コロキウム
構造形態の解析と創生
2009

開催日：2009年11月12,13日

日本建築学会

構造委員会　シェル･空間構造運営委員会　シェル･空間構造形態創生小委員会

構造委員会　応用力学運営委員会　形態創生と構造最適化小委員会

情報システム技術委員会　複雑系の数理科学とアルゴリズミック・デザイン小委員会

主　旨　説　明

構造形態の解析と創生に対応した構造デザインや施工例が多くなり、幅広い研究とその応用可能性が注目されている。この現状を踏まえ、過去３年間に毎年「コロキウム構造形態の解析と創生」を開催し、形態創生コンテストにおける斬新なアイデアが盛り込まれたデザインの発表や基礎･応用研究の発表と活発な議論が交わされてきた。今や本コロキウムは構造形態創生に関する情報発信の場として重要な位置を担っている。

「コロキウム構造形態の解析と創生２００９」でも、建築関連の構造最適化や構造形態創生に関する最新の研究を手がける研究者、技術者が一堂に会し、継続的な情報交換により、将来に向けた方向性を議論し、今後の研究や応用に関するますますの発展に資することを目的とする。

２００９年１１月

シェル･空間構造形態創生小委員会主査　本間 俊雄
形態創生と構造最適化小委員会主査　藤井 大地
複雑系の数理科学とアルゴリズミック・デザイン小委員会主査　池田 靖史

構造委員会

委員長　中島 正愛（京都大学）

幹事　大森 博司（名古屋大学），倉本 洋（大阪大学），三浦 賢治（広島大学）

シェル・空間構造運営委員会

主査　小河 利行（東京工業大学）

幹事　竹内 徹（東京工業大学），藤本 益美（大阪市立大学）

シェル･空間構造形態創生小委員会

主査　本間 俊雄（鹿児島大学）

幹事　熊谷 知彦（東京工業大学），　山本 憲司（鹿児島大学）

委員　大森 博司（名古屋大学），　岡田 章（日本大学）

川口 健一（東京大学），　ガン ブンタラ（日本大学）

立道 郁生（明星大学），　張 景耀（立命館大学）

永井 拓生（東京大学），　藤井 大地（近畿大学）

藤原 淳（太陽工業），　松尾 智恵（川口衞構造設計事務所）

水谷 太朗（大成建設），　三井 和男（日本大学）

応用力学運営委員会

主査　高田 毅士（東京大学）

幹事　伊藤 拓海（東京理科大学），竹脇 出（京都大学），山田 貴博（横浜国立大学）

形態創生と構造最適化小委員会

主査　藤井 大地（近畿大学）

幹事　高田 豊文（滋賀県立大学），　平田 裕一（三井住友建設）

委員　石井 惠三（くいんと），　大崎 純（京都大学）

大森 博司（名古屋大学），　小野 聡子（有明工業高等専門学校）

坂 敏秀（鹿島建設），　堤 和敏（芝浦工業大学）

本間 俊雄（鹿児島大学），　松井 和己（横浜国立大学）

松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），三井 和男（日本大学）

情報システム技術委員会

委員長　加賀 有津子（大阪大学）

幹事　位寄 和久（熊本大学），猪里 孝司（大成建設）

仲 隆介（京都工芸繊維大学），三井 和男（日本大学）

複雑系の数理科学とアルゴリズミック・デザイン小委員会

主査　池田 靖史（慶應義塾大学）

幹事　木村 謙（エーアンドエー）

委員　朝山 秀一（東京電機大学），　大崎 純（京都大学）

佐藤 祐介（日本防災研究所），　新宮 清志（日本大学）

瀧澤 重志（京都大学），　陳 沛山（八戸工業大学）

濱野 慶彦（エーエーラボ），　堀池 秀人（熊本大学）

前 稔文（大分工業高等専門学校），　松永 直美（レモン画翠）

三井 和男（日本大学），　渡辺 誠（渡辺誠／アーキテクツ オフィス）

「コロキウム 構造形態の解析と創生 2009」実施主担当者

コロキウム実施責任者：本間 俊雄（鹿児島大学）

形態コンテスト担当：立道 郁生（明星大学），松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），水谷 太朗（大成建設）
三井 和男（日本大学）

資料集担当：山本 憲司（鹿児島大学）

会計担当：ガン ブンタラ（日本大学）

特別講演担当：池田 靖史（慶應義塾大学），石井 惠三（くいんと）

懇親会担当：熊谷 知彦（東京工業大学），永井 拓生（東京大学）

会場担当：朝山 秀一（東京電機大学），小野 聡子（有明工業高等専門学校），高田 豊文（滋賀県立大学）
張 景耀（立命館大学）

コロキウム HP 担当：藤井 大地（近畿大学）

優秀講演選考委員会委員長：岡田 章（日本大学）

＊ 本コロキウムの実施に際しては，シェル・空間構造運営委員会より企画助成を受けました。

コロキウム　構造形態の解析と創生　２００９

－　目　次　－

■特別講演
『塵の目　－アルゴリズムによる形態の創生－』---------- 1
市川創太(doubleNegatives Architecture)
『トポロジー最適化の最前線　－基本的な考え方と応用事例－』---------- 4
西脇眞二(京都大学)

■一般講演
(1) 最適解経路探索による球形シェルの形態創生---------- 13
○和多田遼（京都大学), 大崎純
(2) 張力構造の形状決定における既往の研究調査と拡張型応力密度法に関する基礎的考察---------- 19
○三木優彰(東京大学), 川口健一
(3) 解の多様性を考慮したGA系解法による自由曲面シェル構造のひずみエネルギ最適化に関する研究-- 25
○和田大典(鹿児島大学), 本間俊雄
(4) 地形の侵食アルゴリズムに基づく空間構造の平面形態と力学特性---------- 31
○中村直義(東京電機大学), 朝山秀一
(5) 不安定アーチの釣り合い状態と懸垂線理論に関する基礎的な検討---------- 37
○秋野良太(東京大学), 川口健一
(6) 超高層建築物の形態イメージについての考察－本当に四角い建物に飽きたのか－---------- 41
立道郁生(明星大学)
(7) コンプライアントメカニズムを用いた骨組膜構造物の定着部拘束力最大化のための形状最適化----- 47
○中嶋拓(京都大学), 大崎純, 藤原淳
(8) 空間骨組構造物の冗長性評価手法に関する研究---------- 53
○山崎康太(名古屋大学), 大森博司
(9) 資源循環性を考慮した建築物のライフサイクルデザイン---------- 59
○中田聡(名古屋大学), 蜂須賀聖力, 大森博司
(10) レクサットを用いた信頼性最適化設計法---------- 65
○藤田啓(名古屋大学), 大森博司, 兼光知巳, 熊田昭彦
(11) スプリングネットワークモデルを用いたトラス構造物の形態創生に関する基礎的研究---------- 71
○佐々木亜衣(鹿児島大学), 小野聡子
(12) 既存学校建築のリノベーション設計支援システムに関する研究---------- 75
○芋野匡俊(早稲田大学), 林将利, 永井拓生, 新谷眞人
(13) 形状・厚さ・位相の同時最適化による自由曲面シェル構造の形態創生に関する研究---------- 81
○前根文子(名古屋大学), 木村俊明, 大森博司
(14) 拡張ESO法を用いた骨組構造物の形態創生に関する研究---------- 87
○桜井克頼(名古屋大学), 大森博司
(15) 編み物状構造物の幾何学的及び力学的性質に関する実験的研究---------- 93
○宮崎俊充(早稲田大学), 今里弘子, 永井拓生, 新谷眞人
(16) 設計者のイメージを満足し力学的合理性の高い形態創生法の研究
－実験計画法とニューラルネットワークを用いた効率化の提案－---------- 99
○北村悠介(芝浦工業大学), 堤和敏

(17) 曲げモーメント分布に比例した形状修正による軸力抵抗型骨組構造物の形成 105
萩原伸幸(大同大学)
(18) 構造最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究　－柱脚最適設計の導入－ 109
○小玉真一(名古屋大学)，石田高義，大森博司
(19) 粒子法を用いたレベルセット法に基づく幾何学的非線形性を伴う構造物のトポロジー最適化 115
○真鍋匡利(京都大学)，山田崇恭，泉井一浩，西脇眞二
(20) パラメトリック曲面の不変量操作による多様な自由曲面シェルの形態創生 121
○藤田慎之輔(京都大学)，大崎純
(21) 曲線・曲面の掃引による構造・計画を考慮した低層集合住宅の形態創生 127
○和田大典(鹿児島大学)，本間俊雄
(22) 固有振動数最大化を目的としたレベルセット法に基づくトポロジー最適化 133
○山田崇恭(京都大学)，泉井一浩，西脇眞二
(23) 応力フィードバック機構を有する自己組織化膜構造体の形態創生 137
○山田勇太(有明工業高等専門学校)，小野聡子，松野哲也
(24) 構造最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究　－偏心Ｋ型ブレースへの応用－ 141
○石田高義(名古屋大学)，小玉真一，大森博司
(25) トラス・トポロジー最適化手法を用いて設計された木製面格子壁の水平加力実験 147
○高田豊文(滋賀県立大学)，中西智也
(26) 弾性的境界を有する等張力曲面の形状解析に関する研究 153
○大泉修(早稲田大学)，川口健一，新谷眞人

■形態創生コンテスト
□コンテスト概要 159
□講評 160
(1) Honeycomb Dome かたちの最小単位 164
○井戸川達哉(早稲田大学)，柳瀬紀昭
(2) Snap-through Structure 166
○重松瑞樹(慶應義塾大学)，加留部秀岳，黒川巧，藤田祐介
(3) space-triangle 168
○後藤将希(明星大学)，叶内佑樹，橘田陵，久嶋麻衣，
山本真紀，福田哲史，吉井和樹，上島翔吾，清水由香
(4) Seamless 粘性が創出する形態 170
○松本高武(明星大学)，吉良貴之
(5) m.m.m... 172
○牟田隆一(竹中工務店)，宮本恵美
(6) make it developable 174
藤田慎之輔(京都大学)

＊形態創生に関連する情報は順次、次の HP に掲載していきます。
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/

■特別講演

特別講演講師　市川 創太（いちかわそうた）

特別講演題目

「塵の目　－アルゴリズムによる形態の創生－」

略 歴：

1972 東京生まれ

1996 東京藝術大学　大学院　美術研究科修士課程　建築専攻　環境設計　修了

1998 doubleNegatives Architecture（ダブルネガティヴス アーキテクチャー）設立・主宰

2001-2004 東京造形大学非常勤講師

2001-2009 多摩美術大学非常勤講師

主な展覧会：

doubleNegatives Architecture

2009 《Corpora.Prospect》 Mission G　ICC・東京

2007 - 2009 《Corpora in Si(gh)te》 アルスエレクトロニカ リンツ・オーストリア、トランスメディアーレ ベルリン・ドイツ、第11回ベネチア国際建築ビエンナーレ ハンガリー国代表、 山口情報芸術センター 個展 山口

2005 - 2007 《Corpora.proceed》 美麗新世界 北京／広州・中国、Digital paradise 大田・韓国、オープン・ネイチャー ICC・東京

2002 《plaNet Former》 Artbit collection ICC・東京、資生堂ネットギャラリー CyGnet・東京

2000～ 《dqpb -dynamic quadruple phonic building》 感覚ミュージアム 宮城

1998 《2 Skins -Architecture without building》 NWハウスギャラリー 東京

中谷芙二子（アーティスト） + doubleNegatives Architecture

2009 《MU: Mercurial Unfolding》 東京日仏学院

2008 《fog falls》 横浜トリエンナーレ

三上晴子（アーティスト） + 市川創太

2003 - 2008 《gravicells》 カナリア サンタクルーズ・スペイン、ケベック・カナダ、ヒホン・スペイン、ICC・東京、リンツ・オーストリア、クレッテイユ・フランス、モブージュ・フランス、トリノ・イタリア、ベルリン・ドイツ、ロッテルダム・オランダ、YCAM・山口など巡回

特別講演講師　西脇　眞二（にしわきしんじ）

特別講演題目

「トポロジー最適化の最前線
－基本的な考え方と応用事例－」

所属：京都大学大学院 工学研究科 機械理工学専攻

生年月日：1962 年 5 月 28 日

略 歴：

1986 年 3 月 京都大学工学部精密工学科卒業

1988 年 3 月 京都大学大学院工学研究科精密工学専攻修士課程修了

1988 年 4 月 株式会社豊田中央研究所入社

1998 年 6 月 米国ミシガン大学機械工学・応用力学学科博士課程修了、Ph.D.

2002 年 3 月 株式会社豊田中央研究所退社

2002 年 4 月 京都大学大学院工学研究科助教授就任

2007 年 4 月 同准教授

2009 年 4 月 同教授

研究テーマ：

1. 構造最適化、特に形状およびトポロジー最適化の基本的理論の構築と、その機械製品および機械システムの設計への展開。
2. 機械製品の構想設計支援方法の開発。
3. 有限要素法を中心としたデジタルエンジニアリングに関する研究。
4. ユニバーサルデザインを目指した製品設計法・製作法の開発。
5. 知的財産、特許の定量的考察法に関する研究。

トポロジー最適化の最前線 -基本的な考え方と応用事例-

西脇眞二 [1)]，山田崇恭 [2)]
1)京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻，教授，Ph.D.，shinji@prec.kyoto-u.ac.jp
2) 京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻，大学院生，修士（工学），
takayuki-yamada@astro.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

1 はじめに

構造最適化は，力学的観点と数理計画法に基づき構造物の最適な形態および形状を得る方法で機械製品等の設計に広く利用されている．構造最適化の方法を大別すれば，寸法最適化，形状最適化,トポロジー最適化に分類される．この三つの方法の中で，トポロジー最適化 [1)]は，対象とする構造の形状だけではなく，穴の数などの形態も変更可能な最も設計自由度の高い方法である．この方法の基本的な考え方は，構造最適化問題を指定した領域内における材料分布問題への置き換えにある．これにより，形状と形態の変更を可能にし，性能の抜本的改善が期待できる．

ここでは，従来までに提案されているトポロジー最適化の方法を，構造問題以外の他の物理問題として，電磁波伝搬問題に展開した結果と，グレースケール等の従来の方法における数値問題を抜本的に解決したレベルセット法による形状表現に基づく方法について，簡単な数値例を含めて説明する．

2 トポロジー最適化の考え方

トポロジー最適化の基本的な考え方 [1)]は，求めたい最適構造を示す設計領域Ω_d を包含するに十分な固定設計領域 D と，次式に示す特性関数χ_Ωの導入により，最適設計問題を固定設計領域内の材料分布問題に置き換えることにある．

$$\chi_\Omega(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad \boldsymbol{x} \in \Omega_d \\ 0 & \text{if} \quad \boldsymbol{x} \in D \setminus \Omega_d \end{cases} \tag{1}$$

すなわち，図1に示したように，最終的に求めたい最適構造を示す領域Ω_d を包含するに十分な大きさの固定設計領域 D を設け, 固定設計領域 D のある位置 $\boldsymbol{x}$ が最適構造を示す領域Ω_d に含まれるのであれば特性関数χ_Ωの値を 1 とし，そうでなければ，特性関数χ_Ωの値を 0 とすることにより，求めたい最適構造を表現する．

しかし，この特性関数は，固定設計領域 D のいたるところにおいて，無限小な間隔で不連続になる可能性がある. このような状況は, 数学的には許容できたとしても, 数値計算上取り扱うことはできない.

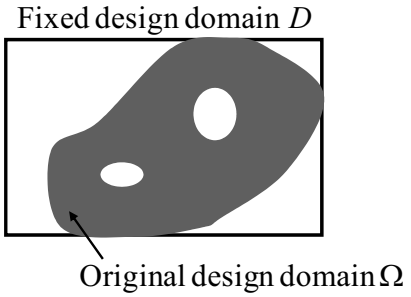


図1 固定設計領域 D の考え方

このような問題を解決して，不連続な特性関数の分布を，連続なある物理量で表現するために，設計空間の緩和が行われる．設計空間の緩和の方法には，幾つかの方法が提案されている．ここでは，その緩和後に最適構造を表現する方法として，密度関数による形状表現法と，レベルセット法に表現法を用いた場合について，設計空間の緩和の方法を概説する．

2.1 密度関数による形状表現方法

この形状表現方法では，特性関数χ_Ωを，0 から 1 までの連続した値をとる正規化された密度関数ρに置き換えることにより，設計空間の緩和を行う．この置き換えを数学的理論に基づく方法として，均質化法 [2)]の利用がある．均質化法を用いた場合には，無限小の領域で生じる特性関数χ_Ωの 0，1 の状態を，無限小のマイクロストラクチャ（ユニットセル）を仮定し，その均質化された材料定数を算出することにより，大域的な見地から解釈できる状態を得る．今，対象とする物理現象に関連する物理テンソルを $\boldsymbol{A}$ と表せば, 固定設領域 D 内の物理テンソルの分布は，$\chi_\Omega \boldsymbol{A}$ となる．このテンソル$\chi_\Omega \boldsymbol{A}$ を連続関数へ置き換えた大域的あるいは平均的されたテンソルは，均質化法から得られた「均質化された物理テンソル $\boldsymbol{A}^H$」として得られることになる．この均質化された物理テン

ソルを求める際には，マイクロストラクチャの形状を決める必要があるが，その形状には幾つかのものが提案されている．代表的なものにレイアー型 [3]，長方形空孔型 [4]，六角形空孔型 [5]などがある．ここで，均質化された物理テンソル $\boldsymbol{A}^H$ は，マイクロストラクチャにおいてどのように設計変数を設定しようとも，結局，固定設計領域 D の微少な部分(マイクロストラクチャを構成するユニットセルとも言える)における0から1の間で正規化された密度ρを用いて表すことになる．すなわち，ある関数fに対して，

$$\boldsymbol{A}^H = \boldsymbol{A}_0 f(\rho) \tag{2}$$

と書ける．ここで，$\boldsymbol{A}_0$ は，充填時，正規化された密度ρが1の時の$\boldsymbol{A}$の値である．均質化法では，この関数fを数学的に厳密に求めることができるが，通常，その数値計算はそれほど容易ではない．また，関数fを厳密に求めなくても，定性的な傾向さを示す関数を利用すれば最適化としては事足りる．このような観点から，密度法 [6] と呼ばれる簡易な方法が提案されている. この方法では，均質化された物理テンソル$\boldsymbol{A}^H$が，正規化された密度ρのみの関数として，

$$\boldsymbol{A}^H = \boldsymbol{A}_0 f(\rho) \tag{3}$$

上式の代表例として，

$$\boldsymbol{A}^H = \boldsymbol{A}_0 \rho^p \tag{4}$$

上式のpはペナルティパラメータと呼ばれ，対象とする物理現象に関連する物理テンソルが弾性テンソルである構造問題では, グレースケールがない構造を得る目的と，物理的な制約である Hashin-Shtrikman[7]の境界条件より，pは3～4が妥当な値となる．なお，この構造問題の場合には，式(4)が等方材料としての挙動を示すことから，この式を用いた設計空間の緩和法を SIMP(Solid Isotropic Material with Penalization)法 [8]とも呼ぶ.

2.2　レベルセット法による形状表現を用いた方法

前述の密度関数による形状表現法では，無限に細いリブが無限に短い間隔で並ぶ構造や，微小の空隙が至るところに散らばっているような多孔質状態をも，最適設計解として許容し，そのような最適構造は，グレースケールとして表現されることになる．このような特異な構造は，数学的な解釈は可能であるものの，実際には製造不可能であるため，工学的には意味を持たない構造と言える．また，複合材料状態ではないものの，多くの部分構造と穴で構成される極めて複雑な構造を最適構造として得る場合もあり，このような複雑な最適構造も，一般的には製造が困難である場合が多い.

このような問題を根本的に解決可能な方法として，レベルセット法に基づく形状最適化 [9,10]が提案されている．この方法では，レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数の等位面により物体境界を表現し，その関数を時間発展させることにより，形状変更を表現する．このため，レベルセット法においては明確な境界が存在し，そのため，設計境界上に境界条件を陽に与えることが可能となる．しかしながら，現在までに提案されている方法 [9,10]は，基本的には，構造の境界変動に基づく形状最適化の考え方に基づいており，設計領域に穴が創出されるような形態変更は許容されていない.

著者らは，このような問題を解決する新しい方法として，レベルセット法による形状表現を行いながら，フェーズフィールド法 [11,12]の考え方に基づき，境界移動と形態変化を可能にした新しいトポロジー最適化の方法 [13]を提案している．以下，その方法について説明する.

物体により占められている領域Ω(以下，物体領域)と，物体により占められていない領域(以下，空洞領域)により構成される固定領域D(以下, 固定設計領域)において，物体領域の構造を最適化する場合について考える.

式(1)に示した特性関数χ_Ωの分布による最適構造の表現を，レベルセット法を用いて固定設計領域D内の物体領域Ωの境界$\partial\Omega$を表現することにより示す．すなわち，レベルセット関数をϕとして，次式に示すように，物体領域Ωの境界$\partial\Omega$を，レベルセット関数のゼロ等位面によって表現する.

$$\begin{cases} -1 \le \phi(\boldsymbol{x}) < 0 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in D \setminus \Omega \\ \phi(\boldsymbol{x}) = 0 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in \partial\Omega \\ 0 < \phi(\boldsymbol{x}) \le 1 & \text{if} \quad \forall \boldsymbol{x} \in \Omega \setminus \partial\Omega \end{cases} \tag{5}$$

なお，ここでは，上式においてレベルセット関数に，下限値と上限値をそれぞれ-1と1に設定しているが，これは後述の目的汎関数に付加するフェーズフィールド法における界面エネルギーをレベルセット関数により表現するためである．これにより，レベルセット関数は符号付き距離関数の性質は持たず, 空洞領域では－1, 物体領域では1をとり，境界近傍においてなめらかに分布するスカラー関数となる.

次に，レベルセット法による形状表現を用いて，構造

最適化問題の目的汎関数Fと，制約汎関数Gを定義する．

$$\inf_{\phi} \quad F\left(\Omega(\phi)\right) = \int_{\Omega} f(\boldsymbol{x})\, d\Omega \tag{6}$$

$$\text{subject to} \quad G\left(\Omega(\phi)\right) = \int_{\Omega} d\Omega - V_{\max} \le 0 \tag{7}$$

ここで，$f(\boldsymbol{x})$は目的汎関数の被積分関数，$V_{\max}$は許容される体積の上限値である．上述の構造最適化問題において，レベルセット関数$\phi(\boldsymbol{x})$も，固定設計領域D内の至る所で，上述のように不連続性を持つことを許容している．ここでは，フェーズフィールド理論 [11,12]の定式化で用いられる界面エネルギーを導入することにより，設計空間の緩和を行う．この方法の基本的な考え方は，目的汎関数を，次式に示すように，目的汎関数とレベルセット関数の勾配の大きさによって表現される仮想的な界面エネルギーとの和への置き換えである．

$$\inf_{\phi} \quad F\left(\Omega(\phi),\phi\right) = \int_{\Omega} f(\boldsymbol{x})\, d\Omega + \int_{D} \frac{1}{2}\tau \left|\nabla\phi\right|^2 d\Omega \tag{8}$$

ここで，τ は仮想的な界面エネルギーの寄与度を決定するパラメータである．これにより，正則化の寄与率を決定する．さらに，このパラメータは，最適構造の複雑性を定性的に決定できるので，ここでは，τ を複雑度係数と呼ぶ．この値の設定により，工学的に有効な最適設計解を創成することを可能としている．

次に，上の最適化問題をラグランジュ未定乗数法により無制約問題に置き換える．今，ラグランジェアンを$\bar{F}$，ラグランジュ未定乗数λとすれば，次式のように書ける．

$$\begin{aligned} \inf_{\phi} \quad \bar{F}\left(\Omega(\phi),\phi\right) &= \int_{\Omega} f(\boldsymbol{x})\, d\Omega \\ &\quad + \lambda\, G\left(\Omega(\phi)\right) + \int_{D} \frac{1}{2}\tau \left|\nabla\phi\right|^2 d\Omega \end{aligned} \tag{9}$$

この方法では，上式を解くことにより，最適構造を得る．

次に，設計変数の更新のための時間発展方程式を導く．本研究では，正則化されたラグラジュアンの勾配に基づいて得られる拡散反応方程式により，更新を行う．すなわち，仮想的な時間 t を導入し，レベルセット関数を変動させる駆動力は，ラグランジェアンの勾配に比例するものと仮定して得られる次式により，レベルセット関数を更新する．

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -K(\phi)\frac{\delta\bar{F}}{\delta\phi} \tag{10}$$

ここで，$K(\phi)$ (>0)は比例定数，$\delta\bar{F}/\delta\phi$ はラグランジェアンの汎関数微分を表す．式(10)に式(9)を代入し，適切に境界条件を設定しれば，次式に示す時間発展方程式が得られる．

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\phi}{\partial t} = -K(\phi)\left(f(\boldsymbol{x})\dfrac{\delta\Omega}{\delta\phi}H(\phi) + \lambda\dfrac{\delta G}{\delta\phi} - \tau\nabla^2\phi \right) \text{ in } D \\ \dfrac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \text{ on } \partial D \setminus \partial D_N \\ \phi = 1 \text{ on } \partial D_N \end{cases} \tag{11}$$

ここで，$H(\phi)$ はヘビサイド関数，∂D_N は物体領域境界であることを指定した境界である．

3 数値例

3.1 密度関数による形状表現の場合

ここでは，密度関数による形状表現による構造最適化の例として，電磁波周期構造と NRD ウェーブガイドの設計に適用した例を示す．

3.1.1 電磁波周期構造の設計

電磁材料の中に周期的な内部構造 [14]を作ることにより，特定の周波数の電磁波を遮断あるいは通過させたり，誘電率，透磁率などの電気特性を特定の値に設定することができる．ここでは，このような特定の周波数特性をもつ電磁波周期構造の最適化を行う．図 2 に設計領域を示す．図に示したように，2 次元の矩形形状の解析および設計領域を考え，その領域の上端に入射境界Γ_1，下端に出力境界Γ_2，左右に周期境界Γ_3，Γ_4を設定する．この境界の設定により，x 方向に無限の周期性を持ち，y 方向に有限の長さをもつ解析領域を表現することが可能になる．なお，入射境界条件の変動を回避するため，この設計領域からΓ_1，Γ_2 隣接部を除いた半無限領が固定設計領域である．このとき，ある特定の周波数の電磁波を境界Γ_1から入射した場合に，出力境界Γ_2の出力を最小化した場合の最適構造を求める．

このときの目的関数は，次式のように定式化される．

$$\min_{\rho} \quad F = \left|S_{21}^{\text{area}}\right|^2 = \frac{P_{\Omega_t} \big/ A_{\Omega_t}}{P_{\text{inc}} \big/ d} \tag{12}$$

ここで，

$$P_{\Omega_t} = \int_{\Omega_t} P\, d\Omega \tag{13}$$

$$P_{\mathrm{inc}} = \int_{\Gamma_1} P d\Omega \qquad (14)$$

で, P は, ポインティングベクトルの y 方向成分, A_{Ω_t} と d は, それぞれ評価領域(固定設計領域と固定領域)の面積と幅を示す. また, 対象とする物理現象に関連する物理テンソル $\boldsymbol{A}$ は比誘電率 ε_r で, 正規化された密度関数との関係は, 次式で表す.

$$\varepsilon_r\left(\rho(\boldsymbol{x})\right) = \varepsilon_r^{\mathrm{air}} + \left(\varepsilon_r^{\mathrm{dielectric}} - \varepsilon_r^{\mathrm{air}}\right)\rho(\boldsymbol{x}) \qquad (15)$$

ここで, $\varepsilon_r^{\mathrm{air}}$ は空気中の比誘電率, $\varepsilon_r^{\mathrm{dielectric}}$ は誘電体材料の比誘電率である

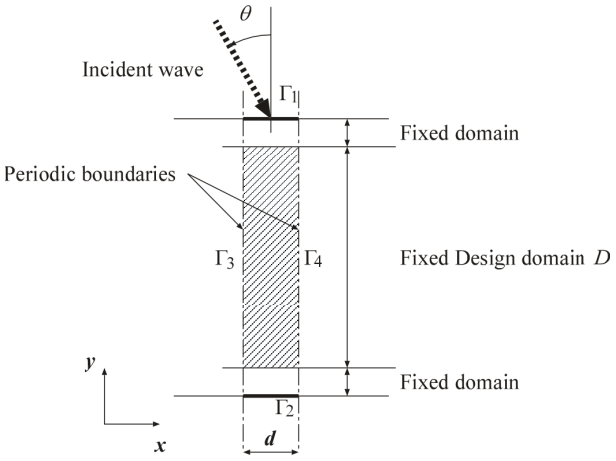


図 2 電磁波周期構造の設計のための設計領域

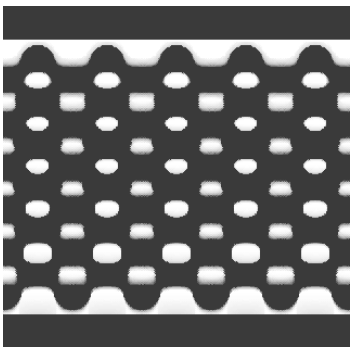
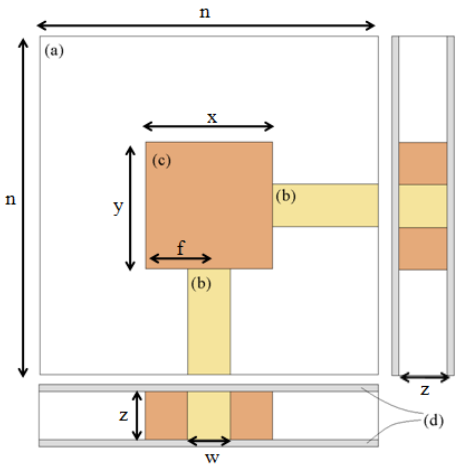


図 3 電磁波周期構造の最適構造

図 3 に, 入射角 θ が-30 度と 30 度の入射波に対して, 出力が最小となる最適構造を示す. ここでは, 空気中の比誘電率 $\varepsilon_r^{\mathrm{air}}$ は 1.0, 誘電体材料の比誘電率 $\varepsilon_r^{\mathrm{dielectric}}$ は 10.0 として最適構造を求めている. これより, 明瞭でかつ多くの斑点状の形状をもつ最適構造が得られていることがわかる.

3.1.2 NRD ウェーブガイドの設計

次に, NRD ウェーブガイド[15] (Non Radiative Dielectric Waveguide)の最適設計問題に適用した設計例を示す. 図 4 に設計領域を示す. 図に示したように, 2 枚の金属板に挟まれた領域に L 字型誘電体を挟み, そのコーナー部を直方体型の設計領域とした NRD ウェーブガイドの構造最適化を図る. 解析領域は図に示されている空間全体とし, 入力側から LSE01 モードの 62GHz の電波を入射させている.



(a) Air n=16[mm] f=3[mm]
(b) Non design domain x=y=6[mm]
(c) Fixe design domain D z=2.25[mm]
(d) Metal plate w=2[mm]

図 4 の NRD ウェーブガイド設計のための設計領域

このときの目的関数は, 次式のように定式化される.

$$\max_{\rho} \quad F = \left|S_{21}\right|^2 \qquad (16)$$

ここで, S_{21} 間の S-parameter を示す. また, 対象とする物理現象に関連する物理テンソル $\boldsymbol{A}$ は, この場合も比誘電率 ε_r で, 正規化された密度関数との関係は, 式(15)で表す.

図 5 に最適構造を示す. ここでは, 空気中の比誘電率 $\varepsilon_r^{\mathrm{air}}$ は 1.0, 誘電体材料の比誘電率 $\varepsilon_r^{\mathrm{dielectric}}$ は 2.2 として最適構造を求めている. これより, この場合も, 明瞭でかつ縞状の形状をもつ最適構造が得られていることがわかる.

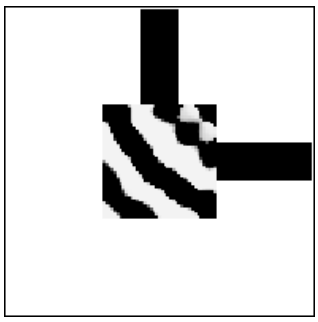


図 5 NRD ウェーブガイドの最適構造

3.2　レベルセット法による形状表現の場合

ここでは，レベルセット法による形状表現方法を剛性最大化問題と熱拡散問題に適用した例を示す．

3.1.2　剛性最大化問題

線形弾性体で構成される物体領域と空洞領域で構成される固定設計領域 D に対し，境界 Γ_u を完全拘束し，境界 Γ_t に表面力 $\boldsymbol{t}$，物体領域 Ω に物体力 $\boldsymbol{b}$ を作用させた場合の変位ベクトルを $\boldsymbol{u}$ とする．ただし，境界 Γ_u は，固定設計領域境界 ∂D に固定されているものとする．このとき，体積制約の下で，平均コンプライアンスを最小化させる構造最適化問題は次式のように定式化される．

$$\inf_{\phi} \quad F\left(\Omega(\phi)\right) = \int_{\Gamma_t} \boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{u}d\Gamma + \int_{\Omega} \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{u}d\Omega \qquad (17)$$

$$\text{subject to} \quad G\left(\Omega(\phi)\right) = \int_{\Omega} d\Omega - V_{\max} \le 0 \qquad (18)$$

さらに，平衡方程式として，次式が成立する．

$$\int_{\Omega} \varepsilon(\boldsymbol{u}) : \boldsymbol{E} : \varepsilon(\boldsymbol{v}) d\Omega = \int_{\Gamma_t} \boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{v}d\Gamma + \int_{\Omega} \boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{v}d\Omega \quad \text{for} \quad \forall \boldsymbol{v} \qquad (19)$$

ここで，$\boldsymbol{\varepsilon}$はひずみテンソルを，$\boldsymbol{E}$ は弾性テンソルを示す．式(19)を式(17)に代入し，さらに式(9)に代入すると，結局，ラグランジェアン $\bar{F}$ は，次式となる．

$$\inf_{\phi} \quad \bar{F}\left(\Omega(\phi),\phi\right) = \int_{\Omega}\left(\varepsilon(\boldsymbol{u}) : \boldsymbol{E} : \varepsilon(\boldsymbol{v}) + \lambda\right) d\Omega + \int_{D} \frac{1}{2}\tau\left|\nabla\phi\right|^2 d\Omega \qquad (20)$$

以下に，二つの設計問題を示す．なお，両方の設計問題において，材料は鋼を想定し，ヤング率を 210GPa，ポアソン比を 0.31 とした．

(a) 橋梁設計問題

図 6 に設計領域を示す．図に示したように，長方形形状の固定設計領域 D の左下側を固定，右下側をローラー支持し，下側中央部に表面力を作用させた場合の平均コンプライアンスを最小化した．なお，許容される体積の上限値 $V_{\max}$ は，固定設計領域の体積の 45%とした．

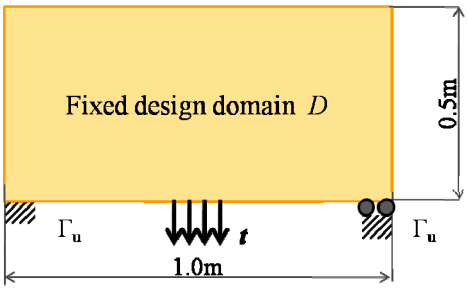


図 6 橋梁設計問題の設計領域

図 7 に密度関数による形状表現方法により得られた最適構造，図 8 にレベルセット法による形状表現方法により得られた最適構造を示す．図 8(a)，(b)，(c)，(d)は，複雑度係数 τ を，それぞれ，5×10^{-4}，2×10^{-4}，1×10^{-4}，1×10^{-5} とした場合の結果である．これらより，密度関数による形状表現方法により得られた最適構造には，チェッカボードをもつ複雑な構造になっているのに対して，レベルセット法による形状表現方法最適構造ではそのような構造を含んでいないうえ，複雑度係数 τ の設定により，定性的に構造の複雑度を設定できることがわかる．

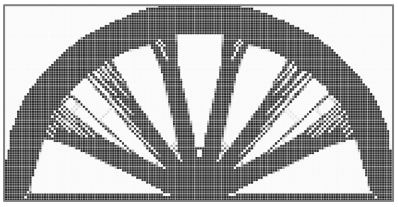


図 7 密度関数による形状表現方法により得られた最適構造

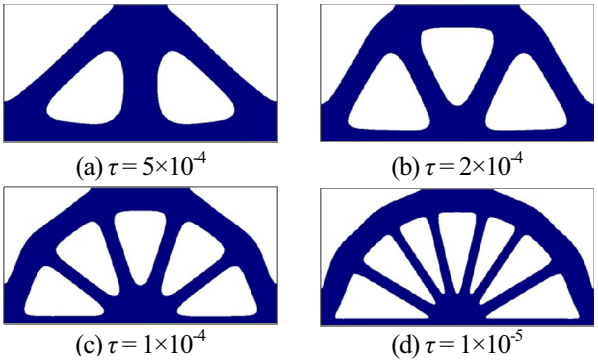


図 8 レベルセット法による形状表現方法により得られた最適構造

(b) 自動車部品設計問題

図 9 に設計領域を示す．図に示したように，直方体形状の固定設計領域 D の左下側，右上側にそれぞれ，断面がリング状である円柱形状の非設計領域を設け，上右側の非設計領域の中心を完全固定し，左下側の非設計領域の中心に上向きの鉛直荷重を作用させた場合の平均コンプライアンスを最小化した．なお，許容される体積の上限値 $V_{\max}$ は，全領域の体積の 45%とした．

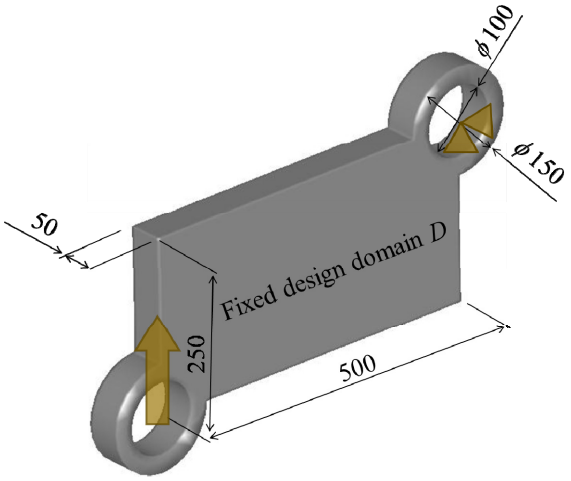
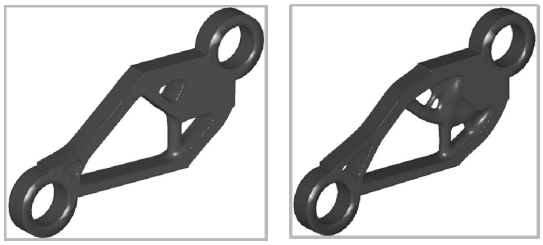


図 9 自動車部品設計問題の設計領域



(a) $\tau = 1.0\times10^{-4}$　　(b) $\tau = 2.0\times10^{-4}$

(c) $\tau = 1.0\times10^{-6}$

図 10 自動車部品の最適構造

図 10 に最適構造を示す．なお，図 10(a)，(b)，(c)は，複雑度係数 τ を，それぞれ，1.0×10^{-4}，2.0×10^{-4}，1.0×10^{-6} とした場合の結果である．これより，このような 3 次元の設計問題に明瞭な最適構造が得られていることがわかる．さらに，この場合でも，複雑度係数 τ の設定により，定性的に構造の複雑度を設定できることがわかる．

3.1.3　熱拡散最大化問題

線形熱伝導体で構成される物体領域と空洞領域で構成される固定設計領域 D に対し，境界Γ_tにおいて温度 T_0 で温度規定，境界Γ_hにおいて熱伝達係数 h の熱伝達境界，境界Γ_qにおいて熱流束 q の熱流束境界，固定設計領域 D に対して内部発熱 Q が与えられている場合の温度を u_t とする．ただし，境界Γ_t及び境界Γ_qは，固定設計領域の境界∂D 上に設定しているものとする．また，境界Γ_h は固定設計領域内部において，物体領域の境界上で設定され，設計変数であるレベルセット関数の値に依存して決定される設計変数依存性の境界条件となる．

このとき，体積制約の下での熱拡散最大化問題は，次式に示すように，体積制約の下での全ポテンシャルエネルギー最大化問題として定式化される．

$$\inf_{\phi} \quad F\left(\Omega(\phi)\right) = -\left[\frac{1}{2}a\left(u_t,u_t\right) - l\left(u_t\right)\right] \tag{21}$$

$$\text{subject to} \quad G\left(\Omega(\phi)\right) = \int_{\Omega} d\Omega - V_{\max} \le 0 \tag{22}$$

さらに，平衡方程式として，次式が成立する．

$$a\left(u_t,v_t\right) = l\left(v_t\right) \quad \text{for} \quad \forall v_t \tag{23}$$

ここで，

$$a\left(u_t,v_t\right) = \int_{\Omega} \nabla u_t : \boldsymbol{\kappa} : \nabla v_t d\Omega - \int_{\Gamma_h} h u_t v_t d\Gamma \tag{24}$$

$$l\left(v_t\right) = \int_{\Gamma_q} q d\Omega + \int_{\Omega} Q v_t d\Omega - \int_{\Gamma_h} h T_{amb} v_t d\Gamma \tag{25}$$

式(23)を式(21)に代入し，さらに式(9)に代入すると，結局，ラグランジェアン $\bar{F}$ は，次式となる．

$$\inf_{\phi} \quad \bar{F}\left(\Omega(\phi),\phi\right) = \int_{\Omega}\left(\nabla u_t : \boldsymbol{\kappa} : \nabla v_t + \lambda\right) d\Omega + \int_{D} \frac{1}{2}\tau\left|\nabla\phi\right|^2 d\Omega \tag{26}$$

以下に，二つの設計問題を示す．なお，両方の設計問題において，熱伝導係数は 148W/mK とした．

(a) 熱伝達問題

図 11 に設計領域と境界条件を示す. 図に示したように，左端下方と下端左方を $T_0 = 50$℃で温度既定し，その他の境界では断熱境界を与える．また，固定設計領域内部において，熱伝達 h=0.1 W/(m^{2}K)，周囲温度 T_{amb}=25℃のもとで，熱伝達境界を与える．このとき，許容される体積

の最大値 V_{max} を固定設計領域の 60 %として，最適化を図った．

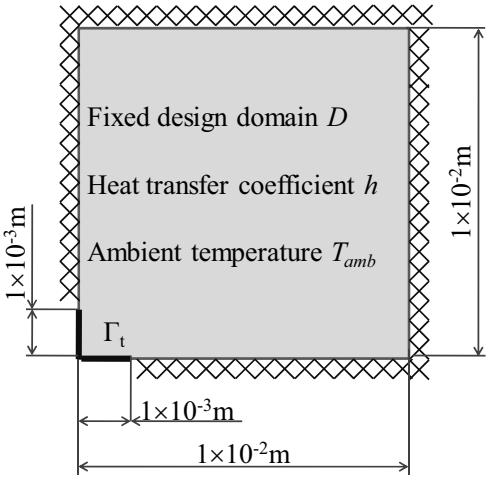


図 11 熱伝達問題の設計領域

図 12 に最適構造を示す．図 12(a)，(b)，(c)，(d)は，複雑度係数 τ を，それぞれ，5.0×10^{-4}，1.0×10^{-4}，5.0×10^{-5}，1.0×10^{-5} とした場合の結果である．

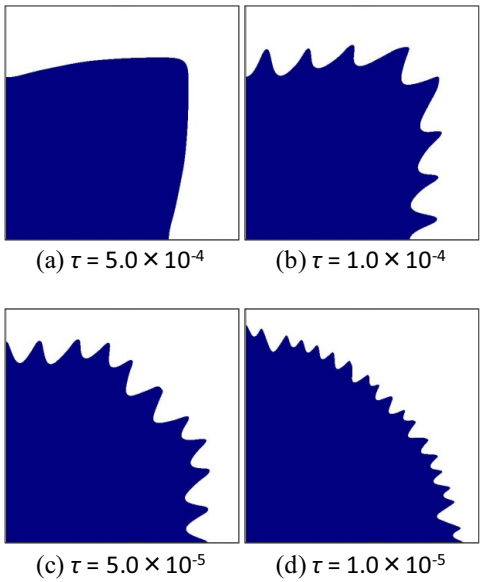


図 12 熱伝達問題の最適構造

これらより，いずれの場合も，放熱を促進されるフィン形状が創成されていることがわかる．また，複雑度係数の設定値により，フィン形状の複雑さが変化し，複雑度係数がより小さい方が，より複雑な形状が創成されていることもわかる．

(b) 内部発熱問題

図 13 に設計領域と境界条件を示す．図に示したように，上端中央を $T_0 = 25$℃で温度既定し，その他の境界では断熱境界を与える．また，固定設計領域内部には，熱量 $Q=1.0\times10^{-7}$ W/m^3 を与える．このとき，許容される体積の最大値 V_{max} を固定設計領域の 40 %として，最適化を図った．

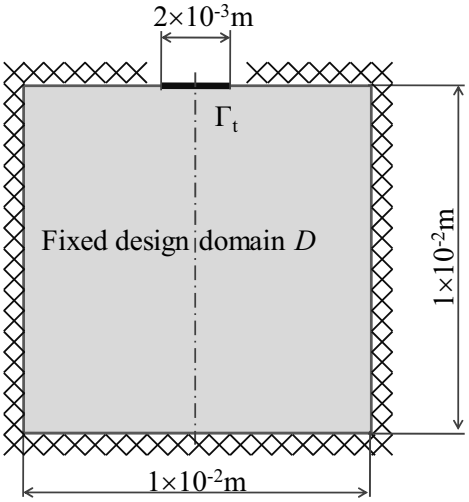


図 13 内部発熱問題の設計領域

図 14 に最適構造を示す．図 14(a)，(b)，(c)，(d)は，複雑度係数 τ を，それぞれ，5.0×10^{-5}，1.0×10^{-5}，5.0×10^{-6}，1.0×10^{-6} とした場合の結果である．

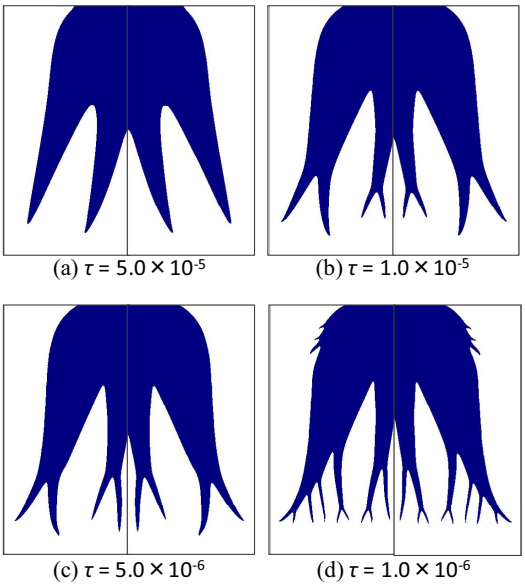


図 14 内部発熱問題の最適構造

これらより，いずれの場合も，設計領域内部全体に存

在する内部発熱量を，上端中央の温度規定境界へ拡散させるために，温度規定境界から伸びるフィン形状が創成されていることがわかる．また，この場合も，複雑度係数の設定値により，フィン形状の複雑さが変化し，複雑度係数がより小さい方が，より複雑な形状が創成されていることもわかる．

4 まとめ

ここでは，トポロジー最適化の基本的な考え方と，その電磁波伝搬問題への適用事例，さらには従来もトポロジー最適化において利用されている密度関数による形状表現法において生じるグレースケールの問題を解決可能な，レベルセット法による形状表現法に基づく新しい方法論を紹介した．今後，トポロジー最適化は，他の物理現象を対象とした設計問題，さらには物理現象が複合的に関連する，いわゆるマルチフィジックス問題に適用されると予想される．今後のさらなる発展に期待する．

謝辞

論文中の電磁波周期構造と NRD ウェーブガイドの設計例は，(株) 豊田中央研究所の野村壮史氏との共同研究の成果である．野村氏のご協力に深く感謝する．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N.: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg., 71, 197-224, 1988.
2) Cioranescu, D. and Donato, P.: An Introduction to Homogenization, Oxford University Press, 2000.
3) Allaire, G.: Shape Optimization by the Homogenization Method, Springer, 126-137, 2000.
4) Suzuki, K. and Kikuchi, N.: A homogenization method for shape and topology optimization, Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg., 93, 291-318, 1991.
5) Matsui K. and Terada K.: Continuous approximation of material distribution for topology optimization, Int. J. Num. Meth. Engrg., 59, 1925-1944, 2004.
6) Yang, R. J. and Chung, C. H.: Optimal topology design using linear programming. Comput. Struct., 53, 265-275, 1994.
7) Hashin, Z. and Shtrikman, S.: Variational approach to the theory of the elastic behavior of multiphase material, J. Mech. Phys. Solids, 11, 127-140, 1963.
8) Bendsøe, M.P. and Sigmund, O.: Material interpolation schemes in topology optimization, Arch. Appl. Mech., 69, 635-654, 1999.
9) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D.: A Level Set Method for Structural Topology Optimization, Comput. Methods. Appl. Mech. Engrg., 192, 227-246, 2003.
10) Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A.: Structural Optimization Using Sensitivity Analysis and a Level-Set Method, J. Comput. Phys., 194, 363-393, 2004.
11) Cahn, J. W. and Hilliard, J. E., Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy, J. Chem. Phys., 28, 258-267, 1958.
12) Allen, S., M. and Cahn, J. W., A Microscopic Theory for Antiphase Boundary Motion and its Application to Antiphase Domain Coarsening, Acta Metall, 27, 1085-1095, 1979.
13) 山田崇恭，西脇眞二，泉井一浩，吉村允孝，竹澤晃弘：レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化, 日本機械学会論文集 A 編, 75 巻 753 号, 550-558, 2009.
14) Rahmat-Samii, Y. and Mosallaei, H.: Electromagnetic band-gap structures: classification, characterization, and applications, Proc. Inst. Elect. Eng. ICAP Symp., 2, 560–564, 2001.
15) Yoneyama, T., Kuroki, F., and Nishida, S.: Design of nonradiative dielectric waveguide filters, IEEE Tran. Micro. Theory Tech., MTT-32, 1659-1662, 1984

■一般講演

最適解経路探索による球形シェルの形態創生

○和多田 遼[1)]，大崎 純[2)]，
1)京都大学大学院工学研究科建築学専攻大学院生
2)京都大学大学院工学研究科建築学専攻，准教授，工博

1 序論

連続体構造物の位相最適化問題について、多くの手法が提案されている。古典的な方法では、設計領域を有限要素に分割し、各要素の密度や板厚を連続変数として、与えられた荷重に対するコンプライアンスを最小化する。この場合、要素の存在・非存在を明確に区別できない解が得られるため、中間的密度にペナルティを課す方法(SIMP法)が提案されている[1)]。また、最近では、レベルセット法によって、形状とトポロジーを同時に最適化できることが示されている。

本研究では、軸対称外力を受ける球形シェルを対象として、体積制約下でコンプライアンスを最小とする最適トポロジーをSIMP法により求める。シェルのトポロジー最適化については、いくつかの研究が存在する[2)]。藤井・菊池[4)]は、スプライン曲面で定義されたシェル構造物に対して、均質化設計法を用いて形状・トポロジーの同時最適化を行った。Moses *et al.* [3)]は，さまざまな軸対称性を指定して，円盤の最適解を求めた。ところで、連続体構造物の位相最適化では、最適形状が有限要素分割の方法に依存することが知られている[5)]。しかし、軸対称荷重を受ける球形シェルのように、高い対称性を持つシェルの最適トポロジーの対称性に関する研究は、著者らの知る限り存在しない。

SIMP法で得られる最適トポロジーはペナルティパラメータに関する解経路として表現され、トポロジーの対称性が崩れる点など解形状に大きな変化が生じる点は、解経路上の特異点とみなされる。本研究では、最適性条件から厳密に解経路の増分形式を導き、支配式のヤコビアンの正定値性及び固有値・固有モードと、解経路の唯一性及び解形状の変化について考察する。

2 トポロジー最適化問題

2.1 コンプライアンス最小化問題

有限要素分割されたシェルの要素数をm，変位の自由度数をn，要素iの板厚をh_iとする。要素iの密度$d_i \in [0,1]$を設計変数とすれば、要素iの剛性行列$\boldsymbol{K}_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$及び全体の剛性行列$\boldsymbol{K} \in \mathbb{R}^{n\times n}$は$d_i$の関数となる。荷重ベクトル$\boldsymbol{P} \in \mathbb{R}^n$に対する節点変位ベクトルを$\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^n$とすると、釣合方程式(剛性方程式)は

$$\boldsymbol{K}\boldsymbol{U} = \boldsymbol{P}, \quad \boldsymbol{K} = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{K}_i(d_i) \tag{1}$$

となる。

要素iの体積V_iは、シェル要素面積A_i及びh_i, d_iの積で表される。総体積の上限値を$V_{\max}$とすれば、体積制約は

$$H = \sum_{i=1}^{m} V_i - V_{\max} \le 0 \tag{2}$$

で表される。この制約条件の下でコンプライアンス$C = \boldsymbol{P}^\top\boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}^\top\boldsymbol{K}\boldsymbol{U}$を最小化する。

2.2 ペナルティパラメータに関する最適解経路探索

明瞭なトポロジーを得るため、密度が中間値をとる要素の剛性にペナルティを与える。ペナルティパラメータを$p \ge 1$とし、剛性行列を

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{K}^{(P)} = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{K}_i^{(P)}(d_i, p) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{K}_i^{(P)}(d_i, p) = \left\{\varepsilon + (1-\varepsilon)d_i^p\right\}\bar{\boldsymbol{K}}_i \tag{4}$$

で定義する。ここで、$\bar{\boldsymbol{K}}_i$は密度が1の場合の剛性を表し、εは十分に小さい正定数とする。これにより、与えられたパラメータ値pに対してトポロジー最適化問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{min.} \quad & C = \boldsymbol{U}^\top\boldsymbol{K}^{(P)}\boldsymbol{U} \\ \text{s.t.} \quad & H = \sum_{i=1}^{m} A_i h_i\{\varepsilon + (1-\varepsilon)d_i\} - V_{\max} \le 0 \\ & 0 \le d_i \le 1 \quad (i = 1, \cdots, m) \end{aligned} \tag{5}$$

この問題は、$p = 1$のとき凸計画問題であり、大域最適性が保証されるが、$p > 1$のときには，非線形計画法によって得られる解は局所最適解である。

3 ペナルティパラメータに関する最適解経路探索

問題(5)のラグランジュ関数は、ラグランジュ乗数λおよびμ_j^U, μ_j^L $(j = 1, \cdots, m)$を用いて

$$L(\boldsymbol{d}, \lambda, \mu^U, \mu^L, p) = C(\boldsymbol{d}, p) + \lambda H(\boldsymbol{d}) + \sum_{j=1}^{m} \mu_j^U (d_j - 1) + \sum_{j=1}^{m} \mu_j^L (-d_j) \tag{6}$$

で表される。最適解において$0 < d_i < 1$を満たす要素の個数をsとし、それらの密度変数からなるベクトルを$\tilde{\boldsymbol{d}} = (\tilde{d}_1, \cdots, \tilde{d}_s)$とすれば、Karush–Kuhn–Tucker条件より以下の$s+1$個の支配式が得られる。

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{d}, \lambda, p) = [G_1, \cdots, G_s, H]^\top = \boldsymbol{0} \tag{7}$$

ここに、

$$\begin{aligned} G_i &= \frac{\partial L}{\partial \tilde{d}_i} = \frac{\partial C}{\partial \tilde{d}_i} + \lambda \frac{\partial H}{\partial \tilde{d}_i} \\ &= -p\tilde{d}_i^{p-1}(1-\varepsilon)\boldsymbol{U}^\top \bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U} + \lambda A_i h_i (1-\varepsilon) \end{aligned} \tag{8}$$

支配式(7)を満たす解の経路を，pをパラメータとして探索する。pに関する微分を$(\cdot)'$で表し、上下限値で定まるd_iのpに関する感度を0とすると、式(7)をpで微分することにより、次の各式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}G_i}{\mathrm{d}p} &= -(1-\varepsilon)\left\{(1 + p\ln\tilde{d}_i)\tilde{d}_i^{p-1}\right\}\boldsymbol{U}^\top \bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U} \\ &\quad -(1-\varepsilon)\left\{p(p-1)\tilde{d}_i^{p-2}\right\}\boldsymbol{U}^\top \bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U}\frac{\mathrm{d}\tilde{d}_i}{\mathrm{d}p} \\ &\quad -2(1-\varepsilon)p\tilde{d}_i^{p-1}\boldsymbol{U}^\top \bar{\boldsymbol{K}}_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}}{\mathrm{d}p} + A_i h_i (1-\varepsilon)\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}p} \\ &= 0 \quad (i = 1, \cdots, s) \end{aligned} \tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}p} = \sum_{i=1}^{s}(1-\varepsilon)A_i h_i \frac{\mathrm{d}\tilde{d}_i}{\mathrm{d}p} = 0 \tag{10}$$

釣合方程式(1)をpで微分して、次式を得る。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{U}}{\mathrm{d}p} &+ (1-\varepsilon)\sum_{i=1}^{m} d_i^p \ln d_i \bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U} \\ &+ (1-\varepsilon)\sum_{i=1}^{s} p\tilde{d}_i^{p-1}\frac{\mathrm{d}\tilde{d}_i}{\mathrm{d}p}\bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U} = \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{11}$$

式(9)–(11)を整理すれば、以下の行列表現を得る。

$$\begin{pmatrix} -\boldsymbol{K} & \boldsymbol{B}^{12} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{B}^{12\top} & \boldsymbol{B}^{22} & \boldsymbol{B}^{23} \\ \boldsymbol{0}^\top & \boldsymbol{B}^{23\top} & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{U}' \\ \tilde{\boldsymbol{d}}' \\ \lambda' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{b}^1 \\ \boldsymbol{b}^2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{12}$$

ここで、$\boldsymbol{B}^{12} \in \mathbb{R}^{n\times s}, \boldsymbol{B}^{22} \in \mathbb{R}^{s\times s}$の$(i,j)$成分をそれぞれ$B_{ij}^{12}, B_{ij}^{22}$で表し、$\boldsymbol{B}^{23} \in \mathbb{R}^s, \boldsymbol{b}^1 \in \mathbb{R}^n, \boldsymbol{b}^2 \in \mathbb{R}^s$ のi成分をそれぞれB_i^{23}, b_i^1, b_i^2で表す。また、$S_i = \boldsymbol{U}^\top \bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U}$とし、$\bar{\boldsymbol{K}}_i$の第$j$列のベクトルを$\boldsymbol{k}_{ij} \in \mathbb{R}^n$ で表すと、式(12)の各成分は以下のように与えられる。

$$B_{ij}^{12} = -(1-\varepsilon)p\tilde{d}_j^{p-1}\boldsymbol{k}_{ji}^\top \boldsymbol{U} \tag{13}$$

$$B_{ii}^{22} = -\frac{1}{2}(1-\varepsilon)p(p-1)\tilde{d}_i^{p-2}S_i$$

$$B_{ij}^{22} = 0 \ \ (i \neq j) \tag{14}$$

$$B_i^{23} = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)A_i h_i \tag{15}$$

$$\boldsymbol{b}^1 = \sum_{i=1}^{m} d_i^p \ln d_i (1-\varepsilon)\bar{\boldsymbol{K}}_i \boldsymbol{U} \tag{16}$$

$$b_i^2 = \frac{1}{2}(1-\varepsilon)(1 + p\ln\tilde{d}_i)\tilde{d}_i^{p-1}S_i \tag{17}$$

式(12)の第一式より、$\boldsymbol{U}'$は

$$\boldsymbol{U}' = -\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{b}^1 + \boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{B}^{12}\tilde{\boldsymbol{d}}' \tag{18}$$

で表される。これを式(12)の第二式、第三式に代入すれば、以下のような$\tilde{\boldsymbol{d}}, \lambda$の$p$に関する増分形式を得る。

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{B} & \boldsymbol{c} \\ \boldsymbol{c}^\top & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \tilde{\boldsymbol{d}}' \\ \lambda' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{b} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}^{22} + \boldsymbol{B}^{12\top}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{B}^{12} \tag{20}$$

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{B}^{12\top}\boldsymbol{K}^{-1}\boldsymbol{b}^1 \tag{21}$$

$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{B}^{23} \tag{22}$$

$\boldsymbol{B} \in \mathbb{R}^{s\times s}$は$\boldsymbol{G}$のヤコビアン(対称行列)であり、$\boldsymbol{c}$は非零の定ベクトルである。したがって、問題(5)の局所最適解において、$\boldsymbol{B}$が正定値のとき、式(22)より$\tilde{\boldsymbol{d}}', \lambda'$は一意に定まる(Appendix参照)。しかし、解経路上に$\boldsymbol{B}$の最小固有値が零になる点(特異点)が表れる場合、特異点において式(22)の解$\tilde{\boldsymbol{d}}'$は$\boldsymbol{B}$の零固有値に対応する固有ベクトルの方向に不定になり、解経路に分岐が生じる。以上より、文献[5]で得られた局所最適解の唯一性条件と、解経路の分岐条件が同値であることが示された。

次節では、回転対称性シェルの最適解が分岐することにより、対称性が崩れた最適解が得られることを示す。ここで、対称性を群論でのシェーンフリース記号を用いて表す。最適解がn個の回転操作に対して不変であ

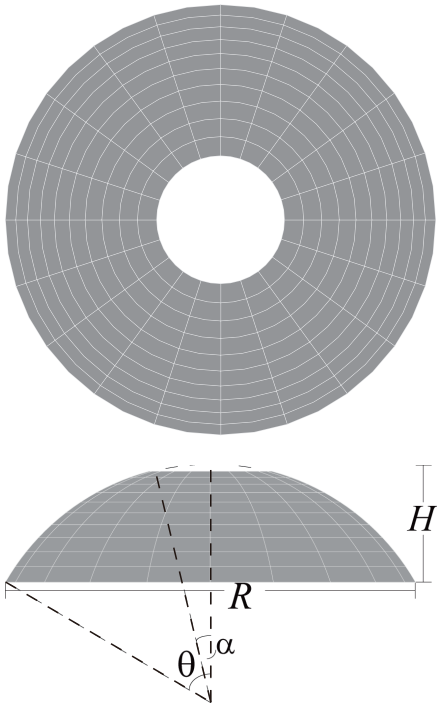


図1　球形シェルドームモデル

表 1　形状パラメータ・材料パラメータ

R	40.0	H	11.5
θ	$\pi/3$	α	$\pi/12$
ヤング係数	2.1×10^5	ポアソン比	0.3
板厚h_i	0.5	体積上限$V_{\max}$	50%
鉛直荷重P	1.0×10^3		

るとき巡回群C_nで表記し、さらに、n個の対称（鏡映）変換に対して不変であるとき2面体群D_nで表記する。

4　軸対称球形シェルドームの最適解の唯一性と対称性

4.1　20×10要素モデル

図1に示す、緯線方向分割数20、経線方向分割数10の200要素からなる軸対称球形シェルドームのトポロジー最適化を行う。上部リング状の各節点に鉛直荷重$P = 1.0\times10^3$を作用させる。総体積上限値$V^{\max}$を設計領域全体で$d_i = 1$とした場合の50%とし、モデルのサイズと各種定数を表1に示す。また、最適化プログラムには、SNOPT Ver. 7.2の逐次2次計画法を用いた。

ペナルティパラメータの増分Δpを0.02とし、$p = p_0$での設計変数$\boldsymbol{d}$の最適解(SNOPTでの収束解)を$p = p_0 + \Delta p$での初期解として最適化を行った。また、得られた最適解について、行列$\boldsymbol{B}$の固有値解析を行った。これらの結果を図2, 3に示す。

図3は種々のpの値に対する収束解でのd_iの値の分布をグレースケールで表している。$1.0 \le p \le 1.78$のとき、得られた最適解は図3(a)-(b) のようにD_{20}対称になった。2(b)に示すように、$p = 1.78$ と$p = 1.80$の間で行列$\boldsymbol{B}$の最小固有値が0に達し、$\boldsymbol{B}$が特異になったため、$p = 1.80$で解形状の対称性がD_{10}対称に下がった。また、最適解のd_iの変化の方向は、0に達した固有値($p = 1.78$での最小固有値)に対応する図4(A)の固有ベクトル(対称性はD_{10})と一致している。

$p = 1.82$ではさらに対称性が崩れ、解形状は図3(d)に示すようにD_5対称になった。さらにpを増加させたとき、$p = 2.94$までは対称性に変化はなく、行列$\boldsymbol{B}$ は正定値である。図2(c)に示すように、$p = 2.94$と2.96の間で$\boldsymbol{B}$マトリクスの最小固有値が再び0に達し、$\boldsymbol{B}$が特異になった。$p = 2.94$での最小固有値は3個重複しており、それらに対応する固有ベクトルを図4(B-1)–(B-3)に示す。これらのうち、(B-1)はD_5対称であるが、(B-2)と(B-3)はC_1対称及びD_1対称(鏡映対称)であり、$p = 2.96$での解はD_5対称性からD_1対称へと対称性が低下した。

$p = 1.80, 2.94$以外にも$\boldsymbol{B}$ 行列の固有値が不連続に変化する点が存在する。それらはs の値が変化する点に対応している。

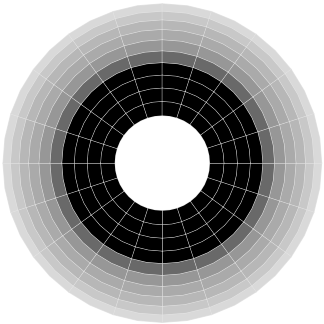
4.2　21×10要素モデル

前節と同形状の軸対称球形シェルについて、緯線方向分割数を21とした210要素のモデルで同様に最適化を行った。荷重条件や幾何形状、材料定数などのパラメータは前節と同様に表1の値を用いた。

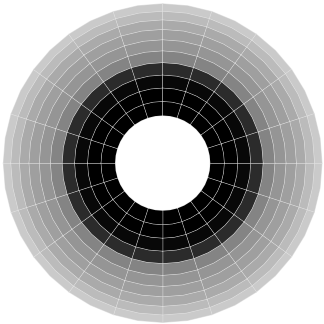
$\Delta p = 0.01$とし、$p = 1.00$から$p = 3.00$まで各収束解を次の初期解とする反復最適化を行い、得られた最適解の行列$\boldsymbol{B}$の固有値を求めた結果を図5に示す。

$1.00 \le p \le 1.74$において行列$\boldsymbol{B}$の固有値は全て正であり、収束解の形状は全て図6(a)に示すようにD_{21}対称である。緯線方向分割数が奇数であるこのモデルでは、前節のモデルと異なり、最初の特異点となる直前の$p = 1.74$まで、2つの最小固有値が重複している。これら2つの固有値に対応する固有モードを図7に示す((A-1)はC_1対称（非対称）、(A-2)はD_1対称)。

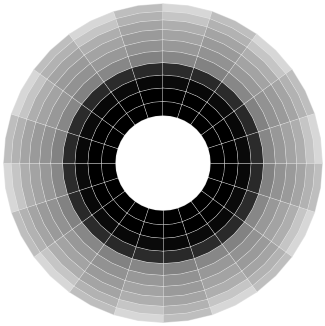
$1.74 \le p \le 1.75$で$\boldsymbol{B}$は特異となり、$p = 1.76$で2つの零固有モードの一方(図7(A-2))の方向に解の分岐が生じ、最適解の対称性がD_1に変化した。$p = 1.75$と$p = 1.76$では、図7(A-1)のモードに対応する固有値がほぼ零となったが、解形状は図7(A-2) モードの方向に変化し、(A-1)方向への分岐は生じなかった。このことから、特



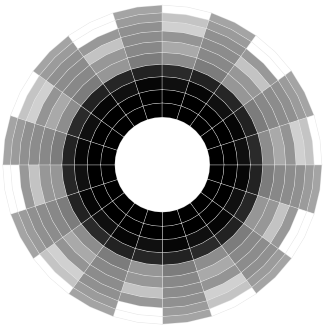
(a) p = 1.00



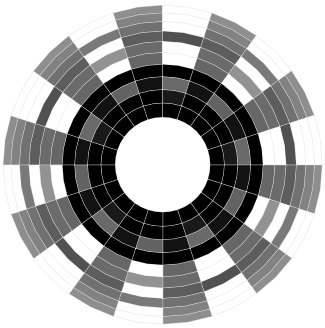
(b) p = 1.78



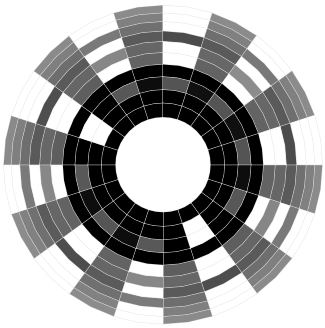
(c) p = 1.80



(d) p = 1.82

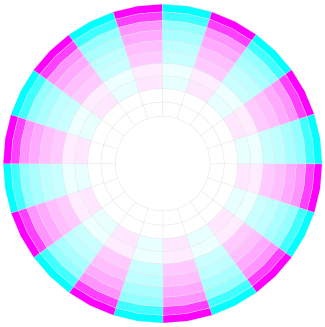


(e) p = 2.94

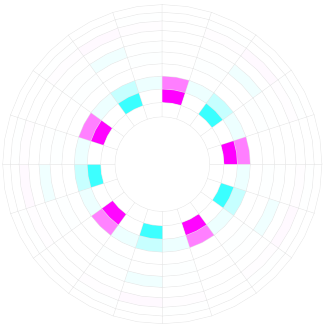


(d) p = 2.96

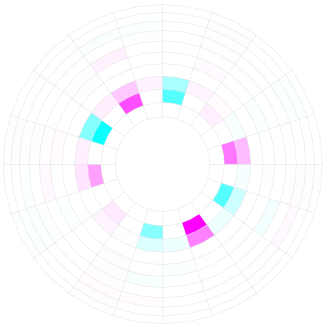
図3　20 × 10要素モデルの種々のpの値に対する収束解でのd_iの値の分布



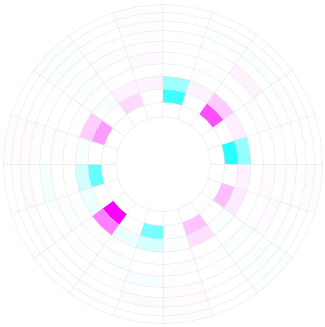
(A) 固有ベクトル: p = 1.78



(B-1) 固有ベクトル1: p = 2.94

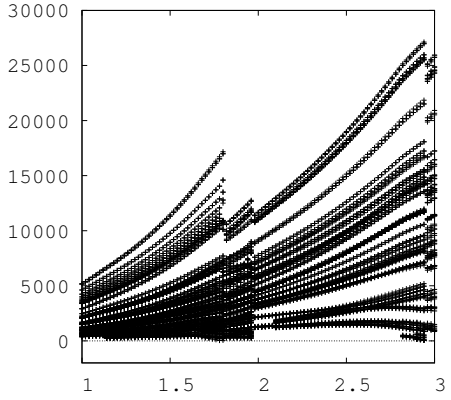


(B-2) 固有ベクトル2: p = 2.94

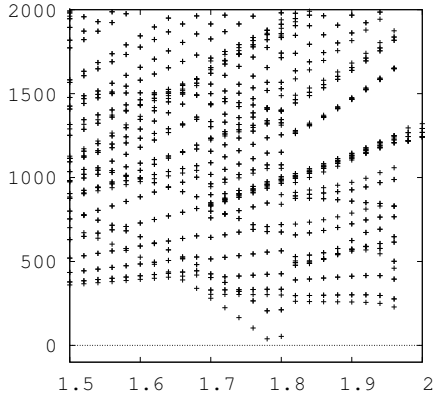


(B-3) 固有ベクトル3: p = 2.94

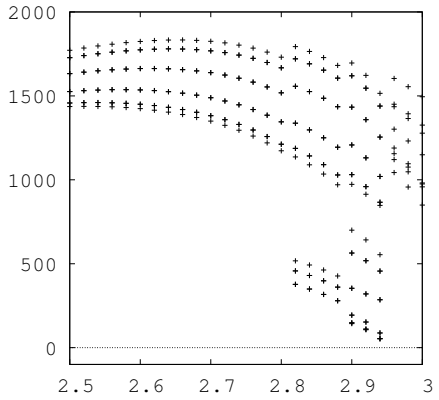
図4　20 × 10要素モデルの$\boldsymbol{B}$の零固有ベクトル: (A)p = 1.78, (B)p = 2.94



(a) $1 \le p \le 3$

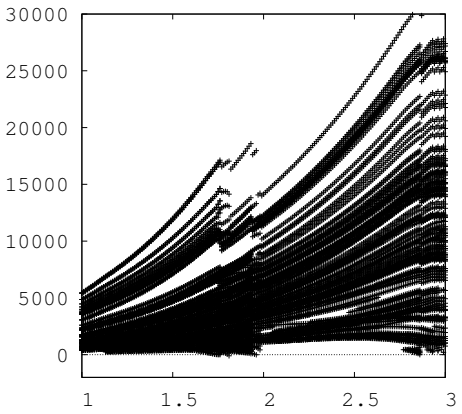


(b)p = 1.80近傍

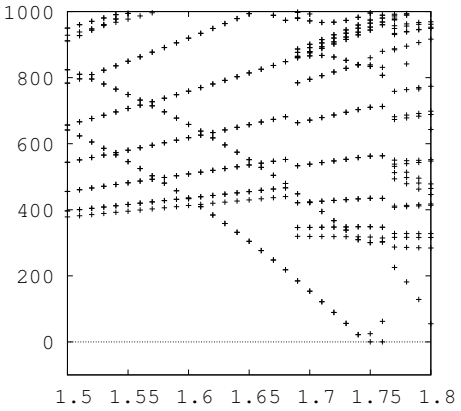


(c)p = 2.96近傍

図2　20 × 10要素モデルのペナルティパラメータと行列*B*の固有値の関係



(a)全体図



(b)p = 1.75近傍

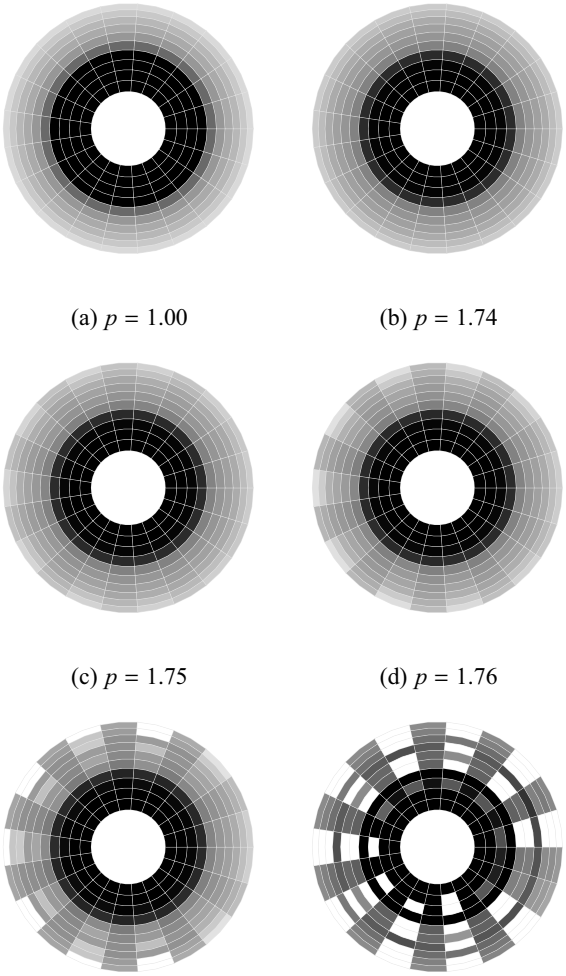
図5　21 × 10要素モデルのペナルティパラメータと行列*B*の固有値の関係

異点における***B***マトリクスの零固有モードにも解形状の分岐方向とならないモードがあると考えられる。

5　結論

軸対称性を有する球形シェルを対象として、材料密度を変数とするトポロジー最適化問題の最適解の経路を、ペナルティパラメータに関して探索した。局所最適解のペナルティパラメータに関する増分形式を導き、支配式のヤコビアンの固有値解析を行うことにより、最適解の唯一性と対称性を検討できることを明らかにした。

数値例題を通して、ペナルティパラメータが増加するにつれて、解トポロジーの対称性が減じていくこと、またその方向は支配式のヤコビアンの零固有モード方向と一致することを示した。

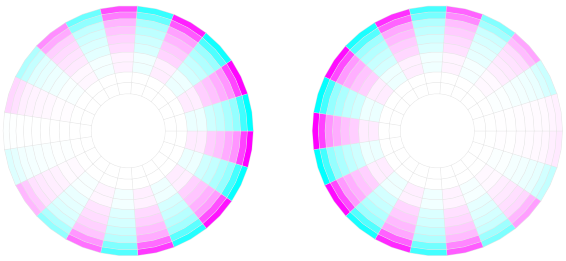


(a) $p = 1.00$　(b) $p = 1.74$

(c) $p = 1.75$　(d) $p = 1.76$

(e) $p = 1.77$　(f) $p = 3.00$

図6　21×10要素モデルの種々のpの値に対する収束解でのd_iの値の分布



(A-1) 固有ベクトル1: $p = 1.74$　(A-2) 固有ベクトル2: $p = 1.74$

図7　21×10要素モデルの行列$\boldsymbol{B}$の零固有ベクトル :p = 1.74

参考文献

1）M. P. Bendsøe, Optimal shape design as a material distribution problem, Structural Optimization, Vol. 1, pp. 193–202, 1989.

2）F. Belblidia and S. Bulman, A hybrid topology optimization algorithm for static and vibrating shell structures, Int. J. Num. Meth. Eng., Vol. 24, pp. 835–852, 2002,

3）E. Moses, M. B. Fuchs and M. Ryvkin, Topology design of modular structures under arbitrary loading, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 24, pp. 407–417, 2003.

4）藤井大地, 菊池昇, 均質化法によるシェル構造の形状とトポロジーの同時最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1, pp. 383–384, 1999.

5）C. S. Jog and R. B. Haber, Stability of finite element models for distributed-parameter optimization and topology design, Comp. Meth. Appl. mech. Eng., Vol. 130, pp. 203–226, 1996.

Appendix: 行列$\boldsymbol{B}$の正定値性と$\boldsymbol{d}'$の一意性の関係

パラメータpの値が指定されたとき、最適化問題(5)を解いて得られる収束解が2次の最適性条件を満たすものとする。このとき，収束解において$0 < d_i < 1$を満たす変数からなるベクトル$\tilde{\boldsymbol{d}} = (\tilde{d}_1, \cdots, \tilde{d}_s)$に対して、$(i, j)$要素が

$$B_{ij} = \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{d}, \lambda, p)}{\partial \tilde{d}_i \partial \tilde{d}_j} \tag{23}$$

で与えられるラグランジアンLのヘシアン$\boldsymbol{B}$ は、収束解において半正定値行列である。

いま、$\boldsymbol{B}$が正定値ならば$\boldsymbol{B}^{-1}$も正定値であり、このとき式(19)の第一式を$\tilde{\boldsymbol{d}}'$について解くと

$$\tilde{\boldsymbol{d}}' = \boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{b} - \boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{c}\lambda' \tag{24}$$

を得る。これを式(19)第二式に代入して、$\boldsymbol{B}^{-1}$の正定値性を用いると、

$$\lambda' = \frac{\boldsymbol{c}^{\top}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}^{\top}\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{c}} \tag{25}$$

より、λ'は一意に定まる。したがって、$\tilde{\boldsymbol{d}}'$も一意に定まる。

以上より、最適化問題(5)の収束解において、$\boldsymbol{B}$が正定値ならば，式(19)を解いて得られる解$\tilde{\boldsymbol{d}}'$は一意に定まる。

張力構造の形状決定における既往の研究調査と拡張型応力密度法に関する基礎的考察

三木優彰 [1)]，川口健一 [2)]
1)東京大学大学院工学系研究科，博士課程，mikity@iis.u-tokyo.ac.jp
2)東京大学生産技術研究所，教授，工博

1 はじめに

ケーブルネット構造、張力膜構造、テンセグリティ構造などの張力構造は初期張力(プレストレス)の導入により剛性が付与され安定化される。したがって、初期張力の導入が可能な適切な初期形状を与える必要があり、これは一般に形状決定問題として知られている。張力構造の形状決定問題には種々の方法が既に提案されている。

例えば力の釣り合い式を直接解くものとして応力密度法 [1)]が挙げられる。これは主にケーブルネット構造の形状決定を目的としたものである。一方、形状決定の手法としては汎関数の停留問題に帰着するものも多く提案されており、代表的なものとして極小曲面の形状決定 [4)5)]がある。

さて、力の釣り合い式を解くものは一般に汎関数の停留問題に帰着できる。例えば応力密度法は、単純な汎関数の停留問題の解法の一つに位置づけることができる。

このような背景から、多種多様な手法が既に提案されている張力構造の形状決定問題において、“どのような汎関数を設定したものか”という視点が有効である。

本報告では、文献 [1)]～[6)]で提案されている手法について、”汎関数の設定“という視点から横断比較を行う。汎関数を明確にすることで、文献中で提案されている解法とは独立に、一般の非線形数値解法を自由に選択することが可能となる。また、筆者らは文献 [6)]などで、従来提案されることのなかった汎関数の設定が、圧縮材を含んだ自己釣り合い系の形状決定に有効であることを報告してきた。これら一連の報告を、特に応力密度法の拡張という観点から考察する。

以下では参考文献中と異なる表記を用いることがあるが、これは本報告中での表記を統一するためである。

2 応力密度法

2.1 概略

まず、応力密度法 [1)]の概略を示す。応力密度法(Force Density Method)は1973年に発表された主にケーブルネット構造の形状決定を目的とする数値解析手法である。

文献 [1)]ではまず応力密度 q が

$$q = n / L \tag{1}$$

として定義される。これは、各々のケーブルにおいてケーブルの負担する軸力 n をケーブルの長さ L で除した量である(図 1)。

このように未知のケーブル長や軸力を含んだ量である応力密度をすべてのケーブルに既知量として与える点が、応力密度法の大きな特徴となっている。応力密度の具体的な与え方については文献中に言及はなく、試行錯誤や経験が必要といわれている。

もう一つ応力密度法の大きな特徴として挙げられるのが、1 回の線形逆計算で形状決定が行える点である。ケーブル同士の接続、固定点の座標、節点に作用する外力を指定したとき、系全体の力の釣り合い式は

$$\boldsymbol{Dx} = \boldsymbol{p}_x - \boldsymbol{D}_f \boldsymbol{x}_f \quad \boldsymbol{Dy} = \boldsymbol{p}_y - \boldsymbol{D}_f \boldsymbol{y}_f \quad \boldsymbol{Dz} = \boldsymbol{p}_z - \boldsymbol{D}_f \boldsymbol{z}_f \tag{2}$$

と書ける。ここに、$\boldsymbol{D}$ は釣り合い行列、$\boldsymbol{x,y,z}$ は節点座標を並べた列ベクトル、$\boldsymbol{p}_x \boldsymbol{p}_y \boldsymbol{p}_z$ は節点に作用する外力の成分を並べた列ベクトルである。また、添え字 f は固定点に関するもの、添え字 f のないものは自由節点に関するものを表す。 (2)式は自由節点の節点座標を未知数とした線形連立方程式である。(2)式は $\boldsymbol{D}$ の逆行列を用いて

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{x} = \boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{p}_x - \boldsymbol{D}_f \boldsymbol{x}_f) \quad \boldsymbol{y} = \boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{p}_y - \boldsymbol{D}_f \boldsymbol{y}_f) \\ &\boldsymbol{z} = \boldsymbol{D}^{-1}(\boldsymbol{p}_z - \boldsymbol{D}_f \boldsymbol{z}_f) \end{aligned} \tag{3}$$

として単純に解くことができる。

特に外力を $\boldsymbol{0}$ とおいた場合、その解は自己釣り合い力モードを持ち、初期張力の導入が可能なケーブルネットの形状として利用することができる。初期張力の導入により実現が期待される自己釣り合い力モードは、予めケーブルごとに与えた応力密度と、解の形状から得られるケーブル長から、式(1)を用いて求めることができる。不静定次数が 1 の構造の場合期待される自己釣り合い力モードが必ず実現する。また、不静定次数が 2 以上の構造の場合も最低ひとつの自己釣り合い力モードの存在が保

証される。

応力密度法を用いると、固定点の座標、応力密度、外力などを変更可能なパラメータに据えることで、ケーブルネット構造の形状のスタディを簡便に行うことができる(図 2)。

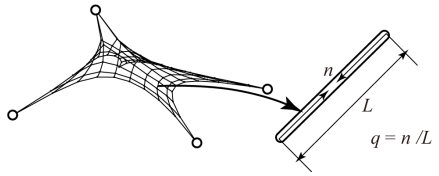


図 1　応力密度の定義

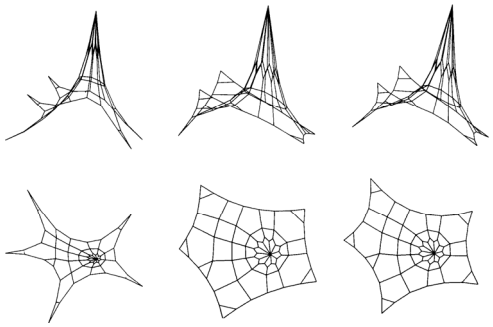


図 2 応力密度法による
ケーブルネットの形態解析(文献 [1]より)

2.2　汎関数の停留問題への帰着

一般に力の釣り合いに関する問題の大部分は、汎関数の停留問題に帰着させることができる。そこで、本節では応力密度法を汎関数の停留問題の一解法として捉えなおす。

外力が一切作用しないとき、応力密度法における力の釣り合い式は、次に示す簡単な汎関数の停留問題に帰着することができる。

$$\Pi(\boldsymbol{x}) = \sum_j w_j L_j{}^2(\boldsymbol{x}) \rightarrow \text{stationary} \tag{4}$$

ここに、$\boldsymbol{x}$ は節点の x,y,z 座標を並べた行ベクトルである。以降では x,y,z 座標の区別なく n 個の未知数を並べたものとして

$$\boldsymbol{x} = [x_1 \cdots x_n] \tag{5}$$

とする。ただし、自由節点の座標変数のみ含めるものとし、固定点の座標変数は予め除いておく。また、添え字 j は部材番号、w は直線部材ごとに与えられた重み係数、L_j は第 j 直線部材の長さを与える関数である。文献 [1]においても、“外力が作用しないとき応力密度法の解は、応力密度によって重み付けされた長さの 2 乗和を最小にする形状と一致する”という趣旨の指摘が見られる。

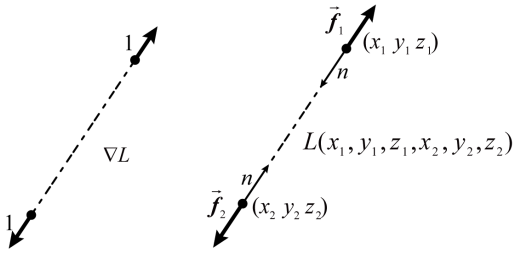
ここで、(4)式の停留条件を書き下すと、

$$\frac{\partial \Pi(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} = \sum_j 2 w_j L_j \nabla L_j = \boldsymbol{0} \tag{6}$$

と書ける。ただし、∇は関数の勾配を与える演算子であり、具体的には以下のように行ベクトルを与える。

$$\nabla L_j = \frac{\partial L_j}{\partial \boldsymbol{x}} = \left[\frac{\partial L_j}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial L_j}{\partial x_n} \right] \tag{7}$$

(7)式は関数 L_j の最大変化方向を表す。



(a)長さの勾配　　(b)直線部材の力の釣り合い

図 3 直線部材

本報では、関数 L_j として第 j 直線部材の両端の座標変数(6 パラメータ)から 2 点間距離を計算するものに限定して考察を行う。このとき式(7)は図 3(a)に示すように、部材の両端における 1 対のベクトルを表す。その長さはいずれも 1 で、その向きは互いに逆向きで部材に並行である。

一方、軸力 n を負担し、両端に作用する外力と釣り合っている直線部材を考える(図 3(b))。

このような直線部材の両端に作用する外力は、大きさが軸力 n と等しくその向きは部材と平行で、互いに逆向きである。図 3(a)と図 3(b)を比べることで、このような直線部材のみからなる自己釣り合い系の力の釣り合いは

$$\sum_j n_j \nabla L_j = \boldsymbol{0} \tag{8}$$

と書けることがわかる。任意の n 次元列ベクトルと(8)式の内積をとることにより、仮想仕事式

$$\delta w = \left(\sum_j n_j \nabla L_j \right) \cdot \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{bmatrix} = 0 \tag{9}$$

が得られる。さらに、部材長さの変分を

$$\delta L_j = \nabla L_j \cdot \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \vdots \\ \delta x_n \end{bmatrix} \tag{10}$$

とおけば、(9)式は

$$\delta w = \sum_j n_j \delta L_j = 0 \tag{11}$$

と書くことができる。(11)式は、自己釣り合い系において、可能な任意の変形に伴う部材長変化は仕事をしないことを意味している。

ここで、力の釣り合い式である(8)式に応力密度の定義式(1)を代入することで次式を得る。

$$\sum_j q_j L_j \nabla L_j = \boldsymbol{0} \tag{12}$$

(12)式は力の釣り合い式に応力密度の定義式(1)を代入したものであるから、外力を $\boldsymbol{0}$ とした場合の応力密度法の釣り合い式とまったく同一であり、形式が異なるだけである。さらに、(12)式と(6)式を比べれば、外力がない場合の応力密度法の釣り合い式と(6)式の停留条件が一致することがわかる。また、(6)式の重み係数 $2w_j$ と(12)式の応力密度 q_j が、形状決定問題において同等な役割を担うパラメータであることもわかる。また、応力密度法は、停留条件(12)の解法として、逆行列を用いた一回の線形逆計算を選択したものと位置づけることができる。

3 膜応力密度法

3.1 概略

本節では、膜応力密度法 [2]の概略を述べる。膜応力密度法(Surface Stress Density Method)は 1999 年に発表された主に膜構造の形状決定を目的とする数値解析手法であり、応力密度法を参照している。

まず三角形要素のみによる力の釣り合いを考察する(図 4)。三角形要素の応力状態として、その内部は平面的に定応力かつ等方静圧状態であり、それぞれの辺に垂直かつ面内方向に、単位長さあたり σ （文献中の σ_0）の大きさの力を負担しているものとする。以下 σ を膜応力と呼ぶこととする。

次に膜応力密度 Q(文献中の Q_s)を次式で定義する。

$$Q = \sigma / S \tag{13}$$

これは、各々の三角形要素において三角形要素の負担する膜応力 σ を三角形要素の面積 S で除した量である。このような手続きは､応力密度法を参照したものである。

膜応力密度の具体的な与え方については文献中に言及はないが、一つの膜材を構成する総ての三角形要素に同一の値を与えているものと推察できる。

さらに文献 [2]では、このような三角形要素の 3 つの頂点に外力が働き、釣り合っている状態について考察し、ここから系全体の力の釣り合い式を立式している(図 4)。ただしその解法については応力密度法ほど簡潔ではないため、本報では省略する。 図 5 に文献中で紹介されている、解の形状を示す。

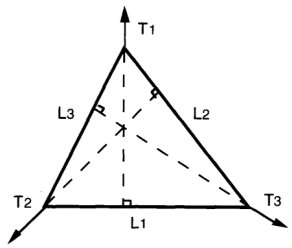


図 4 三角形要素に働く外力(文献 [2]より)

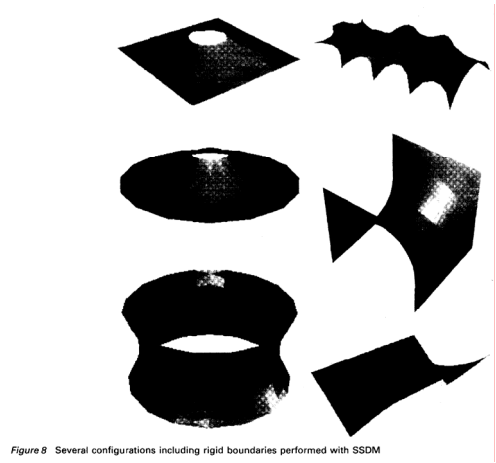


Figure 8 Several configurations including rigid boundaries performed with SSDM

図 5 膜応力密度法による膜形状の解(文献 [2]より)

3.2 汎関数の停留問題への帰着

応力密度法と同様に、膜応力密度法も、汎関数の停留問題に帰着させることができる。境界反力以外に外力が一切作用しないとき、膜応力密度法における力の釣り合い式は、次に示す簡単な汎関数の停留問題に帰着することができる。

$$\Pi(\boldsymbol{x}) = \sum_j w_j S_j^{\,2}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \text{stationary} \tag{14}$$

添え字 j は要素番号、w は三角形要素ごとに与えられた重み係数、S_j は第 j 三角形要素の面積を与える関数である。これは“外力が作用しないとき膜応力密度法の解は、膜応力密度によって重み付けされた面積の 2 乗和を最小にする形状と一致する”と解釈することができる。(4)式と(14)式を比較することで、膜応力密度法が、応力密度法を膜構造へ拡張したものであることが大変明確に理解できる。

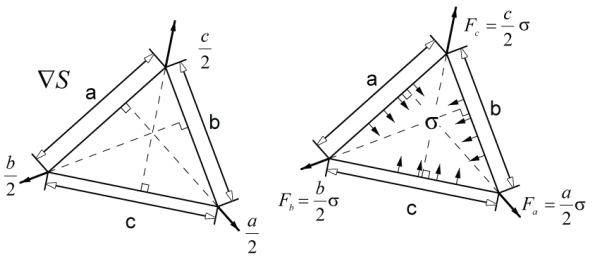
ここで、(14)式の停留条件を書き下すと、

$$\frac{\partial \Pi(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} = \sum_j 2 w_j S_j \nabla S_j = \boldsymbol{0} \tag{15}$$

と書ける。ただし、∇は関数の勾配を与える演算子であり、具体的には以下のように行ベクトルを与える。

$$\nabla S_j = \frac{\partial S_j}{\partial \boldsymbol{x}} = \left[\frac{\partial S_j}{\partial x_1} \cdots \frac{\partial S_j}{\partial x_n} \right] \tag{16}$$

(16)式は関数S_jの最大変化方向を表す。



(a)面積の勾配　　(b)三角形要素の力の釣り合い

図6 三角形要素

本報では、関数S_jとして第j三角形要素の3頂点の座標変数(9 パラメータ)から三角形の面積を計算するものに限定して考察を行う。このとき式(16)は図6(a)に示すように、要素の3つの頂点における3つのベクトルを表す。その向きは、向かい合う辺に垂直かつ外向きで、その大きさは向かい合う辺の長さの半分に等しい。

一方、前節と同様な一様な応力場を実現している三角形要素が、3 つの頂点に作用する外力と釣り合っているとする (図 6(b))。前節同様、3 つの辺に働く単位長さあたりの力をσとする。

このような三角形要素の3つの頂点に作用する外力の組は唯一に定まることが知られており、図 6(b)に示すとおりである。図 6(a)と図 6(b)を比べることで、このような三角形要素のみからなる自己釣り合い系の力の釣り合いは

$$\sum_j \sigma_j \nabla S_j = \boldsymbol{0} \tag{17}$$

と書けることがわかる。(8)～(13)式と同様な手続きにより仮想仕事式

$$\delta w = \sum_j \sigma_j \delta S_j = 0 \tag{18}$$

が得られる。 (18)式は、このような自己釣り合い系において、可能な任意の変形に伴う面積変化は仕事をしないことを意味している。

ここで、力の釣り合い式である(17)式に膜応力密度の定義式(13)を代入することで次式を得る。

$$\sum_j Q_j S_j \nabla S_j = \boldsymbol{0} \tag{19}$$

(19)式は力の釣り合い式に膜応力密度の定義式(13)を代入したものであるから、境界反力以外の外力が作用しないとした場合の膜応力密度法の釣り合い式とまったく同一であり、形式が異なるだけである。さらに、(19)式と(15)式を比べれば、外力がない場合の膜応力密度法の釣り合い式と(15)式の停留条件が一致することがわかる。また、(15)式の重み係数$2w_j$と(19)式の膜応力密度Q_jが、形状決定問題において同等な役割を担うパラメータであることもわかる。

さらに文献 [2]では膜の境界にケーブルが配置された構造についても考察している。ケーブルは2節点直線要素の集合でモデル化され、それぞれの直線要素に応力密度が与えられている。三角形要素には膜応力密度が与えられる。これまでの考察を踏まえれば、これは、次式のような汎関数を設定したものである。

$$\Pi(\boldsymbol{x}) = \sum_j w_j S_j^{\,2}(\boldsymbol{x}) + \sum_j w_j L_j^{\,2}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \text{stationary} \tag{20}$$

第一項は三角形要素に関する総和、第二項は直線要素に関する総和である。S は三角形要素の面積、L は直線要素の長さを表す関数である。w は三角形要素、直線要素に与えられた重み係数であり、それぞれ、膜応力密度、応力密度の2倍に相当する。重み係数は様々な形状を得るために付加されたパラメータであり、任意の値を与えることができる。(20)式の停留条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \Pi(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} = \sum_j 2w_j S_j \nabla S_j + \sum_j 2w_j L_j \nabla L_j = \boldsymbol{0} \tag{21}$$

仮想仕事式は次のように書ける。

$$\delta w = \sum_j 2w_j S_j \delta S_j + \sum_j 2w_j L_j \delta L_j = 0 \tag{22}$$

これは可能な任意の形状変化に伴う要素の長さ、面積の変化が仕事をしないことを意味している。

4 変分法に基づいたテンセグリティの形状決定

変分法に基づいたテンセグリティの形状決定の手法が野口らにより提案されている [3]。一連の提案は、膜とテンセグリティを組み合わせたテンセグリティ膜構造の提案にまで踏み込んでいるが、ここではケーブルと圧縮材（以下ストラット）からなるテンセグリティの形状決定についてのみ述べる。本報における他の汎関数の表記に倣えば、文献 [3]は次のような汎関数を設定したものである。

$$\Pi(\boldsymbol{x}) = \sum_j \frac{1}{2} w_j (L_j(\boldsymbol{x}) - \bar{L}_j)^2 + \sum_k \lambda_k (L_k(\boldsymbol{x}) - \bar{L}_k) \rightarrow \text{stationary} \quad (23)$$

第 1 項はケーブル材に関する総和を表し、$\bar{L}_j$ はケーブル材の変形前の長さ、関数 $L_j(\boldsymbol{x})$ は形状 $\boldsymbol{x}$ における部材の変形後の長さを表す。第 2 項はストラット材に関する総和を表し、長さの制約条件に *Lagrange* 未定乗数法を適用したものである。$\bar{L}_k$ は部材の長さの制約値、$L_k(\boldsymbol{x})$ は形状 $\boldsymbol{x}$ における部材の長さを表す。

(23)式は、ケーブル材に単純な弾性エネルギーを、ストラット材には長さの制約条件を与えたものであると解釈できる。圧縮材に与えられたパラメータはその長さ $\bar{L}_k$ のみである。一方ケーブル材に関しては、変形前の長さ $\bar{L}_j$ と重み係数 w_j の 2 つのパラメータが設定されている点が前章までの汎関数と大きく異なる。また、形状そのものを解とする形状決定問題において、変形前の形状に関する仮定をおいている点には疑問が残る。このような考察を踏まえ、 (23)式と(4)式、(14)式を比べると、応力密度法、膜応力密度法で設定された汎関数は、形状から一意に定まる量(長さ、面積)のみ含んでおり、変形前の形状に関する仮定を一切含んでいないことがわかる。

文献[3] では(23)式の解法として *Newton-Rapson* 法を用いた収束計算を選択している。

5 極小曲面の形状決定

膜構造の形状としては、面積が極小値をとる極小曲面を基準にすることが多い。また、いたるところ一様な応力状態の実現している等張力曲面と極小曲面は同一であることが知られている。極小曲面の形状決定手法としては次式に基礎を置く形状決定が大半である。

$$\Pi(\boldsymbol{x}) = \sum_j S_j(\boldsymbol{x}) \rightarrow \text{stationary} \quad (24)$$

ここに、関数 S は各々の要素の面積を表す。文献[4]は等張力曲面の仮想仕事式をテンソルを用いて表現し、ガラーキン法により(28)式の停留条件を導いたものである。

川口らは文献[5]で、次式を用いると、ケーブルと膜からなる構造の様々な形状を求めることができると述べている。

$$\Pi(\boldsymbol{x}) = \sum_j S_j(\boldsymbol{x}) + \sum_j \lambda_k (L_k(\boldsymbol{x}) - \bar{L}_k) \rightarrow \text{stationary} \quad (25)$$

ここに第 1 項は三角形要素に関する総和であり S は三角形要素の面積を表す。第 2 項はケーブル材に関する総和であり、ケーブルの長さの制約条件に *Lagrange* 未定乗数法を適用したものである。関数 $L_k(\boldsymbol{x})$ はケーブル材を構成する複数の直線要素の長さの総和、$\bar{L}_k$ は指定されたケーブル材の長さである。

6 拡張型応力密度法

応力密度法を圧縮材を含んだ自己釣り合い系(テンセグリティなど)に応用すると様々な問題が生じてしまう[7][8]。筆者らは一連の論文[6]で、そのような構造の形状決定問題に対して、次に示すような従来提案されてこなかった汎関数を用いることを提案してきた。

$$\Pi = \sum_j w_j L_j^{\,4} + \sum_k \lambda_k (L_k - \bar{L}_k) \rightarrow \text{stationary} \quad (26)$$

第 1 項は引っ張り材に関する総和、第 2 項は圧縮材に関する総和である。引っ張り材には重み係数が、圧縮材にはその長さがパラメータとして与えられている。その停留条件は次のようになる。

$$\frac{\partial \Pi(\boldsymbol{x})}{\partial \boldsymbol{x}} = \sum_j 4 w_j L_j^{\,3} \nabla L_j + \sum_j \lambda_k \nabla L_k = \boldsymbol{0} \quad (27)$$

これは、釣り合い式(8)に対して、次に示す関係

$$w = n / 4L^3 \Rightarrow n = 4wL^3 \quad (28)$$

を代入したものである。(28)式と(1)式の応力密度の定義との類似性から、本報ではこのような重み係数を拡張応力密度と呼ぶこととする。

ここで応力密度法を考察しなおせば、

1. まず、適切な拘束条件（固定点の座標）と適切なパラメータ（応力密度）を与えて力の釣り合い式を立式する
2. 次に力の釣り合い式の解法として、逆行列を用いた線形逆計算を選択する

ものといえる。一方、(26)式が提案する圧縮材を含む自己釣り合い系への拡張は、

1. まず、適切な拘束条件（圧縮材の長さ）と適切なパラメータ（拡張応力密度）を与えて力の釣り合い式を立式する
2. 次に力の釣り合い式を汎関数の停留問題に帰着させ、一般の非線形方程式の数値解法を用いて解く

ものである。従って応力密度法と同様なアプローチであるが、異なる解法を選択したものということができる。図 7 に(26)式により得られる様々なテンセグリテ　ィ構造を示す。

また、次式を用いた、ケルン・ダンス場の形態バリエーションの探索の様子を図 8 に示す。

$$\Pi = \sum_j w_j L_j^{\ 4} + \sum_j w_j S_j^{\ 2} + \sum_k \lambda_k (L_k - \overline{L}_k) \rightarrow \text{stationary} \quad (29)$$

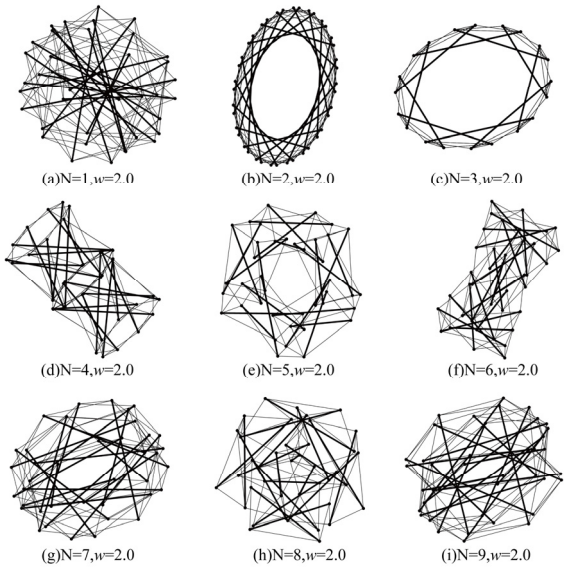


図 7 様々なテンセグリティ

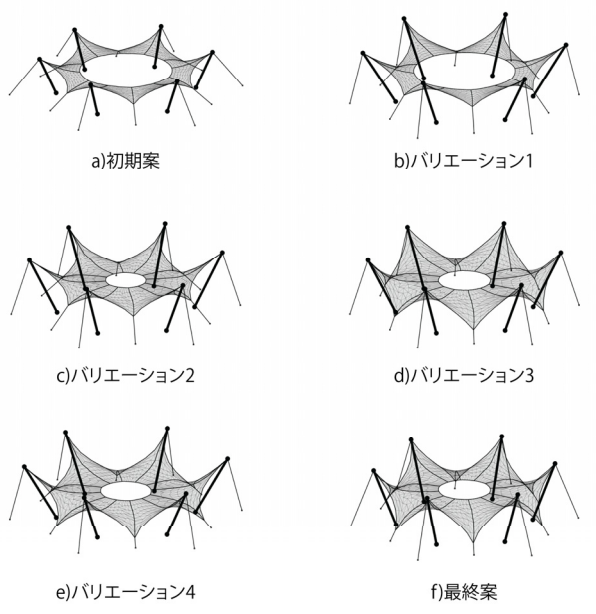


図 8 ケルン・ダンス場の形態解析

7 まとめ

本報告で考察した様々な汎関数を表 1 に一覧する。

このように、張力構造の形状決定手法の横断比較においては、汎関数の設定を明確するというアプローチが大変有効である。また、筆者らが文献 [6]などで提案してきた新しい汎関数の設定が、応力密度法の拡張として位置づけられることも明確となった。ただし、圧縮材に対して長さの制約条件を与える根拠については、さらなる詳細な考察が必要であり、今後の課題としたい。

応力密度法 [1]	$\Pi = \sum_j w_j L_j^{\ 2}$
膜応力密度法 [2]	$\Pi = \sum_j w_j S_j^{\ 2}, \Pi = \sum_j w_j S_j^{\ 2} + \sum_j w_j L_j^{\ 2}$
変分法に基づく方法 [3]	$\Pi = \sum_j \frac{1}{2} w_j (L_j - \overline{L}_j)^2 + \sum_k \lambda_k (L_j - \overline{L}_j)$
極小曲面 [4]	$\Pi = \sum_j S_j$
付帯条件付極小曲面 [5]	$\Pi = \sum_j S_j + \sum_k \lambda_k (L_k - \overline{L}_k)$
拡張型応力密度法 [6]	$\Pi = \sum_j w_j L_j^{\ 4} + \sum_k \lambda_k (L_k - \overline{L}_k)$ $\Pi = \sum_j w_j L_j^{\ 4} + \sum_j w_j S_j^{\ 2} + \sum_k \lambda_k (L_k - \overline{L}_k)$

表 1 様々な汎関数

参考文献

1) Schek, H. J., The force density method for form finding and computation of general networks, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*,1974, **3**, pp.115–134.

