模型のイメージとギャップが大きいのが残念である。

[6]TAKE NO CORD
タケノコの形態、成長に着目した作品である。タケノコの形態や構造の分析が丁寧であるのに、形態が円錐で終わってしまっているのは短絡的で残念である。「タケノコ」から「構造」につながる部分が不鮮明であり、基となる力学原理が分かりづらい。

[7]森に棲む
木、森の成り立ちに着目し、集合住宅における住戸の新しいレイアウト方法の提案である。種が運ばれランダムに散らばるあたりをもっとつめた方がよかった。また、既存集合住宅の日射確保を問題に挙げる一方で、本提案でも影ができる部屋が必ずあるなど未解決の点が見られた。

[9]落花生
落花生の形に着目した作品である。 [5]と同様なアプローチであるが、落花生を構造の観点からなぜ取り上げたかというストーリーがない部分で弱い。また、「適正化」の内容が説明されていないのが残念である。

[12]魚のウロコの形状
魚のウロコの模様から平面的トラスの形状を提案した作品である。プレゼンテーションからまじめさは感じ、着想もよいが、ウロコとトラスへ形状との重ね合わせだけで終わってしまっている。もう一歩発展させて欲しかった。

[13]Living Tree　＜入選作品＞
自ら最適な形態を創り出す樹木に着目し、密度法により建物の壁形状を決定する手法を提案している。建物の壁を４辺の壁を独立に解くのではなく、立体的な効果を取り入れるとさらによい。壁が建物外周に配置するのではなく、すこし中へセットバックしている点がよい。

[14]ボルボックス：球の集合による空間　＜入選作品＞
多細胞生物で、分裂の際に表裏が入れ替わる（インバージョン）ボルボックスに着目した作品である。空間の例に最終的な形態にのみが利用されているが、メタモルフォーゼ（生物の変態）を利用した提案ができるとさらによかった。

[15]可変多面体による曲面構造　＜入選作品＞
可変多面体を利用した曲面構造が提案された作品である。パンタドームの発想に近い。メビウスの輪のように曲面の表裏が相互に利用されている点がおもしろい。最終的な形態はかなり自由度の高いものが提案されているが、この手法では材料の弾性変形に期待しないと単曲面に制限されるのではないだろうか。

[17]Windy Passage　＜入選作品＞
目に見えない風を対象とし、風荷重を利用して形を創り出すことで可視化を試みた提案である。パネルの追加で風荷重を操作する点は面白い。変形の制御は、変形による形態抵抗（幾何学的非線形）か、あるいはパネルによる剛性付加なのであろうか。具体的な解析概要も知りたかった。

[22]Lagrange’s dream
形態創生に対する一般概論的な提案である。カテゴライズされたような美しい提案書であっただけに、具体性に欠けたのが非常に残念である。形態創生の過程における直感的でリアルタイムな制御を提案しているので、是非実現して欲しい。

[24]S-node
雪の結晶をモチーフとしたトラス接合部の提案である。鉄骨の無味簡素な接合部に着目した点に高い評価が集まった。実験を試みたことは評価できるが、荷重条件が接合部の力の流れと異なる。接合部だけでなく、部材まで含めた全体像の見え方も検討した方が良い。19 世紀に既に接合部の装飾性についての考察が多いので参考にして欲しい。

[27]Mushroom Structure
多種多様なきのこの形態に着目した作品である。素直な提案で、形態創生に手作り感があり好評であった。しかし、得られる形態がきのこに似ているだけに終わってしまい、その利点や形態創生プロセスのアイデア性が弱いのは残念である。

[33]耐震改修デザイン都市
耐震改修のデザインに自然のモチーフを利用した作品である。作品の見せ方には好感が持てるが、形態創生手法を用いた形という主旨から見ると、外観のデザイン提案で終わってしまっている。本コンテストとは別に、カニ型の補強案は、もうひと工夫すれば、良い耐震要素となるかもしれない。

[37]内と外の新たな境界
メロン網目（しわ）が表皮の割れを防ぐ点に着目した作品である。メロンの模様を取り上げた着想はユニークですばらしいが、目標とする構造に対するDLAアルゴリズムが判りづらい。単層ラチスシェル等では構造的に整然とした部材配置になるが、その配置を個性的に変化させ崩すという方法論に使えるかもしれない。

[38]自己組織化チューリング膜
空間パターンの発生機構のひとつと言われる「Turingメカニズム」を利用した提案である。詳しい提案内容での表現は評価されるが、その割にはアルゴリズムの構成が分かりづらかった。細胞間の結合形態を、膜面として素直に表現しても良かったのではないか。

[39]拡張ESO法による有機的構造物の創生
拡張ESOを用いた有機的構造物生成の提案である。橋スパン中央のスラブに太い柱が発生するなど、力学的に疑問の残る形態が生まれている。スラブに関する構造条件に問題があるように感じられる。最終的な形態が出たあとの考察が重要である。

コロキウム構造形態の解析と創生－colloquium 2008－

形態創生コンテスト2008

■ 課題「自然界に着想を得て， 構造のかたちを創生する」

自然界には， 様々なかたちが存在しています。 これらには厳しい外的条件に適応し， 合理的であり，かつ美しさを兼ねそなえているものも数多く存在します。 たとえば， 虫を捕えるためのクモの巣， 進化を勝ち抜いた植物や動物の特殊なかたち， 波に洗われた岩石の模様や形， 移ろいゆく雲の形など枚挙にいとまがありません。 本コンテストでは， 自然界の現象に着想を得た新しい構造の形態や形態創生の方法の提案を求めます。 構造物のかたち， あるいは構造物を構成する部位・部品などを対象とすることが可能です。 コンピュータプログラムによらない方法でかたちを創生するアイデアも歓迎します。

■ 審査委員

大森 博司
名古屋大学／審査委員長

川口 衞
川口衞構造設計事務所

斎藤 公男
日本大学／日本建築学会会長

坂口 紀代美
日本美術家連盟会員／彫刻家

■ 審査方法＆表彰

審査員により応募作品から入選作品（若干名）を選出し、 2008 年 10 月初旬に通知します。 その後、「コロキウム構造形態の解析と創生 2008」における入選者の作品プレゼンテーションの結果をもとに、 審査委員会により優秀作品を決定します。
優秀作品に対しては同コロキウムにて賞状が授与され、 同コロキウムの資料集および「建築雑誌」、 日本建築学会シェル・空間構造運営委員会ホームページに作品が掲載されます。

■ 応募エントリー＆作品提出〆切

応募資格：日本建築学会個人会員（準会員含む）、 会員を代表としたグループ
エントリー締め切り：**2008 年 7 月 31 日（木）**
エントリー方法：collo-contest@aae.kagoshima-u.ac.jp　までメールにて申し込んでください。
作品提出締め切り：**2008 年 9 月 30 日（火）**
作品提出の形体：作品内容を A3 判 2 枚にレイアウトしたもの

＊コロキウム＆コンテストについての詳細は、 シェル・空間構造形態創生小委員会のホームページ
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/htm/colloquium.htm　をご参照ください。

主催：日本建築学会
構造委員会シェル･空間構造運営委員会／シェル･空間構造形態創生小委員会 ／構造委員会応用力学運営委員会／形態創生と構造最適化小委員会 ／情報システム技術委員会 複雑系科学応用小委員会

AN/DI03. -Dorch-

Design Process with Analogue Tools × Digital Tools
Dome + Arch for Structural Form

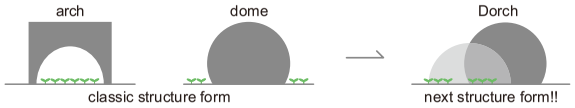
「自然界に着想を得て，構造のかたちを創生する」
コロキウム構造形態の解析と創生2008 - colloquium 2008 -

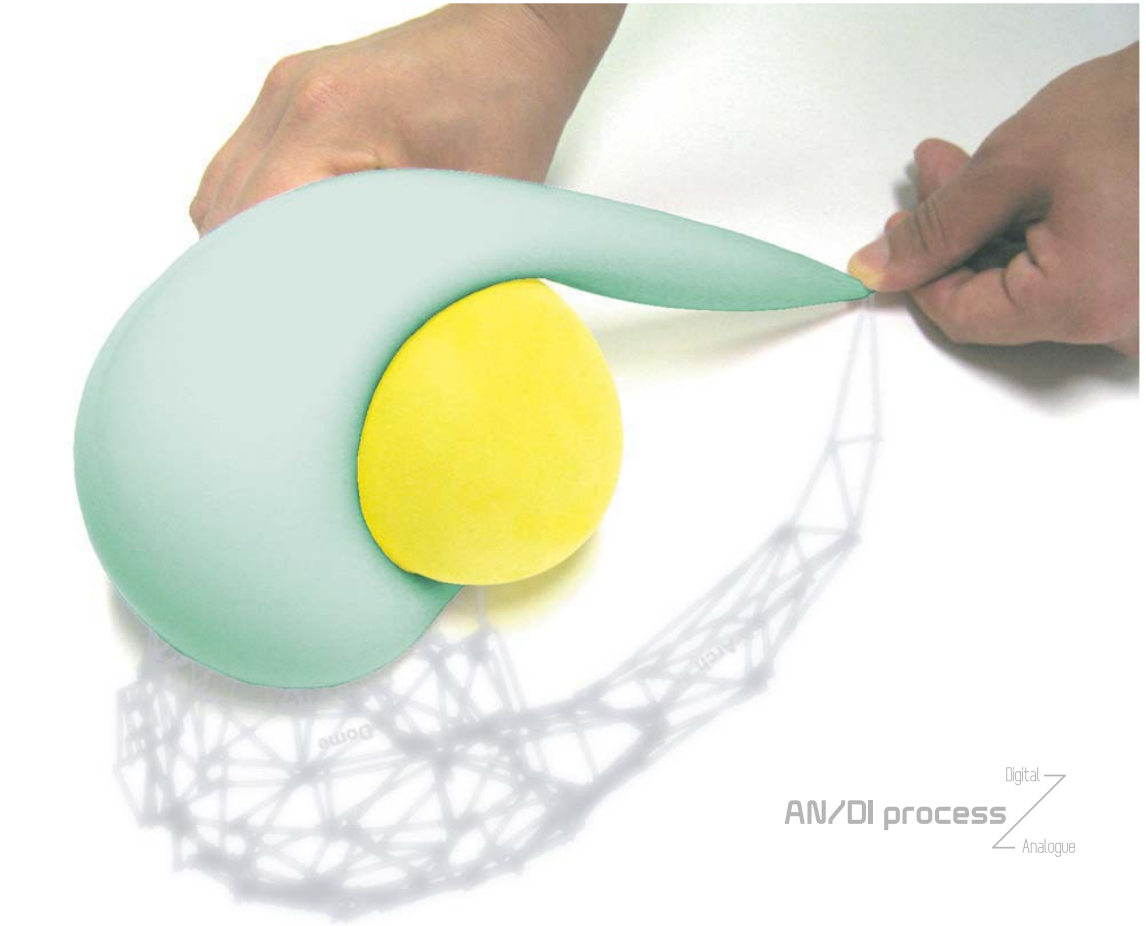
CONCEPT

<Creation with Balloon>
風船の内圧と外圧の均衡に着目した形態の生成
押す／引っ張る等の外圧を与えた風船は、容積が一定のまま形状が変化する
この方法による造形は、内圧と外圧の相対性によって成立することから、
手作業ならではの３次元自由曲面といえ、力学的にも安定した形態となる

