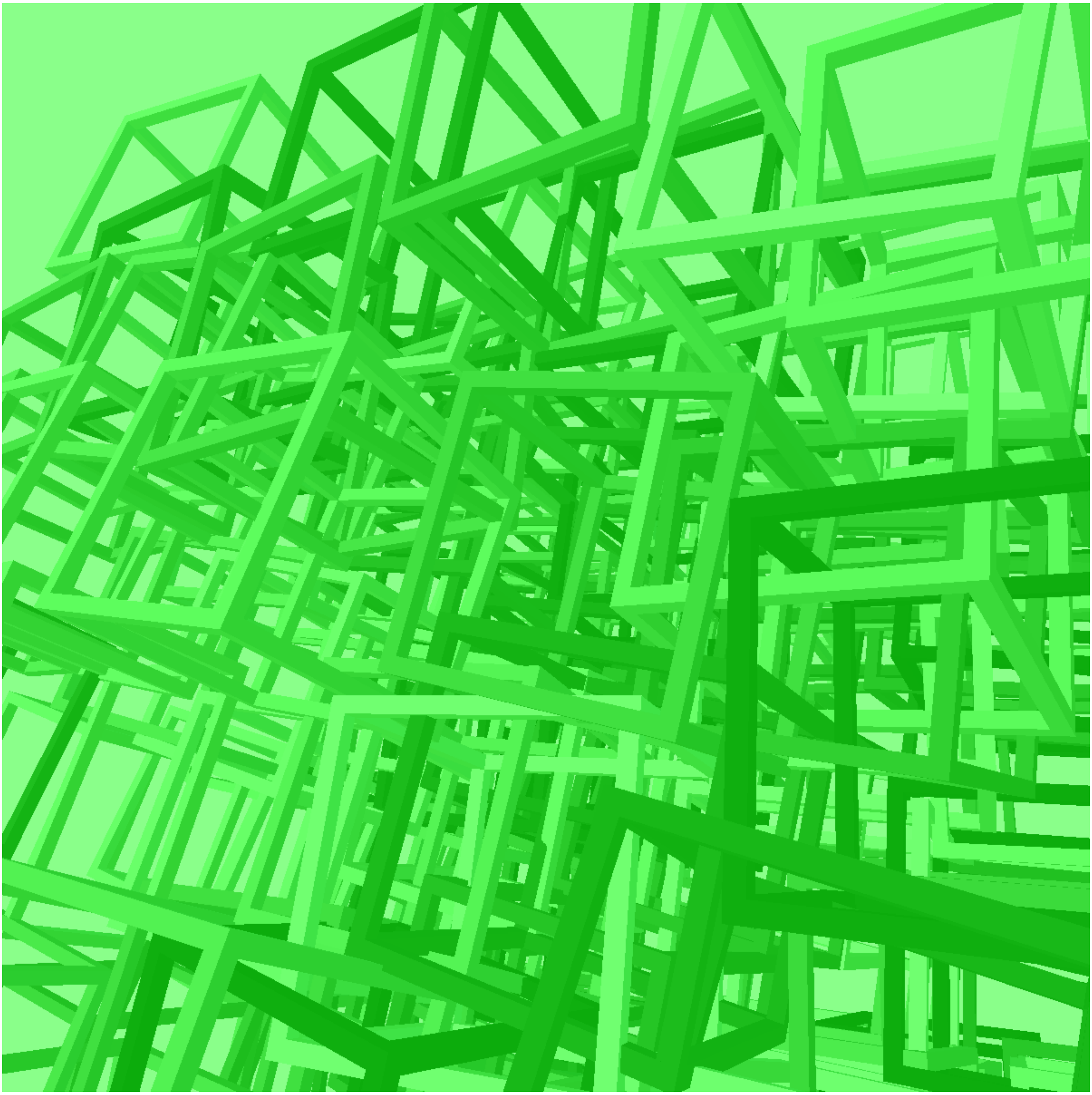
コロキウム

Analysis and Generation of Structural Shapes and Systems 2014

構造形態の解析と創生 2014



開催日：2014 年 11 月 6 日，7 日

日本建築学会

構造委員会　シェル・空間構造運営委員会　構造形態の解析と創生小委員会

構造委員会　応用力学運営委員会　構造設計・解析の最適化理論応用小委員会

情報システム技術委員会　アルゴリズミック・デザイン応用小委員会

主　旨　説　明

近年の建築の設計プロセスにおける 3D-CAD や BIM の利用は、意匠、構造、設備、施工の連携を強め、また、これまで不可能であった複雑な形態の構造物も建設可能にしました。また、3D プリンタに代表されるデジタル・ファブリケーションの技術が身近なものになり、建築のデザインに大きな変化を与えつつあります。実現可能な建築表現の自由度が急速に増すなかで、建築物の形態をどのように決定すべきかという問題について、今まで以上に深く議論していく必要があります。

本コロキウムは２００６年度から毎年開催しており、構造形態創生、構造最適化、アルゴリズミック・デザインといった建築構造物の形態を創り出すための理論・技術に関する新しいコンセプトや最新のアルゴリズム、実務への応用の実態と課題、創生されたデザインなどが紹介され、活発な議論が展開されてきました。本コロキウムは、今やこれらの理論・技術に関する情報発信源として業界における重要な役割を担っています。本年度開催する「コロキウム構造形態の解析と創生２０１４」においても、形態創生の理論･技術に関わる研究者､技術者が一堂に会して情報交換を行い、将来の方向性について議論することで、これらの研究・技術分野が益々発展し、今後の建設技術の一助となることが期待されます。