2) Maurin, B., Motro, R., The surface stress density method as a form-finding tool for tensile membranes, *Eng. Struct.*, 1999, **20**(8), pp.712–719.

3) Goto, K., Noguchi, H., Form Finding Analysis of Tensegrity Structure Based on Variational Method, *Proceedings of The Forth China – Japan - Korea Joint Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems*, 2006, pp.455-460.

4) Bletzinger, K-U., Ramm, E., Structural optimization and form finding of light weight structures, *Comput. Struct.*, 2001, **79**, pp2053-2062.

5) 川口健一, 柯宛伶, 三木優彰, 付帯条件付き極小曲面と一般化最急降下法に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文集, 2008 ,No632, pp.1773-1777.

6) 三木優彰, 川口健一, 応力密度法と汎関数の停留に基づいた張力構造の形状決定問題に関する基礎的考察, 計算工学講演会論文集, 2009, **14**(1), pp. 105-108

7) Tibert, A. G. and Pellegrino, S., Review of Form-Finding Methods for Tensegrity Structures, *International Journal of Space Structures*, 2003, **18**(4), pp.209-223.

8) Zhang, JY., and Ohsaki, M., Adaptive force density method for form-finding problem of tensegrity structures, *International Journal of Solids and Structures*, 2006, **43**, pp.5658-5673.

解の多用性を考慮したGA系解法による自由曲面シェル構造のひずみエネルギ最適化に関する研究

和田大典[1)]，本間俊雄[2)]
1) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻　院生　wada@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻　工博・教授　honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

1．はじめに

自由曲面シェル構造は、構造合理性が意匠に直接関係した、美しい形態と豊かな空間を持つ建築形態である。最近、非対称性を有した曲面形態が設計されるようになってきている。しかし、それらの構造の力学特性は複雑であり、設計者の知識と直観によって実現可能な形態を決定することは困難な作業である。また、今後、設計要求が多様化する中で任意の曲面形態を創り上げるためには、構造設計者は意匠性に加えて構造合理を考慮した建築形態の提示が求められている。

自由曲面シェル構造の設計は、力学的な指標を目的関数とする構造最適化問題に帰着され、応力分布やコンプライアンス、ひずみエネルギを目的関数とした文献1)−3)の研究などがある。著者らは、この構造最適化の多点探索解法として、生物集団の進化の過程を工学的に模倣した遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm:GA）[4)]系解法ISGA（GA with immune system）[5)]を提案している。ISGAは存在可能な許容解（feasible）の中でも、大域的最適解や局所最適解を含む比較的評価の高い解（優良解: decent solution）が獲得できる解法であり、単一・多目的最適化問題にかかわらず一度の試行で複数の優良解を探索する。また、計算アルゴリズムの一部を修正することで、パレート最適フロント上の解の探索も可能である[6)]。従って、優良解の獲得は、設計者の選択肢の幅が広げられ、要求条件を満足させた曲面形態の設計に応用できる。

本論では、有理テンソル積ベジェ曲面[7)]によって離散化された自由曲面シェル構造の構造形態最適化問題にISGAを適用し、優良解の獲得を目指す。解析例ではまず、多目的最適化を行う前に、ひずみエネルギ，曲げひずみエネルギを目的関数とした対称曲面シェルの単一目的最適化問題（single objective optimization problem：SOP）を扱う。次に、ベジェ曲面の重み係数を利用した非対称曲面シェルのSOPに適用する。

2．節点座標と厚み分布の定式化

曲面形態の離散化では、4節点のアイソパラメトリック要素を採用する[8)]。その際、離散化されたすべての節点座標を設計変数とすると、遺伝子長が長くなることから解の収束に問題が起こる。本解析では、制御点で曲面形状が表現できる有理テンソル積ベジェ曲面を採用し、計算の効率化を図る。

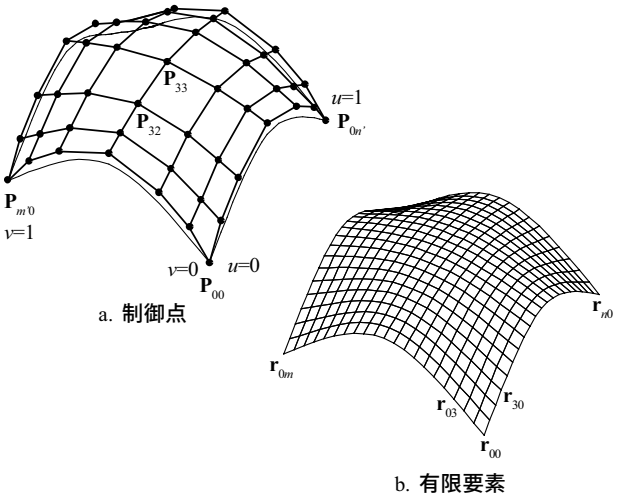


図１　有限要素と制御点

2.1有理テンソル積ベジェ曲面

有理テンソル積ベジェ曲面は制御点と基底関数を用いて定義される。有限要素と制御点の関係を図1に示す。以下では、有理テンソル積ベジェ曲面を用いた節点座標の定式化について説明する。なお、この操作はシェルの厚み分布にも適用する。

曲面上の任意の位置ベクトルを次式で与える。

$$\mathbf{r}(u,v)=[\ r_x(u,v),\ r_y(u,v),\ r_z(u,v)]^T \qquad (1)$$

ここでu,v：$u,v\in[0.0,1.0]$で表現される曲面上の位置パラメータを表わす。曲面形状を決定する制御点を網目状に$m'+1\times n'+1$配置し、各点の位置ベクトルを次のようにおく。

$$\mathbf{P}_{ij}=[p_{xij},p_{yij},p_{zij}]^T\ (i=0,1,\ldots,m',j=0,1,\ldots,n') \qquad (2)$$

この時、曲面上の任意の位置ベクトル$\mathbf{r}$は次式となる。

$$\mathbf{r}=\mathbf{r}(u,v)=\frac{\sum_{i=0}^{m'}\sum_{j=0}^{n'}w_{ij}B_i^{m'}(u)B_j^{n'}(v)\mathbf{P}_{ij}}{\sum_{i=0}^{m'}\sum_{j=0}^{n'}w_{ij}B_i^{m'}(u)B_j^{n'}(v)} \qquad (3a,b)$$

$$B_i^{m'}(u)=\frac{m'!}{i!(m'-i)!}u^i(1-u)^{m'-i} \quad \text{(バーンスタイン基底関数)}$$

ここで$B^{m'}{}_i(u)$：m'次のバーンスタイン基底関数，w_{ij}：各制御点の重み係数である。有限要素の節点は、曲面をu,v方向に$m\times n$分割される。従って、制御点の領域内

の節点 $\mathbf{r}_{kl}(u_k,v_l)=[r_x(u_k,v_l),r_y(u_k,v_l),r_z(u_k,v_l)]^T$ はパラメータ u,v の離散データ u_k,v_l（$k=0,1,\ldots,m, l=0,1,\ldots,n$）により次式で表わされる。

$$\mathbf{r}_{kl}=\mathbf{r}(u_k,v_l)=\frac{\sum_{i=0}^{m'}\sum_{j=0}^{n'}w_{ij}B_i^{m'}(u_k)B_j^{n'}(v_l)\mathbf{P}_{ij}}{\sum_{i=0}^{m'}\sum_{j=0}^{n'}w_{ij}B_i^{m'}(u_k)B_j^{n'}(v_l)} \qquad (4)$$

要素の板厚分布も厚み分布ベクトルを $\mathbf{h}=[h_x,h_y,h_z]^T$、厚み分布に対する制御点の位置ベクトルを $\mathbf{P}^h{}_{ij}=[p^h_{xij},p^h_{yij},p^h_{zij}]^T$ と定義し、式(3)と同様な記述で表すことができる。これより、要素内の板厚分布は滑らかに表現される。なお、各要素の板厚 t は、要素の端点で設定された板厚の平均値とする。

3．解の多用性を考慮した GA 系解法 ISGA

最適化問題の解法として、解の多様性を考慮した GA 系解法 ISGA を採用する。ISGA の計算アルゴリズムを図2に示す。この解法は、従来の GA の計算パラメータの他に、グループ数 r と上位個体選択率 H の設定を行う。グループ数 r は設計変数空間の解状況、上個体選択率 H は個体の評価の上限値に関係する。ISGAは問題毎にこれらの設定値を変えることで、解空間特性を把握した優良解探索が可能となる。さらに、既往の解法の殆どが目的関数空間上でニッチ操作を行っているのに対し、ISGAは設計変数空間上で行う。これは目的関数空間上の一点における設計変数空間上の複数の解の選択を可能にするためである。詳しいアルゴリズムは文献 5),6)を参照されたい。

4．対称曲面シェルの構造形態創生

形態創生例として、一辺が 20m の正方形平面を有する自由曲面シェルの SOP を行う。解析モデルは図3に示す隅角部ピン支持の平板シェル(Model-A:節点数441, 要素数 400)である。解析の際は、構造物の対称性を考慮して 1/4 モデル(節点数 121, 要素数 100)を扱う。解析領域と有理テンソル積ベジェ曲面による制御点の位置は図3bとする。なお、自由曲面シェルは境界部ほど曲率をきつく中央部ほど緩やかになるように、制御点の配置を決め、節点座標と板厚の 2 種類設定する。通常、節点座標を未知量とする形状最適化問題を扱う場合、解の収束性を考えて初期形状は最適解形状の近傍に設定される。ただし、解は初期形状に依存しやすい。ここでは多様な構造形状の獲得を目的とし、ISGAの計算アルゴリズムを生かした優良解探索とするため、初期形状を平板で与えた（図3a)。

4.1 ひずみエネルギ最適化問題

ここで扱う SOP は、ひずみエネルギ最小化問題である。SOP の定式化は次式で与えられる。

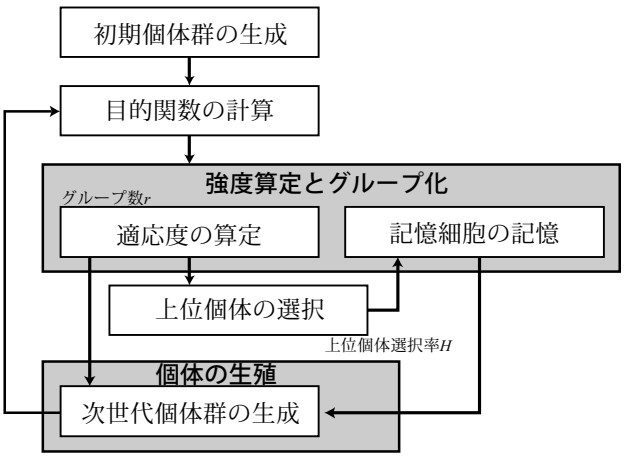
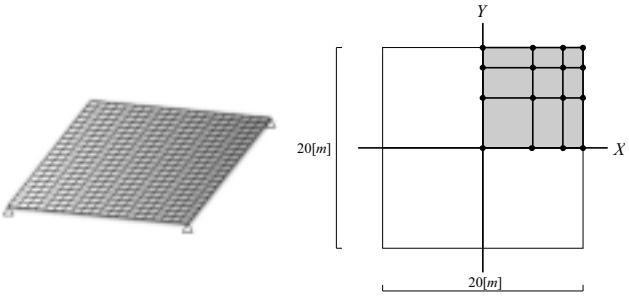


図２　計算フロー



a. **初期形状**　　b. **制御点**

図３　解析モデル　Model-A

表１　ISGA **パラメータ**　Model-A

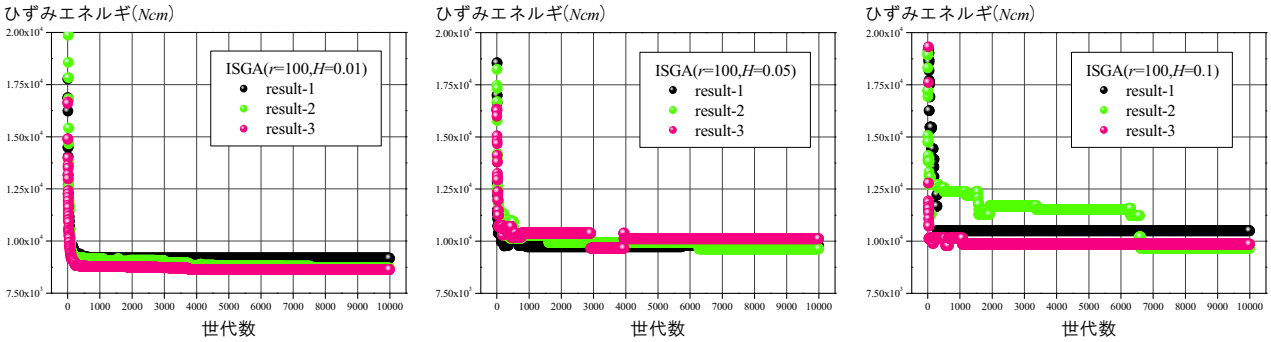
個体数	200	突然変異率	0.005
世代数	10000	記憶細胞数	100
世代交代率	0.9	選択方式	トーナメント
交叉率	0.7	交叉方式	二点交叉

$$Minimize \quad f(\mathbf{A},\mathbf{R})=\mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d} \qquad (ひずみエネルギ)$$

$$subject\ to \quad \mathbf{A}^L\le\mathbf{A}\le\mathbf{A}^U \quad \mathbf{R}^L\le\mathbf{R}\le\mathbf{R}^U \qquad (制約条件) \qquad (5a,b)$$

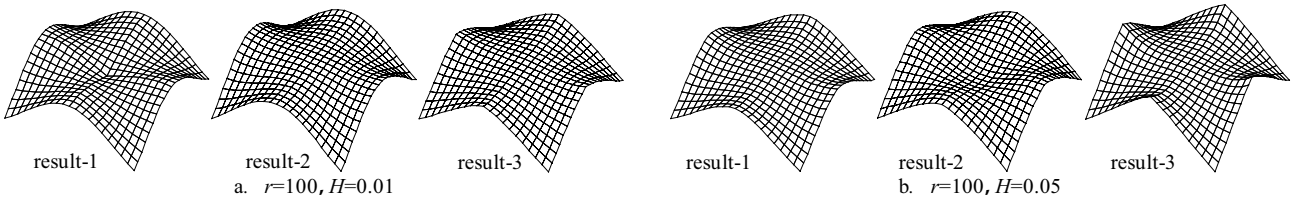
ここで、**A**:要素特性ベクトル , **R**:節点情報ベクトル , **d**:節点変位ベクトル , **K**：全体剛性マトリクスを表す。載荷荷重は長期に自重と等分布荷重 $\omega=1.0\times10^{-3}$[N/cm^3] を設定する。設計変数は板厚 t と節点座標 z の制御点であり、各々 16bit の二進数型でコード化する。構造解析は許容応力度設計を行い、弾性定数 E=2.1 × $10^6$$N/cm^2$、ポアソン比 0.2 とする。基本的な GA パラメータは表1に示すと通りである。

解析結果を図4−6に示す。図4は ISGA（r = 100, H=0.01, 0.05, 0.1）の結果3例（result-1 ～ 3）を目的関数空間上にプロットしたものである。ここで、縦軸は目的関数、横軸は世代数を表わす。ISGAによる解析結果は、上位個体選択率を H=0.01 とした場合、SGAの結果と一致し、試行回数を重ねても一定値に収束する。Hの値を 0.05, 0.1 とすると、最適解近傍の優良解が捉えら



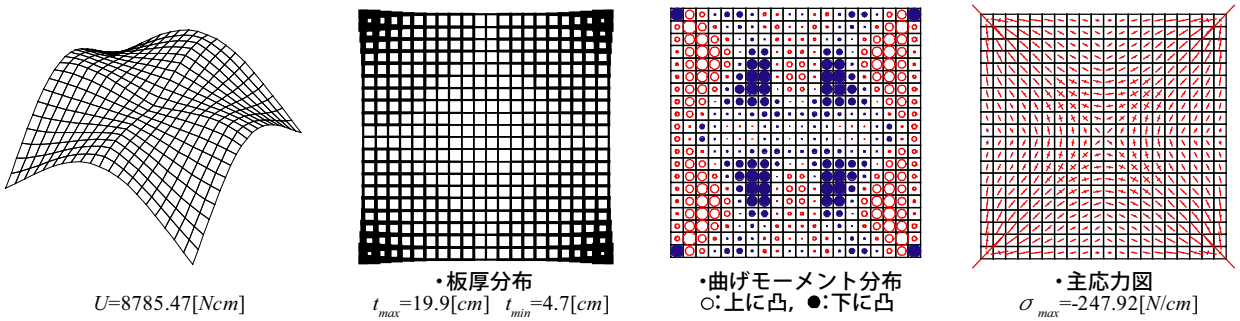
a. r=100, H=0.01　　b. r=100, H=0.05　　c. r=100, H=0.1

図４　解析結果（目的関数空間）　Model-A



a. r=100, H=0.01　　b. r=100, H=0.05

図５　構造形状例（r=100, H=0.01,0.05）　Model-A



a.　result-1

b.　result-2

図６　力学性状（r=100, H=0.01）　Model-A

れる。図５に ISGA（r=100, H=0.01, 0.05）により得られた各試行の最適解曲面形状例を示す。図６は ISGA（r=100, H=0.01），result-1,2 で得られた構造形状の力学性状である。なお、図６板厚分布の実線太さは板厚の比率、曲げモーメント分布の円の直径は曲げモーメントの大きさ、主応力図の実線長さは主応力の大きさの比率を表す。得られた解は試行毎に異なる構造形状が捉えられる（図５）。注目すべきは、図6a,b は、同じ目的関数値で異なる曲面形状を示し、曲げモーメント分布と主応力図が異なることである。この理由は、目的関数であるひずみエネルギが軸ひずみと曲げひずみをトータルで扱っているためであり、局所的に軸ひずみエネルギもしくは曲げひずみエネルギのみが最小化された解が捉えられている可能性がある。

4.2 曲げひずみエネルギ最適化問題

次に、曲げひずみエネルギの最小化を目標とした SOP を扱う。SOP の定式化は次式で与えられる。

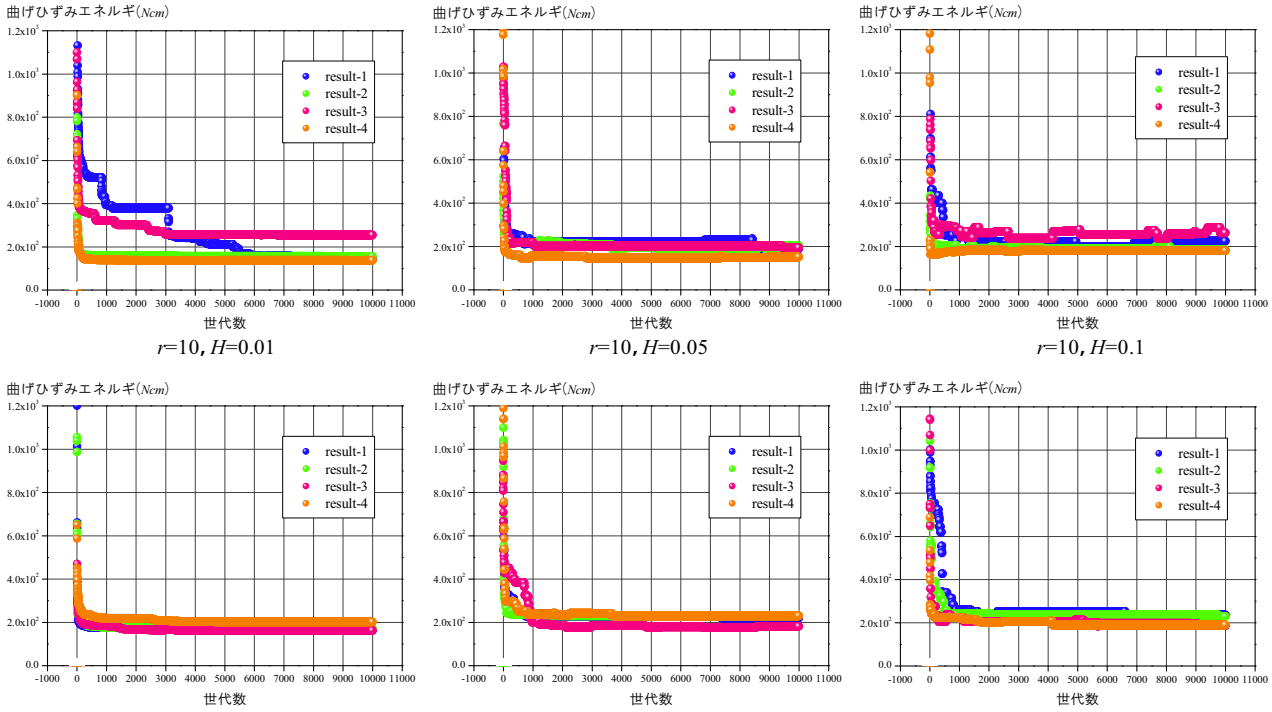
$$Minimize \quad f(\mathbf{A},\mathbf{R}) = \mathbf{w}^{eT}\mathbf{K}^{b}\mathbf{w}^{e} \qquad \text{(曲げひずエネルギ)} \qquad (6a,b)$$

$$subject\ to \quad \mathbf{A}^{L} \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^{U} \quad \mathbf{R}^{L} \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^{U} \qquad \text{(制約条件)}$$

ここで、$\mathbf{w}^{e}$：面外変形マトリクス，$\mathbf{K}^{b}$：面外剛性マトリ

クスを表わす。設計変数は板厚tと節点座標zの制御点であり、各々16bitの二進数型でコード化する。載荷荷重 , 構造解析 ,IGGA の基本的なパラメータは前述の通りである。

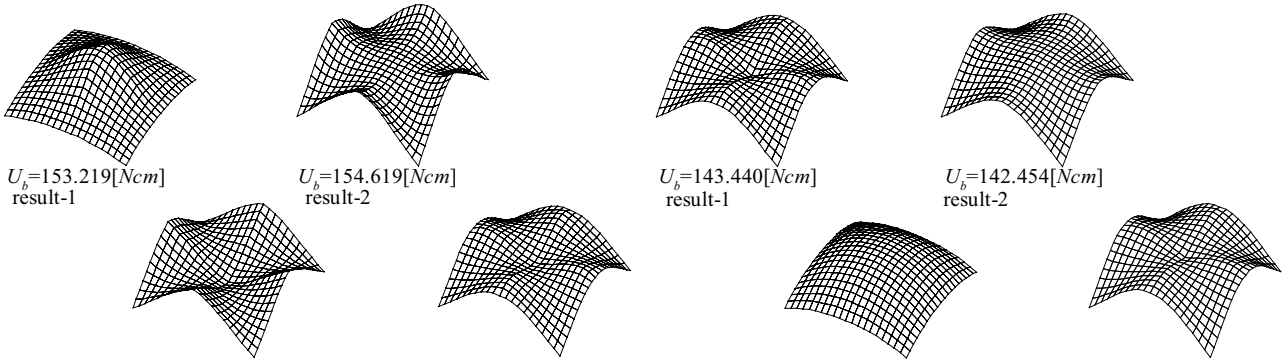
解析結果を図 7-10 に示す。図 7 は ISGA(r = 10 , 100 , H=0.01 , 0.05 , 0.1)で複数回試行した結果の内、4 例を目的関数空間上にプロットしたものである。図 8-10 に ISGA(r =10 , 100 , H=0.01)で得られた各試行の最適解構造形状例と力学性状を示す。曲げひずみエネルギのみを目的関数に設定した場合、得られる解は各試行ごと



r=10, H=0.01　　r=10, H=0.05　　r=10, H=0.1

r=100, H=0.01　　r=100, H=0.05　　r=100, H=0.1

図７　解析結果（目的関数空間）　Model-A



U_b=153.219[Ncm] result-1　　U_b=154.619[Ncm] result-2

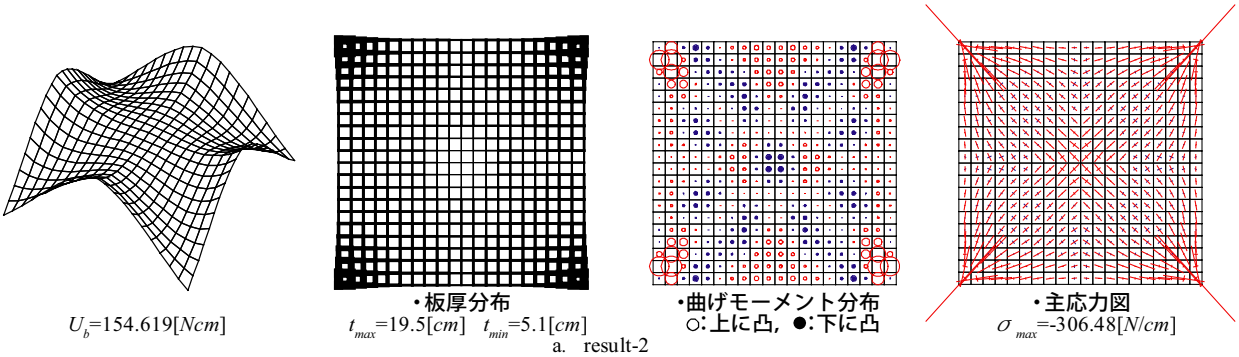
U_b=253.722[Ncm] result-3　　U_b=136.393[Ncm] result-4

図８　構造形状例（r=10, H=0.01）　Model-A

U_b=143.440[Ncm] result-1　　U_b=142.454[Ncm] result-2

U_b=122.807[Ncm] result-3　　U_b=211.754[Ncm] result-4

図９　構造形状例（r=100, H=0.01）　Model-A



U_b=154.619[Ncm]　　t_{max}=19.5[cm]　t_{min}=5.1[cm]　　σ_{max}=-306.48[N/cm]

a.　result-2

図１０　力学性状（r=10, H=0.01）　Model-A

に異なる目的関数値を示した。

5．非対称曲面シェルの構造形態創生

有理テンソル積ベジェ曲面の重み係数を利用して、非対称性を有する自由曲面シェルの構造形態創生を行う。解析モデルは図11aに示す平板シェル(Model-B)である。フルモデルで構造解析を行う際の制御点は7×7の格子状配置である(図9c)。曲面形態を決定する制御点の重み係数はw_{ij}=1.0を基準とし、値を変化させその点の依存性を決定する。ここでは、重み係数を$\mathbf{P}_{44}$にw_{44}=1.5、それ以外を1とした。図12に重み係数と制御点の関係を2次曲線の例を示す。扱う問題は、式(5)ひずみエネルギの最小化を目標とするSOPである。設計変数は板厚tと節点座標zの制御点である。載荷荷重，構造解析は前述と同様である。ISGAの基本パラメータは表2の通りとする。

解析結果を図13-15に示す。図13はISGA(r=100, H=0.01, 0.05)により得られた解析結果を目的関数空間上にプロットしたものである。図14はISGA(r=100, H=0.01,0.05)による構造形状例である。得られた曲面形状の力学性状を図15に示す。なお、高さ分布の円の直径は、初期形状と比較した際の曲面形状の変形量を意味する。

6．考察

対称曲面シェルのひずみエネルギ最小化について、最適化された構造形状は、シェル縁部が放物線状に上昇し、圧縮応力で抵抗する形状を示した。図6の主応力図(result-1,2)は、モデル中央部で最小の値をとり、支持部に向かって面内力を伝達する。これに伴い、部材断面も主応力が大きい要素ほど板厚が厚く、モデル中央部に向かって滑らかに変化する。曲げモーメントは曲面形状の曲率に関係した分布である。ここで、図5b,result-2は他の形状に比べて中央部が窪んだ形状を有している。これは、初期形状を平板として最適化計算を行っているため、ライズが確保されない扁平な曲面形状と考える。

これに対し、曲げひずみエネルギのSOPは、試行毎に目的関数値が一定値に定まらず、得られた解形状から局所解が存在していると判断する。ISGAはグループ数をr = 10とすると、最終世代での目的関数値のばらつきが大きく、r = 100とした時は、各試行結果のばらつきが小さかった。グループ数 rによる解探索の特性については、今後、検討する必要がある。図8,9より解形状は、山形の曲面形状や(図8result-1)、中央部がへこみ外側のライズが最も高くなる形状など、ひずみエネルギを扱った時よりも多くの曲面形状が獲得されている。各々の形状は要素内の曲げモーメントがほぼ均一に最小化される(図10)。特に、図8, result-1,2は同じ

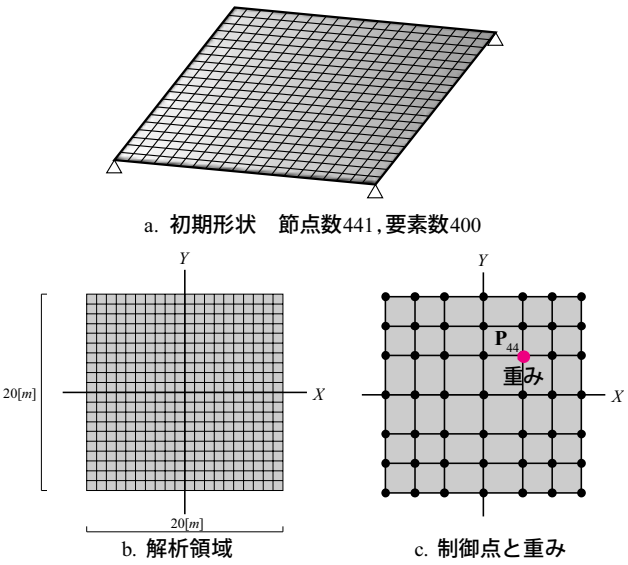


図１１　解析モデル　Model-B

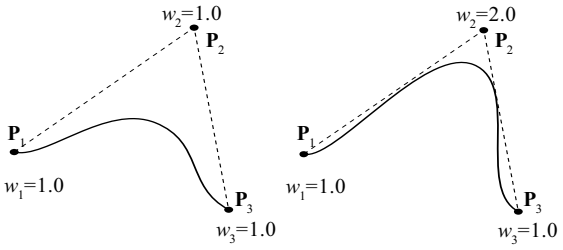


図１２　重み係数と曲線表現

表２　ISGAパラメータ　Model-B

個体数	200	突然変異率	0.001
世代数	5000	記憶細胞数	100
世代交代率	0.9	選択方式	トーナメント
交叉率	0.7	交叉方式	二点交叉

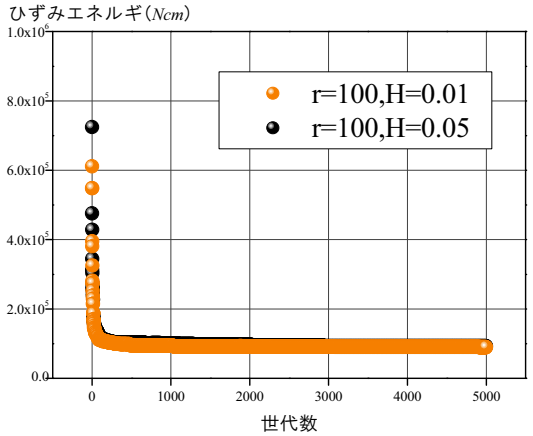


図１３　解析結果(目的関数空間)　Model-B

目的関数値で異なる曲面形状を示すことができた。

制御点の重み係数を利用した非対称曲面シェルのSOPについて、目的関数空間におけるISGAのパラメータ特性はModel-Aと同様な傾向である(図13)。図14に示された各世代の曲面形状は、重みづけされた点が常

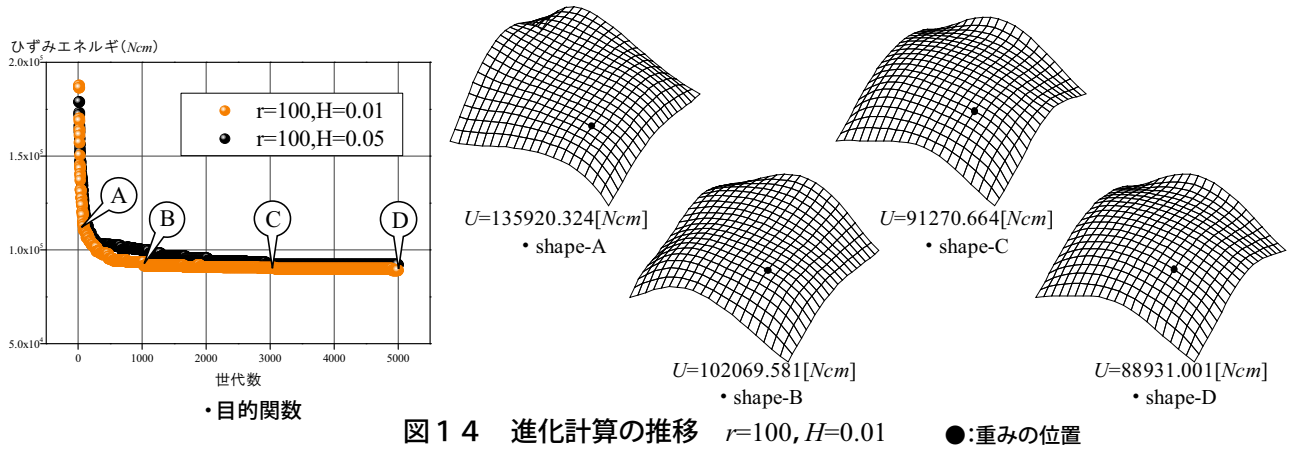
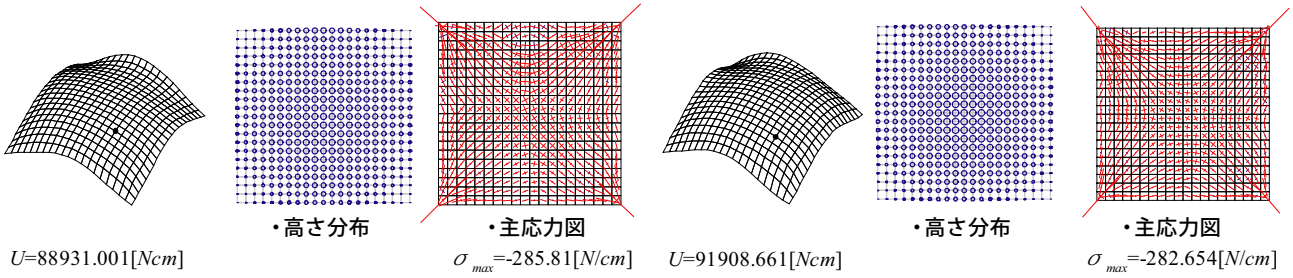


図１４　進化計算の推移　r=100, H=0.01　　●:重みの位置



a.　r=100,H=0.01　w_{44}=1.5　　b.　r=100,H=0.05

図１５　力学性状　Model-B

に凸となるような形状を示している。これは、重み係数の値を変化させることで曲面の凹凸が設定できることを意味する。特徴的な力学性状は、図15より曲面形状が上に凸の所ほど主応力が小さく、境界部で最大となる分布である。板厚も主応力図に基づいた分布であり、力学的に優れた形状が獲得されている。ただし、得られた曲面形状は完全な非対称でなく、複雑な曲面形状を得るには、重み係数と曲面形状の関係性の把握や制約条件導入の効果に関する検討が必要である。

７．まとめ

本論は、解の多様性を考慮したGA系解法ISGAを自由曲面シェルの単一目的最適化問題に適用した。さらに、有理テンソル積ベジェ曲面の重み係数を利用して、非対称性を考慮した自由曲面シェルのSOPを行い、曲面形状の例を示した。

対称性を考慮した解析例では、ひずみエネルギ，曲げひずみエネルギを用いたSOPを扱い、最適解形状に加えてその近傍の多様な曲面形状が得られている。特に、曲げひずみエネルギを目的関数としたSOPでは、局所的に優れた多くの解が確認できる。大スパン構造物である曲面シェル構造は、ライズ・スパン比によって曲げひずみが支配的な挙動を示し、曲げひずみエネルギを目的関数とした形状決定では、力学的に安定な構造物を得る有効な評価指標になる。有理テンソル積ベジェ曲面の利用は曲面表現の自由度を上げ、計算時間の短縮と形態獲得に利用できる。重み係数は非対称曲面形状の制御の可能性を示した。ISGAは曲面シェル構造の最適化において設計変数の異なる種々の解が獲得でき、設計者の選択肢を広げる有効な支援ツールであることも確認された。

参考文献

1)大森博司，山本憲司：応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究－その１シェル構造への適用－，日本建築学会構造系論文集，**496**，67-73，1997．6

2)木村俊明，大森博司：形状の厚さと同時最適化法の定式化とその応用，日本建築学会構造系論文集，**640**，1091-1098，2009．6

3)藤田慎之輔，大崎純：ひずみエネルギーとパラメトリック曲面の代数不変量を考慮したシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，**639**，857-863，2009．5

4)日本建築学会：*実践やさしくわかる建築・都市・環境のためのソフトコンピューティング*，丸善，2009

5)本間俊雄，野瑞憲太：解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生，日本建築学会構造系論文集，**614**，35-43，2007．4

6)和田大典，本間俊雄：解の多様性を考慮した優良解を探索する遺伝的アルゴリズム系解法と解の特性，バイオメディカル・ファジィ・システム学会第22回年次大会講演論文集，21-24，2009．10

7)杉原厚吉：*グラフィックスの数理*，共立出版，1995

8)鷲津久一郎，宮本博：*有限要素法ハンドブックⅠ基礎編*，培風館

地形の侵食アルゴリズムに基づく空間構造の平面形態と力学特性

中村直義 [1)]，朝山秀一 [2)]
1) 東京電機大学大学院工学研究科建築学専攻大学院生，tdu_asayama@yahoo.co.jp
2) 東京電機大学未来科学部建築学科教授

図 1 地形を模した構造の軸組図（I 型平面の場合）

1 はじめに

構造の最適化問題については、過去に多くの研究が行われているが、近年では新しい構造形態の創生と結びつき始めている [1)2)]。一方筆者らは、コンピュータで設計の概念、論理や条件を満たす空間を創生するアルゴリズミック・デザインによる形態創生を研究してきた [3)4)]。ここでは、そうした形態の力学的合理性を検討する研究の一環として、非線形物理学における稲岡・高安による台地の浸食アルゴリズム [5)]を用い、地形を模した構造を対象に、I 型、L 型、T 型、十字型の 4 平面其々における最適形態を求め、これらの構造物の力学的な特性について述べる。

2 地形生成アルゴリズムと構造モデル

降雨による台地の浸食アルゴリズム [5)]を応用して作成した空間構造（I 型平面）の軸組を図 1、各平面系に対する伏図を図 2 に示す。浸食計算を行う各構造モデルにおける節点の数は図 2 に示す通りであり、スパン方向の節点数を全て 10 節点とした。また、節点間の水平距離 5m、土地の高さを 10m とした。浸食係数を 1.5、台地の外周 4 方向に水が流れると仮定し、5000 回の浸食計算を繰り返し行い、それを初期モデルに用いた。図 3 は十字型平面におけるその過程を示したもので、図中に示す細い縦線は、水溜りの位置とその水位を 100 倍にして表示したものである。このモデルでは 10 回の繰り返しで水溜りの数は 106 箇所から 57 箇所と減少するが、20 回の繰り返しの時では、水溜りの数は 97 箇所と増加し、1000 回目まで水溜りの数は大きく変わらない。また、その位置も殆ど変わらない。その後 3000 回の繰り返しで急激に水溜りの数が減少し、4000 回で消失した。本研究では 5000 回の繰り返しまで浸食計算を行ったものを初期モデルに用いた。図 4 は、上述の水溜りの数と浸食計算の繰り返し回数の関係を各平面形に対して求めたものである。

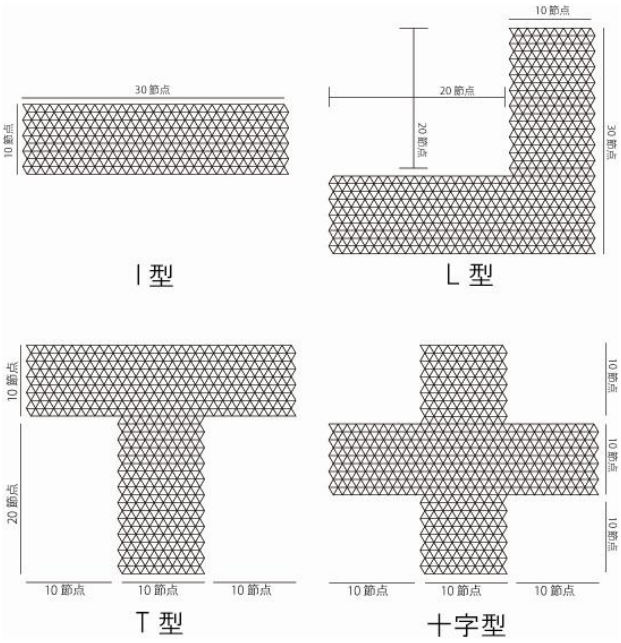


図 2　地形を模した構造の伏図

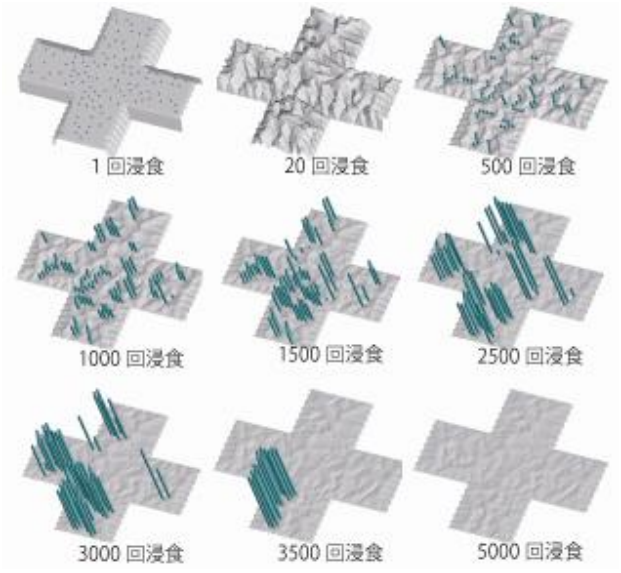


図 3　十字平面における水溜りの位置と水位の推移

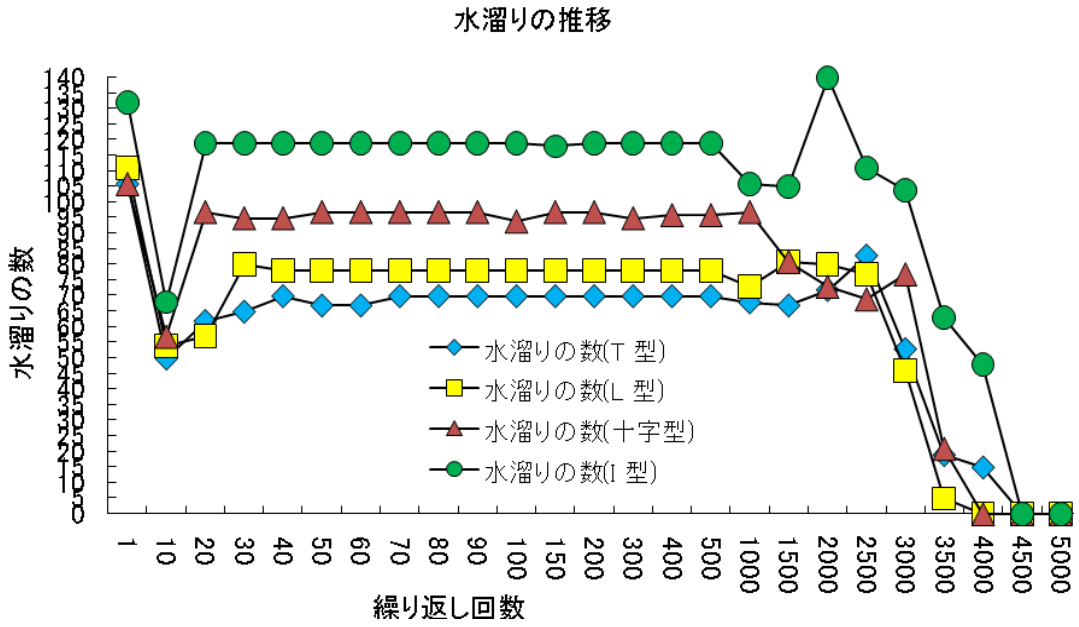


図４　各平面形における水溜りの数の推移

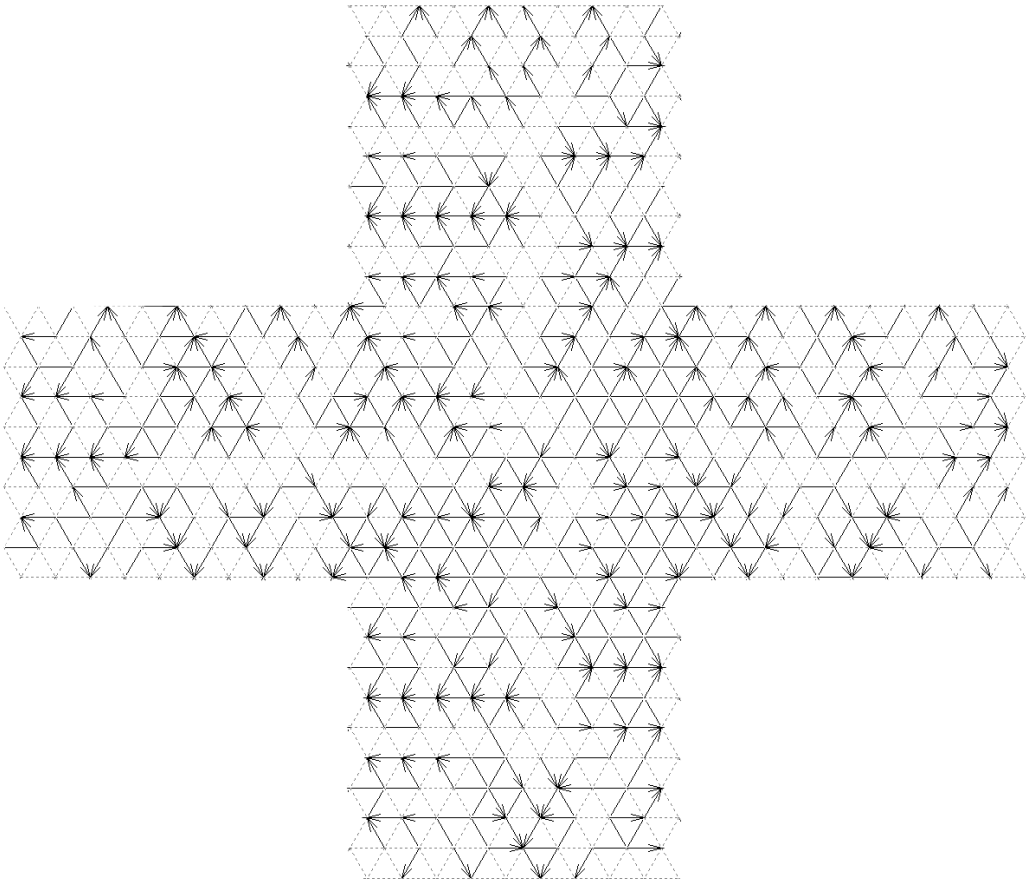


図５　十字型平面における水流方向の線画（5000 回の浸食計算による）

平面形によらず、浸食計算と水溜りの数の関係は、20～1000 回で安定しており、1000～4500 回の繰り返し計算で水溜りが消失する傾向を示した。また、その浸食計算によって得られた水流方向を示す線画を図５に示す。

3 最適形態の探査方法

ここでは、前章で作成した各平面形における初期モデルを用い、間口の長さを保ったまま鉛直方向の高さを一律 n 倍して、大きくしながら 20 回の連続解析を行い、その最大鉛直変位を目的関数として最適形態の探査を行った。

3-1 解析の条件

解析を行うための条件は以下の通りである。荷重は自重および 1kN/㎡ の積載荷重を加え、支点の拘束は間口以外の辺を全てピン接合で拘束する。繰り返し計算をする際の鉛直方向倍率は 30 倍で 20 回繰り返し計算し、600 倍まで計算を行う。部材は 450×25 の鋼管材を基本とするが、すべての解析において使用する材の量を一定にするため、高さ倍率を上げていくに伴い、使用する鋼管の断面を小さくしている。なお初期モデルの最大高さは、L 型で 95.5mm、T 型で 101.7mm、十字型で 105.9mm、I 型では 71.1mm であった。また、鋼材のヤング係数は 205000 N/㎟、ポアソン比 0.3 とした。

3-2 最適形態探査の流れ

システムの流れを図 6 に示す。まず、2 章で述べた数値に基づき、地形の浸食プログラムにより解析モデルを作成する。次に解析の条件を決定し、最適形態探査プログラムを実行する。このプログラムでは任意立体骨組解析プログラム（ MultiFrame ）へ解析に必要なデータを引き渡し、その計算終了後は、解析結果を引き出し、最適化に必要な処理を実行している。浸食計算により作成された節点座標（ x,y,z 座標 ）を用いて、Node データ、Element（部材）データの作成、部材番号の割り当て、拘束条件の設定、自重計算の指定、節点荷重の設定などをコマンド形式のプロシージャで任意立体骨組解析プログラムに引き渡す。解析データの作成終了後、初期モデルに対して 1 回目の解析が行われ、指定した値（最大変位、支点の反力、最大モーメントのいずれか）を解析結果データの中から摘出し、次に現在の全部材長を算出する。2 回目以降の解析は各節点の z 座標を変更することにより、鉛直方向倍率を違うモデルに更新され、そのつど倍率変更後の全部材長が計算される。それを用いて使用部材を初期モデルの全部材体積とほぼ同じになるようにあらかじめ準備した断面の中から選択する方法を採用し（表 1）各モデル間で部材の体積が一定になるように工夫した。

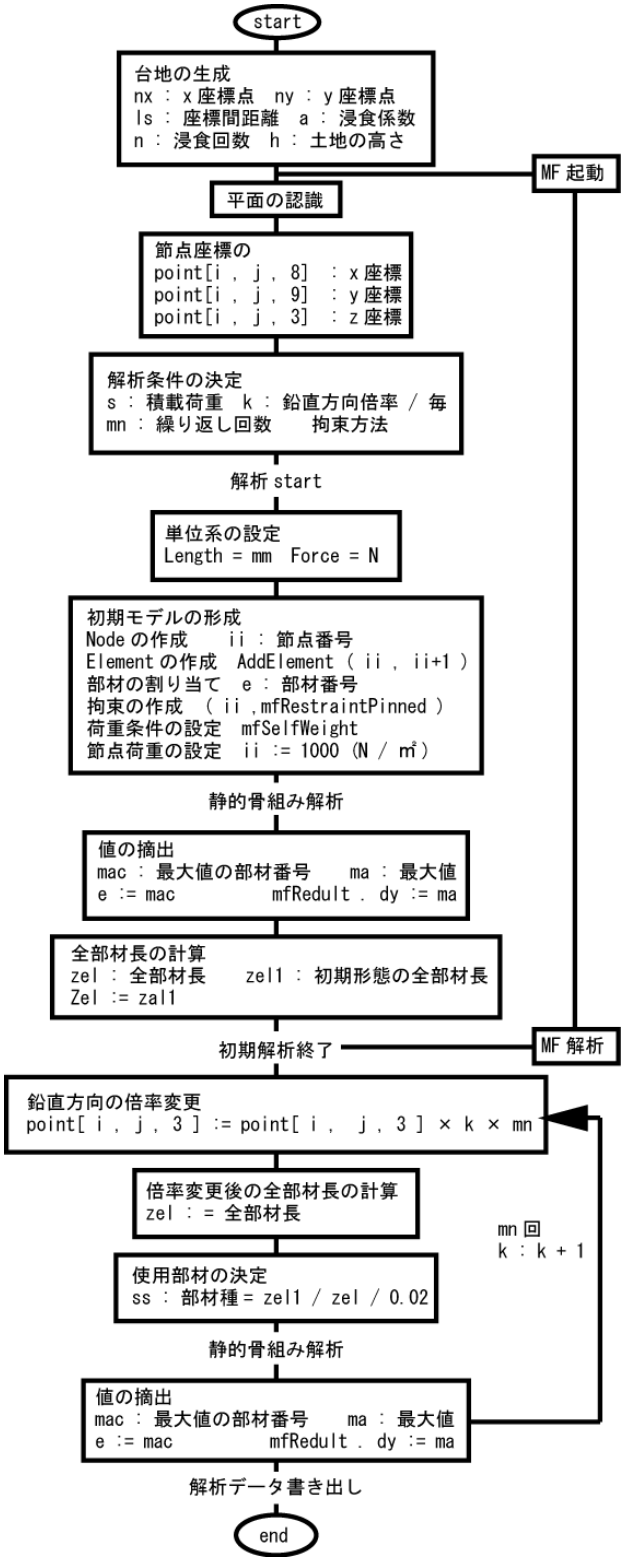


図 6　最適形態の探査の流れ

表１　鋼管材の断面リストの一部

部材	A (cm²)	I (cm⁴)	Z (cm³)	i (cm)
450×25	333.625	75586.91406	3359.418403	15.05199322
449.5×24.5	326.9525	74065.06069	3295.442077	15.0509655
449×24	320.28	72543.82035	3231.350572	15.04995847
448.5×23.5	313.6075	71023.18054	3167.142945	15.04897214
448×23	306.935	69503.12874	3102.818247	15.04800651

表２　最適倍率時の最大鉛直変位と最大曲げモーメント

	I型	L型	T型	十字型
最適倍率	300倍	300倍	300倍	300倍
最適倍率時のh比（%）	47.4	63.7	67.8	70.6
最大鉛直変位（mm）	10.795	10.37	7.96	10.36
最大曲げモーメント（kN・m）	316.8	297.4	315.3	324.8

その後、解析、最大変位の摘出を行い、2回目以降この作業を繰り返す。作業終了後、各データを保存する。

4　解析結果

図7は、T型、十字型の各平面における　最大高さと間口に対する最大高さの比（以後最高スパン比と呼ぶ）を示したもので、図8は最高スパン比と最大曲げモーメントの関係 を示したものである。

各平面形それぞれの最大変位は、I型平面では鉛直方向倍率が300倍の時（最高スパン比が47.4%の時）に最小値が得られ、10.795mmであった。同様にL型平面形においては鉛直方向倍率が300倍（最高スパン比が63.7%）の時に最小値 10.37 mm 、T型では鉛直方向倍率300倍（最高スパン比が67.8％）の時、最小値7.96 mm、最後に十字型平面では、鉛直方向倍率300倍（h比＝70.6%）の時、最小値10.36 mmとなる。

一方、最大曲げモーメントの値はすべての平面形において、最高スパン比の増加に対し急激に減少,し、150倍程度からは緩やかに減少する傾向を示した。また、各平面において最大変位が最小となった300倍の時の最大曲げモーメントの値はI型で316.7 kN ・m、L型で297.4 kN ・m、T型で315.3 kN ・m、十字型で324.8 kN ・mとなった。以上の値をまとめて表２に示す。

図9はI型平面、図10はT型、図11は十字型それぞれの平面において、最大鉛直変位が最小となった鉛直方向倍率が300倍時のモーメント図及び変形図で、最大曲げモーメント及び最大鉛直変位を図示したものである。

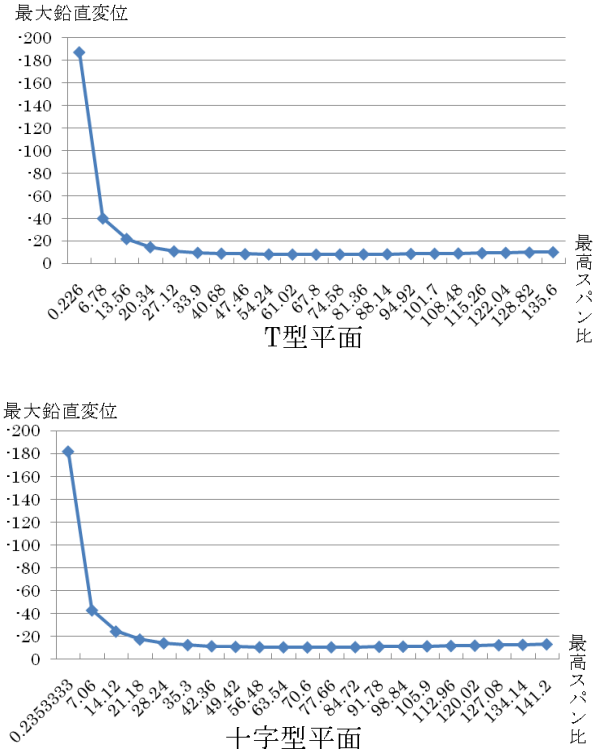


図７　最大鉛直変位の推移

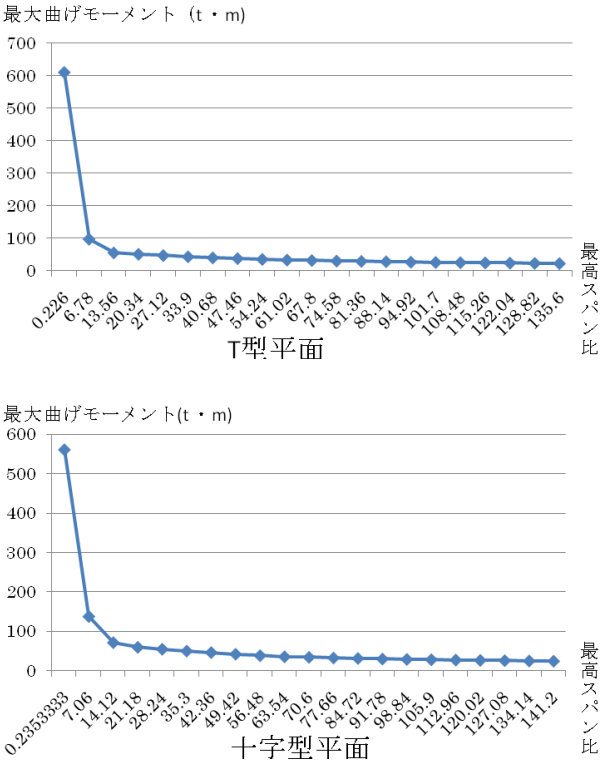


図８　最大曲げモーメントの推移

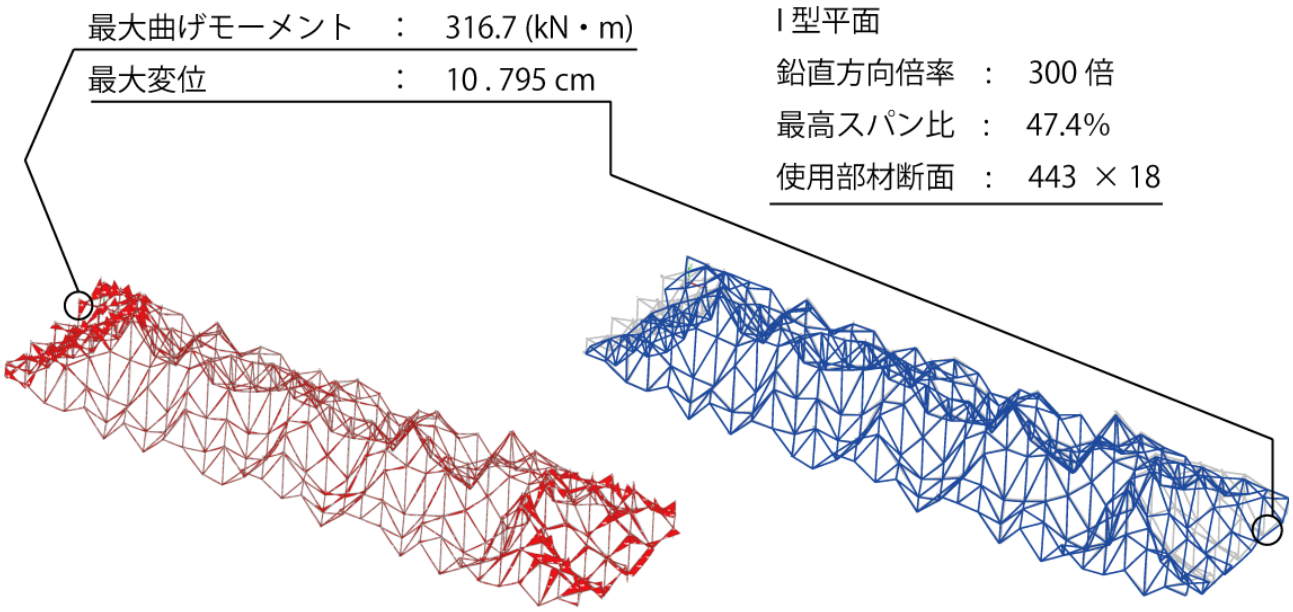


図９　I 型平面での最適倍率時のモーメント図及び変形図

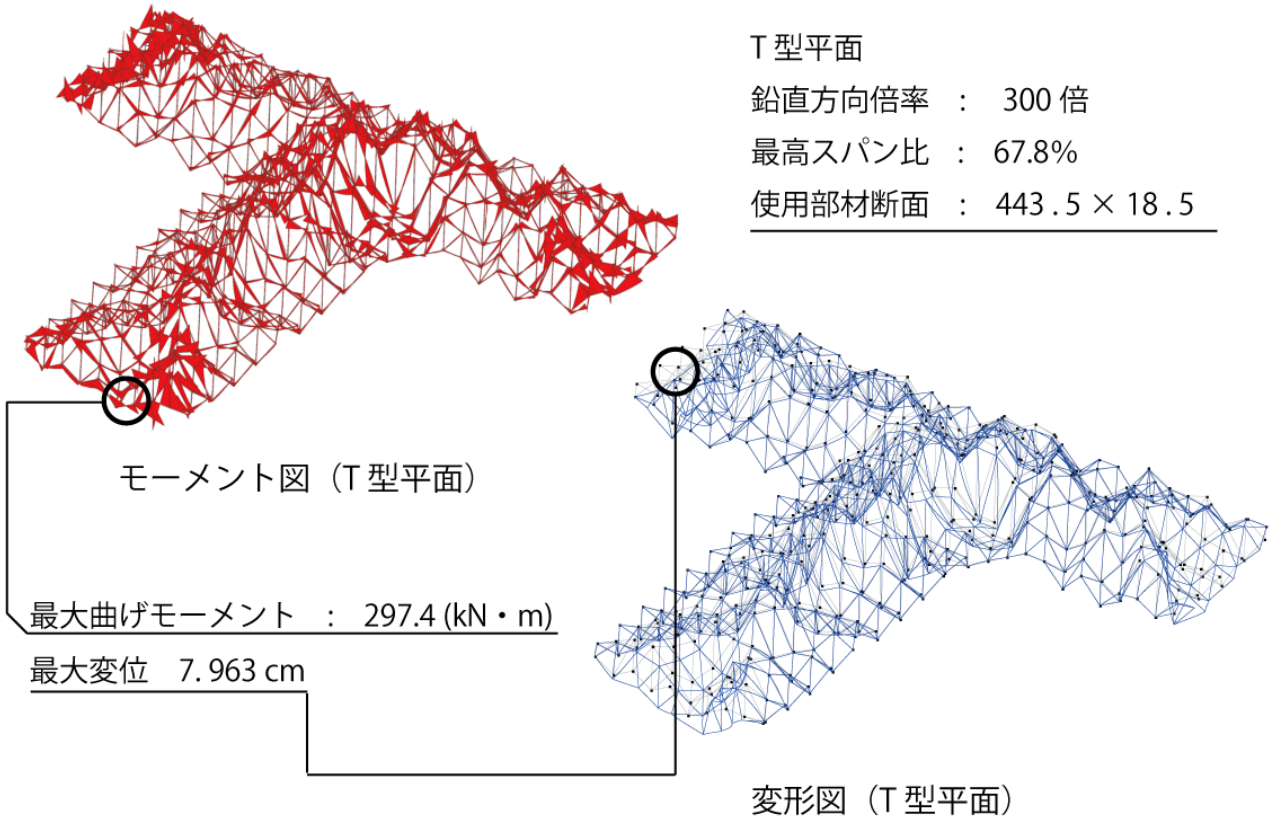


図１０　T 字型平面での最適倍率時のモーメント図及び変形図

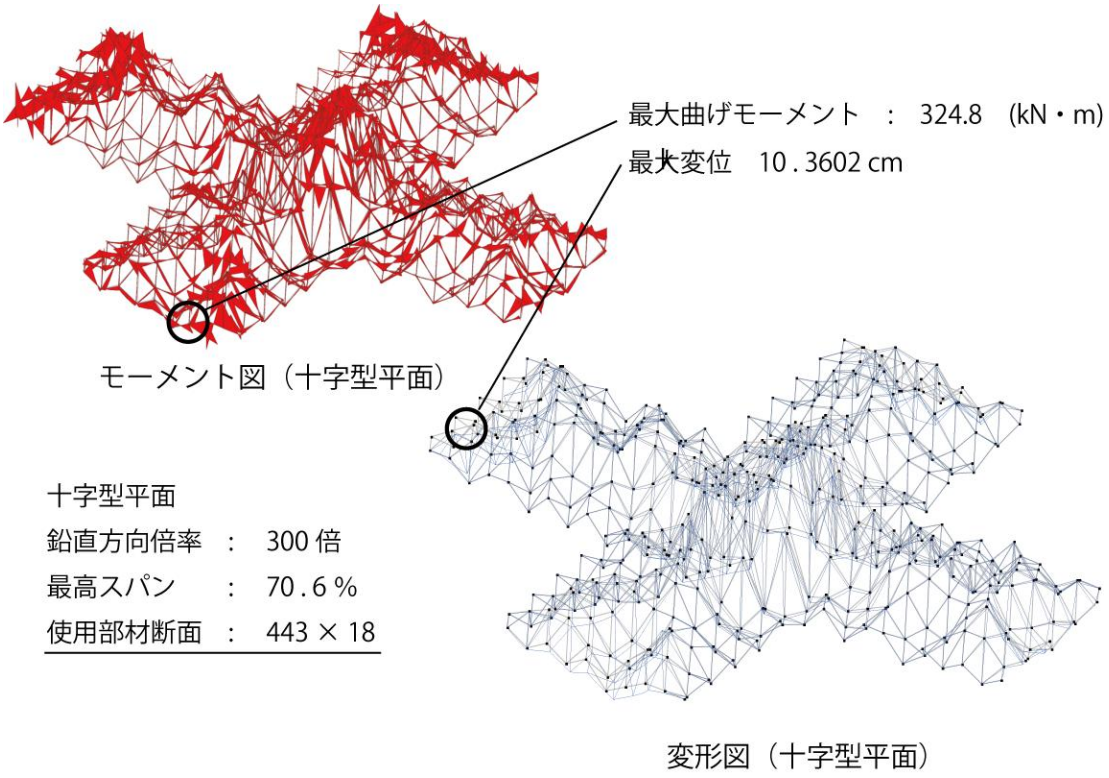


図１１　十字型平面での最適倍率時のモーメント図及び変形図

5 結論

本論文では雨が台地を侵食して地形が形成される現論理に基づき、３次元的不連続曲面で構成される空間構造について、Ｉ型、Ｌ型、Ｔ型、十字型各平面において、鉛直荷重に対する変形を解析し、その力学的性質を検討した。

この台地の浸食アルゴリズムによって生み出された構造体は、スパンを一定とすれば、今回検討した４つすべての平面形において、鉛直方向倍率の増加に対して最大鉛直変位が急激に減少し、その後、緩やかに上昇する性質があることが明らかになった。また、モデルのスパン70m に対して、最大高さは 20～30m 程度の形態が鉛直荷重に対して合理的であることが分かった。

本研究では鉛直方向の変位を目的関数として空間構造の最適形態を探査したが、今後の展望として、許容応力度と変位のそれぞれの検討を行い、この構造のより総合的な最適形態の探査を行うことが求められる。

謝辞

本研究を始めるに際し、御助言を賜ったソニーコンピュータサイエンス研究所の高安秀樹先生に感謝申し上げます。また、構造モデルの幾何学的形態を決定する際には東京電機大学院生池田義文氏と小林竜一氏のプログラムを参照させて頂きました。謝意を表させて頂きます。

参考文献

1) 大森博司、崔昌禹：拡張ESO法による構造形態の創生－多目的適応型構造とシェル構造への適応－、日本建築学会構造系論文集、第522号、pp.87-94、2001年
2) 小河利行，大崎純，立石理恵：線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，No570，pp.129-136，2003年8月
3) 朝山秀一，五十嵐太郎，位寄和久，池田靖史，奥俊信，濱野慶彦，本間俊雄，松永直美，渡辺誠：研究集会① アルゴリズミック・デザインによる建築形態創生の現状と展望，第30回情報・システム・利用・技術シンポジウム論文集
4) 日本建築学会：「アルゴリズミック・デザイン」，鹿島出版会, 2009年3月
5) Hajime Inaoka and Hideki Takayasu : Water erosion as a fractal growth process , Phy . Rev . E . 47 , pp899-910 , Feb ., 1993

不安定アーチの釣合状態と懸垂線理論に関する基礎的な検討

秋野良太[1)]，川口健一[2)]
1)東京大学大学院工学系研究科，修士課程(工学)，ryota001@iis.u-tokyo.ac.jp
2)東京大学生産技術研究所，教授，工博

1 はじめに

吊り下げた柔軟なひもの形を反転させると力学的に合理的なアーチの形状が得られる、というフックの逆さ吊りの考え方(Robert Hooke、1675 年)は、アーチの懸垂線理論の出発点であり、また、構造物の形状決定問題の実験的解法の典型の一つとして広く知られている。しかし、当然のことながら懸垂線とアーチとではその性状に違いがある。例えば、懸垂線は外力が変動すると、自ら形を変え、より安定な形状を見つけ出す事ができるのに対し、アーチはその形を維持する為にある程度の厚さと曲げ剛性が必要となるため、通常は、自らの形を変えてより安定な形に変化する事はできない。引っ張りで安定するひもは柔軟であることが許されるが、圧縮を受けるアーチは 4 つ以上ヒンジ点が生じると崩壊する、と考えられているためである。したがって、アーチは懸垂線が元来持っていた「与えられた荷重下で最も安定な形状を自ら見つけ出す」という性質はもっていない、と考えられている。Poleni 等のスケッチには円筒状の石を積んだ一見して実現不可能なアーチの図が描かれている。

ところが、組積造アーチの文献には、しばしば、組石造アーチのもつ安定性について別の観点からの記述がある。それは一言で言えば「崩壊に近づく変化を受ける組石造アーチは、その変化を最小にする形に変化する」というものである[2][7]。すなわち、アーチにも安定形状を維持しようとするシステムが内在していることは観察されているのである。

1989 年に川口[1]によって試作された「不安定アーチ」のモデルは、フライオットー等により IL 報告書に掲載された「スラストチェイン」の原理を確認するためのものである。IL 報告書のモデルは掲載された写真を良く見るとバンド状の補助材で各エレメントが連結されているが、川口のモデルでは、このようなバンドがなくても成り立つ事を確認している。

「不安定アーチ」は主として圧縮力で力を伝達するアーチ構造でありながらも「与えられた荷重下で最も安定な形状に自ら移行する」という性質を備え持った組石構造であり圧縮力によって安定性を得ている形態不安定構造物として興味深い。又、組石アーチ構造の持つ安定性を理解する上でも役に立つ。本研究は「不安定アーチ」の力学を数値的に解析しその安定形状を、数値計算を通して求めようとするものである。

組石造建築の研究を行うにあたって基本的な仮定として Heyman[2]は下記の 3 点をあげている。

1，圧縮によって系が成立（片側応力システム）
2，石材の圧壊は稀。
3，石材同士の滑りは無いと見なせる。

又、組石造構造物の崩壊形式として次の二点が一般的に知られている。

1，面外に座屈的要因で崩壊し得る。
2，面内であれば塑性ヒンジを形成し崩壊。

本研究では、上記の仮定を導入しながら、不安定アーチの安定性に関する数値解析的な考察を行う。以下では、簡単の為、不安定アーチの面外方向の自由度を無視し、平面問題として扱う。

2 不安定アーチの釣合状態

2.1 不安定アーチの特徴

不安定アーチとは 図 1 のモデルを指し以下の点で組石造建築の基本性質を表現した極めて興味深いモデルである。特徴として次の事が挙がる。

1, 各要素が面ではなく線で(平面問題としては「点」で)接している。
2, 要素同士は曲げモーメントを伝えられないので圧縮のみで安定する。
3, スパン、初期形状はある程度自由に与える事ができ、自ら安定な形状に移行する。
4, 外力の変化に対しても自らより安定な形状に移行して釣り合う。

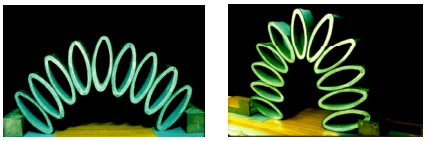


図 1 川口による不安定アーチモデル

2.2　不安定アーチの定式化

不安定アーチの釣合状態を数値解析的に求める事を考える。アーチの定式化として「要素形状に対するパラメータ」と「アーチ全体の形状を決定するパラメータ」と二段階に分けて導入する。図2に要素形状に対するパラメータを示す。要素はアーチを形成する「石」に相当するもので、必ずしもすべてが同じ形状ではなくても良いが、ここでは簡単の為、アーチは1種類の要素を積んでできていると考える。O_1、O_2はそれぞれの要素の左右の曲率中心を、Gは要素の重心を、R、hはそれぞれ曲率半径と要素幅を示している。θ maxは要素の端点を曲率中心から見た時、重心方向からどれだけ傾くかを示すパラメータである。アーチの各要素の隣接接点が最大傾斜角θ maxを越える変化を示した時、崩壊と見なす。

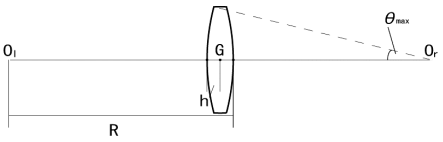


図2　要素形状に関するパラメータ

図3はアーチ全体の形状を決定するパラメータに関する図である。mは要素番号を示し、図の様に右側から順に1, 2, ･･･とつけるものとする。T_m, は要素mの隣接接点のうち要素 m−1 との接点を、T_{m+1}は要素 m+1 との接点を表す点である。各要素に対し二つずつパラメータを設けそれをφの左側と右側で区別する。ϕ_{m1}は直線O_{m1} T_mと直線O_{m1} G_mの成す角で定義され、同様にϕ_{m2}は直線O_{m2} T_{m+1}と直線O_{m2} G_mの成す角で定義される。φは図3で示した方向を正の角とする。

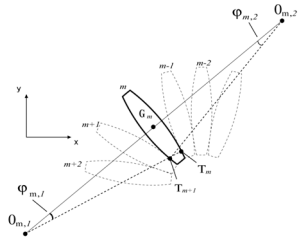


図3　パラメータによるアーチの形状定義

2.3　定式化

以下、各要素間の滑りは生じ無いものとする。要素数mのアーチに対して前節で定義したパラメータを一つの変数$\mathbf{x}$($\mathbf{x}$=[ϕ_{11}, ϕ_{12}, ･･･ϕ_{m1}, ϕ_{m2}])と書く。θ_0を初期角度(図4の台の角度に相当)とすれば、要素数mのアーチに対して次の関係式が求まる。但し、$\mathbf{e}_x$はx軸方向の単位ベクトルを、**E**は単位行列を、**T**(φ)は二次元内での角度φの回転変換を表す行列である。

$$\left|\phi_{i,j}\right| \le \theta_{\max} \quad (\text{as } i = 1,2,\ldots,m \;\; j = 1,2) \tag{1}$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{T_n T_{n+1}} = \left\{ R\mathbf{E} - 2(R-h)\mathbf{T}\left(\phi_{n,1}\right) + R\mathbf{T}\left(\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{2}\phi_{i,j}\right) + \theta_0\right)\right\}\mathbf{e}_x \\ \overrightarrow{T_n G_n} = \left\{ R\mathbf{E} - (R-h)\mathbf{T}\left(\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{2}\phi_{i,j}\right) + \theta_0 - \phi_{n,2}\right)\right\}\mathbf{e}_x \end{cases} \tag{2}$$

(n = 1,2,...m)

又、要素1の地面との接点座標からみた要素mの地面との接点座標のベクトルを$\mathbf{S}(\mathbf{x})$と書く(図4)。上記二式より $\mathbf{S}(\mathbf{x})$と T_1G_nが求まる。要素の質量を1とすれば(4)の総和のy成分がポテンシャルに対応する。

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{m} \overrightarrow{T_n T_{n+1}} \tag{3}$$

$$\overrightarrow{T_1 G_n} = \sum_{i=1}^{n-1} \overrightarrow{T_i T_{i+1}} + \overrightarrow{T_n G_n} \tag{4}$$

$$\prod = \left(\sum_{n=1}^{m} \overrightarrow{T_1 G_n} \right)_y \tag{5}$$

$\mathbf{S}(\mathbf{x})$のx軸方向成分をスパンS_x、y軸方向をS_yと定義する。アーチは$\mathbf{x}$の成分数だけ自由度を持つが付帯条件として次の三つを定義する。それぞれの括弧内は付帯条件の個数を示す。

1,各要素間の滑りが無い。(m- 1 個)

2，$\mathbf{x}$の成分和が一定である。(1 個)

3，S_x、S_yはそれぞれ一定である。(2 個)

2 に関して、$\mathbf{x}$の成分和とは両端の要素が互いにどれだけ傾いているかを示す量に対応している(図 8 の２例では 60° と 180°)以上より不安定アーチの自由度 N が次式で定義出来る。但しm=1の時は図5の様な状態を指す。

$$N = \begin{cases} 1 \;\; (\text{as m} = 1) \\ \text{m - 2} \;\; (\text{as m} > 1) \end{cases} \tag{6}$$

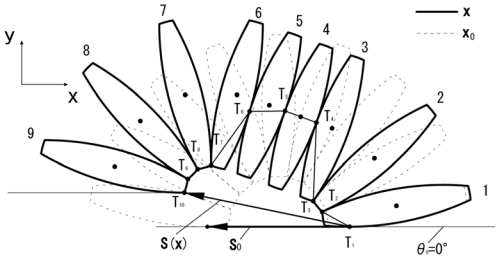


図4　S(x)の定義

2.4　アーチの解析

アーチの安定状態は重力下(図3のｙ軸の負方向に重力が作用しているものとする)での全ポテンシャルエネルギーΠ＝U(**x**)（位置エネルギー）の停留によって得られると考えられる。よって初期形状$\mathbf{x}_0$($\mathbf{x}_0$=[Φ_{11}, Φ_{12}, ･･･ Φ_{m1}, Φ_{m2}])が与えられた時、その **S** (**x**)＝$\mathbf{S}_0$とすると、前節の付帯条件を考慮して安定形状は式5によって求められる。

$$\Pi = U(\mathbf{x}) \longrightarrow \text{停留}$$

$$\text{付帯条件}\begin{cases} \left(\phi_{i+1,2} - \phi_{i,1}\right) - \left(\Phi_{i+1,2} - \Phi_{i,1}\right) = 0 \\ \qquad\qquad (i = 1,2 \ldots m-1) \\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{2}\left(\phi_{i,j} - \Phi_{i,j}\right) = 0 \\ \mathbf{S}(\mathbf{x}) - \mathbf{S}_0 = \mathbf{0} \end{cases} \quad (7)$$

上式は非線形連立方程式となる為、以下、数値解法として本研究では一般化最急降下法を用いる。

数値計算例1

まずは本手法を用いて安定状態が求められる事をｍ＝1の簡単な場合について確認する。図4の様に初期形状をϕ=15°　で計算するとϕ=7.2×10^(-7)°　の解が求められた。

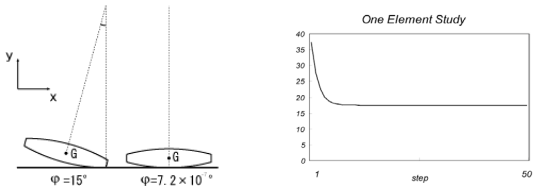


図5　m=1の安定形状探索

数値計算例2

次に同様にｍ＝3、9の時それぞれ表5に示す初期形状をアーチに与え解析した。表のE1は要素1を示している。図6,7にそれぞれのステップ数とポテンシャルエネルギー値Πの関係、最終安定形状を示す。

表6　m=3,9の解析結果

		m＝3		m＝9	
		初期	安定	初期	安定
E1	Left	10.00	10.88	10.00	8.33
	Right	12.00	11.30	10.00	10.03
E2	Left	12.00	11.30	10.00	10.03
	Right	8.00	8.08	10.00	11.18
E3	Left	8.00	8.08	10.00	11.18
	Right	10.00	10.35	10.00	11.56
E4	Left			10.00	11.56
	Right			10.00	8.06
E5	Left			10.00	8.06
	Right			10.00	8.06
E6	Left			10.00	8.06
	Right			10.00	11.56
E7	Left			10.00	11.56
	Right			10.00	11.18
E8	Left			10.00	11.18
	Right			10.00	10.03
E9	Left			10.00	10.03
	Right			10.00	8.33

R=600,h=35, θ max=15°　単位は「度」
m=3では台の角度を40°　80°
m=9では水平とする。

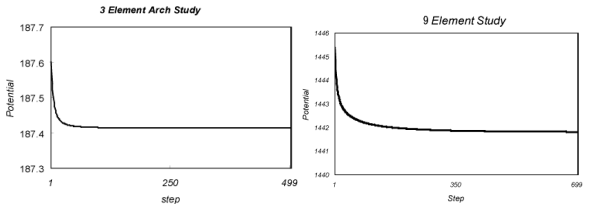


図7　m=3,9のステップとポテンシャルの関係

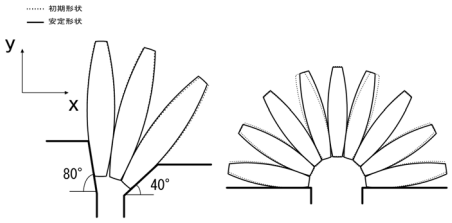


図8　m=3,9の安定形状

2.5　スパンを変化させた時のアーチのスタディ

不安定アーチには「与えられた荷重下で最も安定な形状に自ら移行する」という性質があるが、スパンの変化に対してもその性質が発揮される。ここではそれを数値解析によって確認する。前節の **S** (**x**)の水平方向成分S_xを変化させる。解析の初期形状として前節ｍ＝9 の安定形状を用いる。

以下に数値計算結果を示す。図8にはS_xと全ポテンシャルエネルギーの関係を、図9にはS_xと各要素の左右のパラメータの関係を図10では各S_xに対するアーチの形状を示す。

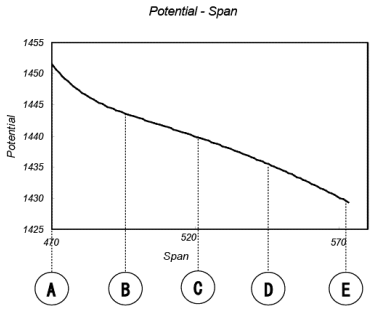


図9　Sx とポテンシャルエネルギーΠの関係

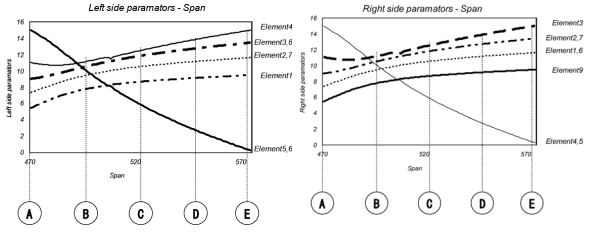


図10　Sx と各要素のパラメータの関係

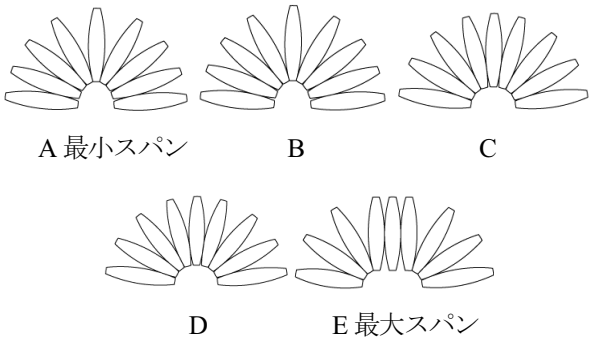


図 11　Sx に応じた釣合形状

2.6　アーチの安定性の検証

前節までの議論ではΠの停留点がアーチの安定形状になるという考察の元に進めてきた。本節では前節で用いたm＝9、形状 C のアーチの自由度のうち 1 自由度を抽出しその自由度と位置エネルギー変化の関係を観察する。抽出する自由度として$\phi_{5,1}$を考える。m＝9 の時、式 1 より独立自由度は 7 つなので残りの 6 つの自由度を決める。これは位置エネルギーと 7 つの自由度で成される空間をある一断面で切って観察する事に相当する。今、要素 2、3、4、6、7、8 の左側パラメータを表 11 で定める値で一定とし、$\phi_{5,1}$を変化させる事で位置エネルギーがどう変化するかを観察する。

表 12　固定するパラメータとその値

ϕ_{2L}	ϕ_{3L}	ϕ_{4L}	ϕ_{6L}	ϕ_{7L}	ϕ_{8L}
10.03	11.18	11.56	8.06	11.56	11.18

$\phi_{5,1}$に、ある値を入れると上記の仮定より自由度が 1 なので次式の非線形連立方程式を解く事で残りの変数が全て定まる。但し$\mathbf{x}_0$は形状 C のパラメータを成分とするベクトルで、$\mathbf{x}_0=[\Phi_{11},\ \Phi_{12},\cdots\Phi_{m1},\ \Phi_{m2}]$とする。尚、今回の非線形連立方程式の解法として Newton Raphson Method を採用した。

$$\begin{cases} \left(\phi_{i+1,2}-\phi_{i,1}\right)-\left(\Phi_{i+1,2}-\Phi_{i,1}\right)=0 \\ \qquad\qquad (i=1,2\ldots m-1) \\ \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{2}\left(\phi_{i,j}-\Phi_{i,j}\right)=0 \\ \mathbf{S}(\mathbf{x})-\mathbf{S}_0=\mathbf{0} \end{cases} \quad (8)$$

求まった変数からポテンシャルエネルギーΠを算定したものを図 12 にプロットする。

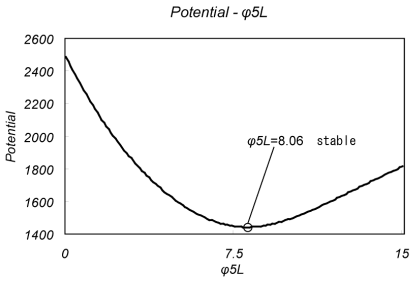


図 12　$\phi_{5,1}$に対するポテンシャルエネルギーΠの変化

本報告で行った数値解析の範囲で得られた結果を以下にまとめる。

- 今回の数値解析では、スパンの増加と共にポテンシャルエネルギーΠは減少した。要素数が一定の場合は全体的な重心位置が下がる為と考えられる。
- 静的にスパンを変動させた際、左右の対称性は崩れずに形状が変化した。

3 まとめ

本研究では不安定アーチの釣合状態に関して簡単な数値解析を行い、安定形状を求めてみた。得られた形状が位置エネルギーに対して停留点になっている事を確認した。

参考文献

1) 川口健一 : 不安定アーチと組石造アーチ(第七回シェル・空間構造セミナー,1998,3,建築学会)
2) Heyman,J.(1995) : The Stone Skelton Structual engineering of masonry architecture. Cambridge, Cambridge University Press.
3) Philippe Block：Equilibrium systems Studies in Masonry Structure
4) Ochendorf,J.A.(2002) : ”Collapse of masonry structures,”Ph.D.dissertation, Department of Engineering, Cambridge Univercity, June 2002
5) O’Dwyer,D.(1999) : ”Funicular analysis of masonry vaults,”Computers and Structures,Vol.73,pp.187-197.
6) 川口健一, 柯 宛伶, 三木優彰 : 付帯条件付極小曲面と一般化最急降下法に関する研究(日本建築学会構造論文集)
7) Mainstone,R.,”Developments in Structures”, The M.I.T. Press,1975.