<Analogue × Digital>
手作業特有の造形を、デジタル作業によって建築化するプロセス
石膏を流し込んだ風船に外圧を加え、硬化した石膏模型を３次元スキャナーを用いてデータ化
３角形分割されたモデルの辺を部材と捉え、スキャナー附属の面データ編集ソフトによって
パラメータ（頂点数／部材長）を操作するデザイン展開

<Form Diagram>





Balloon Model

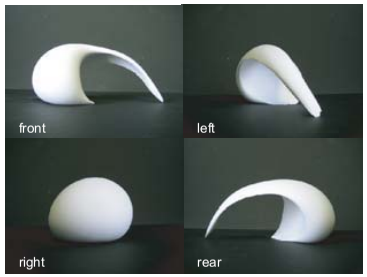
Plaster Model

Polygon Model

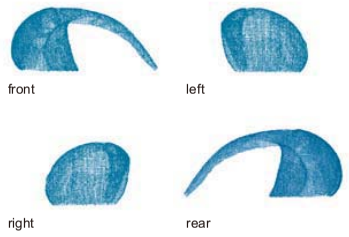
WireFrame Model

Structure Model

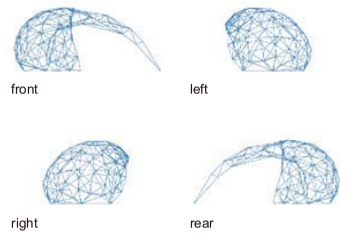
石膏を流し込んだ風船を別の風船に巻きつける



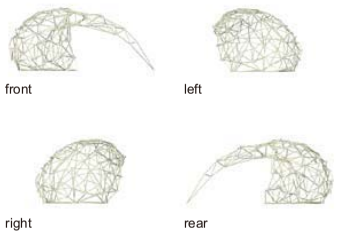
硬化後に風船を剥ぎ取った石膏模型



3次元スキャナーを用いたデータモデル



面データ編集ソフトを用いてスタディした架構体モデル



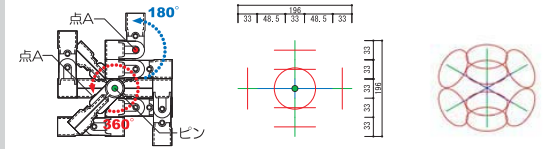
ジョイントを配置し、部材径を与えた架構体モデル

<実体化=正確な部材寸法＋360度フリージョイント>

最終的に得られたモデルは、角度の異なる不規則な三角形で構成されている。実体化を行うためには、全ての三角形の角度が必要となる。しかし、正確な寸法の部材と360度フリーなジョイントを組み合わせれば、自ずと完結した架構の施工が可能であると考えた。

①ホームセンターで入手可能な既製品部材による360度フリージョイントの考案

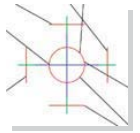
②360度フリージョイントのモデル表現

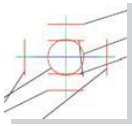


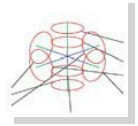
・正確な部材長を計測するため線画で表現
・フリーとなる点Aの軌跡を円で表現

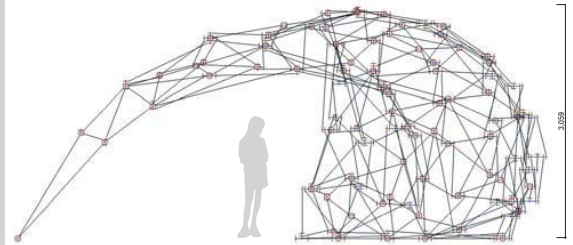
③ジョイントの配置と部材の接合操作

・点Aの軌跡（円）に線分（部材）を接合

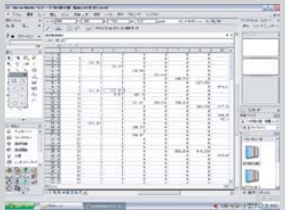

▲上から

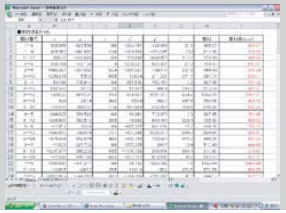

▲側面から

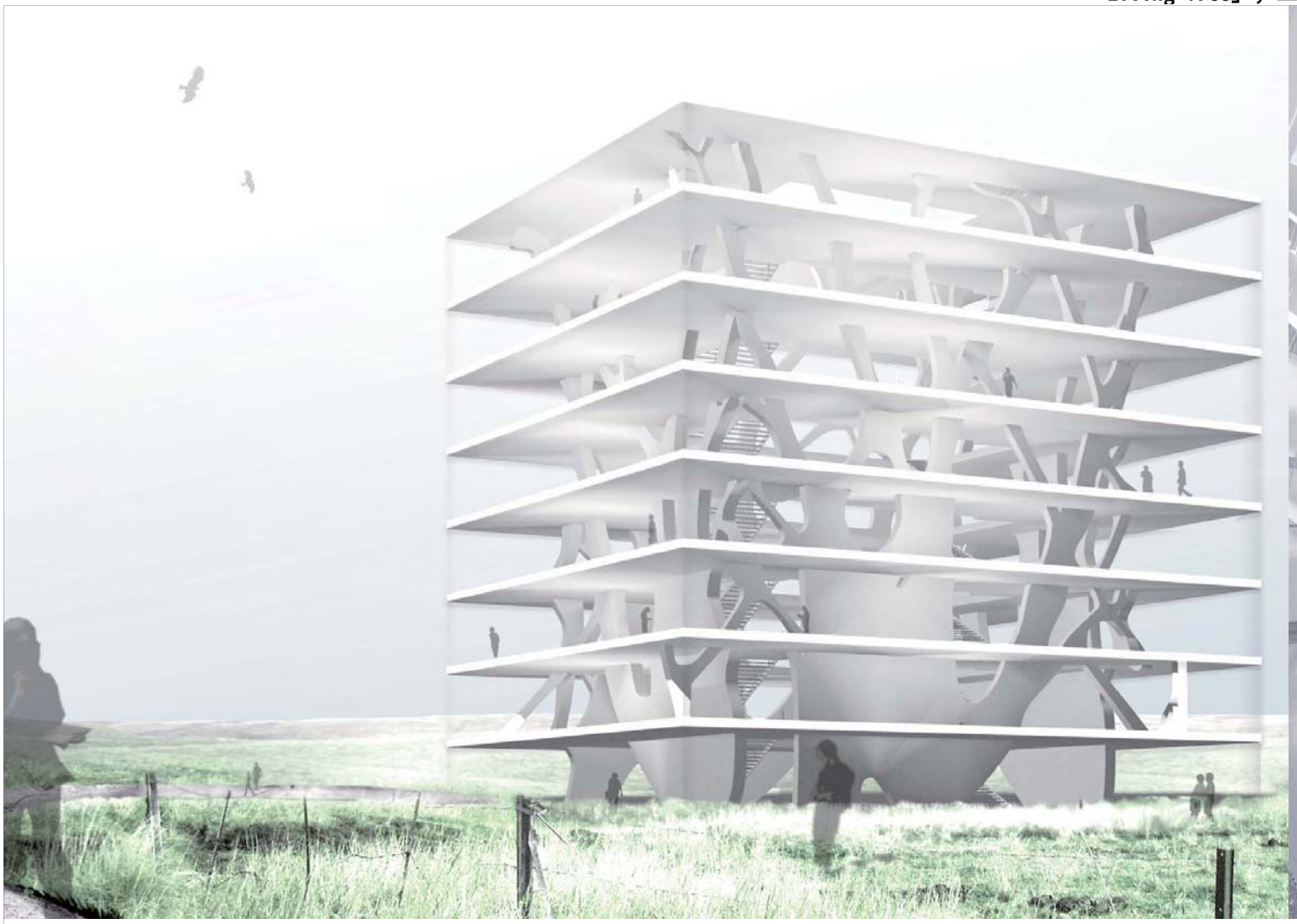

▲斜めから



④部材両端の座標抽出による部材長の算出







Living Tree

- 位相最適化手法による新しい建築形態と空間 -

設計主旨
Concept

自然界における植物や動物などの構造は力学的に最適な形態を持っているといえる。
樹木は風や外力を考慮し、なおかつ応力が固体内で均一に分布するように、力学的に自らの最適な構造形態を作り成長していると考えられる。

樹木は、側枝が幹から出ている枝分かれ部分には最も大きな応力が生じるので、そのつけ根部分にあて材と呼ばれる肥大部分が局所的に発達し、補強材として機能するようになっている。
位相最適化手法による形態創生においても、同じような機能を持つ構造が見られる。

連続体の位相最適化手法を用いることで、力学的に見ても樹木に近い構造条件を持つ形態が創生される。
この建物は、樹木の形態に着目し、位相最適化で創生された構造体をただ単に壁として使うのではなく、建物の中に入れ込んでいる。
外から見れば大きな樹木、中に入れば森の中のような空間を構造体で表現している。

樹木の構造体
Image photo

解析法
Analytical methods

形態創生には、要素密度を設計変数とする密度法を用いる。
まず、①の設計領域を②に示すように有限要素で分割する。そして、最適化の手法を用いて，必要な要素の密度を高くし，不必要な要素の密度を低くしていけば，③のような最適な形が浮かび上がる。

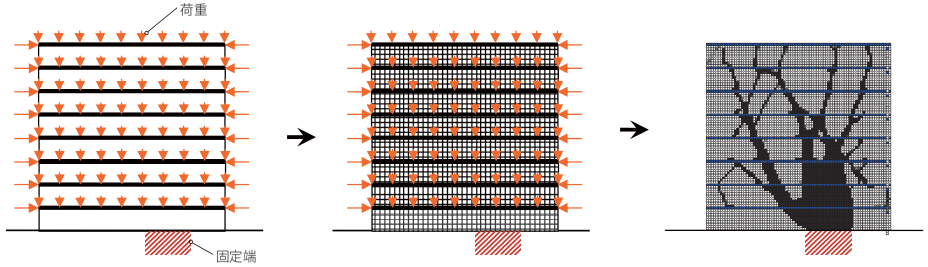
密度法の最適化問題は，設計対象要素の総質量の制約条件の下で，コンプライアンスを最小にする設計変数 を求める問題となり、これを式で書くと次のようになる。

$$\begin{aligned} &\min \quad C(\boldsymbol{\rho}) \\ &\text{subject to} \quad m(\boldsymbol{\rho}) \le \bar{m} \\ &\qquad 0 < \rho_i \le 1, \quad (i = 1, \mathrm{L}\ , N) \end{aligned}$$