２０１４年１１月

構造形態の解析と創生小委員会主査　山本 憲司
構造設計・解析の最適化理論応用小委員会主査　高田 豊文
アルゴリズミック・デザイン小委員会主査　瀧澤 重志

構造委員会

委員長：緑川 光正（北海道大学）
幹事：加藤 研一（小堀鐸二研究所），塩原 等（東京大学），竹脇 出（京都大学）

シェル・空間構造運営委員会

主査：大崎 純（広島大学）
幹事：河端 昌也（横浜国立大学），谷口 与史也（大阪市立大学），
中澤 祥二（豊橋技術科学大学）

構造形態の解析と創生小委員会

主査：山本 憲司（東海大学）
幹事：熊谷 知彦（明治大学），永井 拓生（滋賀県立大学）
委員：大森 博司，岡田 章（日本大学），川口 健一（東京大学），
ガン ブンタラ（日本大学），立道 郁生（明星大学），張 景耀（名古屋市立大学），
陳 沛山（九州工業大学），藤井 大地（近畿大学），本間 俊雄（鹿児島大学），
松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），水谷 太朗（大成建設），三井 和男（日本大学）

応用力学運営委員会

主査：元結 正次郎（東京工業大学）
幹事：荒木 慶一（摂南大学），高田 毅士（東京大学），西田 明美（日本原子力研究開発機構）

構造設計・解析の最適化理論応用小委員会

主査：高田 豊文（滋賀県立大学）
幹事：澤田 樹一郎（鹿児島大学）
委員：大崎 純（広島大学），大森 博司，小野 聡子（有明工業高等専門学校），
加藤 準治（東北大学），國光 修五（ユニオンシステム），清水 斉（広島工業大学），
堤 和敏（芝浦工業大学），平田 裕一（三井住友建設），藤井 大地（近畿大学），
本間 俊雄（鹿児島大学），松尾 智恵（川口衞構造設計事務所），山川 誠（東京電機大学）

情報システム技術委員会

委員長：三井和男（日本大学）
幹事：猪里 孝司（大成建設），大崎 純（広島大学），倉田 成人（筑波技術大学），
下川 雄一（金沢工業大学）

アルゴリズミック・デザイン応用小委員会

主査：瀧澤 重志（大阪市立大学）
幹事：木村 謙（エーアンドエー），松川 昌平（慶應義塾大学）
委員：朝山 秀一（東京電機大学），池田 靖史（慶應義塾大学），稲坂 晃義（東京理科大学），
大崎 純（広島大学），小渕 祐介（東京大学），柄沢 祐輔（柄沢祐輔建築設計事務所），
木内 俊克（東京大学），城所 竜太（アラップ），酒井 康史（日建設計），
竹中 司（豊橋技術科学大学），前 稔文（大分工業高等専門学校），
渡辺 誠（渡辺誠／アーキテクツ オフィス・東京都市大学）

「コロキウム 構造形態の解析と創生 2014」実施主担当者（所属は前掲）

コロキウム実施責任者：山本 憲司
コンテスト担当：松川 昌平，熊谷 知彦，酒井 康史，朝山 秀一，小野 聡子
講演論文担当：澤田 樹一郎，永井 拓生，横須賀 洋平
広報担当：本間 俊雄
懇親会担当：立道 郁生，瀧澤 重志，陣 沛山，松尾 智恵
会計担当：朝山 秀一，平田 裕一，張 景耀
参加登録：ガン ブンタラ
優秀講演賞担当：高田 豊文
コロキウム HP 担当：藤井 大地
ポスター担当：永井 拓生
Web リスト担当：山本 憲司，小野 聡子，朝山 秀一
文献リスト担当：大崎 純，高田 豊文，瀧澤 重志
優秀講演選考委員会委員長：高田 豊文

＊　本コロキウムの開催にあたっては，学校法人東海大学総合研究機構から一部補助を受けております。

コロキウム　構造形態の解析と創生　２０１４

－　目　次　－

■特別講演

■一般講演

■形態創生コンテスト

■文献・Web 情報リスト

＊形態創生に関連する情報は順次、次の HP に掲載していきます。
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/

■特別講演

特別講演講師　中田 捷夫（なかた かつお）

特別講演題目

「ちからとかたち －MIHO 美学院チャペルの設計から－」

1940年　　大阪府堺市生まれ

1966 年　日本大学大学院修士課程終了（指導教授坪井善勝）

（財）建設工学研究会技術職員として研究・設計活動に従事。

最初の設計活動は、EXPO70 お祭り広場大屋根架構の空気膜構造。

1979年　　㈱坪井善勝研究室設立。取締役。

ミノルヤマサキ設計の神慈秀明会教祖殿他の諸施設、

I Mペイ設計のカリヨンおよび MIHO 美術館の構造を担当。

1991年　　坪井善勝氏の逝去に伴い代表取締役に就任。社名を㈱中田捷夫研究室に変更。現在に至る。

1998 年～2000 年　東京理科大学理工学部建築科教授。

資格　　工学博士(日本大学)　「平板及び扁平殻の弾性挙動に関する研究」

技術士（建設部門）　第 15944 号　昭和 58 年 1 月 20 日登録

活動　　日本建築学会　終身正会員。

日本建築構造技術者協会　名誉構造士

日本構造家倶楽部　副会長兼事務局長。

公益法人岡本太郎記念財団　理事。

岡本太郎の壁画「明日の神話」修復プロジェクトに参画。

受賞　　1995 年　第５回　松井源吾賞　（梼原町地域交流施設）

1995 年　JSCA 賞（佳作賞）　（コーベコニシ本社・流通センター）

2000 年　American Wood Design Award (氷見ふれあいスポーツセンター、吉備高原小学校、奥津温泉花美人の里で３部門から受賞)