超高層建築物の形態イメージについての考察
－本当に四角い建物に飽きたのか－

立道郁生 [1)]
1)明星大学理工学部建築学科，教授，博士(工学)，tatemichi@ar.meisei-u.ac.jp

1 はじめに

近年, 世界的に超高層建築物が数多く建設されている。一方, その形態はますます多様化している。この中には, 国家の威信をかけた高さへの挑戦や，経営的な戦略に基づく一見奇抜とも考えられるデザインの超高層建築物が出現している。

このような様々な超高層の形態に対し，人々はどのように感じるのだろうか。本論では，超高層建築物の外観形態に着目し，感性工学手法を用いて考察する。現代の人々が超高層ビルに対して持つ感性を分析し，今後新たに計画される超高層の構造デザインに際しての基礎的情報として役立てるとともに，これまでの超高層建築物の形態評価を行う際の新たな指標とする可能性を探る。

橋梁やトラス構造の構造形態の感性評価については既往の研究がいくつかある [1),2)など]。また，超高層建築物の構造形態に関する主観的な分析もこれまでなされている [3)]。

本論では，さらに特徴的な試みとして，超高層建築物の形態とわれわれが日常目にする花や木などの植物の形態とを同一の指標で評価し，より具体的なイメージで説明可能かどうかを検討する。植物もまた，われわれの情感に訴える部分と，重力に抗して立つ力学的感性を感じることができるからである。

2 データの収集および分析方法

2.1 超高層建築物データの収集

超高層建築物 80 棟の写真と建物データをインターネット等の情報から収集した。本論ではすべてを対象とすることが困難であったため, これを図 1 に示す 15 種類の形態グループに分類し，それぞれのグループに含まれる建物の数が偏らないように 25 棟のサンプルを抽出した。表 1 に評価対象とした 25 棟の建物諸元を示す。ただし図 1 の形態グループは，サンプルの絞り込みのためだけに用い，感性評価の分析はあくまで個々の建物の外観形態を対象とした。

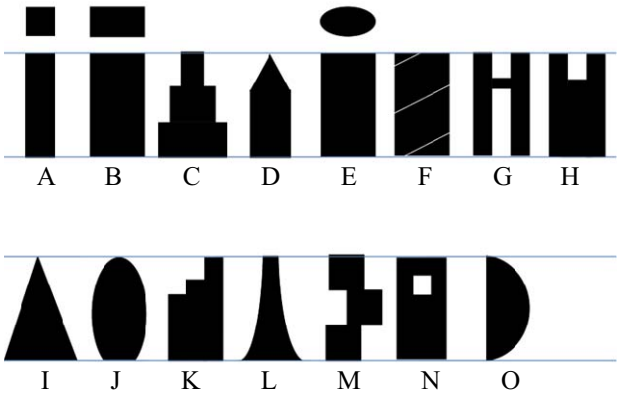


図 1　評価対象サンプルの選択のための形態グループ

表 1　評価対象サンプル

記号	分類	番号	建物名称	建設地	竣工年	最高高さ(m)
A	ペンシル型	1	AONセンター	アメリカ	1972	346
B	板状型	2	新宿三井ビルディング	日本	1974	225
C	階段型	3	シアーズタワー	アメリカ	1973	448
		4	ブルジュ・ドバイ	UAE	2009	818
D	尖塔型	5	エンパイア・ステートビル	アメリカ	1931	449
		6	NTTドコモ佐々木ビル	日本	2000	240
E	円柱	7	汐留シティセンター	日本	2003	215
		8	六本木ヒルズ森タワー	日本	2003	238
F	スパイラル	9	スパイラルタワーズ	日本	2008	170
		10	シカゴスパイアー	アメリカ	2010	610
G	ツイン(上部連結)	11	ペトロナスタワー	マレーシア	1997	452
H	ツイン(下部連結)	12	東京都庁第一本庁舎	日本	1990	243
I	三角形	13	柳京ホテル	中国	1985	330
J	カーブ立面	14	国際金融中心	中国	2003	416
		15	モード学園コクーンタワー	日本	2008	204
K	トリプル	16	新宿パークタワー	日本	1994	235
L	富士山型	17	横浜ランドマークタワー	日本	1993	296
		18	損保ジャパン本社ビル	日本	1976	200
M	積み木型	19	世茂国際広場	中国	2006	333
		20	中国銀行タワー	中国	1990	305
		21	上海世界金融センター	中国	2008	492
N	穴あき型	22	中国中央電視台	中国	2009	234
		23	高雄85ビル	台湾	1996	378
O	スイカ型	24	ブルジュ・アル・アラブ	UAE	1999	321
		25	横浜インターコンチネンタル	日本	1991	140

本研究では，まず SD 法（Semantic Differential Method）によるアンケート調査を行う。アンケートは実際には評価対象建物のインターネットサイトより引用した写真を用いて行ったが，ここでは著作権の関係から実際に用いたものとは異なる写真をいくつか示す。

写真 1:AON センター

写真 2:ブルジュ・ドバイ

写真 3:NTT ドコモビル

写真 4:スパイラルタワーズ

写真 5:モード学園コクーンタワー

写真 6:横浜ランドマークタワー

写真 7:中国銀行タワー

写真 8:上海世界金融センター

写真 9:ブルジュ・アル・アラブ

注）撮影者 ; 写真 1： J. Crocker，写真 7 : thewamphyri，写真 8 : Micah Sittig，写真 2 及び 9 : David Pontefract，特記以外は著者

2.2 イメージ形容詞の抽出

感性を表現する言葉の例として，「上品な」，「シンプルな」などのイメージ形容詞がある。形容詞の抽出には，日経アーキテクチャーや建築の構造デザインの専門書などから主に超高層建築に関する 78 個の形容詞を収集し，意味やイメージが重複するものを整理し最終的に 30 個のイメージ形容詞でアンケートを行った。表 2 にアンケートで用いたイメージ形容詞を示す。

本研究では，各イメージ形容詞を 5 段階にスケール化しアンケート回答者に感じたままの数値を選択してもらう。

表 2　イメージ形容詞

国際的	都会的	芸術的
上品	風格ある	引きつけられる
活気ある	生命感ある	夢がある
合理的	実用的	親しみある
男性的	バランス良い	協調性
シンプル	耐久性ある	目立つ
威圧感ある	統一感ある	先進的
自由な	遊び心ある	高級
緊張感ある	カジュアル	シャープ
機能的	特徴ある	安心感

2.2 アンケート方法

アンケートは 25 棟 25 枚の写真を対象とし，大学生，社会人あわせて 14 人（男性 8 人，女性 6 人，年令 21 歳～24 歳）の回答者に一つずつ評価してもらった。評価時間は一人当たりおおむね 45 分から 60 分かかり，評価はいい加減なものではない。また，これとは別に，いくつかのイメージ形容詞についてのみ明星大学建築学科の 3 年生 60 人の学生にもアンケートを行い，14 人という回答者数の妥当性を検証している。

以下の分析結果において，アンケート回答者は，提示された外観写真のみを対象として印象を評価している（実際に建物を見ているわけではない）ことを前提にしていただきたい。

3. アンケートの分析

3.1 得点平均の検討

25 棟について 14 名の回答者の形容詞ごとの平均値(SD プロフィール）を計算した。図-2 には，25 棟全体の平均値と，建物ごとの平均値との差分を 3 つの建物について事例として示す。 1 本の線が一つの超高層建築を示す。たとえば横浜ランドマークタワーは，男性的で機能的な印象が高い。また，ブルジュ・ドバイは先進的で目立つ反面，外観からは耐久性が心配と思われている。このような要約は，形態を選択したり，判断したりする際に有効な手段の一つだと考えられる。

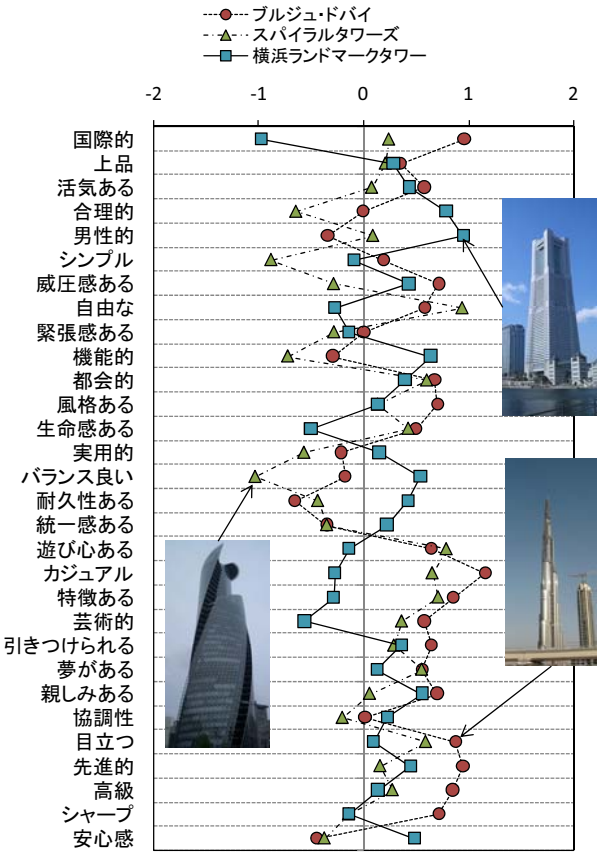


図２　得点平均（ＳＤプロフィール）の差分

3.2　主成分分析

主成分分析は，変数（形容詞）の数より少ない主成分という指標を用いて，できるだけ情報の損失なしに多くのデータの特徴を要約し，層別する方法である。

ここで，主成分分析はMicrosoft Excelのアドインソフトである㈱社会情報サービス「エクセル統計 2006 for windows」を用いて行った。この際，分散共分散行列から出発する主成分分析を用いた。

表3に各主成分に対応した固有値表を示す。固有値の値が大きいほど主成分の説明力は大きくなる。寄与率は，ある主成分の固有値が表わす情報が，データすべての情報の中で，どの位の割合を占めるかを示す。本研究では主成分No.3まで採用する。

表３　固有値表

	固有値	寄与率	累積寄与率
主成分№1	2.7	43.0%	43.0%
主成分№2	1.0	16.3%	59.3%
主成分№3	0.6	9.62%	68.9%

3.3 主成分負荷量の分析

主成分負荷量とは，主成分と各変量の間の相関係数に一致し、ある共通因子（イメージ形容詞）がどのくらいの大きさで主成分に影響しているかを示した係数である。絶対値の因子負荷量が１.0に近いほどその度合が大きい。図3に各主成分負荷量の分布を示す。

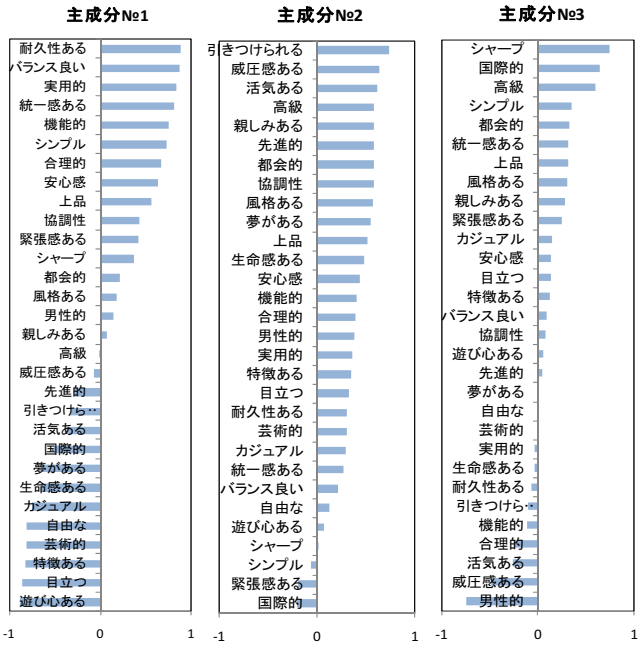


図３　主成分負荷量の分布

感性評価手法では，主成分の持つ意味に命名することがよく行われている。評価用語が両極を成しているキーワードに注目する。主成分No.1では「耐久性」「実用的」「機能的」に対し，「遊び心」や「目立つ」「自由」などの形容詞が対極にある。企業，作り手側の主張，つまり機能重視の観点と，形態によって「感動を与える」観点と判断した（表4）。

主成分No.2は形に関する形容詞「シャープ」「シンプル」などが関係していない反面，「引きつけられる」「威圧感がある」等多くの形容詞が正の方向で影響している。そのため使用者側の感じ方（存在感，インパクト）を代表しているものと判断した。主成分No.3は逆に，情感に関する形容詞「夢がある」「自由な」「芸術的な」が関与していない。形に依存する評価軸，スマートさと力強さと命名した。

表 4　主成分の表す因子

	命名	意味
主成分No.1	機能重視/形態重視	企業，作り手側の主張
主成分No.2	インパクト	使用者側の感じ方
主成分No.3	スマートさ/力強さ	形に依存する評価

3.4　主成分得点散布図

主成分得点とは，評価サンプル（建物）の特徴をベクトルで表したものである。主成分 No.1 と主成分 No.2 による主成分得点の散布図を図 4 に示す。

図 4 を見ると，「機能重視－ハイインパクト」からなる第 1 象限の例としては横浜ランドマークタワーがあり，「形態重視－ハイインパクト」の第 2 象限の例としてはブルジュ・ドバイやブルジュ・アル・アラブがある。上海世界金融センターは，「機能重視－ローインパクト」からなる第 4 象限に位置するといった具合である。なお，ここで「ローインパクト」という言葉はネガティブなものではなく，むしろ押しつけがましくなく，人の気持ちにやさしいといった意味で考えている。

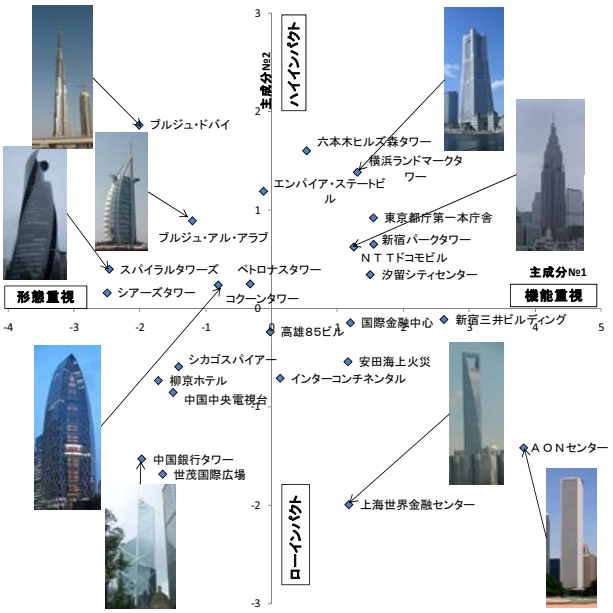


図 4　主成分得点散布図（主成分 No. 1 × 主成分 No. 2）

我が国の超高層はほとんど主成分 No.1 の右側に位置していることに気づく。文献 3）では東京の超高層ビルを「平凡」「非凡」という区別をし，我が国に「非凡」な超高層が出現しにくいことが述べられているが，主成分 No.1 の右を「平凡」左を「非凡」と見ればその通りであるし，ごく最近の我が国の作品であるスパイラルタワー，コクーンタワーだけが共に左側の形態重視の領域にあることは興味深い。

次に，主成分 No.2 と主成分 No.3 による主成分得点の散布図を図 5 に示す。縦軸主成分 No.3 は形そのものに依存する評価軸と考えられるが，ブルジュ・ドバイ，ブルジュ・アル・アラブ，AON センターが際立ってシャープで女性的であると評価されている。

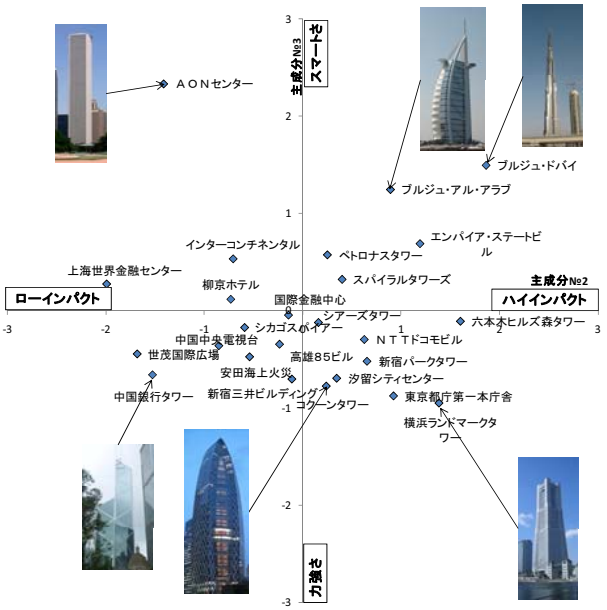


図 5　主成分得点散布図（主成分 No. 2 × 主成分 No. 3）

3.5　竣工年による推移

本研究で取り上げた超高層建物は，エンパイアステートビルディング（1931 年竣工）を除けば，1970 年代以降に建てられている。図 6 には，主成分№1（機能重視/形態重視）に着目し，竣工年（予定を含む）との関係を示す。

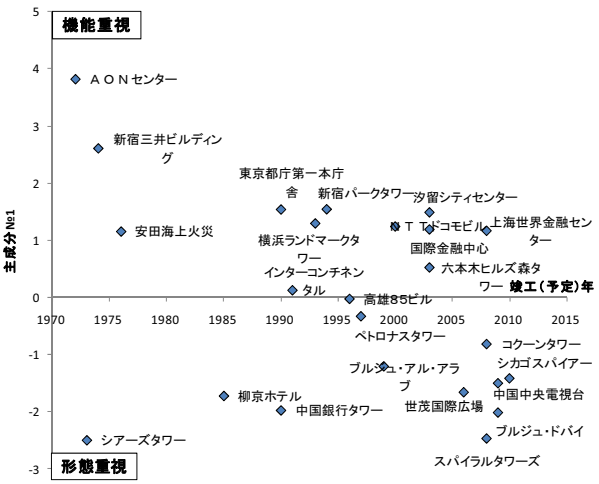


図 6　各建物の竣工年と主成分 No. 1 の得点

明確な関係は示すことができないが，2000 年前後以降，形態重視の超高層建築物が増加していることが分かる。

3.6　我々は四角いビルに飽きたのか

サンプルの中で四角いビルと言えるのは，AON センター，新宿三井ビルがある，また横浜ランドマークタワーも含めてもよいかもしれない。図 4，5 の特に AON センターや横浜ランドマークタワーの位置に注目したい。図 4，5 いずれの軸でも，他の超高層建物の形態に比して，かなり大きく感性に訴えるものを持っていることが分かる。逆に変わった形態を追求したとしても，必ずしもそれが感性に訴えるものとは限らないこともわかる。

私たちは四角いビルに飽きたわけではなく，押しつけや威圧感を避けたいという感性も持っている。むしろそういう観点から超高層建築物の形態評価を見直す必要があろう。

4.　植物形態との同一評価の試み

4.1　目的

本研究では，建築物とは異なる形態として我々になじみのある植物形態と超高層建築物の外観形態を同一指標で評価することにより，超高層の形態イメージの一般化の可能性を検討した。

植物形態を 30 種類収集し，超高層建築物の感性評価で用いたものと同一の形容詞を用いアンケート調査を行った。この結果と，25 種類の超高層形態で得られているアンケートを合わせ，一まとまりの評価サンプルとして主成分分析を行った。表 5 に採用した植物名を示す。

表 5　選択した植物形態

オオイヌノフグリ	クヌギ	バオバブ
梅	サクラソウ	スズカケノキ
アカミタンポポ	カキツバタ	ススキ
アカマツ	フキノトウ	アロエ
タケ	キキョウ	エゾ松
銀杏	トウガラシ	タブ木
ハイビスカス	イネ	あこうの木
サボテン	スイセン	ヤシの木
柏	クリンソウ	ヤナギ
コノキナンノキ	サボテン	ひまわり

4.2　超高層と植物形態の主成分分析

表 6 に建物，植物合わせて 55 種類を評価サンプルとした時の固有値を示す。建物のみの場合に比べ，第 3 主成分までの累積寄与率は 61%であり建物のみの場合の 69%に比べ小さい。また，図 7 に主成分負荷量の分布を示す。

表 6　固有値表（建物+植物形態）

	固有値	寄与率	累積寄与率
主成分No.1	3.4	31.7%	31.7%
主成分No.2	1.8	17.1%	48.8%
主成分No.3	1.3	11.8%	60.6%

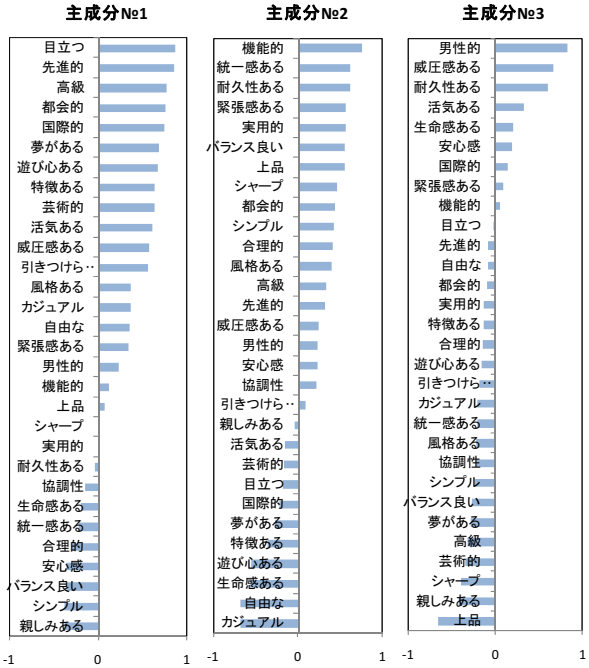


図 7　主成分負荷量の分布（建物+植物形態）

主成分負荷量の検討をする前に，主成分 No.1 と主成分 No.2 の主成分得点の散布図を図 8 に示す。同図によれば第 1 主成分の左右で，植物形態と超高層建築がかなり明瞭に分離できている。このことは，選択したイメージ形容詞を用いて，植物形態と超高層形態イメージを同一指標で比較可能なことを示している。なお，超高層建築の中でも，AON センターや上海世界金融センターの形態イメージはかなり植物の世界に近いことがわかり，このことも興味深い。

改めて，図 7 の主成分負荷量の分布を見みると，主成分 No.2 の負荷量の分布は，図 3 の超高層単独評価の主成分 No.1 の分布とよく似ていることが分かる（上位，下位の形容詞に注目する）。また，同様に図 7 の主成分 No.3 は，図 3 の主成分負荷量 No.3 の分布の逆に似ている。植物形態の場合，因子として表 4 はそのまま使えない。植物形態に適した言葉として表 7 を示す。

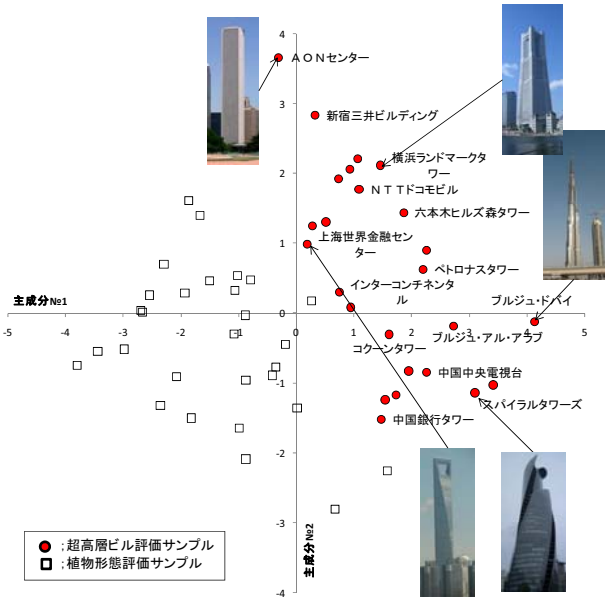


図８　主成分得点散布図（主成分 No. 1 × 主成分 No. 2）

表７　主成分の表す因子の関係

超高層単独（図３）		超高層と植物（図７）	
主成分 No.1	機能重視/形態重視	主成分 No.2	機械的/有機的
主成分 No.3	スマートさ/力強さ	主成分 No.3	可憐さ/力強さ

図９に，植物形態と超高層建築形態を同一評価した場合の主成分 No.2 と主成分 No.3 の主成分得点を示す。この軸を用いれば，植物と建築物を同一指標で比較可能である

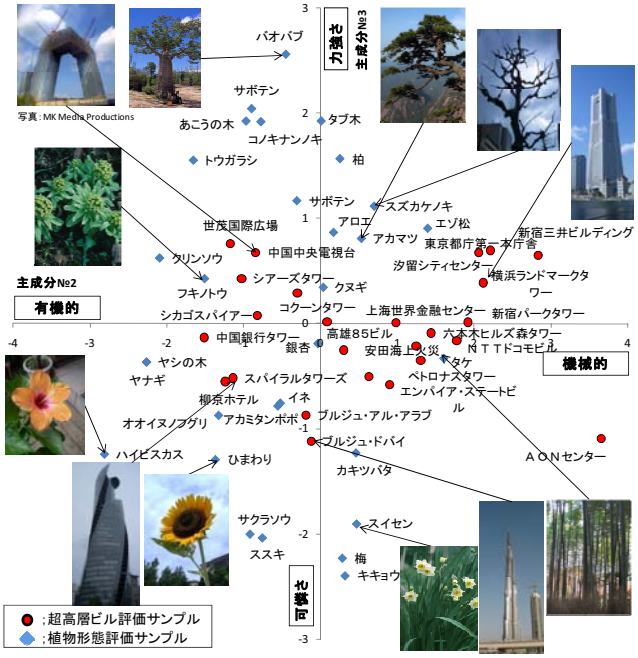


図９　主成分得点散布図（主成分 No. 2 × 主成分 No. 3）

図９を見ると，ある超高層建物のイメージは，その位置する象限にある植物群を見ることにより，より容易に説明可能であることが分かる。横浜ランドマークタワーや，スパイラルタワーの位置を確認してほしい。

また，植物の「タケ」が超高層建物群に取り囲まれていることや，全体を見たときに，縦軸の力強さや可憐さでは超高層の形態は植物形態には到底かなわないことなど，多くの発見がある。

5.　まとめ

本研究では，25 棟の超高層の外観形態イメージを感性工学手法により分析した。この結果，以下の点を明らかにした。

1) 超高層の外観形態の評価は，形態重視/機能重視と使用者へのインパクトの 2 軸で説明可能である。
2) その上で，超高層の外観形態は，近年，形態に重きをおいたデザインが多くなっていることを示した。
3) しかしながら，そのことは必ずしも人々の感性にインパクトや安らぎを与えているものではない。
4) 超高層の外観形態と植物形態を同一指標で評価することにより，超高層建築物をより具体的なイメージで捉えることが可能である。

以上の結果を用いれば，現代の超高層の外観形態を説明することが可能であり，また新しく超高層を建設しようとするクライアントと作り手側との構造デザインのイメージを共有するツールとして使用できると考えられる。

謝辞：データの収集，アンケートの実施と集計および予備分析は，明星大学理工学部建築学科 2008 年度卒業生，横須賀一輝君（現；前田建設工業㈱）によるものである。ここに謝意を表します。

参考文献

1) 立道 郁生：形態創生された橋梁を感性工学手法により評価する，日本建築学会，構造形態の創生と最適化セミナー資料，pp.55-62，2005 年 1 月
2) 森 由香，桜井 宏：構造形態の感性評価，日本建築学会学術講演梗概集．計画系(E-1)，pp,773-774，2002 年 8 月
3) 細野透：第 1 世代・第 2 世代の構造フォルム論-建築ジャーナリズムの視点-，日本建築学会，2008 年日本建築学会大会（中国）パネルディスカッション資料，コンピュータテクノロジーと建築デザイン，pp.41-53，2008 年 9 月

コンプライアントメカニズムを用いた骨組膜構造物の定着部拘束力最大化のための形状最適化

中嶋 拓[1)]，大崎 純[2)]，藤原 淳[3)]
1)京都大学工学研究科建築学専攻，大学院生　rp2-nakajima@archi.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学工学研究科建築学専攻，准教授，博士(工学)
3)(株)太陽工業技術研究所，博士(工学)

1 序

近年の計算機関連技術の発展にともない，板構造物やシェル構造物を有限要素法でモデル化し，座屈や弾塑性挙動などの複雑な挙動を考慮して形状を最適化することが可能となった。第2著者らは，建築骨組の梁フランジを対象として，梁端（柱梁接合部）から少し離れた位置のフランジ幅を最適化することにより，地震時の塑性ヒンジの位置を梁端から有効に移動させることが可能であることを示した[1, 2]。これによって，大量生産される建築部品の性能最適化が可能になった。また，従来の構造設計では避けるべき現象と考えられている座屈現象を積極的に利用して，複数の自己釣り合い状態を持つ「バイステーブルコンプライアントメカニズム」を生成するための最適化手法を開発した[3, 4]。この手法を用いると，極めて小さい外力で，構造物の形態を大きく変化させ，その形態を維持できる。

一方膜構造物では，一般にアルミを押し出し成型して形成される部材（定着金物）を介して，膜材料を境界骨組に接続する。押し型の新規作成や定着金物の性能確認試験にかかるコストから，試行錯誤によって生産コストと断面性能の妥協点を探索することは非現実的であり，余剰断面を有する設計がなされているのが現状である。しかし，定着金物は一度設計されると大量に使用されることから，部材レベルの最適化により生産コストを大きく低減することが可能である。また膜構造物に荷重が加わると膜張力が増大し，定着金物に変形が生じる。この変形により膜の拘束力が低下し，膜や定着金物の破断に至る前に，膜が金物から外れる場合がある[5]。よって，膜張力によって拘束力が増大するような形状を見出すことにより，定着部の耐力を大きく向上することが可能であると考えられる。本研究では，膜張力の導入及びそれにともなう反力（接触力）の作用によって拘束力が増加するようなコンプライアント構造としての定着金物の形状を最適化する。

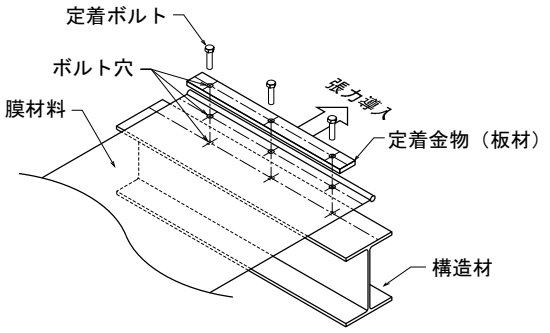


図1　定着部概略図

2 膜の張力導入と定着法の現状

膜構造物の定着部の概略図を図1に示す。このように膜を定着する骨組の外側から反力を得て，簡易な引き込み工具によって張力を導入する。膜と骨組にあらかじめボルト穴を開けておき，両者が一致するまで張力を導入した後に，板材とボルトを用いて膜を骨組に定着する。このような方法には，次のような問題点がある。

1. 張力を導入するための特別な工具が必要である。
2. 膜のボルト穴の位置は，工場であらかじめ決定するので，張力の微調整が困難である。
3. 本来の境界部材から離れた位置に，反力をとるための部材（反力ブロック）が必要である。

本研究では，これらの3つの問題点を同時に解決するための手法を提案する。

3 微小変形モデルによるトポロジー最適化

3.1 骨組モデル（タイプ1）

まず，前節で述べたような問題点を解決するための定着金物の大まかな形状を予測するため，図2のような骨組モデル（タイプ1）のトポロジー（部材配置）を最適化する。各部材は梁・柱要素でモデル化し，各節点で剛接合され，交差する斜材は交差点で剛接合されている。この骨組の最適化の目的は，膜張力によって水平方向外力が作用したときに，その外力によって膜

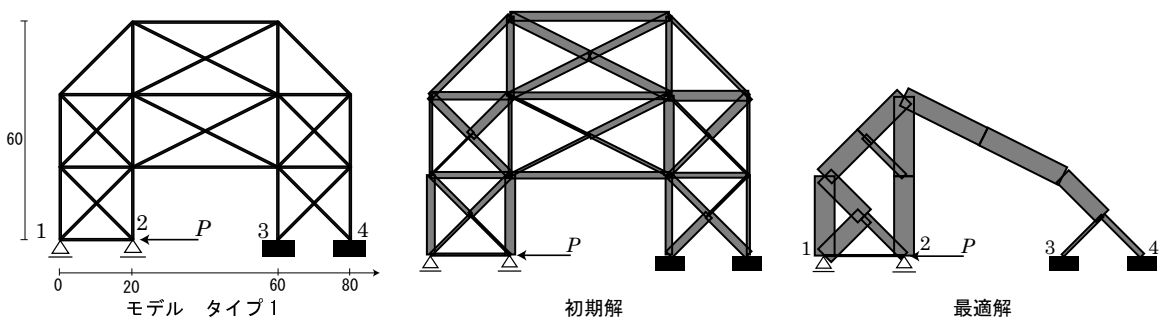


図2　骨組モデル　タイプ1

を圧着するための鉛直方向反力が増加するようなトポロジーと部材断面積を求めることである。また，変形は微小とし，線形弾性解析により変形を求める。

支点1, 2はローラー支持であり，支点3, 4は固定支持である。支点1から4の水平方向座標は，0, 20, 60, 80 mmであり，骨組の高さは60 mmである。以下の最適化によって得られる部材断面積は，骨組のサイズと荷重の大きさに依存するが，適当なスケーリングによって，骨組と荷重の大きさを変化させたときの断面積を求めることができるため，得られるトポロジーは骨組のサイズと荷重の大きさに依存しない。部材の断面形状は長方形の中実断面であり，部材の幅（紙面奥行）は10 mmである。また，弾性係数は 2.0×10^5 N/mm^{2}である。支点2に水平方向荷重 $P = 500$ N を作用させたときに発生する，支点2の上向き反力（膜を下押える力）R_2を最大化する。さらに，最適化によって不要な部材を除去するため，全部材体積Vを最小化する。したがって，最適化問題は多目的最適化問題となり，以下の目的関数Fを最小化する。

$$F = a_1 R_2 + a_2 V \tag{1}$$

ここで，a_1とa_2は重み係数であり，それぞれ −2.0及び0.01である。以下の例で，とくに単位を示していない場合は，力と長さの単位はそれぞれ(N, mm)である。44部材全ての断面積を独立変数とし，それらの下限値を0.01, 上限値を100とする。また，全部材の材端縁ひずみの絶対値$|\varepsilon_i|$が$\bar{\varepsilon}$ =0.0001以下となるような制約を与える。部材数をmとすると，この最適化問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && F(\boldsymbol{A}) = a_1 R_2 + a_2 V \\ &\text{subject to} && |\varepsilon_i| \le \bar{\varepsilon} \qquad (i = 1, ..., m) \\ & && \boldsymbol{A}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{A} \le \boldsymbol{A}^{\mathrm{U}} \end{aligned} \tag{2}$$

以下，最適化には SNOPT Ver. 7.2 [6]を用い，感度係数は差分により求める。最適化手法は逐次2次計画法（SQP）である。ここで，各変数の初期値については，区間 [0,1) の一様乱数 r_i を発生させ，$50\times r_i + 1.0$ のように決定する。このように初期解を変更して最適化を複数回行うことで，収束解に初期解依存が生じる場合には複数の最適解を得ることができ，より良好な解を選択することができる。

最適化によって断面積が下限値に一致する部材を削除した結果，得られた最適トポロジーを図2に示す。ここで，図の部材幅は部材断面積に比例する。目的関数値は，初期解において $R_2 = 454.26$, $V = 2.652\times10^4$ であり，最適解において $R_2 = 1256.1$, $V = 1.892\times10^4$ である。最適化により支点2の上向き反力は増大し，逆に全部材体積は減少している。また，初期解に対して最適解はより単純なトポロジーを有する。

3.2　骨組モデル（タイプ2）

図2のトポロジーを簡略化して，図3のような縮小されたトポロジーの骨組モデル（タイプ2）を考える。境界条件，支点の座標，材料定数，載荷条件，目的関数，断面積の上・下限値は全て図2の骨組モデル（タイプ1）と同じである。この骨組に対し，部材断面積$\boldsymbol{A}$に加えて，支点以外の節点の座標ベクトル$\boldsymbol{X}$を設計変数として形状と断面積の最適化を行う。節点5のx座標，節点6，7のy座標，および節点8，9，10のx, y座標を変数とする。図3の初期解のグレーの部分は各節点の存在可能領域を示す。節点座標の許容範囲は，水平方向と鉛直方向の座標ともに，$\boldsymbol{X}^0$の第i成分X_i^0の基準値をX_i^0として$X_i^0 - 4.0$ から$X_i^0 + 4.0$の範囲である。ここで，タイプ1と同様に初期解を一様乱数により変更し，最適化を行う。節点座標の初期値は $X_i^0 + 4.0(r_i - 0.5)$のように決定する。この最適化問題は以下のように定式化できる。

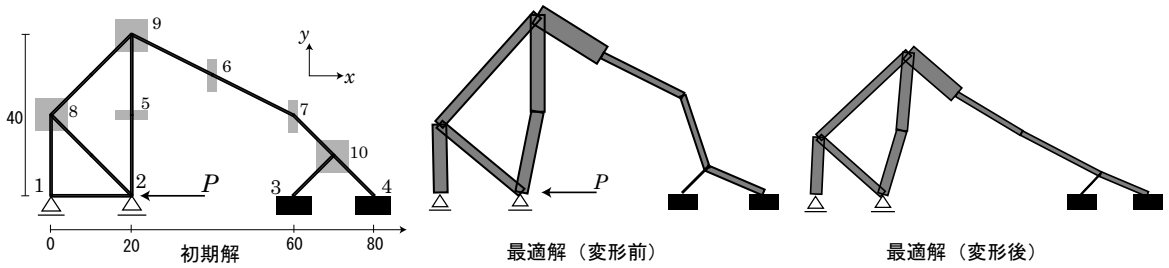


図3　骨組モデル　タイプ2

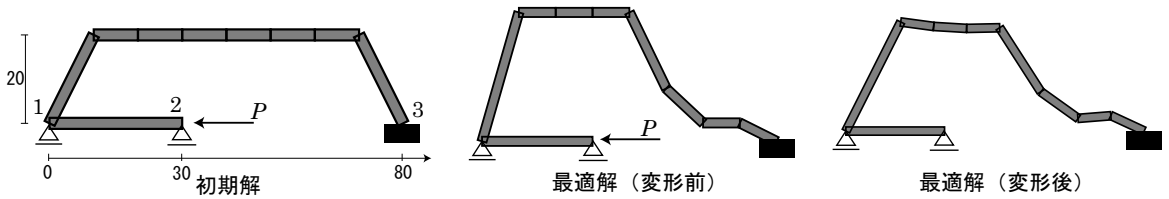


図4　骨組モデル　タイプ3

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && F(\boldsymbol{A},\boldsymbol{X}) = a_1 R_2 + a_2 V \\ &\text{subject to} && |\varepsilon_i| \le \bar{\varepsilon} \qquad (i = 1, ..., m) \\ & && \boldsymbol{A}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{A} \le \boldsymbol{A}^{\mathrm{U}} \\ & && \boldsymbol{X}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}^{\mathrm{U}} \end{aligned} \tag{3}$$

最適化によって得られた形状と断面積，および荷重載荷後の変形形状を図3に示す。ここで，変形を200倍に拡大している。目的関数値は，初期解において R_2 =1258.3, V = 4.076 ×10^5, 最適解において R_2 =1827.4, V = 4.108 ×10^{5}である。初期解と比較して，支点2の鉛直方向反力が増大している。

図3の骨組を，右側の5部材からなる梁状構造と左側の5部材からなる骨組構造に分割すると，梁状構造と骨組構造を接続する節点で，梁状構造を左側に引く力が発生し，その反作用として骨組構造を右側に引く力が作用している。その結果，骨組は時計回りに回転しようとして，それを抑制するための支点2での鉛直方向反力が増加する。

3.3　骨組モデル（タイプ3）

図3の最適形状を参考にして，図4のような初期形状の骨組モデル（タイプ3）の形状最適化を行った。ここで，支点1, 2, 3の水平方向座標は，0, 30, 80である。材料定数，載荷条件は骨組モデル（タイプ1）と同じである。支点以外の節点座標の鉛直方向座標を設計変数とする。節点座標の許容範囲は，$X_i^0 - 15.0$から$X_i^0 + 15.0$の範囲であり，初期解を一様乱数により$X_i^0 + 4.0(r_i - 0.5)$と変更して最適化を行い，優良解を選択する。また，この例では断面積を変数とせず50 mm^2 (板厚は10 mm)に固定し，ひずみに関する制約も与えない。したがって，全部材体積の最小化は考えず，目的関数（最大化）は節点2の鉛直方向反力R_2である。この最適化問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && F(\boldsymbol{X}) = -R_2 \\ &\text{subject to} && \boldsymbol{X}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}^{\mathrm{U}} \end{aligned} \tag{4}$$

最適化によって得られた形状と断面積，および変形後の形状を図4に示す。ここで，変形を20倍に拡大している。反力R_2は初期解で199.5，最適解で362.6である。

図4より，図5に模式的に示したような取付金具が可能となる。取り付け手順は以下のとおりである。

1. 小口から膜とボルトを定着金物に通す。
2. 先端のボルトを膜にあらかじめ空けられた穴に通して締める。
3. ボルトを境界部材に開けられたボルト穴に通す。
4. ナットでボルトを引き込んで膜に張力を発生させ，膜張力により先端部が圧着される。

以上より，微小変形の範囲内であるが，膜張力の作用によって膜を圧着するような反力が得られる形状を，骨組モデルのトポロジー・形状・断面積最適化によって得ることができた。そこで，ボルトによって鉛直方向外力を作用させて，膜の引込み量を調整できるようなモデルの最適化を行う。

3.4　骨組モデル（タイプ4）

図7のような骨組モデル（タイプ4）に対して最適化を行う。ここで，支点1はローラー支持，支点2はピン

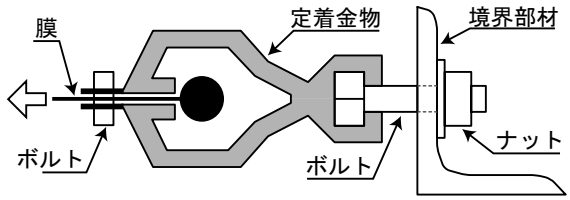


図5　定着金物の模式図1

図6　定着金物の模式図2

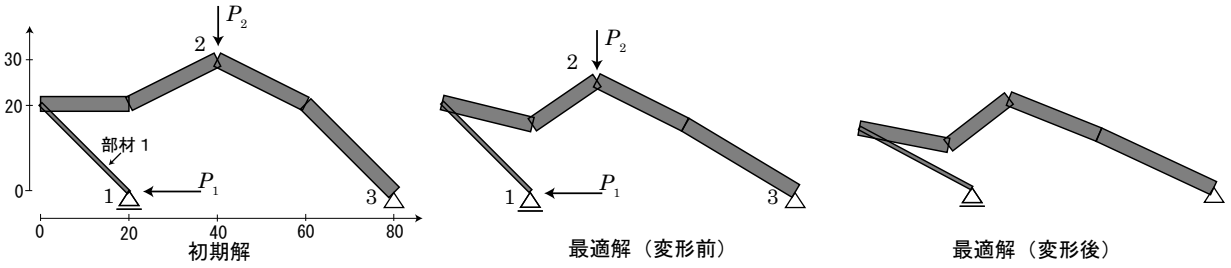


図7　骨組モデル　タイプ4

支持である。図7のモデルは，図6に模式的に示した膜定着金物をモデル化したものである。すなわち，P_1は膜張力を，P_2はボルトから作用する圧縮力を表す。P_2の作用によって，支点1が右方向に移動し，膜の張力を調整することができる。

荷重P_1を70 N載荷後に，P_2を載荷する。ここで，P_2の大きさは，P_2のみでの支点1の右方向変位が5 mmとなるようにスケーリングする。節点2と，その両側の節点（計3個）の2方向の座標を設計変数とする。ここで，節点座標の許容範囲は$X_i^0 - 5.0$ から$X_i^0 + 5.0$ とし，初期値は一様乱数を用いて$X_i^0 + 10.0(r_i - 0.5)$ と変更して最適化を行う。

また，部材の幅（紙面と直交方向）は10 mmとし，全ての部材の板厚を設計変数とする。それらの範囲は，左端の部材以外では3 mm ~ 5 mm, 左端の部材では1 mm ~ 2 mmである。ここでは材料にアルミニウムを想定し，弾性係数を7.0×10^4 N/mm^2 としている。目的関数は，P_1とP_2が同時に作用した時の部材端の縁応力の最大値（最小化）であり，制約条件として，P_1に対する支点1の変位u_1の上限値1 mmを与える。この最適化問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && F(\boldsymbol{A},\boldsymbol{X}) = \sigma_{\max} \qquad (5)\\ &\text{subject to} && u_1 \le 1.0\\ &&& \boldsymbol{A}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{A} \le \boldsymbol{A}^{\mathrm{U}}\\ &&& \boldsymbol{X}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}^{\mathrm{U}} \end{aligned}$$

最適化の際の初期形状，最適形状，最適板厚，および最適解の変形状態を図7に示す。ここで，部材幅は板厚に比例し，変形量は実スケールである。最適解において$u_1 = 1.00$ であり，制約条件を満たしている。この変形状態において，部材の縁応力の最大値は1320 N/mm^{2}であり，降伏応力の5倍程度の大きさになっている。しかし，応力は図7の最左端の節点で発生しており，その他の部材端での応力の絶対値は最大で275 N/mm^{2}である。したがって，骨組形状を曲線にして，板厚の変化を滑らかにすれば，最大応力を小さくすることが可能であると考えられる。

また，スケーリング後の荷重P_2の値は548 Nである。このモデルは部材幅（膜の幅）10 mmを想定しているので，例えば100 mmの負担幅を想定すれば，ボルトの軸力は5480 Nである。

4　スナップスルーを利用した形状最適化

前節では，微小変形理論の範囲内で，さまざまな骨組モデルの最適形状を求めた。本節では，材料非線形性と幾何学的非線形性を考慮し，座屈と接触を利用して変形後に安定化されるような形状を最適化によって求める。

4.1　骨組モデル（タイプ5）

図8のような骨組モデル（タイプ5）の最適形状を求める。ここで，支点N_1, N_2, N_3の水平方向座標は0, 30, 80である。また，部材6はトラス部材であり，その他は梁部材である。トラス部材の断面積は20 mm^2 であり，梁部材の奥行き方向の幅は10 mm, 厚さは部材1では5 mm, それ以外では2 mmである。材料はアルミニウムであり，弾性係数は7.0×10^4 N/mm^2 , ポアソン比は0.3,

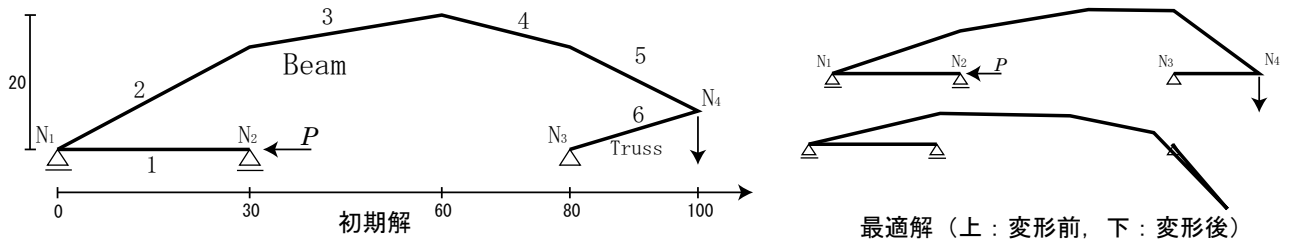


図8　骨組モデル　タイプ5

降伏応力は200 N/mm^{2}である。また，移動硬化則を用い，硬化係数は1/100とする。トラス部材は弾性，梁部材は弾塑性とする。

支点以外の全ての節点の鉛直座標$\boldsymbol{X}$を設計変数とする。図8の形状を基準とし，変数の許容範囲は$X_i^0 - 5.0$から$X_i^0 + 5.0$ とする。支点N_2に荷重P = 70 Nを作用させると同時に，節点N_4を下方向に15 mm移動させる。実際は，荷重Pの増加量と節点N_4の変位の関係は，取り付けられた膜の特性に依存するが，ここでは簡単のため両者は比例して増加するものとした。目的関数は最終状態で節点N_4に作用する反力（下向き反力を最大化）であり，制約条件は与えない。この最適化問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && F(\boldsymbol{X}) = -R_4 \qquad (6)\\ &\text{subject to} && \boldsymbol{X}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}^{\mathrm{U}} \end{aligned}$$

解析には汎用有限要素解析ソフトウェアABAQUS Ver. 6.5 [7]を用いる。梁要素にはせん断変形を考慮したB21要素を用いる。この解析では接線剛性が負となる可能性があるため，増分解析は弧長増分法を用いた。最適化にはSNOPT Ver. 7.2を用い，感度係数は差分で求める。最適化のアルゴリズムは以下のとおりである。

Step1 節点座標$\boldsymbol{X}$に初期値を与える。

Step2 節点座標をABAQUSの入力ファイル(*.inp)に出力する。

Step3 ABAQUSで解析を実行する。

Step4 ABAQUSの出力ファイル(*.odb)から，Pythonスクリプトによって節点N_4の変位と反力を抽出してファイルに出力する。

Step5 SNOPTによって目的関数値を読み取り，最適化手法のアルゴリズムにしたがって節点座標値を変更する。

Step6 収束条件を満たしていなければ**Step2**へ。

最適化によって得られた形状と，変形後の形状を図8に示す。また，節点N_4での変位と荷重（強制変位の反力）の関係を図9に示す。節点N_4での強制変位に対する鉛直下方向の反力は，初期解で 1.20 N，最適解で −41.4 N であり，最適化により反力が増大している。図8より，最適形状ではスナップスルーが実現されていることがわかる。したがって，支点N_3と部材の接触により，骨組は安定化されるので，ボルトなどで補強することなしに，変形状態を維持し，膜の張力を確保することができる。さらに，節点N_4の最大変形量を調整することによって，膜の引込み量を調整することができる。

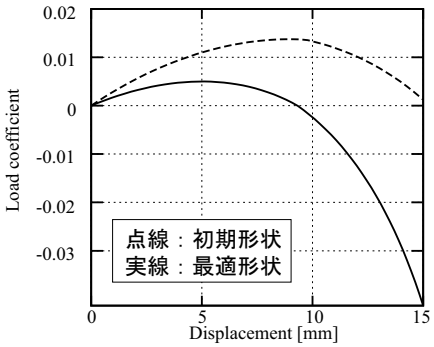


図9　変位と荷重係数の関係

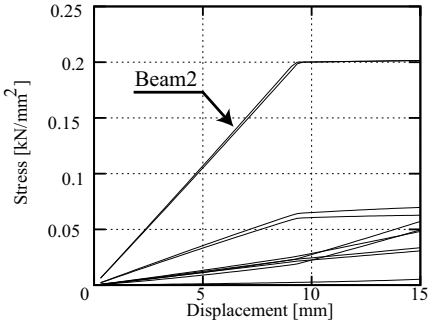


図10　各部材の応力の推移

最適解における各部材の積分点でのvon Mises応力を図10に示す。部材2が降伏応力に達していることがわかる。そこで，変形後も部材が弾性であるようなモデルの設計を行う。

4.2　骨組モデル（タイプ6）

図11のような骨組モデル（タイプ6）の最適形状を求める。ここでは変数に部材断面積$\boldsymbol{A}$を加えるとともに，応力制約を与える。境界条件，支点の座標，材料定数，

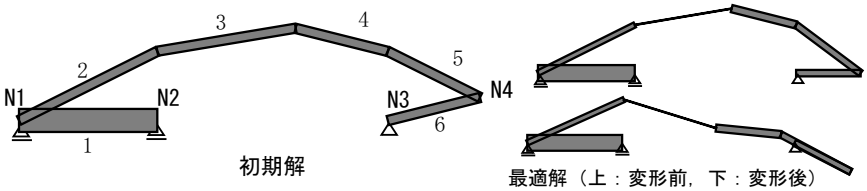


図11　骨組モデル　タイプ6

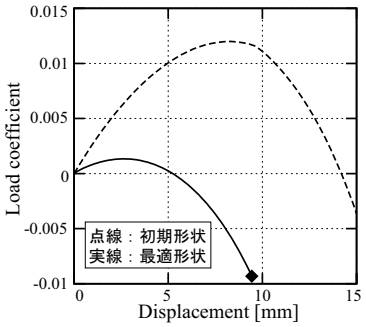


図12　変位と荷重係数の関係

載荷条件，目的関数はすべて図8の骨組モデル（タイプ5）と同様である。

支点以外の全ての節点の鉛直座標$\boldsymbol{X}$に加えて，部材2～5について幅（紙面と直交方向）は10 mmとし，部材板厚を変化させる。制約条件として，各部材の積分点でのvon Mises応力の最大値$\sigma_{\max}$ に上限σ_y = 200 N/mm^{2}を設ける。この最適化問題は以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && F(\boldsymbol{X}) = -R_4 \qquad (7)\\ &\text{subject to} && \sigma_{\max} \le \sigma_y \\ & && \boldsymbol{A}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{A} \le \boldsymbol{A}^{\mathrm{U}} \\ & && \boldsymbol{X}^{\mathrm{L}} \le \boldsymbol{X} \le \boldsymbol{X}^{\mathrm{U}} \end{aligned}$$

最適化によって得られた形状と，変形後の形状を図11に示す。ここで，図の部材幅は部材断面積に比例している。最適解は節点N_4の鉛直変位が15 mmに達する前に部材が節点N_3と接触するため，接触した時点での変形状態を示す。また，節点N_4での変位と荷重（強制変位の反力）の関係を図12に示す。図の◆は部材と節点N_3の接触を示す。目的関数は初期解で−3.63 N，最適解で −51.6 N であり，最適化により反力が増大している。また，von Mises応力の最大値は初期値で201.42 N/mm^2，最適解で199.98 N/mm^{2}であった。よって，最適形状では部材の弾性変形によって膜の張力を確保することができる。

5　結

1. 膜張力によって膜を境界部材に圧着する力が増加するような定着金物の形状を，微小変形の仮定の下で，骨組モデルのトポロジーと断面積の最適化によって求めることが可能であることを示した。
2. 材料非線形性と幾何学的非線形性を用いることにより，最適化によって，スナップスルーを実現するような形状が得られ，ボルトなどで補強することなしに変形状態を維持し，膜の張力を確保することができることを示した。

参考文献

1）大崎 純，田川 浩，潘　鵬：弾塑性応答を考慮したH形鋼梁のフランジ形状最適化 ―載荷実験と有限要素解析, 鋼構造論文集，Vol. 13, No. 52, pp. 65–72, 2006

2）M. Ohsaki, H. Tagawa and P. Pan：Shape optimization of reduced beam section for maximum plastic energy dissipation under cyclic loads，J. Constructional Steel Research, Vol. 65, pp.1511–1519, 2009.

3）大崎 純，西脇眞二：スナップスルーを利用したバイステーブルコンプライアントメカニズムの形状設計法，日本機械学会論文集A，Vol. 70, No. 700, pp. 23–28, 2004

4）M. Ohsaki and S. Nishiwaki：Shape design of pin-jointed multistable compliant mechanism using snapthrough behavior, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 30, pp. 327–334, 2005

5）金 熙均，河端 昌也：膜構造の定着部における応力伝達機構に関する研究－ボルト定着部における膜材料の伸張および破断性状－，膜構造研究論文集2005，No. 19，pp.41–48，2005

6）W. Murray, P. E. Gill, M. A. Saunders : User's Guide for SNOPT Version 7 : Software for Large-Scale Nonlinear Programming, Stanford Business Software, Inc., 2006

7）ABAQUS Ver. 6.5 Documentation, ABAQUS Inc., 2005

空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究

山崎 康太[1)]，大森 博司[2)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，大学院生，yamazaki@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科都市環境学専攻，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序

現在までに構造物が損傷あるいは倒壊に至る被害例が多数報告されている。最も代表的な例として，世界貿易センター (World Trade Center, WTC) の崩壊事故[1)]が挙げられる。構造設計段階において想定されなかった荷重を受けたにも関わらず，WTC は即座に倒壊することを免れた。この事故を契機として，安全を保障するという観点から構造物の持つ冗長性 (redundancy) が注目され，その重要性が徐々に認識されるようになった。

冗長性の定量的評価に関する研究は， de'Oliveira ら[2)]，大井ら[3)]， Feng ら[4)]，船橋ら[5)]などによって行われており，各々が冗長性の評価手法を提案しているが，冗長性を定量的に評価するための統一された手法は確立されていない。その要因として，構造物の安全を保障する困難さが挙げられる。つまり，概して構造物の崩壊はヒューマンエラー，想定外の荷重，劣化や損傷の蓄積などの多様な要因が重なり合った結果生じるため，安全を保障する指標として冗長性を定義することは困難となる。

そこで，本研究は，空間骨組構造物における冗長性の評価手法に関する研究の一環として，遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) によって崩壊荷重の最大化を目的とした空間骨組構造物における部材配置最適化問題を扱う。冗長性の観点から，崩壊荷重に代表されるような極限抵抗能力を増大させる手法を確立させることや，崩壊荷重が最適化された構造物における性状の傾向を把握することは重要であると考えられる。本報告では，空間骨組構造物における極限解析手法と，そのアルゴリズムを示し，数値解析例を通して本手法の妥当性を示す。

2 荷重増分法の空間骨組構造物への適用

一般的に荷重増分法は曲げ抵抗型であるラーメン構造物の極限解析として用いられる。その際，塑性ヒンジは全塑性モーメントを維持したまま回転可能であるという仮定が用いられ，骨組構造物は荷重の増加に伴って塑性ヒンジの数が増加するという性質を利用して設計される。このとき，塑性条件式は式 (1) で与えられる。

$$-\boldsymbol{M}_p \leq \boldsymbol{M} \leq \boldsymbol{M}_p \tag{1}$$

一方，空間骨組構造物は，主に面内力による抵抗機構により荷重を支承部や支持構造物に伝えるため，座屈不安定現象に留意して設計されている。座屈不安定現象には全体座屈と局部座屈があるが，空間骨組構造物の場合には個材の座屈に見られるような局部座屈による崩壊に対する検討が重要となることが多い。なぜなら、軸力を用いることによって高い応力の伝達能力があり、それが引き金となり連鎖的に別の箇所に座屈が発生する可能性があるからである。この場合，継続する過大荷重により次々に座屈現象が連鎖することにより崩壊に結びつくことが考えられる。そこで，軸力抵抗型の空間骨組構造物に適用可能となる，座屈不安定現象を考慮した式 (2)，(3)，(4) を塑性条件式として導入する。

$$-\boldsymbol{N}_{\rm cr} \leq \boldsymbol{N} \leq \boldsymbol{N}_{\rm y} \tag{2}$$

$$N_{{\rm cr}\,i} = \frac{\pi^2 E I_i}{\ell_i^2} \tag{3}$$

$$N_{{\rm y}\,i} = F \times A_i \tag{4}$$

$\boldsymbol{N}_{\rm cr}$: 座屈荷重ベクトル (>0)
$\boldsymbol{N}_{\rm y}$: 降伏荷重ベクトル (>0)
$\boldsymbol{N}$: 軸力ベクトル
EI_i : i 部材の曲げ剛性
ℓ_i : i 部材の部材長
F : 設計基準強度
A_i : i 部材の断面積

このとき，個材座屈に関して，非弾性座屈においては変形の進行に伴い荷重の増大が期待でき，弾性座屈においては個材が充分な大きさの細長比を有していると仮定すれば，荷重の増加が期待できる。したがって，全体座屈のような大変形を除けば，座屈部材は当該断面の座屈耐力 N_{cr} を維持することができると仮定することによって，通常の極限解析における塑性ヒンジと同様の役割を果たすことが可能である。

この塑性条件式を軸力抵抗構造であるスペースフレームやスペーストラスに適用することによって，解析における複雑な弾塑性解析を用いることなく極限抵抗能力を求めることができる。その概念図を図 1 に示す。骨組構造物およびトラス構造物のそれぞれにおいて，荷重節点における変位をδ としたとき，荷重 P を比例載荷することによって崩壊に達するまでの過程を考える。そこで，図 1 の左側の列は骨組構造物，右側の列はトラス構造物の崩壊過程をそれぞれ示す。中央列にそのときの $P-\delta$の関係を示す。図中において，骨組構造物における塑性ヒンジを●で図示し，トラス構造物における座屈あるいは降伏部材は破線で表す。このとき，両構造物が崩壊するまでの状態の変遷は図 1 の(A)~(D)を用いることで以下のように説明される。

(A) 初期状態であり，荷重増分を行うことが可能である。

(B) 骨組構造物において塑性ヒンジが発生し，トラス構造物部においては座屈あるいは降伏部材が発生する。これにより，剛性が低下する屈曲点に達する。

(C) 塑性ヒンジは当該の全塑性モーメントを維持し，座屈部材は当該部材の座屈荷重を維持する。これにより，他の健全な部材で構成される構造物が外力に抵抗するため，構造物全体の剛性は低下しながら荷重増分が行われる

(D) 新たな塑性ヒンジ，または座屈・降伏部材が生じ，構造物が不安定化する。これにより，これ以上の荷重増分は見込めない。

このように，曲げ抵抗型の骨組構造物と軸力抵抗型のトラス構造物は外力に対する構造物の挙動は，同一の $P-\delta$ 関係によって表すことが可能である。これが，骨組構造物で用いられる荷重増分法を，軸力抵抗型の空間骨組構造物に適用する原理である。

3 崩壊荷重の算出手法

3.1 遺伝的アルゴリズム

既に広く知られているように，遺伝的アルゴリズムは生物の進化の手法を模倣した最適化手法である。本質的に離散変数を扱う手法であり，構造設計のような非線形性を有する問題や，組合せ爆発を起こすような問題に対し有効な手法である。この手法は選択・交叉，突然変位を繰り返すことで，大域的最適解の探索を短時間でよい解をを求めることの二つのバランスをうまくとることを可能とする大きな特徴を持つ。

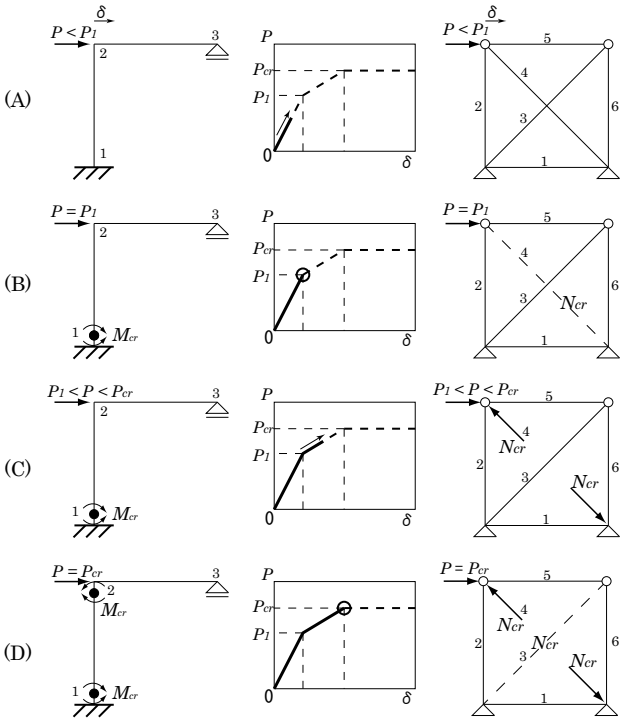


図1 ラーメンとトラスにおける荷重増分解析の過程

本研究においては，崩壊荷重を目的関数として次式のような単一目的最適化問題を考える。

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \lambda_{cr}\gamma_w \tag{5}$$

$$\text{subject to} \quad W \le W^U \tag{6}$$

f : 評価関数
$\boldsymbol{x}$: 部材断面形状を表すベクトル
λ_{cr} : 崩壊荷重
γ_w : 重量によるペナルティ関数
W : 構造物の総重量
W^U : 構造物の総重量の制限値

また，ペナルティ関数 γ_w は次式で表される。

$$\gamma_w = \begin{cases} \frac{W}{W^U} & \text{if} \quad W > W^U \\ 1 & \text{if} \quad W \le W^U \end{cases} \tag{7}$$

その際，設計変数として部材断面を採用し，構造物の所有する崩壊荷重の最大化を行う。

3.2 Compact Procedure 法による計算法

骨組構造物の崩壊荷重は，極限解析法により算出することができる。計算過程では線形計画法 (シンプレックス法) が用いられる。このような骨組構造物の崩壊荷重を効率よく解くことのできる手法として Compact Procedure 法 (CPM) がある。CPM は，1976 年に，Livesley [10] らによって提唱された。一般的に，シンプレックス法による極限解析法では，スラック変数を導

入する必要があるため，大規模構造物に対しては変数の増加の影響で計算効率が下がる可能性がある。それに対して CPM は，本質的にはシンプレックス法と同様の方法であるが，スラック変数を導入せずに崩壊荷重係数を算出するため，計算量を大幅に削減できる極限解析法である。また，CPM は，最終的な崩壊荷重係数および崩壊機構を算出することはできるが，部分崩壊時の形状および諸量を追跡することができないという性質を持つ。前章で示した新たな塑性条件式を用いて， CPM は以下のように定式化される。

$$
\begin{aligned}
&\text{maximize} && \lambda \\
&\text{subject to} && \text{釣合い条件式} \quad \lambda \boldsymbol{p} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{N} \\
& && \text{塑性条件式} \quad -\boldsymbol{N}_{cr} \leq \boldsymbol{N} \leq \boldsymbol{N}_{y}
\end{aligned}
\tag{8}
$$

λ : 荷重係数
$\boldsymbol{p}$: 節点における荷重ベクトル
$\boldsymbol{H}$: $\boldsymbol{p}$ と $\boldsymbol{N}$ の関係を表す係数マトリクス

空間骨組構造物は構成される部材数が多いため，複雑な弾塑性解析と遺伝的アルゴリズムを併用すると，計算コストが膨大となることが問題となる可能性がある。そこで，極限解析手法として，計算量を大幅に削減できることが最大の特徴である CPM を採用することによって，GA による崩壊荷重の探索を行う。

4 数値解析例

4.1 解析モデルおよび解析パラメータ

本章では 3 章で示した崩壊荷重の算出手法による数値解析例を示す。解析の対象とするモデルとして，図 2 に示すような単層ラチスドームを考える。

荷重条件は，長期荷重として構造物の自重を考慮するものとし，短期荷重として積雪荷重を増分させるものとする。自重に関しては，鋼材の単位体積重量である 76.93 kN/m^3 を用いて各部材の重量を算出し，各部材を結ぶ両節点に節点荷重として分配する。積雪荷重に関しては，単位面積当たりの積雪荷重として 0.534 kN/m^2 を想定し，自重と同様に積雪荷重による面荷重を等価節点荷重として各節点に分配し，鉛直下方向に増大する荷重として用いる。

解析において増分する荷重は，積雪荷重による各節点荷重の最大値を 1 kN として正規化する。したがって，正規化後の節点荷重は 1 kN 以下として設定される。崩壊荷重係数は，以上の正規化後の荷重に対しての増大倍率を表す。

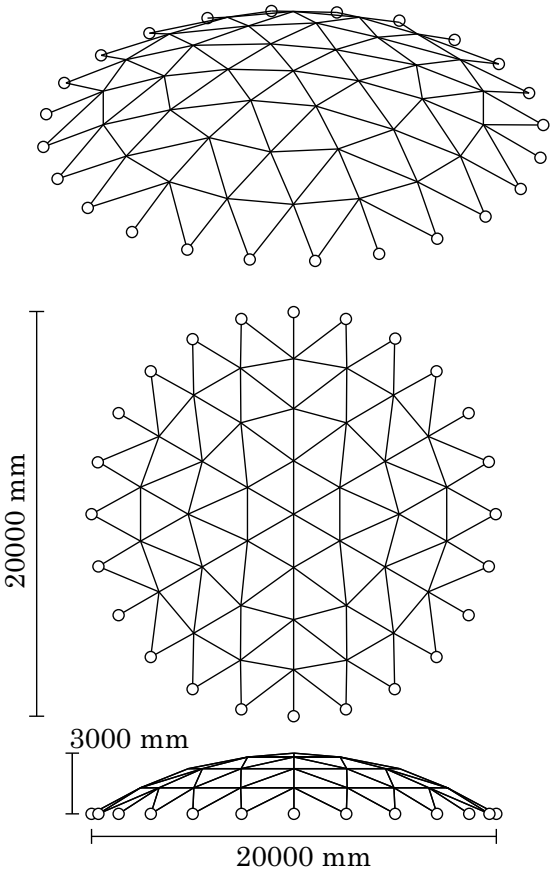


図2 単層ラチスドーム

表 1 GA パラメータ

アルゴリズム	単純GA
設計変数	13
個体数	50
アーカイブ数	50
世代数	1000
交叉率	0.9
突然変異率	0.1

表 2 設計変数の範囲

部材番号	ϕ - t (mm)	Area (mm^2)	I (mm^4)
No.1	60.5 - 2.3	420.5	178000
No.2	76.3 - 3.2	734.9	492000
No.3	89.1 - 4.5	1196	1070000
No.4	114.3 - 3.2	1117	1720000
No.5	139.8 - 4.0	1707	3940000
No.6	165.2 - 5.5	2759	8810000
No.7	190.7 - 5.5	3200	13700000
No.8	216.3 - 4.5	2994	16800000
No.9	216.3 - 8.2	5361	29100000
No.10	267.4 - 9.0	7306	61100000
No.11	318.5 - 9.0	8751	105000000
No.12	355.6 - 8.0	8736	132000000
No.13	355.6 - 12.7	13680	201000000
No.14	406.4 - 12.0	14870	289000000
No.15	457.2 - 9.0	12670	318000000

支持条件は周辺ピン支持であり，図 2 において○で図示された節点が拘束されている。

解析における諸量として，構造物の総重量による制約条件値を 10 t と設定する。また，GA パラメータを表 1 に示す。GA における染色体である部材の選択は，構造形態の対称性より，13 通りにグループ化する。これらのグループ化された部材グループに対して，表 4 に示される 全 15 種から設計変数である部材断面の選択を行う。以上のグループ化方法および染色体についての詳細を図 3 に図示する。

4.2 解析結果

GA による世代の進化における 1000 世代までの適合度の推移を図 4に示す。また，全ての世代においてエリート解は総重量による制約条件を満足しているため，ペナルティ関数値は 1 となり，適合度と崩壊荷重係数は同値である。また，総重量の推移を図 5 に示す。適合度の値は第 171 世代以降で一定値を保っており，最終世代までグラフが水平であることから，1000世代で解析は収束していることが分かる。

最終世代における解析結果として，崩壊荷重係数および総重量を表 3 に示す。このときの各グループで選択された部材番号を表 4 に示す。

4.3 考察

200 世代までの適合度の推移を図 6 に，総重量の推移を図 7 に示す。

また，適合度が最終世代の値に達していない段階である 1, 2, 6, 27, 55, 84 世代に加え，最終世代と同様の形状を形成した第 171 世代の，計 7 世代を選出する。それらの各世代における断面形状の推移を図 8 に示す。図中における線幅は選択された部材の断面積の大きさに比例して示されている。また，対応する崩壊機構の変遷を図 9 に示す。

図 8 より，第 1 世代では，部材が不規則に配置されている傾向があり，世代が経過するにつれて構造物を構成する部材断面積が均一化されていることが分かる。第 27 世代において，ドームの頂点から支持部方向へ直線的に配置される部材は，支持部に近いものほど断面積の大きい部材となっている。その他の部材は比較的に断面積の小さい部材が選択されているため，頂点から放射状に配置された部材が荷重の抵抗を主に担う形態に進化していることが確認できる。第 84 世代に至ると，ドーム頂部のグループ番号 2 の部材に断面積の大きい部材が配置されている。これは，頂部に集中

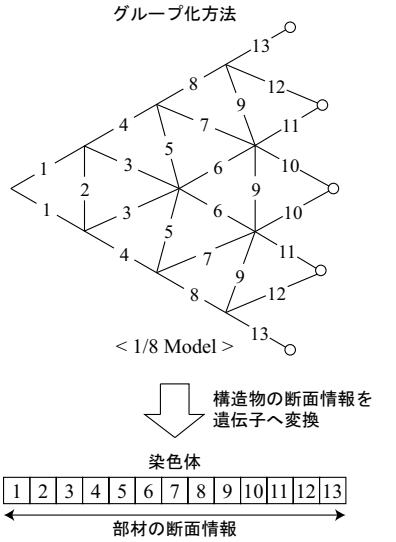


図3　グループ化方法および染色体

表 3　解析結果

適合度（崩壊荷重係数）	総重量 (t)
312.047	99.57

表 4　最終世代における各グループの部材番号

グループ番号	部材番号（設計変数）
1	No. 8
2	No. 9
3	No. 8
4	No. 9
5	No. 7
6	No. 7
7	No. 5
8	No. 9
9	No. 8
10	No. 3
11	No. 9
12	No. 3
13	No. 11

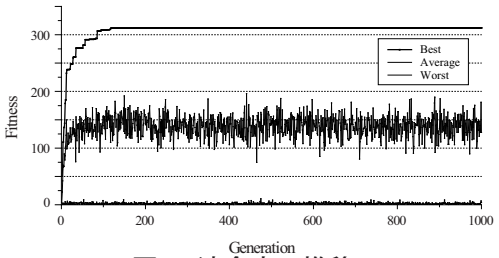


図4　適合度の推移

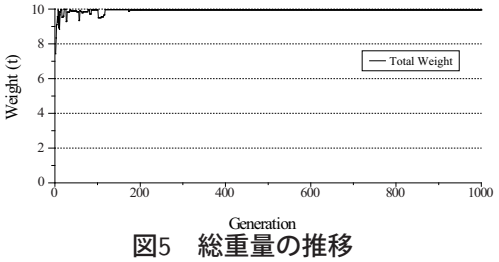


図5　総重量の推移

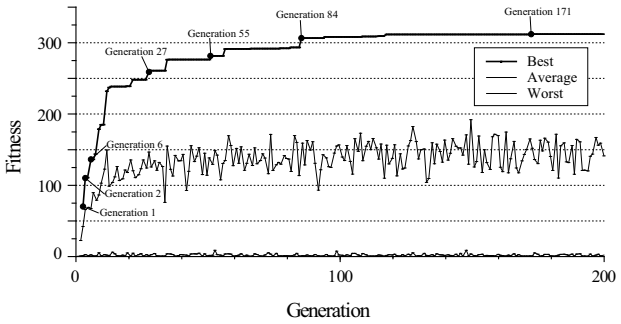


図6　適合度の推移 (～ 200 世代)

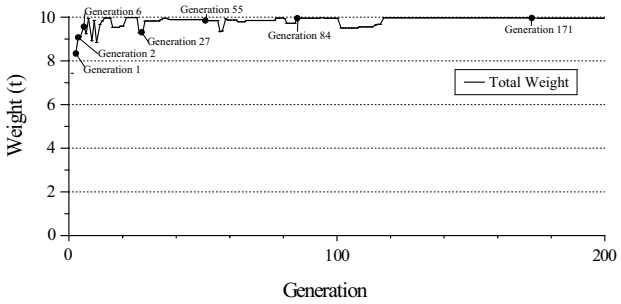


図7　総重量の推移 (～ 200 世代)

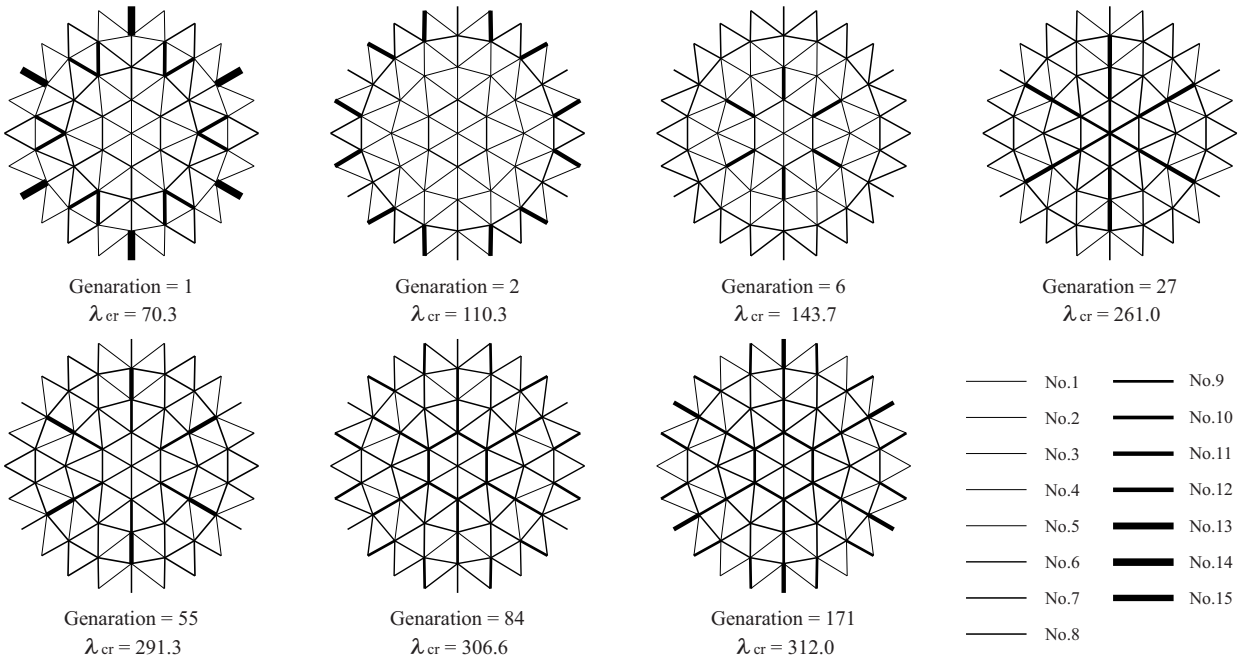


図8　断面形状の推移

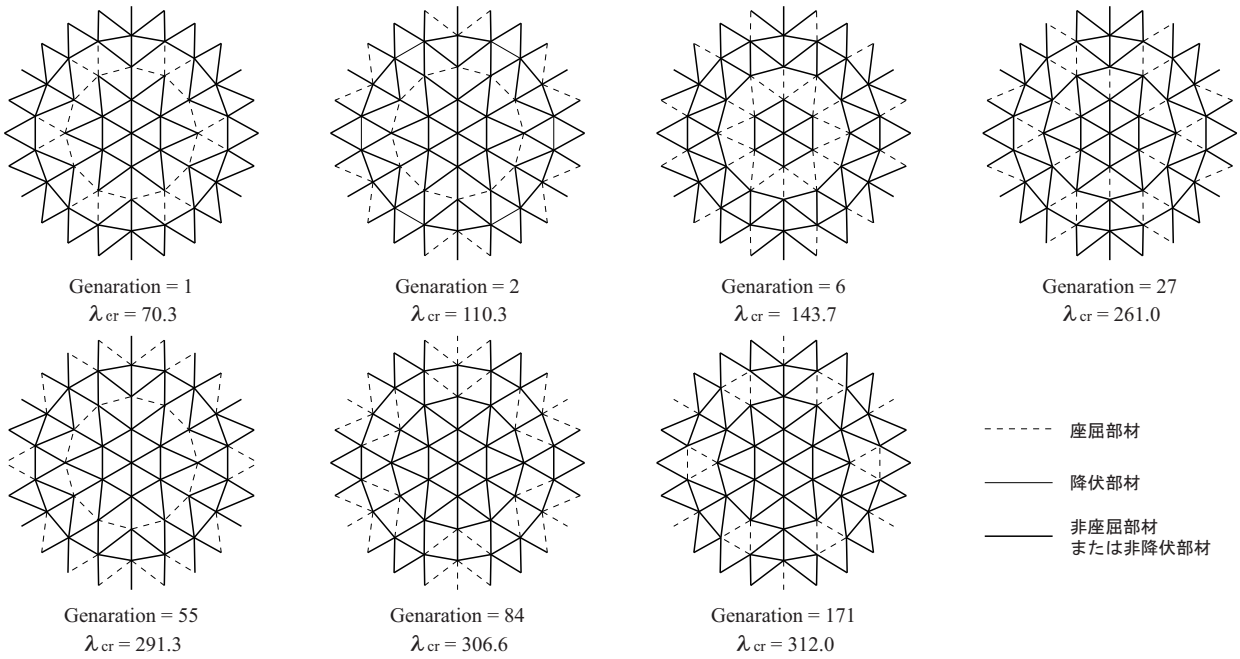


図9　崩壊機構の変遷

する面内力に抵抗するために，コンプレッションリングとしての役割を果たしていると考えられる。最終世代と同様の形態である第 171 世代においては，グループ番号 14 の部材が構造物中で最も断面積の大きい部材に変更されている。第 27 世代で配置された部材による形態から最終形状へ近づくにつれて，頂点から放射状の部材が支持部に近づくほど断面積の大きい部材が選択されている傾向がより明確となり，かつその他の部材も一定以上の断面積を有した部材により構造物が構成されていることが確認される。したがって，主たる応力の伝達を放射状に位置する部材に依存しつつ，それ以外の部材への応力の伝達経路が確保された形態に近づいていることがわかる。

このように，構造物が荷重を負担する上で，力学的合理性が高い形態へと進化していることが解析結果より確認されるため，本解析手法の妥当性があることが確認されたといえる。

5　結語

本報告では，軸力抵抗型である空間骨組構造物を扱い，第 2 章に荷重増分法を用いて崩壊荷重を簡便に算出するためのアルゴリズムを示した。その際，部材が座屈あるいは降伏後，当該断面の座屈荷重あるいは降伏荷重を維持すると仮定することによって，個材の座屈不安定現象を考慮し，塑性条件として適用した。また，充分な細長比を有した部材で構成された空間骨組構造物に対して適用可能な極限解析手法と位置づけた。第 3 章において単一目的遺伝的アルゴリズムと極限解析手法である Compuct Procedure 法について概説し，第 4 章においてそれらを併用することによって，部材の最適配置による崩壊荷重の最大化問題を解くことが可能であることを示した。

空間骨組構造物は構成される部材が多いため，複雑な弾塑性解析を経て極限抵抗能力を把握することが困難となる可能性がある。したがって，本手法を用いて空間骨組構造物の極限抵抗能力として崩壊荷重を簡便に把握し，かつ性能を向上させることが可能であるため，設計者が構造物の安全を把握する上で，有用な手法となり得ると考えられる。

参考文献

1）WTC崩壊特別調査委員会. WTC崩壊調査中間報告. 日本建築学会, 2002

2）Yu Qing，Xiao Xi. Redundancy measure and its application to the design and maintainance of marine structures. China Ocean ENgineering, Vol.11, No.2, pp.161-170, 1997

3）大井研究室, 極限解析による立体骨組の鉛直荷重支持能力に対する部材感度解析. リダンダンシーに優れた鉄骨構造建築の研究小委員会資料, 2003

4）Y. S. Feng. The theory of structural redundancy and its Effect on the structural design. Computer & Structures, Vol.28, No.1, pp.15-24, 1988

5）船橋健吾，大森博司. 空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究. 日本建築学会大会講演梗概集，構造 I , pp. 913-914, 2008.9

6）マッシス・レヴィ，マリオ・サルバドリー. 建物が壊れる理由. 建築技術, 1995

7）空間構造の数値解析ガイドライン 2001. 日本建築学会. 2001.5

8）北野宏明. 遺伝的アルゴリズム. 産業図書，1993.6

9）青山博之，上村智彦. マトリックス法による構造解析. 培風館, 1988.2

10）R. K. Livesley. Matrix Methods of Structural Analysis 2nd Edition. Pergamon Press, 1975

資源循環性を考慮した建築物のライフサイクルデザイン

中田 聡[1)]，蜂須賀 聖力[2)], 大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，nakata@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)大成建設，工修，htsmsk00@pub.taisei.co.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序

建設廃棄物の現状に対して，国土交通省[1)] では長寿命化技術の開発等と長期使用，設計・計画段階における廃棄物の発生抑制等の技術開発を促進させ，また建設資源に対しては再生資材の利用促進，再生資源の利用用途の開拓と再生資材の品質基準の策定，民間の技術開発に対する支援など様々な戦略を建設業者に促している。建築物のライフサイクル (Life Cycle, LC) 設計において資源循環性を考慮することは，環境負荷や環境影響の低減に必要不可欠といえる。

近年遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA) 等の最適化手法を用いて建築構造物の設計を支援する設計支援の手法が提案されている。そのような手法は，従来熟練した専門家の経験や勘を必要としていた建築構造物の設計に，計算機の力を生かすものであり，これにより，施主や設計者等の意思決定者は，数学的な裏づけを伴う合理的な設計案を得ることができる。

持続可能な建築構造物の設計手法として，最適化手法を援用したライフサイクルデザイン (Life Cycle Design, LCD) 手法の研究は近年いくつか報告されている[2)]。また，建築構造物の LC に内在する不確定性の影響の内，修繕周期の不確定性，地震ハザードが LC 評価に与える影響を考察した研究が報告されている[3,4)]。本論文では，建築構造物の LC 過程の建設，修繕，廃棄における資源循環性を考慮した LCD 手法を提案し，他の目的関数を最適化して得られた結果の比較を通して，資源循環性の考慮の必要性の度合いについて検討を行なう。まず既報[2)] で提案した LC 評価手法について概説し，次に資源循環性の評価手法の提案を行ない，ライフサイクル CO_2 (Life Cycle CO_2, $LCCO_2$) を目的関数として最適化した場合の設計例を示し，資源循環性を考慮した LCD を行なった設計例と比較，考察を行う。

2 ライフサイクルデザイン手法

建築構造物を企画・設計・施工し，その建築構造物を維持管理して，最後に解体・廃棄するまでの，建築構造物の全生涯に要する費用の総額を，建築構造物のライフサイクルコスト (Life Cycle Cost, LCC) といい，全生涯において発生する CO_2 排出量の総量を建築構造物の $LCCO_2$ という。以下本論文では，建築構造物の評価尺度として LCC を用いてLCD手法を概説するが， $LCCO_2$ についても同様の手法で評価可能である。

2.1 イニシャルコスト

イニシャルにおける部材 i のコスト評価 $C_{0,i}$ は，素材 j を使用する部材 i の重量 W_{ij} を用いて次式で算定される。

$$C_{0,i} = \sum_j (W_{ij} \cdot c_j) \tag{1}$$

ここに c_j は素材 j の製造および流通に関する単価を表し産業連関表に基づいて算定される。

よって，建築構造物全体のイニシャルコスト C_0 は，次式で算定される。

$$C_0 = \sum_i C_{0,i} = \sum_i \sum_j (W_{ij} \cdot c_j) \tag{2}$$

2.2 ランニングコスト

ランニングコストの評価は，部材別のイニシャルコスト評価に，劣化関数により算定される部材別の修繕率 r^*_{ik} を乗ずることによって算出する。時刻 t における部材 i の k 回目の修繕に関するコスト C_{ik} は，次式で算定される。

$$C_{ik} = \frac{C_{0,i}}{(1+\nu)^t} \cdot \gamma^q \cdot r^*_{ik} \tag{3}$$

ここに

ν ：割引率
γ^q ：修繕率とコストとの関係を示すパラメータ

部材 i の修繕を期間 $t_{p,i}$ ごとに周期的に行うとすると，式 (3) は次式のようになる。

$$C_{ik} = \frac{C_{0,i}}{(1+\nu)^{k \cdot t_{p,i}}} \cdot \gamma^q \cdot r^*_{ik} \tag{4}$$

ここでは，$\nu = 0$，$\gamma^q = 1$ として評価を行う。

よって，部材 i の時間軸において累積したコスト C_i は，次式で算定される。

$$C_i = \sum_{k=1}^{n_i} C_{ik} \tag{5}$$

ここで，修繕回数 n_i は建築構造物の寿命 t_l と部材 i の修繕周期 $t_{p,i}$を用いて次式で表現できる。

$$n_i = \left\lceil \frac{t_l}{t_{p,i}} \right\rceil - 1 \tag{6}$$

ただし，$\lceil \cdot \rceil$ は Ceiling 関数を表現しており，$\lceil x \rceil$ の場合 x 以上 $x+1$ 未満の整数を表す。1 を減じているのは，イニシャルとの重複を避けるためである。

2.3 構法的序列による階層化の考慮

構法的序列による階層化[2)] とは，建築構造物を構成する部位の順序関係を示す概念である。これは LC 評価の観点から言えば，建築構造物を造る順序であり，修繕のし難さの順序でもある。式 (5) に示したランニングコストは，構法的序列による階層化の観点から見て支持側の部材の修繕の影響を考慮していない。被支持側の部材は支持側の部材の修繕によって修繕シナリオに制約を受ける。修繕シナリオとは，建築構造物の設計時に計画される，建築構造物を構成する各部材の平均耐用年数に基づく修繕計画である。一般に支持側の部材の修繕をするためには被支持側の部材は交換せざるを得ない。例えば，構造躯体とその仕上材がある時，構造躯体の修繕を行うためには仕上材を破棄する必要がある。

LC 評価を適切に行なうためには，支持側の部材の修繕を行う際に被支持側の部材は除去される現象を把握することが望まれる。以降，支持側の部材，例では構造躯体を構法的に上位，被支持側の部材，同例では仕上材を構法的に下位と呼ぶこととする。図 1 に構法的序列による階層化によるシナリオの制約の様子を示す。t_p^u は構法的序列第 u 位部材の修繕周期を，$t_{stopover}^{u:u-1}$ は構法的序列第 $u-1$ 位部材の修繕周期中の第 u 位部材の $\left\lceil \frac{t_p^u}{t_p^{u-1}} \right\rceil$ 回目の修繕後から時刻 t_p^{u-1} までの時間を示す。

構法的第 u 位の部材 i がそれより上位の第 $u-1$ 位の部材の修繕周期 t_p^{u-1} 中に発生するコスト $C_i^{u:u-1}$ は式 (4) を用いて次式で表現できる。

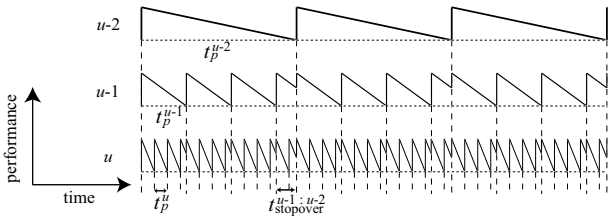


図1　構法的序列による階層化を考慮したシナリオ

$$C_i^{u:u-1} = \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} \tag{7}$$

ここで，第 u 位部材 i の修繕回数 $n_i^{u:u-1}$ は Ceiling 関数 $\lceil \cdot \rceil$ を用いた次式で表現できる。

$$n_i^{u:u-1} = \left\lceil \frac{t_p^{u-1}}{t_{p,i}^u} \right\rceil - 1 \tag{8}$$

建築構造物の躯体を構法的序列第 1 位とすると，躯体の修繕周期 t_p^1 すなわち建築構造物の寿命 t_l 中に発生する第 u 位の部材 i のランニングコスト C_i は次式で算定できる。右辺最終項はイニシャルとの重複を避けるため減じている。

$$\begin{aligned} C_i = & \prod_{x=1}^{u-2} n^{x+1:x} \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} \\ & + \sum_{y=1}^{u-3} \prod_{z=y}^{u-3} n^{z+1:z} \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:z+1}} C_{ik} \\ & + \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:1}} C_{ik} - C_{0,i} \end{aligned} \tag{9}$$

ここで，修繕回数 $n_i^{a:b}$，$n_{\mathrm{stopover},i}^{a:b}$ $(a > b)$ は Ceiling 関数 $\lceil \cdot \rceil$ を用いて次式で表現できる。

$$n^{a:b} = \left\lceil \frac{t_p^b}{t_p^a} \right\rceil - 1 \tag{10}$$

$$n_{\mathrm{stopover},i}^{a:b} = \left\lceil \frac{1}{t_{p,i}^u} \left\{ t_p^b - \left(\left\lceil \frac{t_p^b}{t_p^a} \right\rceil - 1 \right) \cdot t_p^a \right\} \right\rceil - 1 \tag{11}$$

よって，建築構造物全体の時間軸において累積したランニングコスト C_r は，各部材のランニングコスト C_i の和として次式で算定される。

$$C_r = \sum_i C_i \tag{12}$$

2.4 ライフサイクル評価

建築構造物は全供用期間に亘って多種多様のコストが発生するが，本論文では建築構造物全体のイニシャルコスト C_0 に，時間軸において累積した修繕による

ランニングコスト C_r を加算したものを，建築構造物の LCC とし， C_{lc} で表す。

$$C_{lc} = C_0 + C_r \tag{13}$$

2.5 評価対象期間の考慮

本論文では時間的なパラメータである躯体の耐用年数を操作するため，躯体の耐用年数すなわち建築構造物の寿命が異なる設計案を比較する必要が生じる。

寿命が異なる複数の設計案を比較するためには，LCC だけでなく，確定値として評価対象期間 t_{eval} を設定し，評価対象期間中に建築構造物が繰り返し利用されるとして，拡張した LCC を用いて評価することが望まれる。評価対象期間を構法的序列による階層の第 0 位とすれば，$t_{eval} = t_p^0$ として式 (13) は式 (9) を用いて次式のように拡張される。ただし次式では，LC評価期間全体を対象とするため式 (9) におけるイニシャル評価の重複は考慮する必要はない。

$$\begin{aligned} C_{eval} = \sum_i \Bigg\{ & \prod_{x=0}^{u-2} n^{x+1:x} \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} \\ & + \sum_{y=0}^{u-3} \prod_{z=y}^{u-3} n^{z+1:z} \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:z+1}} C_{ik} \\ & + \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:0}} C_{ik} \Bigg\} \end{aligned} \tag{14}$$

3 資源循環性の評価指標

これまでの建築物の LCD では，環境問題のなかでも地球温暖化の原因と考えられている CO_2 の排出量の他 SO_x, NO_x 及びエネルギーに着目して LCD を行なってきた。現在，地球温暖化対策が重要課題になっており，CO_2 排出量を指標とした LCD の重要性はあえて述べるまでもないが，それだけでは持続可能な発展を実現させるための中核の一つである資源循環性を評価するには十分ではない。資源循環性の評価を行うためには，建築物の LC でどれだけの資源が投入されたかと，どれだけの廃棄物が排出されたかを評価する必要がある。

本報では，LCA指針[5] において用いられる手法を参考に，資源消費を評価する LCR (Life Cycle Resource) の指標と廃棄物の発生を評価する LCW (Life Cycle Waste) の二つの指標を考える。図 2 に資源循環性の評価の模式図を示す。LCR はリサイクル資材活用によるバージン資源の消費を削減することを評価している。廃棄物の直接的な環境影響として，廃棄処分場の枯渇があり，これに対して最終処分量が直接的な指標となる。また漆崎ら[6] より下流側のリサイクル率，減容化率，茂呂ら[7] の研究より上流側のバージン資源投入率，資材製造時のCO_2 及びエネルギ排出原単位が求められており，本解析においてこれらのデータを活用する。

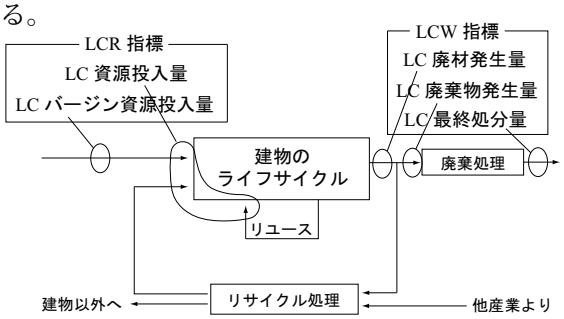


図2 資源循環性の評価指標の定義

3.1 LCR 指標について

バージン資源投入量とは投入された資源の全投入量から，他の建物などからリユースされたものを差し引き，更に，建設資材そのものに含有されるリサイクル資源の分を差し引いた資源，つまり全くの新規で使用された資源量である。資源には化石燃料のような消滅型資源，森林や海産物のような再生型資源，太陽エネルギーのような永久型資源の 3 種があり，バージン資源投入量を少なくすることで消滅型資源の存続に貢献できると考えられる。次に，LC バージン資源投入量について算出方法を述べる。LC バージン投入量 (Life Cycle primary material input) を $Q_{p-input}$，建設時の i 部材の建築物全体における LC 資源投入量 (Life Cycle material input)を Q^i_{input} とする。建設時の i 部材のバージン資源投入量を $Q^i_{0,p-input}$，ランニングでの i 部材のバージン資源投入量を $Q^i_{r,p-input}$ とするとそれぞれ次式で求められる。

$$Q^i_{0,p-input} = Q^i_{input} \cdot (1 - R^i_{i-reuse}) \cdot (1 - R^i_{i-recycle}) \tag{15}$$

$$Q^i_{r,p-input} = \sum_{k=1}^{n} \left(Q^i_{input} \cdot r^*_{ik}\right) \cdot (1 - R^i_{i-reuse}) \cdot (1 - R^i_{i-recycle}) \tag{16}$$

ここに

r^*_{ik}	: 部材iのk回目の修繕率
n	: 部材iの修繕回数
$R^i_{i-reuse}$	: 部材iに関する資材のリユース率 ($i-reuse$は上流側のリユース率を示す)
$R^i_{i-recycle}$	: 部材iに関する資材のリサイクル率 ($i-recycle$は上流側のリサイクル率を示す)

従って $Q_{p-input}$ は次式で求められる。

$$Q_{p-input} = \sum_i (Q^i_{0,p-input} + Q^i_{r,p-input}) \quad (17)$$

LCRではリサイクル資材の活用によるバージン資材の消費を削減することで，バージン資源からの製造に比べて，余分なエネルギーの消費，CO_2 の排出が必要になるといったようなリサイクルによる環境負荷の増減も評価している。

3.2 LCW 指標について

LCW 指標では図 2 に示すように LC 廃材発生量，LC 廃棄物発生量，LC 最終処分量の 3 つの指標を導入する。廃材発生量とは不要となった資材量で，資材投入量からリユース資材として再び利用される資材量を差し引いたものになる。また，廃棄物発生量とは廃棄処理する必要がある資材量で，廃材発生量からリサイクル資源として利用される資材量を差し引いたものとなる。最終処分量とは最終的に埋め立てられる物質の体積で，廃棄物発生量に焼却などの廃棄物処理による減容化を考慮したものとなる。次に，LC 最終処分量について算出方法を述べる。建築物全体での LC 最終処分量 (Life Cycle waste to landfill) を $W_{landfill}$ とする。ランニングでの部材 i の廃棄物発生量 $W^i_{r,landfill}$ および建築物の解体における部材 i の廃棄物発生量 $W^i_{d,landfill}$ はそれぞれ次式で求められる。

$$W^i_{r,landfill} = \sum_{k=1}^{n} (Q^i_{input} \cdot r^*_{ik} \cdot (1 - R^i_{w-reuse}) \cdot (1 - R^i_{w-recycle}) \cdot R^i_{w-reduce}) / \gamma^i_{landfill} \quad (18)$$

$$W^i_{d,landfill} = Q^i_{input} \cdot (1 - R^i_{w-reuse}) \cdot (1 - R^i_{w-recycle}) \cdot R^i_{w-reduce} / \gamma^i_{landfill} \quad (19)$$

ここに

$R^i_{w-reuse}$: 部材iに関する廃材のリユース率
($w-reuse$は下流側のリユース率を示す)

$R^i_{w-recycle}$: 部材iに関する廃材のリサイクル率
($w-recycle$は下流側のリサイクル率を示す)

$R^i_{w-reduce}$: 部材iに関する廃棄物処理による減容化率
($w-reduce$は処理による減容化を示す)

$\gamma^i_{landfill}$: 部材iに関する
廃棄物の埋め立てにおける比重量

従って $W_{landfill}$ は次式で求められる。

$$W_{landfill} = \sum_i (W^i_{r,landfill} + W^i_{d,landfill}) \quad (20)$$

廃棄物の直接的な環境影響として，廃棄物処理場の不足があり，これに対しては，最終処分量が直接的な指標となる。ここでは，廃棄物の発生そのものを環境負荷と捉えており，廃棄物の処理やリサイクル処理におけるエネルギー消費や CO_2 の排出などの評価は行っていない。

4 資源循環性を考慮した LC 最適化

本報では，資源循環性が建築構造物の LC に及ぼす影響を考察するため，図 3 に示す標準的な規模の独立住宅を解析モデルとして $LCCO_2$，LCW，LCR 最小化を行う。表 1 に解析に用いる GA パラメータを示す。また，リサイクル資材については以後資材名の後に (rc) と記述する。

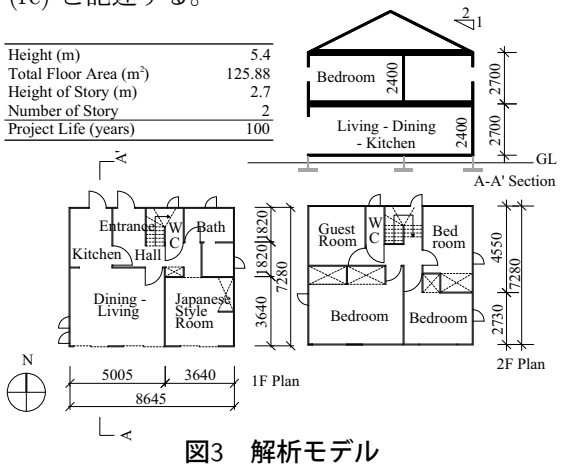


図3 解析モデル

表 1 GA パラメータ

Population	100
Elite	2
Generation	500
Probability of Crossover	0.80
Probability of Mutation	0.01

4.1 $LCCO_2$ 最小化

遺伝的アルゴリズムを用いて $LCCO_2$ の最小化を行う。ここでは，次式の適合度関数 $fitness_{LCCO_2}$ を用いて，最適化計算を行う。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && fitness_{LCCO_2} \\ &\text{subject to} && g_j \le 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$fitness_{LCCO_2} \equiv E_{eval}(\boldsymbol{c}, \boldsymbol{t}_p) \prod_j \gamma_j \quad (22)$$

ここに

E_{eval} ：評価対象期間中のライフサイクル CO_2
$\boldsymbol{c}$ ：空間的設計変数（部材の種類および組合せ）
$\boldsymbol{t}_p$ ：時間的設計変数（建築寿命および修繕周期）
g ：制約条件
γ_j ：制約条件を満たさない場合のペナルティ

表 2には $LCCO_2$ 最小解の LC 評価値を示し，表 3 に $LCCO_2$ 最小解の設計内容および修繕周期を示す。$LCCO_2$ 最小化問題に対して，表 3 より耐用年数 50 年の木造躯体，同じく木造スラブが有効となる解が得られている。GAによる進化過程の初期の世代からこれらが選択されており，木造が CO_2 排出量を減少させるために有効であることがわかる。建替えの必要が無い耐用年数 100 年の RC 造躯体よりも， 2 回ライフサイクルを繰り返す耐用年数 50 年の木造躯体が選択されたことは，木造躯体の評価対象期間中の CO_2 排出量が小さいことを示している。

表 2　$LCCO_2$ 最小化ライフサイクル評価値

	LCW (kg)	$LCCO_2$ (kg-CO_2)	LCR (kg)
$LCCO_2$ 最小化	30049.4	75603.19	125628.8

表 3　$LCCO_2$ 最小化設計解内容

部位名	部材	選択部材	周期
躯体	構法	木造躯体	50年
スラブ	構法	木造スラブ	50年
屋根	屋根下地材	セメント板	26年
	屋根仕上材	化粧スレート	26年
外壁	壁体	S 造	50年
	外壁下地材	パルプセメント板 (rc)	30年
	外壁仕上材	パルプセメント板 (rc)	30年
内壁	壁体	S 造	50年
	内壁下地材(外)	パーティクルボード (rc)	26年
	内壁仕上材(外)	パーティクルボード (rc)	26年
	内壁下地材(内)	パーティクルボード (rc)	26年
	内壁仕上材(内)	パルプセメント板 (rc)	26年
	窓サッシ	アルミサッシ	26年
	窓	窓ガラス	26年
天井	天井下地材	パーティクルボード (rc)	26年
	天井仕上材	パルプセメント板 (rc)	26年
床	床下地材	パーティクルボード (rc)	26年
	床仕上材	パーティクルボード (rc)	26年

4.2　LCW 最小化

表 4には LCW 最小解の LC 評価値を示し，表 5 に LCW 最小解の設計内容および修繕周期を示す。LCW 最小化問題に対して，表 5 より耐用年数 100 年の RC 造躯体，RC 造スラブ，RC 造壁体(内側，外側)が有効となる解が得られている。これは評価対象期間が 100 年で設定されており，他の躯体構法が選択された場合評価対象期間中に建替えが必要となるが，100 年の耐用年数を持つ RC 造は建替えを必要としないため選択されたと考えられる。

表 4　LCW 最小化ライフサイクル評価値

	LCW (kg)	$LCCO_2$ (kg-CO_2)	LCR (kg)
LCW 最小化	6221.79	444850.1	475492.4

表 5　LCW 最小化設計解内容

部位名	部材	選択部材	周期
躯体	構法	RC 造躯体	100年
スラブ	構法	RC 造スラブ	100年
屋根	屋根下地材	合板	25年
	屋根仕上材	鉄板	25年
外壁	壁体	RC 造	100年
	外壁下地材	再生アルミボード (rc)	26年
	外壁仕上材	再生アルミボード (rc)	26年
内壁	壁体	RC 造	100年
	内壁下地材(外側)	再生アルミボード (rc)	29年
	内壁仕上材(外側)	クロス	15年
	内壁下地材(内側)	再生アルミボード (rc)	26年
	内壁仕上材(内側)	クロス	13年
	窓サッシ	アルミサッシ	26年
	窓	窓ガラス	26年
天井	天井下地材	再生アルミボード (rc)	26年
	天井仕上材	クロス	13年
床	床下地材	アルミ	40年
	床仕上材	カーペット	20年

4.3　LCR 最小化

表 6 に LCR 最小解の LC 評価値を示し，表 7 に設計内容および修繕周期を示す。表 6 において LCR 最小解の LCW 値は次節の比較に用いない。これは リサイクル資材のバージン資源投入量が 0 であるため，修繕回数が増加してもリサイクル資材の LCR は 0 となり，LCR 最小化において修繕周期が考慮されないためである。

LCR 最小化問題に対して，表 7 より耐用年数 50 年の木造躯体，同じく木造スラブが有効となる解が得られている。LCR 最小化解は $LCCO_2$ 最小化解と同じ部材が多く選択されており，木造及びリサイクル資材が $LCCO_2$，LCR の最小化に有効であることがわかる。

表 6　LCR 最小化ライフサイクル評価値

	LCW (kg)	$LCCO_2$ (kg-CO_2)	LCR (kg)
LCR 最小化	23059.7	273151.1	116444.4

表 7　LCR 最小化設計解内容

部位名	部材	選択部材	周期
躯体	構法	木造躯体	50年
スラブ	構法	木造スラブ	50年
屋根	屋根下地材	合板	25年
	屋根仕上材	化粧スレート	25年
外壁	壁体	S造	50年
	外壁下地材	合成木材 (rc)	25年
	外壁仕上材	合成木材 (rc)	25年
内壁	壁体	S造	50年
	内壁下地材(外)	パーティクルボード (rc)	30年
	内壁仕上材(外)	再生アルミボード (rc)	11年
	内壁下地材(内)	パーティクルボード (rc)	30年
	内壁仕上材(内)	合成木材 (rc)	16年
	窓サッシ	アルミサッシ	30年
	窓	窓ガラス	30年
天井	天井下地材	パーティクルボード (rc)	30年
	天井仕上材	パーティクルボード (rc)	30年
床	床下地材	パーティクルボード (rc)	12年
	床仕上材	パーティクルボード (rc)	12年

4.4 LCW，LCR に関する比較

LCW に関する比較　表 8 に，LCW 最小解と $LCCO_2$ 最小解の最終処分量について LC 評価値を示し，図 4 に各設計解の評価対象期間における LCW の推移を示す。表 8 の LCW の比較に関して LCW 最小解の方が $LCCO_2$ 最小解よりも LCW が小さいことがわかる。解析結果では LCW 最小解の躯体は RC 造，$LCCO_2$ 最小解の躯体は木造であるが，躯体の相違は LCW の大きな差にならず，下位部材であるリサイクル率の小さいセメント板，化粧スレート，パルプセメント板が LCW の差を大きくしていることがわかった。また，図 4 において躯体の修繕周期が，LCW 最小解は 1 回，$LCCO_2$ 最小解は 2 回となっているが，躯体の LCW は全体の LCW の差の要因ではなく，下位部材の選択，修繕シナリオの相違が全体の LCW の差の要因となった。

LCR に関する比較　表 9 に，LCW 最小解，$LCCO_2$ 最小解，LCR 最小解のバージン資源投入量について LC 評価値を示し，図 5 に各設計解の評価対象期間におけるLCRの推移を示す。表 9 の LCR 評価において LCW 最小解の方が $LCCO_2$ 最小解よりも LCR が小さく，$LCCO_2$ 最小解よりも LCR 最小解の方が LCR が小さい。解析結果より LCW 最小解の躯体，スラブは RC 造，$LCCO_2$ 最小解は木造，LCR 最小解は木造であったが，RC 造と木造の相違は LCR の差の要因と言え，下位部材のリサイクル資材や他の資材は LCR の差の要因ではなかった。図 5 において躯体，スラブの修繕周期が，LCW 最小解は 1 回，$LCCO_2$ 最小解は 2 回，LCR 最小解は 2 回となっているが，建替えの必要が無い耐用年数 100 年の RC 造よりも，2 回ライフサイクルを繰り返す耐用年数 50 年の木造の方が LCR が小さいため，耐用年数 50 年の木造が選択されたと考えられる。これらより，躯体やスラブの構法選択が LCR の差の要因となっていることがわかる。

5 結

本論文では，資源循環性を考慮した建築構造物の LCD 手法を提案した。さらに，$LCCO_2$ 最小化を行なって得られた設計案と，資源循環性を考慮した建築構造物の LCD 手法によって得られた設計案を比較し，資源循環性の考慮が LCD に与える影響を考察した。資源循環性を考慮した LCD によって得られた設計案は，$LCCO_2$ 最小化を行なって得られた設計案よりも資源投入量，廃棄物の最終処分量を減少させ，環境負荷を低減させる設計案であった。このような手法は，設計案の時空間での性状を意思決定者に示す場合や，性能設計における要求性能の検討の際などに役立つであろう。しかしながら，資源や廃棄物におけるリサイクル率やリユース率，減容化率などの部材データの詳細は各団体によって公開されているが，情報量としては乏しく，今後資源循環性を考慮し環境に配慮した LCD を行うために資源や廃棄物における部材データの蓄積が強く望まれる。

表 8　LCW に関する比較

	LCW 最小化	$LCCO_2$ 最小化
LCW (kg)	6221.79	30049.4

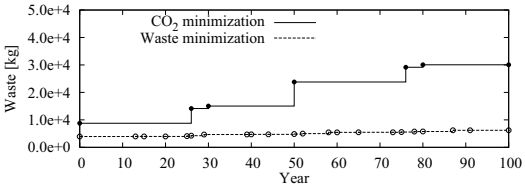


図4　LCW 経年累積比較

表 9　LCR に関する比較

	LCW 最小化	$LCCO_2$ 最小化	LCR 最小化
LCR (kg)	475492.4	125628.8	116444.4

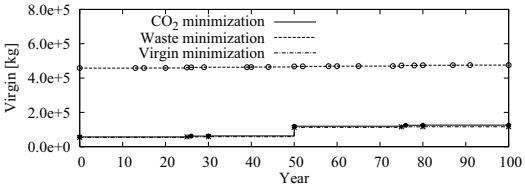


図5　LCR 経年累積比較

参考文献

1）国土交通省： http://www.mlit.go.jp/sogoseisaku/ recycle/index.html
2）大森博司，野田賢：遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.601，pp.181–188，2006.
3）小林春之，内藤雅子，蜂須賀聖力，大森博司：劣化の不確定性を考慮した建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究，構造工学論文集，Vol.54B，pp.235–240，2008.
4）内藤雅子，蜂須賀聖力，大森博司： 地震ハザードを考慮した建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究， 構造工学論文集，Vol.55B，pp.613–620，2009.
5）日本建築学会： 建物の LCA 指針～温暖化・資源消費・廃棄物対策のための評価ツール～，2006.
6）漆崎昇，水野稔，下田吉之，酒井寛二，森正義：建築物の長寿命化におけるライフサイクル廃棄物と二酸化炭素排出量に関する研究，日本建築学会計画系論文集，No.563，pp.93–100，2003.
7）茂呂隆，多葉井宏，高口洋人：リサイクル建築資材製造時の環境負荷原単位に関する研究，日本建築学会環境系論文集，No.595，pp.113–119，2005.