解析条件

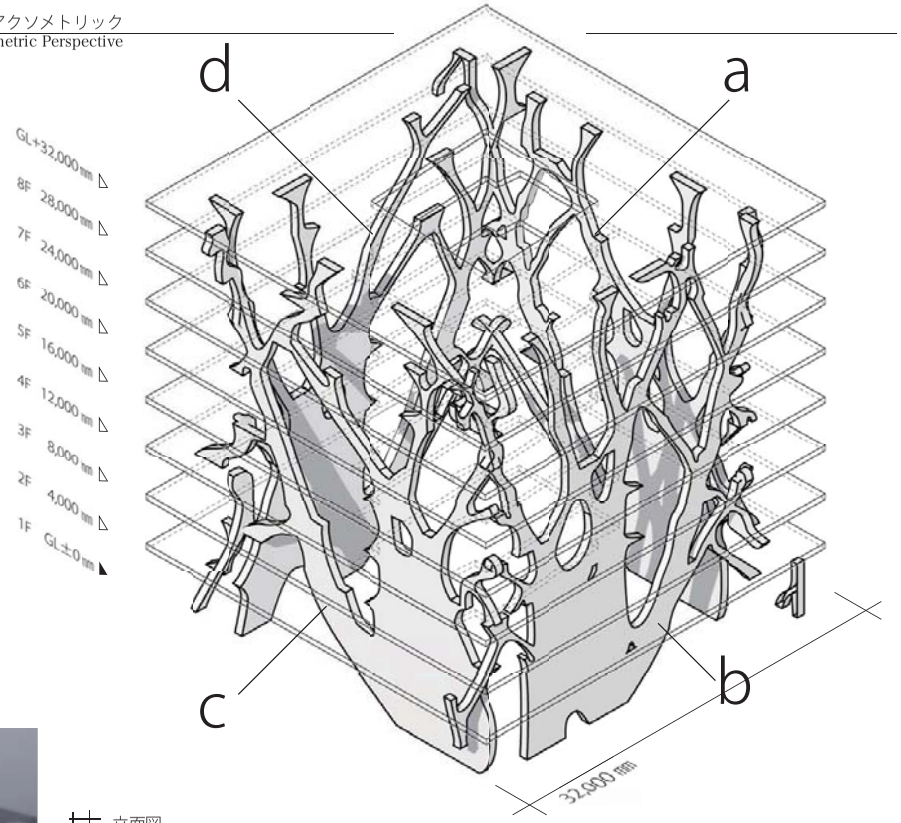
鉛直荷重	1
水平荷重	0.2
質量制約	25%
再計算数	3回

ダイアグラム

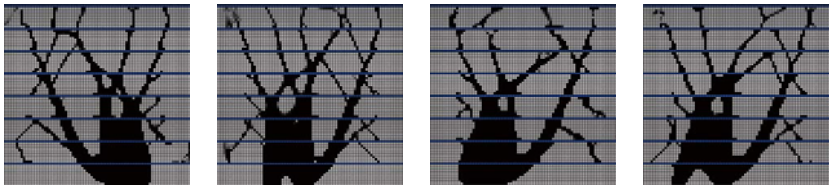


① 設計領域の設定　② 有限要素による分割　③ 最適な形態の創生

アクソメトリック
Axsometric Perspective

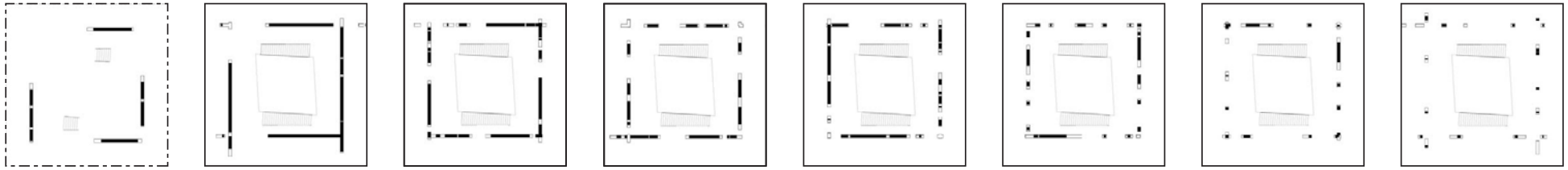


立面図
Elevation



a 面　b 面　c 面　d 面

平面図
Plan



1F　GL±0 mm　2F　4,000 mm　3F　8,000 mm　4F　12,000 mm　5F　16,000 mm　6F　20,000 mm　7F　24,000 mm　8F　28,000 mm

ボルボックス：球の集合による空間

ボルボックス
- ①群体によって立体を構成する
- ②立体空間は表と裏の２面をもつ

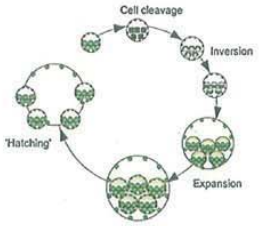
ボルボックスは多細胞生物で群体となって水中で生活する。

約 2,000 個の小さな体細胞が球面上に集合し、お互いは透明な糖タンパク質でつながっていて、外周面についた鞭毛を使って、光に向かって移動する。

その内側には 12 ～ 16 個の大きな生殖細胞を内包する。
生殖細胞は初め分裂を繰返し、分裂が終えると「インバージョン」と呼ばれる、表裏をひっくり返す。

最後には、インバージョンを終えた生殖細胞は親体から飛び出る。

ボルボックス



ボルボックスの一生

「インバージョン」の様子

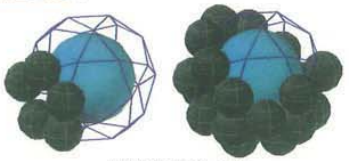
①ひとつの体細胞には２本の鞭毛しかないが、球形の群体となることで鞭毛のうごきを調節して、光に向っての移動が可能となる。
②インバージョンによって生殖機能を内側に保護し、鞭毛を外側にすることで運動ができるようになる。

http://kuchem.kyoto-u.ac.jp/seika/shiraishi/research/index.html

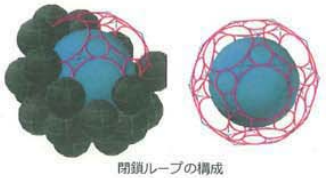
群体となることで全体としての機能を変化させられないかと考えた。
それは、同じユニットを利用すると単調になりがちなものから変化のある形態にもつながるのでは

球ユニットの球面上への配置方法：

凸多面体と内包空間



頂点に球ユニットをおく



閉鎖ループの構成

20・12 面体から得た形態

内包空間を持ちながらユニットを配置するために、凸型多面体を用いた。
幾何学多面体は球が外接するので、幾何学多面体の中心から同距離に球ユニットを配置することができる。
さらに、閉鎖ループの構成も同時にもつことになる。

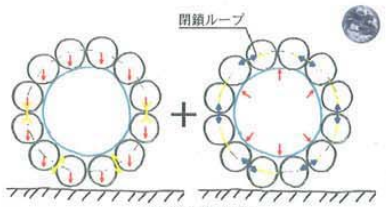
得られたかたち：

頂点配置	正４面体	正８面体	正６面体	正２０面体	立方８面体	切頂４面体	変形立方体	正１２面体	斜方立方８面体	切頂８面体	２０・１２面体	切頂６面体	変形１２面体	斜方２０・１２面体	斜方切頂立方８面体	切頂２０面体	切頂１２面体	斜方切頂２０・１２面体
姿図																		
半径	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
モジュール数	8	20	6	12	30	24	24	20	24	24	30	24	60	60	48	60	60	120
内接半径	0.22	0.41	0.73	0.90	1.00	1.58	1.69	1.80	1.80	2.16	2.24	2.56	3.31	3.47	3.64	3.96	4.94	6.60
充填率	0.36	0.43	0.40	0.51	0.46	0.29	0.53	0.41	0.49	0.39	0.46	0.31	0.53	0.49	0.37	0.40	0.28	0.34
隙間率	0.09	0.09	0.21	0.09	0.17	0.35	0.13	0.25	0.19	0.32	0.25	0.47	0.18	0.23	0.41	0.37	0.55	0.47

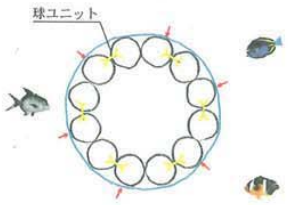
利用例：　高真空空間（宇宙）　圧力空間（水中）

高真空の宇宙や圧力状況下の水中など重力の影響が小さい場所で有効な形となる。
高真空では閉鎖ループで結ばれたユニット同士が張力状態にあり、圧力空間ではユニット同士の圧縮により安定

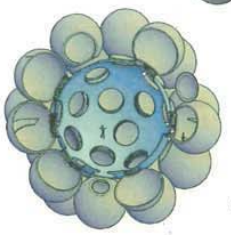
宇宙と海中はちょうど圧力状態が逆なので膜面を球ユニットの外に置く場合と内に置く場合に異なる。



高真空空間概念図



圧力空間概念図



断面スケッチ

可変多面体による曲面構造

1.はじめに

曲面構造の新たな可能性として、可変多面体から構成される構造体を提案する。可変多面体とは、変形する多面体のことで、接点や接辺を基点とした部材の回転変形が可能な多面体のことである。多面体を１つのユニットとして２方向に連結することで、変形可能な板ができ、曲面を構成することが可能となる。

2.提案の意図

自然界に存在するあらゆるものは、動植物が細胞の集まりで組織を形成しているように、ある単位の集合体とみなすことができる。そこには、無機物のように一様で強固な結合をした単位は存在せず、ふわふわと浮いているような細胞が、必要に応じて伸び縮みを繰り返し、組織の形態を変えてしまう。ある形態を創造するにあたり、自然界に存在する形態を反射的に模倣する、または、視覚的に再構築するのではなく、その可変性をもつ単位と集合のシステムを再構築することで新たな形態の可能性を持つと考えた。

3.提案の価値

任意の曲面を建築物として創造することには困難を伴う。解析や施工に労力を要する。仮に、同サイズの部材構成で任意の曲面を構成することが可能になれば、その労力も軽減できると考えた。