2004 年　JSCA 賞（業績賞）　（木質構造の普及に関する業績）

2007 年　建築学会　建築選奨（群馬国際アカデミー）

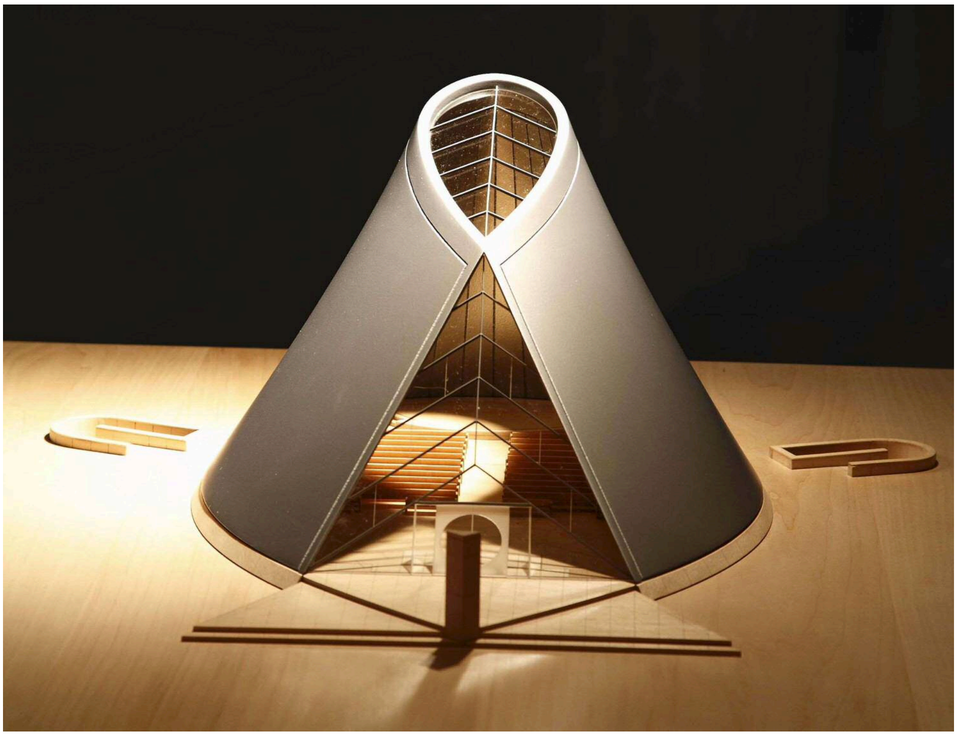
2010 年　建築学会　建築選奨（幕張インターナショナルスクール）

2013 年　BCS 賞（MIHO 美学院　チャペル棟）

2013 年　BCS 賞 （伊勢神宮せんぐう館）

- ちからとかたち -

MIHO 美学院チャペルの設計から　　終身正会員　中田捷夫



MIHO 美学院チャペルの模型

はじめに

物体に「ちから」を作用させると「かたち」は変化します。物体の形や硬さ、素材の組成や配列、そして支持方法などによって、変化の仕方や変形量は変わります。しかし、これらの物体―構造体とも言えるのですが―を形作る要素や条件が一旦きまると、「ちから」と「かたちの変化量」＝変形量は一義的に関係づけられます。

私たち構造設計者は、ある特定の形に「ちから」＝荷重を作用させた時の「かたち」の変化量を計算し、その変化量から構造体各部の応力を算定してきました。そして、その応力の大きさが材料の強度に比べて、適切な大きさであれば、その物体は破壊しないとして安全性の確認に代えてきたのです。

このように、「ちから」と「かたち」を関連付けるための研究が研究活動の中心であった時期があります。勿論、特定のテーマについては現在もその研究を続けている分野もありますし、少なくとも 2 次元弾性体のウラソフ式と呼ばれる「弾性基礎方程式」は現在では実用的な意味は薄くなったものの、教育的な意味においては計り知れない大切な意味を持つと思います。連続体の微小な面素の力の釣り合いと変形の連続条件から誘導される釣り

合い条件式と歪の連続条件式を連立の偏微分方程式の形で纏められたこの式は、面内力と曲げ応力を含む薄肉の連続体の力学的な挙動を表す一般式として、このテーマに取り組むことは、連続体の理解のためにとても有効な課題なのです。

　私の恩師である坪井善勝先生はこの分野の先駆者であり、多くの論文を発表されていますが、現在ではこの課題に取り組む研究者が極めて少なくなったのは残念なことです。

微小変形理論による偏平シェルの釣合い式

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + \left(N_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2N_{xy}\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) + p_z = 0 \cdots\cdots\cdots (1)$$

微小変形理論による板の釣合い式

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + p_z = 0 \cdots\cdots\cdots (2)$$

微小変形理論による膜応力状態の偏平シェルの釣合い式

$$N_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2N_{xy}\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + p_z = 0 \cdots\cdots\cdots (3)$$

偏平で水平投象で直交する半剛性吊屋根の初期状態の釣合い式

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + p_{zo} = 0 \cdots\cdots\cdots (4)$$

偏平で水平投象で直交する半剛性吊屋根の変形後の釣合い式

$$\frac{\partial^2 (M_x + m_x)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (M_y + m_y)}{\partial y^2} + (H_x + h_x)\frac{\partial^2 (z+w)}{\partial x^2} + (H_y + h_y)\frac{\partial^2 (z+w)}{\partial y^2} + p_{zo} + p_z = 0 \cdots\cdots (5)$$