レクサットを用いた信頼性最適化設計法

藤田 啓[1)], 大森 博司[2)], 兼光 知巳[3)], 熊田 昭彦[4)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，k.fujita@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)清水建設（株）技術研究所，工博，kanemitsu@shimz.co.jp
4)清水建設（株）技術研究所，kuma_a@shimz.co.jp

1 序

近年，性能設計や限界状態設計法など，設計の自由度を上げると考えられる設計手法が注目されている。ただし，限界状態設計法では，設計案の信頼性を評価するために，計算負荷の大きい信頼性解析を行う必要がある。この信頼性解析を簡略化できれば，設計のプロセスを迅速化できるばかりでなく，その一部を最適化過程とみなし，数学的に定式化することにより，設計解を合理的に選定することができる。

また，最適化問題を解くことにより得られる最適解は，各種外乱や不確定要因に対して脆弱となる可能性を有している。実際の運用においては，そうならないようにパラメータに安全率を設けるのが一般的である。最適化問題の目的関数として，不確定性を考慮したものを定式化できれば，外乱に対して強い解や，個別に安全率を設けるよりも合理的な解を得ることができると考えられる。

本論文では，上記を実現するような手法を確立すべく，中沢[1)]により提案された評価指標のレクサットを用いて数値解析例による検証を行った。

2 評価指標

2.1 概要

レクサット (recsat) とは，満足度の逆数 (rec*iprocal of* sat*isfaction*) を意味し，情報量の概念をもとに，中沢[1)]が提案した指標である。「システムの持つ性能の幅 (ばらつきの範囲) がどの程度許容域に収まっているか (満足度) 」を定量化したものである。

2.2 定式化

システムの持つ性能の幅をシステムレンジ (S) ，性能の許容域をデザインレンジ (D) ,システムレンジとデザインレンジの重複範囲をコモンレンジ (C) とすると，レクサット (R) は次式で表現される。

$$R = \ln \frac{S}{C} \tag{1}$$

図1に評価の場合分けによる(i)～(iii)のケースにおけるデザインレンジ・システムレンジ・コモンレンジの関係の例を示す。今，性能の値は小さい方が優れているものとし，図中の網掛け部分のようにデザインレンジをある値以下と設定する。このとき，(i)では$R = 0$，(ii)では$R > 0$，(iii)ではRは不定となり，Rの値が小さいものほど良い解となる。

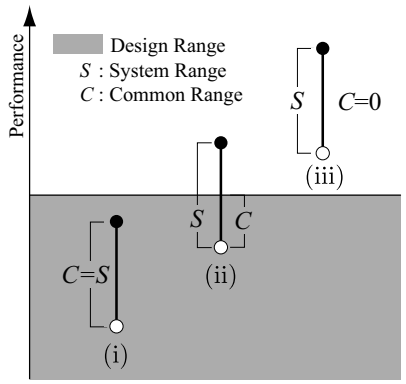


図1 デザインレンジ・システムレンジ・コモンレンジの関係

2.3 評価方法

図2にレクサットの評価のフローを示す。まずデザインレンジとして，性能の上限あるいは下限を設定し，設計変数を設定する。次に，設計変数とは独立に設けた変動変数を離散化する。ここに，変動変数を設計時には確定されないものの，性能へ影響を与えるパラメータと定義する。変動変数の例としては，施工時における寸法の誤差や荷重パターンの不確定性などが挙げられる。次に，変動変数の水準を変えて，変動変数が複数ある場合はその全組み合わせで，性能の値を評価する。そして，それらを標本として性能の平均: μ および標準偏差: σ を計算し，それらを用いてシステムレンジを $[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma]$ とする。k は $R = 0$ の解の信頼性に対応する定数である。そして，図 1 のようにシステムレンジとデザインレンジの重複範囲をコモンレンジとし，式 (1) によりレクサットを評価する。

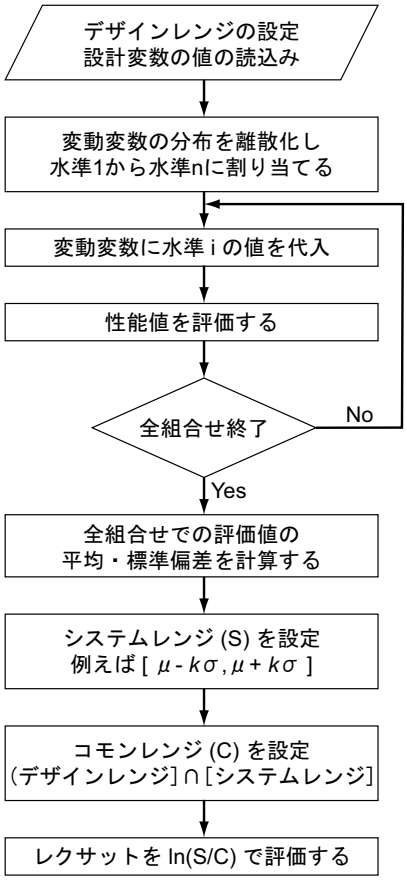


図2　レクサット評価フロー

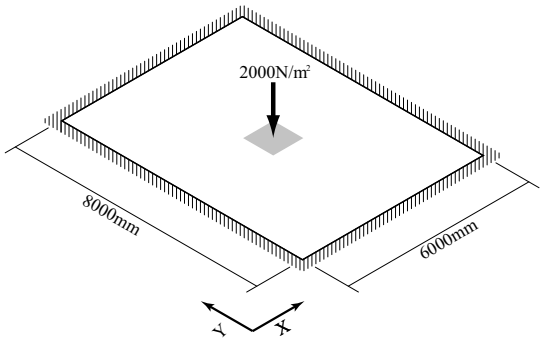


図3　解析対象

表 1　解析対象

x方向スパン	6000 [mm]
y方向スパン	8000 [mm]
積載荷重	2000 [N/m^2]
F_c 材料強度	24 [N/mm^2]
単位体積重量	24 [kN/m^3]

表 2　デザインレンジ

デザインレンジ（たわみ）の上限	1.5 [mm]

表 3　変動変数

	平均	標準偏差
スラブ厚誤差 Δt [mm]	-5.4	11.0
コンクリート強度差ΔF_c [N/mm^2]	7.67	2.7

3　1変数の例題・モンテカルロ法との比較

3.1　解析対象・解析条件

解析対象は，図 3 および表 1 に示すような 6m×8m のスパンの床とする。表2にデザインレンジを，表 3 に変動変数を示す。弾性たわみを想定し，短辺スパンの 1/4000 (=1/250×1/16) である1.5mm をデザインレンジの上限とした。また，設計変数はスラブ厚のみとし，材料強度から求められる剛性を用いてたわみの計算を行った。表3の変動変数を用いて，それぞれ 3 つの水準で離散化し，全組合せの 9 (= 3^2) 通りでたわみを計算した。設計変数はスラブ厚の1つのみなので，スラブ厚をパラメトリックに変化させたときのレクサットをそれぞれ評価した。

3.2　解析結果

それぞれのスラブ厚で得られたレクサットおよび評価の途中で得られるデータを図 4 から図 6 に示す。

図 4 は，9通りの変動変数の組み合わせによるたわみの値である。3つずつのグループに見えるのは，表 9 の標準偏差の変動では，スラブ厚誤差の変動のほうがたわみへ大きく影響するためである。つまり，3つのまとまりは同じスラブ厚誤差で，コンクリート強度差が異なるものである。

図 5 は，図 4 で得られた9通りのたわみの平均と標準偏差から, [$\mu - 2\sigma$, $\mu + 2\sigma$] の区間をシステムレンジとし，プロットしたものである。また図中の網掛けはデザインレンジの範囲を表す。

図 6 は，図 5 のデザインレンジ，システムレンジよりコモンレンジを算出し，さらにレクサットを評価，プロットしたものである。同時に，モンテカルロ法 (標本数:1,000,000) により，表 9 の変動を正規分布としてばらつきを与えたときに，たわみが1.5mmを上回る確率（以下，危険率）を実線で示す。また，それと類似する，$1 - C/S$ つまりシステムレンジのうちデザインレンジに収まらない部分の割合も併せて破線で示す。図中縦に引いた一点鎖線は，この解析条件におけるRC規準[2)]での最小スラブ厚(186mm)である。まず，実線のモンテカルロ法の結果に着目すると，確率分布関数状のカーブとなっていることがわかる。RC規準の最小スラブ厚186mmのときの危険率が約0.25となっているが，実際には長期たわみは16倍より小さいことから，

デザインレンジを短辺スパンの1/250とした長期のたわみで計算すればもっと危険率は下がると考えられる。またモンテカルロ法の結果と $1-C/S$ を比較すると，おおむね良い対応を示している。$1-C/S$ は，1となる 140mm の点からおおよそ2次曲線のような形で降下し，197.89mm のとき 0 となっている。ちなみに，このときのモンテカルロ法における危険率は，約0.0643である。次にレクサットに着目すると，$1-C/S$ に対応して 200mm で 0 になり，140mm で発散している。

システムレンジの係数kとレクサットが0の解の信頼性や他の問題でレクサットが0のときの危険率を検討することにより，レクサットと危険率の対応を調べられる。これについては次章で検証の結果を述べる。また，複数パラメータの問題についても，レクサット最小化することで，適切な信頼度を持った設計を行うことができると考えられる。

4　システムレンジ係数kと解の信頼性の関係

システムレンジのを決定する際の，係数kをパラメトリックに取ったときのモンテカルロ法での危険率の関係を，前章の解析例題を用いて調べた。方法は下記のように行った。

1. $k=k_i$を設定($k_i=0.5i+0.5,\ i=1,2,\cdots,6$)
2. 繰り返し計算により$R=0$となる最小のtを算出
3. そのときのtをモンテカルロ法に入力
4. たわみ: $\delta>1.5$mmとなる確率を算出
5. $i\to i+1$として 1. に戻る

以下にその結果を示す。表4にkとレクサットが0となる最小スラブ厚およびそのときの危険率を示す。図7はkと危険率の関係をプロットしたものである。また，実線で示しているのは，プロットの結果を指数関数として式 (2) のように回帰したものである。このときの相関係数は式 (3) のようになる。

$$P_f = 0.56285\cdot\exp\frac{-k}{0.97845}-0.00806 \quad (2)$$

$$R^2 = 0.99976 \quad (3)$$

これらを見ると，高い相関を持った指数関数の1次式状の関係があることがわかる。一般に信頼性解析等で用いられる，危険率1%や,5%に対応させる場合はそれぞれ，$k=3.5$, $k=2.3$程度を用いればよい。

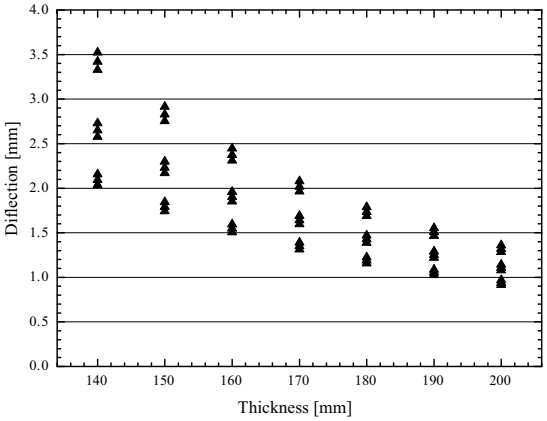


図4　各水準の組合せにおけるたわみの評価値

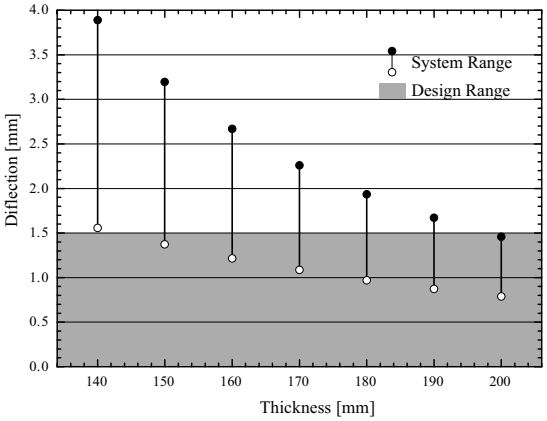


図5　各スラブ厚におけるシステムレンジ

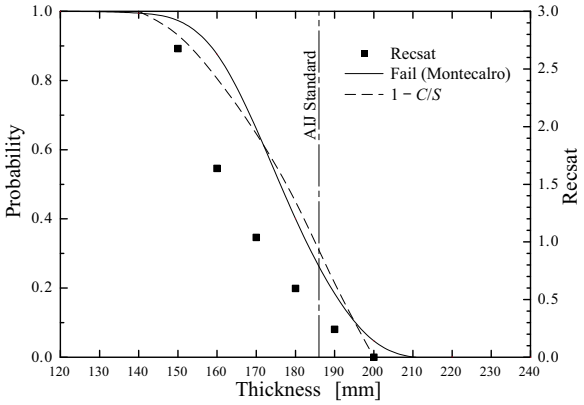


図6　各スラブ厚におけるレクサットと
モンテカルロ法によるたわみ上限超過確率

k	t [mm]	P_f
1.0	188.60	0.193963
1.5	193.42	0.115028
2.0	197.89	0.064300
2.5	202.08	0.034580
3.0	206.03	0.017563
3.5	209.77	0.008874

表 4　kとレクサットが0となる最小スラブ厚
およびそのときの危険率

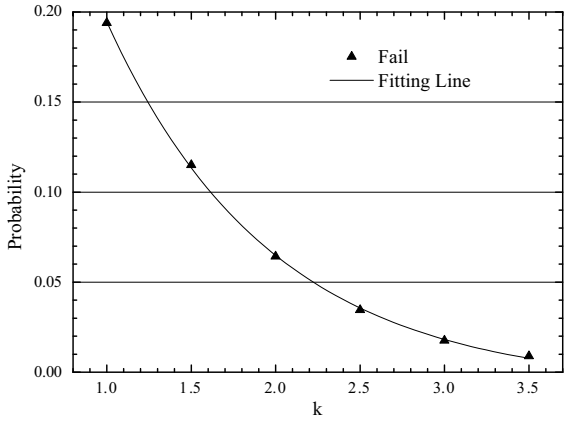


図7　kと危険率の関係

5　レクサットとコストの同時最適化問題への適用

5.1　解析対象・解析条件

解析対象は，図3および表5に示すような6m×8mのスパンの床とする。最適化パラメータを表7に示す。最適化手法としては，Zizlerら[3]によるSPEA2(Strength Pareto Evolutionary Algorithm) を採用している。

表8にデザインレンジを，表9に変動変数を示す。長期たわみを想定し，短辺スパンの1/250である，24mmをデザインレンジの上限とした。長期たわみの計算は，岩田ら[4]による手法を採用した。また，設計変数はスラブ厚，上端筋高さ，下端筋高さ，および鉄筋量である。鉄筋量は，長辺方向および短辺方向の，端部および中央部で，上端筋および下端筋をそれぞれを独立な変数とした。表9の変動変数を用いて，それぞれ3水準で離散化し，全組合せの81 ($= 3^4$)通りでたわみを計算した。コストについては，表6に示す材料単価[5]を用いて，鉄筋とコンクリートの材料投入量から算出した。

5.2　解析結果

表10に得られたPareto解の詳細を示す。また，これを目的関数空間上にプロットしたものを図8に示す。表11は，表10の鉄筋量[本/m]の設計変数を[mm^2/m]に換算したものである。さらに，表12には，誤差を考慮せずに長期たわみをそのまま目的関数とし，コストとの多目的最適化問題を解いたときの各Pareto解の詳細を示す。表11のPareto解をレクサットではなく平均たわみとしてたわみ-コスト平面にプロットし，表12のPareto解集合と比較したものを図9に示す。また，変数typeと鉄筋位置の関係を図10に示す。

まず，図8に着目してみると，本解析ではNo.1とNo.2 ～ No.5の解の間に大きな隔たりが見られるものの，おおよそトレード・オフ関係のPareto-Frontを形成していることがわかる。また表10および表11で解の詳細に着目してみると，最も特徴的な変数は，スラブ厚で解番号の小さいものほどスラブ厚が大きい。このことから，スラブ厚はコストおよびたわみへの影響の大きいパラメータであるということが確認できる。鉄筋量に関しては，X方向端部の上端筋が多いという定性的な特徴が確認されるが，スラブ厚ほど顕著な特徴は見られない。typeに関しては，コストとは無関係なパラメータということもあり，X方向で有利になる1が選択されているものが多い。また，鉄筋深さに関しては，下端筋は全て10mmでたわみ抑制に有利なものを選択しているが，上端筋深さは10mm～18mmとなっている。これは鉄筋位置誤差およびスラブ厚誤差（表9参照）の影響だと考えられる。

次に，図9に着目してみると，レクサットを目的関数としたPareto解集合のほうが，劣解側，つまり安全側になっていることがわかる。さらに，その解番号の小さいもののほうがたわみ・コスト同時最適化のPareto-Frontから離れて位置しており，より安全な設計解となっている。

表 5　解析対象

x方向スパン	6000 [mm]
y方向スパン	8000 [mm]
積載荷重	2000 [N/m^2]
F_c 材料強度	24 [N/mm^2]
コンクリートの単位体積重量	24 [kN/m^3]
乾燥収縮	4.0×10^{-4}
クリープ係数	3.0

表 6　材料単価[5]

材料単価	円
コンクリート(/m^3)	8200
鉄筋(/t)	73000

表 7　最適化パラメータ

最適化手法	SPEA2
目的関数	コスト
	長期たわみレクサット
設計変数	20
個体数	50
世代数	500
交叉率	0.6
突然変異率	0.2

表 8　デザインレンジ

デザインレンジ（たわみ）の上限	24 [mm]

表 9　変動変数

	平均	標準偏差
スラブ厚誤差 Δt [mm]	-5.4	11.0
上端筋位置誤差 [mm]	-23.7	11.5
下端筋位置誤差 [mm]	-3.0	5.0
コンクリート強度差ΔF$_c$ [N/mm^2]	7.67	2.7

表 10　Pareto解集合の詳細

No.	Recsat	Cost [Yen]	type	スラブ厚 [mm]	鉄筋量 X方向 [本/m]								鉄筋量 Y方向 [本/m]								上端筋深さ [mm]	下端筋深さ [mm]
					端部				中央部				端部				中央部					
					上端筋		下端筋		上端筋		下端筋		上端筋		下端筋		上端筋		下端筋			
					D10	D13	D10	D13	D10	D13	D10	D13	D10	D13	D10	D13	D10	D13	D10	D13		
1	0.00	89220	1	195	7.2	9.4	3.2	3.0	0.8	5.4	9.2	1.6	2.6	1.6	6.2	1.8	2.4	2.6	6.6	4.4	10	10
2	0.33	76200	4	160	7.0	8.6	7.8	5.0	0.0	3.8	10.0	8.0	5.4	0.0	0.8	2.0	0.0	0.0	6.4	7.6	16	10
3	0.42	74540	1	155	8.4	6.4	0.8	5.4	0.8	7.6	8.0	8.0	3.2	1.2	1.4	7.0	0.8	0.4	5.8	4.2	18	10
4	0.45	74490	1	155	8.0	6.0	7.8	4.4	5.0	1.8	9.2	8.0	3.2	8.0	1.4	0.4	0.8	0.4	5.8	4.2	18	10
5	0.52	70270	1	150	3.0	9.0	1.2	4.0	1.2	5.8	7.2	9.4	6.4	0.0	0.8	0.4	0.0	0.4	6.2	4.4	13	10

表 11　Pareto解集合の詳細(鉄筋量を計算)

No.	Recsat	平均たわみ [mm]	Cost [Yen]	type	スラブ厚 [mm]	鉄筋量 X方向 [mm^2/m]				鉄筋量 Y方向 [mm^2/m]				上端筋深さ [mm]	下端筋深さ [mm]
						端部		中央部		端部		中央部			
						上端筋	下端筋	上端筋	下端筋	上端筋	下端筋	上端筋	下端筋		
1	0.00	18.4	89220	1	195	1705	608	743	856	388	669	501	1027	10	10
2	0.33	20.9	76200	4	160	1589	1189	483	1726	383	311	0	1420	16	10
3	0.42	21.4	74540	1	155	1409	743	1022	1584	380	988	108	945	18	10
4	0.45	21.9	74490	1	155	1330	1113	584	1669	1243	150	108	945	18	10
5	0.52	22.4	70270	1	150	1356	593	822	1705	454	108	51	999	13	10

表 12　誤差を考慮しないたわみとコストのPareto解集合(一部)

No.	たわみ [mm]	Cost Yen	type	スラブ厚 [mm]	鉄筋量 X方向 [mm^2/m]				鉄筋量 Y方向 [mm^2/m]				上端筋深さ [mm]	下端筋深さ [mm]
					端部		中央部		端部		中央部			
					上端筋	下端筋	上端筋	下端筋	上端筋	下端筋	上端筋	下端筋		
1	11.3	99563	1	210	1517	1492	720	1915	193	1222	195	1641	10	10
2	12.3	93428	4	200	1502	1023	898	1813	264	531	317	1472	14	10
3	12.6	91667	1	195	943	1124	1076	1940	264	1014	232	1280	10	10
4	13.6	88219	1	180	1730	1314	1638	1915	562	28	662	1488	10	10
5	16.5	82177	1	175	1054	591	0	1787	1813	28	116	1354	10	10
6	17.5	81365	1	175	713	633	933	1446	246	300	918	1269	30	10
7	17.6	75350	1	150	1730	1073	1562	1787	266	917	331	1091	10	10
8	21.3	69380	1	140	1117	554	1168	1702	1158	85	402	1269	10	10
9	26.2	63522	1	120	1632	365	1140	1915	1627	497	217	1081	10	10

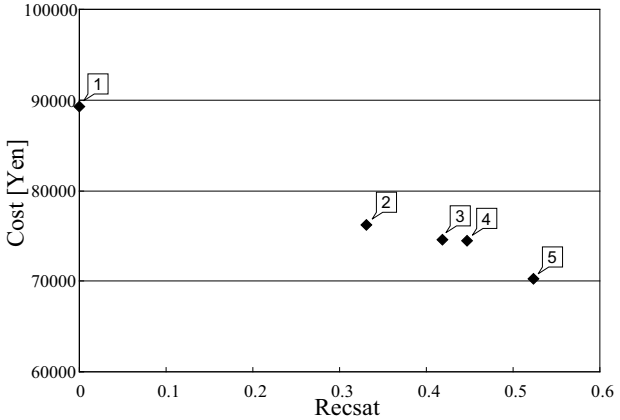


図8　Pareto解集合

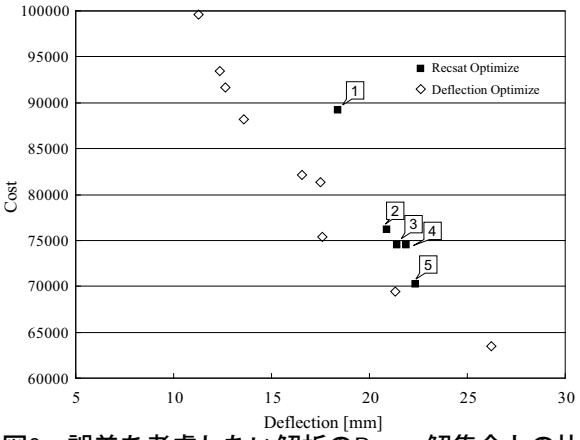


図9　誤差を考慮しない解析のPareto解集合との比較

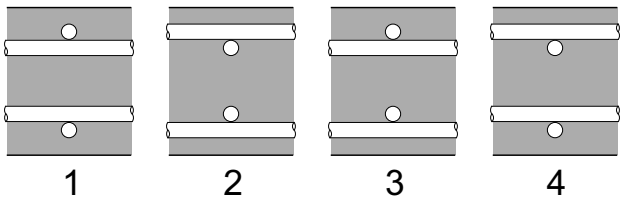


図10　typeと長手方向断面における鉄筋位置の関係

6　結

3章において，1変数の問題を用いることで，レクサットによる評価とモンテカルロ法の信頼性解析の結果を比較し，良い対応を示していることを確認した。さらに4章では，また同じ問題において，システムレンジを決定する係数kを変化させ，レクサットが0となる解の信頼性との関係を明らかにした。これらにより99%の信頼性を得るには$k = 3.5$を，95%の信頼性を得るには$k = 2.3$と設定すればよいという結果が得られた。そして5章では，コストと床スラブの長期たわみのレクサットを目的関数とした，多目的最適化問題をSPEA2により解いた。その結果から，コストとレクサットのPareto解集合が，トレードオフ関係になることを確認した。また，本解析において床スラブのたわみとコストは，鉄筋よりもスラブ厚に大きく依存するという結果が得られた。コストとレクサットの同時最小化により得られたPareto解集合と，コストとたわみの同時最小化により得られたPareto解集合を比較し，変動変数により不確定要因を考慮している前者のほうが劣解側に位置していることを確認した。

参考文献

1）中沢弘：製品開発のための中沢メソッド，工業調査会, 2006.

2）日本建築学会: 鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説，1999.

3）E.Zizler, M.Laumanns, and L.Theiele,SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm, Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab, (TIK), 2001.

4）岩田樹美，大野義照，李振宝: 鉄筋コンクリートおよびプレストレスト鉄筋コンクリート二方向スラブの長期たわみ制御に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第625号，pp425-432，2008.3.

5）(財)建設物価調査会：建設物価, 2007.12.

スプリングネットワークモデルを用いたトラス構造物の形態創生に関する基礎的研究

小野聡子 [1)]，佐々木亜衣 [2)]

1 ）有明工業高等専門学校建築学科，准教授，博士（工学）
2 ）鹿児島大学工学部建築学科，学生，准学士（工学）

1 ．序

現在，建築物の形態創生については様々な手法が提案されており，各手法により形態創生された建築物はデザイン的に優れたものが多い．しかし，それらの手法では，あらかじめ設定された領域内にしか形態創生できないため，デザインに制約が生じることもある．

一方，自然界に生存する生物には，デザイン的に優れたものが多く存在する．そのため，生物の「外殻構造」，すなわち，生物の形態（形状）などを取り入れた建築物が近年見かけられる．しかし，生物の「内部構造」，すなわち，生物を構成する細胞の発生や成長などに着目して形態創生された建築物はほとんど見られない．

このような背景から，本研究では，細胞の発生や成長などに着目して，それらを応用することにより，領域にとらわれずに建築物を形態創生する手法の確立を目的としている．本研究では，トラス構造物を形態創生の対象としているため，細胞の発生や成長の再現が可能かつトラス構造物の形態創生が可能であるスプリングネットワークモデルを用いる．そこで，本論文では，スプリングネットワークモデルを応用することにより，トラス構造における屋根面の形態創生の可能性を模索した結果について報告する．

2 ．形態創生に用いるモデル

本研究で考えているモデルを図 1 に示す．スプリングネットワークモデルとは，粒子間をスプリングで接続しているモデルである．そのモデルがトラス構造と類似していることに着目して，本研究ではスプリングネットワークモデルをトラス構造の形態創生に応用することにした．粒子部分およびスプリング部分を，トラス構造におけるノードおよびトラス部材としてそれぞれモデル化する．本論文では，ノード（粒子）の直径を 80（ mm ），トラス部材の長さを 600（ mm ），トラス部材の直径を 20（ mm ）およびバネ定数を 5.0（ N / m ）としている．

3 ．形態創生するためのアルゴリズム

本研究では，細胞の分裂性および増殖性に着目してトラス構造を形態創生する．細胞の分裂性および増殖性をシミュレーションするために乱数を利用するが，本研究では乱数が粒子分裂確率以下の場合に，外側粒子のみ分裂あるいは増殖してトラス構造を創生する．この粒子を増殖決定粒子とよび，増殖決定粒子にリンクしている内側粒子数および増殖決定粒子と外側粒子との角度により粒子の増殖数が決定される（図 2 参照）．また，増殖部分の重心および方向ベクトルにより，粒子の増殖方向が決定される．

4 ．形態創生の手順

本論文では，屋根面をトラス構造により形態創生す

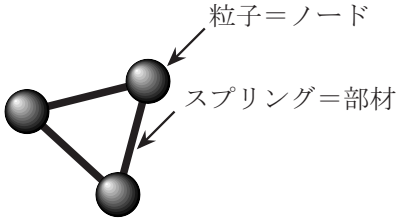
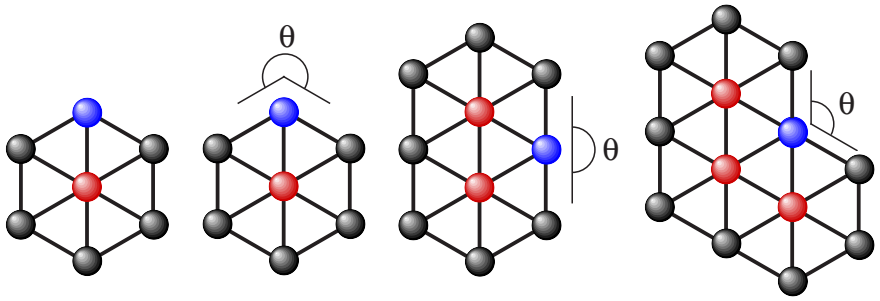


図 1　シミュレーションモデル



（ a ）初期状態（ b ）鈍角の場合（ c ）180° の場合　（ d ）鋭角の場合

図 2　ノードおよび部材を発生させるためのアルゴリズム

ることを試みた.その形態創生の手順は下記のとおりである.

（１）建築物を形態創生する領域の設定.
（２）使用する材料の選定およびその材料の力学的性質を設定.
（３）マウスを使用して柱の位置を領域内に設定.
（４）建築物の形態創生を開始.
（５）所定の条件を満足した段階で載荷.
（６）さらに建築物を形態創生.

本論文では，上記の各項目を下記のように設定した.

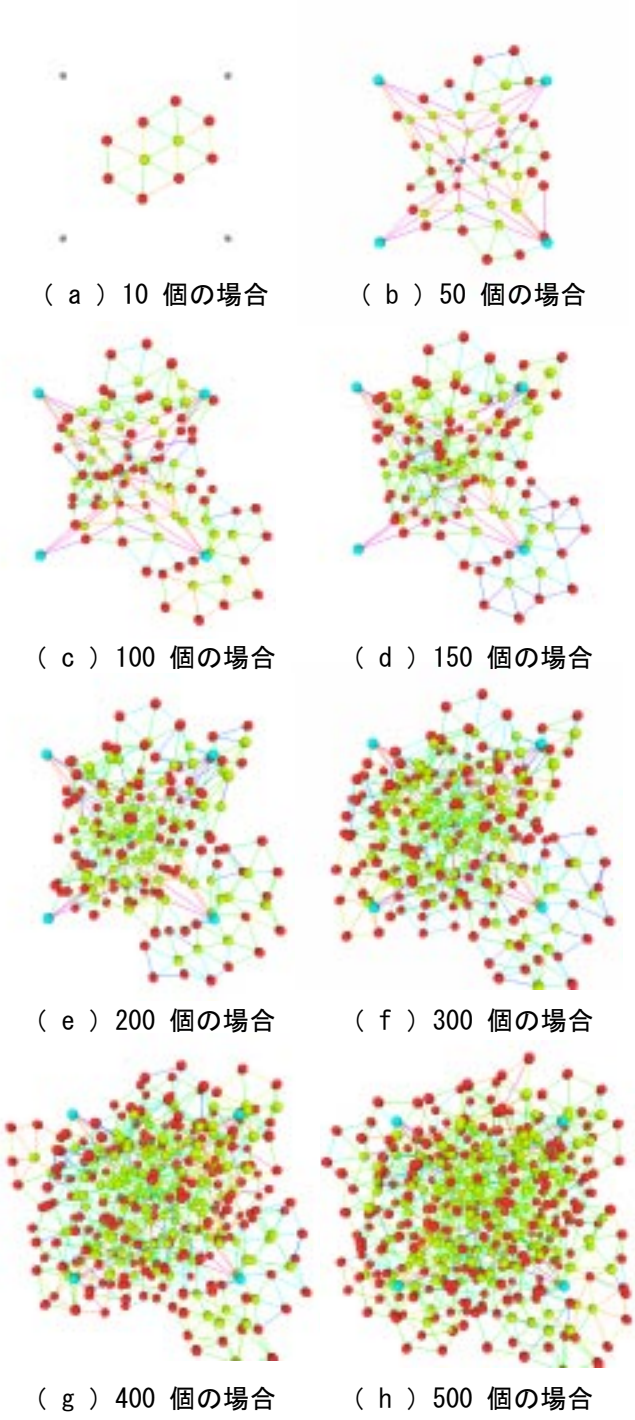
（１）設定領域　：5000（ mm ）× 5000（ cm ）
（２）使用材料　：SUS403
（３）力学的性質：SUS403 のヤング係数，引張力および降伏応力
（４）柱位置　　：領域内に2500（ mm ）のピッチで柱 4 本をロの字に配置
（５）外力　　：屋根面の重心付近にあるノードに引張力を鉛直下向きに作用
（６）目的関数　：トラス部材に生じる総ひずみエネルギーを最小化

なお，本研究で使用したプログラミング言語は Processing である.

5 ．形態創生の結果およびその考察

創生された屋根面の一例を時系列により図 3 に示す．なお，本論文では，最大ノード数（最大粒子数）を 500 個としている.

これより，本研究で考えている手法により，トラス構造による屋根面を創生可能であることを示唆できた.一方,細胞の分裂性および増殖性のみを取り入れた形態創生のアルゴリズムであるため，最大ノード数（最大粒子数）までノードが増加するのみである（それにともなってトラス部材も増加する）．そのため，屋根として最適な形状になっていない箇所も見受けられた．この点は，消滅性などの細胞の性質を取り入れたアルゴリズムに変更することにより解消できるのではないかと考えている.



（ａ）10 個の場合　（ｂ）50 個の場合
（ｃ）100 個の場合　（ｄ）150 個の場合
（ｅ）200 個の場合　（ｆ）300 個の場合
（ｇ）400 個の場合　（ｈ）500 個の場合

図 3　形態創生結果の一例

6 ．本形態創生手法の検証

前節 5 では，本研究で考えている形態創生手法により，トラス構造による屋根面を創生可能であることを示唆できた．そこで，下記の 3 つの CASE について形態創生を試みることにより,問題点など検討することにした.

（１）CASE 1 ：発生する最大粒子数を 500（個）まで変化させた場合

・作用させる最大荷重： 300（ kN ）
・トラス部材の長さ　： 600（ mm ）

（ 2 ）CASE 2 ：作用させる最大荷重を 1000（ kN ）まで変化させた場合
・最大粒子数　　： 300（個）
・トラス部材の長さ　： 600（ mm ）

（ 3 ）CASE 3 ：トラス部材の長さを 400（ mm ）～ 700（ mm ）まで 100（ mm ）間隔で変更した場合
・最大粒子数　　： 300（個）
・作用させる最大荷重： 300（ kN ）

前述以外の条件については,前節 2 および前節 4 と

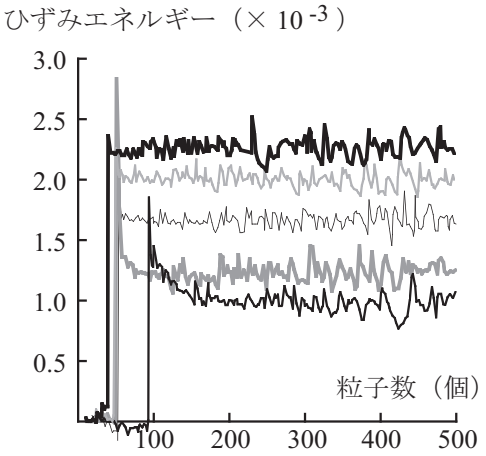


図 4　総ひずみエネルギーー粒子数関係

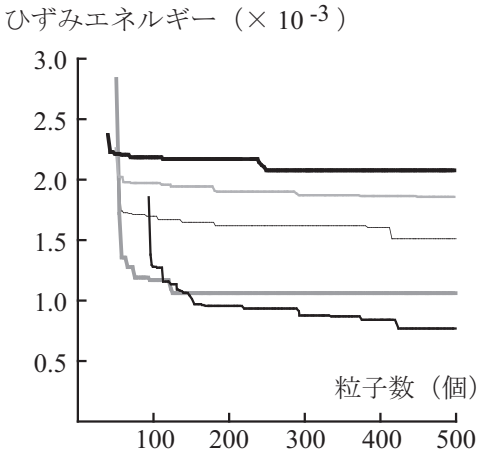


図 5　最小ひずみエネルギーー粒子数関係

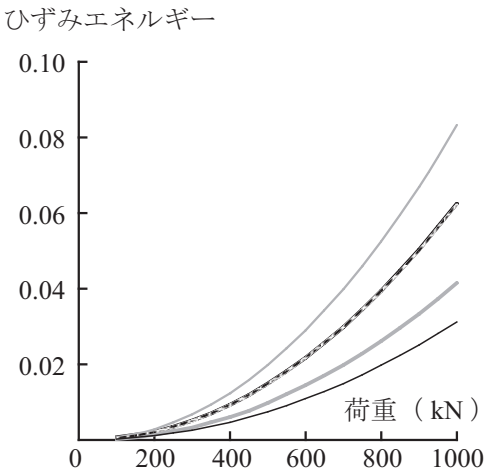


図 6　ひずみエネルギーー荷重関係

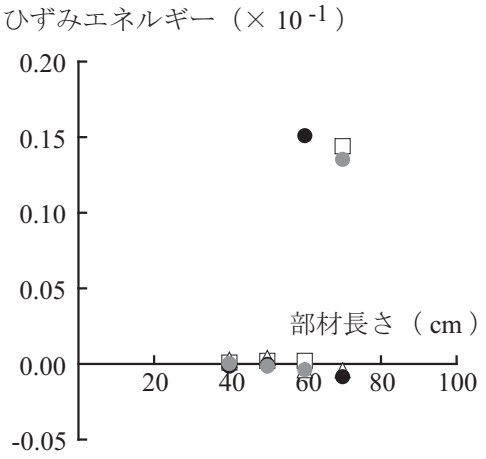
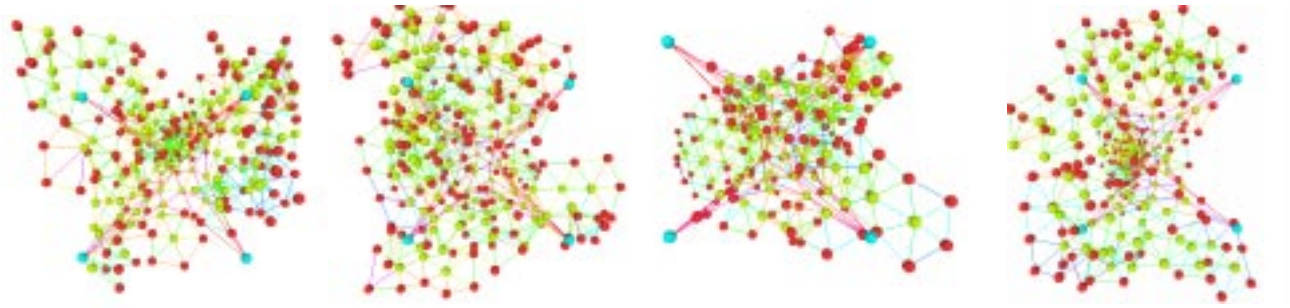


図 7　ひずみエネルギーートラス材の長さ関係



（ a ）屋根面 A　（ b ）屋根面 B　（ c ）屋根面 C　（ d ）屋根面 D

図 8　形態創生された屋根面の一例（総ひずみエネルギーがほぼ同値の場合・粒子数： 100 個）

同条件である.

乱数の組み合わせパターンによって創生される形態が異なるため, CASE 1 および CASE 2 については乱数の組み合わせの異なる各 10 パターンについて, CASE 3 については乱数の組み合わせの異なる 7 パターンについて屋根面の形態創生を試みた.

7 . 本形態創生手法の検証結果およびその考察

各 CASE において得られた結果を図 4 ～図 7 に示す. 図 4 および図 5 において, 縦軸はひずみエネルギーであり, 横軸は粒子数（ノード数）ある. 図 6 においては,縦軸はひずみエネルギーであり,横軸は作用させた荷重である. 図 7 においては, 縦軸はひずみエネルギーであり, 横軸はトラス部材の長さである.

図 4 は CASE 1 の結果であり, 最大粒子数（最大ノード数）を 500（個）まで徐々に増加させた場合における総ひずみエネルギーの変化を示している. 粒子数（ノード数）の増加にともなって総ひずみエネルギーは変化するが, 粒子数（ノード数）が 50 ～ 100 （個）程度になるとその変化はある一定範囲内で変動することがわかる.

図 5 も CASE 1 の結果であり, 最大粒子数（最大ノード数）を 500（個）まで徐々に増加させた場合における総ひずみエネルギーの最小値の変化を示している. 粒子数（ノード数）の増加にともなって総ひずみエネルギーの最小値は更新されるが,粒子数（ノード数）が 50 ～ 100 （個）程度になるとその変化は微少であることがわかる.

図 6 は CASE 2 の結果であり, 作用させる最大荷重を 1000（ kN ）まで徐々に増加させた場合における総ひずみエネルギーの変化を示している.作用させる荷重の増加にともなって総ひずみエネルギーは増加する.また, 総ひずみエネルギーがはほぼ同値の場合でも,創生された屋根面の形態は大きく異なる場合がある（図 8 参照).

図 7 は CASE 3 の結果であり, トラス部材の長さを 400（ mm ）～ 700（ mm ）まで 100（ mm ）間隔で変更した場合における総ひずみエネルギーの変化を示している. トラス部材の長さが 400（ mm ）および 500（ mm ）の場合では,総ひずみエネルギーがほぼゼロに近い値を示している. また, トラス部材の長さが 600（ mm ）の場合でも 1 パターンを除いてほぼ同様の傾向が見られた. 総ひずみエネルギーがほぼゼロの状況とは, 屋根面の形態創生を開始していないことを示しており, トラス部材の長さ次第では屋根面の形態を創生できない場合もあることが判明した.

8 . 結論

本論文では,スプリングネットワークモデルを応用することにより,トラス構造における屋根面の形態創生の可能性を模索した. また, 本研究で考えている手法の問題点などを検証した. その結果, 本研究で考えている手法により,トラス構造の屋根面を創生可能であることを示唆できた. また, 総ひずみエネルギーの最小値は更新されていることも確認できた. 反面, ある長さのトラス部材では屋根面を創生できないことが判明した.

今後は,消滅性などの細胞の性質を取り入れた形態創生のアルゴリズム考えるとともに,実情に近い荷重条件に変更して形態創生を試みる予定である.

[謝辞]

本研究を進めるにあたり, 松野哲也博士（有明工業高等専門学校電子情報工学科准教授）および乗松隆由氏（当時, 同校専攻科生産情報システム工学専攻学生）には多大なるご協力をいただきました. ここに記して深甚の意を表します.

[参考文献]

（ 1 ）小野聡子, 松野哲也：ピクセルクラスターオートマトンによる建築構造物の形態創生(その 1) シミュレーション方法,日本建築学会学術講演梗概集（中国）・構造系 B － 1, pp.787 ～ 788 , 2008 年 9 月

（ 2 ）松野哲也, 小野聡子：ピクセルクラスターオートマトンによる建築構造物の形態創生(その 2) シミュレーション結果の一例,日本建築学会学術講演梗概集（中国）・構造系 B － 1, pp.789 ～ 790 , 2008 年 9 月

既存学校建築のリノベーション設計支援システムに関する研究

芋野匡俊[1)]、林将利[2)]、永井拓生[3)]、新谷眞人[4)]
1)早稲田大学創造理工学研究科（建築学）、大学院生、imn_msts@ruri.waseda.jp
2)早稲田大学理工学部 建築学科
3)永井構造計画事務所
4)早稲田大学理工学術院（建築学）、教授

1. はじめに

わが国では戦後、ベビーブームに伴う生徒児童数の増加により、当時不足していた学校建築の整備が急速にすすめられた。政府も標準設計図を示し、さらに資金面での援助を行う法整備を進める等の対応をした結果、一定の水準を保った数多くの RC 造の学校建築が普及し、現在もその多くが使用されている。

しかし少子高齢化が進む現在は、生徒数の減少により学校建築には余裕教室がうまれ、なかには廃校となるものもある。そのため、今後そのような空間をどう扱っていくかは重要な課題となるであろう。一方で、環境問題への関心が高まるなか、建築分野でもスクラップ・アンド・ビルド方式ではなく、建物の補強や修繕を行いながら長期間建物を使い続けることで環境負荷を軽減していく必要がある。

また教室の形態・用途も変化しており、それに合わせた学校建築が求められている。現在新たに建設される学校建築は従来のように画一的な形態ではなく、教室以外にもオープンスペースと呼ばれる自由に使える空間等が設置される場合が多い。政府もオープンスペースの設置に対して補助金を出す等の対応をしており[1)]、既存の学校建築もそのような変化に対応していく必要がある。しかし、現在行われている耐震改修の多くは耐震性能の向上のみが目的となっており、学校建築の機能に対する変化に対応できているとはいえないのが現状である。以上より学校建築の見直しは不可欠であり、耐震性能の向上のみを目指した「耐震改修」ではなく、機能の更新と空間の質の向上も目指した「リノベーション」が必要であるといえる。

本研究では、まず学校建築の現況について整理し、現在行われている耐震改修の問題点を示す。また、最適化アルゴリズムを用いたリノベーション設計支援システムを提案し、実在する小学校建築をモデルとした適用例を示す。

2. 学校建築ストックの活用

2.1 学校建築改修の現況

学校建築の多くは老朽化の目安である築 30～50 年を経過しており、また現行の建築基準法の基準を満たさない、既存不適格建築となっているものも多い。また、ほぼ同時期に大量に建てられたため、多くはその土地の地域性に関係なく均質的な教室によって構成されている。4 間×5 間、天井高 3mの教室、その北側に廊下を配置した「片廊下一文字型」と呼ばれる学校建築の形態は、明治時代における寺子屋仕様が未だに継承されている[2)]。

現在、新耐震設計基準が施行された 1981 年以前に建設された建物の耐震診断・耐震補強が進められており、なかでも学校建築は災害時の避難場所としての機能も期待されるため、「大規模地震で倒壊する可能性が高い」と判断される構造耐震指標（以下 Is 値）が 0.3 未満である公立小中学校を 2011 年までに耐震改修を終えるという目標が立てられている。公立小中学校耐震化率の全国平均は 2009 年 4 月時点で 67%[3)]となっている。

このように非常に短期間で耐震改修が行われており、またコストが抑えられる方法が選択される傾向にある。学校建築改修では工期も大きな問題となり、一般に夏休みなどの長期休暇の間に耐震改修を終えることが必要であるため、コストや工期の面で優れている外壁にブレースを設置する方法によるものが多い。

しかし、生徒数の減少や授業形態の変化に伴い学校建築も変化する必要があり、長期的にみると現在行われている耐震改修は不経済となる可能性がある。

2.2 学校建築リノベーションへの社会的要求

少子化により全国的には子供の数が減少傾向にはあるものの、都心部では増加している地域もあり二極化が進んでいる（図 1）。そのためリノベーションもその地域の生徒数の増減を考慮した条件設定のもと進めていく必要がある。

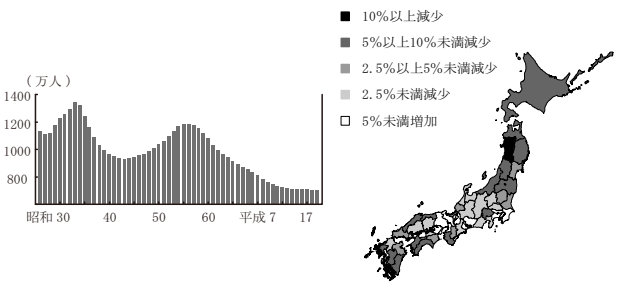


図 1　左：全国の小学校在学者数の推移 [3)]
右：最近 5 年間の都道府県別小学校在学者数の変化 [3)]

実際に建築空間の質の向上に積極的に取り組んだ例としては黒松内中学校 [4)] や東京工業大学緑が丘 1 号館 [5)]、横浜女学院新館 [6)] 等が挙げられる。横浜女学院新館の例では、学校側から「ブレースを入れた鳥かごのような補強はしないでほしい」という要望があり、図 2 で見られるように南側の増築部分を耐震補強に活用し、さらに開放型廊下として用いることで教室と廊下の一体化が図られている。

図 2　横浜女学院新館 南側外観 [7)]

以上を踏まえ、現在求められている学校建築改修のあるべき方向性として、以下のように整理した。

・学習環境や美観を損ねない方法による耐震性能向上
・オープンスペース等の多目的利用可能な空間の創出
・必要床面積の変化に応じた空間拡大
・余裕教室や廃校施設等の有効利用
・用途変更による空間再生

本論文では、これらを考慮して長期間の改修が可能なケースを想定し、最適化手法による改修モデル例を示す。

3.　リノベーション条件モデルの設定

本論文では、典型的な「片廊下一文字型」の学校建築である Y 市 S 小学校をモデルとし、前節で整理した学校建築への要求の変化を考慮した 3 種類のモデルに対しての条件設定を行う。なお S 小学校の校舎のうち東側の部分に対してリノベーションを行うこととする（図 3, 4）。

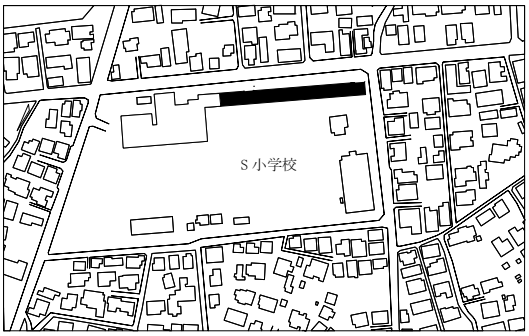


図 3　S 小学校 配置図

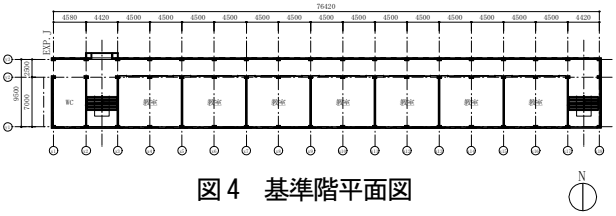


図 4　基準階平面図

表 1　既存建築の Is 値

	x 方向	y 方向
1 階	0.39	0.48
2 階	0.53	0.66
3 階	0.98	1.20

なお、既存建築の柱・梁・スラブを活用し、耐震壁は自由に新設することができるとしている。

モデル 1（図 5）

比較的小規模な改修を前提としたモデルである。生徒数が減少している地域を想定し、必要教室数が減少したことによって生じた余裕教室を有効利用することを機能的な目的におき、余裕教室によって生じた空間はオープンスペースとして活用する。耐震補強は、耐震壁配置を変更することによって行い、建物内部に耐震壁を配置するが、オープンスペースや教室の開口をふさがないような配置計画とする。

モデル 2（図 6）

増築部を含む、中規模な改修を前提としたモデルである。生徒数に大きな変化がなく、今後もそれほどの変化が見込まれない都心地域を想定し、増築による空間拡大を行うことで、オープンスペースを設置する。増築部は校庭に面した側に 1 教室分配置する。増築部分は、床面を地震力の伝達を十分に行えるよう既存躯体と接続して耐震補強に活用する。既存躯体に設置される耐震壁の量を減らすことで、より自由な空間構成を目指し、また画一的な片廊下一文字型からの変化が期待される。

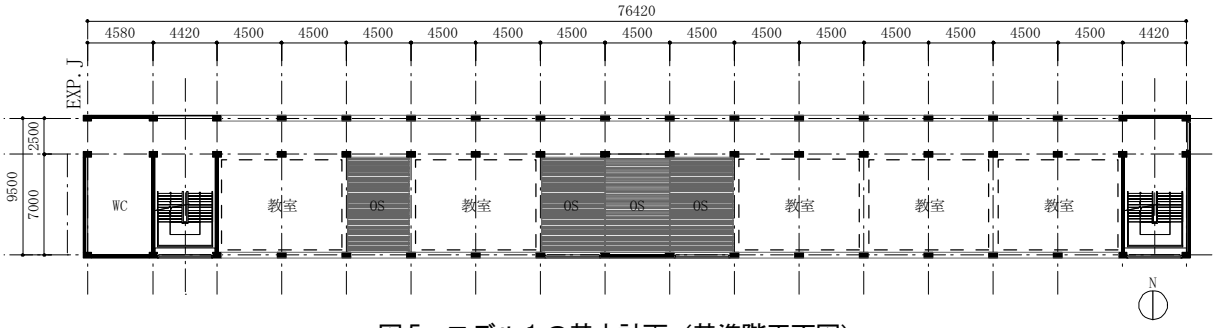


図5　モデル1の基本計画（基準階平面図）

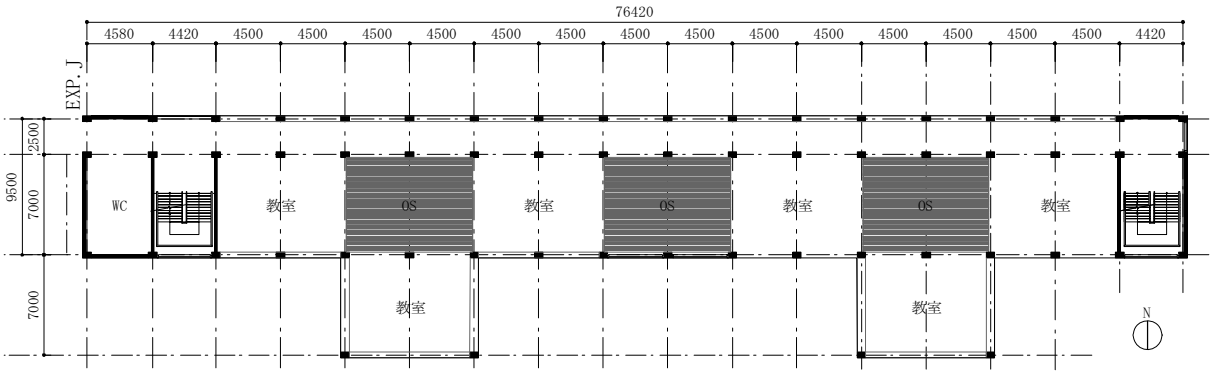


図6　モデル2の基本計画（基準階平面図）

モデル3

このモデルでは柱やスラブの一部を撤去し、建築空間の規模の大幅な変更を行うための構造的な更新の可能性を検討する。本モデルにおいては、既存学校建築の均質的な空間構成から、自由な平面計画が可能な耐震壁配置を行いながらも、要求されるIs値を満たしたうえで実現可能な広い空間や空間の規模の種類・組み合わせについて検討することを目的とする。

教室という特殊な建築規模によって構成されているグリッドの問題を解決し、既存の学校建築を学校機能のみならず、別の施設へとリノベーションを行う場合などを想定している。

4.　リノベーション設計支援システムの提案

4.1 設計支援システム概要

現状の耐震改修の設計は、耐震診断・補強目標の設定がなされた後、耐震補強案が示され、その案に建築計画上の問題がないか判断される、という流れで行われる。

すなわち、建築の空間や機能については2次的な扱いとなっており、極端に耐震補強が優先された設計システムとなっていると言える。

しかし、先述したように学校建築には耐震性能以外にも様々な要求があり、生徒数の長期的な増減、教育システムの革新の可能性をも考慮した、長期的視座に根ざした計画を行わなければ、結局は現状の学校建築が抱える問題を将来にも引き伸ばすのみに過ぎない。すなわち、工期・コストの問題を解決しながらも耐震性能と並列に建築空間の質の向上を考慮する必要がある。

このように指定された条件を複数の項目の評価が高い形状を求めるプロセスが必要である。そこで、本論文では多目的遺伝的アルゴリズムを用いて最適形状を求めることとし、図7のような設計支援システムを提案する。

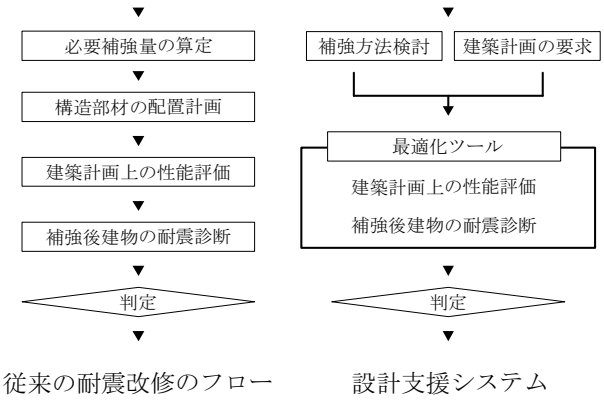


図7　設計支援システムのフロー

4.2 最適化問題の定式化

目的関数

本研究では多目的遺伝的アルゴリズムの 1 つである SPEA2（Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2）[7] を最適化手法に用いて、最適化問題を解く。建築計画上の評価値を空間性能と定義し、目的関数は Is 値と空間性能として多目的最適化問題を次式で与える。

$$f(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x}) = \dfrac{1}{\dfrac{1}{n \cdot m}\sum_i^n \sum_j^m \mathrm{Is}_{ij}} \\ f_2(\boldsymbol{x}) = \dfrac{1}{F} \end{cases} \rightarrow \min. \qquad (1)$$

ここで、$\boldsymbol{x}$ は設計変数ベクトル、Is は i 階 j 方向の Is 値、$\boldsymbol{F}$ は空間性能を表す。なお、Is 値は第 2 次診断法に基づき計算を行った。

制約条件

学校建築を耐震補強する際に国から補助を受けるためには、Is 値 0.7 を超える改修が必要である。そのため、各階の x 方向, y 方向の計 2 方向の Is 値のうち、一つでも 0.7 を下回るものについてはペナルティによって評価値を低減する。同様に教室の必要開口面積として床面積の 1/5 以上を確保できていないものについても評価値を低減する。また、各モデルの教室配置計画や動線計画、階段室の場所によって、あらかじめ耐震壁の有無を制限している箇所もある。

設計変数

耐震壁は全て 4 種類（2 ビット）ずつであるが、設置する場所によって異なる種類の設計変数を与えており、それぞれ図 8 のような形状とした。また、モデル 2 では増築部の設置箇所も設計変数に組み込んでいる。

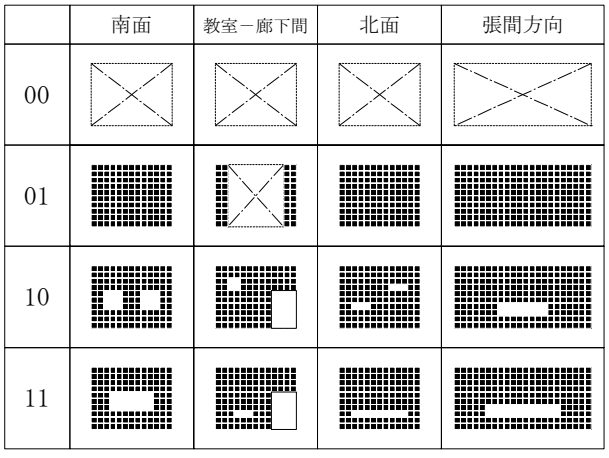


図 8　耐震壁の形状

4.3 空間性能の評価方法の妥当性確認

建築計画上の空間性能として開口を評価することとし、評価は次式に基づいて行う。

$$F = R + R_{OS} + P \qquad (2)$$

ここで、R は開口面積、R_{OS} はオープンスペースに面する開口面積、P は耐震壁を設置した数をそれぞれ無次元化した値を表している。

以下に東面にオープンスペースがあると想定した 2 層 1×1 スパンのモデルを用いて、総当たり方式により Pareto 形状を算出した例を示す。

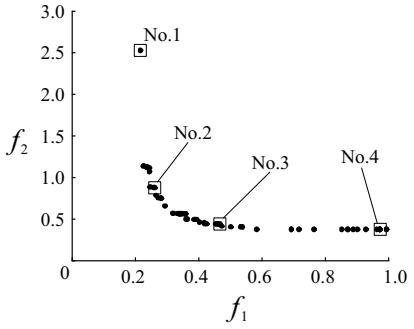


図 9　Pareto 形状

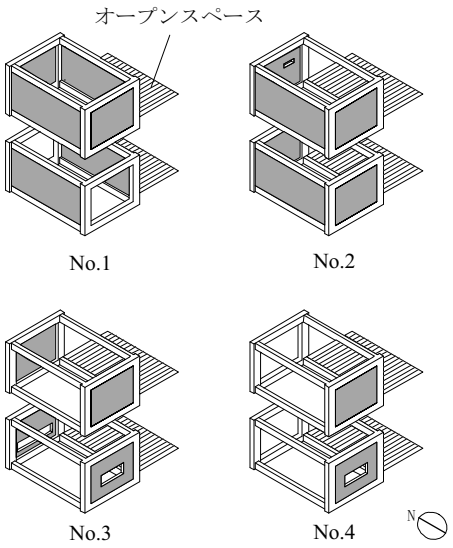


図 10　Pareto 解の比較

上図は図 9 で示した Pareto 解のうち 4 つを選択し、壁配置を示したものである。No.1 は耐震壁が多く、耐震補強が優先されている。No.2 と No.3 を比較すると、オープンスペースに面していない西面に耐震壁が配置されていることから、オープンスペースに面する開口が評価されていることが確認できる。

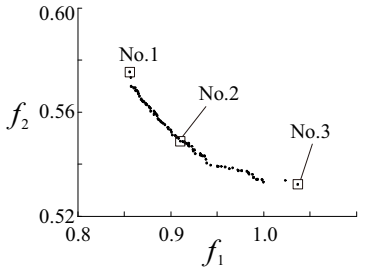
5. 既存学校建築リノベーションへの適用

5.1 モデル1および2の改修案

以上に設定した条件を用いて、学校建築モデル 1～3 への適用例を示す。図 11 および 12 はそれぞれモデル 1、モデル 2 の Pareto 解を示している。なお、図中網かけ部分はオープンスペースや階段等といった、教室以外の空間を示している。

表 2　GA パラメータ

個体数	100
世代数	100
交叉率	1.0
突然変異率	0.02



	No.1		No.2		No.3	
	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
Is 値 1 階	1.20	1.08	0.95	1.02	0.85	0.80
Is 値 2 階	1.20	1.17	1.13	1.15	0.89	0.88
Is 値 3 階	1.20	1.17	1.20	1.17	1.20	1.17
f_2	0.58		0.55		0.53	

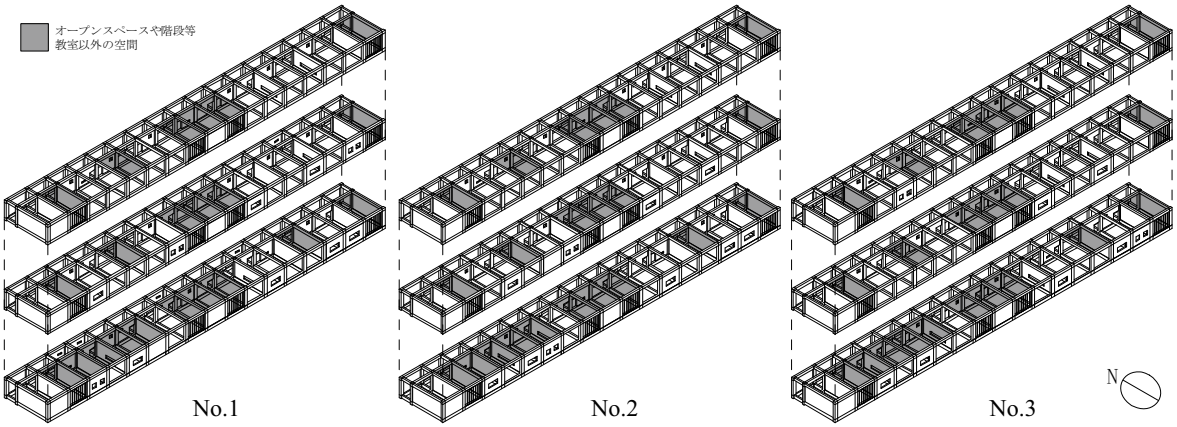
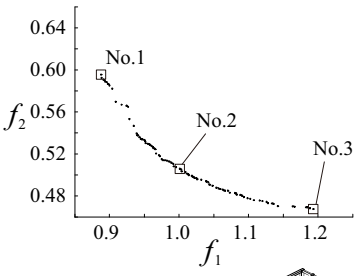


図 11　モデル 1 の結果



	No.1		No.2		No.3	
	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
Is 値 1 階	1.13	0.90	0.72	0.81	0.70	0.71
Is 値 2 階	1.14	1.07	0.99	0.95	0.72	0.95
Is 値 3 階	1.16	1.17	1.16	1.17	0.72	1.15
f_2	0.60		0.50		0.47	

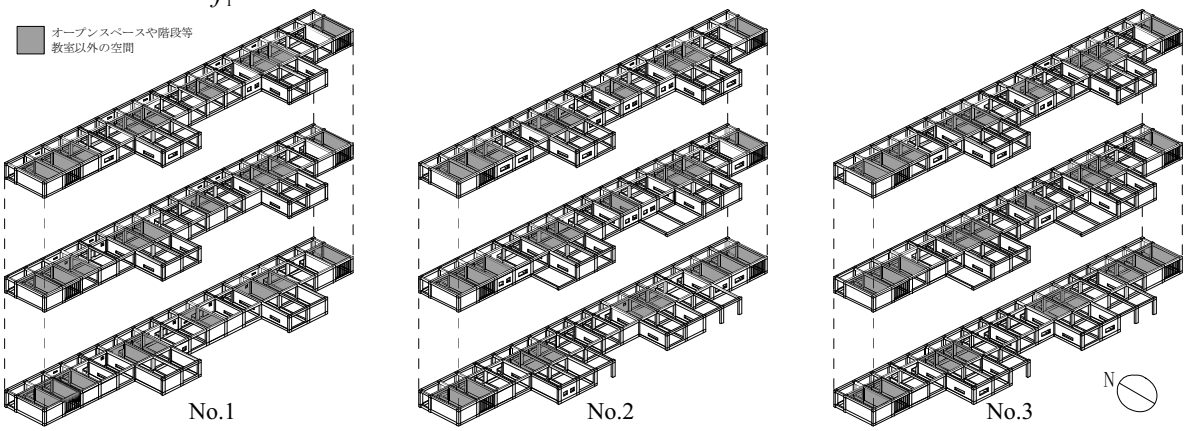


図 12　モデル 2 の結果

5.2 モデル 3 の改修例

本モデルでは既存のグリッドの活用、Is 値と計画上の制約を考慮しつつ、柱と耐震壁の削除も行った上で実現可能な改修案について検討を行う。本モデルでは空間性能として柱・壁によって囲まれる各室の床面積（図 13）を算出し、その二乗和平方の逆数の最小化を目的関数として加える。

$$F = \sqrt{\sum A_i^{\,2}} \tag{3}$$

ここで、A_iは各空間の床面積を表す。これにより柱のない一体空間を空間性の向上として考慮する。

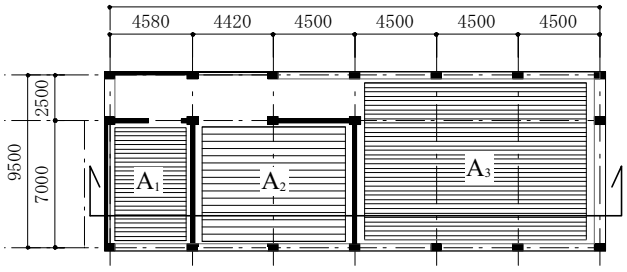
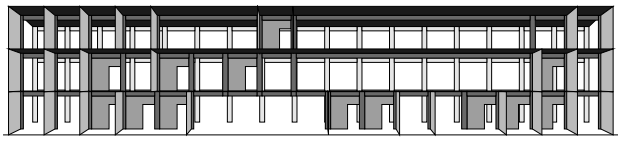


図 13　柱・梁によって定義する床面積

	No.1		No.2		No.3	
	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向
Is 値	1 階 1.03	1.18	1 階 0.82	0.87	1 階 0.80	0.91
	2 階 1.20	1.19	2 階 0.84	1.13	2 階 0.88	0.83
	3 階 1.19	1.19	3 階 1.19	1.07	3 階 1.13	0.94
f_2	0.0071		0.0018		0.0017	

No.1

No.2



No.3

図 14　モデル 3 の結果

図 14 はモデル 3 の Pareto 解である。なお、結果は図 13 で示した位置での断面図で表した。No.1 は補強を優先した解となっており空間規模の変化は少なく、耐震壁が多く配置された形状となっている。これに対し、No.3 は補強目標を満たしたうえで、柱の撤去により広い床面積の空間が実現できており、既存学校建築のグリッドを活用しながらも、空間の変化や機能変更が可能なことを示している。

6.　まとめ

本論文では全国的に問題となっている学校建築改修の問題を踏まえ、現状の問題と要求を整理したうえでリノベーション設計支援システムを提案し、実在する小学校建築をモデルとした適用例を示した。

モデル 1、2 は小・中規模の改修を想定し、それぞれ生徒数減少による余裕教室を利用したオープンスペースの設置、増築による空間拡大を利用したオープンスペースの設置を想定した改修案を示した。用途変更などを想定した、モデル 3 においては、耐震補強目標を満たしたうえで空間の性能、規模の変更の可能性を示すことができたと考える。今後、コスト・工期の考慮、詳細な学校建築への要求事項の整理、構造的な側面からの建物価値向上の可能性を追求し、有効な学校建築改修の設計支援システムの開発を行っていきたいと考えている。

参考文献

1) 学校再生プロジェクトチーム：学校建築を活かす―学校の再生・改修マニュアル―、首都大学東京 21 世紀 COE プログラム、2007.8
2) 長倉康彦：学校建築の変革-開かれた学校の設計・計画、彰国社、1993.11
3) 文部科学省 HP（学校基本調査）　参考 URL：http://www.mext.go.jp/b_menu/toukei/001/index01.htm
4) 金箱温春、坂田涼太郎：RC 躯体の減築と軽快な鉄骨による耐震改修、建築技術、vol.694、pp.44-46、2007.11
5) 服部範二：開放型廊下の増築による耐震性向上と長寿命化、建築技術、vol.679、pp.113-114、 2006.8
6) 竹内徹：ファサードエンジニアリングと耐震改修の統合、建築技術、vol.679、 pp.116-119、 2006.8
7) 渡邉真也：遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化に関する研究、同志社大学大学院 博士論文、2003.3
8) 三井和夫、大崎純、大森博司、田川浩、本間俊雄：発見的最適化手法による構造フォルムとシステム、コロナ社、2004.7

形状・厚さ・位相の同時最適化による自由曲面シェル構造の形態創生に関する研究 (Tachira Club 計画案への適用)

前根 文子[1)]，木村 俊明[2)]，大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，maene@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)佐々木睦朗構造計画研究所，工修，sasaki@m-ssc.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1　序論

「もっと自由な形態を創造したい」という建築家の思いは高まりつつあるように思われる。近年のコンピュータの急速な性能向上や施工・材料技術のめざましい進歩がこの思いを実現可能なものとし，多様な構造物を生み出してきた。一方で，近年に見る構造物は必ずしも力学的合理性を持つとは言えず，建築家の求める恣意的な形態をそのまま力業的に解決する例も多く見られる。今ここで「形と力」の関係を再認識し，構造家と建築家が一緒になって，力学的な強さと形態の美しさを同時に実現することが求められている[1]。

既報[2]，[3]において著者らは，複雑・不定形で直感的な評価が困難な自由曲面シェル構造の曲面形状決定問題をひずみエネルギー最小化問題に帰着させ，逐次二次計画法により最適解を求める構造形態創生法を提案した。

本稿では，非幾何学的で不定形な曲面形状へも適用が可能な自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の開発を目指し，Tachira Club 計画案 (図1)を例題として採用し，3種の構造形態創生手法の有効性を示すとともに，得られた結果に基づき，曲面形状の変化に伴うシェル構造の力学性状の変化を考察する。

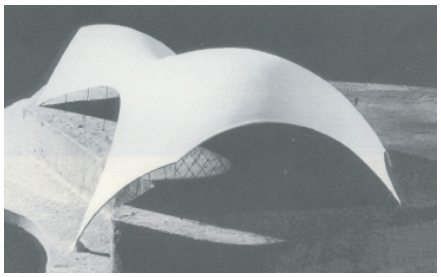


図1　Tachira club 計画案[4]

2　厚み分布決定による構造形態創生

本章では，建築家の求める曲面形状をそのまま実現させるため，厚み分布のみの制御を行うことで，力学的に合理性のある曲面を導出する手法を提案する。

2.1　設計問題の定式化

本手法では，厚み分布決定問題を，シェル総体積を一定，厚み分布の上下限値に制約を有するひずみエネルギーの最小化を目標とした最適化問題として取り扱う。

この問題の設計変数を厚み分布に関するNURBSの制御点座標$\boldsymbol{q}^h$ とすると，次のようになる。

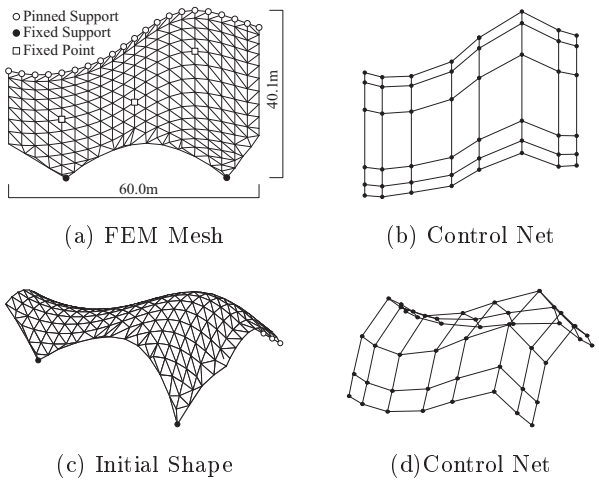
$$\begin{aligned} &\text{minimize} && f(\boldsymbol{q}^h)=\frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}^h) \\ &\text{subject to} && \boldsymbol{h}_\zeta^l \le \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}_\zeta^h \le \boldsymbol{h}_\zeta^u \\ & && \Delta V(\boldsymbol{q}^h)=0 \end{aligned} \tag{1}$$

ここに，$\boldsymbol{d}\in R^{6n}$は節点変位ベクトルを，$\boldsymbol{K}\in R^{6n\times 6n}$は全体剛性マトリクスを，$\boldsymbol{h}_\zeta^u$，$\boldsymbol{h}_\zeta^l\in R^n$はそれぞれ各節点におけるシェル厚の上限値と下限値を表す。またΔVは総体積の増減量を表す。

2.2　数値解析例

2.2.1　解析概要

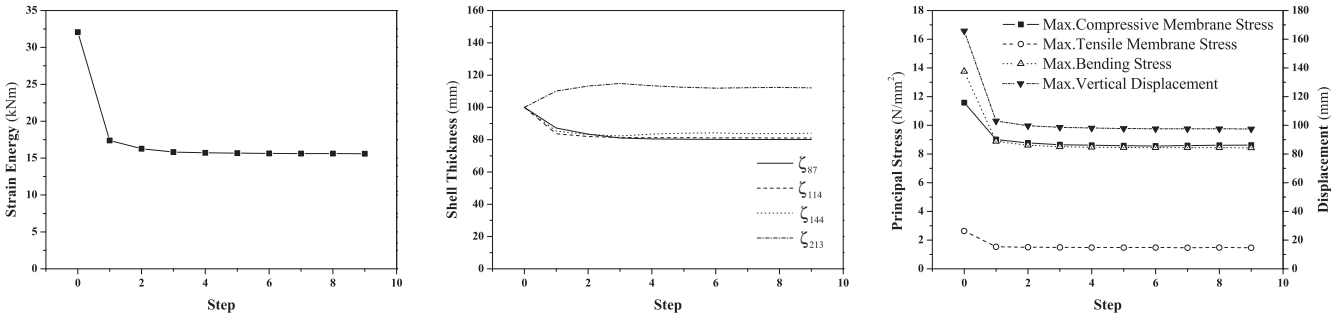
例題はTachira Club 計画案(設計：Eduardo Torrja，1957年発表)を採用する。この解析モデルは図2(a)，(c)に示すように，複雑な自由縁形状を持ち，異なる高さで点支持されたEPシェルである。短手方向で最大40.1m，長手方向で最大60mの不定形な平面形状を有し，最高



(a) FEM Mesh　(b) Control Net

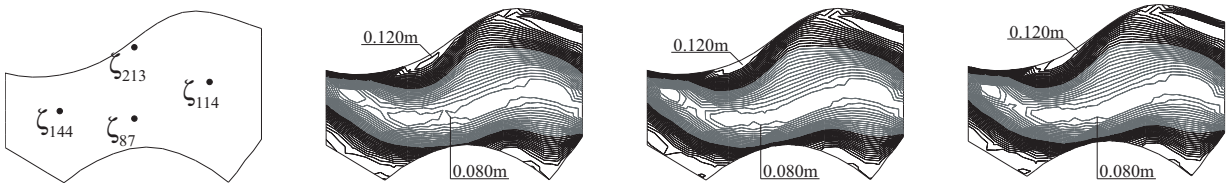
(c) Initial Shape　(d)Control Net

図2　解析モデル



(a) 目的関数　(b) 厚み分布　(c) 最大主応力・最大鉛直変位

図3　収束履歴



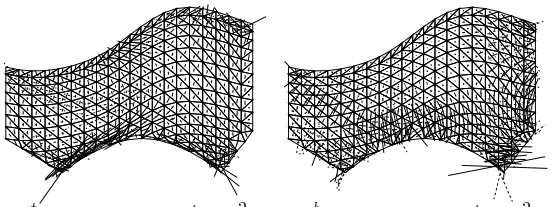
$f(\boldsymbol{w})$ = 32.07 kNm
(厚さは一様に0.1m)
(a) Initial shape

$f(\boldsymbol{w})$ = 15.82 kNm
$\zeta_{\max}$ = 0.120 m
$\zeta_{\min}$ = 0.080 m
(b) Step 3

$f(\boldsymbol{w})$ = 15.61 kNm
$\zeta_{\max}$ = 0.120 m
$\zeta_{\min}$ = 0.080 m
(c) Step 7

$f(\boldsymbol{w})$ = 15.60 kNm
$\zeta_{\max}$ = 0.120 m
$\zeta_{\min}$ = 0.080 m
(d) Optimal shape

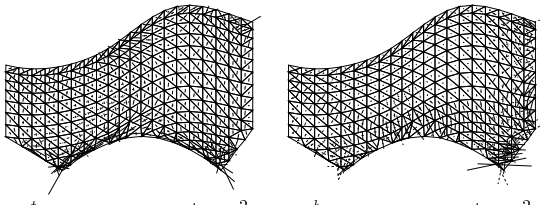
図4　原曲面，最適化段階及び最適解曲面の厚み分布性状の例



$\sigma^t_{\max}$ = 2.646 N/mm^2
$\sigma^c_{\max}$ = 11.57 N/mm^2
(a) 膜応力

$\sigma^b_{\max}$ = 13.75 N/mm^2
$w_{\max}$ = 165 mm
(b) 曲げ応力

図5　原曲面の主応力図



$\sigma^t_{\max}$ = 1.478 N/mm^2
$\sigma^c_{\max}$ = 8.624 N/mm^2
(a) 膜応力

$\sigma^b_{\max}$ = 8.428 N/mm^2
$w_{\max}$ = 97.4 mm
(b) 曲げ応力

図6　最適解曲面の主応力図

高さは最も低い位置より21.4mである。NURBS制御点は図2(b)，(d)に示すように配置する。厚み分布はシェル厚について修正することにし，シェル厚を表現するNURBS制御点$\boldsymbol{q}_\zeta$を設計変数とする。要素分割は431要素とする。支持点は図2(a)，(c)に示すようにピン支持点，固定支持点をそれぞれ配置する。外力は単位体積重量24kN/m^3 として自重を，積載荷重として1kN/m^{2}を作用させる。ヤング率を21GPa，ポアソン比を0.17とする。初期シェル厚は一様に0.1mとする。

不等式制約条件については，板厚の上限値を0.12m，下限値0.08mと設定する。

2.2.2　解析結果と考察

目的関数であるひずみエネルギーの推移を図3(a)に，代表的な位置(図4(a)を参照)におけるシェル厚の推移を図3(b)に，最大主応力・最大鉛直変位の推移を図3(c)に示す。

原曲面と最適解曲面の厚み分布性状の例を図4に示す。図中に$f(\boldsymbol{w})$として示した値は目的関数であるひずみエネルギーの値を，$\zeta_{\max}$ として示した値はシェル厚の最大値を，$\zeta_{\min}$として示した値はシェル厚の最小値を表す。厚み分布性状は平面図を用いて示しており，図中の等高線で示す厚み分布の値は，全ステップのシェル厚の最大値と最小値の間を30分割して決定している。また図中の等高線は初期シェル厚(0.1m)より薄い場合には灰色の実線で，厚い場合には黒の実線で表している。

原曲面及び最適解曲面の，シェル中立面における膜応力及び曲げモーメントによる縁応力に関する主応力図を図5，図6に示す。各図において，実線，点線はそれぞれ各要素図心における圧縮応力，引張応力を表し，線の長さは主応力の大きさを示す。また，各図において$\sigma^t_{\max}$，$\sigma^c_{\max}$として示した値はそれぞれ各要素図心における引張膜応力のうちで最大の値，圧縮膜応力のう

ちで最大の値を示し，$\sigma^b_{\max}$は各要素図心における曲げモーメントによる縁応力の絶対値のうちで最大の値を，$w_{\max}$と示した値は各節点の鉛直変位のうちで最大の値を示す。

目的関数の推移の図3(a)を見ると，ひずみエネルギーが約1/2に低減しており，このことから本手法の有効性が表される。各シェル形状の厚み分布(図4)を見ると，厚み分布の修正が進むにつれて，短手スパン中央部で薄く，支持部近傍で厚くなるように変化する様子が確認できる。原曲面の主応力図(図5)と最適解曲面の主応力図(図6)を比較すると，すべての応力が減少し，特に曲げ応力は約4割減少している。また，最大鉛直変位も4割減少し，局所的な変形が生じにくくなっている。

3　形状と厚さの同時決定による構造形態創生

本章では，厚み分布の修正に加えて形状修正を行い，より力学的に合理的な曲面を求める手法を提案する。本手法は，形状及び厚み分布の表現にNURBSを用いることで，形状表現の高自由度性と曲面形状の滑らかさを維持しながら，未知量の低減を図っている。

3.1　設計問題の定式化

本手法では，形状と厚み分布の同時決定問題を，シェル厚とシェル総体積に制約を有する，ひずみエネルギーの最小化を目標とした単一目的同時最適化問題として取り扱う。この問題の設計変数を，NURBSの制御点座標位置ベクトル$\boldsymbol{q}^s$と厚み分布に関するNURBS制御点ベクトル$\boldsymbol{q}^h$ を用いて表すと，次のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize} \\
&\quad f(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)=\frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h) \\
&\text{subject to} \quad \boldsymbol{h}^l_\zeta \le \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}^h_\zeta \le \boldsymbol{h}^u_\zeta \\
&\qquad\qquad \Delta V^l \le \Delta V(\boldsymbol{q}^s,\boldsymbol{q}^h) \le \Delta V^u \\
&\qquad\qquad \bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q}^s = \Delta\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

ここに，$\boldsymbol{d}\in R^{6n}$は節点変位ベクトルを，$\boldsymbol{K}\in R^{6n\times 6n}$は全体剛性マトリクスを，$\boldsymbol{h}^u_\zeta$，$\boldsymbol{h}^l_\zeta\in R^n$はそれぞれ，各節点におけるシェル厚の上下限値を，$\Delta V^u$，$\Delta V^l$は総体積の増減量の上下限値を表す。$\bar{\boldsymbol{B}}\in R^{m\times 3N}$ は不動点の座標拘束方向に関する行のみを，制御点座標と節点座標を関連づける係数マトリクスである$\boldsymbol{B}$ から抽出したマトリクスを表す。

3.2　数値解析例

3.2.1　解析概要

第2章と同様にTachira Club 計画案を解析対象とする。曲面形状は鉛直方向のみ，厚み分布はシェル厚について修正することにし，形状に関する制御点のz座標を決定する制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}_z$と，シェル厚を表現するNURBS制御点$\boldsymbol{q}_\zeta$を設計変数とする。

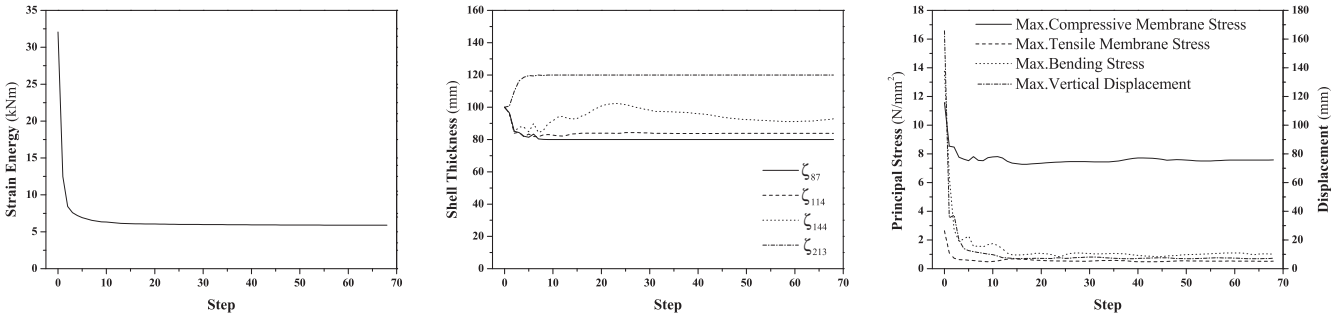
修正時に座標拘束を受ける不動点は図2(a)に示される支持点及びGauss曲率が負となる領域の中央部分とする。不等式制約条件については，板厚の上限値を0.12m，下限値0.08mと設定する。総体積の増減量の最大値はそれぞれ$\pm 0.21\,\mathrm{m}^3$(原曲面総体積の0.1%)と設定する。他の条件は，第2章と同様とする。

3.2.2　解析結果と考察

第2章と同様に形状修正を考慮した場合の解析結果を図7から図10に示す。

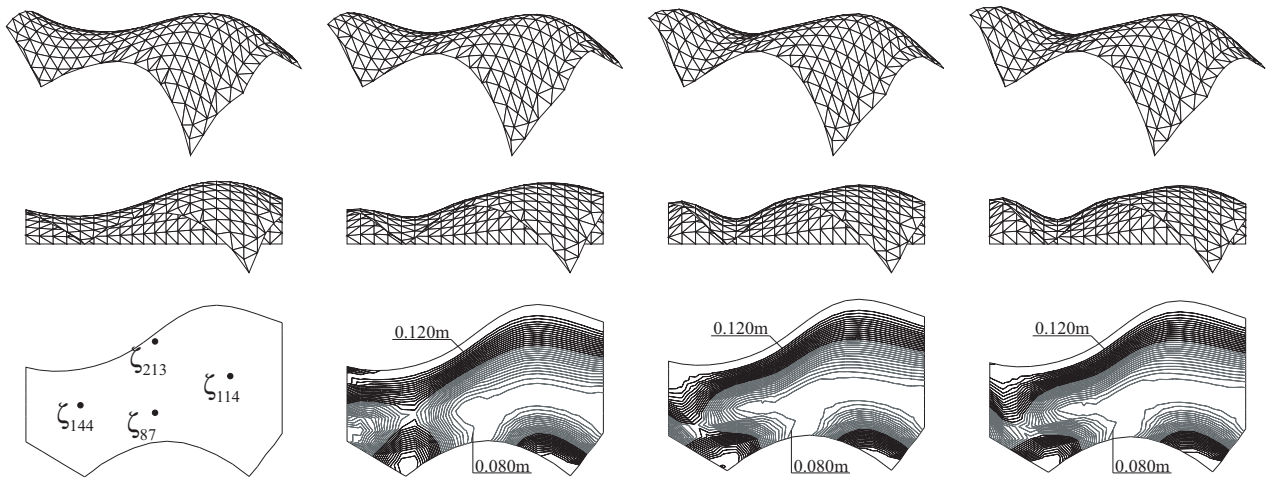
各シェル形状(図8)を見ると形状修正が進むにつれて，立面図前面にあるアーチの形状が次第にカテナリー状に変化し，アーチのライズが上昇していることを確認できる。また，それに併せて立面前面の左側にあるはねだし部分のライズも上昇し，シェル全体を補剛する曲率を持つ領域が生じている。

各シェル形状の厚み分布を見ると，厚み分布の修正が進むにつれて，短手スパン中央部で薄く，支持部近



(a) 目的関数　(b) 厚み分布　(c) 最大主応力・最大鉛直変位

図7　収束履歴



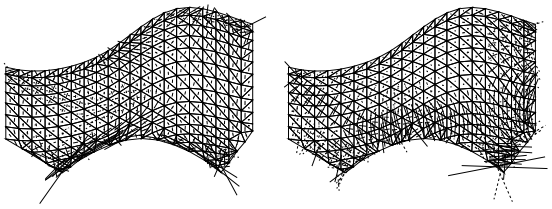
$f(\boldsymbol{w}) = 32.07$ kNm (厚さは一様に0.1m) (a) Initial shape

$f(\boldsymbol{w}) = 6.015$ kNm, $\zeta_{\max} = 0.120$ m, $\zeta_{\min} = 0.080$ m (b) Step 24

$f(\boldsymbol{w}) = 5.907$ kNm, $\zeta_{\max} = 0.120$ m, $\zeta_{\min} = 0.080$ m (c) Step 52

$f(\boldsymbol{w}) = 5.887$ kNm, $\zeta_{\max} = 0.120$ m, $\zeta_{\min} = 0.080$ m (d) Optimal shape

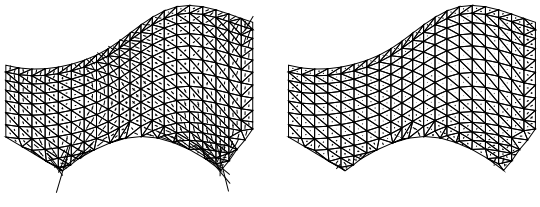
図8　原曲面，最適化段階及び最適解曲面の形状と厚み分布性状の例



$\sigma^t_{\max} = 2.646$ N/mm^2, $\sigma^c_{\max} = 11.57$ N/mm^2 (a) 膜応力

$\sigma^b_{\max} = 13.75$ N/mm^2, $w_{\max} = 165$ mm (b) 曲げ応力

図9　原曲面の主応力図



$\sigma^t_{\max} = 0.524$ N/mm^2, $\sigma^c_{\max} = 7.576$ N/mm^2 (a) 膜応力

$\sigma^b_{\max} = 1.009$ N/mm^2, $w_{\max} = 7.25$ mm (b) 曲げ応力

図10　最適解曲面の主応力図

傍で厚くなるように変化する様子が確認できる。

各シェル形状の主応力図(図9，図10)を比較すると，原曲面と比べ最適解曲面は，曲げ応力が非常に小さくなっており，シェル全面においてほぼ膜応力状態となっている。また，原曲面においては立面図前面にあるアーチ部分において大きな圧縮応力が生じているが，最適解曲面では応力が小さくなるように変化していることが確認できる。本例題の曲面形状は主としてアーチ部分で力を負担する形態から，シェル全体に力の流れる，圧縮力による軸力抵抗型の形態に変化していくことが分かる。この結果を第2章と比較すると，形状修正を加えた場合はひずみエネルギーをさらに約2/3削減でき，より力学的に合理性のある曲面を求めることができたといえる。

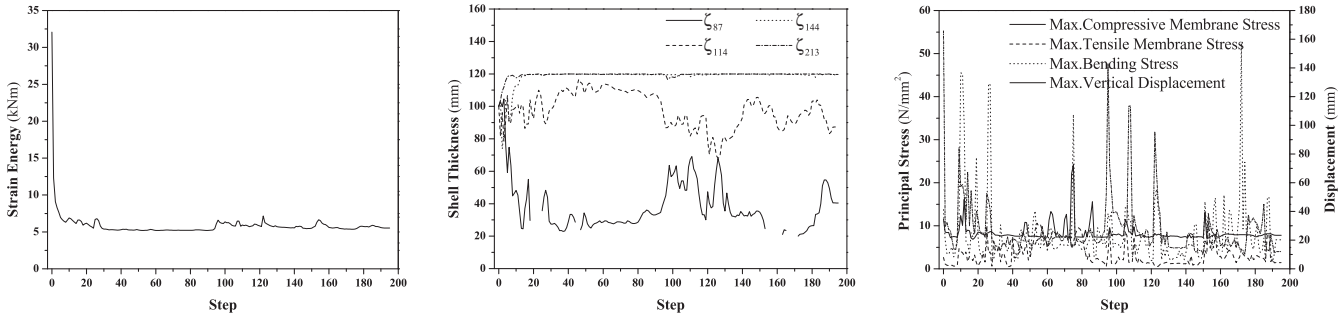
4　形状・厚さ・位相の同時決定による構造形態創生

本章では，建築家の自由曲面に開口を設けたいという要求に対して，局所的に大きな変位や応力が生じることの無く，開口領域を決定する手法を提案する。本手法は第3章の形状・厚さの同時決定問題に，シェル厚に関する等値線を作成し，指定値より薄くなる領域に対して，「評価指標の改善に対しこれ以上寄与しない」とみなして領域の削除を，そうでない領域に対しては領域の付加を行うものである。

4.1　設計問題の定式化

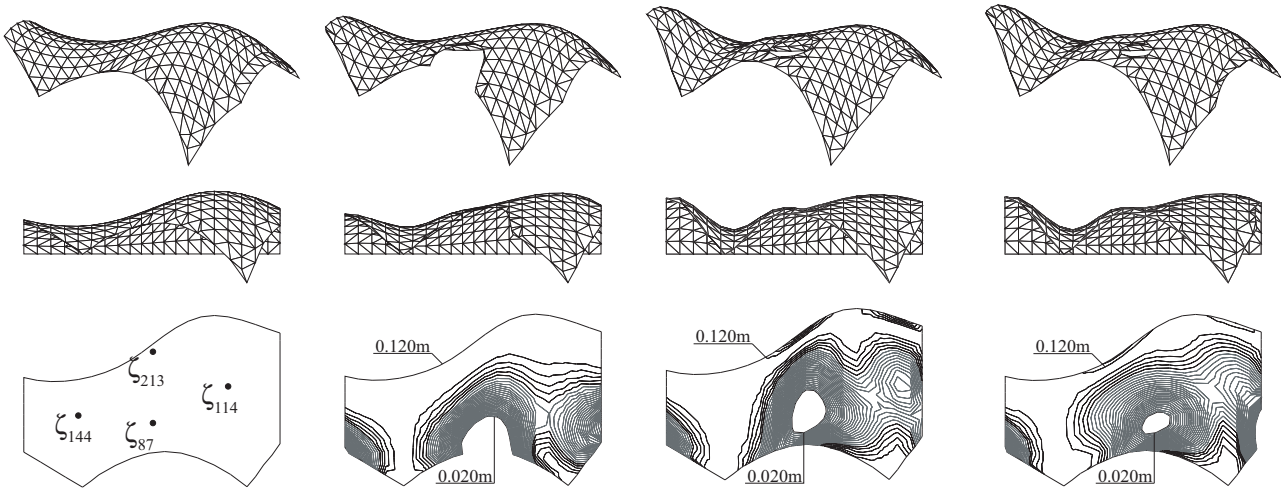
本論文では，形状，厚み分布及び位相の同時決定問題を，シェル厚とシェル総体積に制約を有する，ひずみエネルギーの最小化を目標とした単一目的同時最適化問題として取り扱う。この問題の設計変数をNURBSの制御点座標$\boldsymbol{q}^s$，$\boldsymbol{q}^h$ とすると，次のようになる。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \\ &\quad f(\boldsymbol{q}^s, \boldsymbol{q}^h) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top(\boldsymbol{q}^s, \boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{q}^s, \boldsymbol{q}^h)\boldsymbol{d}(\boldsymbol{q}^s, \boldsymbol{q}^h) \\ &\text{subject to} \quad \boldsymbol{h}_\zeta = \tilde{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{q}^h_\zeta \le \boldsymbol{h}^u_\zeta \\ &\qquad \boldsymbol{h}_\zeta \in \boldsymbol{\Omega} \quad \boldsymbol{\Omega} = \{\bar{\boldsymbol{h}}_\zeta \mid \varepsilon \le \bar{\boldsymbol{h}}_\zeta\} \\ &\qquad \Delta V^l \le \Delta V(\boldsymbol{q}^s, \boldsymbol{q}^h) \le \Delta V^u \\ &\qquad \bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q}^s = \Delta\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0} \end{aligned} \tag{3}$$



(a) 目的関数　(b) 厚み分布　(c) 最大主応力・最大鉛直変位

図11　収束履歴



$f(\boldsymbol{w}) = 32.07$ kNm (厚さは一様に0.1m)　(a) Initial shape

$f(\boldsymbol{w}) = 5.213$ kNm, $\zeta_{\max} = 0.120$ m, $\zeta_{\min} = 0.020$ m　(b) Step 78

$f(\boldsymbol{w}) = 5.998$ kNm, $\zeta_{\max} = 0.120$ m, $\zeta_{\min} = 0.020$ m　(c) Step 158

$f(\boldsymbol{w}) = 5.534$ kNm, $\zeta_{\max} = 0.120$ m, $\zeta_{\min} = 0.020$ m　(d) Optimal shape

図12　原曲面，最適化段階及び最適解曲面の形状と厚み分布性状の例

ここに，$\boldsymbol{d} \in R^{6n}$は節点変位ベクトルを，$\boldsymbol{K} \in R^{6n \times 6n}$は全体剛性マトリクスを，$\boldsymbol{h}_\zeta^u \in R^n$は各節点におけるシェル厚の上限値を，$\varepsilon \in R^n$は厚み分布の許容下限値を表す(本論文では厚み分布が指定値より小さくなる領域に対しては削除を施し，位相の修正を行うため，以下ではこれを削除基準値と呼ぶこととする)。また，$\boldsymbol{\Omega}$は$\boldsymbol{\Omega} = \{\bar{\boldsymbol{h}}_\zeta \mid \varepsilon \leq \bar{\boldsymbol{h}}_\zeta\}$を満たす集合を，$\Delta V^u$，$\Delta V^l$は総体積の増減量の最大値を，$\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{m \times 3N}$ は不動点の座標拘束方向に関する行のみを$\boldsymbol{B}$ から抽出したマトリクスを表す。

4.2　数値解析例

4.2.1　解析概要

例題は，第2章・第3章と同様にTachira Club 計画案を採用する。曲面形状は鉛直方向のみ，厚み分布はシェル厚について修正することにし，形状に関する制御点のz座標を決定する制御点座標決定ベクトル$\boldsymbol{\phi}_z$と，シェル厚を表現するNURBS制御点$\boldsymbol{q}_\zeta$を設計変数とする。

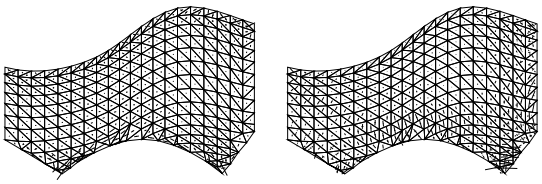
修正時に座標拘束を受ける不動点は図2(a)に示される支持点及びGauss曲率が負となる領域の中央部分とする。不等式制約条件については，板厚の上限値を0.12m，削除基準値を0.02mと定める。総体積の増減量の最大値はそれぞれ$\pm 0.21\text{m}^3$(原曲面総体積の0.1%)と設定する。他の条件は，第2章と同値とする。

4.2.2　解析結果と考察

第2章や第3章と同様に位相修正を考慮した場合の解析結果を図11から図14に示す。

各シェル形状の厚み分布を見ると，修正が進むにつれて，支持部近傍及び支持点を結ぶ領域でシェル厚が大きくなるように変化する様子が確認できる。

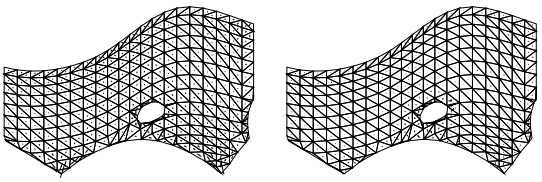
曲面の位相について着目すると，主として応力が減少する立面図前面のアーチ頂部近傍の領域で位相の修正が行われている。最適化段階，最適解の位相を比較



$\sigma^t_{\max} = 2.646$ N/mm^2　　$\sigma^b_{\max} = 13.75$ N/mm^2
$\sigma^c_{\max} = 11.57$ N/mm^2　　$w_{\max} = 165$ mm

(a) 膜応力　　(b) 曲げ応力

図13　原曲面の主応力図



$\sigma^t_{\max} = 1.456$ N/mm^2　　$\sigma^b_{\max} = 6.740$ N/mm^2
$\sigma^c_{\max} = 7.786$ N/mm^2　　$w_{\max} = 11.9$ mm

(a) 膜応力　　(b) 曲げ応力

図14　最適解曲面の主応力図

してみると，削除のみならず設計領域の復活も確認でき，位相の修正が形状・厚み分布の修正と連動して行われていることが理解できる。

図11(c)を見ると本例題では構造体の位相の変化に対して力学的応答が敏感に変化し，位相操作が行われるステップでは曲げ応力や引張応力が大きく発生している。さらに，最適解曲面と原曲面を比較すると，ひずみエネルギーは約1/5に，最大引張応力は約1/2に，最大鉛直変位は約1/10に，曲げモーメントによる縁応力の最大値は約1/2にまで減少していることが確認できる。本手法を用いることにより，位相操作を行った場合にも高い剛性を有する曲面構造形態を求めることが可能であることが示された。

5　結語

本稿では，自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の開発を目指し，3つの手法，すなわちシェル厚のみの決定手法，形状と厚さの同時決定手法，形状厚さ・位相の同時決定手法を示した。これらの手法ではNURBSを用いてシェルの形状と厚さを制御することで設計変数の低減を図り，評価指標としては構造物のひずみエネルギーを採用し，その最小化問題として定式化している。さらに複雑な自由縁形状を持つ Tachira Club 計画案を例題として採用し，本手法の有効性を示した。本論文の内容は以下のように要約される。

1. 厚み分布決定による構造形態創生手法では，自由曲面シェル構造の厚さのみを変化させることによって，ひずみエネルギーを低減させるとともに，曲げ応力や鉛直方向変位も減少させることのできる曲面を得ることができる。
2. 形状と厚さの同時決定による構造形態創生手法では，厚み分布の修正のみの場合と比べ，よりいっそうひずみエネルギーを低減させることができる。さらに，アーチ部分の曲げ応力で抵抗する形態から，シェル全体に力の流れる，圧縮力による軸力抵抗型の形態を得られる。
3. 形状厚さ・位相の同時決定による構造形態創生手法では，シェルに開口を設けながら，力学的に合理性のある曲面を求めることができる。局所的に大きな変位や応力が生じることの無い，開口領域の設計が可能である。
4. 3つの手法を選択することにより，構造家は建築家の求める意匠上の要求に応じて，力学的に合理性のある自由曲面を提案することができる。

参考文献

1）岡田章監修：フォルムと構造システム，建築技術，No. 709，pp. 92-175，2009

2）木村俊明，大森博司：形状と厚さの同時最適化法の定式化とその応用 自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その1), 日本建築学会構造系論文集，No.640, pp.1091-1098, 2009

3）T.Kimura and H.Ohmori, Computational Morphogenesis of Free Form Shells, Proceedings of International Symposium on Shell and Spatial Structures, New Materials and Technologies, New Designs and Innovations -A Sustainable Approach to Architectural and Structural Design- , Abstracts pp.149-150, Acapulco, Mexico, 2008

4）エドゥアルド・トロハ著，川口衛監修，IASS2001組織委員会訳：エドゥアルド・トロハの構造デザイン，相模書房，2002

5）浜田英明，大森博司，設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案　その2　最適性条件による理論的解法，日本建築学会構造系論文集，No. 618，pp. 143-150，2007.8

拡張ESO法を用いた骨組構造物の形態創生に関する研究

桜井 克頼[1)]，大森 博司[2)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，sakurai@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序論

構造形態創生手法では，その形態創生過程において構造最適化を用いることにより数学的論理性および構造物の力学的合理性を保持している。本論文では最適化過程において，Xie, Steven[1]によって提案されたESO法の問題点を解決した拡張ESO法[2]を用いる。同手法は連続体の位相最適化手法として提案され，構造物に対して最少量の材料で剛性を最大化する構造形態を探索的に求める準最適化を行っている。その準最適化過程においては,「ある基準量にしたがって要素の付加・削除を繰り返す」というルールが存在するだけで，その他に特別な工夫を要しないという点で汎用性と拡張性に富んだ手法である。しかし，骨組構造物への適用例は数少なく，加えて，そこでは弾性域での力学応答量を基準量としているため，構造物が最も危険な状態にさらされる地震時の力学応答が考慮されていないのが現状である。

本論文では，構造物の崩壊過程における耐力評価値を基準量として，部材の断面形状を更新しながら，限られた材料投入量で想定した地震力に対する抵抗能力を最大化する構造形態を探索的に求める，構造形態創生手法の構築を目的とする。また適用例として，一般的な鉄骨造オフィスビルを想定した平面骨組構造物を解析対象に，本手法の有効性を検証する。

2 拡張ESO法による骨組構造物の形態創生手法

本章では，提案する構造形態創生手法の概要について述べる。図1に拡張ESO法による骨組構造物の形態創生手法のフローチャートを示す。

本論文では拡張ESO法を平面骨組構造物に適用して，部材断面に付加あるいは削除を繰り返しながら進化させることで，一定の制約条件下において，想定する地震力に対する抵抗能力のより高い構造形態を求める。拡張ESO法では要素の付加・削除を行い，目的とする力学応答量が最大化する形態へ進化させるために，ある進化基準量を設定する必要がある。本論文では構造

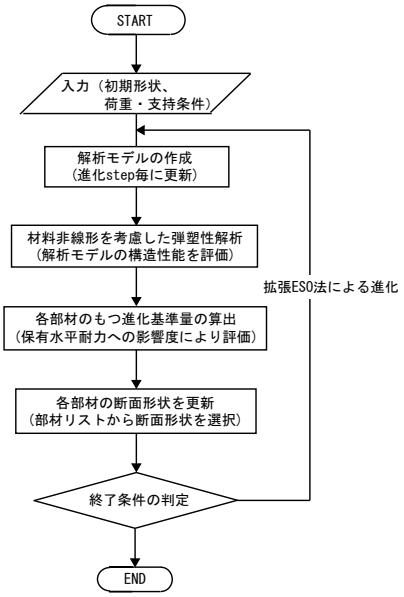


図1 提案する手法のフローチャート

物の地震力に対する抵抗能力を最大化させるため，材料非線形性を考慮した弾塑性解析によって，構造物の塑性域での挙動を考慮した物理量を各部材について算出し，それを進化基準量とする。そして，各部材について算出した進化基準量に基づき，部材断面に付加あるいは削除を施し部材の断面形状を更新する。このように，毎回の解析モデルに対して弾塑性解析，進化基準量の算出，部材断面の更新を行い，新たな構造形態を決定し，地震力に対する抵抗能力のより高い構造形態を探索的に求めていく。その際，更新された解析モデルが許容応力度計算の検定[3]を満足しない形態へ進化した時点で解析を終了する。

2.1 進化基準量

連続体の位相最適化手法としての拡張ESO法では，FEM解析により求めた各要素の応力値や変形量を進化基準量として要素の付加・削除を繰り返し進化を進めるが，本論文では感度解析により求めた各部材のもつ保有水平耐力への影響度を進化基準量として，その値に応じて部材断面を更新し進化を進める。

進化基準量α_iは部材リストにある断面形状の中で，第i部材を一つ下位の断面形状へ変更した際の保有水

平耐力の変化量を削除断面積量で除した値と定義して，後進差分の近似式を用い次のように表すことができる。

$$\alpha_i = \frac{\partial Q_i}{\partial A} = \frac{Q|_{\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a_0}} - Q_i|_{\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a_0}-\Delta A \boldsymbol{i}_i}}{\Delta A} \qquad (1)$$

ここで，Qは骨組構造物の保有水平耐力，Q_iはi番目部材の断面積をΔA削除した際の保有水平耐力，$\boldsymbol{a}$は断面積ベクトル，$\boldsymbol{i}$はi番目成分が1，それ以外がすべて0となる列ベクトルである。ΔAは断面積差分量を表す。

2.2 付加・削除部材の決定

部材断面を更新し新たな構造形態へと進化を進めるためには，付加あるいは削除対象となる部材の線引きを行う必要がある。そこで本論文では，進化基準量の平均値およびその標準偏差から付加基準値α_{add}を次式により決定する。そして，これを上回る進化基準量をもつ部材を，構造物の保有水平耐力に与える影響が大きい部材として付加対象とする。また，進化の過程で各部材のもつ進化基準量は正規分布に従うものと仮定している。

$$\alpha_{add} = \mu + \lambda\sigma \qquad (2)$$

ここで，μ :進化基準量の平均値，λ :任意の係数(本論文では1.0とする)，σ :進化基準量の標準偏差として，μ，σはnを部材数として以下のようになる。

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} \alpha_i}{n}, \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\alpha_i - \mu)^2}{n}} \qquad (3)$$