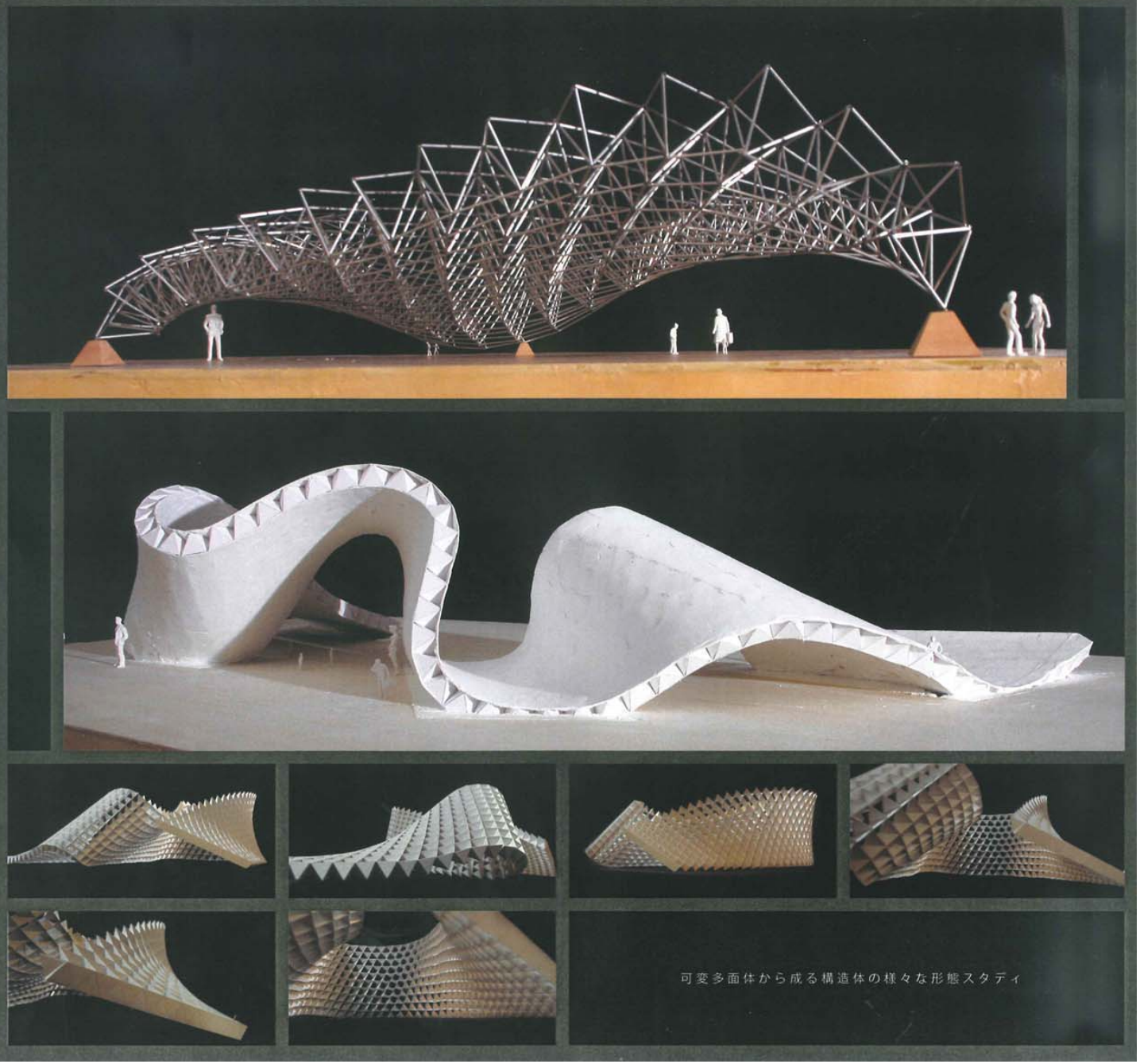
4.機構の特性

曲面を構成できる可変多面体が可変である理由は、部材が回転変形できる機構を有するからである。以下に機構の特性を述べる。

① 可変多面体は、接点や接辺を基点に部材が回転変形をする閉じられた三次元リンク機構である。

② 可変多面体は、通常の多面体から部材を減らすことで自由度を与えている。減らされた部材は、曲面状態を維持するために、変形後に固定部材として導入される。

③ 可変多面体は線材、面材、いずれかで構成することが可能である。線材の場合、接点まわりで回転するジョイント機構（ユニバーサル・ジョイント型）になり、面材の場合、接辺まわりで回転するジョイント機構（ヒンジ・ジョイント型）になる。



可変多面体から成る構造体の様々な形態スタディ

可変多面体による曲面構造

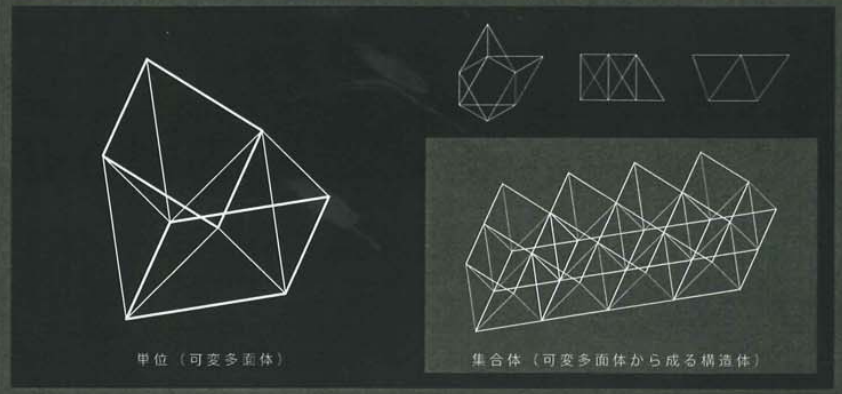
④ 可変多面体の自由度は２以上となる必要がある。上構面の変形と下構面の変形が独立して行われる必要がある。
⑤ 連結された可変多面体は同列に存在する可変多面体の変形に影響を受ける。１方向に影響を与える変形の場合、その変形方向と同列の可変多面体が同様の変形が生じる。２方向に影響を与える変形の場合、両方向と対角線上の可変多面体に変形の影響を与える。

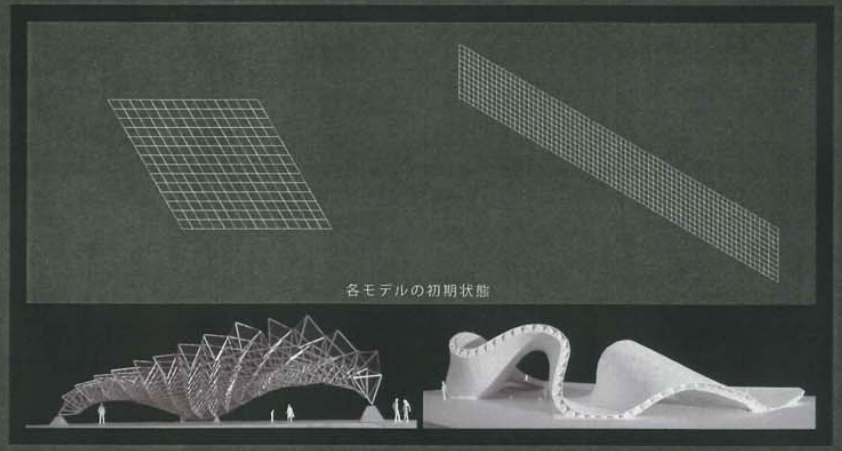
5.形態の特性

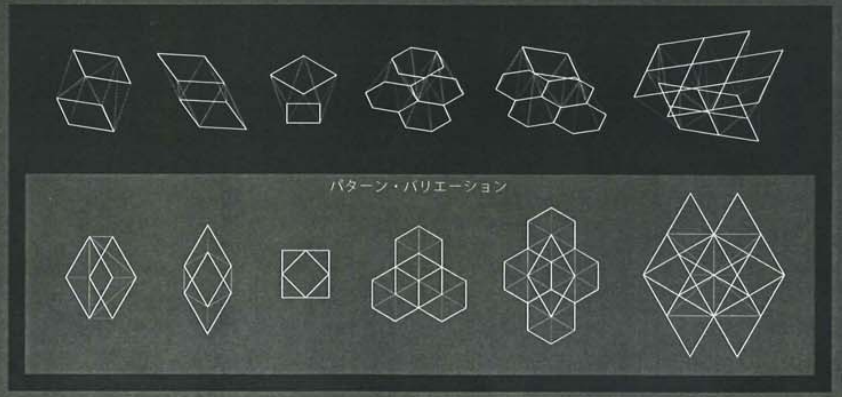
可変多面体から成る構造体は、曲面を構成することができるが、あらゆる曲面を構成できるわけではない。制限が存在する。以下に構成できる曲面形態の特性について述べる。
① 可変多面体から成る構造体は、生成する曲面の曲率を自由に変えることができるため、任意の曲面を生み出すことができる。
②初期状態が平板状ならば負のガウス曲率をもつ曲面ができる。（HPシェル、コノイドシェルなど）。検討する必要があるが、初期状態を円筒シェルのような板にすれば、EPシェルのような曲面も生み出せる可能性をもつ。
③ 可変多面体はいくつかのパターン・バリエーションがある。上下の構面をそれぞれ四角形や六角形などで構成することができる。必要な条件として、可変多面体は２方向に連続しなければならない。