　この分野の研究が世間からフェードアウトしたのは1970年代の前半であったと記憶しております。当時私は「HPシェルのフーリエ解析」というテーマを与えられて、偏微分方程式の特異点問題に取り組んでいました。この研究の目的はこの微分方程式の解を解析的に求め、少なくとも表現上の厳正解を得て、差分法などの解の精度をチェックすることにありました。差分法は微分方程式で表現された曲面板の解を得る実務的な方法として大変便利な手法ではありましたが、撓みや応力（関数）が連立 1 次方程式の解として与えられるので、まだ電子計算機が普及していない時代では、粗い分割しかできず、十分な精度が得られているのか判断する術がなかったのです。

数値解析の時代へ

　このような時代において、解析の対象となる曲面の条件は、少なくとも「幾何学曲面」であることであり、曲面内に「欠損」のない連続体であることでした。解析可能な境界条件にも制約があって、不連続な支持条件での解析には困難が付きまといました。そして、次第に幾何学的曲面の連続体は設計の世界から消えていったのです。

　そこに現れたのが高速・大容量のコンピュータでした。任意形状の骨組みの解析を対象にした「マトリクス」法は、接点の変位と回転を未知数にして構造体をマトリクスの形に纏め、全体系の釣り合いから各節点の変位と回転（角）を決定する方法で、大容量・高速

のコンピュータがあって初めて実現できました。更に、連続体に対しては、連続体を有限の面素（要素）に分割し、節点の釣り合いに加えて歪の近似的な連続条件を加味してマトリクスの形に纏めた有限要素法が急激に普及したのです。

有限要素法は、連続体を分割して不連続の解析モデルに置換するのですが、分割を限りなく細かくすると限りなく連続体の解に近づくと言われています。しかしながら、隣り合う要素間の相対変位が限りなく同じ値に近づいたりしますと分割の仕方によっては解の精度に疑問が生じない訳ではありませんし、その精度については外力と反力との釣り合いを頼りにしなくてはならないのです。勿論、実際の構造物の施工に見込まれる誤差は解析の誤差をはるかに超える筈で、設計には全く問題がないのですが、有限要素法で解析した数値は、少なくとも「数値実験」の結果であることに変わりはありません。しかし、解析的には厳正ではなくても、構造体の形状や境界条件の如何に関わらず、必ず設計的な数値が得られるという意味において、大変実用的な計算法であることには変わりはなく、実務的には大変大きな成果をもたらしたことに変わりはありません。

形態創生について

最近「創生」という言葉が流行っているようです。今まで余り聞いたことがなかったためか、何か新鮮な響きが聞こえてきます。「創」という言葉も「生」という言葉も、共にそれまでになかった何か新しいものを作り出すという意味のようです。

特定の「かたち」（形態）を想定した時の「ちから」（荷重や応力など）との関係が定式化されると、今までの構造設計の逆の手順も定義されるので、特定の「ちから」を仮定したときの「かたち」を求めることも可能になる。このことは、論理的には当然のことであって、殊更新しい発想ではないが、これを現実の手法として取り組むことが出来たのは、偏に大型・高速計算機の普及にある。建築的な構造物を想定した事例では、影響因子を変えてゆくと様々な構造体の形状が得られるが、手法としては大変衝撃的な魅力を持っているものの、得られた「かたち」そのものは特に感動を与えてくれる物ではありませんでした。

コンテストで提案された事例を見ても、形態アルゴリズムの手法を適用して得られた結果が示されてはいるものの、提案された形態がこの手法による成果と言える物は少なかったように思います。解析するのが精いっぱいで、その成果の適用可能なものを模索したのでは順序が逆ではないかと思いました。

この手法は影響因子を種々変えることでいろいろな形態が表れ、設計の手段としても大変示唆的であると思います。今までには想像もできなかった「かたち」を体験することが出来ます。そして、それらは必ず「何か」を根拠にしたかたちであることは大切なことであると思います。

「かたち」を決める

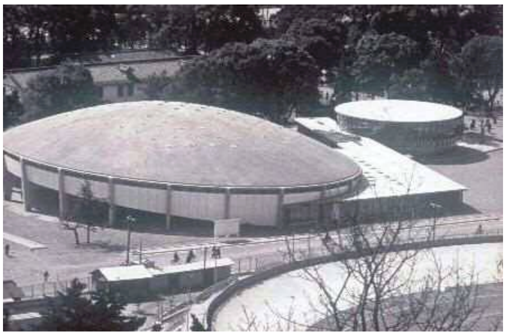
私が空間構造を学んだ1960年代では、空間構造の設計において最も大切なことは、曲面の形状を決めることでした。基本的な認識として、圧縮場にはコンクリートを、引張場には鉄骨をというイメージは共有されていたと思います。球面、円筒面、円錐面、双曲放物面、コノイド、トーラス等など、幾何学的曲面は形状が応力の種類を支配することを認識していました。これらの曲面では曲面内の全ての点が関数値として定義でき、連続体理論が適用できるのです。その結果曲面内の応力や変形も解析的に定義できることになります。

しかし、理論解の適用が可能な形状や境界条件は限定されており、どのような曲面でも解が得られる訳ではありませんでした。

一方、幾何学的な曲面で解析可能な曲面は限定されていて、意匠設計者にとって魅力的な空間にならないという意見も強くあります。坪井善勝博士の空間構造設計に際しての「動的建築」は、「構造体内部に発生する内部応力が緊張感を以って躍動し、空間を引き締める」という考え方でした。このためには、曲面を切除したり、傾斜させたり、境界構造を不均一にしたりして、構造体内部に「みだれ」を作り、緊張感を生み出すことでした。ただ、余りに痛めすぎて曲面の持つ特性を失ってしまっては意味がないので、「いかにギリギリまで躯体を虐めることが出来るか」が最も大切であると教えられました。そして先生は名言「名建築は合理性の近傍にあり」という言葉を残されたのです。