一方，削除基準値α_{del}は付加する部材総量V_{add}を確定させたのち，材料投入量の制約条件により決定する。

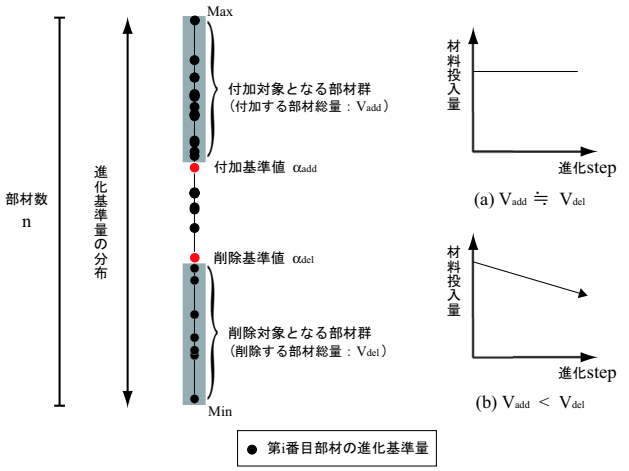


図2　付加・削除基準値決定の概念図

具体的には，図2(a)のように材料投入量が進化の過程で一定となる制約条件下では，進化基準量が最も小さい部材から順に，部材を更新した際の断面変化量を算出していき，これらの累積量が初めて付加する部材総量V_{add}を上回るときの部材がもつ進化基準量を削除基準値とする。ただし，当該stepの進化形態の総体積が初期形態の総体積より小さい場合は，前述した方法によって求めた部材の次に進化基準量の小さい部材がもつ進化基準量を削除基準値とする。このように，総体積の増減を繰り返しながら，材料投入量 一定という制約条件を満足させる。

また，図2(b)のように材料投入量が進化の過程で減少する制約条件下においても，材料投入量 一定の制約条件下での削除基準値決定方法と同様の手法により削除基準値を決定する。ただし，全てのstepにおいて削除する部材総量が付加する部材総量を上回るよう削除基準値を決定する。そして，この削除基準値を下回る進化基準量をもつ部材は，構造物の保有水平耐力に与える影響が小さい部材として削除対象とする。

このように，付加あるいは削除対象とする部材量を決定することで，限られた材料投入量で効果的な形態創生をめざす計算が可能となる。

2.3 部材断面パラメータ

本論文では，全ての部材断面はJIS規格サイズより選択している。また，進化基準量の算出および部材断面の更新に用いる部材リストは，図3に示すように断面積Aによって序列化されており，系列によらず選択できる。付加対象部材は，現在より一つ上位の部材断面へと更新し，削除対象部材は一つ下位の部材断面へ更新する。更新の対象となるのは部材の断面せい，断面幅，ウェブ厚，フランジ厚であるが，これに伴い断面積A，断面二次モーメントI，塑性断面係数Z_pなどの各種断面性能が更新される。

JIS規格サイズ　SN400（建築構造用圧延鋼材）

断面寸法 (mm)				幅厚比種別		断面積
depth	width	t_web	t_fra	柱	梁	(cm²)
150	75	5	7	A	A	17.85
100	100	6	8	A	A	21.59
175	90	5	8	A	A	22.90
150	100	6	9	A	A	26.35
200	100	5.5	8	A	A	26.67
125	125	6.5	9	A	A	30.00
250	125	6	9	A	A	36.97
200	150	6	9	A	A	38.11
≈						≈
450	200	9	14	C	A	95.43
350	250	9	14	A	A	99.53
500	200	10	16	C	A	112.2
300	300	10	15	B	B	118.4
600	200	11	17	D	A	131.7
400	300	10	16	A	B	133.2
≈						≈
400	400	13	21	B	B	218.7
700	300	13	24	D	A	231.5
800	300	14	26	D	A	263.5
900	300	16	28	D	A	305.8

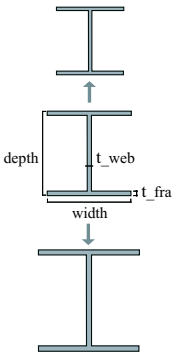


図3　部材断面の更新方法

3　基礎理論

本章では，提案する構造形態創生手法の基礎的な理論について述べる。

3.1　弾塑性解析

本節では，骨組構造物の部材降伏後から崩壊に至るまでの挙動と，地震荷重作用時の抵抗能力を把握するために用いている，材料非線形性を考慮した弾塑性解析の手法について概説する。

弾塑性解析では，A_i分布および層重量分布から求まる地震力を各節点に作用する漸次増加荷重として与え，荷重増分解析を行い骨組構造物の塑性域での挙動を逐次計算している。また，曲げ降伏が卓越すると仮定して，部材に生じる曲げモーメントが全塑性モーメントM_pに達した時，部材端に塑性ヒンジが形成されるものとする。塑性ヒンジが形成された部材端は当該箇所をピン接合することと同等であるため，塑性ヒンジが形成された部材は部材剛性マトリクスを変更している。なお，材料非線形は塑性域の広がりは考えない完全弾塑性モデルとする。

本論文では，構造物の崩壊判定に 1)崩壊機構を形成した状態, 2)最大層間変形角が1/50に達した状態の２つを用いている。後者については「2001年版 限界耐力計算法の計算例とその解説」において，このような大変形状態では$P-\Delta$効果を無視できないため，解析結果の整合性の観点から許容できる最大限の層間変形角として考えられている。

3.2　$M-N$インタラクションの考慮

柱部材のように，曲げモーメントMと同時に軸方向力Nを受けるときには，軸方向力の大きさによって全塑性モーメントM_Pの値は減少することが知られている。本節では，本論文での$M-N$インタラクションの導入について述べる。なお，柱材が外力に対して強軸で抵抗する場合を想定しているため，H形断面の強軸回りに関する$M-N$インタラクションを導入する。

全断面が塑性化しているとき、その応力度分布は曲げモーメントに抵抗する部分と軸方向力に抵抗する部分に分けて考えることができる。したがって応力度分布より、軸方向力Nとその影響で低下した全塑性モーメントM_{pc}は断面力のつり合いから求めることができる。また，降伏軸方向力N_y，全塑性モーメントM_pは降伏応力度および断面形状より求まる。

これらより，$M-N$インタラクション式は導かれるのであるが，H形断面では中立軸がフランジにある場合と，ウェブにある場合に分けて考えるべきであるため，関係式は以下のように放物線式と直線式からなる。なお，断面せいに対して板厚が十分に小さいことを考慮し，式変形を簡略化している。

$\frac{N}{N_y} \leq \frac{A_w}{A}$のとき：

$$\frac{M_{Pc}}{M_P} + \frac{A^2}{(4A_f + A_w)\,A_w}\left(\frac{N}{N_y}\right)^2 = 1 \qquad (4)$$

$\frac{N}{N_y} > \frac{A_w}{A}$のとき：

$$\frac{M_{Pc}}{M_P} = \frac{2A}{4A_f + A_w}\left(1 - \frac{N}{N_y}\right) \qquad (5)$$

ここで，A：H形鋼の断面積$(=2A_f + A_w)$，A_f：フランジ断面積，A_w：ウェブ断面積とする。本論文ではこの関係式により，各部材の全塑性モーメントの減少を考慮し，部材端が曲げ降伏に至っているか否かを判断している。

3.3　座屈長さの検討

許容圧縮応力度，許容曲げ応力度の算定の際に，座屈長さを決定する必要がある。本節では，その決定方法について述べる。

ブレース構造物のように，柱頭の水平移動が拘束されている骨組構造物の柱材では，座屈長さが柱の部材長よりも長くないから，座屈長さは柱脚と柱頭の節点間距離とすれば安全側の評価となる。

しかし，柱頭の水平移動が拘束されていない骨組構造物の柱材の座屈長さは，一般に節点間距離よりも長くなる。そこで，これを求める必要があるが，正確に求めるためには骨組の座屈解析を必要とするため，本論文では次に示す近似算定法[4]により求める。

座屈長さl_kを求めるには柱の節点間距離をlとしたときの座屈長さ係数Kを用いて，$l_k = Kl$としてKを求めればよい。柱頭の水平移動が拘束されない場合のKは近似的に次式により求められる。

$$\frac{G_A G_B(\pi/K)^2 - 36}{6(G_A + G_B)} = \frac{\pi/K}{tan(\pi/K)} \qquad (6)$$

ここでGは各節点における梁剛度の和に対する柱剛度の和の比率であり，次式で表わされる。

$$G = \frac{\Sigma(I_c/l_c)}{\Sigma(I_b/l_b)} \tag{7}$$

また，Gの添字のA,Bは柱の両端の節点を示し，Iは部材の断面２次モーメント, lは柱材長さ，添字c, bはそれぞれ柱，梁を表している。

一方，梁材の横座屈に関する座屈長さl_bは，圧縮側フランジの支点間距離を超えることはない。そのため，支点間距離を座屈長さとして採用すれば，安全側である。そこで，本論文においても許容応力度f_bを求める際の横座屈に関する座屈長さは，梁材の部材長を用いることとする。

4　数値解析例による提案手法の検証

本章では，前章までに述べてきた拡張ESOを用いた骨組構造物の形態創生手法の有効性を検証する。用いる例題は，図4に示すような一般的な鉄骨造オフィスビルを想定した1層1スパンで，1スパン8000mm，高さ4000mmの平面骨組構造物とする。支持条件は1層柱脚部を固定とする。解析条件を表1に示す。なお，鋼材の機械的性質はすべての部材で同一とする。

骨組には初期荷重として自重と積載荷重を作用させる。なお，積載荷重は事務室を想定し1800[N/m^2]を作用させる。また，Ai分布および各層の重量から求めた地震荷重が外力として各節点に作用するものとする。地震荷重は左右両側から作用するものとして，進化基準量の対称処理を行う。

各進化stepにおいては，部材それぞれの進化基準量と付加・削除基準値を比較し，各部材を付加対象とする部材，断面形状を維持する部材，削除対象とする部材のいずれかに指定しながら部材断面を更新する。

また，進化stepごとに材料投入量の制約条件を満たすように，付加する部材総量と削除する部材総量をコントロールしながら進化を行う。ここでは，構造物への材料投入量を構造物の総体積と見なして制約条件としている。

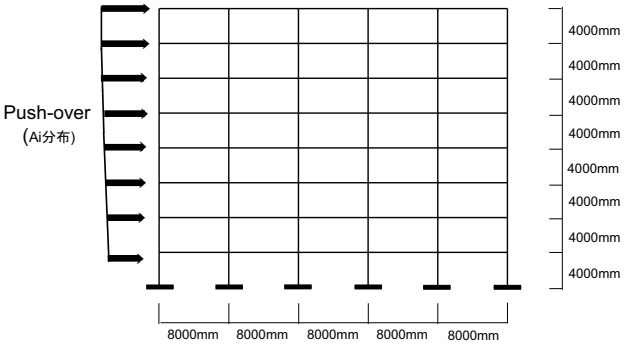


図4　解析モデル

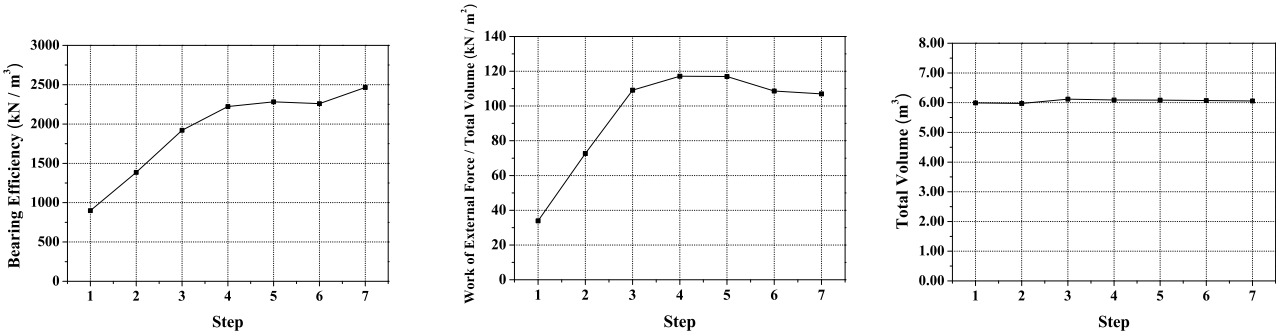
表 1　解析条件

ヤング係数	$2.09\times10^5\ N/mm^2$
降伏応力度	$235\ N/mm^2$
鋼材の比重	7.85
荷重条件	自重+積載荷重+地震荷重(Ai分布)
弾塑性解析	塑性ヒンジ法による荷重増分解析
総体積	$V_{add} \simeq V_{del}$
柱梁耐力比	各節点において1.0以上
部材選択	柱：広幅　梁：広幅+中幅
解析終了条件	許容応力度計算の検定を満足しない

4.1　解析結果と考察

本手法により得られた進化形態の構造性能の推移を図5に示す。図中(a)では耐力効率を，(b)ではエネルギー吸収効率を，(c)では総体積を縦軸にとり，いずれも進化step数を横軸にとる。なお，耐力効率は各層の保有水平耐力の総和を総体積で除した値，エネルギー吸収効率は外力仕事量を総体積で除した値と定義した。この例題では，第8層の柱材が長期許容応力度の検定を満足しなくなったため解析を終了した。

図5より，本手法により得られた進化形態が材料投入量の制約条件を満たしながら，初期形態と比較して構造性能が上昇していることが分かる。また，耐力効率，エネルギー吸収効率ともにその値は漸増傾向にあり，進化の過程で部材の付加・削除を繰り返しながら，



(a) 耐力効率(保有水平耐力/総体積)　(b) エネルギー吸収効率(外力仕事量/総体積)　(c) 総体積

図5　進化形態の構造性能の推移

地震力に対する抵抗能力がより高くなるような形態を探索し，効果的な部材配置および断面形状への進化が行われていると言える。

進化によって耐力効率，エネルギー吸収効率といった構造性能が上昇する要因としては 1)崩壊メカニズムの変化, 2)各部材の重要度分布の変化，という２点が考えられる。1)について，図6にstep 1(初期形態)および耐力効率が最大となったstep 7における塑性ヒンジ形成位置を示す。step 1では，特定層の柱部材に塑性ヒンジが集中し，単層崩壊が起こっている。step 7では，梁部材の曲げ降伏が先行し，多くの層に塑性ヒンジを形成している。これより，崩壊メカニズムの違いが構造物の性能に影響を及ぼすことが分かる。また，梁降伏先行型全体崩壊に近い崩壊メカニズムを形成する進化形態の方が構造性能は高くなる。2)について，図7に各部材の保有水平耐力への影響度を示す進化基準量分布を示す。その影響度の最大と最小の間を５分割し示している。また，濃い部材ほど影響度が高いものとする。これより，影響度の高い部材が多い形態ほど，つまり，外力に対して各部材が効果的に抵抗する形態ほど構造性能は高くなることが分かる。

図8に部材断面寸法(上段に部材せい，下段に部材幅)を示す。耐力効率が最大となったstep 7の進化形態では，上層の部材ほど断面が小さく下層の部材ほど断面が大きくなっていることが分かる。また，保有水平耐力への影響度の大きい下層の梁では，曲げに対する抵抗能力の高いI形断面が選択されていることが分かる。

4.2 必要保有水平耐力の検討

1981年の建築基準法施工令改正により導入された耐震設計法では，構造物の構造形式や高さに応じて３つある構造計算ルートのいずれかにより耐震設計を行うことになっている。そのうち，計算ルート３は主として31m <高さ≤ 60mの構造物を対象に，大地震に対する安全性を検討する過程である。ここでは，塑性解析に基づく保有水平耐力Q_uが必要保有水平耐力Q_{un}以上であることの確認が行われる。

$$Q_{un} = D_s \cdot F_{es} \cdot Q_{ud} \tag{8}$$

D_s　：構造特性係数 (0.25〜0.55)

F_{es}　：形状係数

Q_{ud}　：大地震を想定した時の層せん断力

各層の必要保有水平耐力は式(8)により求めることができる。なお，式中の係数値については国土交通省告示に基づき，進化stepごとに再計算し決定している。

各層の剛性率および安全率(保有水平耐力/必要保有水平耐力)の推移を図9に示す。進化の過程で上層ほど剛性率は低下することが図9(a)より分かる。剛性率が低下し，その値が0.6を下回るほど必要保有水平耐力は割増されるが，図9(b)より本手法による提案される進化形態は全ての層で必要保有水平耐力を上回ることが分かる。

以上の検討により，本手法により提案される構造形態は「許容応力度等計算 計算ルート３」に適用できる形態であることが示された。

5 結論

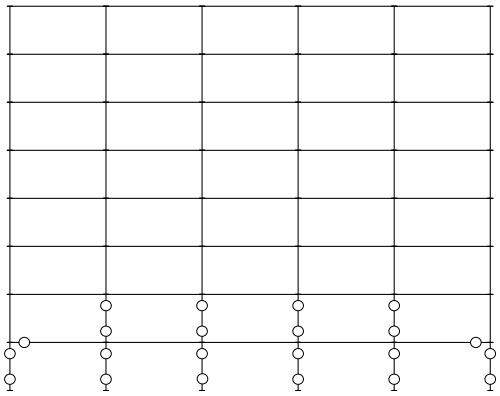
本論文では，連続体の位相最適化手法として提案された拡張ESO法を骨組構造物へ適用させ，各部材のもつ保有水平耐力への影響度を進化基準量として，その値に基づき部材の付加・削除を繰り返しながら，限られた材料投入量で地震力に対する抵抗能力の高い構造形態を探索的に求めることを目的とした，拡張ESO法に基づく構造形態創生手法を提案した。また，一般的なオフィスビルを想定した構造物を例に数値解析を行い，本手法の有効性を示した。

本手法を用いることによって，構造物の地震力に対する抵抗能力の指標として本論文で定義した耐力効率，エネルギー吸収効率はそれぞれ約2.7倍，約3.2倍と大幅に上昇させられることが示された。

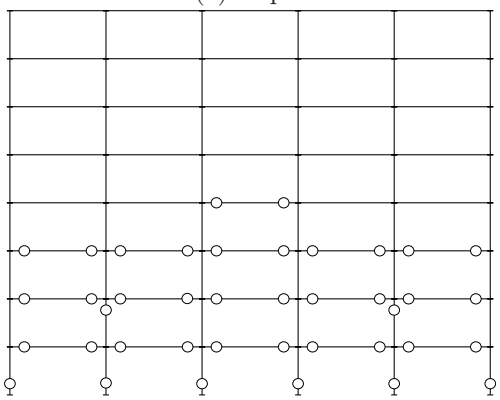
また，本手法により得られた進化形態は各層において保有水平耐力が必要保有水平耐力を上回っており，許容応力度等計算 計算ルート３に適用できる形態であることを示した。その一方で，各層の安全率(保有水平耐力/必要保有水平耐力)は約1.1〜2.5となっていることから，過度に安全側であると言うことも出来る。そのため今後は，各層において安全率 1.0以上を満足し，かつ，材料投入量を最小化した形態を提案できる手法の構築に取り組む予定である。

参考文献

1) Y.M.Xie, G.P.Steven : Evolutionary Structural Optimization, Springer, 1997
2) 崔昌禹，大森博司 : 等値線を利用した拡張ESO法による構造形態の創生，日本建築学会構造系論文集 No. 539, pp.87-94, 2001
3) 日本建築学会編 : 鋼構造設計規準，丸善，1993
4) 日本建築学会編 : 鋼構造塑性設計指針，丸善，1992
5) 国土交通省住宅局建築指導課監修:2007年度版 建築物の構造関係技術基準解説書，全国官報販売協同組合，2007

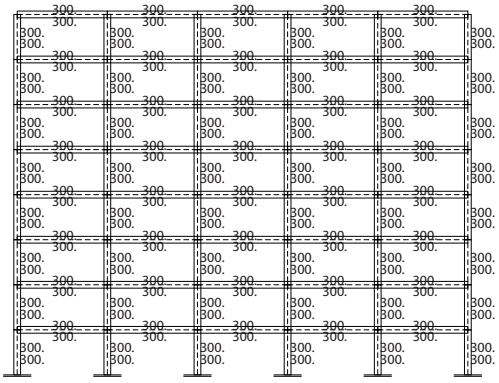


(a) step 1

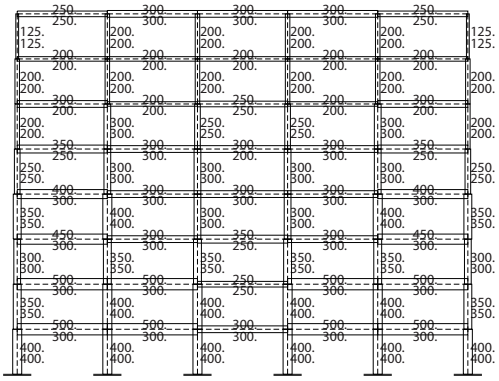


(b) step 7

図6　塑性ヒンジ生成位置

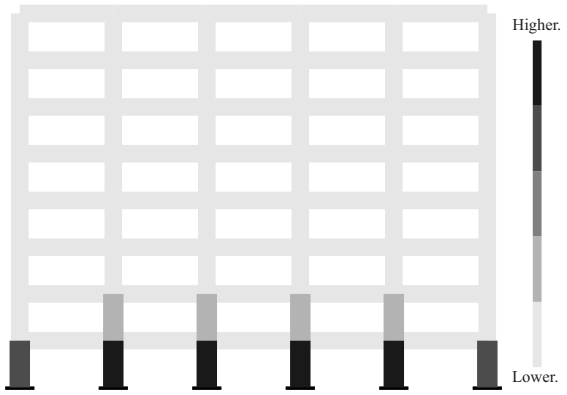


(a) step 1

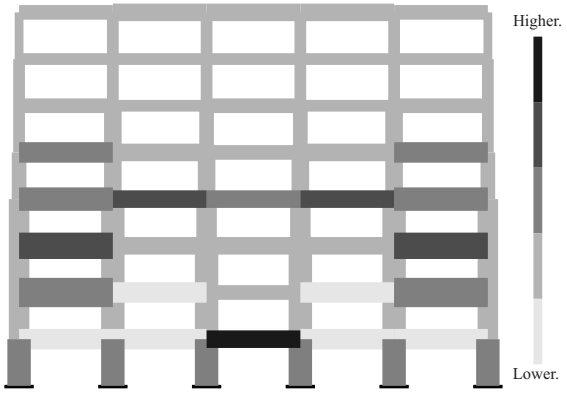


(b) step 7

図8　部材断面寸法

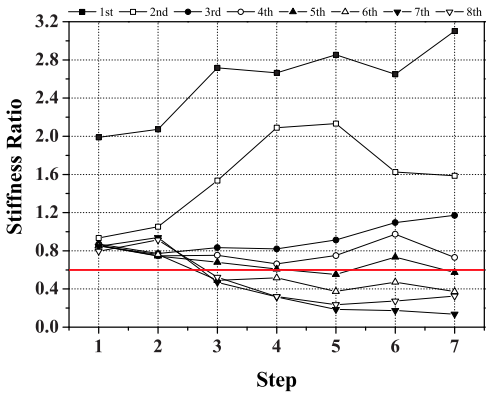


(a) step 1

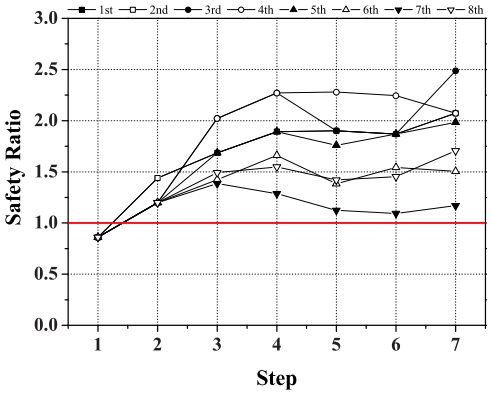


(b) step 7

図7　進化基準量分布



(a) 剛性率



(b) 安全率(保有水平耐力/必要保有水平耐力)

図9　各層の剛性率および安全率の推移

編み物状構造物の幾何学的及び力学的性質に関する実験的研究

宮﨑 俊充[1)]、今里 弘子[2)]、永井 拓生[3)]、新谷 眞人[4)]
1)早稲田大学創造理工学研究科（建築学）、hi-41-to-01-saku@ruri.waseda.jp
2) 早稲田大学理工学部建築学科
3) 永井構造計画事務所
4) 早稲田大学 理工学術院（建築学）、教授

1. 研究背景と目的

東南アジアでは古くから竹やつるで編んだ籠が生活用品として重宝されてきた。その理由は、身近な材料である竹や木の皮、つる、草などを‘編む’という簡単な作業で様々な立体を製作できることにある。このような製作性のよさは、生活様式の変化や文化の違いに従って様々な形態を作り出し、風情のある立体やパッチワーク模様など、地域固有の特性がデザインとして現れてくる面白さにつながっている。近年、建築の分野においてもこのデザイン性と構造を兼ね備えた籠構造を模したものを目にするようになった。平面編み物である布やネットの力学的研究はなされているが[1,2)]、立体編み物である籠の幾何学と力学的特性については明らかになっていない。本研究では立体編み物の幾何学と力学的性質について載荷実験に基づいた検証を行う。

2. 籠状立体の幾何学

編み目模様は長い時間をかけて多種多様な編み方が生み出されてきた。この編むという文化は日本でも縄文時代にはあったことが確認されている[3,4)]。「四つ目編み」や「六つ目編み」はその中でも最も基本的な編み方であり、農業や魚捕り、鳥類の飼育など生活に密着した場面でよく使われてきた。素材としては、その地域によく育つ植物が用いられている。たとえば、竹は温帯や熱帯に多い植物であるが、丈夫でしなやかで加工しやすいという特性から、日本南部や東南アジア地域では竹を使った籠が多くみられる（図1)。用途としては、四つ目編みは肩掛のかばん籠、篩などに使われ、六つ目編みは背負い籠、鳥の飼育籠、卵入れなどに使われる。網代編みやござ目編みなどは四つ目編みの応用である。「麻の葉編み」は六つ目編みの応用で、六つ目編みの2倍の部材を編み込んであり、六つ目編みの補強したものと考えられる。

本研究では、編み方の基本である四つ目・六つ目およびその補強形態である麻の葉編みについて分析する。

図1 生活の中で使われる籠

2.1 平面編み物の製作方法

まず基本となる平面編み物の作成方法について述べる。各種の編み方には基本となる形が決まっており、作りはじめとしてこの基本となる形を中央に組む。これを編み方の主帯と定義する（図2-Step1)。この主帯の方向によって立体の形が制限され、編み方によって製作できる立体の幾何学が決まる。次に主帯の周りに同様に基本形を配置して面を構成する（図2-Step2)。これを繰り返して編み物平面を得る（図2-Step3)。

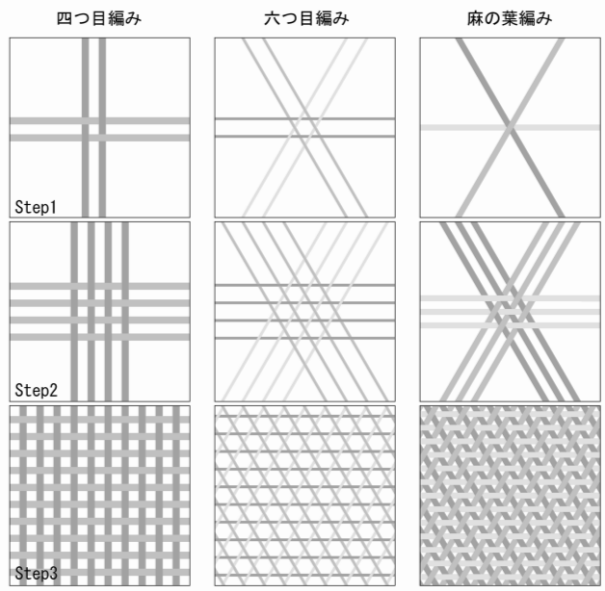


図2 平面編み物の製作手順

2.2 立体編み物の製作方法

編み込んで立体的な籠にする方法は、①目の間隔を変えずに折板する方法と、②目の間隔を変えて曲率を付ける方法の 2 種に大別できる。

まず目の間隔を変えない①の方法を示す。前項の方法に従い、平面を作成する（図 3 -Step1）。平面パターンの一部を折板し、曲率を調整して立ち上げる。四つ目編みは三角形、六つ目編みは五角形の編み目を曲率調整として導入する（図 3 -Step2）。立ち上げた側面に対して平面パターンを構成するように帯を導入し、境界部を剛に接合することで籠状の形態を得る（図 3 -Step3）。枝分かれしない辺で構成される多面体が形成できる。この方法は、目を等間隔に揃えられる利点があるが、折板するため材料が局部的に折れたりしわが生じるという欠点を持つ。

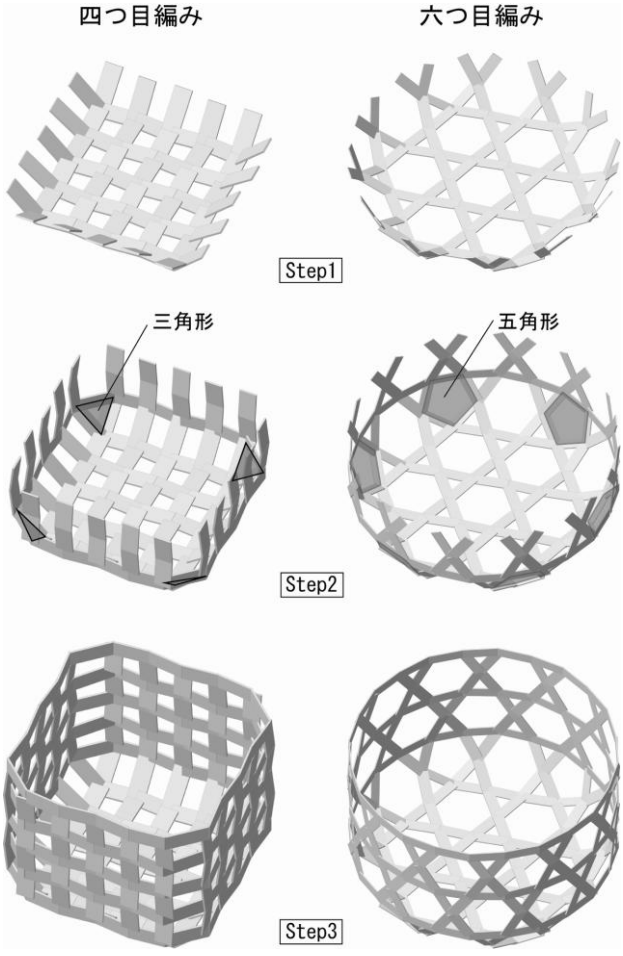


図 3 立体籠の製作手順

次に②の目の間隔を変更して曲面を形成する方法を示す。四つ目編みを例に取ると、図 4 のようになる。平面編み物を作成し、中央面の目を広げ端部の目を狭めることで曲面を形成する。この方法は、折板のように局所的な曲げを要さずに曲面を形成できる利点があるが、曲率を大きくすると目が荒くなったり、目が込んでくるといった欠点がある。芦北町地域資源活用総合交流促進施設（高橋晶子+高橋寛）は、厚さ 120mm の集成材を用いた四つ目編み模様の木造のシェルである [5]。

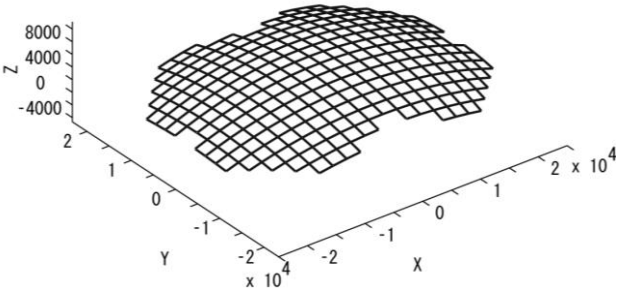


図 4 目を変更することによる曲面形成（四つ目）

ふたつの方法を併用することでも形態が作れる。六つ目編みは底面と曲率部を持つ曲面部、側面部で構成される円柱状の形が基本となる（方法①）。ここで曲率の調整時に正五角形を組まずに目を広げた五角形にすることで、側面を錐状に形成できる（方法②）。底面と側面の角度を θ を引数とした形状を示すと、錐体が以下のように得られる（図 5）。しかしながら、曲率を急激に変えたり、籠の径を大きくしようとすると、部材の捩れが大きくなってくるため、製作が困難となってくる。

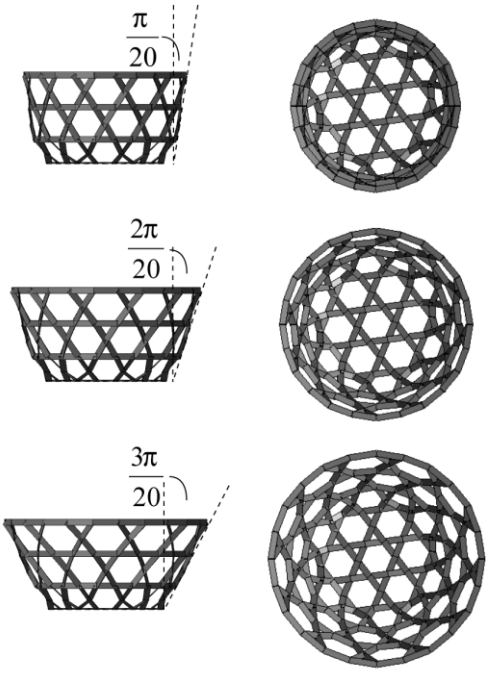


図 5 目を変更することによる曲面形成（六つ目）

2.3　使用材料の材料試験

本研究では製作のしやすさから、材料にスノーマット（#400）を用いた。まずスノーマットの材料特性を算定する。ヤング係数 E および降伏曲率 ϕ_p を、軸方向引張試験および単純支持曲げ試験より算定する。

表 1　引張試験－試験体帯寸法

	厚さ(mm)	幅(mm)	スパン(mm)
試験体寸法	0.5	20	40

表 2　曲げ試験―試験体帯寸法

	厚さ(mm)	幅(mm)	スパン(mm)
試験体寸法	0.5	20	70

得られたそれぞれの荷重変位曲線を図 6 に示す。両試験の線形領域からそれぞれのヤング係数 E を算定すると、引張試験からは約 2900 N/mm^2、曲げ試験の結果からは約 3200 N/mm^2 となった。また、曲げ試験における降伏変位から、本試験で用いたスノーマット帯の降伏する曲率 ϕ_p が 0.022 と求まる。

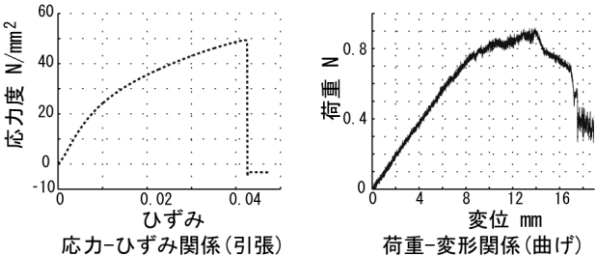


図 6　スノーマットの材料特性

2.4　編み込みの限界について

平面編み物には自然に編み込める間隔 L には限界が存在する。間隔を詰めて無理に編み込めばこの間隔をさらに狭めることも可能であるが、帯が折れたりしわが生じ、望ましくない。この状態を本論では帯の塑性と定義し、塑性化する直前の編み込み間隔を編み込み限界間隔 L_p と定義する。編み込み限界間隔 L_p は、各編み物の最大部材量を与える引数となる。以下に編み物の幾何学状態および、材料特性から編み込み限界間隔 L_p を算定する。

表 3　編み方による力学モデルパラメータの違い

編み方	支持間幅 B	片持ちたわみ量 H
四つ目	b	t/2
六つ目	2/√3 b	t/2
麻の葉	2/√3 b	t

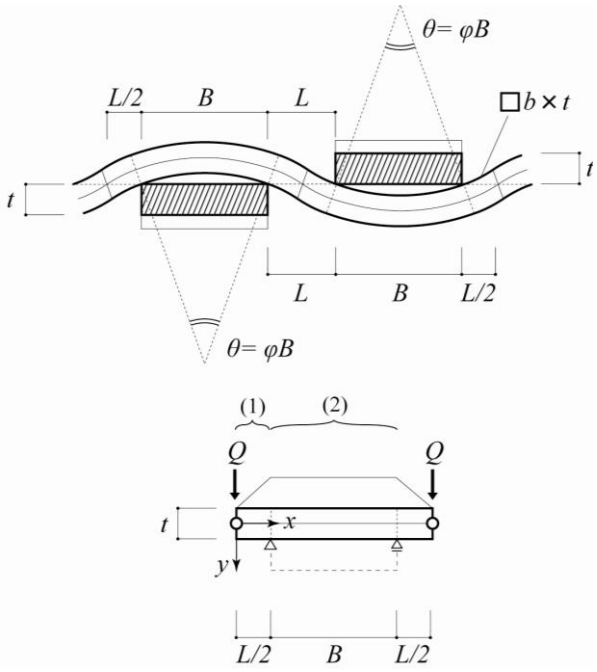


図 7　編み込み状態の力学モデル

前項の材料試験からヤング率 3000 N/mm^2、帯幅 5 mm、帯厚 0.5 mm のスノーマットを使用する。

編み物は曲率一定の弧である接触上部と片持ち梁のように変形する間隙部に分けられる。部材の変形について、微小な曲げ変形のみであると仮定し、曲げモーメントがゼロとなる点で切断し、中間二点支持の静定単純梁として考える（図 7）。このとき、帯間距離 L を帯幅支持間隔 B、片持ちたわみ量 H、曲率 ϕ を用いて表すと次式となる。

$$L = \frac{6}{\phi}\left\{ -\frac{B\phi}{4} + \sqrt{\frac{B^2\phi^2}{16} + \frac{H\phi}{3}} \right\} \quad (1)$$

スノーマットの曲げ試験より、曲率 $\phi_p = 0.022$ を越えると材料の降伏が原因と思われる剛性低下が確認されるこのことから、曲率 ϕ_p を部材に折れ・しわが発生することなく編み込める限界曲率と定義する。作成した試験体に対して上式を用いて編み込み限界長さを求めて比較すると、概ね値は一致する傾向がみられた。この値を用いて次節の試験体寸法を定める。

表 4　試験対編み込み限界長さ比較

編み方	理論値 L_p (mm)	試験体値 L_p (mm)
四つ目	6.38	5
六つ目	5.89	6
麻の葉	9.99	6

3. 編み物載荷試験

3.1 試験概要

籠は基本的に平面的な編み物によって構成されることは2節で述べた。立体籠において平面編み物の挙動が籠の挙動に支配的に働くと考えられる。以上から平面編み物の挙動を、中央集中荷重面外曲げ試験で検討する。材料はスノーマット(#400)を用い、試験体は厚さ0.5 mmの帯で直径 100mm の平面円を覆う編み物を作成する。境界条件は台紙にボンド付けしたものを、厚さ9 mmのMDF をくりぬいた2枚の円環で試験体を挟んでGクランプで留めることで固定支持とした。荷重は中央帯（四つ目：4本、六つ目・麻の葉：3本）を直径 12mm のアルミ棒で載荷する。

表5　試験体パラメータ

モデル	帯幅 b(mm)	編み込み距離 L(mm)
帯1本	5	—
四つ目（粗）	5	10.5
四つ目(密)	5	5
六つ目（粗）	5	4.5
六つ目(密)	2.5	6
麻の葉（粗）	5	6
麻の葉(密)	5	12.5

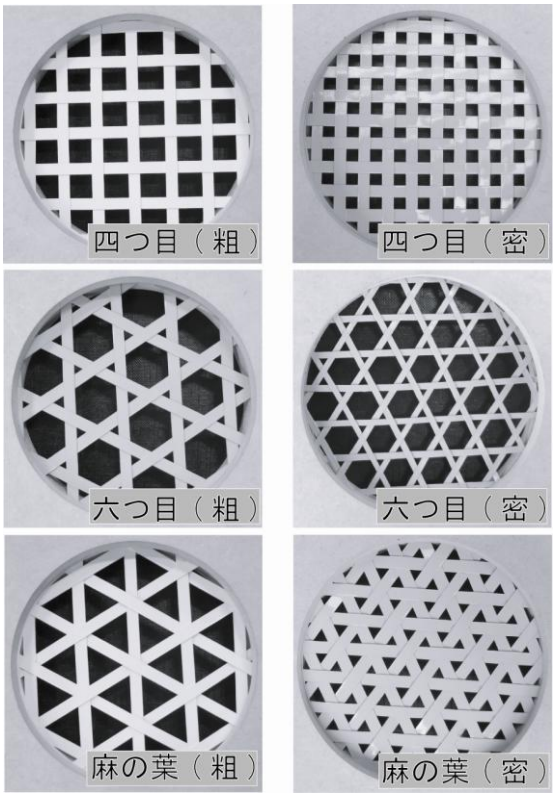


図8　試験体

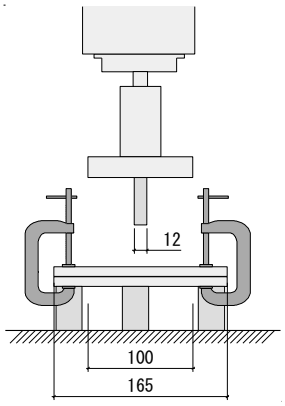


図9　試験体寸法

図10　載荷状況

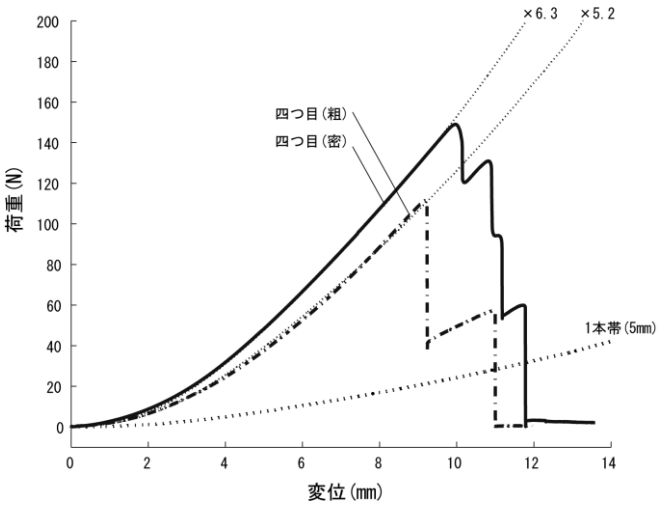


図11　荷重変形曲線(四つ目)

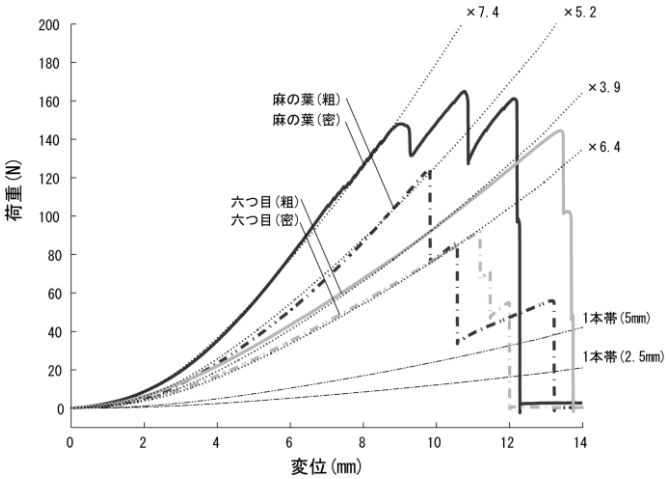


図12　荷重変形曲線(六つ目・麻の葉)

3.2 試験結果

各荷重変形曲線の形状を見てみると、1 本帯の荷重変形曲線を荷重方向に定数倍したものとどれもよく類似する。このことより幅 5mm の 1 本帯の荷重変形曲線と比較することで考察を行う。ただし六つ目(密)は、幅2.5mm

の 1 本帯と比較する。ここで 1 本帯の荷重変形曲線と比較するための指標を次の式で定める。

$$\text{等価本数}=\frac{\text{100mm円内にある帯の全長 } X}{\text{1本帯基準長さ（ 100mm）}} \quad (2)$$

$$\text{剛性倍率}=\frac{\text{編み物モデルの荷重変 形曲線}}{\text{1本帯（長さ100mm）の荷重変形曲線}} \quad (3)$$

各編み方（粗・密）について、剛性倍率を等価本数で除して比剛性を算出したのが表 6 の下段である。これらの結果を見ると、編み方による比剛性の大きな違いは見られなかった。編み物の面外剛性は等価本数にのみ依存して決まると思われる。したがって編み方による剛性倍率の違いは、編み込める等価本数の違いと言える。

表 6　編み方による部材量―耐力比関係

編み方	四つ目		六つ目		麻の葉	
密度	粗	密	粗	密	粗	密
等価本数	10.63	15.63	9.84	14.69	10.94	19.84
剛性倍率	5.20	6.30	3.90	6.40	5.20	7.80
剛性倍率 / 等価本数	0.49	0.40	0.40	0.44	0.48	0.39

4.　立体載荷試験

4.1　試験概要

続いて立体編み物の面外載荷材試験を行う。材料はスノーマット（#400）を用い、厚さ 0.5 mm、幅 5mm の帯を用いて直径 128mm（六つ目籠 小）、径 192mm（六つ目籠 大）の平面円を覆う試験体をそれぞれ 2 体作成した。また比較として、主帯のみの試験体と、周リングに主帯をクリップで固定した試験体も載荷実験を行う（図 16）。境界条件は台紙にボンド付けしたものを、虫ピンとガムテープで土台に固定した。荷重は中央帯（六つ目：6 本）を直径 46mm のアルミ棒で載荷する。

表 7　試験体パラメータ

モデル	直径 D(mm)	最大高さ H(mm)
主帯(小)	128	60
主帯(大)	192	80
主帯+円周リング固定(小)	128	60
主帯+円周リング固定(大)	192	80
六つ目籠(小)	128	60
六つ目籠(大)	192	80

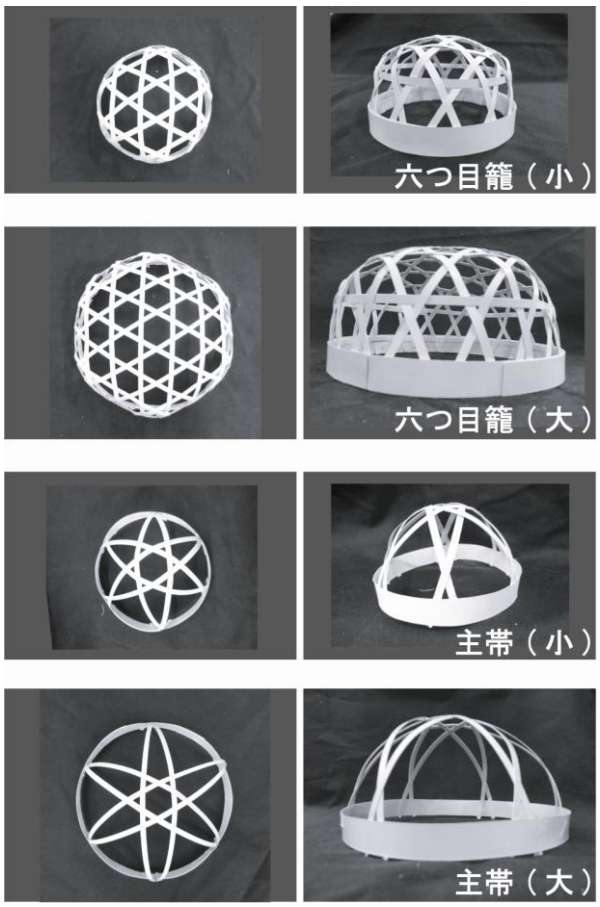


図 13　試験体

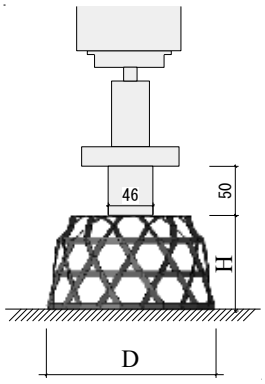


図 14　試験体寸法

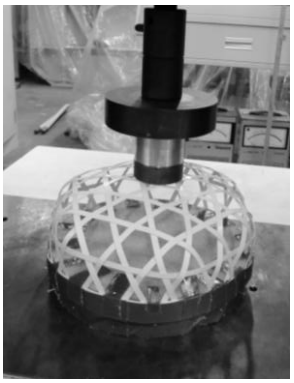


図 15　載荷状況

図 16　クリップで円周リングと帯を拘束した試験体

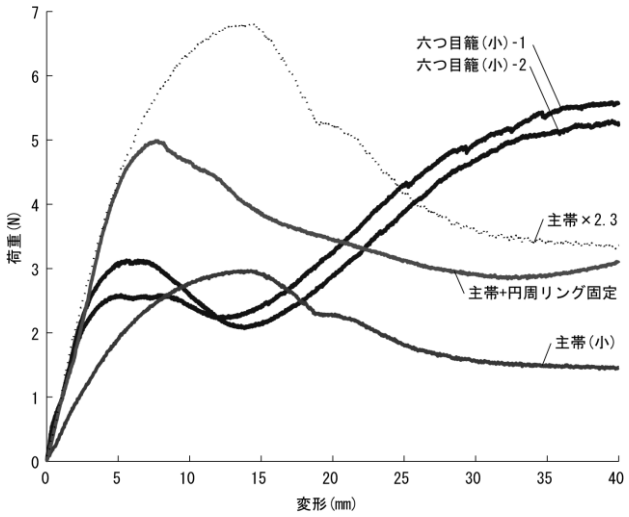


図 17　荷重変位曲線(スパン 128mm)

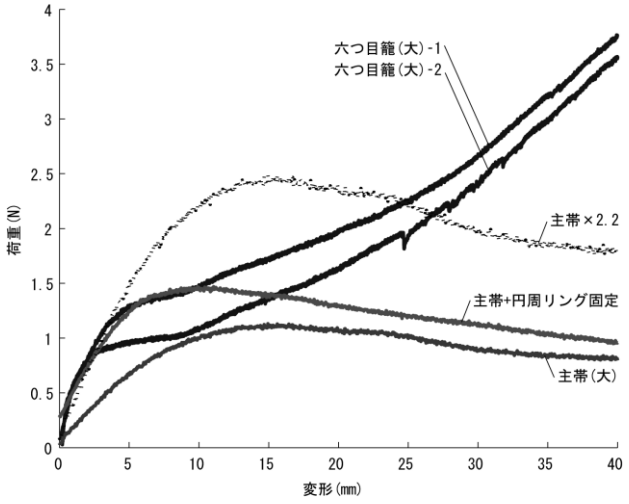


図 18　荷重変位曲線(スパン 192mm)

4.2　試験結果

荷重変形関係曲線の傾向を見ると、変位が 5mm 前後までは大小両試験体ともに、「六つ目籠」が「主帯」の荷重変形曲線の約 2 倍となり、「主帯＋円周リング固定」の荷重変形曲線とよく一致するという同様の結果が得られた。「主帯」は、上底面円周部が固定されずに立ち上がり部が外に押し広げられるのに対し、「主帯＋円周リング固定」では拘束され剛性が高くなる。「六つ目籠」は編み込むことでリングが拘束され、同様の効果を得ていると考えられる。

変形 5mm 以降では、大小両試験体ともに、「六つ目籠」の挙動と「主帯」、「主帯＋円周リング固定」の挙動に大きな違いが確認された。「主帯」、「主帯＋円周リング固定」は座屈して剛性が大きく低下するのに対し、「六つ目籠」は一旦剛性が低下するが、その後再び剛性が増加する。これは、屈服後「主帯＋円周リング固定」は円周リングがテンションリングから圧縮リングとなり座屈して効果がなくなるが、「六つ目籠」は円周リングがテンションリングから圧縮リングに変化後、編みこんでいることで座屈補剛され剛性が高くなったと思われる。

上底面直径の大小による違いは、(小) の方が初期剛性が大きく、「六つ目籠」に飛び移り座屈がみられること、「主帯」と「主帯＋円周リング固定」の座屈荷重は (大) の方が小さく、そのときの剛性の変化も緩やかであることである。これはスパン(小)の試験体の方が円周部の剛性が高いので、飛び移りが起こりやすいと思われる。

5.　まとめ

籠や編み物の幾何学的構成および簡易な載荷試験による力学的性質について考察を行った。

平面載荷試験から、編み方による比剛性の違いはあまりみられなかった。平面編み物の剛性の違いは，編み込める部材量の違いによるものであると考えられる。

立体編み物では平面的な挙動に加え、球面上に立ち上げていることでスラストが生じるが、帯を多く編み込むことで円周リングと帯とが密着し、スラストに対して抵抗できるようになり、剛性と耐力が上昇する。

また、本研究では四つ目・六つ目・麻の葉の力学的挙動に着目したが、編み物としての形態は、地域固有のデザインと力学的な経験に大きく依存すると考えられ、編み物の様々な幾何学模様や形態と、用途や素材との関係を調査することが今後の課題である。

参考文献

1)　桑水流理：平織布の擬似連続体モデルの開発と有限要素定式化に関する研究、東京大学博士論文、2000
2)　藤原淳、 瀬川信哉 : たるみ性ネットの載荷実験と計算モデル、日本建築学会構造系論文集、第 616 号、pp.67-72、 2007. 6
3)　鹿児島県歴史資料センター黎明館：鹿児島・竹の世界―環シナ海文化の視座から―、 黎明館企画特別展、鹿児島県歴史資料センター黎明館、 1995.2
4)　御所野縄文博物館：平成 20 年度御所野縄文博物館企画展図録「縄文から続く編みの文化」、 御所野縄文博物館、 2008.9
5)　新建築、2009 年 4 月号、 新建築社、 pp.80-86、2009.4

設計者のイメージを満足し力学的合理性の高い形態創生法の研究
～実験計画法とニューラルネットワークを用いた効率化の提案～

北村悠介[1)]，堤和敏[2)]
1) 芝浦工業大学大学院建設工学専攻
2)芝浦工業大学，教授，工博 tutumi@sic.shibaura-it.ac.jp

1. はじめに

形態創生の分野では、最適形態を見つけ出すための一手法として遺伝的アルゴリズム（以下 GA と呼ぶ）[1)]が用いられている。本研究室では大空間の屋根形態を対象とし、GA を用いて設計者イメージを満足し、且つ力学的合理性の高い形態を提案する発想支援型創生システム[2)]を構築している。しかし、このシステムでは合理的形態を提案するのに多大な計算時間を必要とする。その要因として 2 点考えられる。一点目は FEM 解析として外部プログラムを利用しているため、データファイルのアクセスに時間をとられていること、二点目は各世代、各個体毎に FEM 解析を行い相当応力を求めているために、シミュレーションに多くの時間を要していることが挙げられる。処理時間を抑え、システムの実用性を向上させるためには、FEM 解析回数を少なくすることが必要である。そのためには形態と相当応力の関係を事前学習することが有効である。本研究では事前学習として、実験計画法[3)]を用いて設計者のイメージを変えない範囲で形態変動させたモデルを学習用データとして、FEM 解析を行い相当応力を求め、形態変動量と相当応力との関係をニューラルネットワーク（NN）で学習を行っている。事前学習を行い、各世代各個体毎の相当応力評価を NN で推定することにより、FEM 解析を行う回数を極力減らし、効率よく実用的時間内に最適形態を創生する方法を提案する。

2 既存システム概要

既存システムのフローチャートを図 1 に示す。

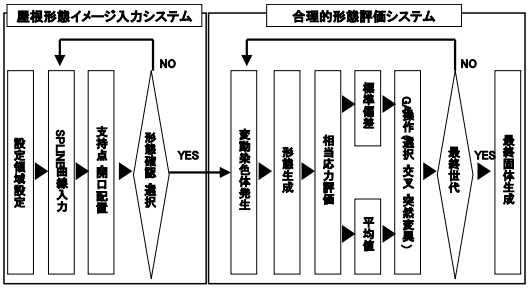


図 1.既存システムフローチャート

既存システムは,「屋根形態イメージ入力システム」と「合理的形態評価システム」の二つのシステムにより構築されている。「屋根形態イメージ入力システム」では、方向別に設計者のイメージに従って制御点を指定し、制御点を通る SPLINE 曲線を描く。得られた SPLINE 曲線をベースに、VRML[4)] により屋根形態を三次元化し、PC 上で歩く、見渡すなどの確認により設計者のイメージに合うように制御点の位置を変動させ、形態を決定する。「合理的形態評価システム」は、「屋根形態イメージ入力システム」によって選択された屋根形態を微小変動させ力学的に優れた屋根形態を GA により探索するシステムである。手法として、形態表現に使用している SPLINE 曲線[5)]の制御点の座標を水平・垂直方向に微小変動させる。変動させる量を変動量遺伝子で表現し、設計者のイメージと変動量遺伝子を組み合わせることにより屋根形態を微小変動させた新たな屋根形態を生成し有限要素法（FEM 解析）を行う。その解析結果を用いて相当応力の要素数当りの平均値により適応度を決定し、設定した世代まで GA 操作を繰り返すシステムである。小国町民体育館[6)]を参考にした O モデルに対し、屋根形態イメージ入力システムによって入力された屋根形態イメージを図 2 に、生成された形態を図 3 に示す。図 4 に初期形態と合理的形態評価システム適用後の形態のコンター図を示す。

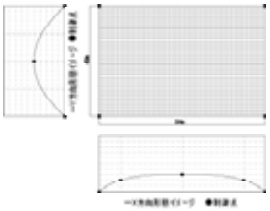


図 2.設計者のイメージ・領域

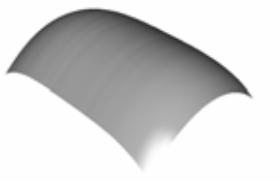


図.3 設計者イメージ

図 4. O モデル初期・実行後形態相当応力のコンター図

図4の()内数字は相当応力平均値(FEM解析により求められる各要素の要素相当応力(σ_i)の平均値($\bar{\sigma}$))である。要素相当応力(σ_i)の計算式をEq(1)に示す。

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2 - \sigma_{xi}\sigma_{yi} + 3\tau_{xyi}^2} \quad \cdots \text{Eq.}(1)$$

図4より合理的形態評価システム適用後の形態では、初期形態と比較して約 80%相当応力が減少していることが確認できる。しかし、処理時間は9時間50分を要しており、処理時間を短くする工夫が必要である。

3. 事前学習システム

NN、実験計画法を用いた事前学習システムのフローチャートを図5に示す。事前学習システムでは事前学習部分と合理的形態評価システムに分けられる。事前学習に用いる学習データは各制御点に対し、表1に示す鉛直変動15パターンの中から3ケース選び出し、実験計画法の直交表L81を用い81個体を選定し、FEM解析を行い、それらの形態と相当応力の関係をニューラルネットワークで学習する。合理的形態評価システムでは各個体の適応度は各個体の制御点変動量からニューラルネットワークで推定を行い、最小となる個体をエリート保存する。ニューラルネットワークの推定誤差を考慮してエリートは各世代毎に保存し、各世代のエリート形態のみ FEM 解析で実際の相当応力の確認を行い、最終的に各世代エリート形態の中から相当応力平均値の最小となる形態を選び、最終決定個体とする。

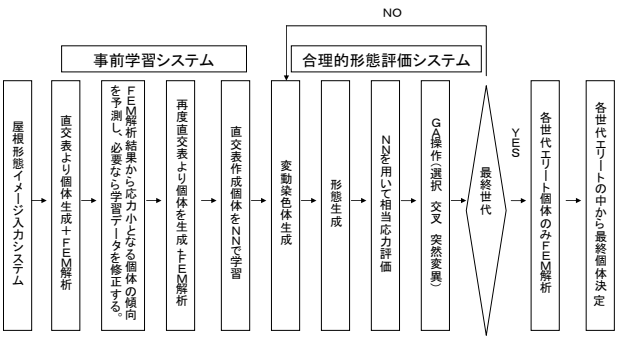


図5.事前学習システムフローチャート

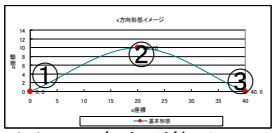
表1. 変動量遺伝子と変動量

0	0	0	0	−0.7× α(m)	1	0	0	0	0.7× α(m)
0	0	0	1	−0.6× α(m)	1	0	0	1	0.6× α(m)
0	0	1	0	−0.5× α(m)	1	0	1	0	0.5× α(m)
0	0	1	1	−0.4× α(m)	1	0	1	1	0.4× α(m)
0	1	0	0	−0.3× α(m)	1	1	0	0	0.3× α(m)
0	1	0	1	−0.2× α(m)	1	1	0	1	0.2× α(m)
0	1	1	0	−0.1× α(m)	1	1	1	0	0.1× α(m)
0	1	1	1	0m	1	1	1	1	0m

※αは制御点変動倍率とする。

4. 事前学習法

屋根形態の組み合わせは無数に存在するため、事前学習を効率的に行うためには可能な組み合わせの中からバランス良く学習データとして選ぶ必要がある。学習用データの選定に実験計画法を適用する。学習データに用いる変動遺伝子（表1）の3ケースは、①両端と中央で構成される場合、②エリート形態での変動位置を予測し、変動幅をシフトした場合、の2パターンを考える。例としてOモデルの屋根形態イメージと制御点番号を図6、図7に示す。学習パターン②は複雑形態の場合には予測が難しいが、Oモデルでは曲率が大きくなるように制御点②、⑥は上、制御点⑤、⑦は下に移動すると仮定し、表2のように設定した。O モデルにおける学習パターン①の NN 学習データと教師データを表3に、学習パターン②における NN 教師データと学習データを表4に示す。なお、表3,表4()内数字は対応する直交表因子番号である。制御点の変動方向は鉛直方向の上下変動のみとしている。制御点はXY方向合わせ8つ存在するが、端部は変動しないように固定したため、Oモデルでは直交表を割り当てる変動制御点は表 2. 表 3. 表 4 に示す端部を除く中央 4 点となる。



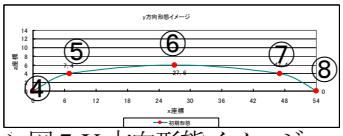


図6.X方向形態イメージ　図7.Y方向形態イメージ

表2.学習パターン

	パターン①	パターン②
制御点2(cm)	(−2.1m, 0m, 2.1m)	(−0.3m, 0.9m, 2.1m)
制御点5(cm)	(−2.1m, 0m, 2.1m)	(−2.1m, −0.9m, 0.3m)
制御点6(cm)	(−2.1m, 0m, 2.1m)	(−0.3m, 0.9m, 2.1m)
制御点7(cm)	(−2.1m, 0m, 2.1m)	(−2.1m, −0.9m, 0.3m)

表3. パターン①学習教師データ

	パターン①学習データ				教師データ
形態番号	制御点2(m)	制御点5(m)	制御点6(m)	制御点7(m)	相当応力
1	2.1(1)	2.1(1)	2.1(1)	2.1(1)	18.73
11	2.1(1)	0(2)	2.1(1)	0(2)	12.12
21	2.1(1)	−2.1(3)	2.1(1)	−2.1(3)	16.06
31	0(2)	2.1(1)	0(2)	2.1(1)	21.78
41	0(2)	0(2)	0(2)	0(2)	19.15
51	0(2)	−2.1(3)	0(2)	−2.1(3)	4.88
61	−2.1(3)	2.1(1)	−2.1(3)	2.1(1)	44.3
71	−2.1(3)	0(2)	−2.1(3)	0(2)	22.33
81	−2.1(3)	−2.1(3)	−2.1(3)	−2.1(3)	13.47

表4.パターン②学習教師データ

	パターン②学習データ				教師データ
形態番号	制御点2(m)	制御点5(m)	制御点6(m)	制御点7(m)	相当応力
1	2.1(1)	0.3(1)	2.1(1)	0.3(1)	14.21
11	2.1(1)	−0.9(2)	2.1(1)	−0.9(2)	5.13
21	2.1(1)	−2.1(3)	2.1(1)	−2.1(3)	16.06
31	0.9(2)	0.3(1)	0.9(2)	0.3(1)	18.46
41	0.9(2)	−0.9(2)	0.9(2)	−0.9(2)	9.84
51	0.9(2)	−2.1(3)	0.9(2)	−2.1(3)	10.17
61	−0.3(3)	0.3(1)	−0.3(3)	0.3(1)	19.75
71	−0.3(3)	−0.9(2)	−0.3(3)	−0.9(2)	15.66
81	−0.3(3)	−2.1(3)	−0.3(3)	−2.1(3)	4.55

5. 適用例

本システムの有効性を確認するために建物モデルを2CASE 作成した。CASE 1 は小国町民体育館を参考にしたO モデル（x 方向 54m，y 方向 40m，最高高さ 16m）、CASE 2 は九州国立博物館 [7]を参考にした K モデル（x 方向 40m，y 方向 80m，最大高さ 18m）である。事前学習システムと、既存の合理的形態評価システムの解析結果を比較する。

5.1 CASE1(O モデル)

i) 設定条件

図 8 に作成された形態、表 5 に x・y 方向の制御点座標、図 9 に x・y 方向イメージ・支持点位置を示す。

ii) 変動遺伝子座

本形態では各変動量は±2.1 m とし、表 6 に示すように 1 制御点に対して鉛直方向 15 パターンの変化を与える。

iii) 学習パターン①の学習精度検証

各制御点の変動量を鉛直変動 15 パターンの中から乱数を用いて選択して生成した形態を、NN 検証用個体として 81 個用意し、学習パターン①における NN 推定精度の検証を行った。直交表より作成した個体の NN 学習結果を図 10 に、検証用 81 個体での検証結果を図 11 に示す。縦軸を NN で推定した相当応力平均値(推定値)、横軸を同個体に対し FEM 解析で得た相当応力平均値(実際値)とする。相当応力が大きい形態では推定精度が低いモデルもあるが、エリート個体としては選ばれないため、検証用 81 個体のエリート個体の推定には成功していることが読み取れる。

iv) 学習パターン①(形態評価結果)

学習パターン①を用いた事前学習システム実行後の GA 相当応力世代推移を図 12 に示す。今後便宜上 NN で相当応力平均値を推定し GA 評価したものを NNGA、FEM 解析を行い GA 評価したものを FEMGA と呼ぶ。学習パターン①では検証用 81 個体ではエリート個体を推定することができたが、形態創生では世代経過と供に、NN で推定した相当応力と、FEM 解析による実際値の間に誤差が生じたため、相当応力が下がらず、従来の FEMGA で得たエリート形態よりも相当応力が小さい形態は生成されなかった。

表 5.制御点設定

	初期形態	
	X方向	
制御点No	X	Z
1	0	0
2	20	10
3	40	0
	Y方向	
制御点No	Y	Z
4	0	0
5	7	4
6	27	6
7	47	4
8	54	0
相当応力	19.14	

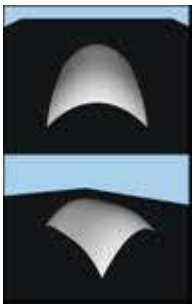


図 8.作成された形態

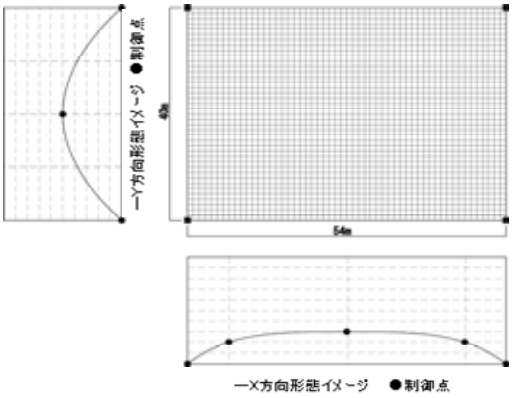


図 9.X.Y 方向イメージ、支持点位

表 6.変動量遺伝子と変動量との関係

0	0	0	0	−2.1m	1	0	0	0	0m
0	0	0	1	−1.8m	1	0	0	1	0.3m
0	0	1	0	−1.5m	1	0	1	0	0.6m
0	0	1	1	−1.2m	1	0	1	1	0.9m
0	1	0	0	−0.9m	1	1	0	0	1.2m
0	1	0	1	−0.6m	1	1	0	1	1.5m
0	1	1	0	−0.3m	1	1	1	0	1.8m
0	1	1	1	0m	1	1	1	1	2.1m

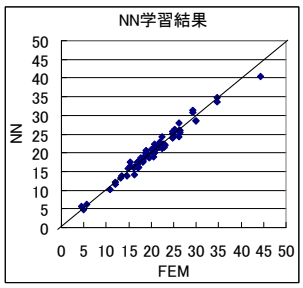


図 10.学習精度(パ①)

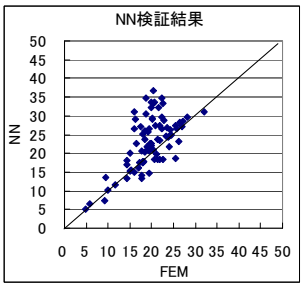


図 11.検証精度(パ①)

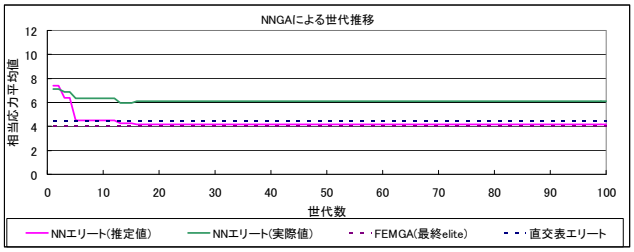


図 12.NNGA(パ①)結果

ｖ) 学習パターン②

学習パターン②の学習データと教師データ、直交表割り当ては4.事前学習法で説明した表4のデータを用いる。直交表より作成した個体の学習結果を図13に、乱数を使って生成された検証用81個体の検証結果を図14に示す。また、学習パターン②における NNGA 世代推移を図 15 に、制御点位置変化を表 7、初期形態と NNGA,FEMGA の最終エリート形態のコンター図を図 16 に、形態イメージの変化を図 17 に示す。表 7、図 15 における直交表エリートとは学習個体 81 個体で相当応力が最小となる形態である。本形態において事前学習システムを実行した場合と従来のシステムの計算時間を比較したものを表 8 に示す。

vi）CASE1 考察

CASE1 の考察を以下に述べる。

1)図15より、学習パターン①のNNGAで得た形態では、相当応力が下がらず FEMGA で得た最終世代エリートの形態には及ばなかったが、学習パターン②では従来の FEMGA で得た形態より、若干ではあるが相当応力が小さくなった。初期形態と比較して、約 80%の応力が減少しており、NNGA においても優れた形態を創生することができた。

2)表 7 より NNGA、FEMGA 各々得られた形態を比較すると、NNGA 形態では FEMGA 形態より制御点 6 が 30cm 下がり、制御点 2 が 30cm 上がる以外、制御点変化量は同じである。学習パターン②では相当応力の小さくなる形態の傾向を十分に把握できていると考えられる。

3)表 8 より計算時間を比較すると、NNGA を用いることで計算時間が FEMGA と比べ 90%近く減少していることがわかる。O モデルに対し、本システムが有効であることが確認できた。

表 7.各種形態制御点位置変化

	初期形態		直交表エリート		FEMGA		NNGA	
	X方向		X方向		X方向		X方向	
制御点No	X	Z	X	Z	X	Z	X	Z
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	20	10	20	12.1(2.1)	20	11.8(1.8)	20	12.1(2.1)
3	40	0	40	0	40	0	40	0
	Y方向		Y方向		Y方向		Y方向	
制御点No	Y	Z	Y	Z	Y	Z	Y	Z
4	0	0	0	0	0	0	0	0
5	7	4	7	1.9(-2.1)	7	1.9(-2.1)	7	1.9(-2.1)
6	27	6	27	5.7(-0.3)	27	5.7(-0.3)	27	5.4(-0.6)
7	47	4	47	1.9(-2.1)	47	1.9(-2.1)	47	1.9(-2.1)
8	54	0	54	0	54	0	54	0
相当応力	19.14		4.043		4.019		4.011	

表 8.計算時間まとめ

	FEMGA	NNGA
計算時間	9時間50分	40分
減少時間		(9時間10分)

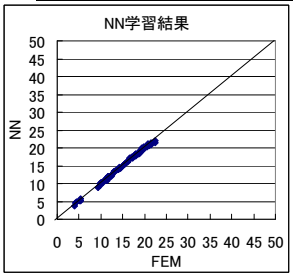


図 13.学習精度(ﾊﾟ②)

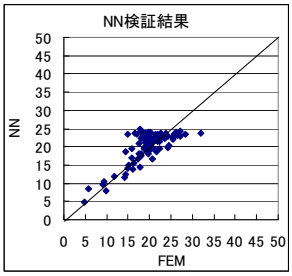


図 14.検証精度(ﾊﾟ②)

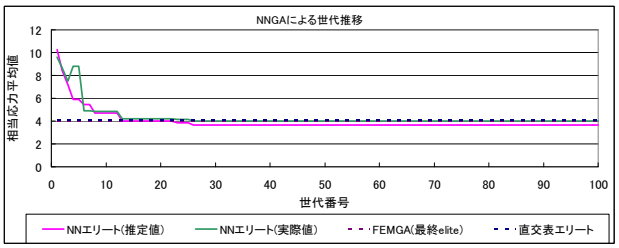


図 15.NNGA(ﾊﾟ②)結果

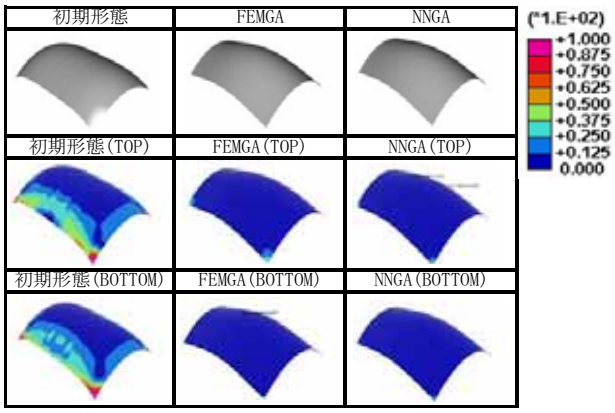


図 16.各種コンター図

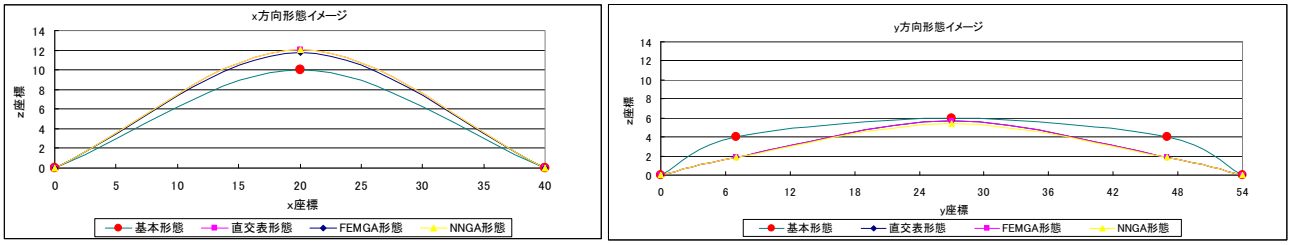


図 17.各種形態イメージ

5.2　CASE2（K モデル）

K モデルを対象に事前学習システムを実行した。

i)設定条件

K モデルでは x 方向イメージが平らであるため、y 方向イメージだけを設定した。図 18 に y 方向イメージ・支持点位置、図 19 に作成された形態、表 9 に y 方向の制御点座標を示す。各制御点変動幅は±1.4m とし、CASE1 同様、各制御点鉛直方向 15 パターンの変化を与えた。

ⅱ)NN 学習データ

学習パターン①、学習パターン②における学習データと教師データの一部を表 10 に示す。()内数字は直交表割り当て時の対応因子番号である。

ⅲ)システム実行結果

学習パターン①の学習結果と、検証用 81 個体を対象とした検証結果を図 20、図 21 に、同じく学習パターン②の学習結果と検証結果を図 22、図 23 に、学習パターン①、②における NNGA 相当応力世代推移を図 24、図 25 に示す。また、本形態における計算時間のまとめを表 11 に示す。学習パターン②における制御点位置変化を表 12 に、同様に形態イメージの変化を図 26 に、初期形態と NNGA、FEMGA の最終決定形態のコンター図を図 27 に示す。

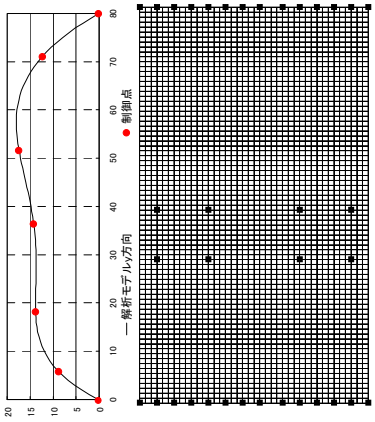


図 18. y 方向イメージ、支持点位置

表 8.制御点設定

	初期形態	
	Y 方向	
制御点No	Y	Z
1	−0.2	0
2	5.8	8.8
3	18.2	13.8
4	36.4	14.2
5	51.7	17.4
6	71.1	12.3
7	80	0.1
相当応力	24.47	

図 19.生成された形態

表 10.CASE2 学習データ

	パターン①学習データ					教師データ
形態番号	制御点2(m)	制御点3(m)	制御点4(m)	制御点5(m)	制御点6(m)	相当応力
1	1.4(1)	1.4(1)	1.4(1)	1.4(1)	1.4(1)	27.72
11	1.4(1)	0(2)	1.4(1)	0(2)	0(2)	36.25
21	1.4(1)	−1.4(3)	1.4(1)	−1.4(3)	−1.4(3)	49.85
31	0(2)	1.4(1)	0(2)	1.4(1)	0(2)	18.34
41	0(2)	0(2)	0(2)	0(2)	−1.4(3)	18.74
51	0(2)	−1.4(3)	0(2)	−1.4(3)	1.4(1)	47.81
61	−1.4(3)	1.4(1)	−1.4(3)	1.4(1)	−1.4(3)	27.23
71	−1.4(3)	0(2)	−1.4(3)	0(2)	1.4(1)	21.61
81	−1.4(3)	−1.4(3)	−1.4(3)	−1.4(3)	0(2)	27.12
	パターン②学習データ					教師データ
形態番号	制御点2(m)	制御点3(m)	制御点4(m)	制御点5(m)	制御点6(m)	相当応力
1	0.6(1)	1.4(1)	1.4(1)	1.4(1)	0.6(1)	21.78
11	0.6(1)	0.4(2)	1.4(1)	0.4(2)	−0.4(2)	27.69
21	0.6(1)	−0.6(3)	1.4(1)	−0.6(3)	−1.4(3)	34.79
31	−0.4(2)	1.4(1)	0(2)	1.4(1)	−0.4(2)	18.50
41	−0.4(2)	0.4(2)	0(2)	0.4(2)	−1.4(3)	17.51
51	−0.4(2)	−0.6(3)	0(2)	−0.6(3)	0.6(1)	32.57
61	−1.4(3)	1.4(1)	−1.4(3)	1.4(1)	−1.4(3)	27.23
71	−1.4(3)	0.4(2)	−1.4(3)	0.4(2)	0.6(1)	19.63
81	−1.4(3)	−0.6(3)	−1.4(3)	−0.6(3)	−0.4(2)	19.19

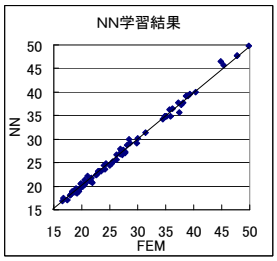


図 20.NN 学習精度(ﾊﾟ①)

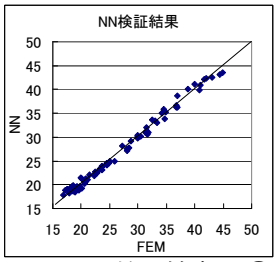


図 21 .NN 検証精度(ﾊﾟ①)

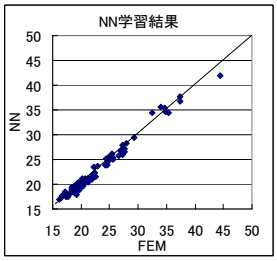


図 22.NN 学習精度(ﾊﾟ②)

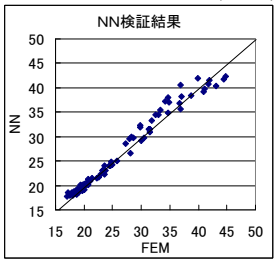


図 23.NN 学習精度(ﾊﾟ②)

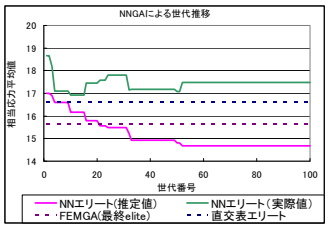


図 24.NNGA 結果(ﾊﾟ①)

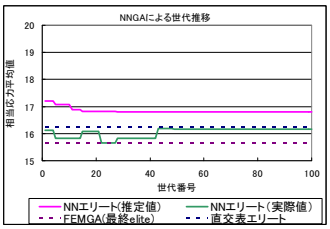


図 25.NNGA 結果(ﾊﾟ②)

表 11.計算時間まとめ

	FEMGA	NNGA
計算時間	35時間	2時間
減少時間		(33時間)

表 12.各種制御点位置変化

	初期形態		直交表エリート		FEMGA		NNGA	
	Y 方向		Y 方向		Y 方向		Y 方向	
制御点No	Y	Z	Y	Z	Y	Z	Y	Z
1	−0.2	0	−0.2	0	−0.2	0	−0.2	0
2	5.8	8.8	5.8	7.4(−1.4)	5.8	7.4(−1.4)	5.8	7.4(−1.4)
3	18.2	13.8	18.2	15.2(1.4)	18.2	14(0.2)	18.2	15(1.2)
4	36.4	14.2	36.4	15.6(1.4)	36.4	15.4(1.2)	36.4	15.6(1.4)
5	51.7	17.4	51.7	17.8(0.4)	51.7	18.4(1)	51.7	18.2(0.8)
6	71.1	12.3	71.1	10.9(−1.4)	71.1	10.9(−1.4)	71.1	11.1(−1.2)
7	80	0.1	80	0.1	80	0.1	80	0.1
相当応力	24.47		16.22		15.643		15.647	

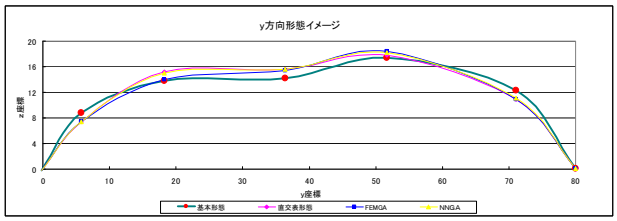


図 26.CASE2 各種形態イメージ

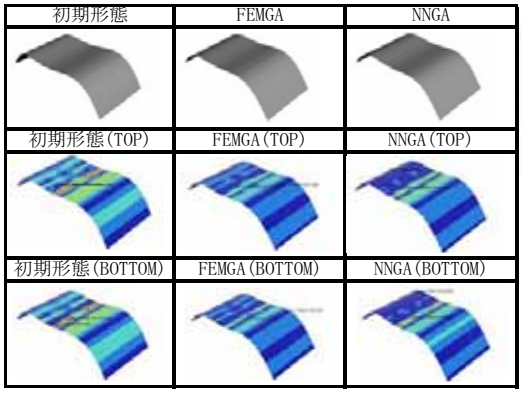


図 27.各種コンター図

ⅳ)CASE2 考察

1)図 24、図 25 より学習パターン①の NNGA で得た形態では、相当応力が下がらず FEMGA の最終世代エリート形態には及ばなかったが、学習パターン②のように変動位置を考慮することにより、NNGA を用いても FEMGA 最終世代エリート形態の相当応力と同等の優れた形態創生が可能となった。

2)表 12 より NNGA、FEMGA 各々得られた形態を比較すると、制御点 3 が NNGA 形態では FEMGA 形態より 1m 上がるが、他の制御点変化量は±0.2m 程度の違いしかなく、CASE1 同様学習パターン②では相当応力の小さくなる形態の傾向を十分に把握できていると考えられる。

3)表 11 より計算時間が FEMGA と比べ 90%近く減少していることがわかる。CASE2 では CASE1 よりもメッシュ数が多く、FEM 解析にかかる時間の割合が大きいため、事前学習システムと既存システムの計算時間の差が顕著に表れている。

6. 結論

以下に結論を述べる。

1)CASE1，CASE2 いずれも変動位置を考慮しないパターンによる NNGA では、FEMGA に並ぶ相当応力の小さい形態が生成されなかったが、変動位置を予測することにより、FEMGA の最終形態と相当応力の等しい形態を創生することができた。

2)CASE1，CASE2 供に従来の FEMGA と比べ、NNGA を用い事前学習システムを実行することにより、計算時間を 90%近く減少することができた。

さらに事前学習システムを有効にするには以下の問題点を解決する必要がある。

1)CASE1，CASE2 供に比較的簡単なモデルである。CASE1 は対称形屋根、CASE2 は 1 方向イメージで生成される形態である。より複雑な形態や開口を設けたモデルなどで事前学習システムが有効であるか検証を行う必要がある。

2)CASE1，CASE2 供に NN 学習データを選定する際、相当応力の小さくなる形態をある程度把握する必要がある。今回も非対称屋根である CASE2 では学習パターン②のデータの選定に試行錯誤した。より複雑な形態で、推定精度の高い学習データを選定するには、エリート形態時の制御点変動位置をある程度予測できるシステムが必要である。

参考文献

1)三井和男，大崎純，大森博司，田川浩，本間俊雄：計算工学シリーズ 4　発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム，コロナ社，2004.7

2) 堤和敏、熊川恵里子:開口を持つ大スパン屋根の形態創生に関する研究　～開口有無と応力変化･形態変化(その 1 , その 2)～, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北)B-1, pp819-822, 2009. 8

3)実験計画法/田口玄一著，東京：丸善

4) 田中成典, 小林孝史, 南佳考, 内野幸生, 松岡園実, 吉田博哉, 渡辺由美 : Web 工房シリーズ　VRML の達人, 森北出版, 1999.12

5) 穂坂衛 : CAD/CAM における曲線曲面のモデリング, 東京電気大学出版局,1996.1

6)新建築 1988 年 8 月号，新建築社

7)建築技術四月号・第六五一号，pp161，2004.4

曲げモーメント分布に比例した形状修正による軸力抵抗型骨組構造物の形成

萩原伸幸 1)
1)大同大学工学部建築学科，准教授，博士(工学)，hagiwara@daido-it.ac.jp

1 はじめに

重力下に置かれる構造物の形態の規範に，力の流れを意識すれば，軸力もしくは面内断面力での抵抗を主体とする構造を指向することになる。カテナリーアーチに代表されるこの種の構造形態は，Gaudi や Isler の逆さ吊り手法によって現実の構造物にも採用されてきた。一方，このような構造形態を理論的に扱う立場からは，重力ポテンシャルエネルギーの最小化により幾何学的な条件のみから吊下げ曲面を求める方法 [1]や，曲げモーメントを含む目的関数を直接最小化する方法 [2]などが試みられてきた。また，最近では，熱可塑性の材料による実験的手法を模擬した方法 [3]や，力法の原理を簡便にした方法 [4),5)]が提案されている。これらは構造物に生じる変位分布に従って形状を変化させる方法であり，工学的に妥当な解に到達するであろうことは直感的にも理解できる。

ところで，等分布荷重の作用する単純梁の曲げモーメント分布は放物線で与えられる一方で，放物線アーチは等分布荷重に対して曲げモーメントを発生させることなく軸力のみで荷重に抵抗する構造となる。両者はいわば双対の関係にあるが，最近では斎藤が自著 [6]の中で，「M 図がつくる形態」を取り上げ，Funicular Polygon との対応から興味深い話題を提供している。このことから，単純に構造物の曲げモーメント分布に従って形状修正を施せば軸力抵抗型形態を求めることができるのではないかという示唆を得る。

そこで本研究は，曲げモーメント図の形状が，その構造形態近傍に存在する軸力抵抗型形態への局所的形状移行ベクトルを与えるという仮説に基づき，骨組構造物の節点座標を曲げモーメント分布に比例させて修正していく形態解析手法を試みるものである。

2 解析方法

2.1 形状修正のアルゴリズム

本手法では，何らかの原型骨組構造を出発点として，与えられた荷重に対する曲げモーメント分布に比例させて，節点座標を段階的に少しずつ修正していき，これを繰り返すことによって軸力抵抗型の構造物を得ようとするものである。具体的な形状修正の手順を以下に示す。

①初期形状に荷重を加え，応力解析を行う（図１）。

②応力解析で得られた曲げモーメント図をもとに，形状修正を行う。形状修正量を次式で求める。

$$\Delta X = \frac{M}{M^0_{\max}} \cdot \delta_x \tag{1}$$

ここに，$M^0_{\max}$ ：初期形状の応力解析によって求められた曲げモーメントの最大値を表す。

M ：形状修正後に得られた曲げモーメントの値を表す。

δ_x ：基準修正量であり，解析モデルの形状や寸法から判断して，適当な値を設定する。

なお，(1)式に基づく節点座標移動の方向としては，曲げモーメント図の描かれる側への移動と，その反対側への移動の２通りが考えられる（図2)。前者を Positive 修正，後者を Negative 修正とする。

③形状修正後の曲げモーメントの最大値を $M_{\max}$ として，$M_{\max}/M^0_{\max}$ があらかじめ設定された曲げモーメント比を下回れば終了とする。下回らなければ修正後の形状に対して，①からの過程を繰り返す。

2.2 隅角点の形状修正ベクトルの計算

1 軸曲げを受ける梁部材では，節点移動は鉛直方向のみに生じるため，(1)式のようにその修正量を規定すればよいが，ラーメンでは部材の交差する節点で曲げモーメント図の描かれる向きが変わるので，これを考慮した座標修正方法を考える必要がある。また，初期形状が直線部材であっても，区分線形の梁要素でモデル化すれば，形状修正の過程で材軸が不連続に折れ曲がる点ができ，立体骨組では2 軸曲げも考慮しなければならない。そこで，以下のように節点移動の決め方を定義する。

節点において曲げモーメント図の描かれる方向に伸びる梁要素に垂直なベクトル $\mathbf{V}_i$ を考える。$\mathbf{V}_i$ の大きさは i 要素の材端モーメントの大きさに等しいものとし (2 軸曲げのときはその合モーメントで考える)，これらのベク

トルの和 $\mathbf{V}$ を求める。この $\mathbf{V}$ を節点移動の方向と大きさを決める基準ベクトルとする。すなわち，(1)式の M を $\mathbf{V}$ に， $M^0_{\max}$ を初期形状における $\mathbf{V}$ の最大絶対値 $\left|\mathbf{V}^0_{\max}\right|$ に置き換えて，次式により節点座標を修正する。

$$\Delta\mathbf{X} = \frac{\mathbf{V}}{\left|\mathbf{V}^0_{\max}\right|}\cdot\delta_x \qquad (2)$$

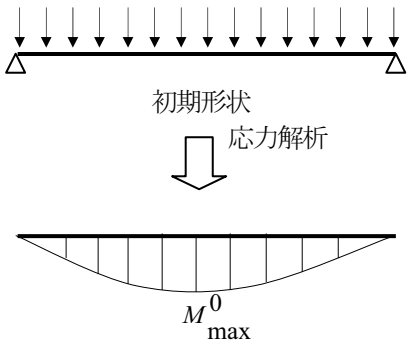
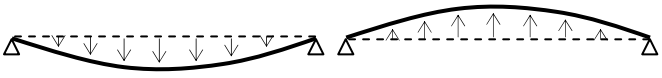


図1　応力解析によるM図



Positive 修正	Negative 修正
M 図の描かれる方向に形状を修正する	M 図の描かれる方向と逆方向に形状を修正する

図2　M図に比例した形状修正

3 解析モデル

解析例として，図3に示すような立体ラーメンを初期形状とする場合と，図4および図5に示すような格子状の平板を初期形状とする場合を考える。支持条件は，立体ラーメンは柱脚でピン支持，格子板はいずれも四隅の節点でピン支持するものとした。それぞれの解析モデルの部材断面等の諸元を表1，表2に示す。なお，水平材は弱軸が鉛直面に含まれるように設定しているが，形状修正の過程で部材が傾斜した場合も，弱軸が常に鉛直面に含まれるように再設定される。

4 解析結果

図6に立体ラーメンの解析結果を示す。この形状修正はNegative修正で行っている。基準修正量は，この解析を含めた全ての解析例において，$\delta_x = 10\,(\mathrm{cm})$と設定している。また，計算の終了判定のための曲げモーメント比の設定も全て0.01としている。これにより曲げモーメントが初期形状の最大曲げモーメントの1/100以下になるまで形状修正を繰り返している。

表1　立体ラーメンの部材断面等の設定

荷重条件	上部節点に鉛直荷重として均一に1 kN
ヤング係数	2.35×10^3 kN/cm^2
鉛直部材断面（柱）	断面積：1 600 cm^2 断面2次モーメント：2軸とも 2.13×10^5 cm^4
水平部材断面（梁）	断面積：1 000 cm^2 断面2次モーメント：強軸 2.08×10^6 cm^4 弱軸 3.33×10^4 cm^4

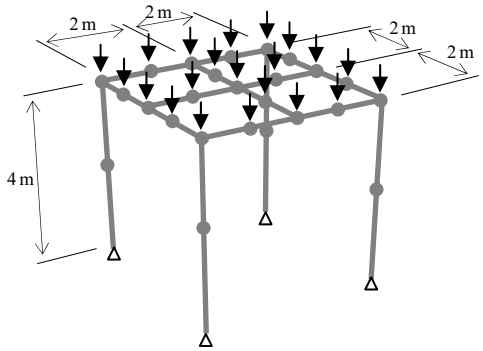


図3　立体ラーメン

表2　格子板の部材断面等の設定（Ⅰ・Ⅱ共通）

荷重条件	等分布荷重4 kN/m^{2}を負担面積に応じて節点に分配
ヤング係数	2.05×10^4kN/cm^2
部材断面	断面積：63.53 cm^2 断面2次モーメント：強軸4 720 cm^4 弱軸1 600 cm^4

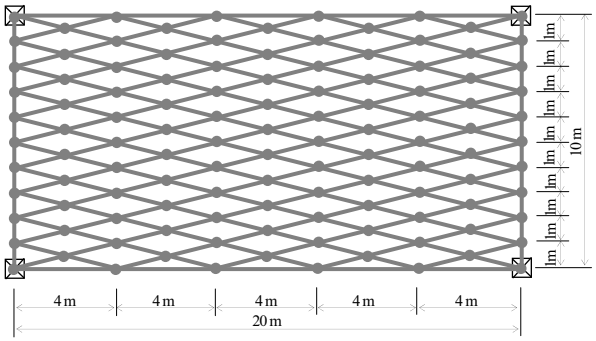


図4　格子板Ⅰ

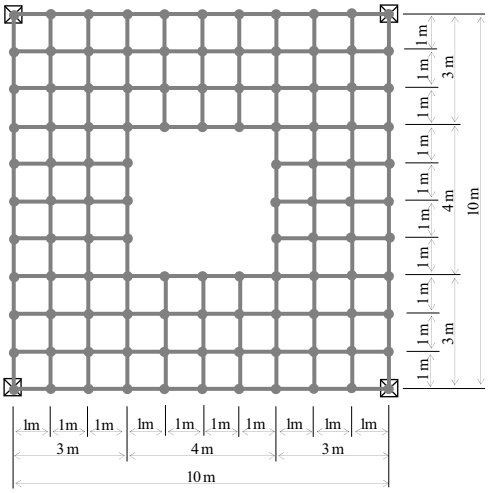


図5　格子板Ⅱ

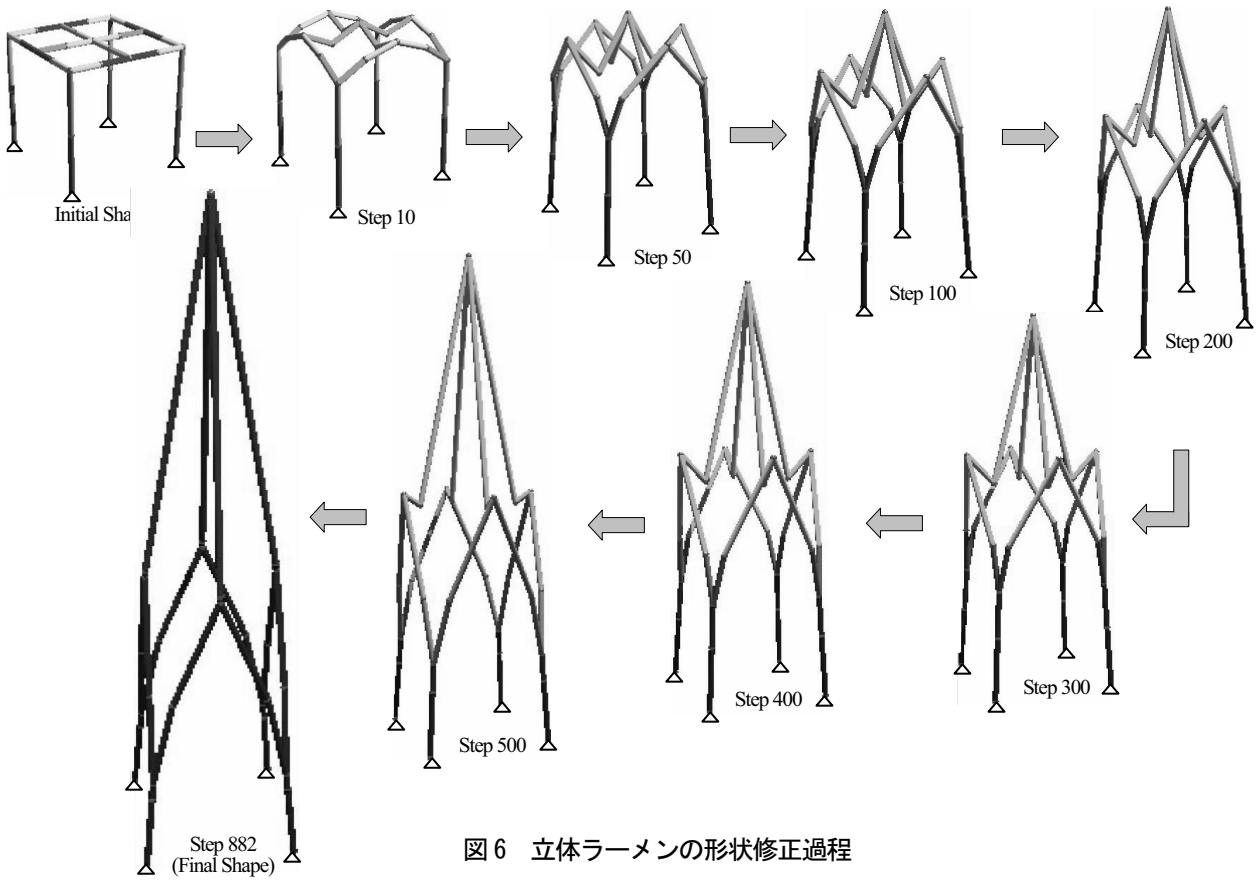


図 6　立体ラーメンの形状修正過程

表 3　解析制御パラメータ（全解析共通）

基準修正量 δ_x	10 cm
計算終了判定のための曲げモーメント比	0.01

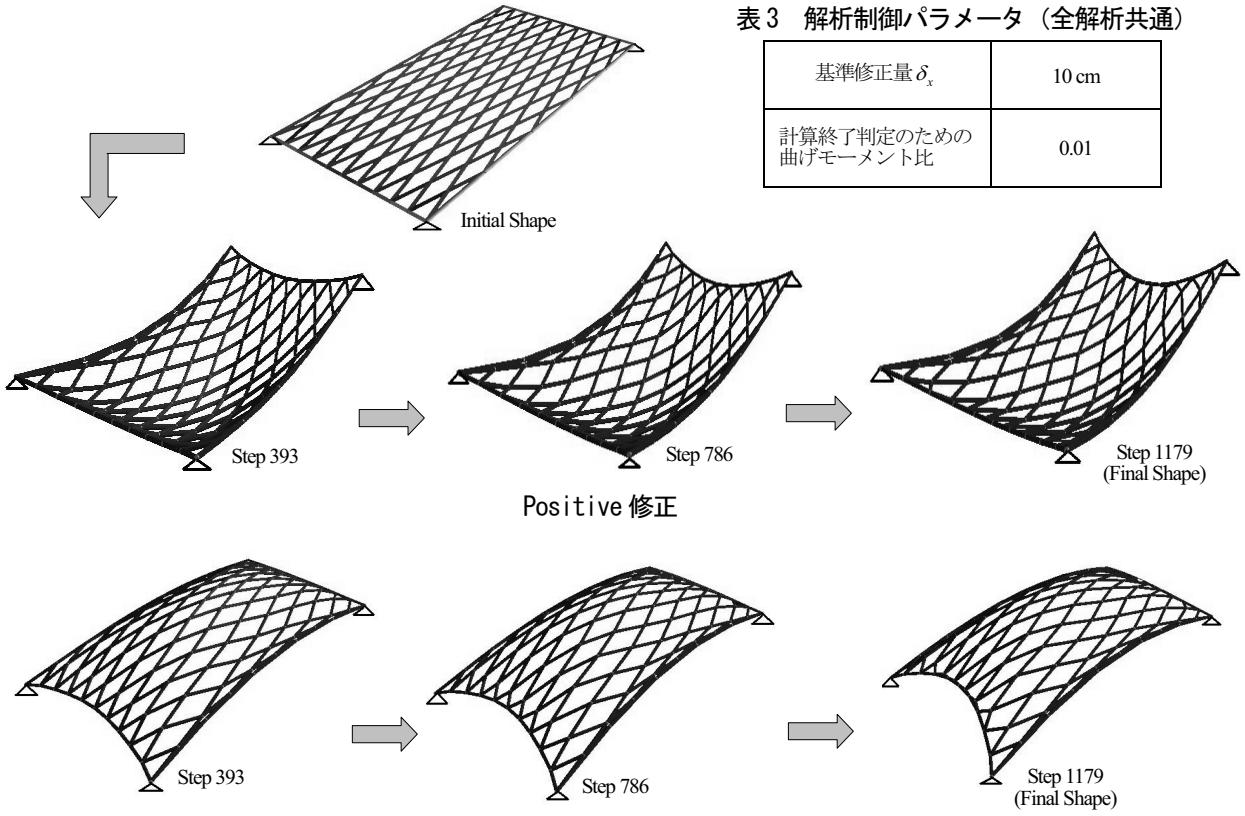


図 7　格子板 I の形状修正過程

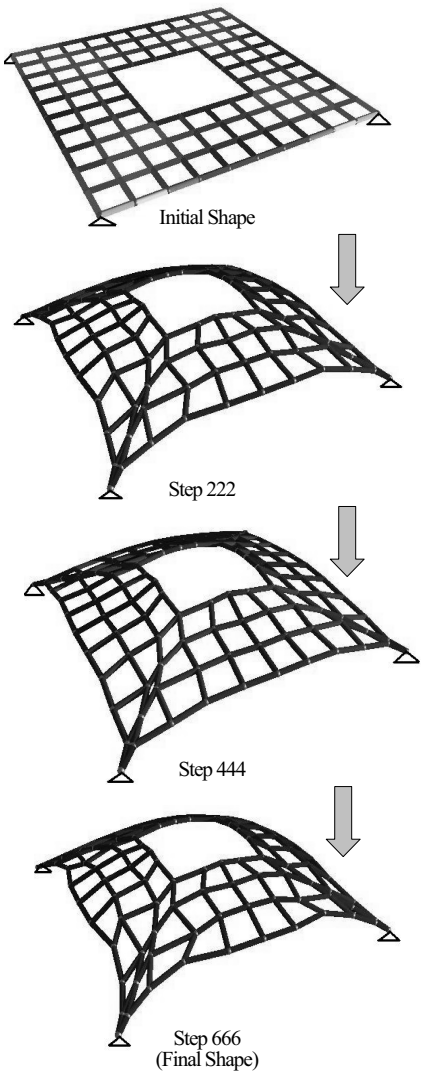


図 8　格子板Ⅱの形状修正過程

基準修正量を初期形状のスケールを考慮して適切に設定しても，得られる曲げモーメント分布が減少していけば，(1)式で規定される座標修正量はその減少量に応じて小さくなるため，最終的に軸力抵抗型の構造物に到達するまでに非常に多くのステップを必要とする。図 6 の例では 882 のステップ数を要しているが，1 つのステップでは線形応力解析が 1 回行われるのみであるので，極端に計算時間を要するものではない。この立体ラーメンでは，形状変化はまず周辺の梁部分がアーチ状の形に変化し，スパン中央の節点が上方に移動していく。この間，内部の梁形状はジグザグな形となるが，最終的には全体が上方に凸に立ち上がり，尖塔状のリブ・ヴォールトのような構造が形成されている。