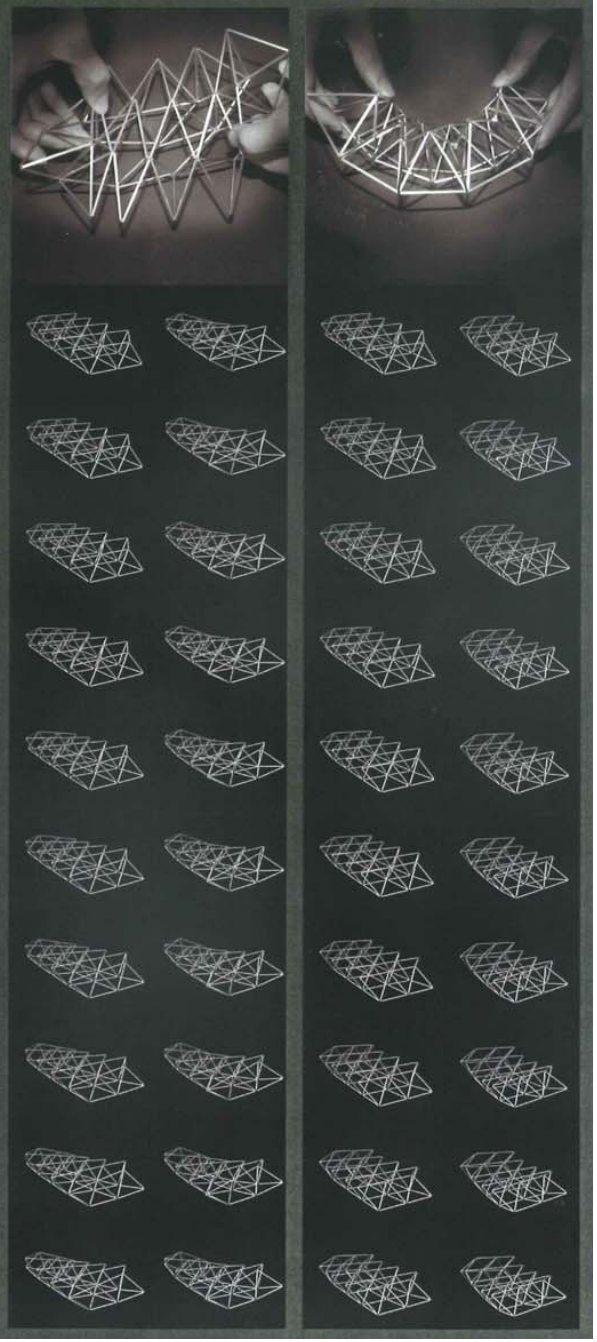
6.構造の特性

構造体としての特性を以下に述べる。
① 可変多面体から成る構造体は、可変状態である限り、不安定構造物であり、ひずみが生じないで接点が変位する不伸長変位が生じる。
② 可変多面体から成る構造体は、固定部材を導入した後、構造体全体が有効に働きを行う必要がある。
③ 可変多面体から成る構造体は、線材で構成される場合、立体トラス構造となるが、多くの部材が1点に作用するため、純粋な回転ジョイント機構を作ることは困難である。
④ 可変多面体から成る構造体の厚みは、一定の厚みを持つことになる。そのため、曲面形態でうまく抵抗できるように形態を操作する必要がある。



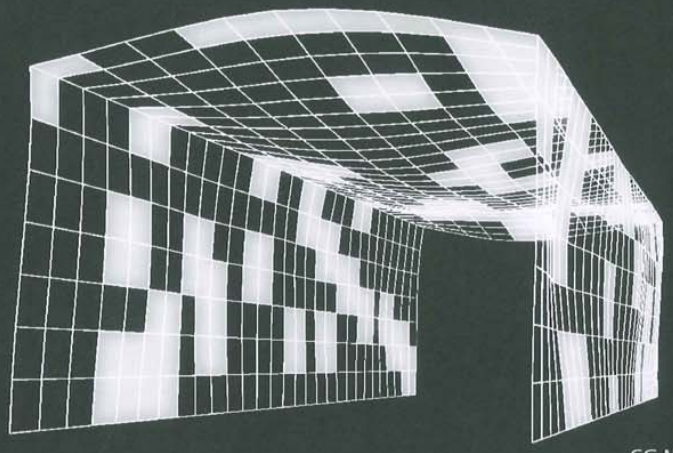






Windy Passage 1

地上を歩いていると見えないカタチを感じることがある。見えないカタチ…それは風。揺れる街路樹や波打つ水面など、風を受けて、風を可視化している。本手法は、見えないカタチをどのように可視化すればよいかということに着目し、カタチを創り出すことを試みた。



CG Model

ダイアグラム

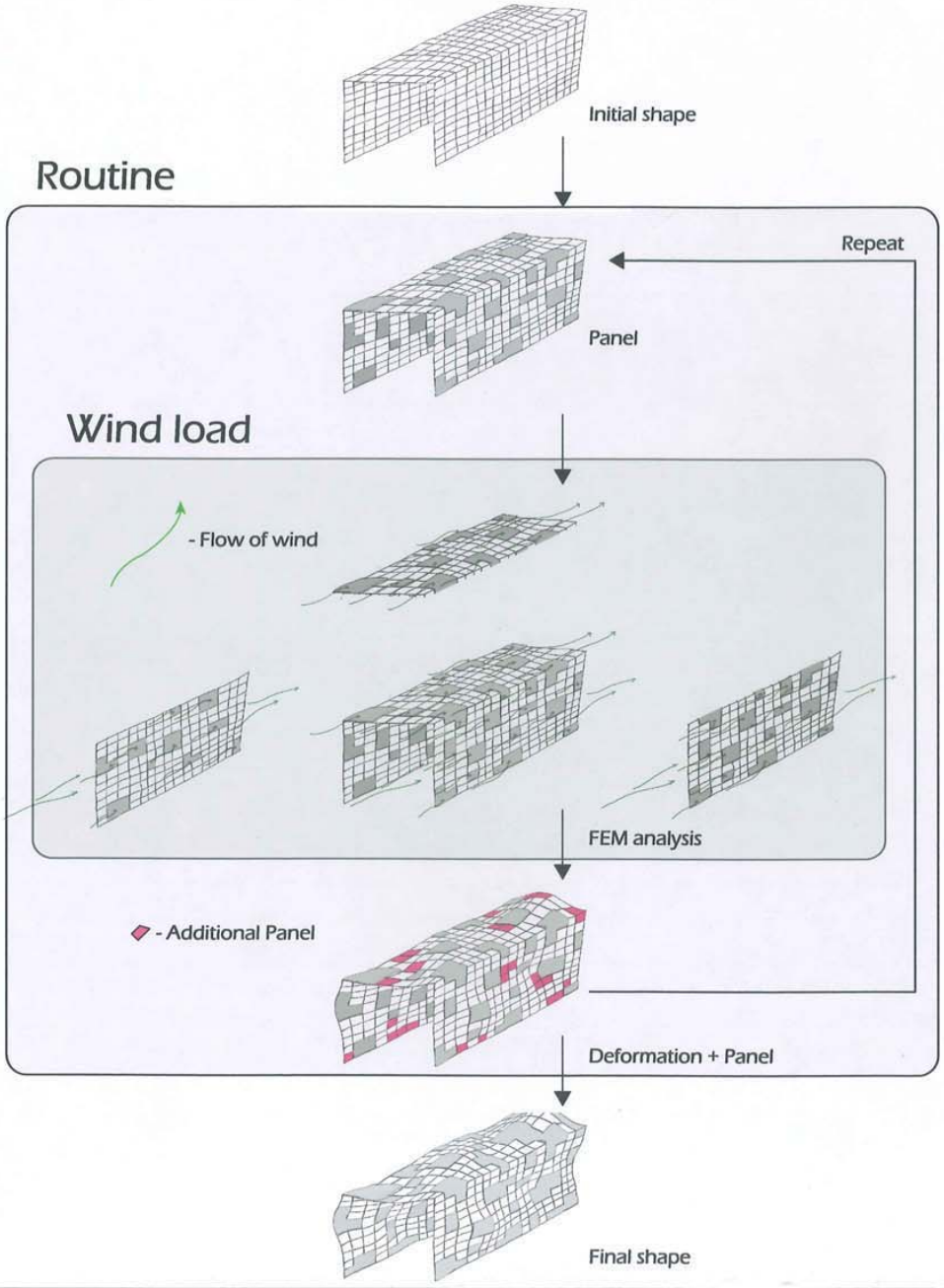
24×30 のグリッドを折り曲げ、トンネル状のフレームを作る。これに、ランダムにパネルを配置し、これを初期形態とする。次にフレーム全体に自重を、パネルに風荷重を加え、変形させる。次に変形量が多い部材の周りにパネルを追加し、同様に荷重を加える。この「パネル」→「変形」という操作を繰り返し、変形による形態抵抗により全体の変形量が小さくなったら終了とする。このアルゴリズムにより、パネルおよびフレームで、風荷重による形および変形箇所の可視化を目指した。

風荷重については、建築基準法令に従い、地表面粗度区分Ⅰ、基準風速 30m/s の敷地を想定し、屋根部は独立上屋とした。また、風向出現頻度の確率分布に従い、長手方向、短手方向に異なる風荷重を加えている。

Short Elevational perspective

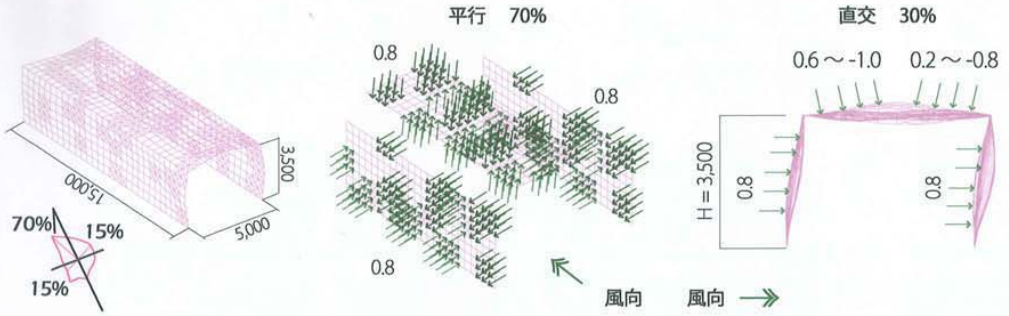
Long Elevational perspective

Diagram



Windy Passage 2

Wind load



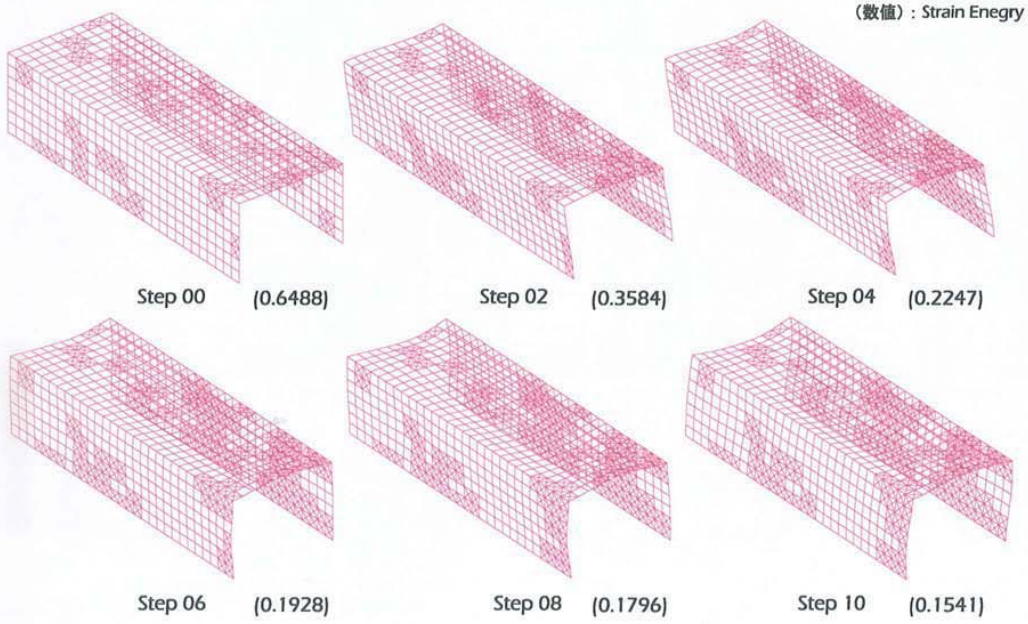
敷地：地表面粗度区分 I

数値：風力係数

風向出現頻度の最大方向と建物長手方向が平行となるように設置する。風向出現頻度の確率に従い、長手方向と短手方向のいずれかに異なった風荷重を加える。風向が長手方向に平行な場合、細長い矩形断面に風が作用したときの風の流れを想定し、側面と屋根面のパネルに、ねじれ方向に風荷重が加わるものとした。また直交する場合は、側面には風力係数 0.8 の風荷重を、屋根面については、独立上屋とし図のように風力係数を設定し、風荷重を加えている。なお、正の風力係数は吹下、負の風力係数は吹上を意味している。