この時代の空間構造はすべて「幾何学的で解析可能な曲面」が基本になっていたのです。

晴海貿易センター2号館（村田政真）



愛媛県民館（丹下健三）

「形態創生」と空間設計

形態創生の手法で得られる空間は、解析手法が全く異なったアプローチで設計されているようです。すなわち、「ちから」と「かたち」の関係は、「有限要素法」という数値解析によって定義されるため、曲面の形状には全く制約がなく、どのような形状でも計算できることです。分割された要素の節点座標が与えられればすべての節点の変位を求めることは可能になります。この関係を利用すれば、例えば、荷重条件や躯体の領域、境界条件などを満足する無数の躯体の形状の中から、特定の部位の変形量を制御する、あるいは、使用材料の総量を最小化する躯体の形状を選び出すこと等が出来る。得られた結果をみると、

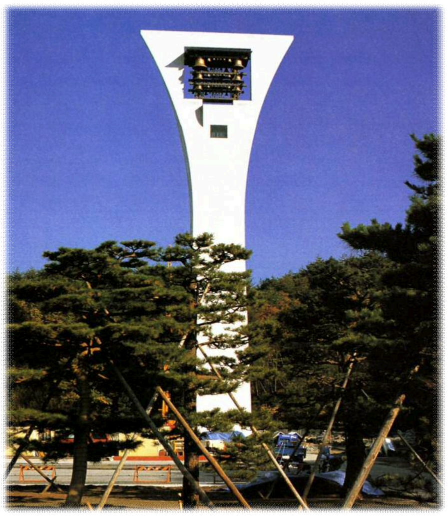
私たちの経験値に近いものもあれば、全く想像もできなかったものもあって、人間の思考限界をはるかに超えた計算によって算出された結果を信じる以外ないのが現状ですが、一般的には奇異な驚きはあっても、空間の魅力に乏しく感動的なものは少ないようです。これは、曲面を決める因子に「感動」を指定できないことに起因すると思われますので、実際の設計では「人間的な修正」が必要なのかもしれません。

実際の設計では更に、施工性や経済性など多くの影響因子が存在するので、この手法によって得られた形状が実際に実現するためには更に多くのハードルがあるのです。形態創生の手法は私たちの多くの未知の知見を与えてくれます。数値計算による仮想の世界の成果を今後とも見守ってゆきたいものです。

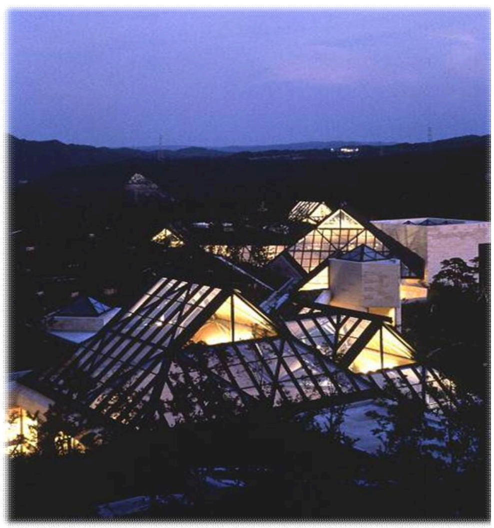
MIHO 美学院チャペルの設計

建築家 I.M.ペイ氏は、20 世紀を代表する建築家で、WTC の設計者として知られる M.ヤマサキ 氏と並んで、アジア系の巨匠として活躍されてきたことはよく知られるところです。この二人の巨匠は、滋賀県甲賀市にある宗教法人神慈秀明会に幾つかの作品を残されています。ヤマサキ氏は既に他界されていますが、神慈秀明会の神殿・教祖殿は故坪井善勝先生との最後の協働作品であり、その後建設されたカリヨンの塔は、ヤマサキ氏の後を継がれたペイ氏と坪井先生の協働による世界で唯一の作品であり、坪井先生の遺作でもあります。坪井先生はこのカリヨンの塔の落慶を待たず、その直前に他界されたのです。

その後、ペイ氏は MIHO 美術館を設計され、この MIHO 美学院中等学校が第 3 作目になりました。



教団の本部内施設　カリヨン塔
1998.12～1990.12



MIHO MUSEUM
1994.4～1997.10

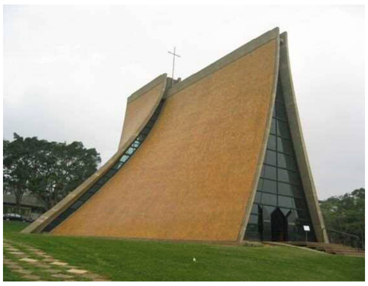
I.M.Pei 氏の最初の教会と今度のプロジェクト

ペイ氏が 60 年前に建築家として設計された最初の作品が、1955 年の台湾・東海大学のチャペルでした。そして、ペイ氏はご自分の作家生活を締めくくる作品として、この MIHO 美学院のチャペルを選ばれたのです。最初のチャペルは HP 曲面、今回は円錐曲面を題材にして、共に線織面を基本に形状が決定されています。

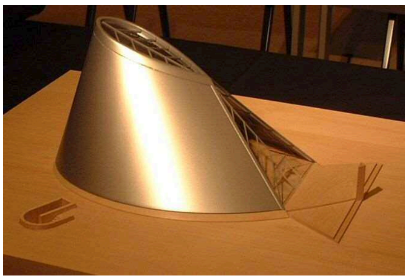
MIHO 美学院は扇状の平面の内側の円弧の端部を持ち上げて結んだ時にできる、ワイシャツの襟状の曲面を原型にデザインされました。当初は、一枚の鋼板を曲げて作りたいという、極限まで単純化された薄鋼板シェルを計画されていましたが、音響効果の視点から断念されました。次に浮上したのが、シングルレイヤーの曲面パイプトラス構造でしたが、この計画では、節点での面外曲げ応力の処理が非常に困難を伴うことと、対象軸が中央 1 本のみのため節点の形状が全てことなるため、制作上の合理性が満たせず断念されました。この段階までは、ペイ氏と構造家、レスリー・ロバートソン氏が N.Y.で検討され、構造保留のまま、意匠的な提案が施主に了承され、実施設計に取り組むことになりました。