図 7 の格子板Ⅰでは，Positive 修正と Negative 修正の両方の結果を示しているが，両者はちょうど上下逆転の関係にあり，吊下げ形状に類似の格子曲面が形成されている。この解析例では，節点の配置に大きな乱れはない。

図 8 の格子板Ⅱは Negative 修正の結果を示しているが，中央部に大きな開口があり，また四隅での支持でありながら初期形状が縦横の格子で与えられているため，節点配置はやや乱れ，開口部の隅角部と支点をつなぐ対角線をリブ状に補強したような格子曲面が形成されている。

5　まとめ

構造物に生じる曲げモーメント分布の形と，曲げモーメントを生じない軸力抵抗型構造物の形の関係に着目し，曲げモーメント分布に比例した形状修正を骨組構造に施していくことにより，目標とする軸力抵抗型形態を求めることが可能であるか検討した。形状修正を小刻みに行う必要があるが，比較的安定した解析が可能で，目標とする形態を簡便に求めることができる。今回の解析では節点荷重は形状変化に依らず一常に一定としており，また初期形状とする骨組の位相によっては節点配置の乱れも生ずるが，幾何学的な制約を課すことが可能かどうかは今後の課題となる。

参考文献

1) 大森博司，大木洋司，中増裕介：吊り下げ曲面の形状解析，日本建築学会構造系論文集，第 468 号，pp.109-118，1995 年 2 月
2) 大森博司，山本憲司：応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究　その 1　シェル構造への適用，日本建築学会構造系論文集，第 496 号，pp.67-73，1997 年 6 月
3) 木村俊明，大森博司：ホメオスタシス法による曲面構造形態の創生に関する研究，コロキウム構造形態の解析と創生 2006，pp.143-148，2006 年 11 月
4) 能井宏弥，桜谷健太，藤井大地：変形法を用いたシェル構造の形状最適化（その 1　変形法と力法の検証），日本建築学会大会学術講演梗概集，B-1，pp.827-828，2007 年 8 月
5) 桜谷健太，能井宏弥，藤井大地：変形法を用いたシェル構造の形状最適化（その 2　骨組構造による検証），日本建築学会大会学術講演梗概集，B-1，pp.829-830，2007 年 8 月
6) 斎藤公男：空間 構造 物語　ストラクチュラル・デザインのゆくえ，彰国社，2003 年 10 月

構造最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究
柱脚最適設計の導入

小玉 真一[1)]，石田 高義[2)], 大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，kodama@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，ishida@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，工博, hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序

構造最適化問題は，数理工学の分野での最適化問題を構造設計に適用した問題であり，特に機械工学の分野では古くから利用され実用化に至っている。一方，建築分野では，研究の歴史が古いにもかかわらず，機械分野のように実用化されるまでには至っていない。この理由はいくつか考えられるが，まず第一に他の工業製品に比べて多くの条件が要求される点が挙げられる。力学的合理性や経済性のみならず，施工性，環境への配慮あるいは美観など多くの条件が複雑に絡み合っているために，最適化のために必要な目的関数の定式化が困難である。また構造設計は設計者が培ってきた熟練した知識，経験，設計思想によるため，構造最適化によってこれらを反映した設計解を得ることは大変困難である。さらに建築構造物はその多くが工場で生産された規格品，つまり離散的な値をとる部材によって構成されている。数学的に離散変数を扱うことは困難であり，設計変数が増えれば計算負荷は爆発的に増加する。これらが，建築分野における構造最適化の実用化への大きな障壁となっている。

しかしながら，コスト削減や性能設計への移行，あるいは環境への配慮などの社会的要求から，近年，建築設計のための構造最適化手法の実用化へ向けた目的関数の定式化の試みも行われている。

また離散変数を取り扱う問題も，遺伝的アルゴリズム等の離散最適化手法を用いることにより解決することができる。この遺伝的アルゴリズムと呼ばれる手法は, 建築分野では Goldberg[1] によって最適化問題への適用に成功して以来，その有効性が広く認識されるようになった。また，多くの多目的最適化問題では，評価基準の間に何らかのトレードオフ関係があり，ただ一つの最適解を得ることは難しい。そのため，多目的最適化では Pareto 最適解という別の概念を用いて解探索を行うことになる。従来より，Pareto 最適解を得るための手法として，何らかの方法により複数存在する評価基準を単一目的化するスカラー化手法が用いられてきた。しかしながら，Pareto 最適解集合を得るための手法として考案されたスカラー化手法には，各評価項目の優先度を定義する必要があり，1 度の探索で Pareto 最適解集合のうちの 1 つの解しか求められないという問題点が存在する。それらの問題点を解決するための新たな多目的最適化手法として，進化的計算を多目的へ応用した進化的多目的最適化手法が Scaffer[2] の研究を契機に数多く研究されており，多くの進化的多目的最適化アルゴリズムでは，上記の問題点を解決しており，各評価項目の優先度を明示的に定義することなく 1 度の探索で複数の Pareto 最適解を探索することが可能となってきている。この分野では，さまざまな進化的アルゴリズムが適用されているが，特に遺伝的アルゴリズムを多目的最適化問題に適用した多目的遺伝的アルゴリズムは，最も主要な研究となっており，構造設計のような同時に考慮すべき問題がある場合に対して複数の Pareto 最適解を設計者へ提案可能となる手法として有力視されており，複数の Pareto 最適解は，設計者に対する判断を促し，その意思決定は設計者の選好によって決定される。

本研究は，このような省力化・効率化のため，市販構造計算ソフトとの互換性を有し，最適設計もしくは多目的最適設計による設計支援を統合的に行うソフトウェアの開発を目標とし，それをここでは構造創生支援ソフトウェアと称して，実務において使い易い構造最適化ソフトウェアの開発を最終的な目標とする。

筆者ら[3456] はこれまでにラーメン構造，ブレース混合構造に対して本手法を適用できることを確認している。そこで本論文では更に柱脚の最適設計に拡張させる。柱脚は，露出型・根巻型・埋込型に分類できるが，その中でも特に露出型柱脚の最適設計を考える。その理由としてまず，柱脚を設計する場合，主にアンカー

ボルトの型・本数・配置位置，ベースプレートの幅・厚さ，リブプレートの高さ・厚さなど，非常に多くの項目を決める必要があることが挙げられる。また，これらの組み合わせにより上部構造への力の流れ方が決まるため，非構造部材といってもその設計を疎かにしてはならない。過去にも兵庫県南部地震では露出型柱脚に特に被害が多く見られた。その被害のほとんどがアンカーボルトの損傷であり，それらはアンカーボルトの破断，基礎コンクリートからの抜け出し、伸び等であったことが報告されている。よって設計上の問題点を考慮することに付加価値を見出せると考えられる。設計者が構造創生支援ソフトウェアを使用することにより，柱脚を含めた複数の設計解を一度に得ることができれば，時間や労力が削減できるだけでなく，建築設計の変更による変化が構造物全体の力学的特性に与える影響を短時間で確認することができると考えられる。これにより設計者の仕事が，設計解を考え生み出すことから適切な設計解の選択へと変わり，創造性・統合性の必要な本来の設計的仕事に専念することができると考えられる。本論文ではこれらのシステム開発となる手法を提案し，計算例を示して有効性を検討するとともに，提案手法の将来性について検討を行う。

2 解析手法

2.1 多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化とは，生物の進化の過程を真似て作られたアルゴリズムである。このアルゴリズムは複数の評価基準を同時に考慮しながら制約条件を満足する解を探索する操作であり，非劣解の集合である Pareto 最適解集合を求めることを目的とする。この問題を解くための手法として多目的遺伝的アルゴリズムは現在最も有効な手法である。多目的遺伝的アルゴリズムは，遺伝的アルゴリズムを用いて，Pareto 最適性，すなわち解の優越関係に基づいて選択演算を行い，近似Pareto 最適解を求める発見的解法である。この方法によれば，1 度の探索で多数の解が得られるため，設計者は明示的に与えられた設計条件を満足する多数の設計解の存在を確認することができる。本研究では多目的遺伝的アルゴリズムの解法として，Zitzler ら[7] による Pareto 最適解集合の探索性能が特に優れている SPEA2(Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) を採用している。

2.2 多目的最適化問題の定式化

多目的最適化問題の定式化を行うにあたり，許容応力度等設計において構造物の鋼材コストと最大層間変形角を目的関数として，多目的最適化問題を次式で与える。

$$\text{minimize} \quad |f(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{\prod_j \gamma_j} \\ \\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{\max_k \left(R_k(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})\right)}{\prod_j \gamma_j} \end{cases} \tag{1}$$

C ： 構造物の鋼材コスト
R_k ： k層の層間変形角
$\boldsymbol{x}$ ： 断面形状
$\boldsymbol{y}$ ： 部材配置
γ_j ： 制約条件jに対するペナルティ関数

2.3 回転剛性値の算出

露出型柱脚は，比較的固定度が小さいとみなせる形状のものについては柱脚をピンとして骨組みの構造計算を行ってきた。しかし，完全なピン柱脚はありえない事から，このように設計した柱脚は柱脚に発生する曲げモーメントを無視したものであり，上部構造に対しては安全側であるが，柱脚部に対しては危険側の設計を行っていることになる。よって，柱脚の回転剛性を適切に評価することが必要だと考えられる。柱脚の回転剛性値は,「2007年度版建築物の構造関係技術基準解説書」[8]に記載されている，以下の式を用いる。

$$K_{BS} = \frac{E \cdot n_t \cdot A_b (d_t + d_c)^2}{2 l_b} \quad (N \cdot mm/rad) \tag{2}$$

ここで,
E : アンカーボルトのヤング係数(N/mm^2)
n_t : 引張側アンカーボルトの本数
A_b : 1 本のアンカーボルトの軸断面積(mm^2)
d_t : 柱断面図心より引張側アンカーボルト断面群図心までの距離(mm)
d_c : 柱断面図心より圧縮側の柱フランジ外縁までの距離(mm)
l_b : アンカーボルトの長さ(mm)

この柱脚部がこの回転剛性値を有するとして応力解析を行い，柱脚にかかる応力を求める。

2.4 制約条件

制約条件は，制約条件を設けて設計変数の自由度を制約し，設計空間における変数の動きうる範囲を決める側面制約条件と，ある設計変数によって得られる応答値に対して制約を行う挙動制約条件がある。

コスト最小化問題等の最適設計には，挙動制約を行うことで設計者が望ましい解を得るという研究が多く，これは設計変数の組合せに対して，応答が非線形であることに起因する。本研究においても制約条件を複数設定し，設計者の要求を満足する設計解の提案を行う。制約条件には，ペナルティ関数と呼ばれる，遺伝的アルゴリズムにおけるある情報体を持つ個体が設計者の要求性能を満たしていない度合いに応じて与えられる罰則を用いる。この関数を用いて適合度を低減あるいは増大させることによって望ましくない個体を淘汰する。ペナルティの与え方は設計者が任意に決定することができ，また様々な手法が存在する。本研究では，それらの手法のうち各制約条件に対して独立した関数を設けそれぞれ制限値を越えた割合だけ適合度を低減あるいは増大させるという手法を用いる。しかし，制約条件を設けることによって，解探索の性能は下がり収束に多くの計算回数を要するようになる可能性が孕んでいることを注意しなければならない。

ペナルティ関数γ_uは次式で表せる。

$$\gamma_u = \begin{cases} \dfrac{u_{\lim}}{u} & \text{if} \quad u > u_{\lim} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{3}$$

ここで，

u ：応答値

$u_{\lim}$ ：制限値

本研究における最適化計算で用いる共通の制約条件を表 1に示す。

表 1　制約条件

制約条件	制限値
応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
剛性率	0.6 以上
偏心率	0.15 以下
たわみ	1/250 以下

3　解析例

3.1　解析モデル

対象とする構造物は図 1に示す 1×3スパン，3層の鋼構造物の事務所である。解析結果を明確にするため，ブレース・小梁配置のない純ラーメンに設定する。荷重には長期荷重及び短期荷重を設定し，短期荷重には地震荷重を想定する。地震荷重は，一次設計では，$C_0 = 0.2$とした。A_i分布に基づく地震力を各層の重心位置にX方向またはY方向へ作用させるものとする。また露出柱脚を想定し，境界条件は回転剛性バネでモデル化した。

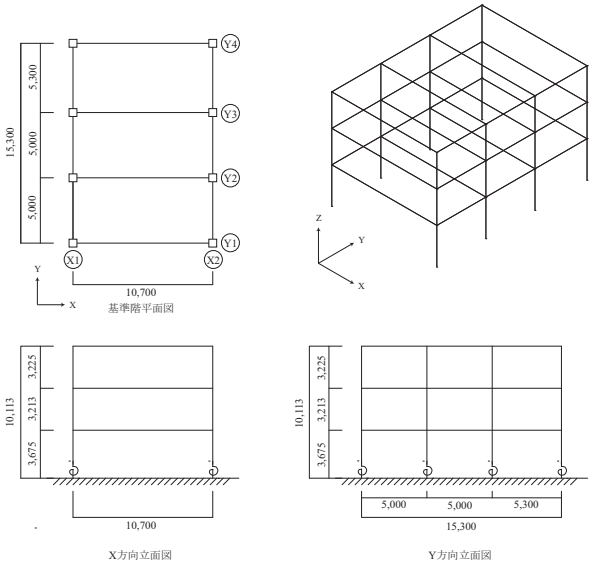


図1　解析モデル

表 2　設計概要

建物形状	X 方向	1 スパン
	Y 方向	3 スパン
	階数	3 階
構造形式	ラーメン構造	高さ 9.6m
鋼材　柱	角形鋼管	SS400
梁	H 形鋼	SS400
アンカーボルト	JSS規格	SNR400, SNR490
ベースプレート	鋼板	SS490
地域係数	Z	1.0
振動特性係数	R_t	1.0
標準層せん断力係数	C_0	0.2

3.2　設計変数

各部材のグループ分けや染色体の構成を図 2に示す。染色体の C1 から By3 までの遺伝子座には各部材の断面に関する情報を，Br にはボルトの種類， n には柱脚の一辺に配置するボルト本数に関する情報をを格納する。つまり，アンカーボルトの型と本数が柱脚に関する設計変数となる。なお柱脚に関するグループ分

けは 1 階柱のグループ分けに準ずるものとする。アンカーボルトの本数については，一辺に配置する本数を 2〜5 本から選択するものとし，その配置は等間隔に行うものとする。

コストに関しては，アンカーボルトのコストとベースプレートのコストを合算し柱脚コストとする。ただしコンクリートのコストは考慮していない。

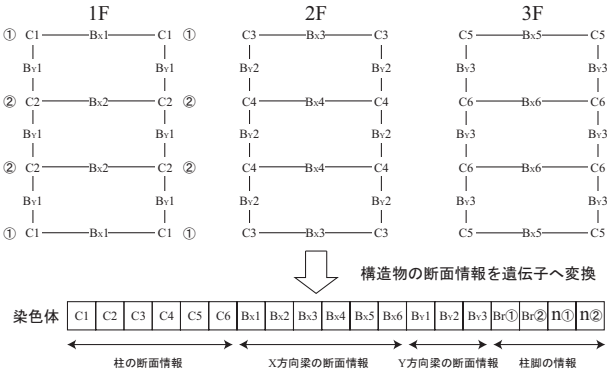


図2　グループ分け・染色体の構成

3.3　許容応力度等設計における多目的最適設計

本論文では，経済性および変形性能の両者を同時に考慮し，かつ許容応力度等設計の規定および実務的な設計方法を満足することを目標とした多目的最適設計を行う。

制約条件，最適化パラメータを表 3および表 4に示す。なお表 3中のディテール制約とは，柱断面の径の差が上層と下層で過剰に大きくなるのを抑える制約である。実務設計では，力学的合理性のみならず施工合理性も同時に考慮しなければならないため，本研究ではこのような施工性を考慮するための接合部に関する制約条件を設定している。

表 3　制約条件

応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
剛性率	0.6 以上
偏心率	0.15 以下
たわみスパン比	1/250 以下
ディテール制約	あり

表 4　最適化パラメータ

最適化手法	SPEA2
目的関数	コスト 最大層間変形角
鋼構造計算	許容応力度等計算
設計変数	20
個体数	50
アーカイブ数	50
世代数	5000
交叉率	0.8
突然変異率	0.05

3.4　解析結果

解析の結果得られた Pareto 解集合を図 3に，図 3中に示す 6 つの解の断面情報を図 6に示す。図 6中の数字は選択された部材番号を示し，その内容は表5，表6による。抽出した解における層間変形角の比較を加力方向ごとに図 4，図 5に示し，変形状態を表す図を図 7，図 8に示す。図 7，図 8より，Pareto No.が大きくなり鋼材コストが増大するとともに変形が小さくなっていることが確認できる。また，図 6と図 7，図 8より，層間変形角は柱の断面に大きく影響を受けることがわかる。

図 9に各解の柱脚の概形を，図 10にそれらが有する回転剛性値を示す。図 9から，隔柱の柱脚ほうが中柱の柱脚よりもベースプレート幅が大きくなっていることが確認できる。また図 10からも，隔柱の柱脚のほうが中柱の柱脚と比較して強固に設計されていることがわかる。

図 11，図 12には紙面左から右へ短期荷重を与えたときの各構面のモーメント分布を示している。この図から，Pareto No.が大きくなるにつれて 1 階柱の半曲点高比が大きくなっていることが確認できる。これは，コストを抑えたい Pareto No.が小さい解は，コストが小さいので半曲点を柱中央付近にすることで柱頭と柱脚にかかるモーメントを等しくし柱の必要断面を小さくしている一方で，Pareto No.が大きい解は，層間変形角が小さいので柱脚のモーメントでせん断力を負担させ層間変形角を小さくしていると考えられる。

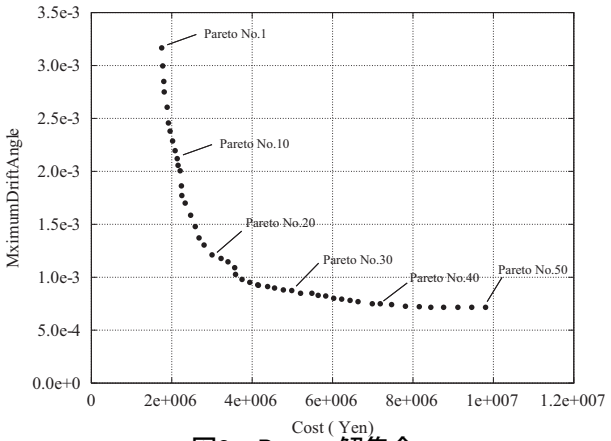


図3　Pareto 解集合

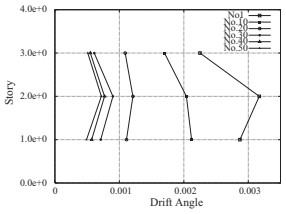


図4　Pareto 解の層間変形角（X方向）

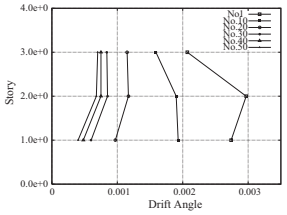
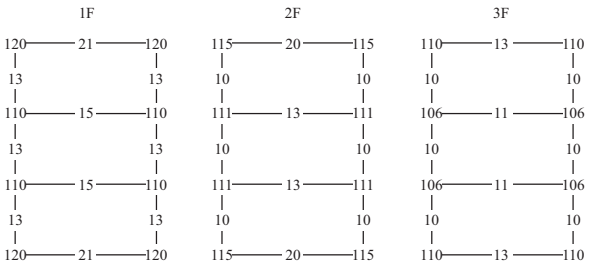
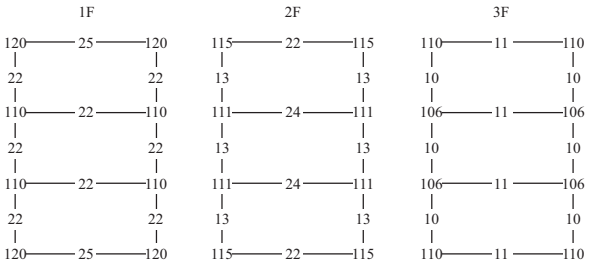
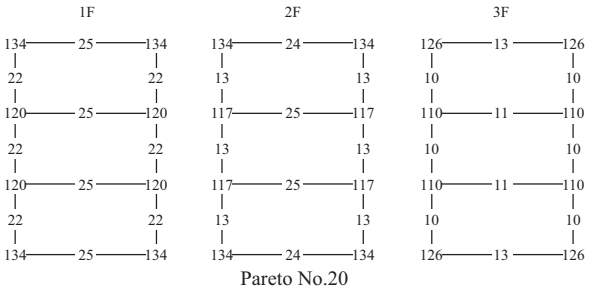
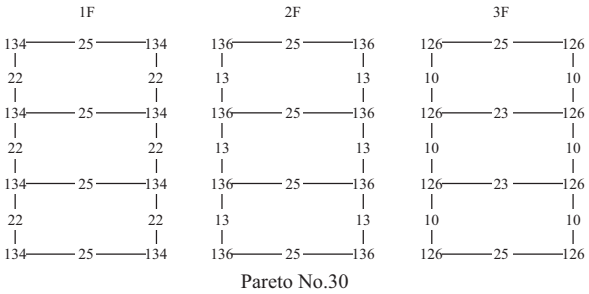


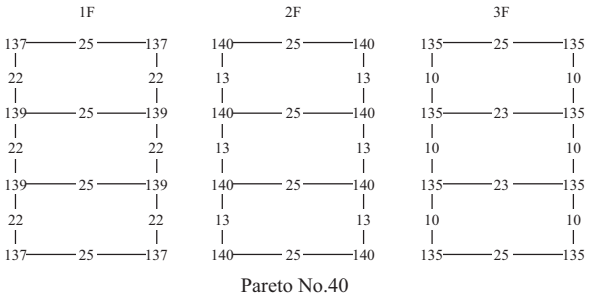
図5　Pareto 解の層間変形角（Y方向）











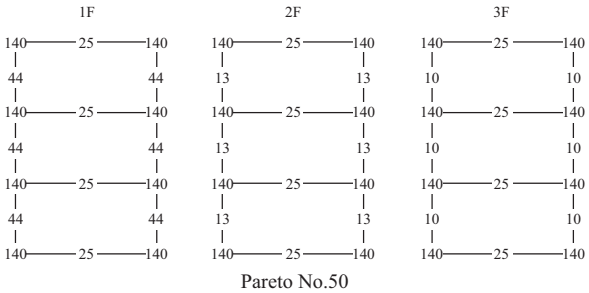


図6　部材断面

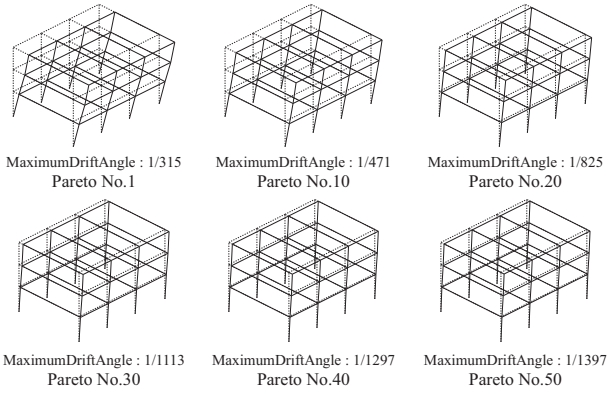


図7　変位性状（X方向）

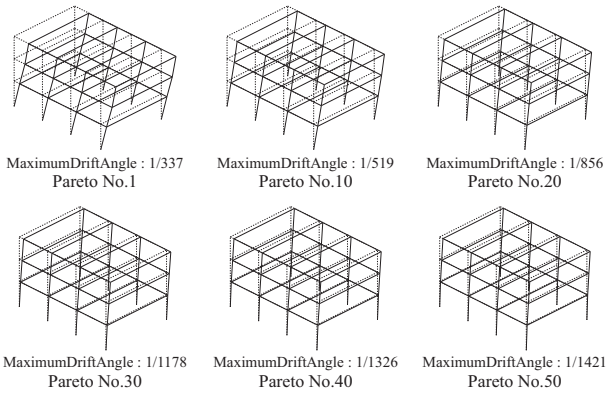


図8　変位性状（Y方向）

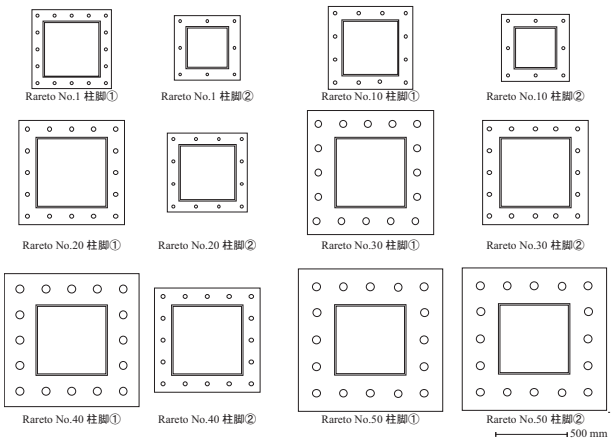


図9　柱脚の概形

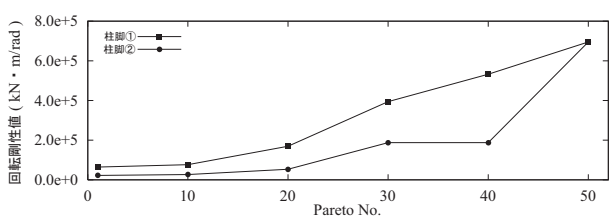


図10　Pareto 解の回転剛性

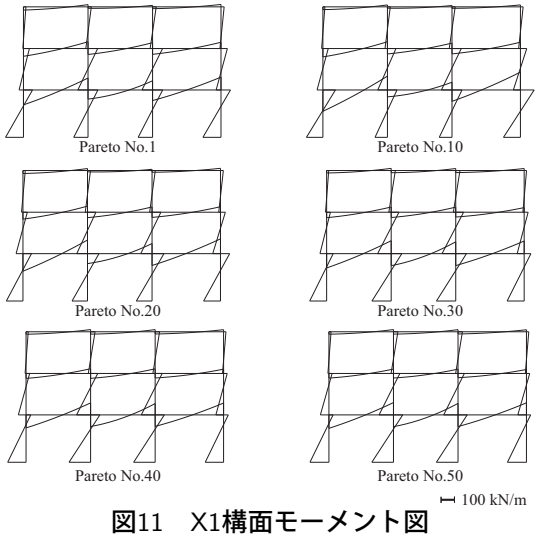


図11　X1構面モーメント図

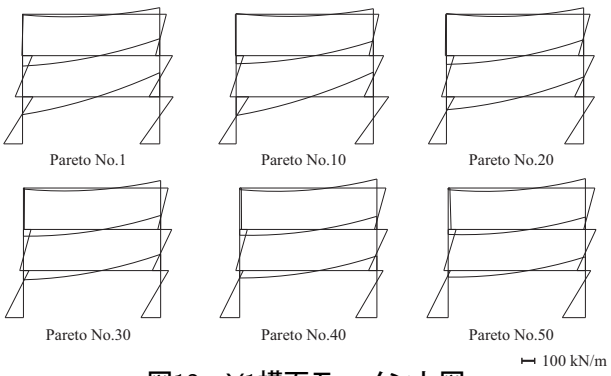


図12　Y1構面モーメント図

表 5　H 形鋼部材リスト

No.	H	B	t_1	t_2	A(cm^2)	Ix(cm^4)	Z(cm^3)
10	346	174	6	9	53	11094	108
11	350	175	7	11	63	13559	193
13	396	199	7	11	72	20019	219
15	404	201	9	15	96	27486	543
20	500	200	10	16	114	47846	702
21	506	201	11	19	131	56516	1127
22	596	199	10	15	120	68716	636
23	600	200	11	17	134	77632	906
24	606	201	12	20	152	90395	1398
25	612	202	13	23	171	103487	2053
44	494	302	13	21	191	83810	2197

H:せい，B:幅，t:厚さ，A:断面積，I:断面二次モーメント(強軸)，Z:断面係数

表 6　角型鋼管部材リスト

No.	H	B	t	A(cm^2)	Ix(cm^4)	Z(cm^3)
106	250	250	6	58	5672	454
110	300	300	6	70	9963	664
111	300	300	9	103	14340	956
115	350	350	9	121	23181	1324
117	350	350	16	207	29824	1704
120	400	400	9	139	35064	1753
126	450	450	9	155	49729	2210
134	500	500	12	228	89186	3567
135	500	500	16	299	114257	4570
136	500	500	19	348	130094	5204
137	500	500	22	396	144943	5798
139	500	500	28	481	166833	6673
140	500	500	32	543	184961	7398

H:せい，B:幅，t:厚さ，A:断面積，I:断面二次モーメント(強軸)，Z:断面係数

4　結語

本研究では鋼構造物に対し，部材断面と柱脚のボルト種別・本数を設計変数として，多目的問題に対する多目的最適設計による設計支援を統合的に行うシステムの提案を行った。多目的遺伝的アルゴリズムによって，制約条件を許容応力度等設計法，目的関数を鋼材コストおよび最大層間変形角の 2 目的とした多目的最適設計を行い、部材断面と柱脚仕様の同時最適化が可能であることを示した。

参考文献

1）Goldberg, D. E. and K. Deb and J. H. Clark : Genetic Algorithms, Noise, and the Sizing of Populations. Complex Systems, Vol. 6, pp. 333-362, 1992.

2）Scaffer, J. D : Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. Proceedings of 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, pp. 93-100, 1986.

3）大森博司，田村尚土，伊藤智幸．多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案. 日本建築学会構造工学論文集, Vol. 54, pp. 251-258, 2008.

4）大森博司，田村尚土．多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案　その 1 許容応力度等設計における最適設計法. 日本建築学会構造系論文集, Vol. 73, No.628, pp. 891-898, 2008.6

5）大森博司，伊藤智幸，石田高義．多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案　－ブレース配置最適化問題への応用－日本建築学会構造工学論文集, Vol. 55, pp. 239-246, 2009.3

6）田村尚土，大森博司．多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案　その 2 保有耐力設計に基づく最適設計法. 日本建築学会構造系論文集, Vol. 74, No.643, pp. 1671-1676, 2009.9

7）E. Zitzler, and M. Laumanns, and L. Thiele : SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), 2001.

8）日本建築防災協会・日本建築センター，2007年度版建築物の構造関係技術基準解説書，2007.8.10

粒子法を用いたレベルセット法に基づく幾何学的非線形性を伴う構造物のトポロジー最適化

真鍋 匡利[1)]，山田 崇恭[2)]，泉井 一浩[3)]，西脇 眞二[4)]
1)京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻，大学院生，修士(工学)，M.Manabe@fs3.ecs.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻，大学院生，修士(工学)
3)京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻，助教，博士(工学)
4)京都大学大学院工学研究科機械理工学専攻，教授，Ph.D

1 緒言

トポロジー最適化は，構造最適化問題を固定設計領域内の材料分布問題への置き換えにより，構造形態を変更可能とした最も自由度の高い構造最適化手法である．現在までに，線形問題を中心として剛性最大化問題，固有振動数最大化問題など，多くの構造問題に適用されている．近年では，計算技術の発達から，トポロジー最適化手法は各種非線形問題への適用が進められている．特に，幾何学的非線形問題に関しては，均質化設計法に基づく手法[1]，SIMP法に基づく手法[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]等が報告されており，トポロジー最適化手法による剛性最大化問題において幾何学的非線形性を考慮した結果として，設計荷重に対して座屈等の不安定現象を生じ難い，工学的に有用な結果が得られることが示されている．しかし，トポロジー最適化手法を幾何学的非線形問題に適用した場合，トポロジー最適化における中間密度および有限要素解析におけるメッシュの歪みの双方に起因して，数値不安定性が顕著となり，トポロジー最適化が困難となることが知られている．前者を抜本的に解決し得る一つの方法として，レベルセット法に基づく構造最適化手法[9, 10, 11]の適用が考えられる．この方法は，スカラー場であるレベルセット関数場の等位面を用いて，物体の外形形状を陰的に表現し，レベルセット関数を更新させることにより，最適化過程における，形状の更新を表現する方法である．山田らが提案した手法[12, 13]は，レベルセット法による形状表現を行いながらトポロジー最適化を行う方法であり，線形問題においてその有効性が示されている．ただし，レベルセット法に基づく構造最適化手法を幾何学的非線形問題に適用した例[11]は幾つか見受けられるが，非線形性の強い問題に対しては，未だ報告例が少ないのが現状である．後者に関しては，有限要素法の代替手法としてメッシュフリー法を導入することが考えられる．メッシュフリー法は一般化要素を用いる手法とメッシュを用いない粒子法に大別できる．粒子法の代表的なものとしては，SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法，RKPM（Reproducting Kernel Paricle Method)，MPS（Moving Particle Semi-implicit）法などが提案されており，流体解析を中心として適用されている．越塚らによって提案されたMPS法[14]は数値安定性に優れており，構造問題に関しては主に幾何学的非線形解析へ適用され，その有効性が示されている．そこで本研究では，山田らが提案しているレベルセット法に基づくトポロジー最適化手法に，粒子法による幾何学的非線形解析を統合し，幾何学的非線形性を考慮した剛性最大化問題における本提案手法の妥当性と有効性を検証する．

2 定式化

2.1 粒子法の概要

粒子法はベクトル解析における微分演算子に対応する粒子間相互作用モデルを用いて連続体の支配方程式を離散化するものである．本研究では，越塚らによって提案されているMPS法の粒子間相互作用モデルに基づく粒子法[14]を用いる．これは特別な処置を施すことなく，他の粒子法で顕著となるTensile Instabilityを回避することができ，幾何学的非線形解析を安定に扱うことができる．MPS法では，重み関数wを次式で定義する．

$$w(|\ \mathbf{r}_{ij}^0\ |) = \begin{cases} \dfrac{r_e}{|\ \mathbf{r}_{ij}^0\ |} - 1 & (0 \leq |\ \mathbf{r}_{ij}^0\ | < r_e) \\ 0 & (r_e \leq |\ \mathbf{r}_{ij}^0\ |) \end{cases} \tag{1}$$

ただし，$\mathbf{r}_{ij}^0$は初期粒子配置における粒子ij間の相対座標，r_eは粒子間相互作用の影響半径であり，本研究ではr_eを最小粒子間距離の3.1倍とする．また，粒子iの粒子数密度n_i^0は粒子iの位置における重み関数の総和

として次式で定義する．

$$n_i^0 = \sum_{j \in Neighbor} w(|\ \mathbf{r}_{ij}^0\ |) \tag{2}$$

MPS法では，これらを用いて勾配モデルおよび発散モデルを定義する．粒子ij間の相対変位$\mathbf{u}_{ij}$は次式で定義される．

$$\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{r}_{ij} - \mathbf{R}\mathbf{r}_{ij}^0 \tag{3}$$

ここに$\mathbf{r}_{ij}$は現在の相対座標，$\mathbf{R}$は回転行列である．上式右辺第2項により有限回転変位が除去されており，これによって大変形を伴う場合においても，ひずみを精度よく扱うことができる．MPS法による弾性解析では重

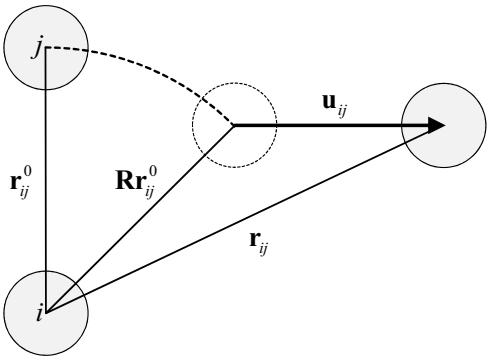


図1　Initial and deformed relative displacement

み関数としてFixed Kernelが用いられる．Fixed Kernelは初期配置を参照配置とする重み関数である．すなわち，MPS法による弾性解析は有限要素法におけるTotal-Lagrange型の幾何学的非線形解析に相当する．また，応力テンソルが有限回転変位に関して不変であるため，材料としてはSaint Venant-Kirchhoff体を対象としている．

2.2　レベルセット法による形状表現を用いたトポロジー最適化

物体領域Ωと，空洞領域により構成される固定設計領域Dにおける物体領域の構造最適化について，レベルセット法を用いて固定設計領域D内の物体領域Ωの境界$\partial\Omega$を表現する．すなわち，レベルセット関数をϕとして，次式に示すように，物体領域Ωの境界$\partial\Omega$を，レベルセット関数の値が0である等位面によって表現する．

$$\begin{cases} 0 < \phi(\mathbf{x}) \leq 1 & \text{if} \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \setminus \partial\Omega \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{if} \quad \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega \\ -1 \leq \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{if} \quad \forall \mathbf{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \tag{4}$$

上式において，レベルセット関数に上限値と下限値をそれぞれ，1と−1に設定しており，レベルセット関数はFig. 2に示すように，空洞領域では−1,物体領域では1をとり，境界近傍において滑らかに分布するスカラー関数となる．レベルセット法による形状表現を用いて，

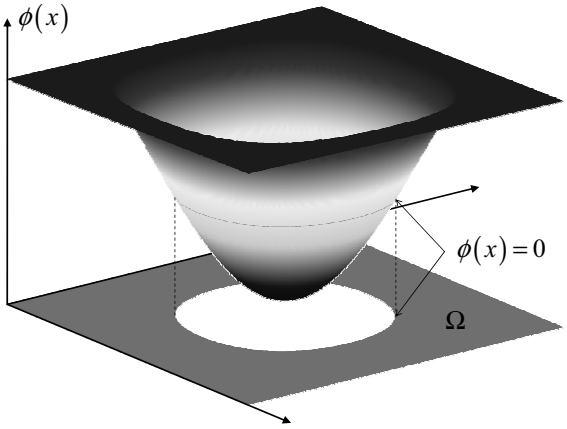


図2　Fixed design domain D and level set function ϕ

目的汎関数をF，体積制約に対する制約汎関数をGで表す構造最適化問題を次式で定義する．

$$\inf_{\phi} \qquad F(\Omega(\phi)) = \int_\Omega f(\mathbf{x}) \mathrm{d}\Omega \tag{5}$$

$$\text{subject to} \quad G(\Omega(\phi)) = \int_\Omega \mathrm{d}\Omega - V_{\max} \leq 0 \tag{6}$$

ここで，$f(\mathbf{x})$は目的汎関数の被積分関数で，$V_{\max}$は許容される体積の上限値である．上式の構造最適化問題においては，レベルセット関数ϕは固定設計領域D内の至る所で不連続性を持つことを許容している．その結果，得られる最適構造が，至るところで不連結となる解を許容する，不適切問題となるため，何らかの方法による最適化問題の正則化を必要とする．本研究では，フェーズフィールド理論[15, 16, 17]の定式化で利用されている界面エネルギーの導入により，問題の正則化を行う．この方法では，次式に示すように，目的汎関数を，目的汎関数とレベルセット関数の勾配の大きさ

によって表現される仮想的な界面エネルギーとの和へ置き換える．

$$\inf_{\phi} \quad F(\Omega(\phi),\phi) = \int_{\Omega} f(\mathbf{x})\mathrm{d}\Omega + \int_{D} \frac{1}{2}\tau \mid \nabla\phi \mid^2 \mathrm{d}\Omega \tag{7}$$

$$\text{subject to} \quad G(\Omega(\phi)) = \int_{\Omega} \mathrm{d}\Omega - V_{\max} \leq 0 \tag{8}$$

ここで，τは，仮想的な界面エネルギーの大きさの寄与度を決定するパラメータである．上式の構造最適化問題を，Lagrange未定乗数法において，Lagrangianを$\bar{F}$，式(8)に関するLagrange乗数をλとすれば，次式となる．

$$\begin{aligned}\inf_{\phi} \quad \bar{F}(\Omega(\phi),\phi) &= \int_{\Omega} f(\mathbf{x})\mathrm{d}\Omega + \lambda\left(\int_{\Omega} \mathrm{d}\Omega - V_{\max}\right) \\ &\quad + \int_{D} \frac{1}{2}\tau \mid \nabla\phi \mid^2 \mathrm{d}\Omega \\ &= \int_{\Omega} \bar{f}(\mathbf{x})\mathrm{d}\Omega - \lambda V_{\max} \\ &\quad + \int_{D} \frac{1}{2}\tau \mid \nabla\phi \mid^2 \mathrm{d}\Omega \end{aligned} \tag{9}$$

なお，上式では，Lagrangian密度関数$\bar{f}(\mathbf{x})$として，$\bar{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \lambda$としている．本研究では，上式を解くことにより，最適構造を得る．

2.3 時間発展問題

上述の最適化問題に関するKKT条件は次式となる．

$$\delta\bar{F}(\Omega) = 0, \quad \lambda G(\Omega) = 0, \quad \lambda \geq 0, \quad G(\Omega) \leq 0 \tag{10}$$

このKKT条件を満たすレベルセット関数ϕが最適解の候補となる．しかしながら，これらを満たすレベルセット関数ϕを直接求めることは困難であるため，適当な初期値を与え，設計変数であるレベルセット関数を更新することによって最適解を求める．すなわち，仮想的な時間tを導入し，レベルセット関数を変動させる駆動力は，Lagrangianの勾配に比例するものと仮定すれば，次式に示すように，最適化問題をレベルセット関数ϕの時間発展問題に置き換えることができる．

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -K(\phi)\frac{\delta\bar{F}}{\delta\phi} \tag{11}$$

ここで，$K(\phi) > 0$は比例定数，$\delta\bar{F}/\delta\phi$はLagrangian$\bar{F}$の汎関数微分を表す．上式に式(9)を代入し，適切に境界条件を設定すれば，次式が得られる[13].

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\phi}{\partial t} = -K(\phi)\Big(C\bar{f}(\mathbf{x})H(\phi) - \tau\nabla^2\phi\Big) \\ \dfrac{\partial\phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on} \quad \partial D \setminus \partial D_N \\ \phi = 1 \quad \text{on} \quad \partial D_N \end{cases} \tag{12}$$

ここで，$C < 0$はパラメータ，$H(\phi)$はヘビサイド関数，∂D_Nは非設計境界である．本研究では，上式を解くことにより，最適解の候補を得る．

2.4 幾何学的非線形性を考慮した剛性最大化問題の定式化

幾何学的非線形性を考慮した剛性最大化問題においては，エンドコンプライアンスC_{end}を目的関数とし，これを最小化する．エンドコンプライアンスは終局状態における平均コンプライアンスに相当し，線形問題からの単純な拡張として扱うことができる．したがって，体積制約条件下におけるエンドコンプライアンス最小化問題は次式で定式化される．

$$\inf_{\chi} \quad C_{end} = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t}\cdot\mathbf{u}\mathrm{d}\Gamma + \int_{D} \mathbf{b}\cdot\mathbf{u}\chi\mathrm{d}\Omega \tag{13}$$

$$\text{subject to} \quad \int_{D} \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) : \mathbf{E} : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{v})\chi\mathrm{d}\Omega = l(\mathbf{v}) \tag{14}$$

$$\text{for } \forall\mathbf{v} \in U \quad \mathbf{u} \in U$$

$$\int_{D} \chi\mathrm{d}\Omega - V_{\max} \leq 0 \tag{15}$$

ただし，上式中の各表記は次式で定義される．

$$l(\mathbf{v}) = \int_{\Gamma_t} \mathbf{t}\cdot\mathbf{v}\mathrm{d}\Gamma + \int_{D} \mathbf{b}\cdot\mathbf{v}\chi\mathrm{d}\Omega \tag{16}$$

$$U = \{\mathbf{v} = v_i\mathbf{e}_i : \ v_i \in H^1(D) \text{ with } \mathbf{v} = 0 \text{ on } \Gamma_u\} \tag{17}$$

ここで，$\boldsymbol{\epsilon}$はひずみテンソル，Eは弾性テンソルでありUは変位関数空間である．

2.5 レベルセット法と粒子法の統合

本提案手法では粒子法を上述のレベルセット法による形状表現を用いたトポロジー最適化に統合する．つまり，レベルセット法に基づくトポロジー最適化の枠組みにおいて，エンドコンプライアンスを粒子法を用いた幾何学的非線形解析により求める．ただし，レベルセット関数は有限要素法により更新されるため，有

限要素メッシュに基づいた粒子離散化を行う．ここで求められたエンドコンプライアンスに基づいて感度解析を行い，レベルセット関数を更新する．Fig. 3に，本提案手法によるトポロジー最適化のフローチャートを示す．

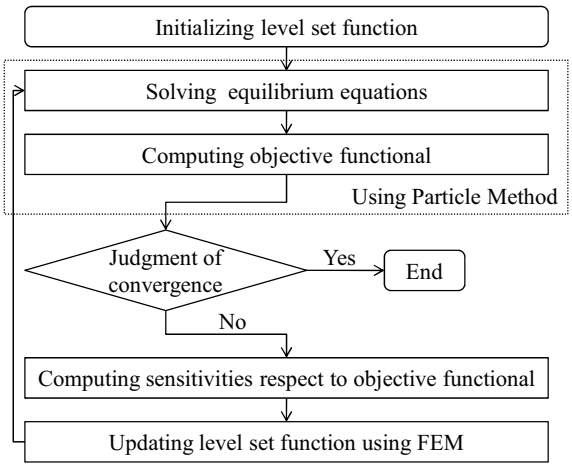


図3 Flowchart of optimization procedure

3 数値解析例

数値解析例により，幾何学的非線形性を考慮した剛性最大化問題における本提案手法の妥当性を検証する．設計問題を，Fig. 4に示す．中央に分布荷重を受ける両端固定梁の曲げ問題に本提案手法を適用する．固定設計領域を2m×6mの長方形領域とし，固定設計領域を，レベルセット関数場に関しては要素長1.25×10^{-2}mの4節点ラグランジュ双1次四辺形要素による構造格子で有限要素離散化し，変位場に関しては有限要素メッシュに基づき，最小粒子間距離1.25×10^{-2}mとして粒子離散化する．ただし，平面ひずみを仮定し，厚さを1mとした．また，許容される体積の最大値$V_{\max}$を固定設計領域の0.2倍とした．境界条件は，両端を完全変位拘束し，上端中央に下向きに表面力として面分布外力P_{ext}を作用させる．ここに，材料は等方性材料を想定し，材料定数は，Young率を100GPa，Poisson比νを0.3，単位体積質量ρを5000kg/m^{3}とする．

3.1 設計荷重の違いによる最適構造の比較

まず，設計荷重が最適構造に与える影響を検証した．

Fig. 5(a)に有限要素法による線形解析に基づき，設計荷重P_{ext}を1MN/m^{2}としたの場合の最適解を示す．これは二部材フレーム状の形態であり，既往の研究[1, 2, 3, 8]においても同様の最適構造が示されている．Fig. 5(b)に有限要素法による線形解析に基づき，設計荷重P_{ext}を200MN/m^{2}としたの場合の最適解を示す．Fig. 5(a)に示した最適構造と一致し，有限要素法を用いた線形解析に基づく場合，荷重値の大きさによって最適構造が変化することはない．Fig. 6(a)に粒子法による幾何学的非線形解析に基づき，設計荷重P_{ext}を1MN/m^{2}としたの場合の最適解を示す．これは有限要素法による線形解とほぼ一致し，粒子法を用いた場合であっても，荷重が十分小さい場合には線形解と一致する結果が得られることを示している．Fig. 6(b)に粒子法による幾何学的非線形解析に基づき，設計荷重P_{ext}を200MN/m^{2}としたの場合の最適解を示す．これは既往の研究で示されている幾何学的非線形性を考慮した解[1, 2, 3, 8]と同様の傾向をもち，且つ明確なトポロジーである．また，最適化の過程において座屈等の不安定現象は生じておらず，設定した設計荷重に対応した最適解が得られている．

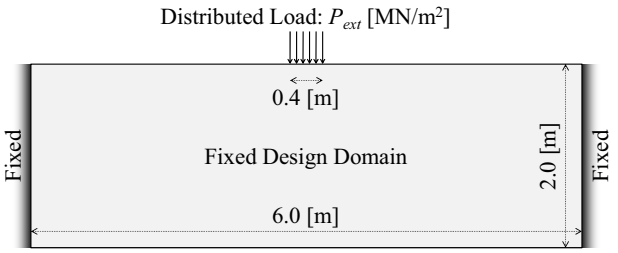


図4 Fixed design domain and boundary conditions of design problem

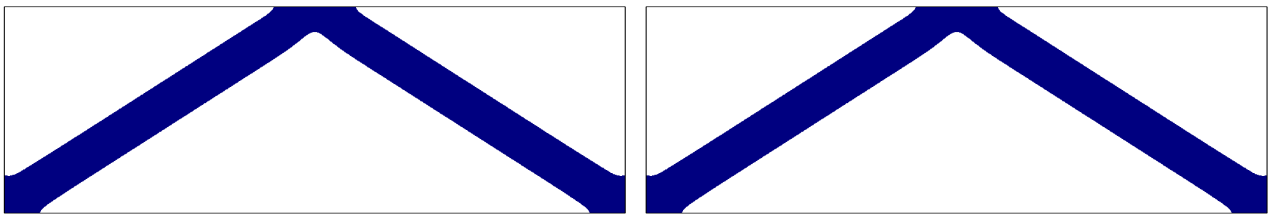
3.2 領域分割数依存性の検証

ここでは，領域分割数依存性について検証する．Fig. 7(a)に分割数19,200 (80 × 240)，Fig. 7(b)に分割数30,000 (100 × 300)，Fig. 7(c)に分割数76,800 (160 × 480)，Fig. 7(d)に分割数120,000 (200 × 600)の場合の最適構造を示す．これより，本提案手法においては，有限要素法による線形解析に基づく場合と同様に，領域分割数が最適構造に与える影響は極めて低いといえる．

4 結語

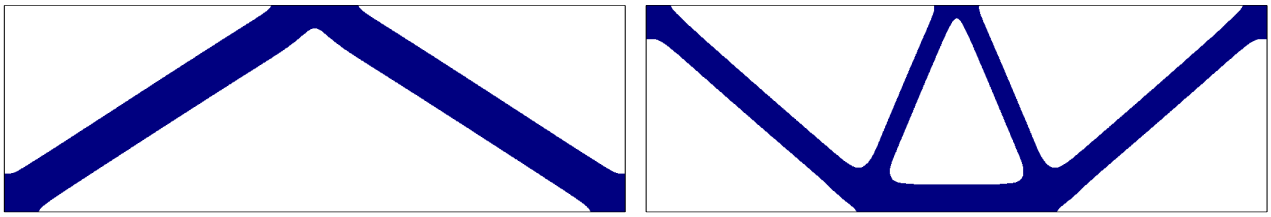
本研究では，粒子法を用いたレベルセット法による形状表現に基づくトポロジー最適化手法を提案した．本研究で得られた結果を以下に示す．

(1)レベルセット法による形状表現に基づくトポロジー最適化手法と粒子法による幾何学的非線形解析の



(a) P_{ext}: 1MN/m^2　　(b) P_{ext}: 200MN/m^2

図5　Optimal configurations using Linear FEM



(a) P_{ext}: 1MN/m^2　　(b) P_{ext}: 200MN/m^2

図6　Optimal configurations using MPS Method

概要を示し，これらを統合した．

(2)提案する方法を，エンドコンプライアンス最小化問題に展開し，幾何学的非線形性を考慮した最適化問題を定式化した．

(3)数値解析例により，本提案手法の有効性を検証した．その結果，本提案手法により，幾何学的非線形性を反映した，工学的に妥当で，明瞭な最適構造が得られることを示した．また，領域分割数に関する依存性が極めて低いことを示した．

参考文献

1) Matsui, K., Terada, K., Nishiwaki, S. and Ishibashi, Y., Consistent topology optimization method for structures with finite deformation, *Transactions of JSCES*, Paper No. 20010046, (2001)

2) Buhl, T., Pedersen, C.B.W. and Sigmund, O., Stiffness design of geometrically nonlinear structures using topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 19, (2000), pp. 93-104.

3) Sekimoto, T. and Noguchi, H., Homologous Topology Optimization in Large Displacement and Buckling Problems *JSME International Journal, Series A*, Vol. 44, No. 4, (2001), pp. 616-622.

4) Bruns, T. E. and Tortorelli, D. A., Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, (2001), pp. 3443-3459.

5) Gea, H. C. and Luo, J., Topology optimization of structures with geometrical nonlinearities, *Computers and Structures*, Vol. 79, (2001), pp. 1977-1985.

6) Cho, S. and Jung, H., Design sensitivity analysis and topology optimization of displacement-loaded non-linear structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, (2003), pp. 2539-2553.

7) Jung, D. and Gea, H. C., Topology optimization of nonlinear structures, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 40, (2004), pp. 1417-1427.

8) Kemmler, R., Lipka, A. and Ramm, E., Large deformations and stability in topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 30, (2005), pp. 459-476.

9) Belytschko, T., Xiao, S. P. and Parimi, C., Topology optimization with implicit functions and regularization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 57, (2003), pp. 1177-1196.

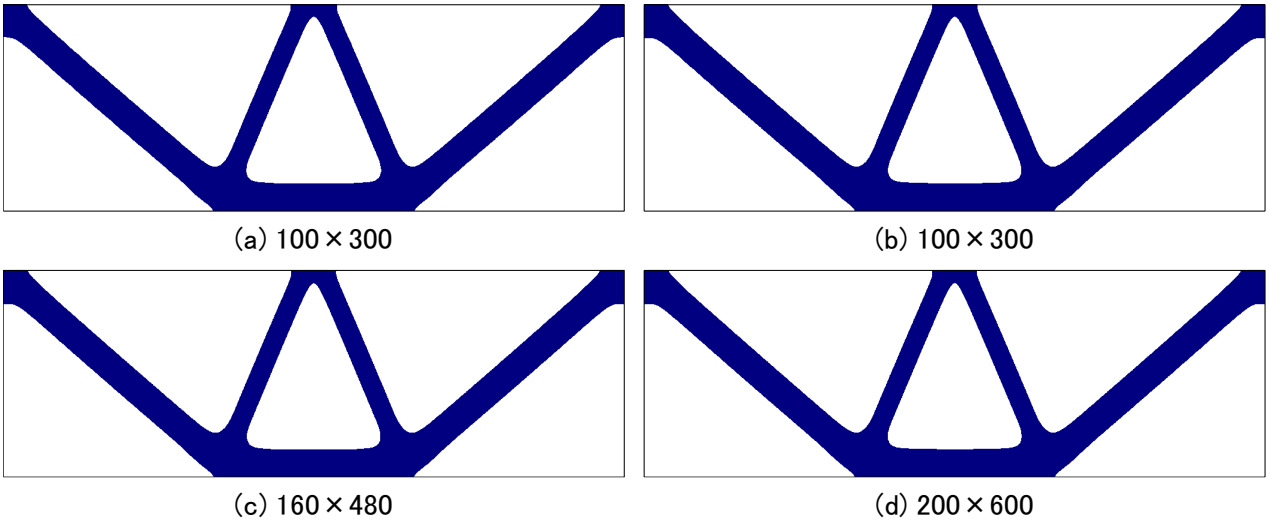


図7　Effect of particle size

10) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D., A Level Set Method for Structural Topology Optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, (2003), pp. 227-246.

11) Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A., Structural optimization using sensitivity analysis and a level-set method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 194, (2004), pp. 363-393.

12) Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S. and Takezawa, A., A Topology Optimization Method Based on the Level Set Method Incorporating a Fictitious Interface Energy, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, (submitted).

13) Yamada, T., Nishiwaki, S., Izui, K., Yoshimura, M. and Takezawa, A., A Structural Optimization Method Incorporating Level Set Boundary Expressions Based on the Concept of the Phase Field Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 75, No. 753(2009), pp. 550-558.

14) Song, M., Koshizuka, S. and Oka, Y., Dynamic Analysis of Elastic Solids by MPS Method, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 71, No. 701(2005), pp. 16-22.

15) Cahn, J. W. and Hilliard, J. E., Free Energy of A Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy, *The Journal of Chemical Physics*, Vol.28, No.2(1958), pp. 258-267.

16) Allen, S., M. and Cahn, J. W., A Microscopic Theory for Antiphase Boundary Motion and its Application to Antiphase Domain Coarsening, *Acta Metall*, Vol. 27, (1979), pp. 1085-1095.

17) Inamuro, T., Ogata, T., Tajima, S. and Konishi, N., A Lattice Boltzmann Method for Incompressible Two-Phase Flows with Large Density Differences, *Journal of Computational Physics*, Vol. 198, No.2(2004), pp. 628-644.

パラメトリック曲面の不変量操作による多様な自由曲面シェルの形態創生

藤田 慎之輔[1)]，大崎 純[2)]
1)京都大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生，rp2-fujita@archi.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学大学院工学研究科建築学専攻，准教授，工博，ohsaki@archi.kyoto-u.ac.jp

1 はじめに

建築的美しさと力学的合理性に強い相関のある大スパン構造物に対して，これまで，ひずみエネルギーなどを力学的評価指標として，それらを最小化することで高い剛性を有する形態を創生する研究が成果を挙げている。一方で，経済性，意匠性，施工性といった非力学的要素も，優れた建築の実現のために要求される重要な要素である。しかし，それらは数学的定量化になじみにくく，評価指標は確立されていない。このような現状を踏まえ，著者ら[1)]はテンソル積ベジエ曲面により形状記述された連続体シェルに対してパラメトリック曲面の代数不変量を考慮した形状最適化を行い非力学的要素の評価を試みた。

形状最適化の際のシェル形状の記述には，制御ネットが矩形であるテンソル積Bスプライン曲面やテンソル積ベジエ曲面などを用いるのが一般的である。しかし，平面形状が三角形や扇形の場合など，形状記述が難しい曲面も存在する。Ohsakiら[2)]は，そのような平面形状を有するスペーストラスの形状記述に三角形パッチベジエ曲面を適用している。しかし，連続体シェルの形状最適化問題への適用例はない。

そこで本研究では，三角形パッチベジエ曲面で記述された連続体シェルを対象として，既報で示した不変量に加え，球らしさを定義する新たな不変量を提案する。それらの不変量操作により非力学的要素を考慮した様々な自由曲面シェルの形態を創生し，その特性を検証する。

2 三角形パッチベジエ曲面による形状表現

三角形の制御ネットで構成される三角形パッチベジエ曲面により形状表現を行う。n次の三角形パッチベジェ曲面は，制御点$\boldsymbol{q}_{ij} = [q_{x,ij}, q_{y,ij}, q_{z,ij}]^\top$ $(i,j = 0,\cdots,n,\ i+j \le n)$ により定義される。曲面上の位置を定めるパラメータを$u,v,w \in [0,1](u+v+w=1)$とし，$w = 1-u-v$を用いてu,vを独立変数とすると，パラメータ表現による3次元空間座標$\boldsymbol{S}_n = [x(u,v), y(u,v), z(u,v)]^\top$は次式のバースタイン基底関数

$$B_{n,ij}(u,v) = \frac{n!}{i!j!(n-i-j)!}u^i v^j (1-u-v)^{n-i-j} \quad (1)$$

を導入することで，次のように求めることができる。

$$\boldsymbol{S}_n(u,v) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} \boldsymbol{q}_{ij} B_{n,ij}(u,v) \quad (2)$$

ただし，$0^0 = 0! = 1$とする。

3 代数不変量

曲面の意匠性や施工性を評価する指標として，本研究ではIriら[3)]による$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$の計6つの代数不変量を採用する。Iriらは地形の標高関数からこれらの不変量を抽出しているが，本研究では，曲面の鉛直方向座標を地形の標高として捉え，式(2)の鉛直方向座標

$$z(u,v) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} q_{z,ij} B_{n,ij}(u,v) \quad (3)$$

で定義されるベジエ曲面の高さ関数から定式化されるそれぞれの代数不変量を用いる。以降それらの詳細を述べる。なお，以下では定式化の簡略化のために引数(u,v)は省略することとする。

3.1 各種テンソルの導出

まず，代数不変量の定式化のために必要な勾配ベクトル，ヘシアン，計量テンソルをベジエ曲面の制御点で表現する。テンソル解析における一般的な表記にしたがい，共変成分を下添え字，反変成分を上添え字付で表現する。まず，共変勾配ベクトル成分は次式で表わされる。

$$z_s = \frac{\partial z}{\partial s} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} q_{z,ij}\frac{\partial B_{n,ij}}{\partial s} \quad s \in \{u,v\} \quad (4)$$

また，共変ヘシアン成分は次式で表わされる。

$$h_{st} = \frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t} = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n-i} q_{z,ij}\frac{\partial^2 B_{n,ij}}{\partial s \partial t} \quad s,t \in \{u,v\} \quad (5)$$

最後に，共変計量テンソル成分は次式で表わされる。

$$g_{st} = \frac{\partial \boldsymbol{S}_n}{\partial s}^\top \frac{\partial \boldsymbol{S}_n}{\partial t} \quad s,t \in \{u,v\} \quad (6)$$

ただし，

$$\frac{\partial x}{\partial s} = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} q_{x,ij} \frac{\partial B_{n,ij}}{\partial s} \quad s \in \{u, v\} \tag{7}$$

であり，$\partial y/\partial u, \partial y/\partial v$も同様である。ここで，上記のベクトルとテンソルを，次式のように行列表示する。

$$\underline{\boldsymbol{z}} = \begin{bmatrix} z_u \\ z_v \end{bmatrix}, \ \underline{\boldsymbol{h}} = \begin{bmatrix} h_{uu} & h_{uv} \\ h_{vu} & h_{vv} \end{bmatrix}, \ \underline{\boldsymbol{g}} = \begin{bmatrix} g_{uu} & g_{uv} \\ g_{vu} & g_{vv} \end{bmatrix} \tag{8}$$

これらの共変成分に対し，次のように反変成分が定義される。まず，反変計量テンソルを

$$\overline{\boldsymbol{g}} = \begin{bmatrix} g^{uu} & g^{uv} \\ g^{vu} & g^{vv} \end{bmatrix} \tag{9}$$

とすると，$\overline{\boldsymbol{g}}$は共変計量テンソルの逆行列であり，$\overline{\boldsymbol{g}} = \underline{\boldsymbol{g}}^{-1}$ が成立する。また，反変勾配ベクトルを

$$\overline{\boldsymbol{z}} = \begin{bmatrix} z^u & z^v \end{bmatrix}^\top \tag{10}$$

とすると，$\overline{\boldsymbol{z}} = \overline{\boldsymbol{g}}\underline{\boldsymbol{z}}$, $\underline{\boldsymbol{z}} = \underline{\boldsymbol{g}}\overline{\boldsymbol{z}}$ が成立する。さらに，

$$\tilde{\boldsymbol{E}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}^{ss} & \tilde{E}^{st} \\ \tilde{E}^{ts} & \tilde{E}^{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{11}$$

で定義されるエディントンイプシロンを用いて，次のような反変ベクトルを定義する。

$$\tilde{\boldsymbol{z}} = \begin{bmatrix} \tilde{z}^u & \tilde{z}^v \end{bmatrix}^\top = \tilde{\boldsymbol{E}}\underline{\boldsymbol{z}} \tag{12}$$

式(3.1)から明らかなように，計量テンソルは，共変テンソルと反変テンソルの間のシフターとしての作用があり，任意の座標系において，共変成分と反変成分の積はパラメータの定義に関して不変である。この性質に基づき，β不変量とγ不変量が定義される。

3.2 β不変量とγ不変量

β不変量は次のように定義される。

$$\beta_0 = \sum_{\xi=u,v} \sum_{\lambda=u,v} g^{\xi\lambda} z_\xi z_\lambda = \sum_{\xi=u,v} z^\xi z_\xi \ (\geq 0) \tag{13}$$

$$\beta_1 = \sum_{\xi=u,v} \sum_{\lambda=u,v} h_{\lambda\xi} g^{\xi\lambda} \tag{14}$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2\det(\underline{\boldsymbol{g}})} \sum_{\xi=u,v} \sum_{\lambda=u,v} \sum_{\mu=u,v} \sum_{\nu=u,v} h_{\nu\lambda} h_{\mu\xi} \tilde{E}^{\xi\lambda} \tilde{E}^{\mu\nu} \tag{15}$$

γ不変量は次のように定義される。

$$\gamma_1 = \sum_{\lambda=u,v} \sum_{\xi=u,v} h_{\lambda\xi} z^\xi z^\lambda \tag{16}$$

$$\gamma_2 = \sum_{\lambda=u,v} \sum_{\xi=u,v} h_{\lambda\xi} \tilde{z}^\xi z^\lambda = \sum_{\lambda=u,v} \sum_{\xi=u,v} h_{\lambda\xi} z^\xi \tilde{z}^\lambda \tag{17}$$

$$\gamma_3 = \frac{1}{\det(\underline{\boldsymbol{g}})} \sum_{\lambda=u,v} \sum_{\xi=u,v} h_{\lambda\xi} \tilde{z}^\xi \tilde{z}^\lambda \tag{18}$$

これら不変量の幾何学的意味については，3.4節で述べる。

3.3 代数不変量と主曲率との関係

主曲率は，ヘシアンと計量テンソルに関する一般固有値問題

$$\underline{\boldsymbol{h}}\overline{\boldsymbol{\phi}} = \kappa \underline{\boldsymbol{g}}\overline{\boldsymbol{\phi}} \tag{19}$$

の固有値κ_1, κ_2として定義される$(\kappa_1 \geq \kappa_2)$。κ_1, κ_2に対応する固有ベクトルを$\overline{\boldsymbol{\phi}}_1 = \{\phi_1^u, \phi_1^v\}^\top$, $\overline{\boldsymbol{\phi}}_2 = \{\phi_2^u, \phi_2^v\}^\top$とおけば，これらは反変固有ベクトルであり，次式で定義される共変固有ベクトルは主方向を表す。

$$\begin{aligned} \underline{\boldsymbol{\phi}}_1 &= \{\phi_{1,u}, \phi_{1,v}\}^\top = \underline{\boldsymbol{g}}\overline{\boldsymbol{\phi}}_1 \\ \underline{\boldsymbol{\phi}}_2 &= \{\phi_{2,u}, \phi_{2,v}\}^\top = \underline{\boldsymbol{g}}\overline{\boldsymbol{\phi}}_2 \end{aligned} \tag{20}$$

勾配ベクトルおよびヘシアンは，主曲率と主方向の関数として次のように表すこともできる。

$$\underline{\boldsymbol{h}} = \begin{bmatrix} \kappa_1\phi_{1,u}^2 + \kappa_2\phi_{2,u}^2 & \kappa_1\phi_{1,u}\phi_{1,v} + \kappa_2\phi_{2,u}\phi_{2,v} \\ \kappa_1\phi_{1,u}\phi_{1,v} + \kappa_2\phi_{2,u}\phi_{2,v} & \kappa_1\phi_{1,v}^2 + \kappa_2\phi_{2,v}^2 \end{bmatrix} \tag{21}$$

$$\underline{\boldsymbol{z}} = \begin{bmatrix} c_1\phi_{1,u} + c_2\phi_{2,u} \\ c_1\phi_{1,v} + c_2\phi_{2,v} \end{bmatrix}, \quad \overline{\boldsymbol{z}} = \begin{bmatrix} c_1\phi_1^u + c_2\phi_2^u \\ c_1\phi_1^v + c_2\phi_2^v \end{bmatrix} \tag{22}$$

ここに，c_1, c_2は定数係数である。

以上より，β不変量およびγ不変量は，次のように表すこともできる。

$$\beta_0 = c_1^2 + c_2^2, \quad \beta_1 = \kappa_1 + \kappa_2, \quad \beta_2 = \kappa_1\kappa_2 \tag{23}$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= c_1^2\kappa_1 + c_2^2\kappa_2, \quad \gamma_2 = \sqrt{\det(\underline{\boldsymbol{g}})} c_1 c_2 (\kappa_1 - \kappa_2) \\ \gamma_3 &= c_1^2\kappa_2 + c_2^2\kappa_1 \end{aligned} \tag{24}$$

式(23)より，β_1不変量は平均曲率の2倍，β_2不変量はガウス曲率と同義であることがわかる。

3.4 不変量と曲面形状の関係

前述に示した主曲率との関係などから，曲面上の1つの点Pにおけるβ不変量およびγ不変量の値によって，その点近傍の曲面形状を次のように特徴づけることができる。

$\beta_2 > 0$のとき 点P近傍の等高線は楕円状となる。

$\beta_1 > 0$のとき：曲面は局所的に凹である。

$\beta_1 < 0$のとき：曲面は局所的に凸である。

$\beta_2 < 0$のとき 点P近傍の等高線は双曲線状となる。点P近傍の曲面は1つの方向から見れば凹であり，他の方向から見れば凸である。また，曲面上の曲線が局所的に直線(曲率が0)となる方向が存在する。

$\beta_2 = 0$のとき 1つの主曲率が0であり

$\beta_1 > 0$のとき：0でない主曲率は正である。0の曲率に対応する主方向に曲面は凹でも凸で

もなく高さ一定となり，その他の全ての方向には凹である。

$\beta_1 < 0$のとき：0でない主曲率が負である。0の曲率に対応する主方向に曲面は凹でも凸でもなく高さ一定となり，その他の全ての方向には凸である。

$\beta_1 = 0$のとき：主曲率はどちらも0となり，点P近傍の曲面は局所的に平面となる。

$\underline{\beta_0 = 0\text{のとき}}$ 点Pは極限点となる。

$\underline{\gamma_2 = 0\text{のとき}}$ 勾配ベクトルと1つの主曲率方向が一致し

$|\gamma_1| < |\gamma_3|$かつ $\gamma_3 > 0$のとき：曲面は局所的に凹の筒状となる。

$|\gamma_1| < |\gamma_3|$かつ $\gamma_3 < 0$のとき：曲面は局所的に凸の筒状となる。

なお，γ_1/β_0は勾配ベクトル方向の曲率に，γ_3/β_0は勾配ベクトル方向と直交方向の曲率にそれぞれ一致する。以降本研究では，凹の筒状を谷，凸の筒状を山と呼称する。

3.5 可展面と代数不変量

可展面とは，伸縮することなしに平面に展開することができる曲面である。シェル構造の曲面が可展面であることは，コンクリートシェルを施工する際の型枠作成において有利な性質となると考えられる。3次元空間において実現できる可展面はガウス曲率が0である曲面として定義される[4)]。そのため，可展面生成のためには，ガウス曲率と同義であるβ_2不変量が曲面上の任意の点で0となるような形状を導けばよい。

3.6 球らしさと代数不変量

曲面上の点Pを通る曲線と，その点における主曲率κ_1に対応する主方向$\underline{\phi}_1$とのなす角をθとすれば，測地的捩率が次式により定義される。

$$-\frac{1}{2}(\kappa_1 - \kappa_2)\sin 2\theta \tag{25}$$

本研究では，測地的捩率の絶対値の最大値の2乗

$$\alpha = \left\{ \max \left| -\frac{1}{2}(\kappa_1 - \kappa_2)\sin 2\theta \right| \right\}^2 = \frac{1}{4}(\kappa_1 - \kappa_2)^2 \tag{26}$$

を用いて曲面の球らしさを定義する。αは，主曲率の差を表すため，この値が0に近付くほどその点近傍の曲面は球の一部に近付くことがわかる。裁断球殻は幾何学的な美しさを有し，多くのシェル構造物の形態に利用されているが，その力学的合理性は決して高くない。ひずみエネルギーに制約を与えつつ，曲面全体でαを最小化することで，剛性を保持しながら球らしさを有する曲面形状を導くことができると考えられる。

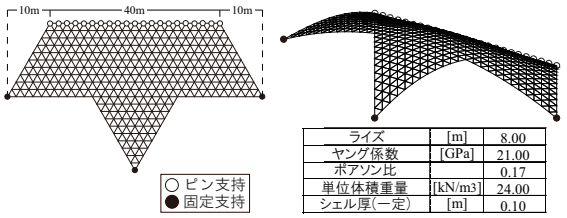
4 数値解析例

図1(a)に示すような正三角形を6つ組み合わせた平面を有するシェル構造物を対象とし，自重作用時のひずみエネルギーを考慮して形状を最適化する。図1(a)は初期形状を示しており，節点座標は次のような双2次関数で与える。

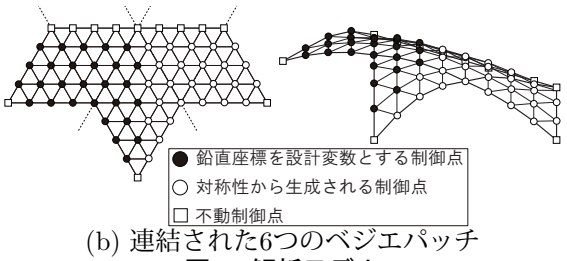
$$z = h(x^2 - a^2)(y^2 - b^2) \tag{27}$$

ここで，支点を含む平面の中央を座標の原点とし，スパン60m，ライズ8m (a= 30, b=10$\sqrt{3}$, h=6/a^2b^2)とする。6つのベジエパッチを連結し，スプライン補間により初期形状を表現するようなベジエ曲面の制御点を求め，節点座標を制御点座標により離散的に表現する。シェル厚は一様に0.1m，単位体積重量24kN/m^{3}として自重に対応する節点外力を作用させる。ヤング率21GPa，ポアソン比0.17とする。有限要素法によって線形静的解析を行い，変位と応力を算定する。ここで，面内変形には定ひずみ三角形要素，面外変形にはZienkiewicsらの非適合三角形要素を採用する。

ベジエ曲面の制御点z座標を設計変数とし，ひずみエネルギー，シェル中央面の面積(以下，面積)，および代数不変量を考慮した制約付き単一目的最適化問題を解いて最適形状を求める。ここで支持点を不動とするため，図1(b)の□で示した制御点z座標は設計変数から除外し，図1(b)に示す●の制御点z座標$\boldsymbol{q}_z^*$を設計変数とし，対称性から残りの制御点を生成する。また，



(a) シェル形状および形状諸量



(b) 連結された6つのベジエパッチ

図1 解析モデル

極めてライズの大きい非現実的な形状が得られることを防ぐため，さらに，設計変数の許容領域を限定して解の収束性を高めるため，面積に対して上限値を与える。ここで，シェル厚を一様としているため，面積制約は体積制約と同義であり，経済的指標の役割も果たす。なお，最適化問題の定式化に際し，総自由度数をn，節点変位ベクトルを$\boldsymbol{d} \in R^n$，線形弾性剛性行列を$\boldsymbol{K} \in R^{n\times n}$，面積を$S$で表す。初期形状の値を下添え字の0で表す。最適化問題の解法には逐次二次計画法[5]を用いる。

4.1 ひずみエネルギー最小化

まず，不変量制約を与えない以下のような最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}_z^*) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{K}\boldsymbol{d} \\ &\text{subject to} \quad S - S_0 \le 0 \end{aligned} \tag{28}$$

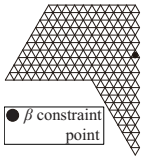
式(28)は，支点を不動とし面積が初期形状での値以下となる制約の下でひずみエネルギーを最小化する問題である。

図2(a),(b)に初期解，最適解それぞれの形状を示す。図2(c),(d)に初期解，最適解それぞれの無荷重時のシェル形状を破線で，自重載荷時における弾性変位性状（可視化のために50倍に拡大）を実線で示す。$d_{\max}$は最大鉛直変位，$\sigma^c_{\max}, \sigma^t_{\max}$はそれぞれ各要素図心における引張膜応力の最大値，圧縮膜応力の最大値，$\sigma^b_{\max}$は各要素図心における曲げモーメントによる縁応力の絶対値の最大値である。最適化の結果から，側部のライズがカテナリー状に上昇することで曲げ，引張が大きく減少し，面内圧縮抵抗型の力学的メカニズムを有するシェル形状が得られていることが確認できる。

4.2 β不変量制約

曲面の凹凸に関する制約を導入して，次の最適化問題を考える。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}_z^*) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{K}\boldsymbol{d} \\ &\text{subject to} \quad \begin{cases} S - S_0 \le 0 \\ \beta_2^c > 0 \\ \beta_1^c \le \overline{\beta} \end{cases} \end{aligned} \tag{29}$$



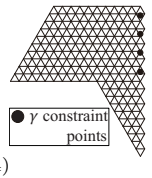
ここに，β_1^c, β_2^cは制約を与える点でのβ_1, β_2の値である。この最適化問題は，$\overline{\beta} < 0$のとき，制約点が凸面となるようなβ不変量制約を問題(28) に加えて導入している。

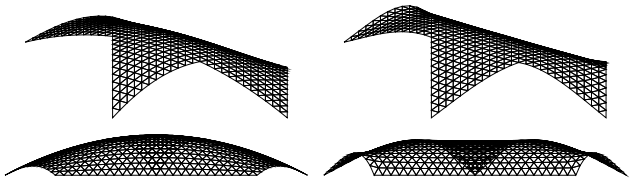
図3および図4に$\overline{\beta}$=−0.2，$\overline{\beta}$=−0.4としたときそれぞれの最適化結果を示す。図より，$\overline{\beta} = -0.2$，$\overline{\beta} = -0.4$の両方の場合で制約を与えた点が凸面となるように形状に膨らみを生じていることが確認できる。$\overline{\beta}$の値が小さくなるほど，曲面の凸らしさは大きくなっている。不変量制約を与えた点を局所的に凸としつつも，ひずみエネルギーは小さく抑えられており，曲げ応力，引張応力が小さい圧縮抵抗型の力学的メカニズムを有する形状が得られていることが分かる。

4.3 γ不変量制約

次に，局所的に山となるような制約を導入して，以下のような最適化問題を考える。

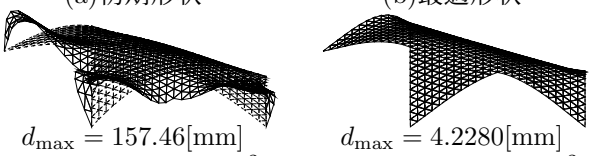
$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}_z^*) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top \boldsymbol{K}\boldsymbol{d} \\ &\text{subject to} \quad \begin{cases} S - S_0 \le 0 \\ \gamma_2^{ci} = 0 \\ {\gamma_3^{ci}}^2 - {\gamma_1^{ci}}^2 > 0 \\ \gamma_3^{ci} \le \overline{\gamma}^{ci} \quad (i=1,\cdots,4) \end{cases} \end{aligned} \tag{30}$$





$f(\boldsymbol{q}_z^*) = 24.716$[kNm]
S= 1139.0[m^2]
(a)初期形状

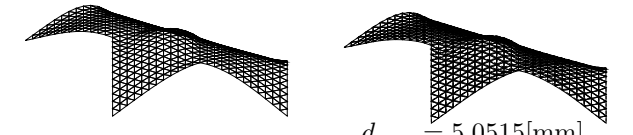
$f(\boldsymbol{q}_z^*) = 2.7353$[kNm]
S= 1139.0[m^2]
(b)最適形状



$d_{\max} = 157.46$[mm]
$\sigma^c_{\max} = 14.470$[N/mm^2]
$\sigma^t_{\max} = 4.3369$[N/mm^2]
$\sigma^b_{\max} = 23.979$[N/mm^2]
(c)初期解の変形性状

$d_{\max} = 4.2280$[mm]
$\sigma^c_{\max} = 14.096$[N/mm^2]
$\sigma^t_{\max} = 0.4112$[N/mm^2]
$\sigma^b_{\max} = 0.4279$[N/mm^2]
(d)最適解の変形性状

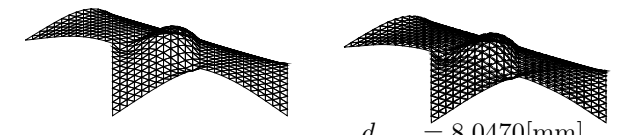
図2　問題(28) の最適化結果



$f(\boldsymbol{q}_z^*) = 3.0754$[kNm]
$S = 1139.0$[m^2]
(a)最適形状

$d_{\max} = 5.0515$[mm]
$\sigma^c_{\max} = 14.964$[N/mm^2]
$\sigma^t_{\max} = 0.4429$[N/mm^2]
$\sigma^b_{\max} = 0.4680$[N/mm^2]
(b)最適解の変形性状

図3　問題(29)の最適化結果($\overline{\beta} = -0.2$)



$f(\boldsymbol{q}_z^*) = 4.6700$[kNm]
$S = 1139.0$[m^2]
(a)最適形状

$d_{\max} = 8.0470$[mm]
$\sigma^c_{\max} = 18.151$[N/mm^2]
$\sigma^t_{\max} = 0.6046$[N/mm^2]
$\sigma^b_{\max} = 1.2447$[N/mm^2]
(b)最適解の変形性状

図4　問題(29)の最適化結果($\overline{\beta} = -0.4$)

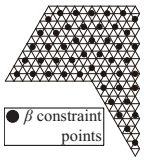
ここに，γ_1^{ci},γ_2^{ci},γ_3^{ci}は制約を与える各点でのγ_1,γ_2,γ_3の値を表す$(i=1,\cdots,4)$。この最適化問題は，$\overline{\gamma}^{c1},\overline{\gamma}^{c2}<0$のとき，制約点が山となるような$\gamma$不変量制約を問題(28) に加えて導入している。

$\overline{\gamma}^{c1}=\overline{\gamma}^{c2}=-0.03$および$\overline{\gamma}^{c1}=\overline{\gamma}^{c2}=-0.05$のときの最適化結果を図5,6に示す。図より，ともに制約を与えた点が山となるように形状に筒状の膨らみを生じていることが確認できる。γ_3の値が小さいほど形状の山らしさが大きくなっている。不変量制約点を局所的に山としつつ，曲げ応力，引張応力が小さい圧縮抵抗型の力学的メカニズムを有する形状が得られていることが分かる。

4.4 可展条件制約

次に，可展面を生成するための以下のような最適化問題を考える。

$$\begin{aligned}&\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}_z^*)=\frac{1}{2}\boldsymbol{d}^\top\boldsymbol{K}\boldsymbol{d}\\&\text{subject to} \quad \begin{cases} S-S_0\le 0\\ \beta_2^{ci}=0 \quad (i=1,\cdots,48)\end{cases}\end{aligned} \tag{31}$$



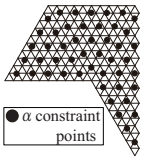
ここに，$\beta_2^{ci}(i=1,\cdots,48)$は制約を与える点での$\beta_2$の値である。図のように合計48の点に対して$\beta_2$が0となるように制約を与えることで，曲面全体で$\beta_2$の値を0とすることを目的としている。

図7に最適化結果を示す。図7(c)には最適形状の節点z座標の等高線図を示している。制約点以外の点でβ_2の値が0となる保証はないが，等高線を見る限り，十分に多くの点でβ_2を0に制約することにより，曲面全域でガウス曲率がほぼ0となる曲面が得られることがわかる。1/6領域がそれぞれ平面に展開可能な形状となっていることは図7(a)からも確認できる。さらに，図7(b)より，問題(28) の最適解に比べると剛性は劣るものの，初期形状と比べると，ひずみエネルギー，最大鉛直変位ともに小さくなっていることがわかる。

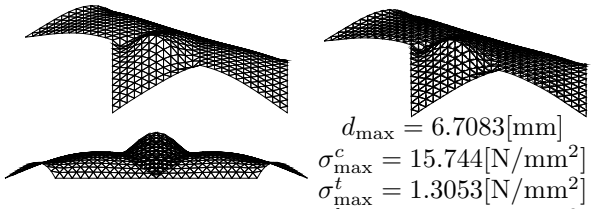
4.5 α不変量制約

3.6節で新たに定義したα不変量を用いて次のような最適化問題を考える。

$$\begin{aligned}&\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}_z^*)=\sum_{i=1}^{48}\alpha^{ci}\\&\text{subject to} \quad \begin{cases} E-\bar{E}\le 0\\ S-S_0\le 0\end{cases}\end{aligned} \tag{32}$$



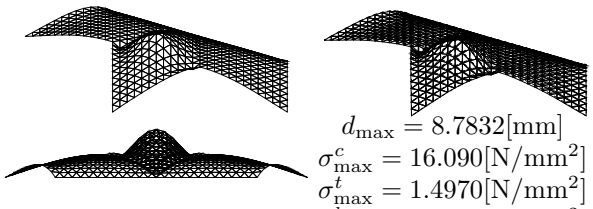
ただし，Eはひずみエネルギー，$\alpha^{ci}(i=1,\cdots,48)$は参照点での$\alpha$の値である。この最適化問題は，面積およびひずみエネルギーの制約のもとで，曲面全体でα不変量を小さくすることで，一定の剛性を保ちながらも球らしさを有する曲面形状を創生することを目的としている。



$d_{\max}=6.7083[\mathrm{mm}]$
$\sigma^c_{\max}=15.744[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^t_{\max}=1.3053[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^b_{\max}=1.1200[\mathrm{N/mm^2}]$
$f(\boldsymbol{q}_z^*)=4.5207[\mathrm{kNm}]$

(a)最適形状　(b)最適解の変形性状

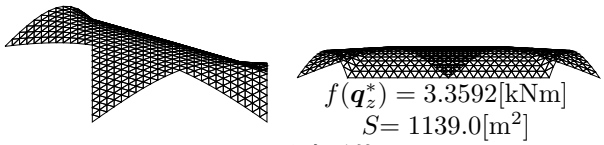
図5　問題(30)の最適化結果($\overline{\gamma}=-0.03$)



$d_{\max}=8.7832[\mathrm{mm}]$
$\sigma^c_{\max}=16.090[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^t_{\max}=1.4970[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^b_{\max}=1.2640[\mathrm{N/mm^2}]$
$f(\boldsymbol{q}_z^*)=6.1474[\mathrm{kNm}]$

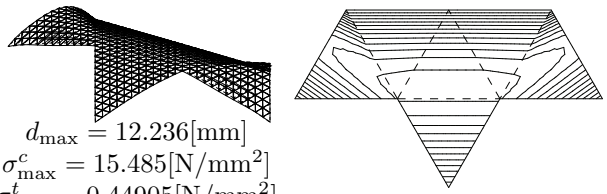
(a)最適形状　(b)最適解の変形性状

図6　問題(30)の最適化結果($\overline{\gamma}=-0.05$)



$f(\boldsymbol{q}_z^*)=3.3592[\mathrm{kNm}]$
S= 1139.0[m^2]

(a)最適形状



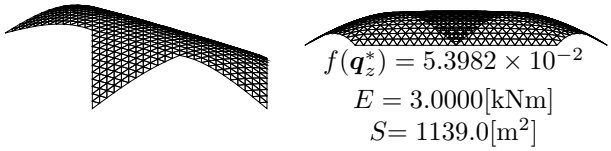
$d_{\max}=12.236[\mathrm{mm}]$
$\sigma^c_{\max}=15.485[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^t_{\max}=0.44905[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^b_{\max}=1.5199[\mathrm{N/mm^2}]$

(b)変形性状

$\max|\beta_2^{ci}|=6.7722\times10^{-8}$

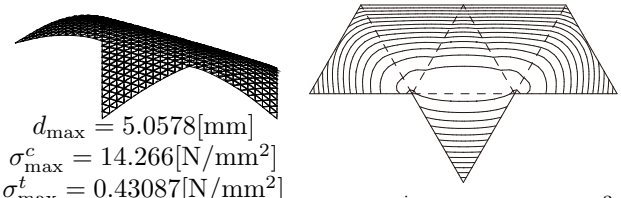
(c)等高線図

図7　問題(31) の最適化結果



$f(\boldsymbol{q}_z^*)=5.3982\times10^{-2}$
$E=3.0000[\mathrm{kNm}]$
S= 1139.0[m^2]

(a)最適形状



$d_{\max}=5.0578[\mathrm{mm}]$
$\sigma^c_{\max}=14.266[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^t_{\max}=0.43087[\mathrm{N/mm^2}]$
$\sigma^b_{\max}=0.60218[\mathrm{N/mm^2}]$

(b)変形性状

$\max|\alpha^{ci}|=2.5927\times10^{-3}$

(c)等高線図

図8　問題(32) の最適化結果

不変量制約を与えずにひずみエネルギーを最小化する問題(28)の最適解におけるひずみエネルギーの値が2.7353[kNm]であったことを踏まえ，その値を少し緩和して$\bar{E} = 3.0$[kNm]として解析をおこなった。図8に最適化結果を示す。球らしさを実現しつつも，ひずみエネルギーを3.0[kNm]に抑えているので，高い剛性が保持されている。複数のベジエパッチを連結しているので曲面全体で連続的な球形とはならないが，等高線を見る限り，各1/6領域で球に近い形状を再現できていることがわかる。

5 結語

本研究では，パラメトリック曲面のひとつであるベジエ曲面で定義される自由曲面シェルを対象として，ベジエ曲面から抽出される様々な代数不変量を制約条件や目的関数として最適化問題に組み込むことで，非力学的指標を考慮した構造形態創生手法の提案を試みた。従来のスプライン関数では記述の難しい平面形状を有するシェルを対象として，形状記述を三角形パッチベジエ曲面により記述することでその問題を回避した。三角形パッチベジエ曲面の制御点座標を設計変数とした最適化問題を定式化し，制約条件や目的関数に代数不変量を導入した様々な数値解析例を通じて本手法の有効性を検討した。本研究で得られた成果は以下のとおりである。

1. 曲面形状を三角形パッチベジエ曲面により記述することで，コントロールネットが矩形のスプライン関数ではモデル化の難しい曲面を，有限要素の節点を独立な変数とする場合と比べて少ないパラメータ数でモデル化できる。
2. 異形平面を有するシェルにおいて，シェル総体積の上限値を与えた場合，既往の研究同様，シェル縁部にカテナリーアーチを形成し，圧縮抵抗型の曲面形状を形成することでひずみエネルギーを抑制する。
3. 代数不変量を制約条件に導入して，それらの値を操作することで，ひずみエネルギーを抑えつつ，曲面形状の凹凸や山谷をコントロールすることができる。
4. 主曲率に対応する不変量であるβ_2が曲面全体で0となるように制約条件を設定することで，可展面を生成することができる。
5. αの値を小さくすることで，曲面を球の一部に近づけることができる。

以上のように，曲面の代数不変量を構造最適化問題に導入することで，曲面形状の特徴量の操作が可能となった。実際の設計において本手法を適用することを想定した場合，見た目の美しさや，内部空間の確保などといった構造物に要求される非力学的要求に応じて制約条件等の設定を適切に施す必要がある。力学的合理性を大きく失うことなく曲面形状の凹凸や山谷をコントロールしたり，球らしさを創生できれば，複雑な境界形状および曲面形状を有するシェル構造物を設計する際に，構造物に要求される非力学的側面を考慮する上で有効に寄与すると考えられる。また，β_2不変量が曲面全体で0となるように制約条件を設定することで可展面の生成が可能であり，さらにベジエパッチを細分割することで，区分的可展面を生成することもでき，設計の初期段階において意匠性や施工性を対話的に評価しつつ曲面形状を決定する上で，代数不変量が有効な指標になると考えられる。

参考文献

1）藤田慎之輔，大崎 純：ひずみエネルギーとパラメトリック曲面の代数不変量を考慮したシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，No.639，pp857–863, 2009.

2）M. Ohsaki, T. Nakamura, and M. Kohiyama：Shape optimization of a double-layer space truss described by a parametric surface，International Journal of Space Struct., Vol.12, No.2, pp.109–118, 1997.

3）M. Iri，Y. Shimakawa，and T. Nagai：Extraction of invariants from digital elevation data with application to terrain topography，Nonlinear Analysis, Vol.47, pp.5585–5598, 2001.

4）安達忠次：微分幾何学概説，培風館, 1976.

5）P. Gill, W. Murray, and M. Saunders：User's Guide for SNOPT Version 7 : Software for Large-Scale Nonlinear Programming，Stanford Business Software Inc., 2008.