Routine

（数値）：Strain Enegry



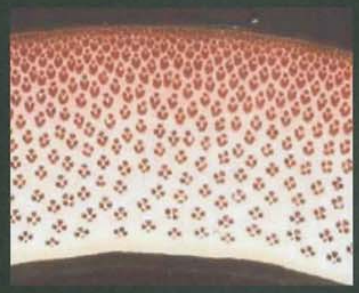
Step00 は初期形態を表し、パネルはブレースに置換した。step02 では側面から風を受け、左に傾き、右側面にパネルが集中した。Step が進むにつれ、風荷重は増えるが、全体の変形量は抑えられていることがわかる。

Mechanism of Plant and Wind

Plant

Swaying and singing Banboo

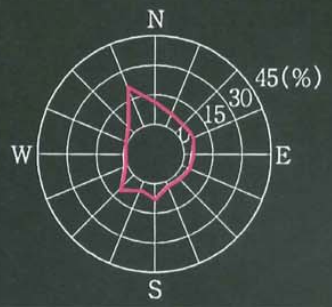
細長くまっすぐに伸び、空を仰ぐ竹。しなやかに揺れる竹は、風のすがたを投影している。そよ風に吹かれ、触れ合う竹が奏でる音、強風に煽られ大きく曲げられる形は、風が作り出す現象である。



Section of Banboo

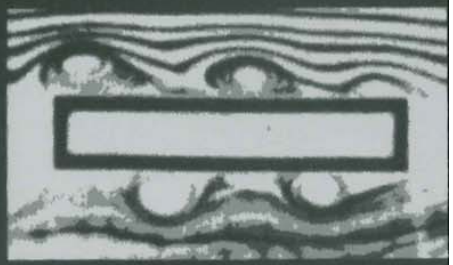
断面に見える管のような部分は師管と道管から成る維管束であり、それが柔細胞でできている基本組織に散在した構造になっている。維管束は厚膜繊維でできており、RC でたとえるなら鉄筋に類する。その分布は曲げ応力が大きい、外側に多く散在していることがわかる。

Wind



Establishment distribution of Wind

気象台の風向出現頻度であり、過去 10 年間観測したデータと 1 年間観測したデータをプロットしたものである。風向出現頻度は、観測期間の長さにかかわらず一定の割合で決まっていることがわかる。これは、敷地に固定された構造物には、片寄をもった風圧が載積されていることを意味する。



Flow of Wind

偏平な断面形状に風が作用したときの流れを可視化した模式図である。流れは矩形の前縁部で剥離し、形成された渦が断面の上面と下面に沿って流化する。断面には、渦の配置によってねじれ方向に空気圧が作用する。

■形態模型展示

■ 形態模型展示

2006 年のコロキウム構造形態の解析と創生に続いて，今回のコロキウムでも構造形態模型の展示を行いました。主催小委員会の委員を中心に模型の提供を依頼し，13 点もの多数の模型をご提供頂きました。普段は論文やコンピュータプログラムの中の存在である構造形態創生の結果を，模型という形で実際に目にする機会を設けられたことは，構造形態創生への理解を深めるとともに，今後の発展に大きく寄与するものと考えます。

最後になりましたが，模型の提供を快諾して頂きましたご提供者の皆様に，こころから感謝の意を申し上げます。形態模型展示へのご協力，誠にありがとうございました。

模型リスト

1) ソチミルコのレストラン（フレーム模型），日本大学　理工学部，岡田　章，宮里　直也

2) トリアコンドーム・ジオデシックドーム，日本大学　理工学部，岡田　章，宮里　直也

3) 擬似 HP シェルテーブル（High & Low），日本大学　理工学部，岡田　章，宮里　直也

4) テンセグリティの形状設計，東京大学大学院　情報理工学系研究科　数理情報学専攻，江原　慎太郎，寒野　善博

5) （仮称）リゾートビラ富津開発計画富津 1 号橋，川口衞構造設計事務所

6) イナコスの橋模型，明星大学 理工学部 建築学科，古川　恵司，小林　宏至，菅原　知史，依田　大将

7) 日本万国博覧会富士グループ館形態模型，明星大学　理工学部　建築学科，金沢　俊頌，門田　直也，渡邉　敬之，横須　賀一輝

8) 実用テンセグリティ建築架構　ホワイト・ライノ，東京大学生産技術研究所，川口　健一，小澤　祐周，陳　毅哲

9) 新水俣門 / 形力ー1: アルゴリズミックデザインの実現，渡辺　誠 / アーキテクツオフィス，渡辺　誠

10) ペンローズブロック，慶應義塾大学，池田　靖史

11) 耐震・免震・制振構造の比較模型，三井住友建設株式会社　技術研究開発本部　技術研究所，鈴木　亨，平田　裕一，江頭　寛

12) 多面体パネルによる宇宙ステーション，慶應義塾大学，池田　靖史

13) 積層アーチの風洞実験模型，東京電機大学 未来科学部 建築学科，大分工業高等専門学校，朝山　秀一，前　稔文

タイトル	ソチミルコのレストラン(フレーム模型)
ご提供	岡田 章[1)]　宮里 直也[2)]

ソチミルコのレストランは自他ともに認めるキャンデラの最高傑作。

メキシコシティから南へ23㎞。舟遊びで有名なソチミルコ（花畑）の水辺にたつ。

プランは９００平方メートルの正方形で、シンメトリーな4つの鞍型交差シェルの相貫によって構成されている。スパンは３０メートル、中心部分から跳ね出し部分までは約２１メートル、シェルの厚みはV字型の足元の部分では１２センチに補強されている。膜応力だけで構造を成立させるフリー・エッジのシェルは、キャンデラのひとつの到達点であり、優雅さ、軽快感を強調している。

図１　型枠のためのフレーム模型

図２　4cmのシェル厚は、足元で12cmに補強されている

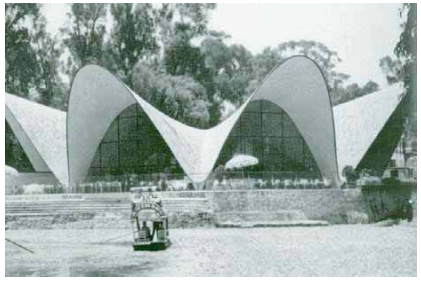


図３　四つの鞍型交差シェルの相関

1）日本大学理工学部教授　工学博士　2）日本大学理工学部助教　工学博士

タイトル	トリアコンドーム・ジオデシックドーム
ご提供	岡田 章[1)]　宮里 直也[2)]

B.フラーにより開発されたジオデシックドームは、正20面体を分割してできる多面体であり、面材でも線材でも安定した単層ドームが形成可能だが、部材数の多さ、部材長、ジョイントの種類が複数あることなど、仮設建築への適用性を阻む特徴も有する。仮設空間に求められる性能には、構造安全性はもちろんのこと、製作性、施工性が重要視される。そこで本研究室ではジオデシックドームからの派生形状とも位置付けられるトリアコン・ドームを提案する。この形状は同一の部材で構成される反面、線材で構成した場合不安定となる性状を持つことから、補剛部材が必要となる。この補剛部材に仕上げ材としての性能を持つ膜材を積極的に活用させ、形状を安定させると共に、幾何学的に生まれるHP曲面を有することから、張力管理箇所を減らすことができるドームである。

図１　トリアコン・ドーム(左)とジオデシック・ドーム(右)

図２　試行建設の様子

図３　ユニバーサル・ジョイント

1）日本大学理工学部教授　工学博士　2）日本大学理工学部助教　工学博士

タイトル	擬似HPシェルテーブル（High & Low）
ご提供	岡田 章[1)]　宮里 直也[2)]

優れた力学的特徴を有するHP曲面は、その「線織面」という幾何学的特徴から、線材による構成が可能である。このような線材による曲面形成手法を、HP曲面の力学的特徴を有した、より複雑な曲面へ適用しようというものであり、本研究室では図2で示す数式で表される曲面を提案する。

また、本提案曲面はテーブルとして適用されており、High-TableとLow-Tableの二つのバージョンを図１に示す。

この曲面の特徴としては、図3に示す二つの曲面の合成で表される複合曲面であり、HP曲面と同じく二方向に湾曲していることから、アーチ作用、カテナリー作用の軸力系力学特性を持っている。

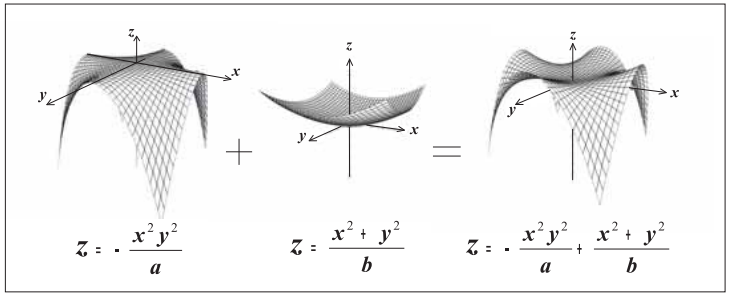


図２　提案曲面の基本式

図１　High-version(左)とLow-version(右)

１）日本大学理工学部教授　工学博士　２）日本大学理工学部助教　工学博士

タイトル	テンセグリティの形状設計
提供	江原　慎太郎[1)], 寒野　善博[2)]

構造物に外力が存在せず，かつ非零の内力が存在して静的な釣り合いを満たす状態のことを，自己釣合状態と呼ぶ．ここでは，圧縮力のみを負担するストラットと，引張力のみを負担するケーブルという，性質の異なる 2 種類の部材がピンで接合された構造物を扱う．このような構造物のうち，自己釣合状態を満たし，かつストラットが節点を共有しないものを，テンセグリティと呼ぶ．