この段階から、私が実施設計を引き継がせていただきました。私は、坪井研時代にシェル構造の解析解の研究をテーマに勉強してきましたが、実際の設計は初めての経験でした。ただ、「解析解至上主義」を信奉してきた私には、有限要素法という discrete な数値計算法には馴染めず、結局、豊橋技科大の加藤史郎先生の協力を仰ぐことになりました。

もし、この数値計算法が普及していなかったらどのように設計しただろうかと思うと、少なくとも設計的には、有力な道具を用意してくれた時代に感謝せずには居られません。



東海大学 (台湾) 1955年
36歳　処女作　RC　シェル構造



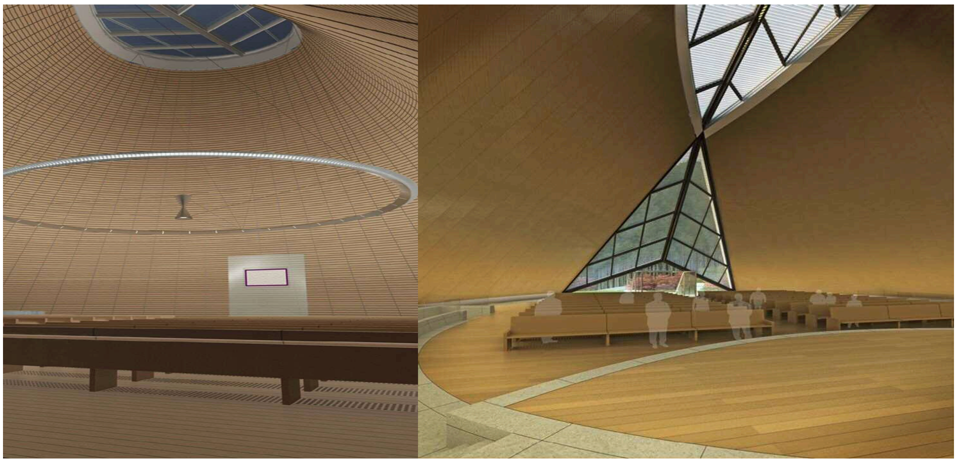
MIHO美学院チャペル
95歳　完結作 RC造 メタル 曲面

I want to do with the architect life
that ends in the chapel in the start chapel.

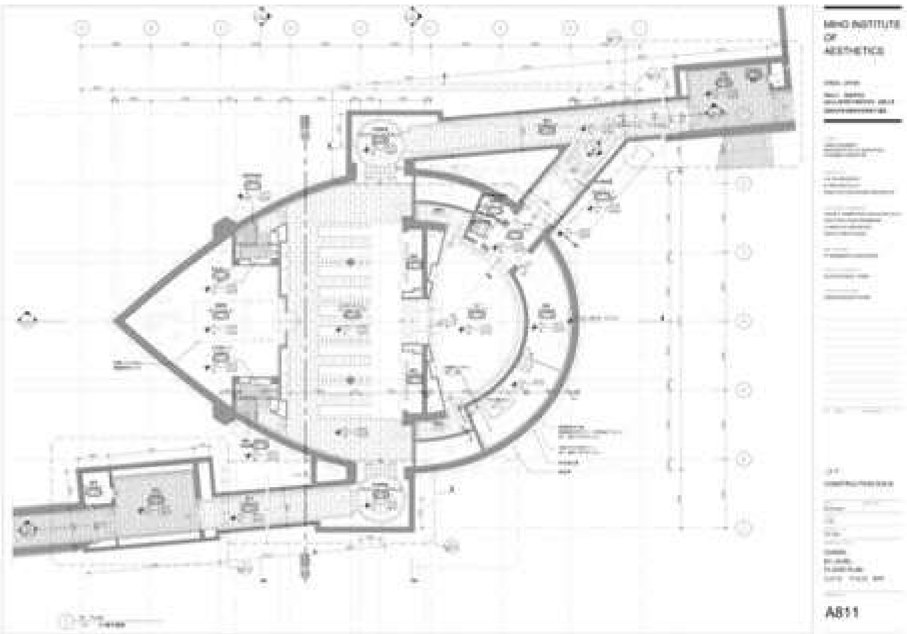
（I.M.Pei 氏の言葉）

MIHO 美学院全景

チャペルの外観



チャペルの内観



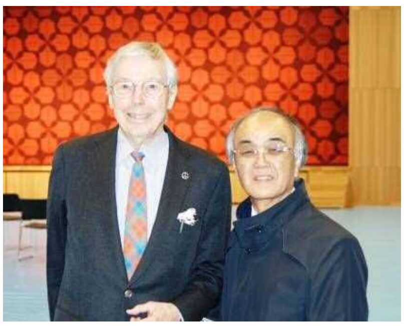
チャペルの地下平面図

むすび

実際の建物の設計の中で、応力解析はとても大切な作業ですが、設計の流れの中ではほんの一部の作業にすぎません。ただシェルの「かたち」を決める作業は、建築家の感性によって決められるもので、その背景には建築家自身の哲学や思想が詰まっています。

「形態創生」と言う手法は、ある特定の目的を如何に的確に把握するかという観点からは大変有力な手法ではありますが、実際の建築は必ずしもそんなに論理性の高いものである必要はないと考えています。勿論、何を支配因子に選ぶかについては設計者の思想や哲学が詰まっているのですが、そのアウトプットが必ずしも建築的であるかどうかは保証されてはいないのです。支配因子として選ぶことのできる要因には限りがあり、物理量は設定できても、かたちの明確でない因子、例えば経済性を加味した施工性などの影響は評価できないのです。これらへの対応が今後の課題のように思われます。実際の建物へ応用が成功しないのはこれらが原因なのかも知れません。今後の展開に期待したいと思います。


ペイ氏近影


レスリー・ロバートソン氏と筆者

特別講演講師　末光 弘和（すえみつ　ひろかず）

特別講演題目

「自然がつくりだす形」

略歴：

1976年愛媛県生まれ

1999年東京大学建築学科卒業

2001年東京大学大学院修士課程修了

2001~06年伊東豊雄建築設計事務所

2007年~SUEP.