曲線･曲面の掃引による構造･計画を考慮した集合住宅の形態創生

和田大典[1)]，本間俊雄[2)]
1) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻　院生　wada@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻　工博･教授　honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

1．はじめに

工学技術の発達は、これまで建設不可能であった建築物の設計を可能とし、設計者の要求は多様化してきている。最近、これら複数の設計要求に対して、コンピュータプログラミングにより好みの建築形態を創り上げようとする構造形態創生法の利用が注目されている。構造形態創生法とは、力学特性を基準に経済性や環境条件，設計コンセプトなど要求課題を目的関数とした部材断面，材料，配置等の最適設計であり、要求内容を満足させた形態を創生していく作業である。建築物の設計は意匠･構造･設備に関する要因が複雑に絡み合い、必ずしも意匠設計者によって提案される形態が、これらの条件を直接的に満たされるわけではない。これに対し、コンピュータプログラミングの利用は設計者の発想を支援し、建築物の要求性能を満足させると伴に妥協点に屈しない斬新な形態デザインが創り上げられ可能性がある。

既往研究における構造形態創生法は、初期形態の節点座標や部材断面等、設計変数を変動させ評価の高い解を追跡する方法と、アルゴリズムによるプロセスをシステム化して、構造形態を一から創生する方法の2種類に区分される[1),2)]。前者は予め意図する構造形態を初期形状とする場合には有効である。ただし、得られる構造形態は初期形状に依存する。これに対し、後者は意匠設計者が提案する形態やコンセプト等を形態アルゴリズムとして組込み、設計条件を満足した複数の構造形態が創生できる可能性を持つ。

本論では、種々の構造形態が獲得でき、設計者の発想支援に有効な後者の構造形態創生法を採用する。数値解析では解の多様性を考慮したGA系解法による形態アルゴリズムを適用させる[3)]。解析モデルは構造合理性だけでなく、居住性に関わる機能を評価する目的関数の導入に重点を置く。形態アルゴリズムの基本は、曲線･曲面と点の掃引によって生まれる3次元形態に着目した建築空間構成法である。形態創生例では、低層集合住宅を想定した多目的最適化問題（multi-objective optimization problem : MOP）を扱い、建築形態の獲得と模型制作を用いた計画･設計へと展開する。最後に、生成手法の一般化とアルゴリズムの整理を行い、形態創生ツールとしての方向性を示す。

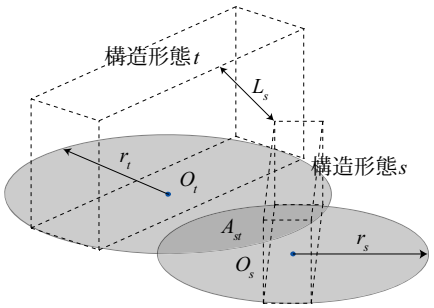


図１　密集性の定義

2．低層集合住宅の形態創生手順

2.1 多目的最適化問題（MOP）の定式化

力学的な評価に関する部材総体積，最大節点変位，ひずみエネルギなどの目的関数の設定は建築形態の決定に大きな要因となる。しかし、建築物の構造以外の機能に対してこれらは影響しにくい。従って、ここではMOPの目的関数として力学的な指標に加え、集合住宅の設計に重要な各住戸の関係性（通風，採光など）を考慮した目的関数を式(1)に与える。

$$f(\mathbf{A},\mathbf{R}) = \sum_{s=1,s\neq t}^{n_m}\sum_{t=1}^{n_m} A_{st}(\mathbf{A},\mathbf{R}) + \sum_{s=1}^{n_m} \min L_s(\mathbf{A},\mathbf{R}) \quad (1)$$

ここで、$\mathbf{A}$：部材特性ベクトル，$\mathbf{R}$：節点特性ベクトル，A_{st}：構造形態長手方向を直径とする円O_sとO_tの重なる部分の面積，L_s：構造形態間の距離を表わす。建築物の機能は各構造形態の大きさを直径とする同心円の重なりA_{st}と、構造形態間の距離L_sで評価される（図1）。つまり、式(1)は構造形態間の距離の総和であり、これを物理的な意味から密集性と定める。

MOPで扱う目的関数は、この密集性の逆数と構造合理性に重要な部材総体積の同時最小化とする。ただし、ここではファーストステップとして形態の配置を固定した構造形態の創生を行うため、式(1)の密集性は配置に関係する第１項を省略した簡略式を用いる。各々の目的関数は次式で与える。

$$Object \quad f_1(\mathbf{A},\mathbf{R}) = 1/\left(\sum_{s=1}^{n_m} \min L_s(\mathbf{A},\mathbf{R})\right) \quad \text{（密集性の逆数）}$$

$$f_2(\mathbf{A},\mathbf{R}) = \mathbf{L}(\mathbf{R})^T\mathbf{A} \quad \text{（部材総体積）} \qquad (2a,b)$$

ここで**L**:部材長ベクトルを表わす。なお、部材総体積は単位重量を乗じて部材総重量とする。従って、MOPは次式を扱う。

$$Find \quad \mathbf{A},\mathbf{R} \qquad \text{(設計変数)}$$

$$minimize \quad \Phi(\mathbf{A},\mathbf{R}) = \{f_1(\mathbf{A},\mathbf{R}), f_2(\mathbf{A},\mathbf{R})\} \qquad \text{(目的関数)} \quad (3)$$

$$subject\ to \quad \mathbf{A}^L \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^U \quad \mathbf{R}^L \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^U \qquad \text{(制約条件)} \quad (4)$$

2.2 掃引による3次元形態の生成法

本形態創生の中核をなす掃引による3次元形態の生成法を説明する。基本となる形態モデルを図2に示す。掃引とは平面上(xy座標系)の点や曲線，図形を立体方向(z軸座標)に移動し、その軌跡を結ぶことにより3次元形態を生成する操作であり、3D-CADやグラフィックツールで一般的に用いられている。この操作は掃引する形状を直線，多角形，2次曲線などの曲線、あるいは曲線上に設けた節点dの移動により、多様な形態の表現ができる。また、各形態はワイヤーフレームや連続体で表現されるため、構造物のモデル化が可能である。以下では、掃引する形状が単純な直線と節点位置の移動のみの、図2に示す逆三角形型の形態モデルを基準とした住空間生成の操作手順を示す(図3参照)。

操作①:3次元空間のxy平面上に線分$\overline{AB}$，$\overline{CD}$($\overline{AB}$ = $\overline{CD}$)を設ける。$\overline{AB}$，$\overline{CD}$に対して、各直線上の端点間にn個の節点$d^{ab}{}_k(x,y,z)$,$d^{cd}{}_l(x,y,z)$を次式で与える。

$$d^{ab}{}_k(x,y,z)\ (k=1,2,\ldots,n, z=0)$$
$$d^{cd}{}_l(x,y,z)\ (l=1,2,\ldots,n, z=0) \qquad (5)$$
$$d^{ab}{}_k(x,y,z) = d^{cd}{}_l(x,y,z),\ k=l$$

$\overline{AB}$，$\overline{CD}$上に設けるn個の節点dは同じ座標値に重複して設け、各々$d^{ab}{}_{k1}(x,y,z)$,$d^{ab}{}_{k2}(x,y,z)$と表現する。ただし、節点dを重複せずに3次元形態を表現することも可能である。

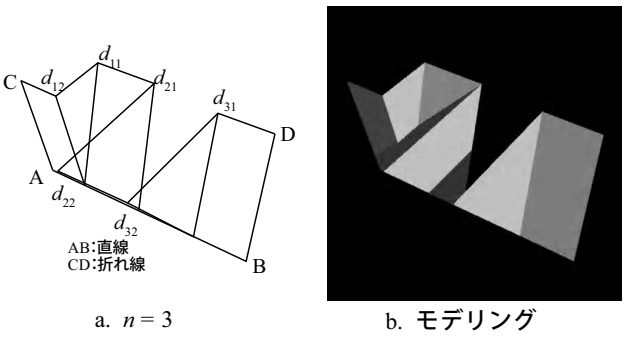
操作②:両端点を含む$\overline{CD}$上の各節点を$\overline{AB}$の水平・垂直方向にu_{ni},v_{ni}($ni=1,2,\ldots,2n+2$)移動させる。

操作③:$\overline{CD}$をz軸方向に掃引する。ここで節点を掃引する場合、各節点の掃引距離は各々設定することができる。

建築形態はこの形態モデルの複数組合せで構成され、敷地の規模によらず設計可能である。

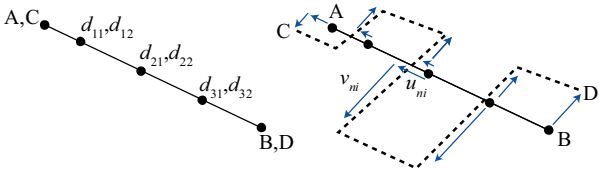
2.3 GA系解法の利用と形態創生アルゴリズム

本手法では、解の多様性を考慮したGA系解法ISGA(GA with immune system)[4]をMOPに対する解法として採用し、多種多様な構造形態の獲得に利用する。この解法は、目的関数空間における存在可能な解(許容解:feasible)の中でも、パレート最適フロントや局所パレートフロント上の評価の高い解(優良解:decent solution)を

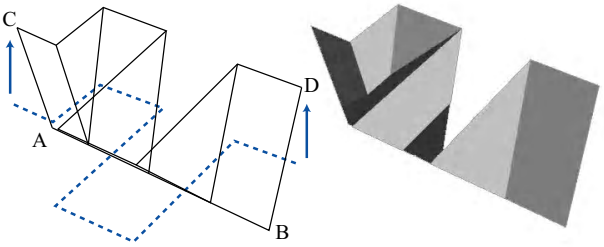


a. $n=3$　　b. モデリング

図2　掃引による形態の生成(n:端点間の節点数)



①n個の節点を決定　　②節点$d^{cd}{}_{l1}$,$d^{cd}{}_{l2}$の振幅を決定



③高さ方向に掃引　　形態モデル

図3　構造形態の生成手順($n=3$の場合)

獲得することができる。注目すべきは、既往の代表的解法であるMOGA[5]やSPEA2[6]など殆どの解法は目的関数空間の多様性に重点が置かれているのに対し、ISGAは形態決定に直接関係する設計変数空間と目的関数空間の多様性を同時に考慮している。つまり、ISGAは既往解法に比べて解探索領域が広く、設計変数が異なる種々の構造形態が獲得できる可能性があり、設計者に豊富な選択肢が与えられる。

低層集合住宅の形態創生アルゴリズムは以下の通りである(計算フローは図5参照のこと)[7),8)]。

1)コンセプトの設定:設計コンセプトに合わせて敷地および設計条件をモデル化する。

2)パラメータの入力:次の手順により敷地情報や形態モデルの配置位置を読み取る。

①対象敷地をm個の等間隔にグリッド分割された節点の集合とする(図5)。グリッドスパンは任意に設定可能である。

②分割された敷地に対し、β個の形態モデルの配置位置を決定する(図7)。配置は以下の手順で行う。

A)グリッド分割された敷地に対して、2つの節点i_s,j_s

(s=1,2,…, β)を選択する。

B) i_s, j_sが次式で表わす条件を満たした時、i_s, j_sをモデルの配置位置として決定する。

$$0<\sqrt{(x_{i_s}-x_{j_s})^2+(y_{i_s}-y_{j_s})^2}\le L^U \qquad \text{(部材長制約)} \quad (6)$$

$$i_s, j_s \neq i_t, j_t \quad (t=1,2,...\beta \quad t\neq s) \qquad \text{(交差制約)} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_{st} < x_{i_s}, x_{i_t} \quad or \quad \tilde{x}_{st} > x_{j_s}, x_{j_t} \quad (x_{i_s} \le x_{j_s} \quad x_{i_t} \le x_{j_t}) \\ \tilde{y}_{st} < y_{i_s}, y_{j_t} \quad or \quad \tilde{y}_{st} > y_{j_s}, y_{i_t} \quad (y_{i_s} \le y_{j_s} \quad y_{j_t} \le y_{i_t}) \end{cases}$$

ここで、(x_{i_s}, y_{i_s}):i_s節点の節点座標 (x_{j_s}, y_{j_s}):j_s節点の節点座標 , L^U:最大部材長(制約条件), $(\tilde{x}_{st}, \tilde{y}_{st})$:線分 i_s j_s, i_t j_tの交点を表わす。なお、式（7）は各モデルが交差しないことを意味する(図6)。

3)ISGAによる計算：設計変数を基に操作①-③による各形態モデルの掃引を行い、ISGAを用いて指定世代数まで計算する。

4)解の判定：解候補の中から設計者の意向に沿って形態を決定する。設計者の意図する形態が得られない場合、2)に戻り再度計算を行う。この際、パラメータや設計変数を変更することもできる。

5)図面・模型による設計計画：図面や模型を用いて形態を表現し、全体計画を配慮した住戸と導線のスタディを行う。

手順1)-3)は構造形態の創生であり、4),5)は任意形態獲得後の設計手順である。なお、手順5)で修正を加えたモデルは、初期形態として再度1)-3)の手順を繰り返すことが可能である。

3．低層集合住宅形態の形態創生例

3.1 問題設定

図2に示す形態モデルのみを用いた上述のアルゴリズムによる低層集合住宅の形態創生例を示す。対象住戸数は10を基準とする。設計条件は以下の通りである。

a)対象敷地は矩形(30m × 30m)とする(図7)。

b)敷地のグリッドスパンは経済スパンを想定した6m×6mとする。

c)構造は鉄骨骨組構造を採用する。ただし、板・シェル構造を用いることも可能である。

d)構造モデルの配置数はβ = 6とする。

e)解析は、鉛直荷重に対する形態モデルの柱 , 梁の構造合理性のみに着目する。なお、水平力に対する抵抗機構は、各形態モデルをスラブと梁で連結する方法とする。

載荷荷重は自重と積載荷重、床荷重を設定する。積載荷重は建築基準法施行令で定められた単位荷重を用い、階毎に6m × 6m四方の床スラブを柱1本が負担するものとして鉛直方向に作用させる。床荷重についても同様とする。設計変数は各構造形態モデルの高さh、分割節点n、節点の移動距離(水平方向u_{ni}, 垂直方向v_{ni})、部材断面積とし、遺伝子長は全て8 bitの二進数型でコード化する。構造解析は許容応力度設計を行い、弾性定数E=2.058 × $10^8$$kN/m^2$、せん断弾性係数$G$=7.8 × $10^7$$kN/m^2$である。ISGAの基本パラメータは表1の通りとする。

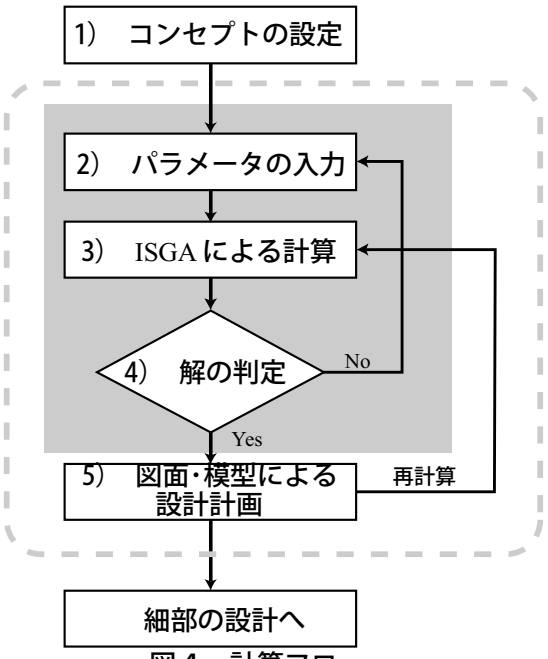


図４　計算フロー

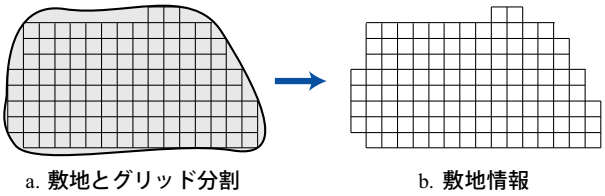


図５　敷地情報の入力例

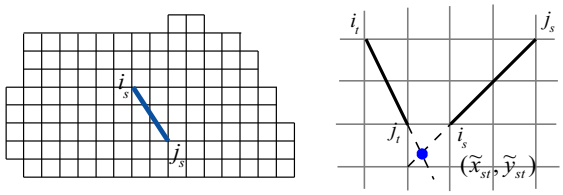


図６　形態の配置

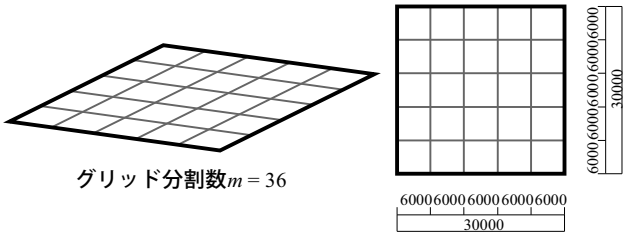


図７　対象敷地の設定

3.3 数値解析

数値結果を図8,9に示す。図8はISGA($r = 100, H = 0.01$)の複数回試行した数値結果の一例を目的関数空間上にプロットしたものである。図9はresult-1により得られた解個体の構造形態例である。なお、図9aにおいて実線太さは部材断面の比率を表わす。

図8,9より、式(2a,b)の各目的関数はトレードオフの関係があり、密集性の値は構造形態の高さと水平・垂直方向の広がりに影響する。ISGAはパレート最適フロント上およびその近傍の優良解を捉えており、目的関数空間上の各点において種々の構造形態が得られた。図9に示すshape-A,B,Cは同じ目的関数値で異なる構造形態が捉えられている。特に、得られる構造形態と配置はパラメータの設定値によって異なり、ISGAは設計者の意図に基づく構造形態の決定に利用できた。

表1　ISGAパラメータ

個体数	200	突然変異率	0.01
世代数	2000	記憶細胞数	100
世代交代率	0.9	選択方式	トーナメント
交叉率	0.7	交叉方式	二点交叉

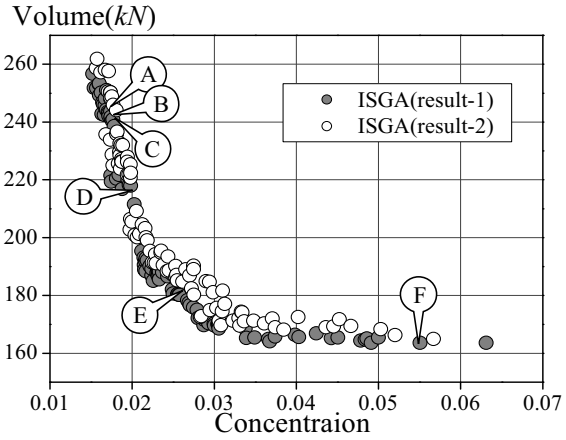


図8　目的関数空間の解状況

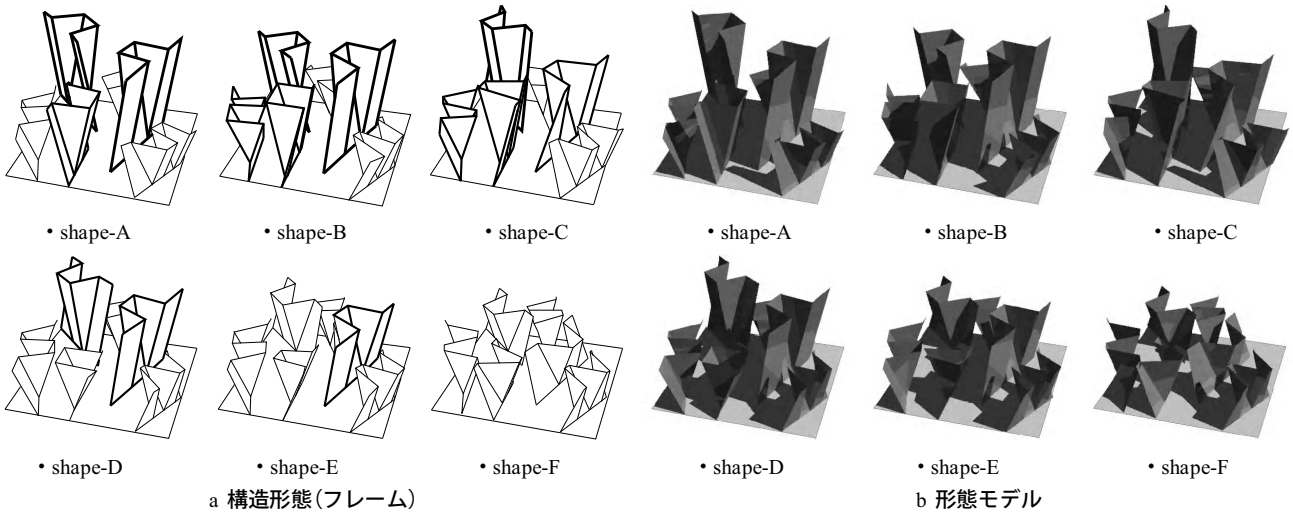


図9　構造形状例

4．解個体を用いた低層集合住宅の創生

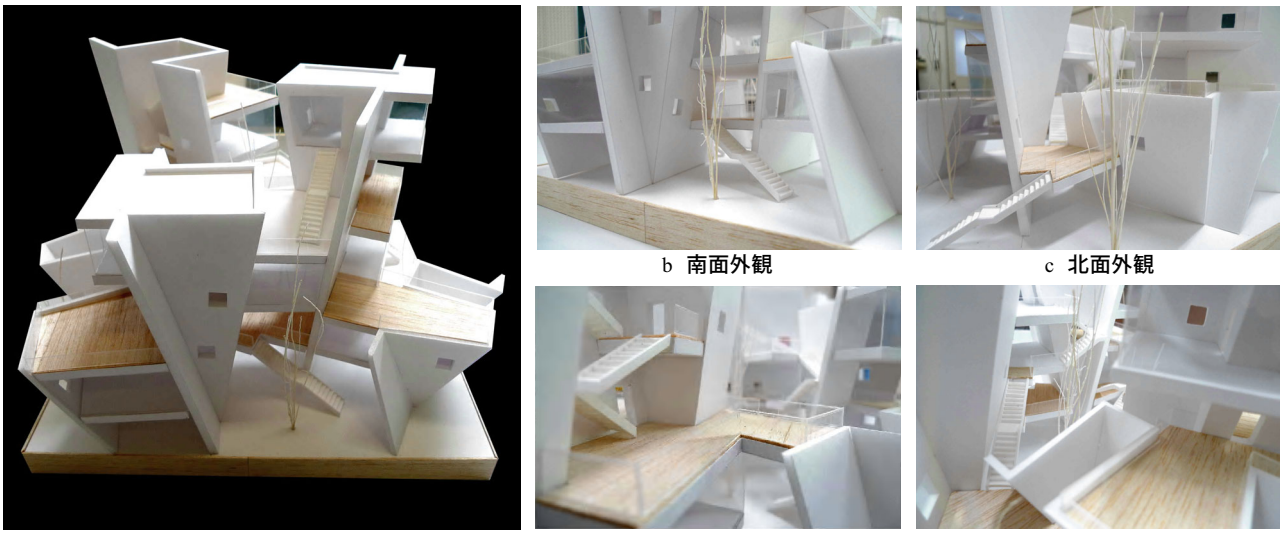
得られた構造形態を基準に、低層集合住宅の全体計画・設計を行う。選択した形態は各形態モデルの高さが異なり多くの住戸が確保できるshape-Aである。構造形態を図面や模型で表現し、解析では考慮されていないスラブ,通路,階段などを導入する。設計コンセプトに基づき、図面と模型で導線や採光,各住戸の開口やボリュームのスタディを行い、随時プランの修正を加える。特に、模型制作は解析や図面では表現しきれない断面方向の設計に有効である。その際、修正された形態を再度構造形態最適化アルゴリズムにかけ解探索することも可能である。図10,11に最終形態プランの図面および模型写真を示す。最終プランの設計コンセプトとして、各住戸に十分なオープンスペースを設け、連続的に広がりのある住空間を目指した。構造形態の特徴を利用し、住戸は上階に行くに従って広い空間を確保できるよう配置する。その際、屋上部分はオープンスペースとして開放し、立体的に導線を計画した。同様に設計パラメータを変更し、別コンセプトで行った設計例の模型写真を図12に示す。図12a,bは形態モデルの水平・垂直方向と高さのパラメータ v_{ni}, u_n, h の側面制約条件を変更し、密集度を上げた例である。また、対象敷地を大きく設定し、集合住宅に加えて商業施設などの機能を導入した多目的空間の設計例を図12cに示す。

5．目的関数の一般化とアルゴリズムの整理

形態創生例で用いた目的関数と形態アルゴリズムは前述の基本モデルに対応させたものである。建築物の長軸方向を直径とした同心円の重なりを評価する密集性は、3次元方向の密度が考慮されない。従って、密集度合いを過大評価したり各モデルの干渉が避けられな

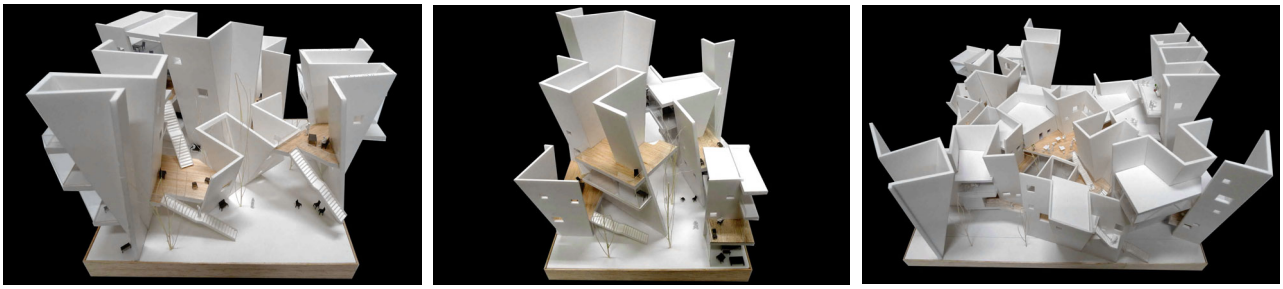
a.　平面図（GL+6000）　　b.　平面図（GL+15000）　　c.　南側立面図

図１０　最終形態プラン（shape-A）



a 全体写真　　b 南面外観　　c 北面外観　　d 2F(GL+6000)　　e 3F(GL+9000)

図１１　模型写真



a 変更パラメータ：v_{ni}, u_n　　b 変更パラメータ：h　　c 変更パラメータ：敷地条件, n

図１２　その他設計例の模型写真（コンセプト別）

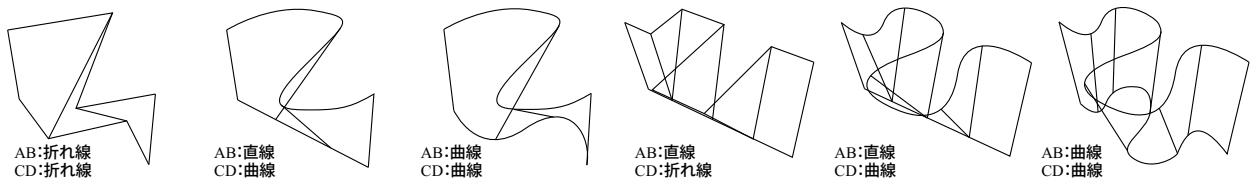
い場合が起こりうる。そこで、式(1)に示す密集性は、形態モデルの立体方向の密度を評価する項を加えた次の改善式で考える必要があるだろう。

$$f(\mathbf{A},\mathbf{R}) = w_a \sum_{s=1,s\neq t}^{n_m} \sum_{t=1}^{n_m} A_{st}(\mathbf{A},\mathbf{R}) + w_b \sum_{s=1}^{n_m} \min L_s(\mathbf{A},\mathbf{R}) + w_c D(\mathbf{A},\mathbf{R}) \quad (8)$$

ここで $D(\mathbf{A},\mathbf{R})$：立体方向に対する評価指標、w_a, w_b, w_c：重み係数である。なお、$D(\mathbf{A},\mathbf{R})$ の定義内容は今後の課題としたい。

形態アルゴリズムについて、ここでは直線と点の組合せによる形態創生例を示した。しかし、曲線・面・立体による掃引も可能であり、複数の形態モデルを併用すれば、創生される構造形態の幅が広がる。図13,14に曲線と節点移動を用いた形態モデル例を示す。これより掃引による3次元形態の生成は以下に示す曲面形態の操作手順が加わる。

操作④掃引する形状が曲線の場合、制御点 N（N=m'+1×n'+1）と基底関数で定義されたテンソル積ベジェ曲面を用いて形態の表現，要素の離散化を行う。曲面の離



a. $n=2$　　b. $n=3$

図１３　曲線を用いた生成例

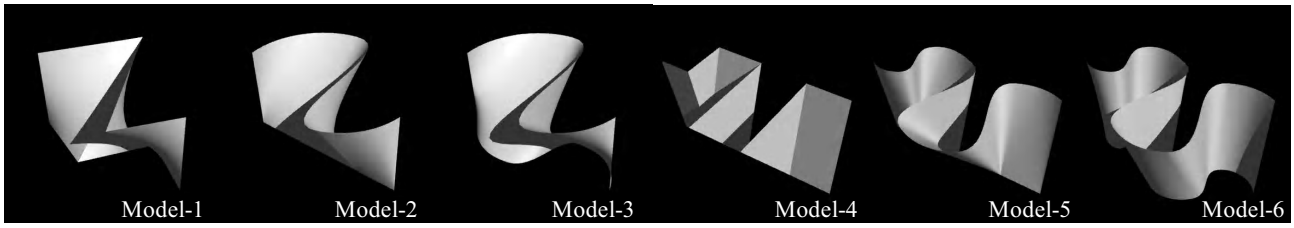


図１４　形態のモデリング

散化は次式で表わされる。

$$\mathbf{r}_{kl}=\mathbf{r}(u_k,v_l)=\sum_{i=0}^{m'}\sum_{j=0}^{n'}B_i^{m'}(u_k)B_j^{n'}(v_l)\mathbf{P}_{ij}$$

$$B_i^{m'}(u_k)=\frac{m'!}{i!(m'-i)!}u_k^i(1-u_k)^{m-i} \qquad (9)$$

$$k=0,1,2,...,m \qquad l=0,1,2,...,n$$

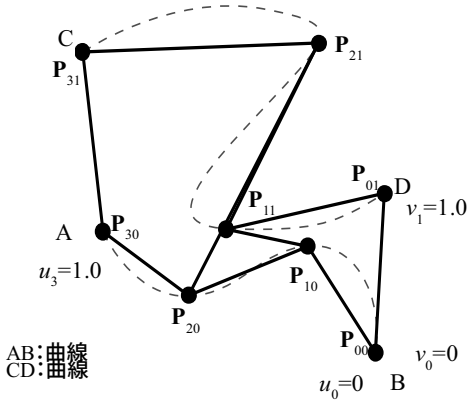
ここで$\mathbf{r}_{kl}(u_k,v_l)$：曲面上の位置ベクトル，$\mathbf{P}_{ij}$：制御点位置ベクトル，$B^{m'}_i$：m'次のバーンスタイン基底関数，u_k,v_l：$u_k,v_l\in[0,1]$である曲面上の位置パラメータ，m,n：離散化した節点の縦・横方向の分割数を表わす(図15)。

以上より、形態アルゴリズムは図13,14に示す様々な掃引モデルを用いた構造形態創生ツールとして適用可能であり、式(8)の密集性を用いた評価により可能性が広がる。

６．まとめ

本論は、解の多様性を考慮したGA系解法を利用し、線・曲線と点の掃引に着目した形態創生法の提案、および低層集合住宅の設計例を基に、設計者の意図を考慮した多様な形態創生を行った。

提案した形態創生法は、設計プロセスの一部として用いることで、設計者の発想やコンセプトを自由に反映させた設計が可能である。形態創生例の最終プランは画一的な配置が目立つ集合住宅の設計において、住戸が敷地全体に点在し、変化に富んだ住空間が創生された。密集性関数は多様な構造形態の獲得に関係することができた。解析例では、低層集合住宅に限定した解析を行っているが、設計変数n,v_{ni},u_nの制約条件や敷地のグリッドスパンの変更により、商業空間や多目的空間など必要な床面積に応じた設計に応用できる。さらに、形態アルゴリズムの整理を行い掃引による形態創生ツールとしての汎用性を示した。



a　制御点 N=3 × 1

図１５　テンソル積ベジェ曲面による曲面の表現

参考文献

1)日本建築学会:アルゴリズミック・デザインによる建築形態創生の現状と展望,第30回情報・システム・利用・技術・シンポジウム論文集,231-248, 2007.12

2)日本建築学会:アルゴリズミック・デザイン Algorithmic Design 建築・都市の新しい設計手法,鹿島出版会,2009.3

3)和田大典,本間俊雄:曲線・曲面の掃引を用いた低層集合住宅の計画・設計−解の多様性を考慮したGA系解法の適用−,バイオメディカル・ファジィ・システム学会第22回年次大会講演論文集,17-20,2009.10

4)本間俊雄,野瑞憲太:解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生,日本建築学会構造系論文集,**614**,35−43,2007.4

5)C.M.Fonseca and P.J.Fleming:Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization,Formulation,Discussion and Generalization,Proceedings of 5th Imternational Conference on Genetic Algorithms(ICGA'93), 416−423,1993

6)E.Zitzler and L.Thiele:SPEA2 Improving Strength Pareto Evolutionary Algorithms,Technorogy Report103,Computer Engineering and Communication Network Lab(TIK),Swiss Federal Institute of Technorogy(ETH),Zurich,2002

7)藤井誠,小佐見友子,本間俊雄,友清貴和:模擬育種法による低層集合住宅の配置形態決定と試設計例−多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる優良解の活用−,第24回ファジイシステムシンポジウム講演論文集,480-485,2008

8)加世田朋子,小佐見友子,藤井誠,本間俊雄,友清貴和:発想支援システムを用いた低層集合住宅の配置計画・設計手法,日本建築学会研究報告九州支部,第48・3号計画系,41-44, 2009

固有振動数最大化を目的としたレベルセット法に基づくトポロジー最適化

山田崇恭[1)]，泉井一浩[2)]，西脇眞二[3)]
1)京都大学 工学研究科 航空宇宙工学専攻 博士後期課程，
日本学術振興会特別研究員，修士(工学)，
takayuki-yamada@astro.mbox.media.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学 工学研究科 機械理工学専攻，助教，博士(工学)
3) 京都大学 工学研究科 機械理工学専攻，教授，Ph. D

1 はじめに

トポロジー最適化[1)]は，構造の外形形状と形態の変更を許容した最も設計自由度の高い構造最適化手法である．この方法の基本的な考え方は，構造最適化問題を，指定した領域内における材料分布問題への置き換えにある．これにより，形状と形態の変更を可能にするが，理論的には，無限に細いリブが無限に短い間隔で並ぶ構造[2)]や，微小の空隙が至るところに散らばっているような多孔質状態をも，最適設計解として許容する．このような問題を解決するため，通常，均質化法[3)]などを用いた設計空間の緩和を行う．そして，設計空間の緩和後には，多孔質状態は，グレースケールとして表現されることになる．このような特異な構造は，数学的な解釈は可能であるものの，実際には製造不可能であるため，工学的には意味を持たない構造と言える．また，複合材料状態ではないものの，多くの部分構造と穴で構成される極めて複雑な構造を最適構造として得る場合もあり，このような複雑な最適構造も，一般的には製造が困難である場合が多い．

他方，グレースケールの問題を根本的に解決可能な方法として，レベルセット法に基づく形状最適化[4,5)]が提案されている．この方法では，レベルセット関数と呼ばれるスカラー関数の等位面により物体境界を表現し，その関数を時間発展させることにより，形状変更を表現する．上述のトポロジー最適化においては，明確な外形形状を表現できない，グレースケールを含む構造を解として許容していることに対して，レベルセット法においては明確な境界が存在する．しかしながら，現在までに提案されている方法[4,5)]は，基本的には，構造の境界変動に基づく形状最適化の考え方に基づいており，設計領域に穴が創出されるような形態変更は許容されていない．また，極めて複雑な最適構造を創成しうる問題も持つ．これに対し，著者らは，上述の問題を解決する新しい方法として，レベルセット法による形状表現を行いながら，フェーズフィールド法[6,7)]の考え方に基づき，境界移動と形態変化を可能にし，さらには，最適構造の幾何学的な複雑さを定性的に設定可能とした新しいトポロジー最適化の方法[8,9)]を提案している．本研究では，著者らが提案する方法論を固有振動数最大化問題に適用し，最適構造の幾何学的複雑さを設定可能としたトポロジー最適化の方法論を提案する．

2 定式化

2.1 レベルセット法に基づくトポロジー最適化

次式に示す，構造最適化問題について考える．

$$\inf_{\Omega} \quad F=\int_{\Omega} f(\mathbf{x})\mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

ここで，Ω は物体により占められている領域（以下，物体領域），F は目的汎関数を表す．トポロジー最適化では，物体領域の存在が許容される固定された設計領域（以下，固定設計領域）を導入することにより，上式の構造最適化問題を次式の分布問題に置き換える．

$$\inf_{\chi_\Omega} \quad F=\int_{D} f(\mathbf{x})\chi_\Omega\mathrm{d}\Omega \tag{2}$$

ここで，χ_Ω は，次式に示すように，物体領域では１空洞領域では－１をとる特性関数である．

$$\chi_\Omega(\mathbf{x})=\begin{cases}1 & \text{if } \mathbf{x}\in\Omega\\ 0 & \text{if } \mathbf{x}\in D\setminus\Omega\end{cases} \tag{3}$$

レベルセット法に基づくトポロジー最適化[8,9)]では，レベルセット関数を導入することにより，レベルセット法による形状表現を行いながら，トポロジー最適化を行う方法である．すなわち，式(2)のトポロジー最適化問題を次式への置き換えである．

$$\inf_{\phi} \quad F=\int_{D} f(\mathbf{x})\chi_\Omega(\phi)\mathrm{d}\Omega \tag{4}$$

ここで，$\phi(\boldsymbol{x})$はレベルセット関数であり，本研究では次式の定義を用いることにする．

$$\begin{cases} 1 \le \phi(\mathbf{x}) < 0 & \text{for } \forall \mathbf{x} \in \Omega \\ \phi(\mathbf{x}) = 0 & \text{for } \forall \mathbf{x} \in \partial\Omega \\ 0 \le \phi(\mathbf{x}) < -1 & \text{for } \forall \mathbf{x} \in D \setminus \Omega \end{cases} \tag{5}$$

他方，トポロジー最適化においては，表現される形状は，至る所で不連続性を許容するため，数学的には不良問題(ill-posed problem)であることが知られている．そのため，何らかの方法で最適化問題を正則化(regularization)する必要がある．従来のトポロジー最適化においては，均質化法を用いて設計空間の緩和 [1)]を行うことにより，最適化問題の正則化をする方法が用いられているが，レベルセット関数による形状表現を行う場合は，均質化法を適用することができない．この問題に対し，著者らは Tikhonov Regularization Method[10)]を用いた方法を提案している．すなわち，次式に示すように，フェーズフィールド理論に基づく，仮想的な界面エネルギーを導入し，目的汎関数を目的汎関数と界面エネルギーとの和へ置き換えることにより，最適化問題の正則化を行う方法を提案している．

$$\inf_{\phi} \quad F = \int_D f(\mathbf{x}) \chi_\Omega(\phi) \mathrm{d}\Omega + \frac{1}{2} \int_D \tau |\nabla \phi|^2 \mathrm{d}\Omega \tag{6}$$

ここで，τ は仮想的な界面エネルギーの大きさを与えるパラメータである．このパラメータは正則化の度合いを決定するだけではなく，構造の複雑度を定性的に決定するため，複雑度係数と呼ぶ．この値の設定値により，工学的に有効な最適設計解を創成することを可能としている．本研究では，式(6)の最適化問題を解くことにより，最適構造を示すレベルセット関数値を得る．詳細は文献[8,9)]を参照されたい．

2.2 固有振動数最大化問題

最低次から k 番目の固有振動数 ω_k を，固有振動モードを $\boldsymbol{u}_k$ とすると， k 番目の固有値は $\lambda_k = \omega_k^2$ となり，最低次の固有振動数最大化問題は，以下のように定式化される．

$$\inf \quad F = -\omega_1^2 = -\lambda_1 \tag{7}$$

最低次の固有振動数のみを考慮した場合，最適化が進行する過程で固有振動モードの入れ替わりが生じ，目的関数が収束しない場合があることが知られている．本研究では，この問題を回避する方法として，Ma らによって提唱されている方法 [11)]を用いることにする．この方法では，最低次近傍の固有振動数を同時に最大化することにより，モードの入れ替えが生じたとしても最低次の固有振動数の最大化を可能とする方法である．すなわち，次式に示すように，q 番目までの固有振動数まで考慮して固有振動数の最大化を図る．

$$\inf \quad F = -\left(\sum_{k=1}^{q} \frac{1}{\omega_k^2} \right)^{-1} = -\left(\sum_{k=1}^{q} \frac{1}{\lambda_k} \right)^{-1} \tag{8}$$

したがって，体積制約下で，固有振動数最大化を目的としたトポロジー最適化問題は次式で定式化される．

$$\inf_{\phi} \quad F = -\left(\sum_{k=1}^{q} \frac{1}{\lambda_k} \right)^{-1} \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \text{subject to} \quad & G(\phi) = \int_D \chi \mathrm{d}\Omega - V_{\max} \le 0 \\ & \int_D \boldsymbol{\epsilon} \qquad \boldsymbol{\epsilon} \qquad = \int_D \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{u}_k \chi \mathrm{d}\Omega \\ & \qquad\qquad \text{for} \quad \phi \in \Phi, \mathbf{u}_k \in U, \forall \mathbf{v} \in U, k = 1, \cdots \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，G は体積制約を与える制約汎関数，$V_{\max}$ は許容される体積の最大値，$\boldsymbol{\varepsilon}$はひずみテンソル，$\boldsymbol{E}$ は弾性テンソル，ρ は質量密度，Φ はレベルセット関数が許容される関数空間，U は変位関数空間である．

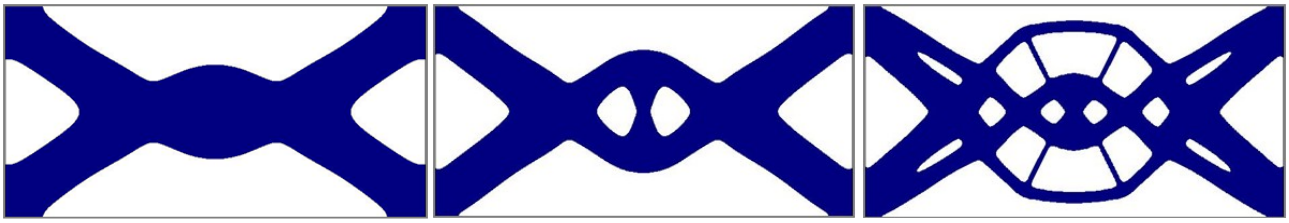
3 数値例

数値例により，本研究で提案する手法の有効性を検証する．固有値解析とレベルセット関数場の更新には， 4 節点のアイソパラメトリック四角形要素を用いた．解析モデルの材料は，等方性材料を想定し，縦弾性係数を 210GPa，ポアソン比を 0.31，質量密度を 7850kg/m^2 に設定する．固定設計領域は，図 1 に示すように，1m×0.5m の長方形領域とし，両端を固定し，さらに中央部に集中質量 100kg を設置する．

図 1　固定設計領域と境界条件

初期構造は，全領域を物体領域とする．ここでは，著者らが提案する手法の特徴である，最適構造の幾何学的複

雑度の設定に対する検討を行うために，複雑度係数を変更させて最適化を図った．図２に最適構造を示す．



(1) Case A: $\tau = 1\times10^{-4}$　(2) Case B: $\tau = 1\times10^{-5}$　(3) Case C: $\tau = 1\times10^{-6}$

図２ 最適構造

ここで，複雑度係数を Case A では，$\tau = 1\times10^{-4}$，Case B では，$\tau = 1\times10^{-5}$，Case C では，$\tau = 1\times10^{-6}$ と設定した．得られた最適構造は，いずれも，明瞭で滑らかな形状であることを確認することができる．また，複雑度係数の設定値により，最適構造の幾何学的複雑度を設定できていることを確認することができる．したがって，複雑度係数の大きさを変化せることにより，異なった複雑さを持つ最適構造が得られることがわかった．

4 結言

本研究では，レベルセット法による形状表現を用いたトポロジー最適化に基づいて，固有振動数最大化問題に対するトポロジー最適化の方法を構築した．数値例により，本研究で提案する方法論の有効性を検証した．その結果，本研究で提案する方法により，明瞭な最適構造が得られることがわかった．さらに，複雑度係数の設定により，構造の複雑さを定性的に設定可能であることもわかった．

謝辞

本研究は, 第一著者が日本学術振興会特別研究員であった期間に行われ，特別研究員奨励費の援助により行われました．ここに記して感謝いたします．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.71，No.2，pp.197-224, 1988
2) Cheng, K. T. and Olhoff, N. : An Investigation Concerning Optimal Design of Solid Elastic Plates, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.17, No.3, pp.305-323, 1980
3) Allaire, G. : *Shape Optimization by the Homogenization Method*, Springer-Verlag, 2002
4) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D. : A Level Set Method for Structural Topology Optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.192, No.12, pp.227-246, 2003
5) Allaire, G., Jouve, F. and Toader, A. : Structural Optimization Using Sensitivity Analysis and a Level-Set Method, Journal of Computational Physics, Vol. 194, No.1, pp.363-393, 2004
6) Cahn, J. W. and Hilliard, J. E. : Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy, *The Journal of Chemical Physics*, Vol.28, No.2, pp.258-267, 1958
7) Allen, S., M. and Cahn, J. W. : A Microscopic Theory for Antiphase Boundary Motion and its Application to Antiphase Domain Coarsening, *Acta Metall*, Vol.27, pp.1085-1095, 1979.
8) 山田崇恭，西脇眞二，泉井一浩，吉村允孝，竹澤晃弘，レベルセット法による形状表現を用いたフェーズフィールド法の考え方に基づくトポロジー最適化,

日本機械学会論文集(A 編), 75 巻 753 号, 2009.

9) Yamada, T., Izui, K., Nishiwaki, S., Takezawa, A. : A Topology Optimization Method Based on the Level Set Method Incorporating A Fictitious Interface Energy, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, submitted.

10) Tikhonov, A. N. and Aesemin, V. Y. : Solutions of Ill-Posed Problems, Winston and Sons, Washington, D.C., 1997.

11) Ma, Z. D. and Kikuchi, N. : Topological Design for Vibrating Structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.121, pp.259-280, 1995

応力フィードバック機構を有する自己組織化膜構造体の形態創生

山田勇太[1)]，小野聡子[2)]，松野哲也[3)]
1)有明工業高等専門学校 生産情報システム工学専攻，専攻科学生，準学士(工学)
2)有明工業高等専門学校　建築学科，准教授，博士(工学)
3)有明工業高等専門学校　電子情報工学科，准教授，博士(工学)

1 はじめに

1.1 背景

形態創生という考え方に基づく設計方法が存在する．これは，構造設計を最適化問題として捉え，取り決めた何らかの評価関数を最適にするような解の発見を試みる手法である[1),2),3)]．

本研究では生物の細胞の動きに着目し，新たな形態創生アルゴリズムを提案する．生物の発生過程は１つの細胞から始まり，細胞分裂を伴った成長過程で，その生物個体の形は置かれた環境に応じて適切に変化する．これは生物の内部に周りの環境に対応できるように何らかの評価関数が存在し，周りの環境を自身にフィードバックすることで最適化しているからである[3),4)]．本研究では，この様々な生物的アルゴリズムを建築物の形態創生に取り入れようと考えた．

ここでは上記のような細胞の自己組織化現象を次のように考えた．すなわち各細胞は自分及び自分の周りの細胞の状況に基づいた局所的なルールのもとで最終的には細胞集団として大域的構造を形成する．また，この自己組織化現象は２種類のメカニズムによって現れると考えた．１つはチューリングモデルと呼ばれる数理モデル[6)]に基づくもので，これは化学反応系の様々な時空間秩序構造を表現することができる．もう１つは応力フィードバック機構であり，これは力学的に適切な構造体の形態創生にとって重要な役割を演じる．

1.2 目的

形態創生の新たな手法として「応力フィードバック機構を有する自己組織化膜構造体の形態創生」を提案し確立させること，もしくは足がかりを作ることを本研究の目的とする．そのために応力フィードバック機構，チューリングパターン(化学的自己組織化現象)を取り入れること，単一の細胞が増殖・消滅を繰り返し膜構造体を形成することが重要項目となる．

2 手法

2.1 スプリングネットワーク

細胞同士が繋がった系をスプリングネットワークモデルにより疑似的に表現することを試みた．スプリングネットワークモデルとは，質量をもった粒子がバネにより繋がっているという構造を有する力学的ネットワークで，仮に粒子を生物の細胞だとするならば，その細胞同士の力学的結合はバネによって単純化されて表現されていると考えることができる．この粒子の動きはニュートンの運動方程式により記述されている．スプリングネットワークのｉ番目の粒子の運動方程式は次の通りである．

$$m\frac{d^2r_i}{dt^2} = -C_0\frac{dr_i}{dt} + k_0\sum_{j\in A_i}(|r_j - r_i| - L_0)\frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|} \qquad (1)$$

ここで r_i はｉ番目の粒子の位置ベクトル，ｍは粒子の質量，C_0 は減衰係数，k_0 はバネ定数，L_0 はバネの自然長，A_i はｉ番目の粒子に接続している粒子のインデックスの集合を表す．この集合は粒子の増殖や消滅にともなって動的に変化する．

また，各粒子は自律的オブジェクトとして位置，速度，柱化(柱状態に分化)しているか，など様々な状態を記憶している．粒子オブジェクト１つ１つが自分の今の状況を把握し，次への状態の変化を自分で判断する．そのとき常に三角形の接続構造をつくりながら，力学的構造体を形成していくようにプログラムされている．

2.2 チューリングパターン

アラン・チューリングは次のような化学反応モデルを提案した[6)]．細胞内のある化学反応に関係する二種類の化学物質(A，B)があるする．ひとつは積極的に何かを作ろうとする物質（活性因子 A）で，もうひとつはそれを抑えようとする物質（抑制因子 B）である．ある細胞の中で，この二つの物質因子の間には次のような相互作用があるとする．

・物質 A，B は隣接した粒子へ拡散する．
・各々の細胞では化学反応が進行している．

・活性因子 A は自己を増加させる.
・活性因子 A は抑制因子 B を作り出す.
・抑制因子 B は活性因子 A の増加を抑える.
・抑制因子 B の拡散速度は活性因子 A より大きい

初期条件として，ある場所で活性因子 A が多かったとする．すると自己触媒反応により A が増加する．すると抑制因子 B も増加するが， B の方の拡散が速いので，A の増加は継続する．その周囲には増加した B が流れ込むので A の増殖は抑え込まれる．このような作用により，チューリングパターンと呼ばれる時空間秩序構造は形成される．チューリングは，2 つの物質（A, B)の化学反応の様子を以下の数学モデルで表現した.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Du\Delta u + f(u,v) \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = Dv\Delta v + f(u,v) \tag{3}$$

ここで，u は活性因子 A の濃度，v は抑制因子 B の濃度,Δはネットワーク上で定義された離散的ラプラシアン, D_u，D_vはそれぞれ，活性因子 A および抑制因子 B の拡散係数である．ここでは反応項 f(u,v)，g(u,v)としてフィッツフ-南雲型と呼ばれるモデルに基づく関数形を採用した[6]．その式を式(4)，(5)に示す．ε, γは化学反応に関するパラメータ（正定数）である.

$$f(u,v) = u(1-u)(1+u) - v \tag{4}$$

$$g(u,v) = \varepsilon(u - \gamma v) \tag{5}$$

この反応拡散系を，スプリングネットワークで繋がれた粒子上で時間展開させ各粒子はある濃度の活性因子・抑制因子を持つようにした．今回特に活性因子の濃度に注目し，その濃度を各粒子に反映させることにした.

2.3 柱形成

チューリングパターンにより各粒子にはある濃度の活性因子・抑制因子を持っている．活性因子がある閾値よりも高い濃度を示す粒子を柱化させた．すなわち，細胞を分化させ柱状の形態にした．柱の高さは活性因子の濃度に比例して高くなるようにプログラムした．これにより細胞内の化学的自己組織化現象(チューリングパターン)を形態創生プロセスに組み込んだ.

2.4 応力フィードバック

化学的自己組織化現象を形態創生プロセスに組み込んだだけでは建築物の構造体としての最適化はなされておらず形態創生としては不適切である．ここでは化学的自己組織化現象に力学的(応力)フィードバックを適切に組み合わせることで実際的な構造体を実現することを試みた.

各粒子オブジェクトには粒子間のバネの伸び(式(6))をリアルタイムでフィードバックされている．式(6)が設定した閾値以上になった場合，高いほうの粒子の成長を抑制し，さらに低い粒子の成長を活性化することで差を小さくするようにした.

また応力に応じた色を付けてシミュレーション中に表示することによりパラメータ調整作業を容易にした．バネの色は式(6)により色分けをしているが，粒子の色は繋がっているバネの基本長からの差の絶対値の合計(式(7))により色分けを行っている．これは伸びすぎたバネと縮みすぎたバネが存在する場合に合計した際に打ち消しあって表示されることを防ぐためである．式(6)，(7)の変数やパラメータの意味は式(1)のときと同様である。

$$|rj - rc| - Lo \tag{6}$$

$$\sum_{j \in Ai} |\,|rj - rc| - Lo\,| \tag{7}$$

2.5 穴あき型の粒子消滅

細胞は分裂を繰り返すことにより 1 枚のシート状になる[4]．そして 2.3 で述べたように活性因子の高い粒子が柱化する．このとき活性因子の少ない粒子が多い場所は支えとなる柱が存在せず，その粒子の重みにより柱近辺の負荷が大きくなると考えた．そこで力学的フィードバックの 1 つとして，設定した閾値以下の細胞が存在した場合，繋がっている細胞を調べ，すべて閾値以下だった場合に穴あき消滅を行った．穴あき型の粒子消滅は消滅決定粒子がリンクしていた粒子とのリンク情報を全て破棄することで実現した.

3 結果

図 1 に示すように，六角形状のシートが柱により持ち上げられた状態がシミュレートの初期状態である．活性因子と抑制因子の濃度はほぼ均一な分布となっているため，どの粒子も同じ色となっている． 各パラメータは以下の通りである.

(粒子質量 m：1.0[kg]，減衰係数 C_0：1.0，バネ定数 k_0：5.0，バネの自然長 L_0：10[m]，拡散系数 Du：0.1，Dv：1.0，化学反応パラメータ ε： 1.0， γ：2.0)

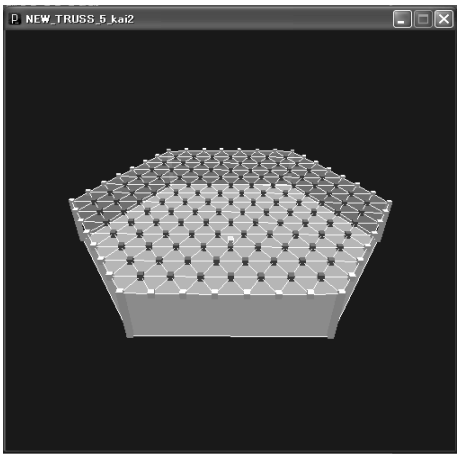


図１　シミュレーションの初期状態

シートは重力により沈んでいく．反応拡散が進むにつれ活性因子の濃度差が表れ始め閾値を超えた粒子が柱化していく．さらに活性因子が少ない粒子で穴あき条件を満たした場所には穴あき消滅が行われはじめる．最終的な結果の例を図２に示す.

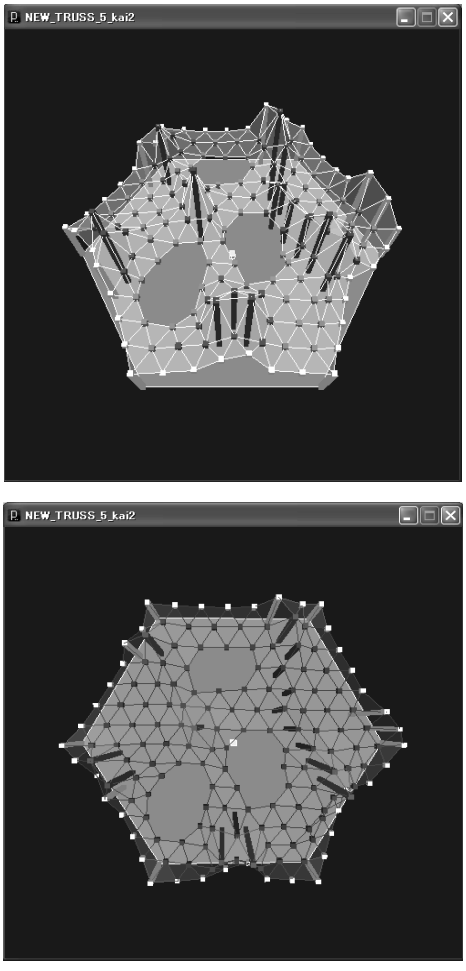


図２　シミュレーション最終結果
（下図は応力を可視化するため色付けを行ったもの）

4　考察

4.1　応力フィードバックの検証

応力フィードバックの効果を検証するために，応力フィードバック有，応力フィードバック無の２つの状態での応力分布を求めグラフ化した. その結果例を図3～図6に示す．(応力フィードバックの閾値：1.55[m]).

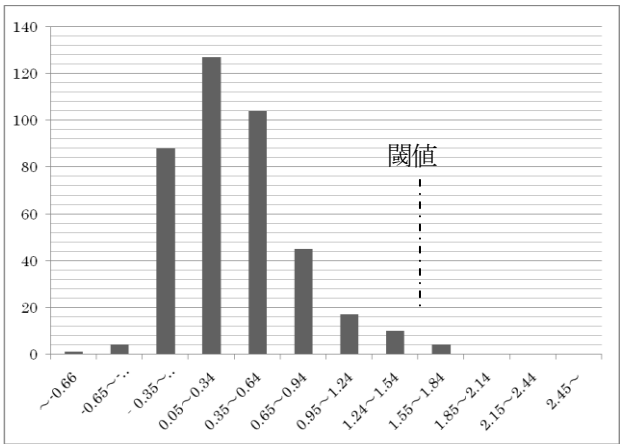


図３　応力フィードバック有のバネの伸びの分布
（縦軸：バネの本数，横軸：バネの伸び[m]）

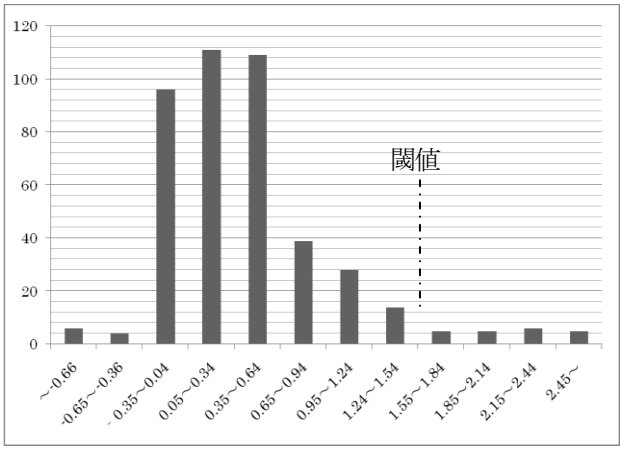


図４　応力フィードバック無のバネの伸びの分布
（縦軸：バネの本数，横軸：バネの伸び[m]）

以上の結果より有パターンと無パターンを比較すると，有パターンの図3では，閾値1.55以上の値は存在するが閾値を大きく上回る値は存在せず，個数も比較的に少ない．無パターンの図4は閾値以上の値が21個と多く，最大値も7.78と大きい値が検出されている．　応力フィードバックをかけることによって閾値を超える値は少なくなり，最大値も小さくなることが分かる．　以上のことから応力フィードバックの効果は確認された.

表1　フィードバック有無の比較

	フィードバックの有無	1.55 以上の伸びの個数	MAX[m]
図 3	有	4	1.65
図 4	無	21	7.78

4.2　応力フィードバックの検証

図 5 に穴あき型の粒子消滅を行っていない(応力フィードバックは有)結果例を示す. 穴あき型の消滅がない場合，活性因子の少ない粒子が多い場所は支えとなる柱が近くに存在せず下がってしまい柱付近の負荷が大きくなると考えた．また建築物の視点から考えて，天井が低くなりすぎる可能性があると考えた. 実際に閾値 1.55 以上の値が穴あき型の粒子消滅有の場合(図 3)よりも多くなっている. 最大値も 2.17 と比較的に大きい結果となった. 以上のことから，穴あき型の粒子消滅の効果は確認された.

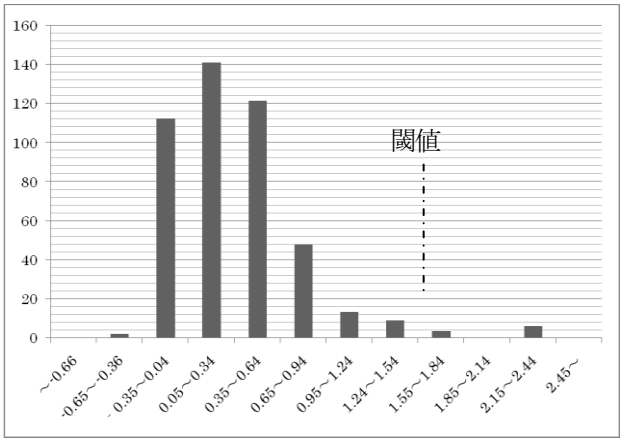


図 5　穴あき型の粒子消滅無の応力分布
(縦軸：バネの本数，横軸：バネの伸び[m])

4.3　問題点

現段階では粒子がシート状に分裂したと仮定し，その状態(現段階での初期状態)からシミュレーションをスタートさせている．これは分裂のアルゴリズムに問題が生じたためである．単一，もしくは少数の粒子から分裂を行おうとした場合，無駄な重なりが発生してしまう．よって今回は分裂アルゴリズムを適切な形の構造体を形成するようには組み込むことができなかった.

応力フィードバックにも問題点があった. 閾値 1.55 としているのだが，図 3，図 5 をみても分かるように 1.55 以上の値が検出された．最終的には閾値以上の値は 0 個になるようなフィードバックのパラメータ設定，アルゴリズムの改良を行う必要がある.

重力にも問題がある．現在は各粒子の重さを MKS 単位系で考え 1 [Kg]としている．この場合，各粒子に加わる重力は mg となり 9.8[N]となる．しかしながら現在のプログラムでは重力は約6分の 1 の 1.6[N]で行っている. 9.8[N]で行うと柱だけではすべての粒子を持ち上げることができずにほとんどの粒子が地面に接触してしまう. 最終的には 9.8[N]でシミュレーションできるようにパラメータの調整，アルゴリズムの改良を行う必要がある.

4.4　今後の課題

まず 4.3 の問題点の解決が一番の今後の課題である. さらに重力以外の外部環境(風，光 etc)をアルゴリズムに組み込むこと，柱だけではなく梁や壁にも粒子が分化することなどを考えている．このように現実世界に近い状態でのシミュレーションを行っていく予定である.

参考文献

1) フライ・オットー : 自然な構造体, 鹿島出版会, 1986
2) 佐々木睦朗 : FLUX STRUCTURE, TOTO 出版, 2005
3) 三井和男，大森博司，本間俊雄，大崎純，田川浩 : 発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム(計算工学システム)，コロナ社，2004
4) 本多久夫 : シートからの身体づくり，中央公論社, 1991
5) 都甲潔，江崎秀，林健司 : 自己組織化とは何か，講談社，1999
6) 西浦康政 : 自己複製と自己崩壊のパターンダイナミクス，岩波書店，2003

構造最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究 -偏心K型ブレースへの応用-

石田 高義[1)]，小玉 真一[2)]，大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，ishida@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，kodama@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
3)名古屋大学大学院環境学研究科，教授，博士(工学)，hero@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

1 序

建築物には，外的条件から身を守る安全性，快適な居住性，恒久的な強さ，美観などが要求される。建築構造設計とは，経済性や機能性，安全性，施工性，美観，あるいはその土地の風土や歴史，文化，地域環境や地球環境への配慮など多岐にわたる条件に対し，力学，材料学および施工に関する知識などをもとに，その建築物の骨格を形成する構造物の形状および寸法を決定する行為である。構造設計者は，このような設計行為の中で経験や知識，そして構造解析などを用いることで応力状態や構造性能を明らかにし，建築デザインと構造の整合性を調整，施工段階での不確定要素の考慮，基準や法規，あるいは指針を参考にしながら，構造に要求される性能に関して多くの判断を下し，許容できる設計解を見出さなければならない。

構造設計の過程の一部は一つの最適化過程とみなすことができ，数理計画法の理論を適用することによって数学的に定式化できる。吉富ら[1]は，二段階緩和法を用い，連続関数の最適解を得た後に離散的に構成される規格断面を近似解とする手法を提案している。澤田ら[2]は，重量制限を課した遺伝アルゴリズムを用いることによって単純GAよりも正解率，求解速度が改善されると報告している。高田ら[3]は，トラス構造物や剛接骨組構造物の弾性設計を多目的最適化問題として取扱い，多目的遺伝的アルゴリズムを適用することでPareto最適解集合から部材全重量と最大応力および最大節点変位におけるトレードオフ関係を示した。また，Liu ら[4]は鋼構造物に対してライフサイクルコストと耐力を目的関数とした多目的最適化を行い，設計の過程においてPareto解を提示することにより，意思決定に寄与することのできる手法を提案している。

このように離散変数を取り扱う問題に対して，遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm，GA)は有効で，さらに多目的遺伝的アルゴリズム(Multi-Obejective Genetic Algorithm，MOGA)によれば，構造設計のような多様な要求事項を同時に考慮すべき問題がある場合に対して，Pareto最適解集合を設計者へ提案可能となり，設計者はそれらの中から自らの選好によって解の選定を行う設計のプロポーザルとして用いることができる。

筆者ら[5]はこのような考え方に基づいて鉄骨ラーメン構造や X ブレース構造の設計に対してこうした手法を適用できることを示している。そこでブレースの配置を変化させ，効果的に変形量を減少させることや耐力を向上させることによって，構造物の性能を向上させることができる。高田ら[6,7]は壁配置について，立体的な配置計画問題を対象とし，分枝限定法を適用した効率的な解探索手法を提案している。

本論文は論文5)及び8)で示した純ラーメン鋼構造物や X ブレース構造物に対する設計支援の方法を K 型偏心ブレース混合構造物に拡張した方法[13] を鋼構造物の保有耐力設計法へ拡張した方法について記述する。保有耐力設計は許容応力度等設計のような弾性応答解析のみならず，構造物の弾塑性性状をモデル化した上で，このモデルに設定された水平荷重を用いた比例載下による漸増荷重を加えた解析により算出し，定量化された必要保有水平耐力を確保する設計である。

本論文では，実務設計で普及して利用され，汎用性の高い弾塑性モデルとして，復元力特性には完全弾塑性モデルを用い，Fenves[9]らの部材断面の組み合わせ応力による全塑性相間曲線を考慮した一般化塑性ヒンジ法の採用により，弾塑性解析を行う。ここで，提案する手法は鋼構造設計ルートのうち，いわゆる「ルート3」に対応する計算手順を採用する際の設計支援法の提案となり，弾塑性解析と進化計算の繰り返し演算による解析法である。

2 解析手法

2.1 多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化とは，複数の評価基準を同時に考慮しながら制約条件を満足する解を探索する操作であり，そこでは非劣解 (ある評価値を改善するためには，少なくとも他の 1 つの評価値を改悪せざるを得ないような解) の集合である Pareto 最適解集合を求めることが目的となる。多目的遺伝的アルゴリズムは，遺伝的アルゴリズムを用いて，解の優越関係に基づいて選択演算を行い，近似Pareto最適解を求める発見的解法である。この方法はによれば1 度の探索で多数の解が得られるため，設計者は明示的に与えられた設計条件を満足する多数の設計解の存在を確認することができる。本研究では多目的遺伝的アルゴリズムの解法として，Zitzler ら[10]による，Pareto 最適解集合の探索性能が特に優れているSPEA2(Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2) を採用している。

2.2 多目的最適化問題の定式化

多目的最適化問題の定式化を行うにあたり，構造物の鋼材コストと各層，各方向の保有水平耐力を必要保有水平耐力で除した保有水平耐力比の最小値の逆数を目的関数として，多目的最適化問題を次式で与える。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{C(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{\displaystyle\prod_j \gamma_j} \\ f_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \dfrac{1}{\displaystyle\min_k \left(\frac{Q_u^{(k)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{Q_{un}^{(k)}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}\right) \prod_j \gamma_j} \end{cases} \tag{1}$$

C : 構造物の鋼材コスト
$Q_u^{(k)}$: k層の保有水平耐力
$Q_{un}^{(k)}$: k層の必要保有水平耐力
$\boldsymbol{x}$: 断面形状(詳細は3.2節に記す)
$\boldsymbol{y}$: 部材配置(詳細は3.2節に記す)
γ_j : 制約条件jに対するペナルティ関数

2.3 ペナルティ関数

最適化を行う際の制約条件には，設計変数の自由度を制約し，設計空間における変数の動きうる範囲を決める側面制約条件と，ある設計変数によって得られる応答値に対して制約を行う挙動制約条件がある。コスト最小化問題等の最適設計には，挙動制約を行うことで設計者が望ましい解を得るという研究が多く，これは設計変数の組合せに対して，応答が非線形であることに起因する。本研究においても制約条件を複数設定し，設計者の要求を満足する設計解の提案を行う。制約条件の扱い方には，ペナルティ関数を用いて，遺伝的アルゴリズムにおけるある情報体を持つ個体が設計者の要求性能を満たしていない場合に適合度に罰則を与える方法がよく用いられる。これは適合度を直接低減あるいは増大させることによって，望ましくない個体を淘汰することを目的としたものである。ペナルティの与え方は設計者が任意に決定することができ，また様々な方法が存在する。本研究では，それらの方法のうち各制約条件に対して独立した関数を設けそれぞれ制限値を越えた割合だけ適合度を低減あるいは増大させるという方法を用いる。しかし，制約条件を設けることによって，解探索の性能が下がり，収束に多くの計算回数を要するようになる可能性があることに注意しなければならない。

ペナルティ関数γ_uは次式で表せる。

$$\gamma_u = \begin{cases} \dfrac{u_{\lim}}{u} & \text{if} \quad u > u_{\lim} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{2}$$

ここで，

u : 応答値 ($u \geq 0$)
$u_{\lim}$: 制限値

本研究における最適化計算で用いる制約条件を表 1に示す。

表 1 制約条件

応力	許容応力度以下
層間変形角(C$_0$=0.2 時)	1/200 以下
たわみ	スパンの 1/250 以下
保有水平耐力	必要保有水平耐力以上

3 数値解析例

3.1 計算モデル

対象とする構造物は図 1 に示す 1 × 3 スパン，3 層の鋼構造の事務所ビルである。長期荷重および短期荷重を設定し，短期荷重には地震荷重を想定する。地震荷重は，一次設計では，C_0=0.2 とし，二次設計では，C_0=1.0 とした A_i 分布に基づく地震力を各層の重心位置に X 方向または Y 方向へ作用させるものとする。なお，下端は完全固定の境界条件とする*。

*脚部の接合条件は構造物の性能に影響を及ぼすことが考えられる。 これについては別の機会に報告する予定である。

構造特性係数(Ds)については，部材種別とメカニズム時の応力状態を考慮した設定が必要であるが，種別の異なる柱及び梁が接合されている場合における柱の種別を当該柱及び梁の接合部において接合される部材の種別に応じて修正することにより，建築基準法施行令 第82条の3 第二号の規定[11] に基づき算出した。

ブレースの座屈後耐力の低下については，中心圧縮材の変位 (50mm) における座屈後安定耐力を用いて座屈とみなし増分解析を行う。ただし，終局限界状態設計[12] における曲げ座屈限界耐力を設計耐力とした場合と崩壊機構が異なる場合は例外としてペナルティを課している。

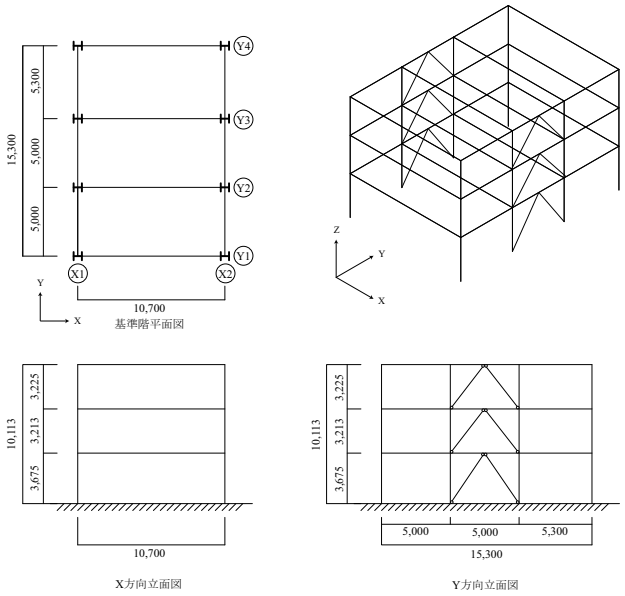


図1　計算モデル

表 2　設計概要

用途	事務所ビル	
建物形状	X 方向	1 スパン
	Y 方向	3 スパン
	階数	3 階
構造形式	ブレース混合構造	高さ 9.6m
鋼材		
柱	H 形鋼 (広幅)	SS400
梁	H 形鋼 (細幅)	SS400
ブレース	山形鋼	SS400
地域係数	Z	1.0
振動特性係数	R_t	1.0
標準層せん断力係数	C_0	0.2

3.2　設計変数

図 2に示すように各階，各層ごとに柱を 2 種，X 方向梁を 2 種，Y 方向梁を 1 種，ブレースを 1 種としてグループ化し，構造物全体で 18 種類のグループ化を行う。柱については広幅 H 形鋼 21 種類の中から，梁については細幅 H 形鋼 22 種類の中から，ブレースについては山形鋼 20 種類の中から選択を行う。

また，ブレースの配置は図 3 に示すように Y 構面の各層の中央スパンに配置し連層配置とする，ブレースは K 型偏心ブレースのみを用いることとする。本研究ではブレースの降伏及び座屈荷重を終局限界状態設計[12] における曲げ座屈限界耐力を設計耐力とする。ただし，十分な幅厚比を有する部材を選択可能部材とすることで局部座屈は生じないものとする。部材断面と偏心 K 型ブレースの偏心量の染色体により，遺伝的アルゴリズムの計算を行う。

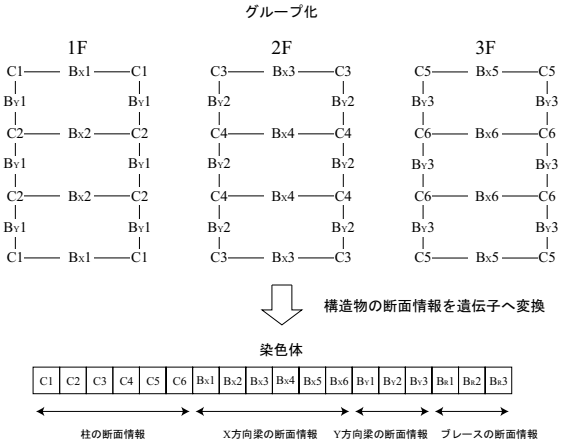


図2　グループ化と染色体

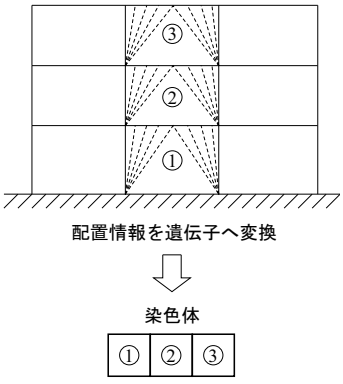


図3　偏心 K 型ブレースの偏心量と染色体

表 3　設計変数の範囲

グループ	部材番号
C1 ∼ C6	67 ∼ 87
$B_X1 \sim B_X6$	4 ∼ 25
$B_Y1 \sim B_Y3$	4 ∼ 25
$B_R1 \sim B_R3$	250 ∼ 270

3.3　保有耐力設計における多目的最適設計

本節では，経済性および構造物の終局耐力を同時に考慮し，かつ保有耐力設計の規定および実務的な設計

方法を満足することを目標とした多目的最適設計を行う。最適化パラメータは表 4と同様である。制約条件を表 5に示す。

表 4　最適化パラメータ

設計変数	33
個体数	50
アーカイブ数	50
世代数	1000
交叉率	0.8
突然変異率	0.19

表 5　制約条件

応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
たわみスパン比	1/250 以下
保有水平耐力比	1.0 以上

最適化計算によって得られた Pareto 解集合の鋼材コストおよび最小保有水平耐力比を表 6，表 7に示し，Pareto解集合の分布形状を図 4に示す。

表 6　解析結果 (鋼材コスト)

Max Cost (Yen)	Average Cost (Yen)	Min Cost (Yen)
2,000,230	1,638,182	1,467,910

表 7　解析結果 (保有水平耐力比)

Max Safety	Average Safety	Min Safety
2.059	1.438	1.002

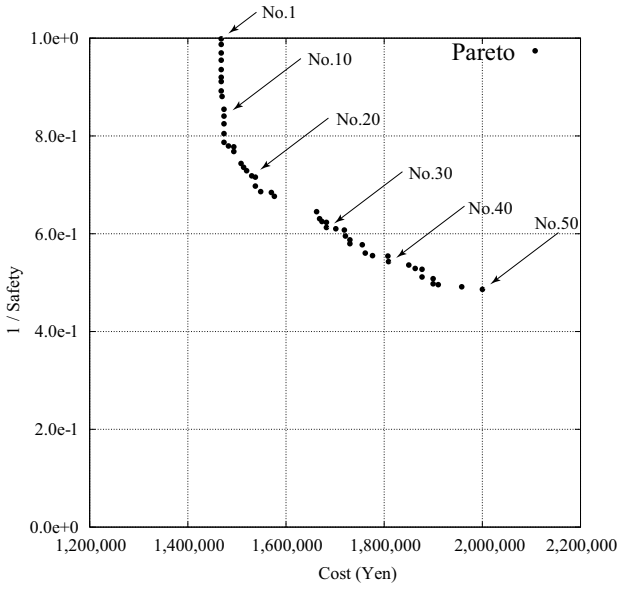


図4　Pareto 解集合

解析によって得られた Pareto 解集合を図4に示す。また，各方向における 1 階の保有水平耐力の比較を図5, 図6に示す。これらの図と図4との比較より，各方向の保有水平耐力が鋼材価格の上昇にともなって増大していることが確認できる。ここで，安全率の逆数 (1 / Safety)が 0.8 ～ 1.0 ではわずかな鋼材価格の変化に対して安全率の逆数が大きく変化している。これは偏心 K 型ブレースの偏心量のみが変化することによってわずかな鋼材価格の変化で構造性能が変化するためである。本手法により得られた Pareto 解集合に含まれる図4の No.1～No.50 として示す 6 つの設計解について考察を行う。ベースシアー係数 $C_0 = 1.0$ とした地震力の弾塑性解析終了時における両方向の塑性ヒンジ状態と部材寸法の模式図を図7 ～ 図12 に示し，ヒンジの中に示される数字はヒンジ発生順序を示している。さらに，弾塑性変形状態を図13，図14に示す。各図において Cost と示したのは鋼材価格，BaseShear と示したのは終局時のベースシアーを示し，破線は骨組の変形前の状態を，実線は変形状態を拡大して示している。X 方向加力時は 6 つ全てを 20 倍に拡大しており，Y 方向加力時は No.20 のみ変形が大きいため 5 倍としている。また，図中の黒点はそれぞれの方向の塑性ヒンジを表している。弾塑性変形状態を見ると，塑性ヒンジの発生箇所や変形状態はそれぞれ異なっている。これは部材断面と偏心 K 型ブレースの偏心量が変化することで，塑性ヒンジの発生順序が変化することによる。

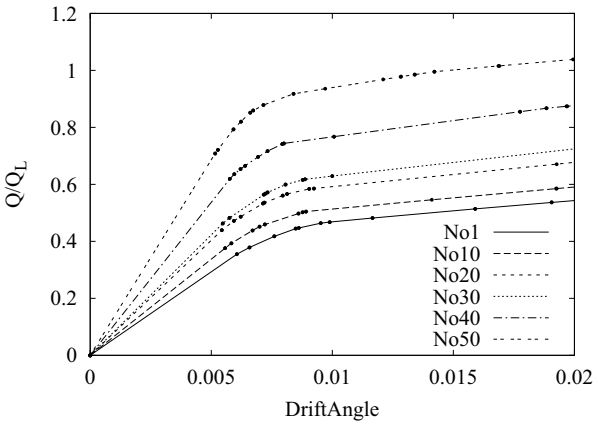


図5　Pareto 解の荷重変位曲線 (X 方向 1st Floor)

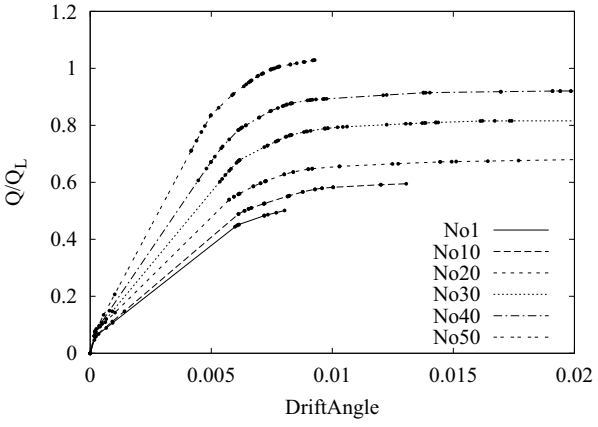


図6　Pareto 解の荷重変位曲線 (Y 方向 1st Floor)

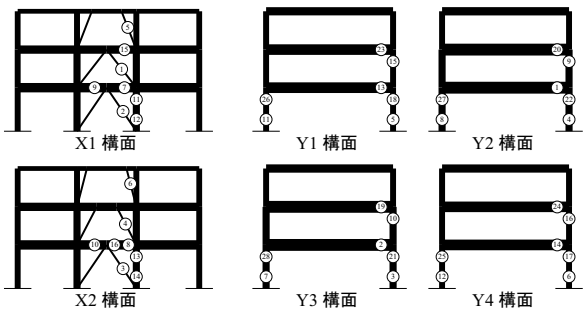


図7　塑性化順序と部材寸法の模式図（No.1）

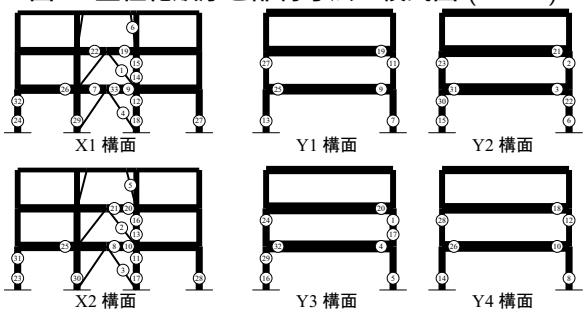


図8　塑性化順序と部材寸法の模式図（No.10）

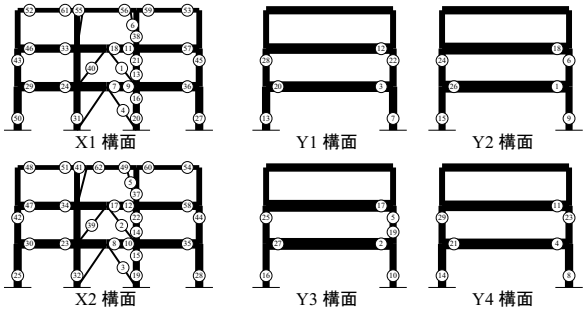


図9　塑性化順序と部材寸法の模式図（No.20）

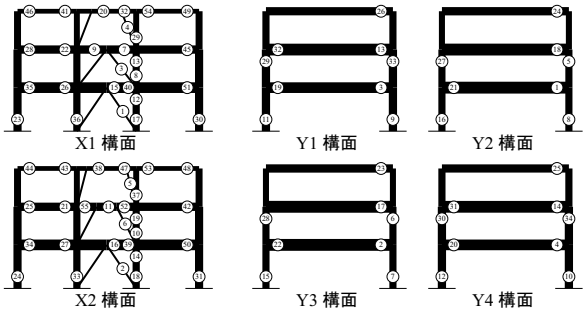


図10　塑性化順序と部材寸法の模式図（No.30）

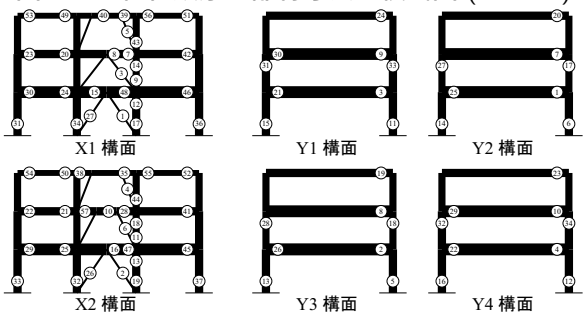


図11　塑性化順序と部材寸法の模式図（No.40）

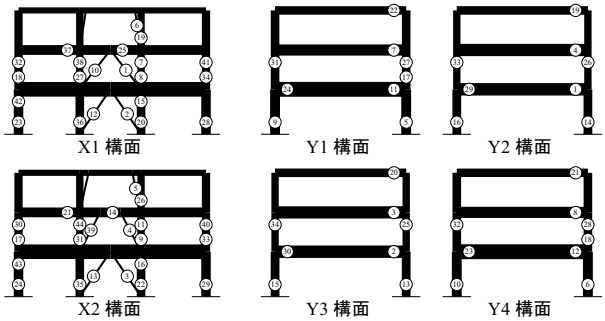


図12　塑性化順序と部材寸法の模式図（No.50）

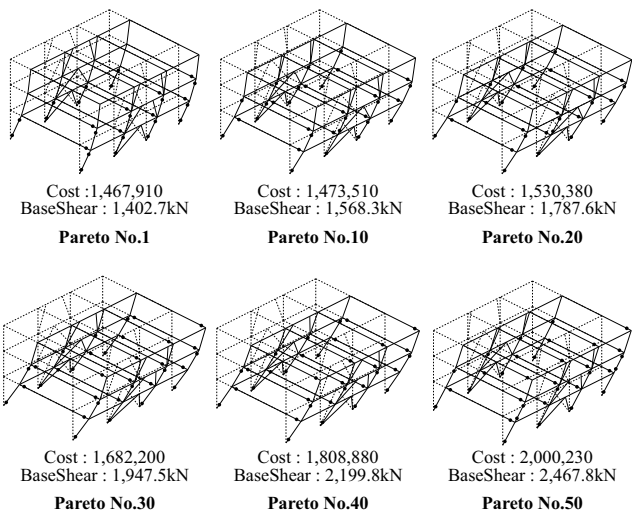


図13　変位，塑性性状（X 方向）

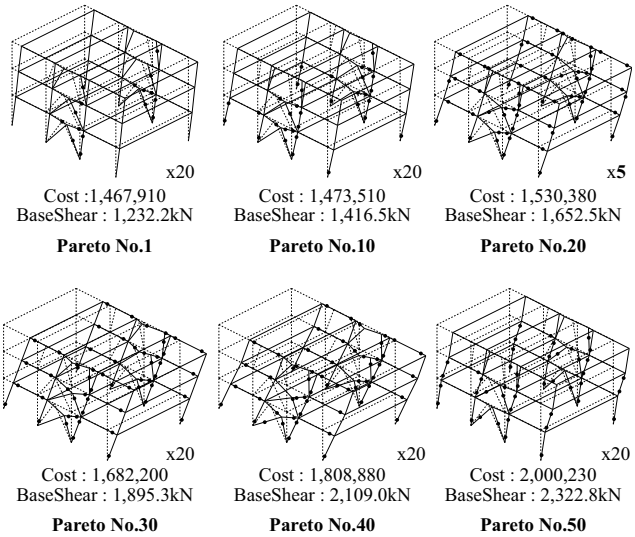


図14　変位，塑性性状（Y 方向）

図7，図8 より No.1, No.10 の解は最終崩壊形が局部崩壊形となっている。一方で，図9，図10，図11 より No.20, No.30, No.40 の解は全体崩壊形となっている。図12より No.50 の解においては，2 階の梁が柱に比べて剛な部材となっており，引張ブレースを全て降伏させた上層崩壊となっている。このことは，図14の荷重変形関係からも No20, No.30, No40 のブレース構面は十分な変形性能を有したブレース構面であると考えられる。

以上のように弾塑性解析と進化計算の繰り返し演算によって多目的最適化を偏心 K 型ブレースに適用することができることが示された。また，その結果実用的と思われる解を含む多様な解が得られることが確認された。

4 結語

本報では保有耐力設計法について偏心 K 型ブレースを有する構造物を対象として，構造安全性と鋼材コストで代表される経済性を勘案した多目的最適化法の利用による，実用的な設計支援の方法を提案した。

ただし，構造設計法は無数存在し，構造計算のモデル化から計算条件，断面算定等に至るまで設計者の思想，判断が重要であり，本論文で述べた一連の構造計算，進化計算は設計者，構造設計の全てを代替することを可能とするツールではなく，本来人のすべき設計上のアイディアや工夫の創出に十分な時間を費やし，計算機の利用により肩代わりできる部分についてはこれを代替することを目指したもので，合理的で効率的な構造設計を支援するツールとなり得る。

今後，こうした手法等により構造設計者の創造的な構造計画，構造設計が行われるような環境を整えて良質な建築資産を個人および社会に供することが望ましいと考える。

参考文献

1）吉富信太，山川誠，上谷宏二．二段階緩和法に基づく鋼構造骨組の最適離散断面選択法．日本建築学会構造系論文集，No.586, pp. 95-100, 2004.

2）澤田樹一郎，松尾彰．重量制限を課した遺伝アルゴリズムによる鋼構造建築ラーメン骨組の最小重量設計．日本建築学会構造系論文集，No.600, pp. 89-96, 2006.

3）高田豊文，松嶋圭吾，服部勇．骨組構造物の弾性設計に対する多目的遺伝的アルゴリズムの応用 (その1～その3). 日本建築学会大会講演梗概集，構造 I , pp. 273-278, 2003.

4）M. Liu, S. Burns, and Y. Wen. Optimal Seismic Design of Steel Frame Buildings Based on Life Cycle Cost Considerations. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 32, pp. 1313-1332, 2003.

5）大森博司，田村尚土，伊藤智幸. 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案. 日本建築学会構造工学論文集，Vol. 54, pp.251-258, 2008

6）高田豊文，小浜芳朗，宮村篤典. 非連層配置を含む壁配置計画の最適化手法に関する研究. 日本建築学会構造工学論文集, Vol. 47B, pp.25-30，2001.3

7）高田豊文, 小浜芳朗，宮村篤典. 多層 RC 立体架構に対する連層耐震壁の最適配置に関する考察. 日本建築学会構造系論文集, No.522, pp.93-98, 1999.8

8）大森博司，田村尚土，伊藤智幸. 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案-ブレース配置最適化問題への適用-. 日本建築学会構造工学論文集，Vol. 55, pp.239-246, 2009

9）G.A.Morris and S.J.Fenves. Elastic-Plastic Anallysis of Frameworks. Proc. of ASCE, Journal of Structural Division, Vol.96, No.ST5, pp.931-946, 1970.5

10）E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), 2001.

11）国土交通省住宅局建築指導課監修. 2007年版 建築物の構造関係技術基準解説書. 全国官報販売協同組合，2007.8

12）日本建築学会. SI単位版 鋼構造限界状態設計指針・同解説. 日本建築学会, 1998.10

13）大森博司，石田高義，小玉真一．多目的最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究 その５．偏心 K 型ブレース混合構造の最適設計. 日本建築学会大会講演梗概集，構造 I , pp. 329-330, 2009.

トラス･トポロジー最適化手法を用いて設計された木製面格子壁の水平加力実験

高田豊文 [1)]，中西智也 [2)]
1) 滋賀県立大学環境科学部環境建築デザイン学科，准教授，博士(工学)，takada@ses.usp.ac.jp
2) 滋賀県立大学大学院環境科環境計画学専攻，大学院生

1 はじめに

グランドストラクチャ法に基づくトラス・トポロジー最適化問題は，応力・変位制約条件下の最小重量設計問題や，体積制約下のコンプライアンス最小化問題として定式化されることが多い[1)]. 分枝限定法を適用した解法[2)]，遺伝的アルゴリズム（GA）を適用した手法[3,4)]，数理計画法による解法[5,6)] などが報告されている．トラス・トポロジー最適化を多目的最適化問題として取り扱うこともあり，多目的GA[7)]，免疫アルゴリズム[8)] などを適用した方法も報告されている．これまで筆者らも，トラス・トポロジー最適化問題を，部材総体積とコンプライアンスを目的関数とした多目的最適化問題として取り扱っている．文献[9,10)] では，この多目的設計問題を等価な線形計画問題に置換し，線形計画法（シンプレックス法）によってパレート最適なトラス・トポロジーを得ている．

このように，構造最適化に関する理論的研究の成果が国内外で数多く発表されているが，実際の建築・構造設計に最適化技術が用いられた例はわずかである. しかし，近年,「構造形態創生」の名でいくつかの実際の建築設計に適用され始めている[11)]．また，建物全体の設計ではなく，部分的あるいは部材の性能向上に構造形態創生手法の応用を目指した研究もある[12,13)]. 本研究では，木造住宅の耐震改修に用いる耐震要素（耐力壁）として木製面格子壁に着目し, トラス･トポロジー最適化手法によって，力学的に優れた面格子形状の創生を試みる.

木造住宅の耐震改修では，面材耐力壁の増設が最も一般的であるが，面材壁の増設は機能空間上の障害となる場合も多い．そのため，デザイン・通風・採光に優れた面格子壁を耐力要素として用いる試みが始められている．本研究では，面格子壁の自由なデザインの可能性を探るため，最適化手法を援用して面格子壁を設計・製作し，その力学性能を水平加力試験によって検証する.

2 トラス・トポロジーの多目的最適化

2.1 問題の定式化と解法

本研究では，トラス・トポロジー最適化問題を，部材総体積VとコンプライアンスCの最小化を目標とした多目的最適化問題として取り扱う．応力算定は弾性解析に従うものとする．この問題は，部材断面積を設計変数として次式で定式化される.

$$\min_{\boldsymbol{a}} \{C(\boldsymbol{a}), V(\boldsymbol{a})\} \quad \text{subject to } \boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0} \tag{1}$$

ここに，$\boldsymbol{a}$ は部材断面積ベクトル，$C(\boldsymbol{a})$はコンプライアンス，$V(\boldsymbol{a})$は部材総体積，$\boldsymbol{0}$ は零ベクトルを表す．なお，本設計問題では, 部材断面積の上限は設定しない. また，荷重としての自重および部材の座屈も考慮しない.

以降では，(1)式の多目的最適化問題が線形計画問題に帰着されることを示すが, 詳細は文献[9)] を参照されたい.

トラス構造物の釣合条件，適合条件，フックの法則および(1)式の Kuhn-Tucker 条件[14)] を考慮すると，全部材のヤング係数が等しいトラス構造物の場合，パレート最適解では次式が成立する.

$$\frac{\partial(VC)}{\partial a_i} = 0;\ i = 1, \cdots, m \tag{2}$$

$$VC = \frac{1}{E}(\boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}|\boldsymbol{n}|)^2 \tag{3}$$

ここに，a_i は第 i 部材の断面積，m は部材数，E はヤング係数，$\boldsymbol{l}$ は部材長ベクトル，$\boldsymbol{n}$ は軸方向力ベクトル，添字 T は行列・ベクトルの転置，|・| は各要素が絶対値のベクトルを表す.

(2)式は，パレート最適解では VC が一定値となり，V と C との間に反比例関係が成立することを表している．したがって, (1)式を満たす部材断面積$\boldsymbol{a}$を求める問題は，VC の最小化問題の停留点を求める問題と等価である．さらに，(3)式を考慮すれば，(1)式は軸力 $\boldsymbol{n}$ を設計変数とした次の最適化問題に帰着される.

$$\min_{\boldsymbol{n}} \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}|\boldsymbol{n}| \quad \text{subject to } \boldsymbol{p} = \boldsymbol{B}\,\boldsymbol{n} \tag{4}$$

ここに，$\boldsymbol{p}$ は節点荷重ベクトル，$\boldsymbol{B}$ は釣合行列を表す.

さらに，非負変数 $\boldsymbol{n}_t$, $\boldsymbol{n}_c$ を導入すると，(4)式は次式のように書き換えられる.

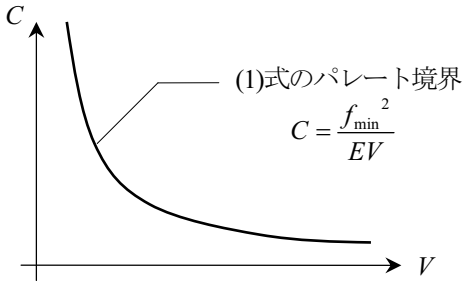


図 1　目的関数空間のパレート境界

$$\left.\begin{array}{l} \min\limits_{\boldsymbol{n}_t,\boldsymbol{n}_c} \ \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}_t + \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}_c \\ \text{subject to} \ \ \boldsymbol{p} = \boldsymbol{B}\,\boldsymbol{n}_t - \boldsymbol{B}\,\boldsymbol{n}_c \end{array}\right\} \tag{5}$$

ここに, $\boldsymbol{n}_t, \boldsymbol{n}_c$ はそれぞれ引張, 圧縮軸力ベクトルを表す.

(5)式は線形計画問題であり，シンプレックス法により容易に最適解が得られる．さらに，文献[15] では，シンプレックス法と内点法を併用した効率的なトラス・トポロジー最適化手法を提案している．

(5)式の最小目的関数値を $f_{\min}$ とおくと，多目的最適化問題(1)式のパレート境界（V と C の関係式）は次式で与えられる（図 1）．

$$C = \frac{f_{\min}^{\ 2}}{EV} \tag{6}$$

2.2　解析例

本研究で用いる面格子壁は，建物内部への設置を想定した 910×2730mm のサイズとする．ここでは，2 種類の荷重・支持条件，2 種類のグランドストラクチャの合計 4 通りの設計問題を設定する（表 1 および図 2）．本手法によって，各グランドストラクチャから得られた最適トラス・トポロジーを図 3 に示す．設計条件によって多様な解が得られること，グランドストラクチャが密なほど最適トポロジーの部材総体積が少ないことが確認される．

表 1　解析対象のグランドストラクチャ

		グランドストラクチャ	
		粗	密
荷重点・支点数	各 2 ヶ所	(a)	(b)
	各 3 ヶ所	(c)	(d)

3　面格子壁の製作と水平加力試験

3.1　トラス・トポロジー最適化と面格子壁の設計

面格子壁は格子部材の寸法・間隔よって剛性と降伏耐力が異なる．面格子壁の水平剛性 K は過去の実験結果を

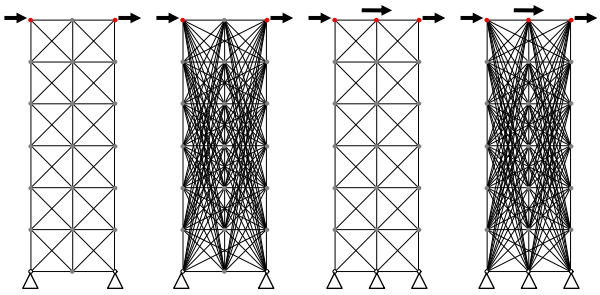


図 2　4 種類の解析対象グランドストラクチャ

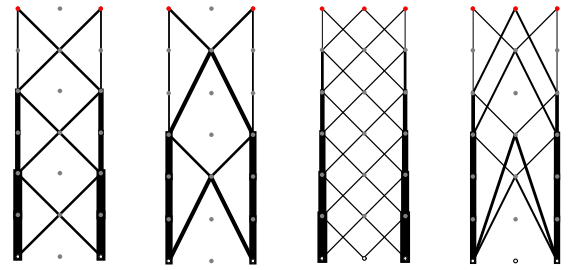


図 3　各設計条件から得られた最適トポロジー

（数値は，C = 3.0 kN cm 時の部材総体積を表す）

踏まえて定められた次の算定式によって求められる[16]．

$$K = \frac{1}{\dfrac{1}{K_f} + \dfrac{1}{K_\theta} + \dfrac{R_0}{P_y}} \tag{7}$$

ここに, K_f は格子材の各接合部を剛節と考えたときの水平剛性（フレーム分剛性），K_θ は相欠き仕口部・ホゾ差し部の回転による水平剛性，R_0 は初期スリップ変形角，P_y は面格子壁の降伏耐力を表す.

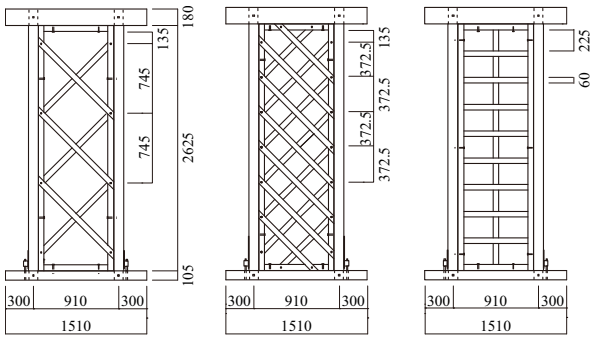
面格子壁の格子材を曲げ抵抗系部材として使用するよりも，軸力抵抗系部材（トラス材）として用いた方が，(7)式中の K_f は大きくなり，$K_\theta \to \infty$ となる．すなわち，

- 格子材をトラス部材として用いた方が，少ない材料で高い剛性が得られること，
- 木材では曲線材を用いることが難しいこと，

などを勘案すると，木製面格子壁の設計には，連続体のトポロジー最適化手法よりも，トラス・トポロジー最適化手法を援用する方が合理的である．

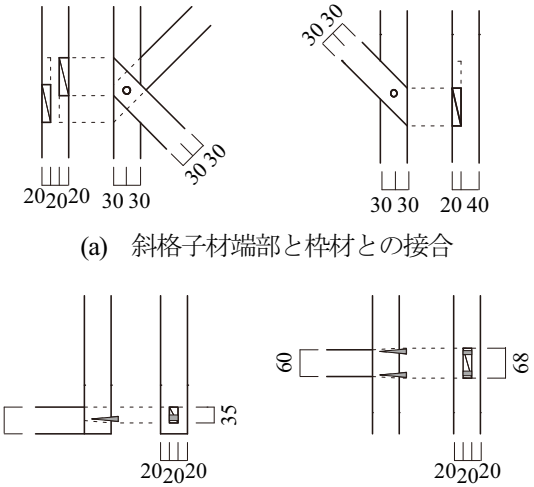
3.2　試験体

図 3 の解析結果から，接合部の施工の容易さも勘案して，図 3 の(a),(c) に示す最適解を参考にして，2 種類の



斜格子（粗）試験体　　斜格子（密）試験体　　直交格子試験体

図 4　最適解を元に製作した面格子試験体



(a)　斜格子材端部と枠材との接合

(b)　縦横枠材の接合　　(c)　直交格子材の端部

図 5　格子材端部の接合詳細

面格子壁（斜格子試験体）を設計・製作した．図 4 に製作した試験体の概要を示す．部材には全てスギを使用している. なお, 図 4 中の直交格子試験体は比較用である.

図 3 に示す解析結果ではグランドストラクチャが密なほど，部材体積の少ない解が得られているが，図 3(d)のように，施工が困難で現実的でない結果が得られる場合もある．このように，計算で得られた最適解をそのまま設計に用いることは難しい反面，最適化手法を設計のツールとして上手く使用すれば，力学的に優れた設計を行うことも可能である.

試験体は，柱と土台・桁の軸組内に面格子壁を内挿する形式で製作し，面格子と軸組は M9（長さ 90mm）のラグスクリューによって留めている．柱と土台・桁は長ホゾ差し＋込み栓で接合し，ホールダウン（HD）金物を用いて柱脚を固定した. 面格子は 60 mm 角の格子材を相欠きで組み，格子材端部の接合はホゾ差しで，割りクサビを用いた．斜格子試験体の格子材端部は丸栓によって留めた（図 5）．図 4 に示す面格子壁をそれぞれ 3 体，合計 9 体製作し，水平加力実験を行った.

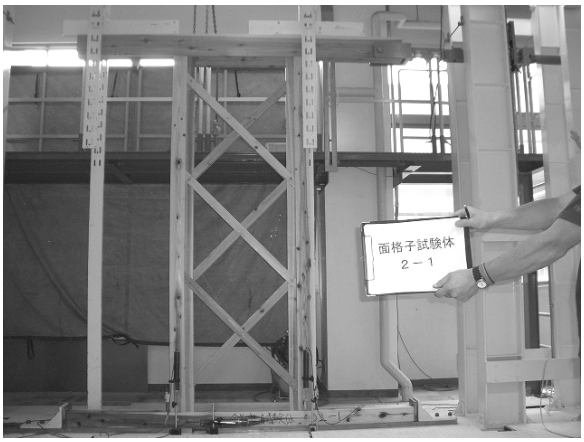


図 6　試験装置と面格子試験体（斜格子）

3.3　実験方法

図 6 に試験装置と試験体の概要を示す．実験方法は鉛直荷重無載荷式とする．加力は正負交番漸増繰り返し加力とし，繰り返しは，見かけのせん断変形角が，1/450, 1/300, 1/200, 1/150, 1/100, 1/75, 1/50, 1/30, 1/15 rad の正負変形時に行う．同一変形段階に 3 回の繰り返しを行い，1/15 rad を超えてからは試験体が破壊するまで単調載荷する.

3.4　実験結果と考察

3.4.1　直交格子試験体

直交格子試験体 3 体の荷重－せん断変形角関係を図 8 に示す．いずれの試験体も 1/30 rad を越えても耐力は上昇し続け，5.0 kN をやや超える最大耐力となった．いずれの試験体も柱頭の込み栓の破壊によって最大耐力が決まり，1/15 rad 時には，柱・格子枠材間や格子材の相欠き部分に隙間が見られたものの（図 7），格子材に大きな損傷はみられなかった．このように，直交格子壁では，剛性は低いが高靭性であること，スリップ型の履歴であることなど，既往の研究と同様の結果が得られた.

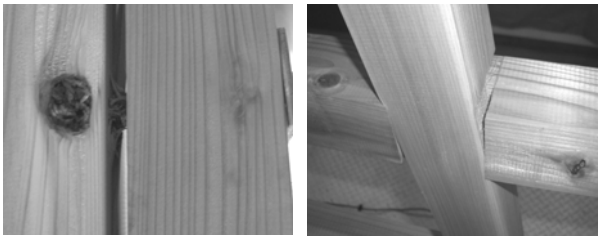
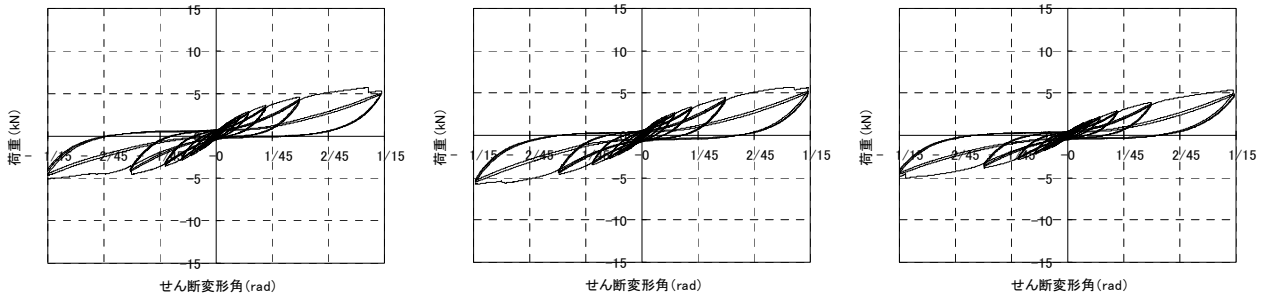
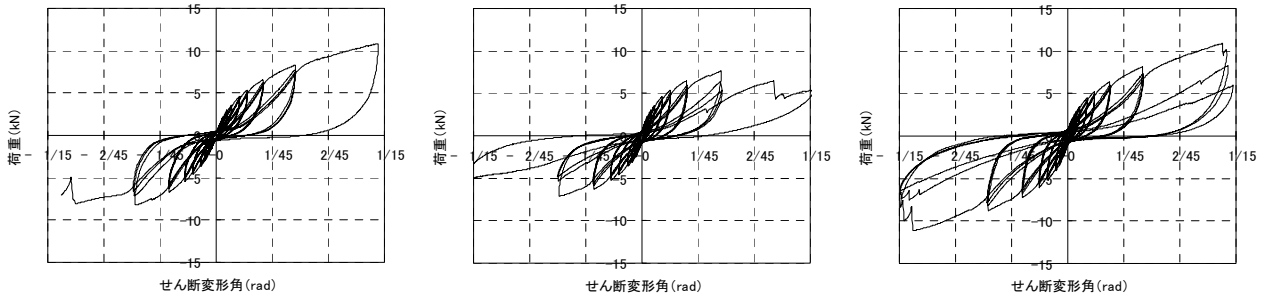


図 7　柱・格子枠材間，格子材相欠き部の隙間



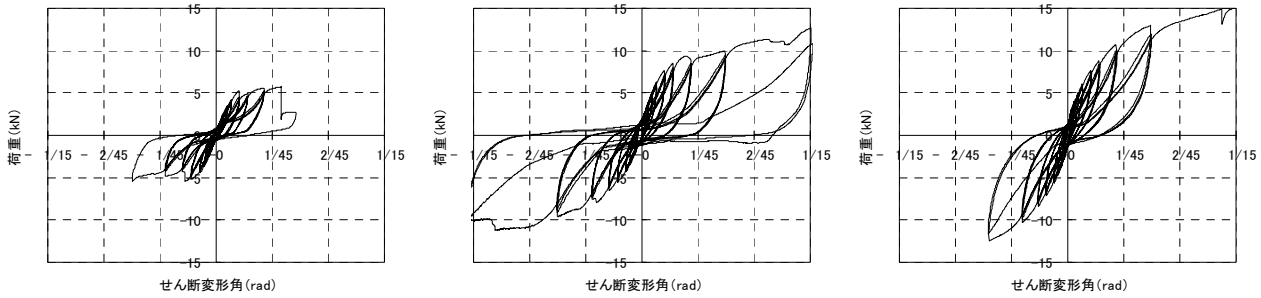
(a) 直交 01　　(b) 直交 02　　(c) 直交 03

図 8　直交格子試験体の荷重－変形角関係



(a) 斜（粗）01　　(b) 斜（粗）02　　(c) 斜（粗）03

図 9　斜格子（粗）試験体の荷重－変形角関係



(a) 斜（密）01　　(b) 斜（密）02　　(c) 斜（密）03

図 10　斜格子（密）試験体の荷重－変形角関係

3.4.2　斜格子（粗）試験体

斜格子（粗）試験体は直交格子試験体よりも耐力が大きいことが予測されるため，ラグスクリューボルトに加えて，柱と格子枠材を中央部で M12 ボルト 2 本により緊結した．斜格子（粗）試験体の荷重－せん断変形角関係を図 9 に示す．斜（粗）02 試験体は，1/30 rad を超えたあたりで格子材端部が割裂きによって破壊した（図 11）．その他の試験体は，柱頭の込み栓の破壊によって最大耐力が決まり，10.0 kN を超える最大耐力を発揮した．

3.4.3　斜格子（密）試験体

斜格子（密）試験体の荷重－せん断変形角関係を図 10 に示す．斜（密）01 試験体は，面格子と軸組を M9-90 のラグスクリューのみによって留めていたため，1/30 rad に達する前に柱頭の込み栓および長ホゾ部分が破壊した（図 12）．そこで，斜（密）02 試験体では柱と格子枠材

図 11　斜格子材端部の破壊

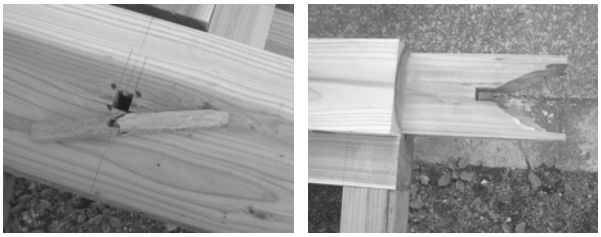


図 12　込み栓および長ホゾの破壊

を中央部で M12 ボルト 2 本により緊結し，さらに斜（密）03 試験体では柱頭を羽子板ボルトによって補強した．このように，高強度の面格子壁の場合，周辺軸組の接合部を適切に補強する必要がある．

補強された斜格子（密）試験体は，他の面格子壁よりも剛性・耐力とも高く，特に斜（密）03 試験体は最大耐力が 15.0 kN にも達している．1/15 rad 時でも，格子材に顕著な破壊は見られなかった．

斜（密）03 試験体について，1/15 rad を超える部分も含めた荷重－せん断変形角関係を図 13 に示す．最大耐力は 15.67 kN であり，最大耐力発揮後は面格子が面外へはらみ出す破壊形式（格子壁の面外座屈）となった．

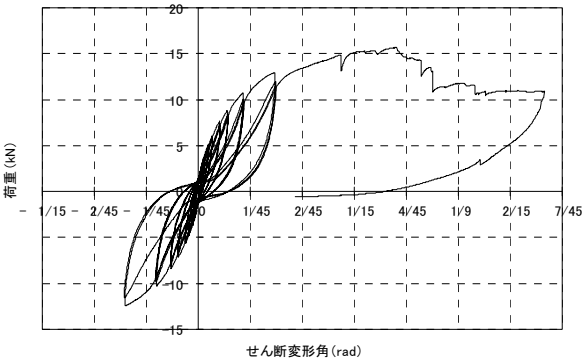


図 13　斜格子（密）03 試験体の荷重－変形角関係

3.4.4　各面格子壁の耐力の比較

各試験体において，1/120 rad 時および 1/30 rad 時の荷重値（耐力），格子部材の体積の比較を表 2 に示す．同表には，過去の面格子壁の実験結果や，木造住宅で一般的に用いられる耐力壁の数値[17] も併記している．表より，

- 部材体積が同じであれば直交格子よりも最適形状に近い斜格子の方が剛性・耐力が高いこと，
- 密に組み立てた斜格子壁ならば構造用合板を超える性能を発揮すること，

が確認される．

表 2　各種耐力壁の耐力比較

壁の種類	1/200 rad 時耐力(kN)	1/30 rad 時耐力(kN)	格子部材体積(m^3)
斜格子(粗)[注1)]	3.39	8.02	0.0441
斜格子(密)[注2)]	5.50	12.96	0.0642
直交格子(粗)[注3)]	1.50	4.32	0.0509
直交格子(密)[注4)]	2.54	8.25	0.0642
土壁(厚 60mm)	1.82	4.28	-
木製筋かい (30×90mm)	2.32	6.35	-
構造用合板	3.32	10.17	-

注 1)「斜格子(粗)」は 01,03 試験体の平均値.
注 2)「斜格子(密)」は 03 試験体の結果.
注 3)「直交格子(粗)」は 01～03 試験体の平均値.
注 4)「直交格子(密)」は過去の実験結果による.