本研究では，グランドストラクチャ法を用いてテンセグリティの形状設計を行った．グランドストラクチャの節点座標をもとに釣合行列を計算し，混合整数計画問題を定式化する．図 1 のグランドストラクチャに対し，この問題を解くことで，図 2 のようなテンセグリティ形状が得られた．図 2 において，赤線はストラットを，緑線はケーブルを表している．

模型製作協力:(有) ZOU空間工房　鈴木利夫 氏

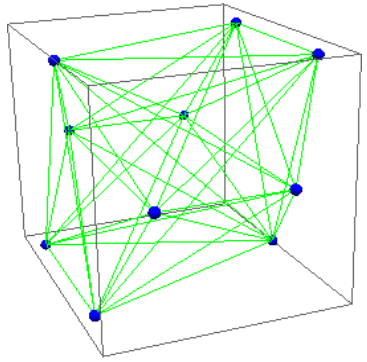


図 1　グランドストラクチャ

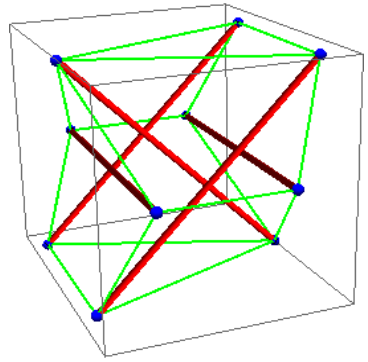
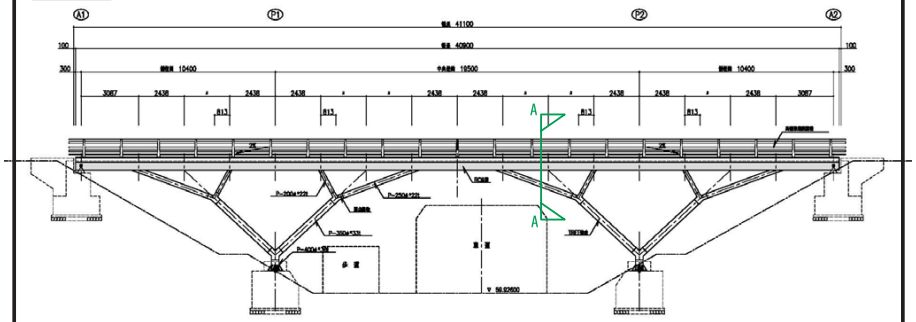


図 2　得られたテンセグリティ

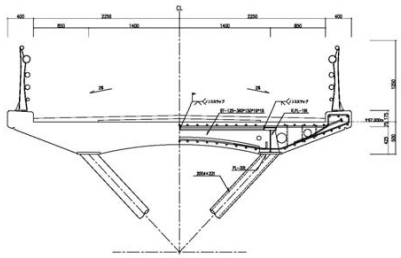
1)　東京大学大学院　情報理工学系研究科　数理情報学専攻，修士課程
2)　東京大学大学院　情報理工学系研究科　数理情報学専攻，准教授，博士(工学)

タイトル	(仮称)リゾートビラ富津開発計画富津１号橋
提供	川口衛構造設計事務所

側面図

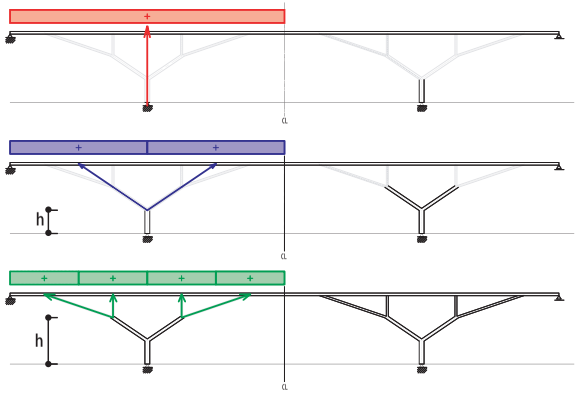


A-A断面詳細図



形態の発想法

Tree構造の各部材は、そのベクトルが基点から負担する荷重の重心の方向を向くように配置される。
なお、Tree構造の支持点位置や図中の高さhは任意に与えることができ、多様な形態へ応用可能である。



タイトル	イナコスの橋模型
提供	古川恵司，小林宏至，菅原知史，依田大将[1)]

大分県別府市の南立石公園に架かる「イナコスの橋」は，花崗岩（御影石）を使用した本物の石橋である。

石材ブロックを敷き並べて、橋の両岸から圧縮力（プレストレス）を与えると，石材は一枚岩（モノリス）になる。そのことを体験できるように、石材に見立てたバラバラのブロック模型に紐を通し、ハンドルを回すことによって紐が引っ張られ、ブロックに圧縮力が加わり上弦材となっている一枚板の模型を作成した。（写真１）

橋はレンズ型となっており，上弦材は一枚岩（モノリス），下弦材は鋼製のフラットバーで，上弦材と下弦材とをつなぐラチス材（斜材）には鋼管を用い，上弦材と下弦材の力の釣合いにより，橋端部に生ずる水平反力を打消す「サスペン・アーチ」構造となっている。なお，ラチス材を間引きした（不完全トラス）は，独特の軽やかさやリズム感のある造形美を生み出している。

土木学会デザイン賞に選ばれた優れたデザイン性を持つ橋，ということを表現するためにジオラマ模型も作成した（写真３）。

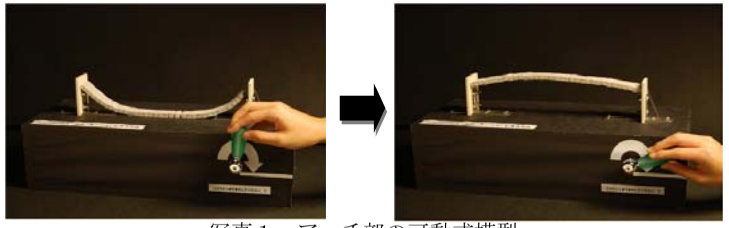


写真１　アーチ部の可動式模型
プレストレスによりモノリスを形成するアーチ部の模型

写真２　イナコスの橋
INACHUS BRIDGE
建設場所；大分県別府市，竣工年；1994 年
設計；川口衛構造設計事務所（写真提供も）

写真３　イナコスの橋ジオラマ模型

1）明星大学理工学部建築学科立道研究室

タイトル	日本万国博覧会富士グループ館形態模型
提供	金沢俊頌，門田直也，渡邉敬之，横須賀一輝[1)]

この建物は，大阪万博のためにのみ建てられたこともあり，人目を引く奇抜ともいえる形態を持っている。この形態は空気膜チューブのアーチ群で成り立っているが，アーチ群には「円形プランの周上に隣接して建つということ。相互に連続した接触線を持つこと。長さも太さも一定であること。」という定義があり，これらを満たすことで形態が出来上がっている。これらの定義は，ひとつひとつシンプルなものであるが，すべての定義を重ね合わせることで，それらの定義を気づかせないで独特の形態を完成させている。

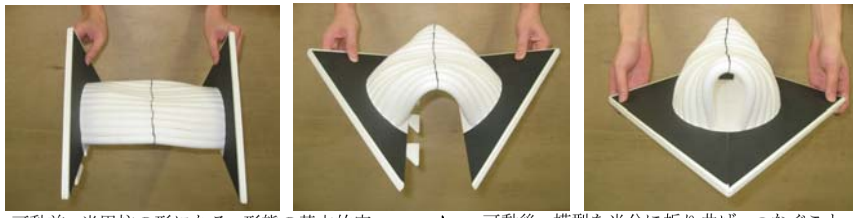
展示模型では見る人に形態の定義を伝えるために，模型を可動式にした。すなわち，半円状に並んだ 16 本のチューブを見学者が自分で曲げてアーチ群を作りだすというものである。この可動を体験することで，それぞれの形態の定義を感じることができよう。

富士グループ館の形態は，万博時にはより強い印象を見る人に与えたに違いない。

写真 1　富士グループ館

写真提供；川口衞構造設計事務所

写真 2　富士グループ館模型



可動前：半円柱の形になる。形態の基本的定義を満たしていることがわかる。

⇨

可動後：模型を半分に折り曲げ，つなぐことで実際の形状が出来上がる。

写真 3　模型可動過程

日本万国博覧会　富士グループ館（EXPO'70 FUJI GROUP PAVILION）
建設場所；大阪，日本，竣工年；1970
設計者；（設計）村田豊建築設計事務所，（構造）川口衞構造設計事務所

1）明星大学理工学部建築学科立道研究室

タイトル	実用テンセグリティ建築架構 ホワイト・ライノ
提供	川口健一[1)]、小澤祐周[2)]、陳毅哲[2)]

「太い柱が細い張力材と絡まって空中に浮いたり、傾いて止まったりしている不思議な構造」。テンセグリティの外観的特徴を一言でいうならこうなるだろう。テンセグリティ構造はその独特な外観から，多くの建築家，芸術家，技術者，研究者を惹きつけてきた。テンセグリティ構造の特徴をあげると以下のようになる。

1．浮遊感のある独特の外観。
2．圧縮材が密に接触交差しないため、接合部の軽量性や架構全体の透光性が高くなる。
3．張力の導入によって部材数を減らせる。
4．張力の導入によって部材断面を軽減できる。

しかし、テンセグリティ架構は一般に極端に変形の大きな不安定構造となり、さらに、自己釣り合い力が複雑に絡まり合っている。これらの困難がテンセグリティ構造実用化の夢を抱いた多くの人々を挫折させてきた。一般にテンセグリティは「彫刻等のアートにはなっても，変形が大きく建築架構には使えないやっかいな骨組み」として判断されてきた。我々は純粋なテンセグリティ構造の基本的な性質を充分にスタディした上で、構造架構そのものがアートとしての積極的な意匠性をもつテンセグリティ骨組みの建築架構への応用に世界で初めて成功した。