2009~11年横浜国立大学大学院Y-GSA設計助手

2011年~SUEP.代表取締役

現在、東京大学、横浜国立大学、東京理科大学、日本大学にて非常勤講師

■一般講演

2本組柱の座屈耐力最大化を目的としたねじれ角の最適化

中出慧 1)，三堀仁史 2)，浜田英明 3)
1)法政大学大学院デザイン工学研究科，大学院生
2)法政大学デザイン工学部，学生
3)法政大学デザイン工学部，専任講師，博士（工学）

1　はじめに

自然界には，様々な“かたち”が存在する。物理法則に支配されながら，周辺環境と調和しつつ，長い年月をかけた絶え間ない試行錯誤の連続により，合理的な形態を獲得してきたものが“自然物”と言える。そして，我々人類は，その自然に敬意を払い，その“かたち”がもつ力を建築構造物に積極的に応用してきた過去をもつ。貝殻を模倣したシェル構造やミツバチの巣を模倣したハニカム構造など，その例は枚挙に暇がない。

本論文においても，最も身近な“自然物”である人体の「前腕の骨格構造」に着目する。ボクサーが強烈なストレートパンチを放つとき，重量挙げ選手がバーベルを頭上で保持するとき，投手がボールをリリースする瞬間，これらのとき，人間は自らの前腕をねじっている。全身から集まってきたエネルギーを拳に伝えるとき，なぜ人間は前腕をねじるのであろうか。

ところで，人間の前腕を構成する骨は橈骨と尺骨の 2 本である。さらにそれら 2 本の骨は前腕骨格膜と呼ばれる強靭な線維膜によって結ばれている。「前腕をねじること」＝「膜で結合された 2 本の骨をねじること」であり，この動作により，人間は無意識的に前腕の座屈耐力を上昇させているのではないかと筆者らは考えた。すなわち，膜のような引張材により繋がれた 2 本の部材を平行の関係からねじれの位置関係にすることで座屈耐力の向上を図れるのではないかという大胆な仮定である。

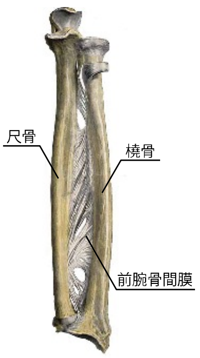


図 1　前腕の骨格

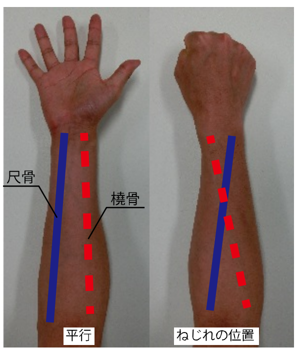


図 2　前腕のねじり

本論文では，このような仮定に基づき，引張材で結合された 2 本組柱を“ねじる”ことで，その座屈耐力がどのように変化するかを調べ，その最大となる“ねじれ角”を求めることを目的とする。

2　2本組柱の概要と座屈耐力評価方法

2.1　2本組柱の基本構成

本論文で扱う引張材で結合された 2 本組柱の構成を図 3 に示す。人体の前腕骨格構造における橈骨と尺骨にあたるねじれの位置関係にある 2 本の柱材，および，それらをつなぐ前腕骨間膜に相当する斜材により構成されている。ここで，“ねじれ角”とは，図 3 に示すように，柱材の柱脚同士を結んだ直線と柱頭同士を結んだ直線のなす角を表す。また，柱脚点および柱頭点はそれぞれ平行な 2 平面上にあるものとし，各柱材の高さは常に一定で，かつ柱材は常に直線材であるものとする。

2.2　座屈耐力の評価法とパラメータ

上述の構成による 2 本組柱の座屈耐力をねじれ角をパラメータとして求める。その際，a) ねじれ角とアスペクト比（柱材の高さとその間隔の比）との関係，および b) ねじれ角と斜材本数（柱材結合材の剛性）との関係について，それぞれ第 3 節と第 4 節において調査する。