4　まとめ

本研究では，トラス・トポロジー最適化手法を援用して木製面格子壁を設計・製作し，その耐力・剛性を水平加力試験によって検証した．本稿の内容は以下のようにまとめられる．

- 部材総体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題が線形計画問題に帰着され，シンプレックス法を用いて容易にパレート最適解が得られることを示した．
- トラス・トポロジー最適化手法によって得られた解析解を参考に，2 種類の木製面格子壁を製作した．施工などの制約から，解析結果をそのまま設計に用いることは難しく，最適設計解を参考にして実設計を行うことが重要であることを示した．
- 解析は弾性範囲のものであるが，製作した面格子壁は終局時においても高い性能（耐力）を有する．また，面格子壁の種類によっては，木造住宅で一般的に用いられる耐力壁並みの耐力が発揮されることを確認した．

面格子壁は，格子材の間隔やサイズを変えることによって様々な耐力・剛性を持つ耐力壁を製作することができるので，設計の自由度が高い．また，建築用木材としては比較的細い部材を用いて製作することができるので，間伐材のような小径木の利用促進も期待される．一方，本研究で製作した斜格子壁は直交格子壁に比べて施工に手間がかかり，コストが割高となってしまう．簡易な施

工方法の開発が今後の検討課題であり，これが解決できれば，さらに自由な面格子壁の設計が可能となる．

謝辞

本実験は，(財)前田記念工学振興財団平成 20 年度研究助成「最適化手法を用いて設計された木製面格子壁の耐力・剛性に関する実験的研究（代表者：高田豊文)」の一環として実施した研究成果である．また，本実験の実施に当たり，滋賀職業能力開発短期大学校の大澤一人講師，淡海里の家事業協同組合の協力を得た．ここに記して謝意を表す．

参考文献

1) Bendsoe, M. P.: Optimization of structural topology, shape, and material, Springer-Verlag, 1995
2) Ohsaki, M. and Katoh, N. : Topology optimization of trusses with stress and local constraints on nodal stability and member intersection, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.29, No.3, pp.190-197, 2005
3) Rajeev, S. and Krishnamoorthy, C. S. : Discrete optimization of structures using genetic algorithms, *J. of Structural Engineering*, Vol.118, No.5, pp.1233-1250, 1992
4) 曽我部，中垣：適応型遺伝的アルゴリズムによるトラス構造物の最適化，構造工学論文集，Vol.49B, pp.303-308, 2003
5) Ben-Tal, A. and Bendsoe, M. P. : A new method for optimal truss topology design, *SIAM Journal on Optimization*, Vol.3, No.2, pp.322-358, 1993
6) 藤井，鈴木，大坪：最適化手法 CONLIN を用いた骨組構造の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，第 548 号, pp.59-66, 2001
7) Cheng, F.Y. and Li, D. : Multiobjective optimization design with Pareto genetic algorithm, *J. of Structural Engineering*, Vol.123, No.9, pp.1252-1261, 1997
8) 本間，加治，登坂：免疫アルゴリズムによるトラス構造の多目的最適化と解の多様性，構造工学論文集，Vol.49B, pp.309-317, 2003
9) 高田，松岡：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，第 598 号, pp.87-91, 2005
10) 高田，牧野：シェル・トラス構造のトポロジー最適化における設計領域・荷重条件の影響に関する考察，コロキウム構造形態の解析と創生 2007, pp.3-8, 2007
11) 大森，風袋，飯嶋，武藤，長谷川：構造形態創生法によるオフィスビルの設計，日本建築学会技術報告集, No.22, pp.77-82, 2004
12) 谷，藤井：連続体の位相最適化手法を用いた制震機構の創生，日本建築学会大会学術講演梗概集，B1, pp.239-240, 2006
13) 中川，民谷，藤井，森村：位相最適化手法を用いた CFRP による床スラブの最適補強(その 1, その 2)，日本建築学会大会学術講演梗概集，B1，pp.363-366, 2005
14) 中山，谷野：多目的計画法の理論と応用，計測自動制御学会編，コロナ社, 1994
15) 牧野，高田：シンプレックス法と内点法の併用によるトラス・トポロジー最適化手法に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，B1，pp.411-412, 2008
16) 土塗壁等告示に係る技術解説書作成編集委員会：土塗壁・面格子壁・落とし込み板壁の壁倍率に係る技術解説書，日本住宅・木造技術センター, 2004
17) 国土交通省住宅局建築指導課：木造住宅の耐震診断と補強方法，（財）日本建築防災協会, 2004

弾性的境界を有する等張力曲面の形状解析に関する研究

○大泉 修[1)]　川口 健一[2)]　新谷 眞人[3)]
1）早稲田大学　理工学部建築学科、2）東京大学　生産技術研究所
3）早稲田大学　理工学術院（建築学）

1. はじめに

釣り糸として用いられるテグスで円形のリングを作り、石鹸水に通すと、テグスの太さやリングの径に応じて様々な形状の石鹸膜が張られる。その形はほぼ平面を保った円形であったり、リングが面外に変形して鞍形や2、3回捩じったような複雑な形態へと変化する（図1）。

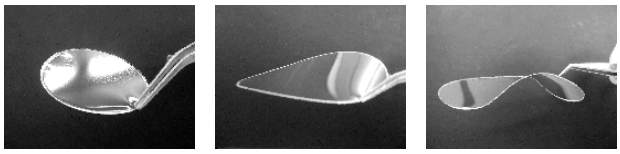


図1 テグスに張られた石鹸膜

石鹸膜が作る等張力曲面が表面積を最小にする停留問題に帰着されることは良く知られており、多くの研究がある[1,2)]。しかし、本実験で見られるテグスのリングを境界とする石鹸膜の形状決定問題は、膜の表面積に加え、テグスの形状に関する何らかの汎関数を同時に停留させる問題であろうと予測される。

リングの変形は石鹸膜がなくなれば元の形状に戻るので、弾性棒の大変形であると考えられる。弾性棒の大変形挙動のみを扱った研究はエラスチカの問題として数多くなされているが[3~5)]、この実験の例のようにリングの大変形挙動と等張力膜とが複合した問題を扱った研究は見当たらない。

懸垂曲線や等張力といった数学的取り扱いの容易な力学的形態は、建築構造のモデルとしてこれまで多く存在するが、現代においてはこれらの力学原理に忠実な形態はデザイン的な退屈さを招き、敬遠される傾向にある。その中にあって日本の代表的近代建築である代々木オリンピックプールは、基本的にはケーブルの懸垂形状を利用した構造であるが、屋根形状は鉄骨の曲がり梁により意図的に制御され、日本的モダニズムの趣向を象徴することに成功している。本実験のテグスと石鹸膜が作る曲面はこの例とは力学的意味は異なるが、その曲面形状はこれまでに等張力膜としてあまり見られなかったと思われる形態を多く有しており、境界リングの剛性を恣意的に調整することで様々に操作し得る。その特徴や生成の原理を明らかにすることは形態創生にとって有効であると考えられる。

本報では実験および数値的な解析による膜形状の特徴や性質についての考察を報告する。

2. テグスを用いた石鹸膜実験

2.1 石鹸膜実験の概要

実験はテグスを用いて円形リングを作り、そこに石鹸膜を張ることで行う。石鹸水の成分や濃度は全ての実験で同じものを用いた。

図2に各パターンにおける石鹸膜の形状を示す。リングは1点を強くピンセットでつまんで固定し、リングを水平に石鹸水に浸し、その姿勢を保ったまま持ち上げる。図中、左上がリングの曲げ剛性が高く、右下にいくほどリングの曲げ剛性が小さくなる実験を並べてある。

写真から分かるように、一般的にリングの剛性が大きい（テグス太さ大、リング径小）と膜表面積が大きく平面的な円に近い形状となり、リングの剛性が小さく（テグス太さ小、リング径大）なるに従って、当初平面状の円形であったリングが面外に座屈して3次元的な形状へと移行する。また、さらにテグスを細くし、リング径を大きくすると、リングは2～3度捩じったような非常に複雑な形状を示す。

これらの形状はテグスの太さやリング半径を調整することである程度任意に求めることができ、鞍型や、捩じれる回数などのパターンが存在する。した

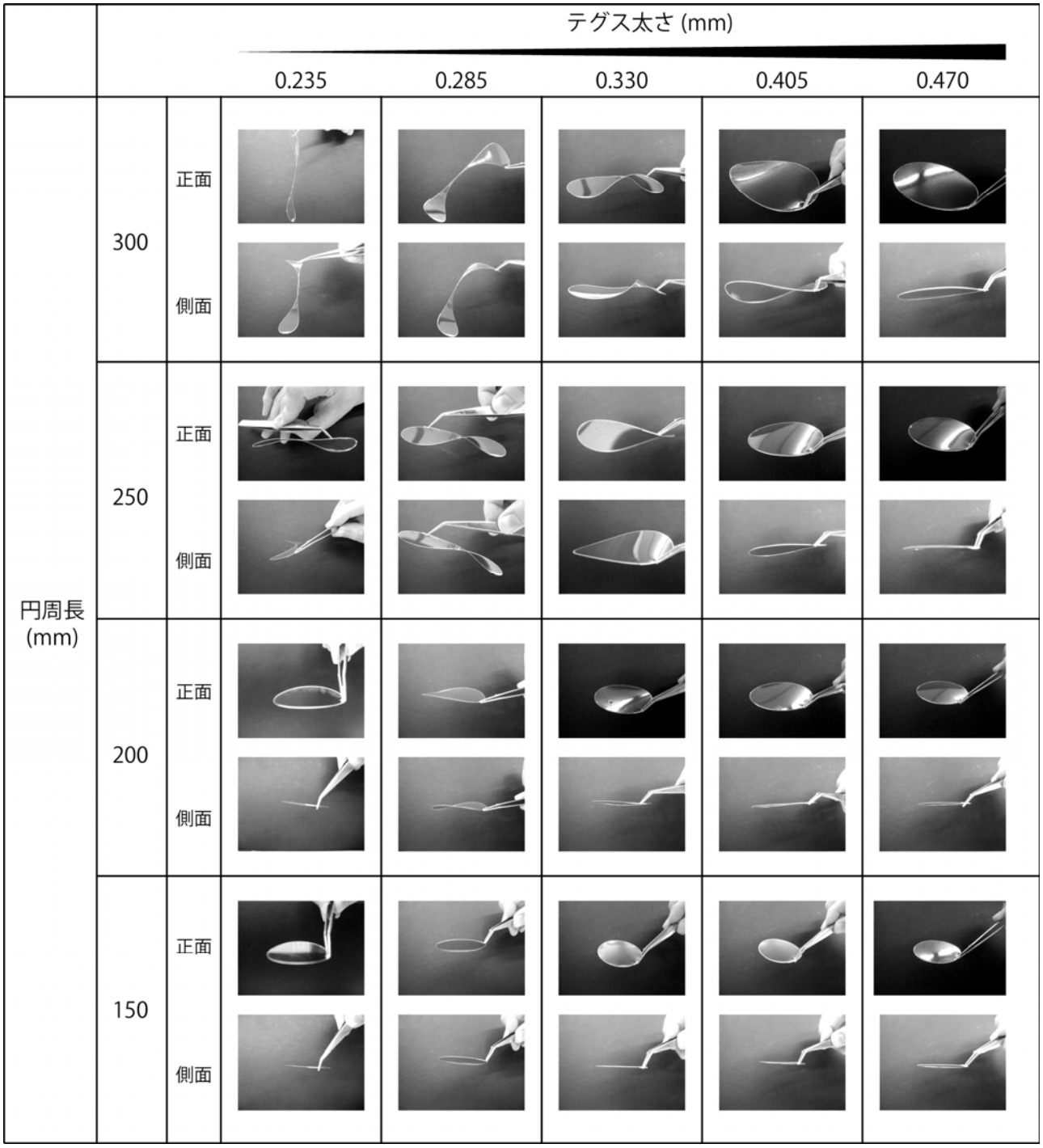


図 2 石鹸膜実験結果

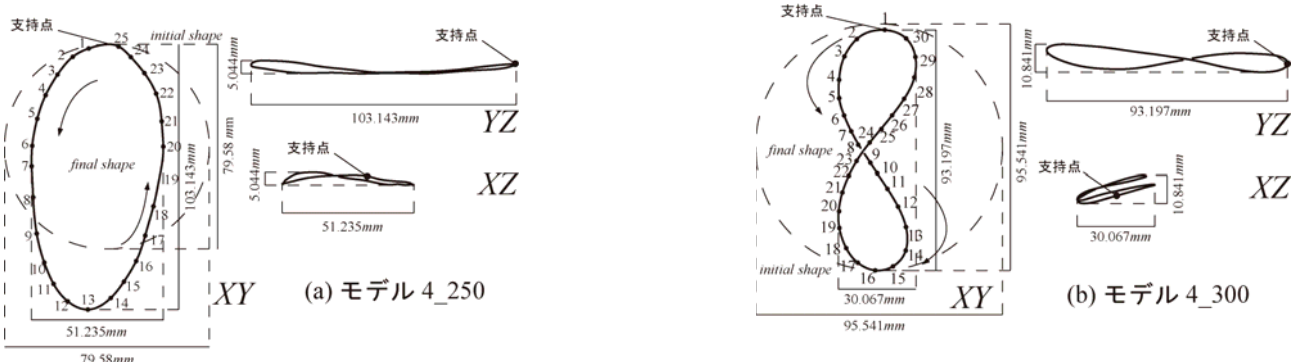


図 3 写真測定により求めたリング形状

がって、石鹸膜を張られたリングの形状は、リングの剛性と膜張力とのバランスによりある種のモードを持つと考えられる。

図 3 は、代表的な形状として鞍型のモデル 4_250 に、1 回捩じられた形状を持つモデル 4_300 について、写真から形状測定を行ってリング形状の座標データを測定したものである。測定の方法は、テグスに等間隔（10mm）に印をうち、三方向からの写真撮影により印の座標を測定した。

2. 3 エネルギー汎関数の定式化

実験の観察に基づいて、テグスのリングに張られた石鹸膜の形状決定問題の定式化を行う。石鹸膜の形状は等張力曲面となることから、その面積が汎関数となる。次に、石鹸膜の形状はリングの剛性と大きく関係し、またリングは弾性的な挙動を示すことから、リング挙動を支配する要因として弾性の歪エネルギーを採用する。

また、今回の測定ではリングの面が鉛直方向と平行になるように支持したが、鞍型の実験モデルを上下ひっくり返しても、ゆっくりと変形して同じ形状に戻ることが観察された。したがって、重力の影響は無視できないと考えられる。そこで、石鹸膜の表面積極小化、リングの弾性歪エネルギー、重力による影響を考慮し、汎関数を次式のように推定する。

$$\Pi = S + \lambda_1 U + \lambda_2 U_e \qquad (1)$$

ここで、S は膜の表面積、U は境界リングの歪エネルギー、U_e は外場（本実験では重力）によるポテンシャルエネルギーである。λ は未定係数であり、リングの曲げ剛性や重力場と膜の表面エネルギーとの比で決まると考えられる。

本研究では、写真測定により求めたモデルの節点座標を用い、膜の表面積およびリングの歪エネルギーを求めることで比較を行う。

3. 石鹸膜の表面エネルギーの計算

石鹸膜実験により得られたテグスの節点座標を用いて最急降下法による極小曲面解析を行い、実験モデルの膜表面積を算出する。テグスの節点座標から膜の節点を生成し、三角形要素分割により初期形状とする。次に各三角形要素数の面積を三つの節点座標から算出し、要素面積を各節点の座標で微分することで膜表面積に関する最急降下ベクトルを得る。

いま、膜の各節点の座標を

$$\boldsymbol{x} = [x_1, y_1, z_1, \cdots x_N, y_N, z_N]^T \qquad (2)$$

と定義する。$\boldsymbol{x}$ は節点数×3 次元の変数ベクトルである。また、膜表面積を $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{x})$し、$\boldsymbol{x}$ により膜表面積の勾配をとることで最急降下ベクトル $\boldsymbol{d}$ を得る。

$$\boldsymbol{d} = -\nabla_x \cdot S(\boldsymbol{x}) \qquad (3)$$

上式用いて、次式の漸化式により $\boldsymbol{x}$ を更新する。

$$\boldsymbol{x}_{i+1} = \boldsymbol{x}_i + \alpha_i \boldsymbol{d}_i \qquad (4)$$

以上を繰り返し、最急降下ベクトル $\boldsymbol{d}$ のノルムが設定した値以下となったら計算を終了する。

各モデルについて、膜表面積と正円時の膜表面積から膜表面積の減少量を算出した（表 1）。また、最終形状の膜形状を示す（図 4）。

表 1 各モデルの膜表面積

モデル	正円時の膜表面積（mm^2）	最終形状の膜表面積（mm^2）	膜表面積の減少量（mm^2）
4_250	4976	4035	**941**
4_300	7169	2937	**4232**

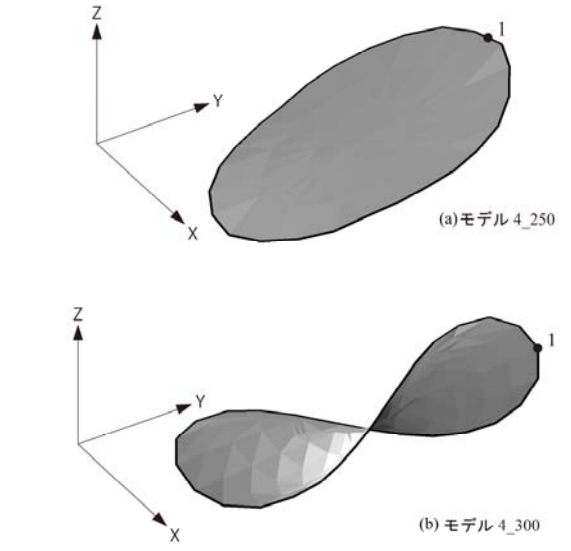


図 4 極小曲面解析結果

ふたつのモデルを比較すると剛性の高いモデル 4_250 の膜表面積の減少量は小さく、剛性の高いモデル 4_300 の膜表面積の減少量は大きい（表 1）。

膜表面積の減少量は、エネルギー汎関数の式(1)より、リングの歪みエネルギーの増加量と何らかの関係があると考えられる。

4. 境界リングの歪エネルギーの計算

4. 1 Kirchhoff 弾性棒による定式化

細長いケーブルやワイヤーの曲げおよび捩じれ剛性を考慮した大変形挙動を扱ったモデルとして Kirchhoff 弾性棒があり、棒の軸線に沿って埋め込み座標系を定義することで、捩れも考慮した棒の形状を記述できる [3~5]。

いま、一様な弾性棒が 3 次元的に変形する場合を考える。棒の断面は変形後も歪まず平面を保ち、軸線に直交するものと仮定する。また、弾性棒の形状は､パラメーターt により棒の軸線上の任意点の位置ベクトルを

$$\boldsymbol{r}(t) = [x(t), y(t), z(t), \theta(t)]^T \qquad (5)$$

とし、軸線座標と軸線に直交する断面内の捩れ角を含む 4 つの座標で表す。これらの座標値から棒の接線方向ベクトル $\boldsymbol{d}_1$、主軸方向ベクトル $\boldsymbol{d}_2$、$\boldsymbol{d}_3$ を求める（図 5）。

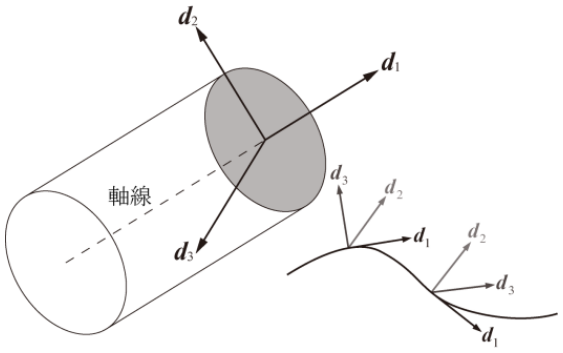


図 5 埋め込み座標系の定義

これら 3 つのベクトルは直交しているので、

$$\boldsymbol{d}_1 = \boldsymbol{d}_2 \times \boldsymbol{d}_3, \quad \boldsymbol{d}_2 = \boldsymbol{d}_3 \times \boldsymbol{d}_1, \quad \boldsymbol{d}_3 = \boldsymbol{d}_1 \times \boldsymbol{d}_2 \quad (6)$$

が成り立ち、上式より、

$$\frac{\partial \boldsymbol{d}_i}{\partial t} = \kappa(t) \times \boldsymbol{d}_i(t) \qquad (i = 1,2,3) \qquad (7)$$

が得られる。ここで、

$$\boldsymbol{\kappa} = \kappa_1 \boldsymbol{d}_1 + \kappa_2 \boldsymbol{d}_2 + \kappa_3 \boldsymbol{d}_3 \qquad (8)$$

は曲率ベクトルと呼ばれ、

$$\kappa_1 = \frac{\partial \boldsymbol{d}_2}{\partial t} \cdot \boldsymbol{d}_3, \kappa_2 = \frac{\partial \boldsymbol{d}_3}{\partial t} \cdot \boldsymbol{d}_1, \kappa_3 = \frac{\partial \boldsymbol{d}_1}{\partial t} \cdot \boldsymbol{d}_2 \quad (9)$$

κ_1 は捩れ、κ_2、κ_3 は曲げを表している。

以上の 3 つの曲率成分 κ_1、κ_2、κ_3 から歪みエネルギーを算出すると以下のようになる。

$$U = \int \left(\frac{GJ\kappa_1^2}{2} + \frac{EI\kappa_2^2}{2} + \frac{EI\kappa_3^2}{2} \right) dt \qquad (10)$$

5. 最急降下法によるリング歪みエネルギーの評価

上述のようにテグスの歪みエネルギーを求めるためには軸線座標と捩れ角が必要となる。しかし、先の石鹸膜実験の三次元測定では、テグスの軸線座標を観測することはできても、テグスの捩れ角までは観測できない。そこで、θ に関するエネルギーの勾配を用いた最急降下法により捩れの曲率成分 κ_1 の分布と歪エネルギーの変化を推定する。本研究では、エネルギーの計算に当たって曲線形状を写真測定により得られたリング節点座標から、スプライン補間により求めることとした。

歪エネルギーの最急降下ベクトルは、式(9)に実験で得られた節点座標を代入して捩じれ角 θ のみの式に変形し、θ に対する変分をとることで算出する。

各モデルについて、最終形状のリングの歪みエネルギーと正円時のリングの歪みエネルギーからリング歪みエネルギーの増加量を算出した（表 2）。

表 2 歪みエネルギーの増加量

モデル	正円時の歪みエネルギー(N･cm)	最終形状の歪みエネルギー(N･cm)	**歪みエネルギーの増加量(N・cm)**
4_250	4.40×10^{-4}	1.00×10^{-3}	**5.60×10^{-4}**
4_300	3.67×10^{-4}	1.14×10^{-3}	**7.73×10^{-4}**

剛性の低いモデル 4_300 の方が歪みエネルギーの増加量が多いことがわかる（表 2）。

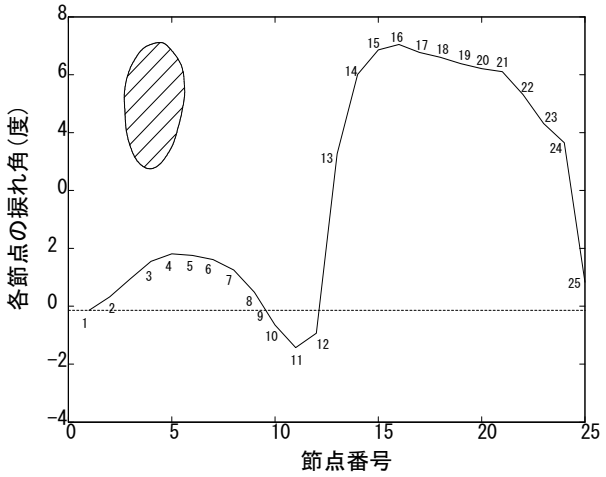


図 7 モデル 4-250 各節点の振れ状態

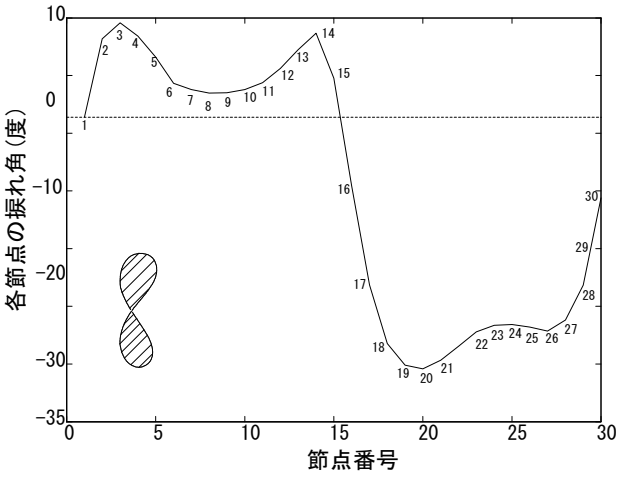


図 8 モデル 4-300 各節点の振れ状態

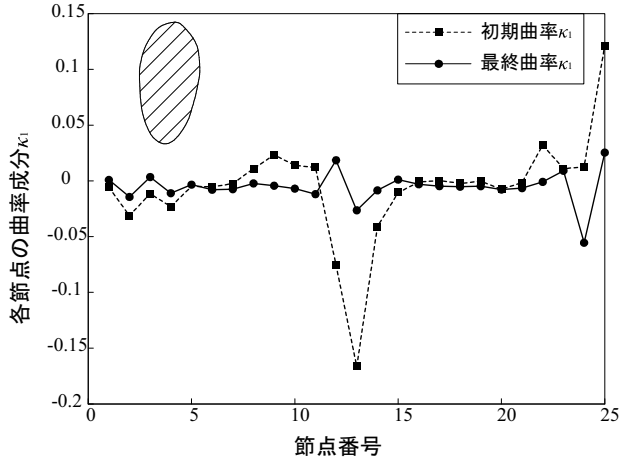


図 9 モデル 4-250 各節点の振れの曲率成分

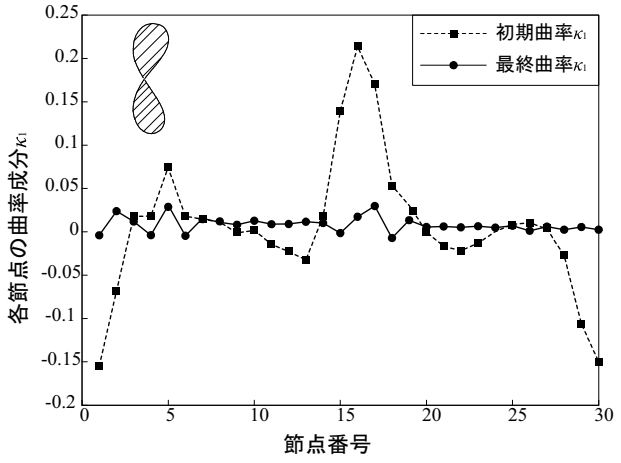


図 10 モデル 4-300 各節点の振れの曲率成分

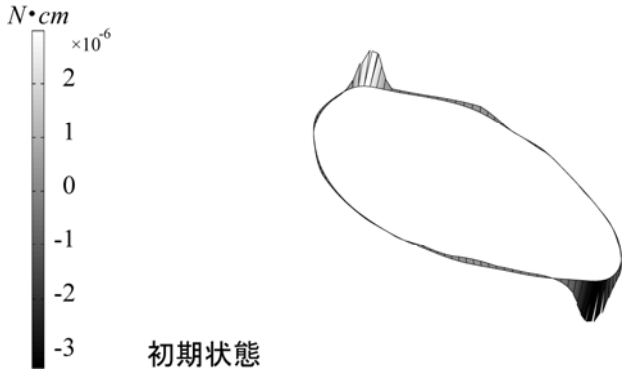


図 11 モデル 4-250 の振れモーメントの変化

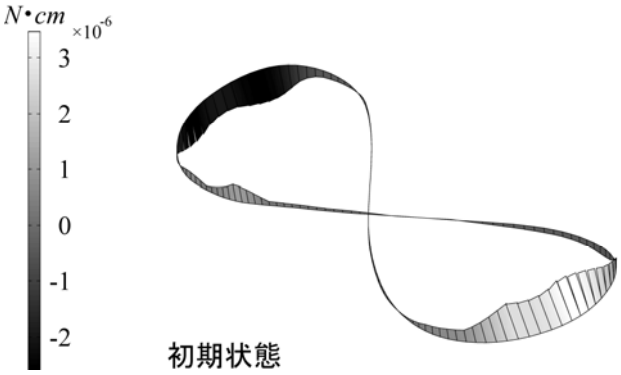


図 12 モデル 4-300 の振れモーメントの変化

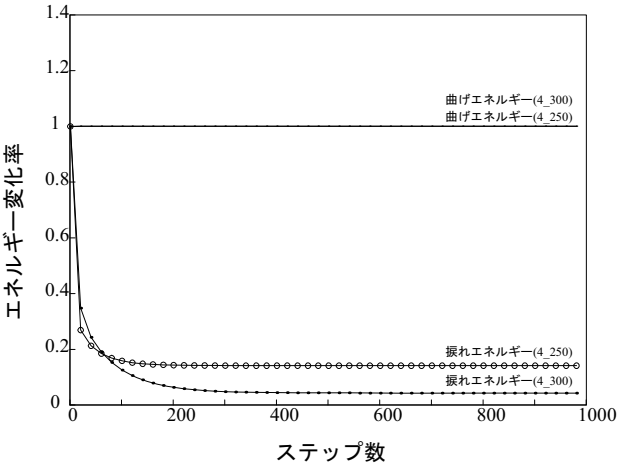


図 13 捩れ･曲げエネルギーの収束状況

図 7、8 は最終形状における各節点の捩れ角を表している。棒の曲げに関する曲率が大きなところで捩れ角が大きく変化することがわかる。

図 9、10 は各節点の捩れの曲率成分 κ_1 の収束状況を表している。最終形状では捩れの曲率成分は 0 に近い値に収束している。図 11、12 は曲率成分 κ_1 から算出される捩れモーメントの分布を表している。初期状態において曲げ成分の曲率が大きな箇所で捩れエネルギーが多く入っており、それが収束計算過程において曲げエネルギーに変換されていると考えられる。

図 13 は捩れ・曲げエネルギーの収束状況を表しており、縦軸は各ステップにおける歪みエネルギーを初期状態における歪みエネルギーで除したものである。収束計算過程で捩れエネルギーが減少して収束している。しかし、今回のモデルは、捩れが曲げに比べて極めて小さく、曲げが支配的であったため、捩れモーメントの減少量は、全体の歪みエネルギーに対して小さな値であった。

3 章の極小曲面解析から導かれた膜表面積の減少量と 5 章の歪みエネルギーの増加量をみると、今回のモデルの場合、膜表面エネルギーが減少することで、リングの歪みエネルギーが増えている。

また、この解析により得られた棒の捩れ度合いはエネルギー停留の原理から、その状態は捩れエネルギーが小さくなるものが選ばれていると考えられるが、今回の解析では重力のポテンシャルが考慮されていないため、リングの剛性と膜表面エネルギーとの比の違いのみではエネルギーのやりとりについて表現するには不十分な可能性がある。

6. まとめ

本報では、テグスと石鹸膜がつくる様々な曲面形状の特徴や性質を石鹸膜実験と数値解析により考察した。まず、石鹸膜実験の 3 次元測定から得られたテグスリングの棒軸座標を用い極小曲面解析を行い、膜表面積を求めた。また、Kirchhoff 弾性棒によるテグスリングのモデル化を行い、リングの歪みエネルギーを棒軸座標と棒の捩れ角の 4 つのパラメーターで表し、石鹸膜実験から得られたテグスリングの座標を用いて捩れ角についての最急降下法により、リングの捩れ度合いを求め、リングの歪みエネルギーを評価した。

今後の課題は、外場のポテンシャルも考慮した膜と境界リングを一体化した解析をおこなうことである。最終的には、境界と膜の相互作用によって得られるモデル全体の剛性の評価をおこない、膜構造物への適用の可能性を検討したいと考えている。

参考文献

1)石原競、八木孝憲、萩原伸幸、大森博司：極小曲面解析による膜構造の形状解析、日本建築学会構造系論文集第 469 号、pp.61-70、1995.3

2)柯宛伶、川口健一：最急降下法による付帯条件付き極小曲面形状決定法、日本建築学会大会学術講演論文集、pp.701-702、2006.9

3) 矢ケ崎一幸：弾性棒の大変形挙動とソリトン ～三次元的な大変形挙動～、出典 URL：www1.gifu-u.ac.jp/~chaos/jsmeds/jsmeds1/yagasaki.pdf

4) 川久保哲：Euler の弾性曲線と Kirchhoff 弾性棒－微分幾何的な観点から－、出典 URL：eagle.ifs.tohoku.ac.jp/rims2007euler/kawakubo.pdf

5) J.Spillmann, M.Teschner：Cosserat Rod Elements for the Dynamic Simulation of One-Dimensional Elastic Objects, 出典 URL：animationphysics.wordpress

■形態創生コンテスト 2009

■形態創生コンテスト2009

□ コンテスト概要

1. コンテストの主旨

構造形態創生のアルゴリズムや考え方を用いた，「新しいかたち」や「独創的なアイデア」を評価するコンテストを実施しました。様々な分野の多くの人に参加していただき，構造形態創生のおもしろさや可能性を感じてほしいというのが，開催主旨です。そのため，形態創生のフリーウェアも提供します。また，コンピュータプログラムによらない方法でかたちを創生するアイデアも可能としています。

2. 審査基準

審査は，主に次の二つの観点で行いました。

フェーズ 1；「創生された形態（かたち）」や「つくり方」の独創性，合理性，美しさ

フェーズ 2；形態創生プロセスのアイデア性，独創性

一次審査は匿名審査（応募者の所属が特定できない状態での審査）としました。

3. 課題（テーマ）

「楽しいつくり方，楽なつくり方ができる建築空間や構造物の『かたち』の創生」

なお，応募要項の詳細は，「コロキウム構造形態の解析と創生 2009」ホームページ http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/に掲載しました。

4. 審査委員（敬称略，50 音順）

審査委員長　；小河利行（東京工業大学）

審査員　；新谷眞人（早稲田大学／オーク構造設計）

大森博司（名古屋大学）

斎藤公男（日本大学名誉教授）

坂口紀代美（日本美術家連盟会員／彫刻家）

5. コンテストの経緯

2009 年 4 月 20 日；建築雑誌 2009 年 4 月号に応募要項掲載

2009 年 6 月 15 日；応募要項に関する質疑締め切り

2009 年 7 月 31 日；応募エントリー締め切り

2009 年 9 月 18 日；応募締め切り

2009 年 10 月 6 日；一次審査（日本建築学会会議室にて）

2009 年 10 月 8 日；一次審査結果の通知

2009 年 11 月 12 日；コロキウム構造形態の解析と創生 2009 にて二次審査および表彰

6. 応募状況

エントリー数　；40 件

応募総数　；21 作品

入選作品数　；6 作品

一次審査風景

ｴﾝﾄﾘｰ No	タイトル	所　属	氏名（○は代表者）
2	Honeycomb Dome かたちの最小単位	早稲田大学	○井戸川達哉　柳瀬紀昭
3	Snap-through Structure	慶應義塾大学	○重松瑞樹　加留部秀岳 黒川巧　藤田祐介
5	space-triangle	明星大学	○後藤将希　叶内佑樹　橘田陵 久嶋麻衣　山本真紀　福田哲史 吉井和樹　上島翔吾　清水由香
22	Seamless 粘性が創出する形態	明星大学	○松本高武　吉良貴之
36	m.m.m...	竹中工務店	○牟田隆一　宮本恵美
38	make it developable	京都大学	○藤田慎之輔

口講評

(本講評は一次審査の際の審査委員会での意見を集約，構成したものである)

「楽しいつくり方，楽なつくり方ができる建築空間や構造物の『かたち』の創生」という今回のテーマは，テーマとして比較的難しいのではないかという懸念もあったが，昨年と比べて 21 件という多数の応募があり，楽しさあふれる力作が揃う結果となった。「楽しい」・「楽な」というキーワードのとらえ方は作品によって多種多様であり，作者の独創的な工夫が見られる作品が特に評価された。1 次審査は匿名（応募者の所属が特定できない状態）で行われた。また，すべての作品を通じてコンピュータグラフィックス技術が高かったが，本質的な部分での審査がそれに惑わされないよう慎重を期した。応募者の方々への参加に感謝をすると共に，今後の益々のご活躍に期待する。([　]内はエントリー番号を示す)

[1]上張弦トラス梁を活用した，半剛性吊り梁工法屋根提案

多様な構造形式をひとつの屋根におさめようとしている努力はみられるが，作品の説明が不足しており，十分に理解することができなかった。特に，上張弦トラス梁の活用をうたってはいるが，力学的に張弦部分を上弦材として用いることの利点が不明解で，この点について説明がほしかった。

[2]Honeycomb Dome かたちの最小単位　＜入選作品＞

ハニカムユニットでドームを構成する案である。一定の厚みを持つハニカムの内と外の六角形の辺長差を変化させることで，多様なバリエーションを生むことができる。「楽しい」・「楽に」というテーマにも合っており，実現性が高い作品である。ひとつのユニットを増幅して形成しているため，パターンも美しい。

[3]Snap-through Structure　＜入選作品＞

座屈とリンク機構を利用して自由に形が変化するという発想の着眼点がよい。また，生み出される形もエイリアンのようでおもしろい。使用材料については，アルミ材は軽量ではあるが弾性域が小さく塑性化しやすいので，鉄材の方が適しているのでは，という意見がでた。また，想定する形をつくっている最中の座屈に対してはどのように対処するのかとの疑問も呈された。

[4]纏　まとう

自然の摂理で生まれた形状を抽出して,目に見える形にしようとする着想はおもしろい。ただ，その形を利用することの意義に対して説明不足であった。布をまとった後に形状を固める方法はメッシュの交点の数だけ作業が発生し，「楽に」とはいかないのではないだろうか。

[5]space-triangle　＜入選作品＞

正三角形のパーツ同士を「くさび」によって接合する案である。JOINT の工夫は評価できるが，できあがった形状はおとなしく斬新さに欠ける。実物大で実現させた点の評価点が高かった。くりぬいた板の残材をパーツとして再利用できるとさらによいとの意見があった。

[6]Like Weaving

ユニット化された部材を織り込んでつくるアイデアはおもしろい。理屈は良いが「楽に」つくれるかという点においてはやや疑問が残る。提案例では入り口で帯状の部材が切れているが，力学的には，籠のように一列の帯が閉じている方が「たが効果」が有効に働くと思われる。

[7]JABARA
展開構造物へのチャレンジ精神がみられる案である。蛇腹に着目した点はよいが，不安定な面外方向をどう固定するのか，説明不足であった。蛇腹とすることの利点としては，土地の高低差を利用したテントが実現できそうだ。実物大をつくることに挑戦した点は評価できるが，組み上がった全体写真がなかったのは残念である。

[8]Toy's
おもちゃからスタートしたアイデアはおもしろい。パーツ端部の角度が固定的だと形が決まってしまう。パーツ同士の間にボールジョイントのような部材をかませるともっと偶然性に期待でき，多様な形態を生み出す可能性が出る。もう一歩，アイデアを発展できるとさらによかった。規模に限度があるのが難点だが，モニュメントとしては「楽しい」。

[9]もたれあう板。
モデュール化された単板を組み合わせるというつくり方はシンプルで理解しやすい。プレゼンから温かく光あふれる雰囲気が伝わり，好感が持てた。ただし，もたれあう板から生み出される形から何を主張したいのかが不明解であるという指摘があった。

[11]Bundle Pillar
構築の仕掛けは非常に面白いが，数本の柱を束ねている中間の一点は点接触であるため高い応力が生じ，ディテールが難しいと思われる。「楽に」つくることを考えると地上から組み上げていくことを考えるべきではないか。例えば，数本の柱の脚を完全に広げて平らにした状態で屋根を地上で組み，柱の脚同士の距離を近づけることで屋根を高い位置に持ち上げるなど。

[14]たますだれドーム
日本の伝統芸である「たますだれ」に着想を得た点はおもしろく，また「たますだれ」の原理から生み出された形状は美しい。ただし，案は「たますだれ」そのものであり，作者による独自の工夫が見られなかったのが残念であった。欧米で披露すると喜ばれそうな案である。

[17]Complicated Arch
単一のプレキャストユニットの角度を変えて連続させることで，変化に富んだ内部空間を形成する案である。出来上がった形は，魅力的である。ただし，材料として選択したコンクリートは重量がかさむため「楽に」つくるのは難しく，軽い材料を採用するべきではなかったか。また，ユニット同士の接合方法がプレストレスの導入による摩擦に頼っていると判断できる表現だったが，リアリティあふれる提案だっただけに疑問が生じた。

[22]Seamless 粘性が創出する形態　＜入選作品＞
全応募作の中で唯一，生理的な感覚から形態を形成する方法の提案であることが評価された。現在の実現性よりも 100 年，200 年と時を経るとこの考え方が採用されている可能性もある。上下の板を引き離すことで，できた粘性による柱は互いに反力が釣り合う自然のトーナメントとなっている。できあがった形態と，形態創生プログラムにより生まれた形状との類似性について審査の場で面白い議論となった。

[23]Load of the Ring
構造材にリングを適用したのはおもしろく，内観がきれいである。鉛直荷重により生じるリング中央のスラストを隣り合うリングで相殺させている点もよい。リングの配置は平面に直交にではなくランダムに配置させる工夫があるとさらによい。現実性のあるシンプルな提案で好感を持って評価された。

[24]LEGOPEG
LEGO と洗濯ばさみを組み合わせてできる形態の提案である。施工は「楽に」つくれそうである。最終的には菱形で面が構成されるため，ピン接合のみでは完成後の全体座屈に不安が残る。また，かたちの多様性が感じられるとさらによかった。模型を製作して検討・提案している点は評価できる。

[33]IR Triangle System
システムは理解できるが，テーマにおいて作者の主張したい点が分かりにくかった。棒材同士の接合に，正三角形パーツを両側からはさむ提案はよい。ただ，正三角形パーツの三辺中央の穴 3 箇所で留めるより，正三角形の中央一点で留める方が簡便と思われるとの指摘があった。表現にもうひと工夫ほしかった。

[36]m.m.m. . .　＜入選作品＞
比較的シンプルな考え方でおもしろい空間を形成している。頂点の櫛状パーツ間の距離を変化させることで，アーチのライズも変化に富むことができるだろう。できあがった形は，ノスタルジックで魅力的である。仮設的なイベント会場に適しているとの意見があった。

[37]捻って留める
ねじることにより剛性をあげるという考え方を取り上げたのはおもしろい。ただし，どのように構成してどのような空間を形成するのか説明が不足している。紙面に余裕があるのでもっと表現してほしかった。ドイツでシュライヒが同じ原理を使用した歩道橋を設計しているのではないかという意見があった。

[38]make it developable　＜入選作品＞
理論的な裏付けのある数少ない提案である。プレゼンも非常に分かりやすい。数式が最後には立体的に目に見える形になる過程の「楽しさ」が伝わり，作る楽しさに別の視点から着目しているとの評価があった。しかし展開図において，各辺が曲線となるがつくるときに精度を出すのは誰にでもできるわけではなく「楽」ではなさそうである。

[39]boxy wall 集壁体
アルゴリズミックデザインから生成されるかたちの提案である。出来上がった形態は魅力的ではあるが，今回のテーマである「楽しい」「楽に」つくるとどのようにリンクするのかやや説明不足であった。

[40]trapezium wall
外壁に一定のパターンユニットからランダムに見える模様を生成する案である。文中に鉄板壁構造とあるが，鉄板で囲まれた台形状のガラスを積むイメージであれば，組積造と考えた方が自然である。実際につくる人は楽しそうであるが，出来上がった形態が単調で，その楽しさが伝わらないのではないかという指摘もあり，この点が残念である。

コロキウム構造形態の解析と創生―**colloquium 2009**

形態創生コンテスト2009

■ 課題―楽しいつくり方，楽なつくり方ができる建築空間や構造物の『かたち』の創生―

人間は、古代から現在にいたるまで，驚くほど大きな構造物の『かたち』や，複雑な『かたち』を実現しています。その過程において、つくり方の工夫はさまざまです。たとえば小さな努力で大きな力をつくり出すという点では、「てこ」や「滑車」、ときには「水」や「空気」の力を借りたりしています。逆の見方をすれば，新しい『つくり方』は新しい構造物の『かたち』を生み出しているとも言えます。

本コンテストでは『つくり方』に着目した新しい形態や形態創生の方法の提案を求めます。「こんな形が面白い」「こんな形がユニーク」のみの提案ではなく，『かたち』を見つける方法の説明や提案が含まれていることが望まれます。コンピュータプログラムによらない方法の提案も歓迎します。また，建築空間や構造物を構成する部位・部品などを対象とすることも可能です。

■ 審査委員

小河 利行	新谷 眞人	大森 博司	斎藤 公男	坂口 紀代美
東京工業大学／審査委員長	早稲田大学／オーク構造設計	名古屋大学	日本大学／日本建築学会会長	日本美術家連盟会員／彫刻家

■ 応募エントリー＆作品提出〆切

応募資格：日本建築学会個人会員（準会員含む）、会員を代表としたグループ
エントリー締め切り：2009 年 7 月 31 日（金）
エントリー＆お問い合わせ：collo-contest@aae.kagoshima-u.ac.jp
作品提出締め切り：2009 年 9 月 18 日（金）＊当日消印有効
作品提出の形体：作品内容を A3 判 (横使い)2 枚にレイアウトしたもの
審査＆講評：11 月 12 日 ,13 日（建築会館）

＊形態創生コロキウム 2009＆コンテストについての詳細は、シェル・空間構造形態創生小委員会のホームページ
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/htm/colloquium.htm　をご参照ください。

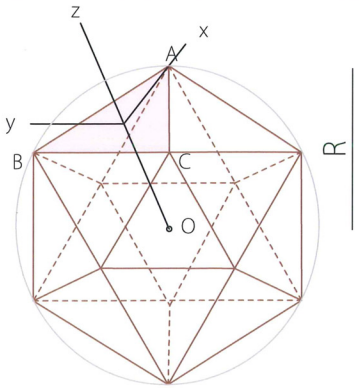
主催：日本建築学会
構造委員会　シェル･空間構造運営委員会／シェル･空間構造形態創生小委員会 ／応用力学運営委員会／
形態創生と構造最適化小委員会 ／情報システム技術委員会／複雑系の数理科学とアルゴリズミック・デザイン小委員会

Honeycomb Dome

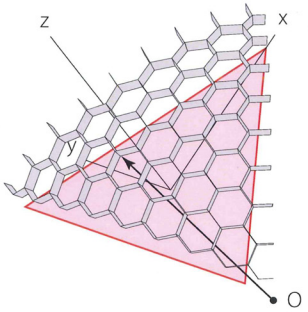
設計プロセス

正二十面体によるハニカムドームの形成法

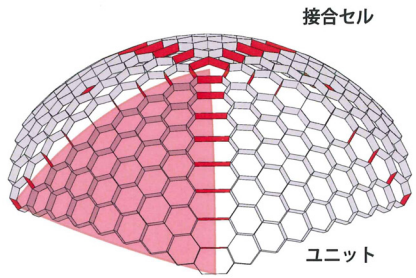
球を正二十面体で近似し、藤壺状の五角形とハニカムで充填する



対称性から1ユニットを取り出し、正三角形ABCを取り出し、ハニカムで分割する

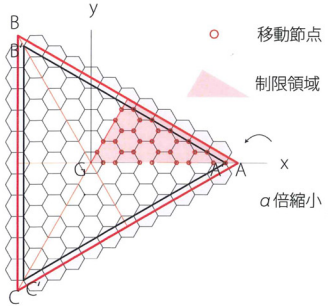


球の中心Oからハニカムの節点を球面上に射影し、ハニカムで分割された射影三角形を得る

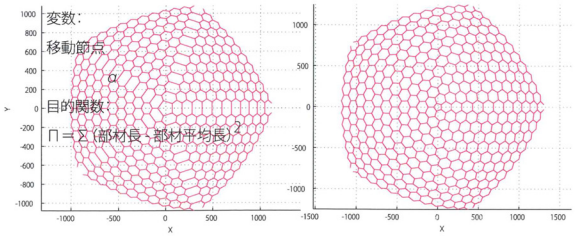


射影三角形を回転複製し、ドームを形成する。射影三角形は接合セルで連結される

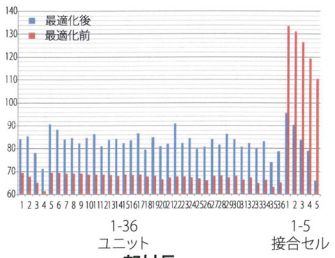
GAによるハニカムパターンの最適化



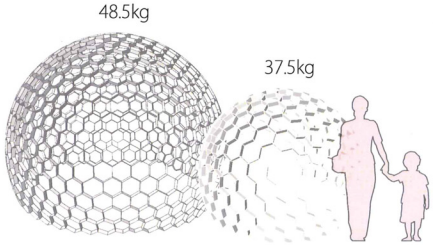
正三角形ABCをα倍縮小させた三角形A'B'C'を射影時に接合セルが均一になる分割パターンをGAで算出する



三角形の最小単位内の節点を移動させ、最小二乗法により全部材が均一になるように目的関数を設定し、最適化を行う。制約条件として移動節点は制限領域以

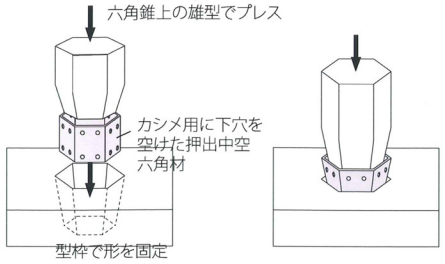


内かつ各辺のなす角が鈍角となるように移動量を制限する。グラフは全部材長のグラフである。ばらつきは改善されたが見た目以上の均一化はされず課題が残る

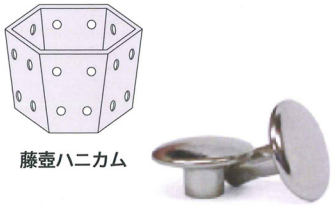


分割するハニカムパターンの充填個数により様々な大きさのドームができる

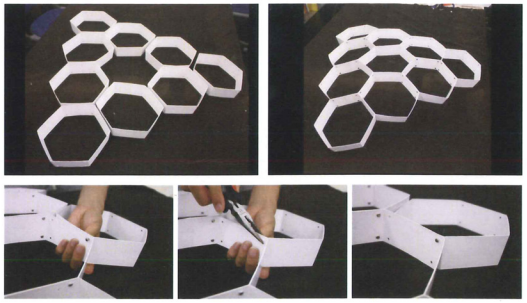
藤壺ハニカムの成形法およびモックアップ



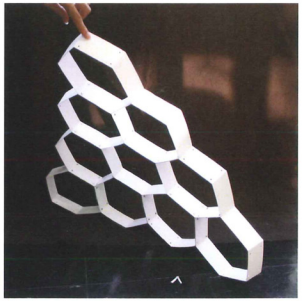
カシメ用に下穴を空けた押出中空六角材を六角錐状の雄雌型でプレス成形加工する



成形した藤壺ハニカムをカシメで各面四箇所ずつ接合させ、射影三角形を組立てる



ユニットの組立て手順。藤壺ハニカムを並べ下穴にカシメを通し接合していく



1/1スケールのユニットのモックアップ。カシメは目立たずユニットは薄い面となる

Honeycomb Dome

かたちの最小単位

image

Honeycomb Dome

ハニカムで構成された球面ドームの設計。アルミニウム合金で作られた藤壺状のハニカムで球面を充填していくことで形が作られる。規模は直径3000mm、高さ2400mm。用途は子供が遊んだり、人が寄り掛かれるようなオブジェ。ハニカム構造による透過性のある曲面構造を形成した新たなドームの提案である。

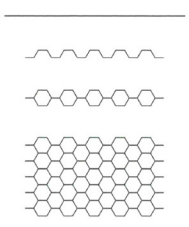
球面を覆う最小単位であるハニカムは球の最小単位である射影三角形を充填する。ハニカムドームに用いられた幾何学は、『かたち』の還元である。すなわち『かたち』の最小単位に着目することで形態創生手法の提案を試みた。

その幾何学は、球面を正二十面体から近似して作られる。正二十面体の正三角形面を一単位とし、それをハニカムパターンで分割し球面に射影させ射影三角形を作り、それを回転複製し正二十面体の2/3を作ることで球面をハニカムで覆う。次に各節点を中心方向に縮小させた節点を作り、それらをつなぐことで高さ方向に次元のあるハニカムが作られる。ハニカムパターンの分割にはGAによる最適化手法を用い、部材長の均一化を目指した。

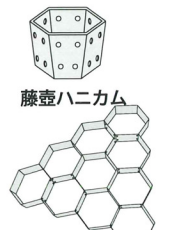
What's Honeycomb

ハニカム(honeycomb)とは位相幾何学的法則が成り立つ形態と定義され、ここでは六角形で充填されたものとする。ハニカムパネルは高さ方向に次元をもち、対面が平行であれば平面に、角度を有すれば曲面に展開できる。

その製造方法は帯板を折込み、背中合わせに接着させパネルを成形する方法が一般的であるが、曲面パネルを成形する場合、曲線帯を折ることとなり不効率である。そこで藤壺状のハニカムを個別に成形し、カシメにより接合する方法を提案する。これにより手間の軽減と、同じものを組み立てて作っていく楽しさを追求した。



折板による加工法



藤壺ハニカム

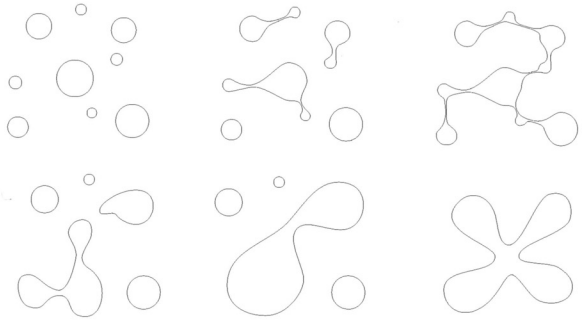
曲面パネル

Snap-through Structure

- 飛び移り座屈とリンク機構を組み合わせた multistable 構造体 -

着想

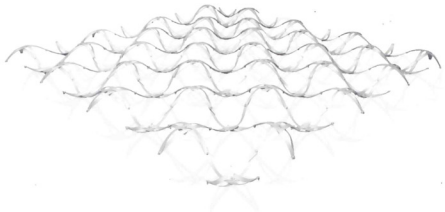
建築の寿命は長く、回りの環境や用途の変化は早い。そのために、寿命を全うできない建築や、適応できないでいる建築が多く見られます。そこで、時間や場所や用途の変化に、もっと簡単にもっと柔軟に対応できるような建築が必要なのだろうと思いました。



concept diagram 時間とともに自由な形態をとる

提案

いくつもの安定形状を持った可変構造体を提案します。

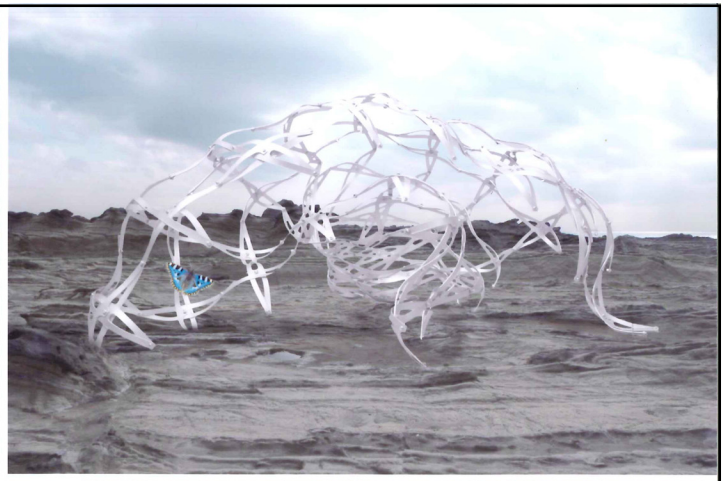


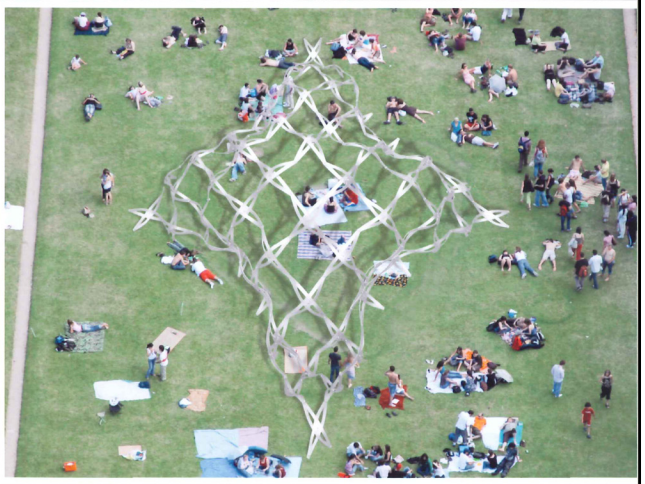
特徴

- 1種類の部材から成る
- 全てピン接合で構成される
- いくつもの安定形状を持つ
- 部材を組み直さずに形を変えることができる
- 平面から立ち上げることができる
- 様々な形態を持つ

ユニバーサル / リユース可能 / 施工性に優れる

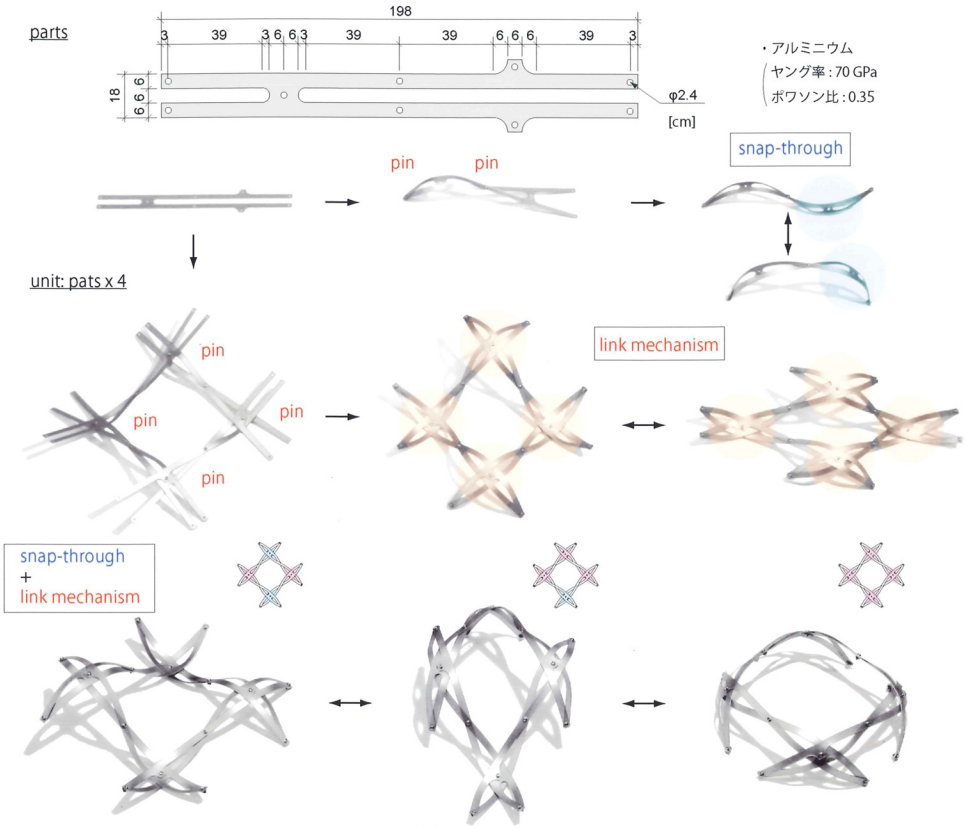
可変性 / 適応性 / 多様性





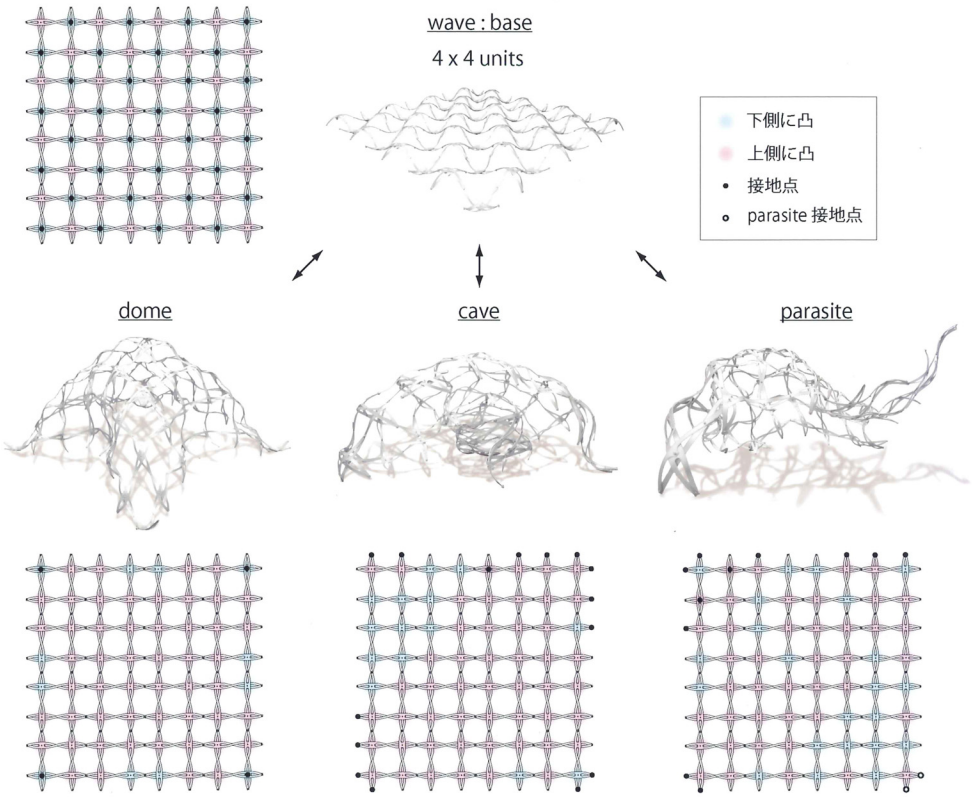
the Mechanism of the structure

この構造は、1 種類の部材で構成され、全てピン接合で造られます。1 つの部材は、ピンで 4 ヶ所留めることで、2 種類の安定形状を持った bistable 構造となり、飛び移り座屈によって、安定形状間を行き来することができます。2 種類の安定形状を持つ部材を多数組み合わせることで、安定形状を多数持った multistable 構造となります。また、multistable 構造を可能にするもう一つの特徴が、リンク機構です。部材を 4 つピンで接合することで、面内で自由に変形するリンク機構を持ったユニットが形成されます。ユニットは、飛び移り座屈とリンク機構によって、3 種類の安定形状を持った multistable 構造となります。



the Form Finding of the structure (small scale model)

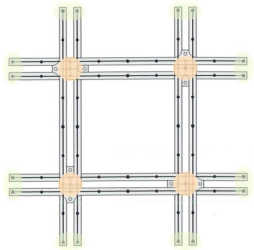
ユニット同士をピンで接合し、部材を編み込むように 2 次元的に展開していくことで、基本形状となる wave 形状となります。wave 形状から、部材を組み直すことなく、飛び移り座屈とリンク機構の組み合わせによって、形態を自由に変えることができます。広い内部空間を持った dome 形状や、外部空間が内部に入り込む cave 形状、そして、周囲環境に適応し、他の構造物に手をかけて成り立つ parasite 形状など、時間や場所や用途に合わせて、様々な形態に形を変えることができます。

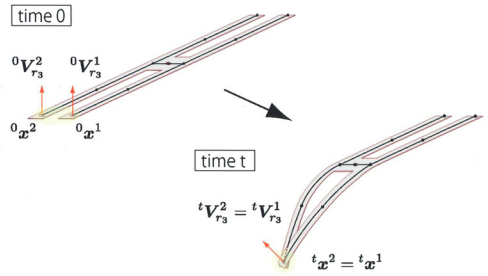


the Form Finding of the structure (analysis)

部材を有限変形・有限回転を考慮した Timoshenko 梁要素でモデル化します。そして、梁要素のポテンシャルエネルギーに、2 つの幾何的な拘束条件を付加し、拘束条件付きのポテンシャルエネルギーの停留条件を与えることで、仮想仕事式と拘束条件式を導くことができます。求めた式は非線形方程式となるため、Newton-Raphson 法による反復計算を行うことで、形態と部材い働く応力を導出します。

・解析モデル _1 ユニット





⟶ : Timoshenko 梁要素　　: 拘束要素　　: 面内ピン

・幾何学非線形有限要素法による定式化

拘束要素による拘束条件

$$\begin{cases} {}^{t}\boldsymbol{x}^2 - {}^{t}\boldsymbol{x}^1 = \boldsymbol{0} \\ {}^{t}\boldsymbol{V}^2_{r_3} - {}^{t}\boldsymbol{V}^1_{r_3} = \boldsymbol{0} \end{cases}$$

Lagrange Multiplier Method

$$\pi_{total} = \underbrace{\sum_{i=1}^{n_{beam}} \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{S}_i : \boldsymbol{E}_i dV}_{\pi_{beam}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{n_{const}} \boldsymbol{\lambda}_j \bullet \{(\boldsymbol{x}^2_j - \boldsymbol{x}^1_j) + (\boldsymbol{V}^2_{r3j} - \boldsymbol{V}^1_{r3j})\}}_{\pi_{const}}$$

停留条件 ⟶ $\delta\pi_{total} = 0$ ⟶ (仮想仕事式 + 拘束条件式) ⟶ Newton-Raphson 法 (反復計算) ⟶ (形態 + 応力)

n_{beam} : 梁要素総数

n_{const} : 拘束要素総数

$\boldsymbol{E}$: Green-Lagrange ひずみテンソル

$\boldsymbol{S}$: 2nd Piola-Kirchhoff 応力テンソル

$\boldsymbol{\lambda}$: ラグランジュ未定乗数 (拘束力) ベクトル

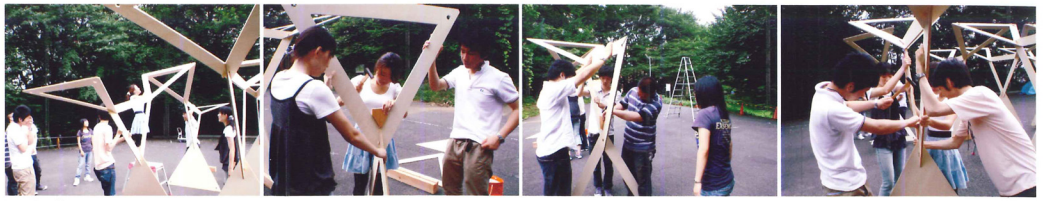
$\boldsymbol{x}^{1,2}$: 拘束要素の節点座標

$\boldsymbol{V}^{1,2}_{r_3}$: 拘束要素の持つディレクターベクトル

space-triangle

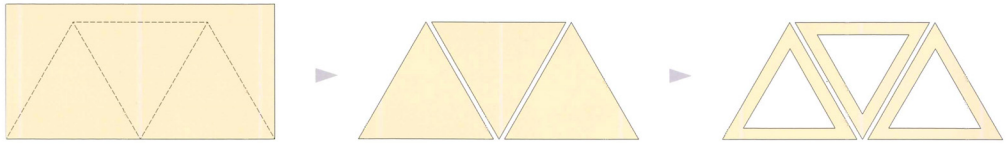
▽設計概要
正三角形を基本平面とするユニット架構物である。簡易な接合が可能なこの同一形状のユニット部材は、少人数による組立と解体が可能であり、小さく持ち運びすることができる。構造はスリーヒンジと呼ばれる構造形式であり、不安定な設置場所などでも、安定して架構を保つことができる。最大の魅力は構成部材を木材のみに限定し、接続部においても抜け防止に楔を打っているなど、一切金物を使わず、剛接合としないことにより伝統的な五重塔のような柔構造を実現させた点である。そのため外からの力に対してゆっくりと振幅することで、力を吸収分散し、架構の破壊を防ぐことを可能としている。

▽組立

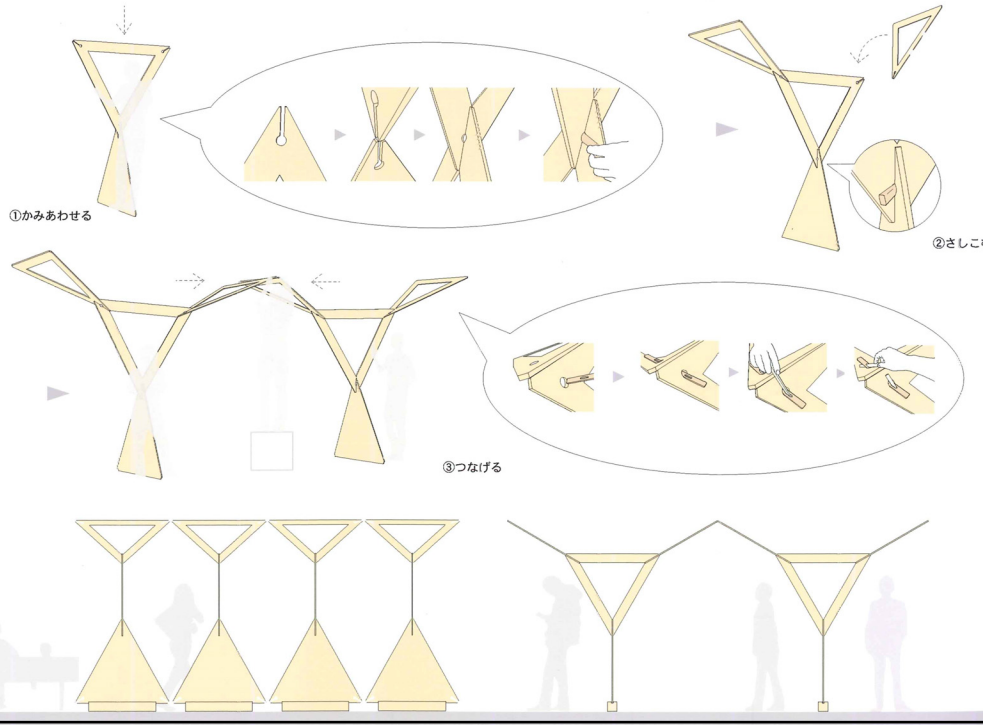


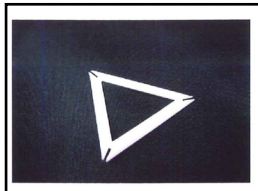
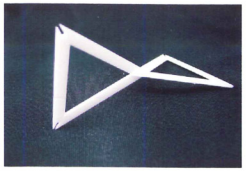
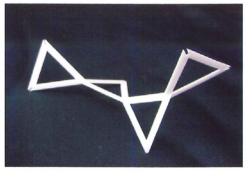
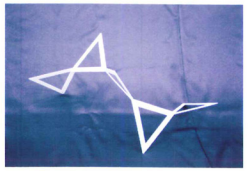
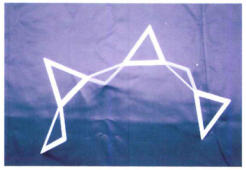
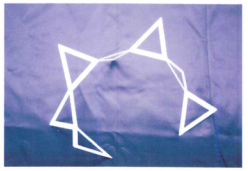
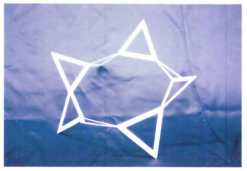
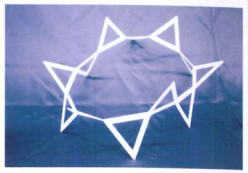
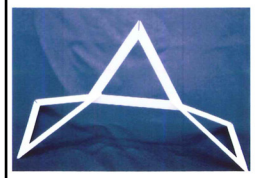
▽解体

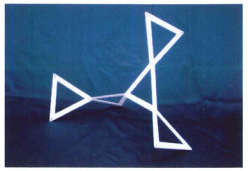
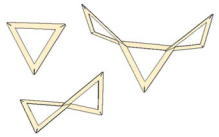
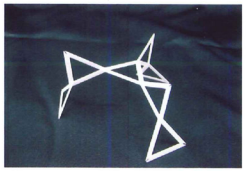
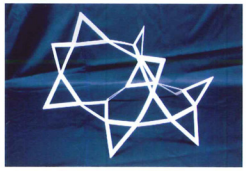
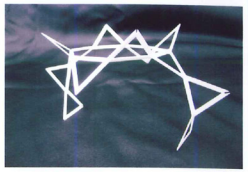
▽部材作成

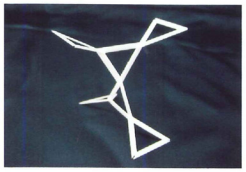
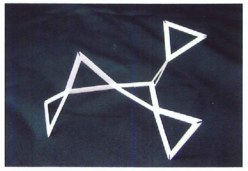
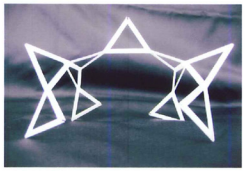
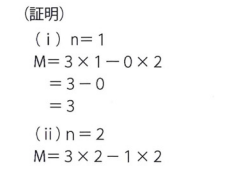
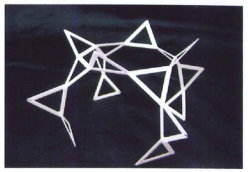
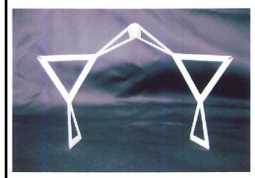
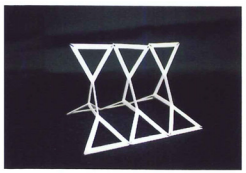
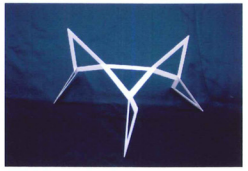
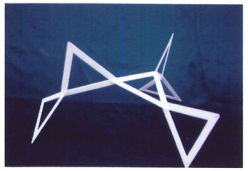
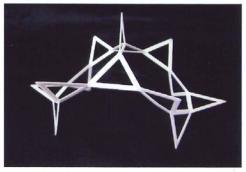
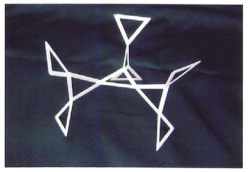
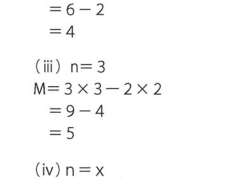
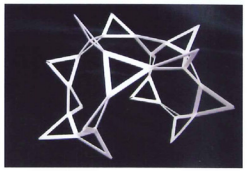
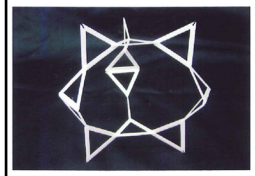


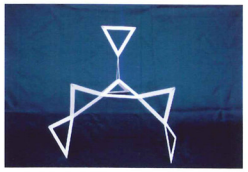
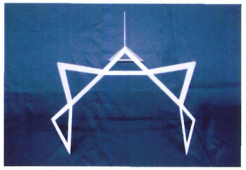
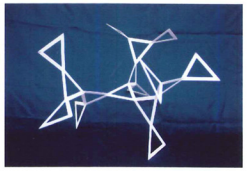
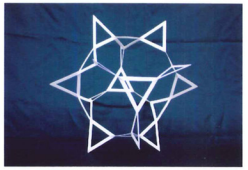
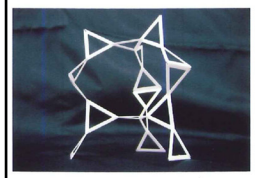
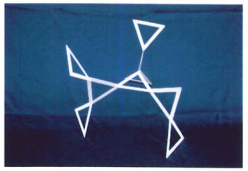
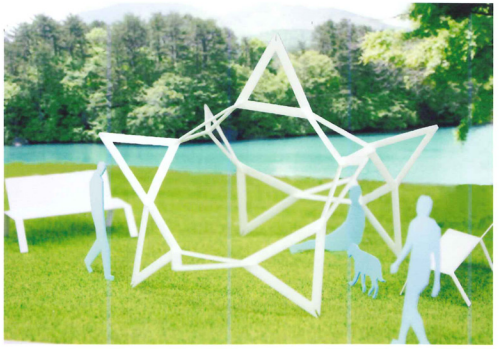
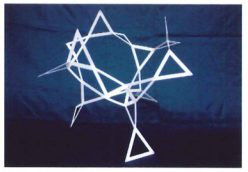
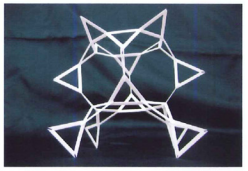
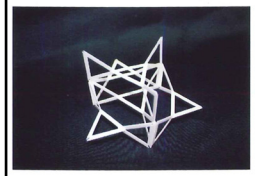
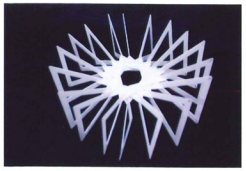
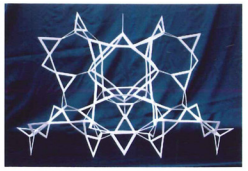
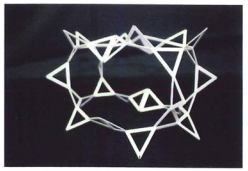
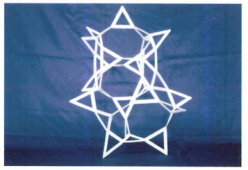
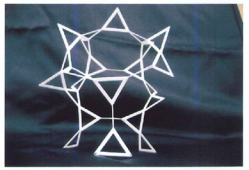
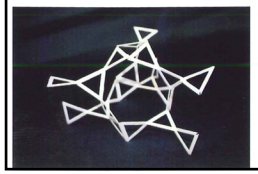
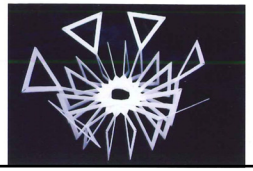
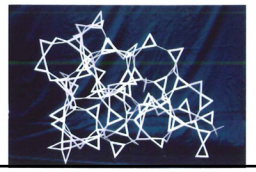
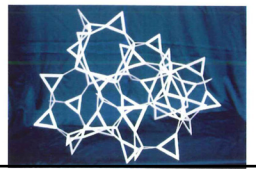
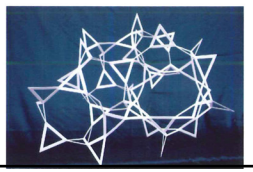
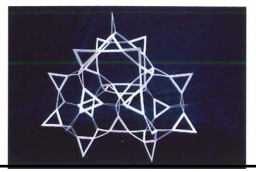
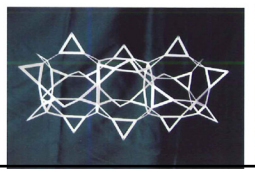
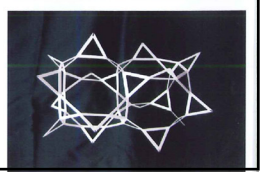
▽展開 (現地組立)












Puzzel のように楽しく形態を創生することができる


▽規則・ルール
同じ枚数から同じ形態しかできないものとして下記の３つがある

この３つの形態はその他の形態の最小単位であり、これらの組み合わせから多様な形態を創生することが可能となる

▽可能性
三角形の各頂点をジョイントとしており部材同士を繋げていくことでジョイント数が増え様々な形態を創生する






M；空いているジョイント数
n；部材数
α；部材１枚のジョイント数
β；接合部の数
γ；接合部に用いるジョイント数
$M=\alpha n-\beta\gamma$
（証明）
（ｉ）n＝１
M＝３×１－０×２
＝３－０
＝３
（ii）n＝２
M＝３×２－１×２
＝６－２
＝４
（iii）n＝３
M＝３×３－２×２
＝９－４
＝５
（iv）n＝x
M＝３×x－（x－１）×２
＝３x－２x＋２
＝x＋２
∴M＝n＋２
よってジョイント数 M は部材数 n に比例し増えることがいえ、その可能性は無限大である












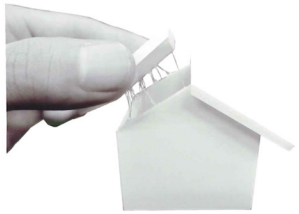
























Seamless 粘性が創出する形態

コロキウム構造形態の解析と創生2009 「楽しいつくり方、楽なつくり方ができる建築空間や構造物の『かたち』の創生」

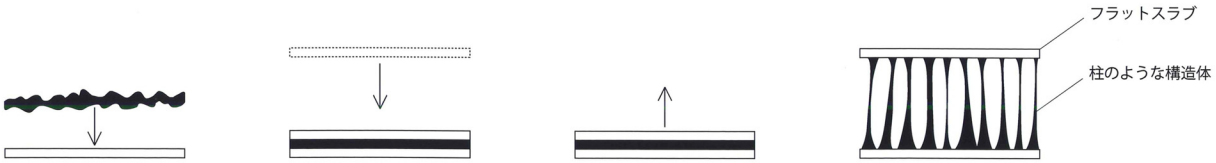
柱と床がシームレスに繋がった形態　空間ー形態ー構造が同時に建ち現われる　偶然性と不均質性　自然の生成原理のような規則性　ノスタルジックな風景　粘性の持つ質感　動物の本能を覚醒させるような場所

■発想の原点



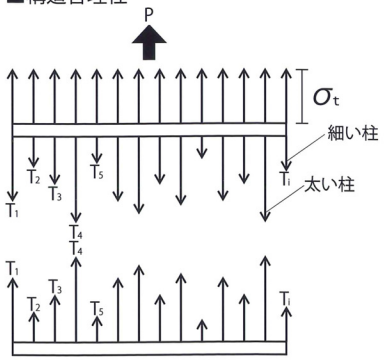
普段、建築の学生が模型製作の際に使うスチのりの粘性から形態創生のアイデアを得た。

■粘性の性質を持つ透明個体材による形態創生



まず一枚のスラブに、粘性の性質を持つ透明個体材を重ねる。さらにもう一枚のスラブを重ねて上に引き上げる。粘性が形態を創り出し、その形態のまま硬化することで柱のような構造体となる。形態の決定要因は粘性の度合と引き上げるタイミングである。

■構造合理性



$$\sigma_t = \frac{P}{A}$$

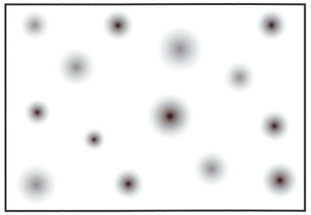
$$\Sigma T_i = P$$

荷重を合理的に地盤（下層）に伝達可能である。

■シームレスな構造体

粘性の性質を持つ透明個体材による構造体は、柱と床がシームレスに繋がった形態となる。従来の形態創生の方法では、建築の三つの要素である空間・形態・構造においてどれかの要素が先行してあり、その為に他の要素が形成されている。しかし、この粘性による形態創生の方法によって空間―形態―構造が同時に建ち現われ、建築の三つの要素が等価に扱われることとなる。

■不均質な平面



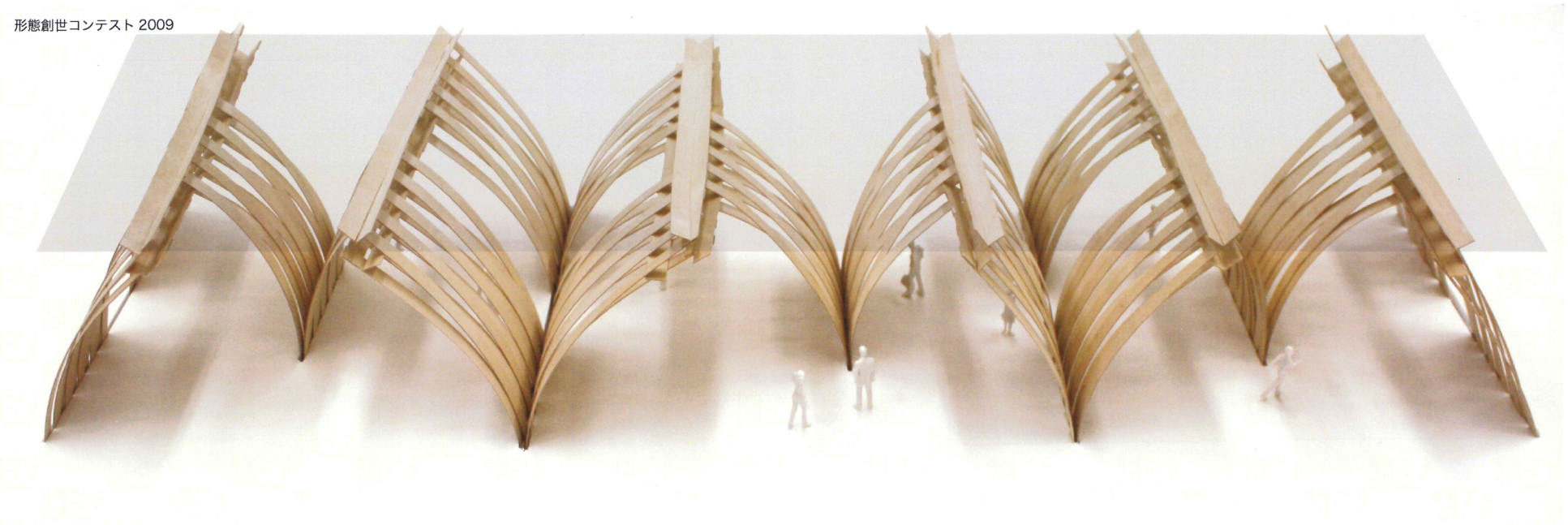
偶然性と不均質性を得た平面を創出する。

■高層化することの可能性

■自然の生成原理

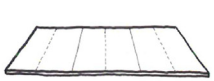
粘性という素材に内在する力によって生み出された形態は、まるで自然の生成原理によってできる洞窟や林のような存在感をはなつ。このような自然の生成原理によってできる形態は、偶然性と不均質性がありながら何か自然界の規則性がある。その風景は初めて見たのにもかかわらず、どこかで見たようなノスタルジックな風景となる。粘性が創り出す形態はそんな自然の生成原理のような魅力を持っている。

形態創世コンテスト 2009

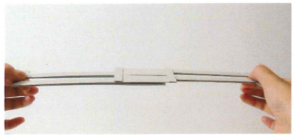


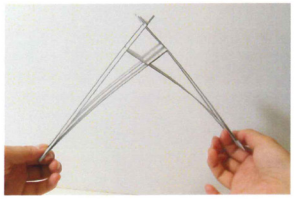
m.m.m...

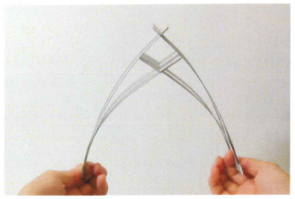
アーチが起きる。
取り組んだのは、そんな空間の生まれ方だ。線材や面材で、立体の輪郭をなぞるように組み立てるのではなく、
あらかじめ平面で組んだものから、アーチを生み出す。1つの平面の状態から立体を生み出す空間生成システムをデザインした。
具体的には、以下のプロセスを経る。
1. 櫛状のパーツを互い違いに組み合わせる。
2. スライドさせる。
3. 頂点を起こす。
4. 足元に引張り力を加える。
5. 足元を床材で固定する。
この構法は、板材に曲げを加えることで、頂点部分が締め付け合い安定する架構である。
全体がバネのように弾性域内でしなることで風圧力や地震力に耐えると同時に、人に触れる部分は柔らかく、曲線による空間は人に優しい印象を与える。木のしなやかさを生かした構造システムである。木のアーチ空間は、木のしなやかな記憶を呼び覚ます。



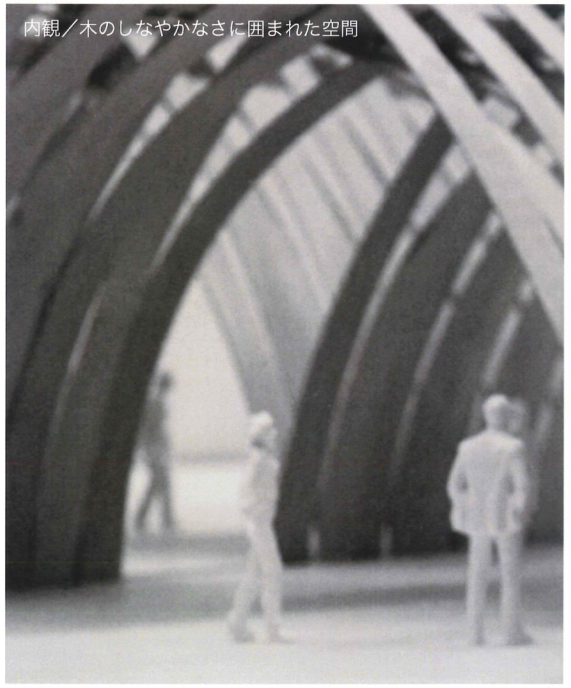
平面から立体へ

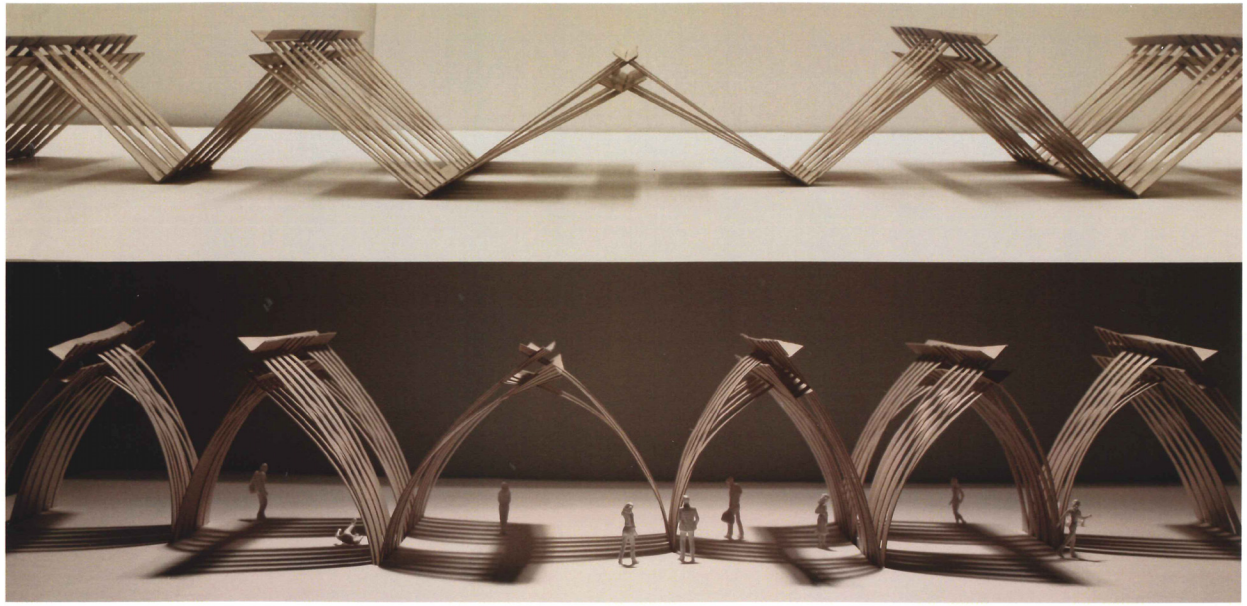






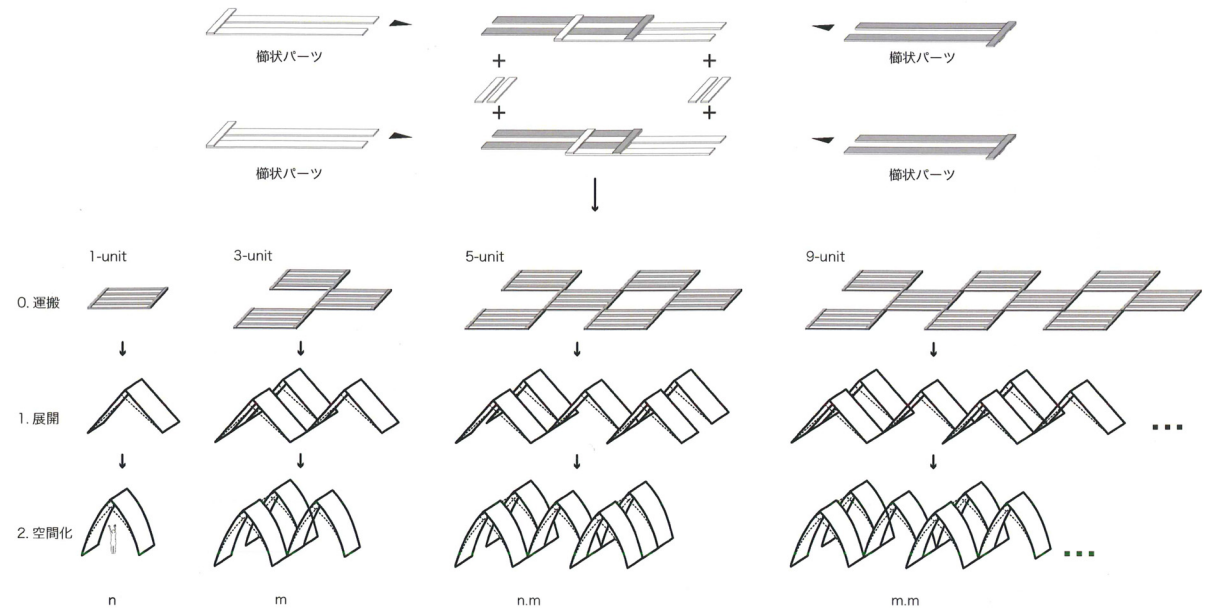
内観／木のしなやかなさに囲まれた空間



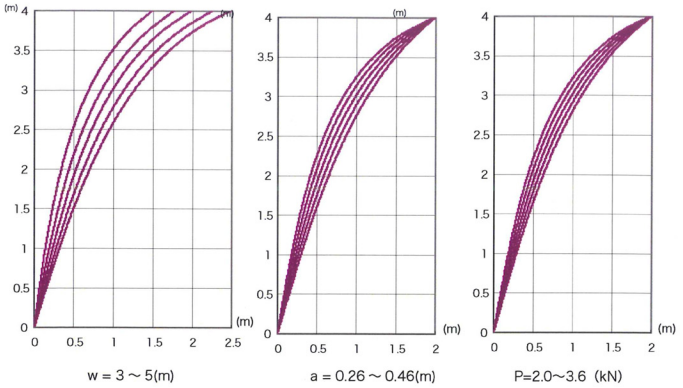


■シンプルな構法

長さの違う板材を並べて櫛状のパーツを作る。工場にて生産し、現場に展開する折りたたみ可能な架構である。プレートをスライドし、端部を引き寄せるとプレートが起き上がり、柔らかな空間が生まれる。材が少し曲がることで、頂点部分が締め付けられたシェル構造を形成する。木のしなやかさを利用した構造である。

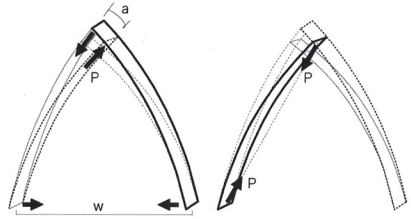


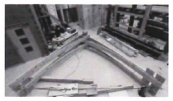
□アーチのアウトライン



□力の釣り合い

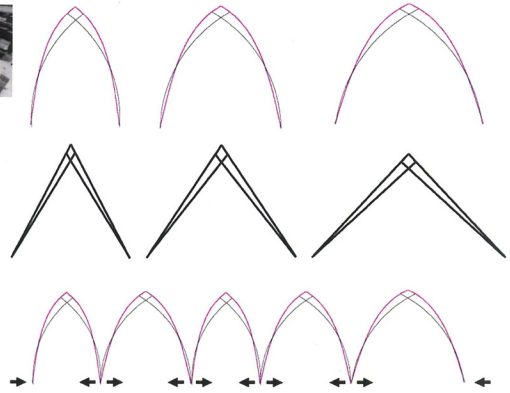
足元を引寄せることによって外材は内材に押し上げられ、曲面を形成する。一方内材は圧縮力によってアーチ形状を描く。外材を両端ピン支持の単純ばりとしてモデル化しスパン w、内材が外材を押し上げる力を P、作用点 a をパラメータとして外材の形を検証した。

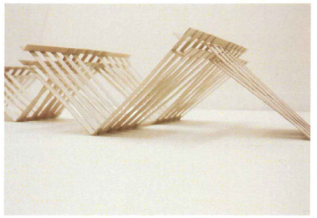




□様々な空間

幅と高さ、仕なり具合に合わせて、曲げる前の材長を算出します。両サイドから力を加える事で、様々な大きさの空間が形成されます。

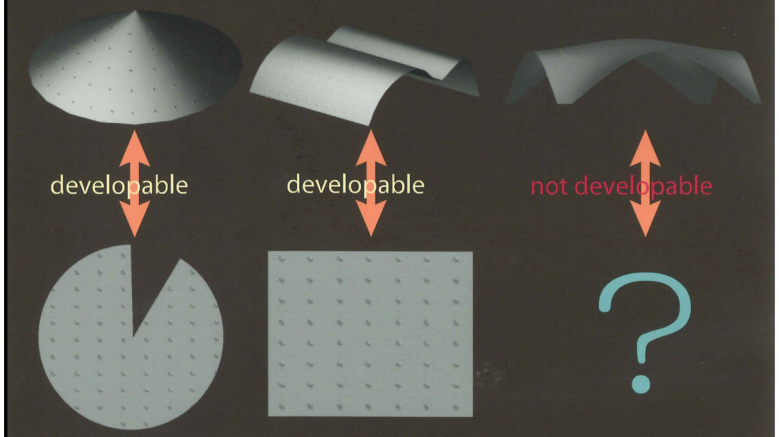




Make it developable －2 次元⇔3 次元の行き来を楽に－

近年の解析技術，施工技術の目覚ましい発展は，幾何学的な形態に捉われない自由な曲面を有する構造物の創造に寄与してきた。しかし，そのような複雑な形状を有する曲面構造物を具現化するためには，造船業界を中心として発展した非常に高度な加工技術と，現場の職人たちによる名人芸とも呼ぶべき施工技術が不可欠である。曲面構造物は，楽に作ることとは無縁なのである。そこで，高い力学的合理性を有する曲面を，数理計画法と微分幾何学の知恵を借りて可展面と呼ばれる平面に展開可能な曲面の繋ぎ合わせで作ることによって，楽に作れる曲面構造物の創生を試みる。形態創生手法のプロセスを通じて，本手法の楽しさを実感していただくとともに，実際に簡単な模型を製作することで得られた曲面が楽に作れることを証明する。

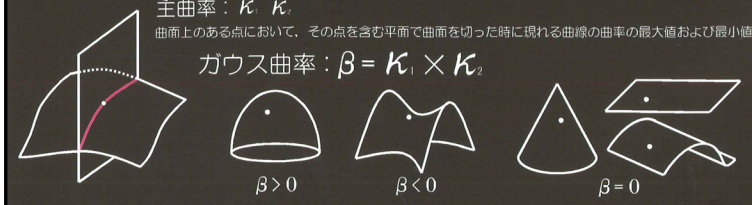
What is a developable surface?
可展面とは？



developable とは，展開可能の意味であり，曲面には，錐や筒など，平面から作成することができるものがある。このような曲面は可展面と呼ばれ，2 次元⇔3 次元の行き来が容易であり，施工性に優れていると言える。

Developable condition
可展条件

主曲率：κ_1 κ_2
曲面上のある点において，その点を含む平面で曲面を切った時に現れる曲線の曲率の最大値および最小値
ガウス曲率：$\beta = \kappa_1 \times \kappa_2$



可展面の成立条件：曲面全体でガウス曲率が 0

A method of the computational morphogenesis
形態創生の方法

力学的評価指標
ひずみエネルギー
→ minimize →
高い剛性を有する形態

＋

制約条件
可展条件(曲面全体でガウス曲率が0)　**体積制約(材料コストの指標・設計領域の制限)**

Step 1　初期条件の設定
初期形状の設定，境界条件の設定，FEM メッシュ分割，材料定数の設定，外力の設定，体積の設定，最適化計算の各種パラメータの決定

Step 2　可展領域の設定
曲面全体を可展面とすれば限られた曲面しか創生できないため，曲面をいくつかの領域に分割し，可展面とする区分領域を決める。

Step 3　曲面の離散化
区分領域に分けられた曲面をそれぞれパラメトリック曲面により離散化する。

Step 4　最適化問題を解く
パラメトリック曲面の制御点の鉛直方向座標を設計変数とし，高い剛性を有する区分的可展面を生成する。

$$\text{minimize} \quad f(\boldsymbol{q}_z) = \frac{1}{2}\boldsymbol{d}^{\top}\boldsymbol{K}\boldsymbol{d}$$ ← Strain energy minimization

・ひずみエネルギーを抑えることで，剛性を高める。

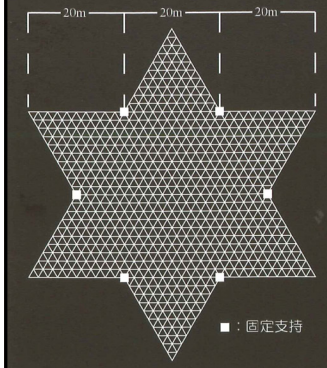
$$\text{subject to} \begin{cases} V(\boldsymbol{q}_z) - \bar{V} \le 0 & \leftarrow \text{Volume constraint} \\ \beta^{ci}(\boldsymbol{q}_z) = 0 & \leftarrow \text{Make the surface developable!} \\ (i = 1, \cdots, m) \end{cases}$$

・設計許容領域を限定して解の収束性を高めるとともに材料コストを考慮するため，体積に上限値を設ける。
・m 個の制約点を曲面全体に均等にかつ十分多く設け，それらの点でのガウス曲率の値を 0 に制約する。

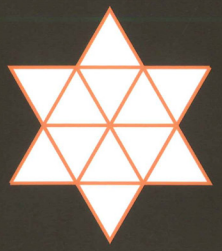
Step 5　形態創生の完了
本手法により解析的に得られた曲面は，平面に展開することが可能であるため，曲面の 3D データから展開図の作成が可能となる。解析条件により様々な形態の創生が可能であり，かつ，平面のつなぎあわせでつくることができる。
楽しく，そして楽につくれる曲面の完成である。

Analytical model
解析モデル

ポアソン比：0.17　※普通コンクリートを想定
ヤング係数：21.0GPa
単位体積重量：24.0kN/m³
シェル厚（一定）：0.10m
指定体積 $\overline{V}$=240.0m³



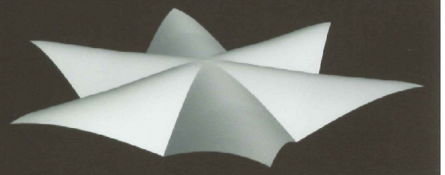
FEM メッシュ，平面プラン，境界条件



可展面とする区分領域（12 領域）

Analytical result
解析結果

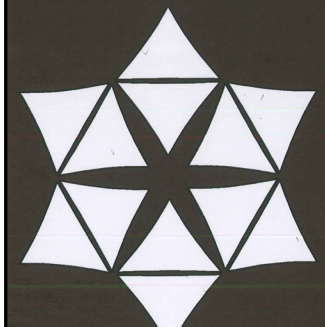
上面図



外観パース

X 方向立面図

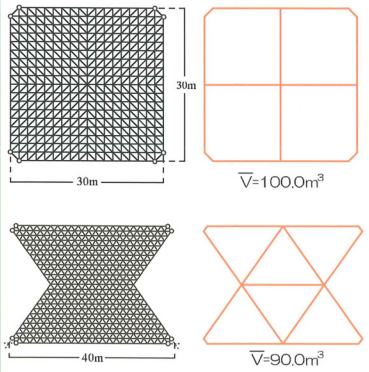
Y 方向立面図



展開図

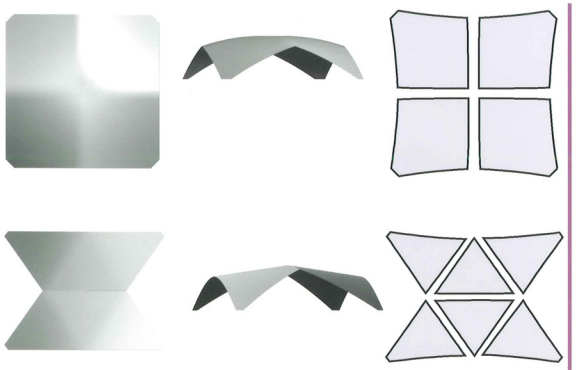
内観イメージ

Other various developable surfaces
その他の様々な可展面



Other models

左に示したモデル以外にもこのように，平面形状や境界条件，指定体積，可展領域の分割パターンといった組み合わせを様々に変えることにより，様々な可展面の創生が可能である。



Analytical results

Model Making
模型作製

得られた曲面は本当に developable であるのか，平板から簡単な模型（1:100）を作製することで検証する。

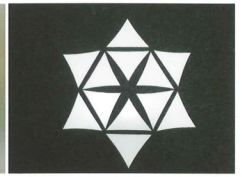
Use materials

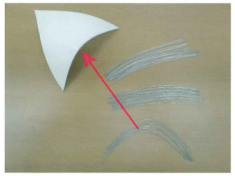
塩ビ版 (0.5mm)

針金 (2.0mm)

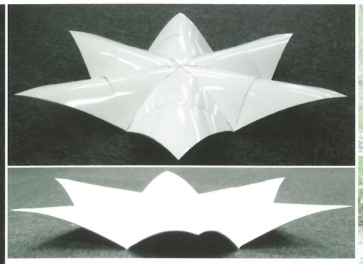
※某ホームセンターにて 1000 円以下で購入

Making method





展開図の形に塩ビ版を切り取る。外周の曲線を 3D モデルから算出し，外周曲線の形に針金を折り曲げる。針金を塩ビ版に沿わせ，曲率を固定する。



本形態創生プロセスを通じて解析的に得られた曲面は，平面から形作られる曲面の連結により 1：100 の簡易模型として実際に容易に実現することができた。

Completion model