図 1　施工中のテンセグリティ架構

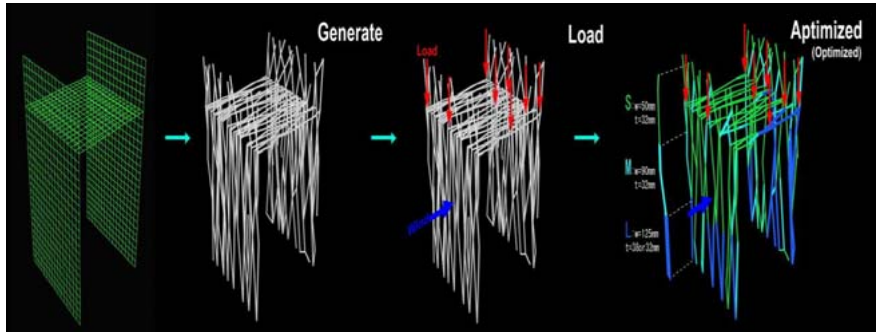
図 2　完成時のホワイトライノの内観

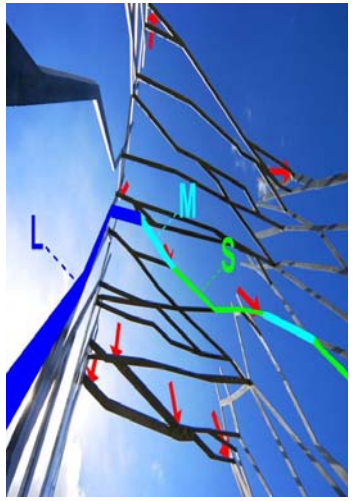
1)　東京大学生産技術研究所　教授　工博
2)　東京大学大学院　修士課程

タイトル	新水俣門 / 形力-1： アルゴリズミック デザインの実現
提供	渡辺 誠

「新水俣門」：「形態発生＋構造高適化」プログラムによる建築体

「**新水俣門**」(2005 年)は世界初の「形態発生＋構造高適化(最適化)プログラムにより実現した建築」と思われる。この意図をはっきりさせるために、「**新水俣門**」には構造材以外の部材のない、「純」構造体である。部材は応力に応じて SML の3種のサイズが選ばれる、適材適所の原理となっている。 (「**形力-1**」、「**形力-2**」は、ウエブサイトからダウンロード可能な「INDUCTION DESIGN」/「**誘導都市**」 初の公開プログラム: コンセプト・ディレクション・デザイン：渡辺誠、高適化(最適化)プログラム：大崎純、アプリケーションプログラム：千葉貴史)





「**新水俣門**」の全体のカタチは木に似ている、と思われるかもしれない。しかし、これは樹木の外形を模倣したものではもちろんないことに注意してほしい。

設定した生成原理の結果が、樹木を連想させるものになったといえる。そうなる理由は、設定した生成原理に樹木のそれと共通点があるからである。木立の枝に限らず、葉脈や根、私たちの骨や組織にも、よくみれば類似の構造が見出せるだろう。木の枝と骨、というように出自も材料も違うものが、同じような条件で同じような目的に向かうとき、同じような解答にたどり着くという現象は、生物学では収斂進化と呼ばれている。

「**新水俣門**」は、一種の収斂進化の結果、植物や骨格のような形態となっているといえよう

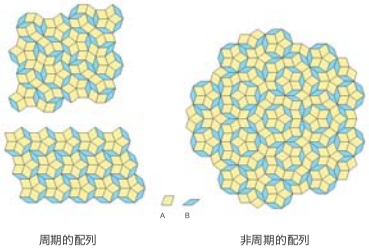
渡辺 誠　渡辺 誠／アーキテクツ オフィス代表　淡江大学(台北)講座教授

タイトル	ペンローズブロック
提供	池田 靖史 [1)]

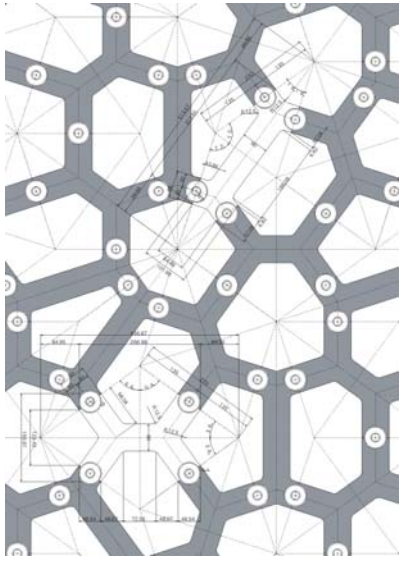
ペンローズタイルのアルゴリズミックな展開手法を構造体に応用することによってその特性を活かした建物として実現された唯一の例である。(fig.1)

部品数の限定という工業的な構成手法がグリッドという周期的均等な繰り返しパターンのみでなく、構造的に多様な成分を内包した非周期的な構造体も構成可能なことを示している。部分の連続的なパターンはペンローズタイルの展開アルゴリズムによって展開中心さえ決めれば一つに求まるが、そこに当てはめるユニット形状を設計者が決定することによって万華鏡のように様々なパターンが生まれる。集合体全体の形状も設計者による調整が可能である。(fig.2) 人力で運搬可能な小単位群を誰でもわかる単純な手順にしたがって展開的に組み立てるだけで任意の大きさの非周期的構造体を簡単に構成できるため、既存建物の増築部分や、将来の拡張、分解等についてもこれまでの鉄骨造にはない自由度を持つ点にサスティナブルな建築工法として先進的な可能性を持つ。

慶應大学本館納品検収所 (2007 年)
設計・監理：株式会社 IKDS (担当：大村洋平)
構造：長谷川一美／構造空間設計 KKS



(fig.1) ペンローズパターンのダイアグラムスタディ



(fig.2) 構造スクリーン立面 S=1/25

1) 株式会社 IKDS 代表，慶応義塾大学教授，博士 (工学)

タイトル	耐震・免震・制振構造の比較模型
提供	鈴木亨[1)]、平田裕一[1)]、江頭寛[1)]

１．比較模型の概要

建築構造物の地震時の安全性を向上させる技術として、構造躯体の剛性、耐力を向上させる耐震構造に加えて、近年、免震・制振構造の採用事例が著しく増大している。本模型(図１)は、耐震構造、免震構造、制振構造、吊り免震構造の振動状態を構造専門家以外の方に視覚的にイメージして頂くために作成したものである。耐震構造は、標準的なラーメン構造である。免震構造は、耐震構造の基礎部に免震装置を模擬した剛性の小さいばねを配置したものと建物全体を吊り下げて長周期化を行った吊り免震構造を比較している。制振構造は、建物の各層にシリコンオイルを用いた粘性系制振装置を組み込んだパッシブ型制振である。本模型は、100V 電源により加振することができ、各構造の揺れ方の相違を確認できる。制振構造は、耐震構造に比べて各層の層間変形がやや小さい。免震構造は、免震装置部の変形が大きく、各層の層間変形は非常に小さい。免震構造は、他の構造と比べて１次固有モードが大きく異なっていることに特徴がある。

２．免震・制振構造と最適化

免震・制振構造に対して、最適化手法の適用が試みられている。特に制振構造は、構造躯体に制振装置(エネルギー吸収部材)を効率よく配置して振動性状を改善する構法として理解でき、制振装置の配置や使い分けに最適化手法の適用が試みられている。

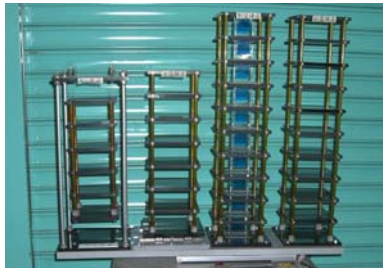


図１　耐震・免震・制振比較模型

1)三井住友建設株式会社　技術研究開発本部　技術研究所

タイトル	多面体パネルによる宇宙ステーション
提供	池田　靖史[1)]

これは地球周回軌道上の宇宙ホテルである。ドッキングモジュール方式を超える宇宙建築の構法を目指して提案された、高度にシステム化されたユニットの提案である。

これは、二種類の正多角形パネルの組み合わせでできる正多角形でつくられていて、多様性のある構造物を作ることが可能である。かつ、短時間で組み立て、分解することができるようになっている。

このホテルの重要な特徴の一つは、コンパクトさと、組みかえて何度でも使うことができ、無駄がない点である。これによって変わってゆくニーズに合わせることができ、限られたシャトル内のスペースに多く積むことが可能になる。個々のパネルの厚さは20cmであり、シャトル一機のカーゴ内に約90枚詰め込むことができるようになっている。さらに、もう一つ重要な特徴として、ロボティクスによってパネルユニット自体が連結解除と回転運動を組み合わせて自力で移動し展開していく。

これは、ロボティクスを応用して建物自体が生命のように自己組織化する建設手法の可能性を示しており、自然の形態づくりのシステムから学んだものである。

我々がここに挙げる宇宙ホテルのプロトタイプは、このシステムで生成可能な一例であり、パネルの組み合わせ方によっては、他にも様々なタイプを作り出すことができる。

図１ステーション全体図

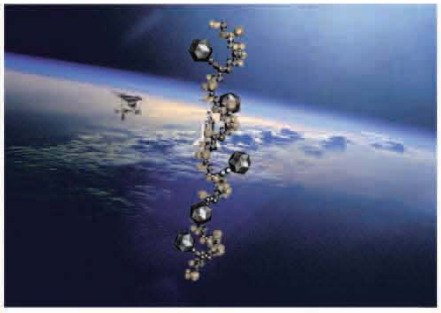


図２宇宙空間でのステーションの様子

1) 株式会社 IKDS 代表，慶應義塾大学院政策・メディア研究科 教授，一級建築士，博士(工学)

タイトル	積層アーチの風洞実験模型
提供	朝山秀一 1)，前　稔文 2)

■積層アーチとは、フラクタル幾何学に基づき、著者らが開発した構造体で、樹形図と同じ繰り返し縮小写像により作られたものである。図１は、積層アーチの形態生成の過程を樹形図と比較したものである。樹形図との基本的な違いは、最初の図形が直線か円弧かだけである。また、数学的なフラクタルの条件を満たす世界初の構造体である。

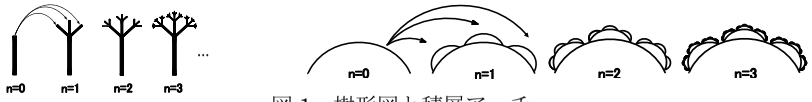


図１　樹形図と積層アーチ

■写真 1 は、風洞と実験用のアクリル製の模型である。モデルは、アーチの中心角が 180°、135°、120° の３通りで、積層の数は、1、2、3 として、合計９種類のモデルで実験を行った。

写真１　風洞実験の模型と風洞

■風洞実験で得た風圧分布係数から、設計風速 40 m/秒として積層アーチに作用する風荷重を求め、骨組解析を行った。なお、アーチは、ピンとローラーで支持し、最下層のアーチの断面は 1000×600×25×45 で、各層の断面は、それに 0.4 を乗じて、上層ほど梁せいが小さくなるようにした。図２は、ローラー支持部の変位と風向との関係にして示したものである(中心角 120° の場合)。適切なライズと積層による凹凸の効果で、変位は極めて小さく、風に強い性質がある。写真３は、実施例である。

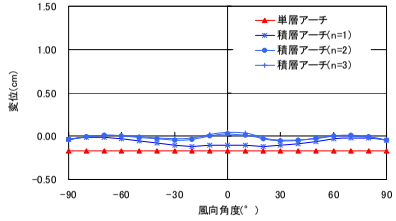


図２　支持部の水平変位と風向

写真２　実施例

1) 東京電機大学未来科学部建築学科，教授，工学博士
2) 大分工業高等専門学校，助手，博士(工学)