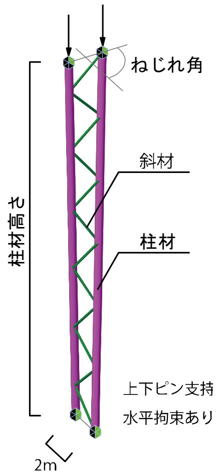


図 3　組柱の構成

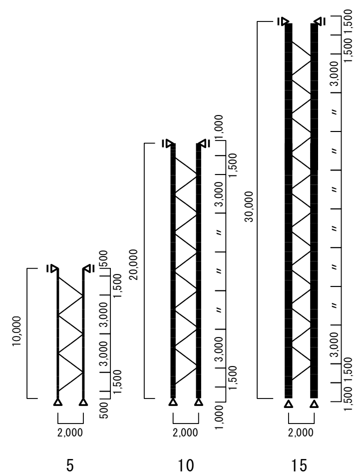
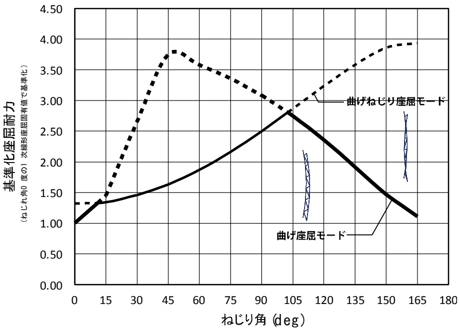
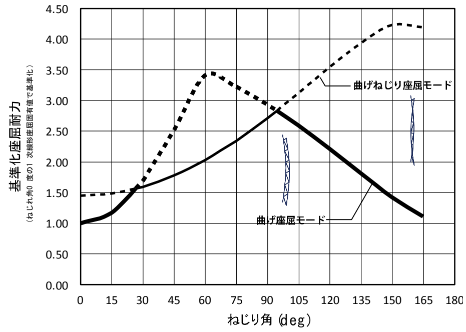


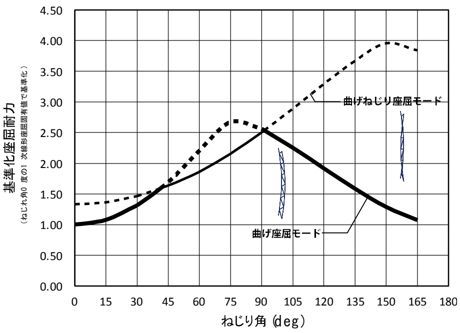
図 4　アスペクト比



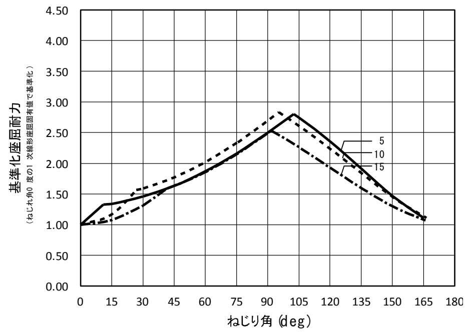
a）アスペクト比：5



b）アスペクト比：10



c）アスペクト比：15



d）3 種類のアスペクト比の比較

図 5　ねじれ角と線形座屈耐力の関係（アスペクト比による比較）

組柱の座屈耐力は，線形座屈解析により求めた座屈荷重係数により評価するものとする。その際，個材中央点および 1/4 点にも節点を設け，個材座屈についても簡易的に評価する。対象とする荷重条件は鉛直荷重のみを想定し，各柱材の柱頭部に集中荷重として鉛直下向きに作用させる。境界条件は，すべての場合において，柱材の柱頭および柱脚ともピン支持とし，水平拘束があるものとする。また，使用する材料はすべて鋼材とし，鋼種は STKN400 とする。使用する断面形状はすべて鋼管を想定する。柱材間隔については，すべての場合において，芯々間距離で 2m とする。

3 アスペクト比の違いによるねじれ角と線形座屈耐力

3.1　解析概要

本節では，2 本組柱のアスペクト比を 5（柱材高さ 10m）および 10（柱材高さ 20m），15（柱材高さ 30m）の 3 種類とした場合（図 4）のそれぞれについて，ねじれ角を変化させたときの線形座屈耐力を求め，その関係について論ずる。それぞれのアスペクト比の場合に用いた鋼材断面を表 1 に示す。柱材の断面は，柱材高さを座屈長さとした場合に，いずれのアスペクト比の場合においても，その細長比がおおよそ 150 になるように決めている。

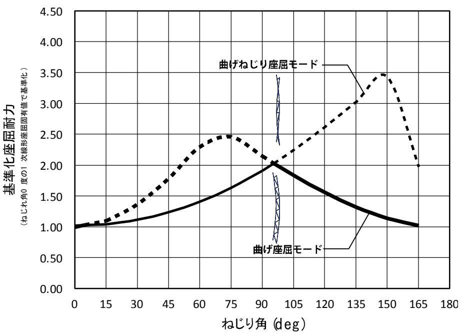
表 1　使用断面の一覧（鋼種はすべて STKN400）

アスペクト比	柱　材	斜　材
5	φ205 x 12	φ89.1 x 3.2
10	φ400 x 16	φ89.1 x 3.2
15	φ600 x 25	φ89.1 x 3.2

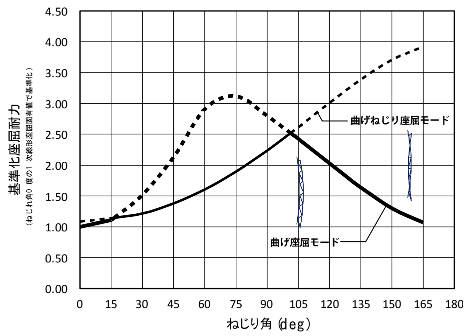
3.2　解析結果

図 5 a) ～ c) にそれぞれアスペクト比が 5，10，15 の場合のねじれ角と線形座屈耐力の関係について示す。横軸にねじれ角を，縦軸にはねじれ角 0 度の 1 次の線形座屈固有値で基準化した線形座屈耐力をとっている。図中において，1 次と 2 次の基準化線形座屈耐力をそれぞれ実線と破線で表現している。また，曲げ座屈モードと曲げねじり座屈モードによる基準化線形座屈耐力をそれぞれ太線と細線で表現している。図 5 d) には，3 種類のアスペクト比による 1 次の基準化線形座屈耐力を，比較のため，1 つのグラフ上で示している。図中，アスペクト比 5，10，15 の場合の 1 次の基準化線形座屈耐力をそれぞれ実線，破線，一点鎖線で示している。

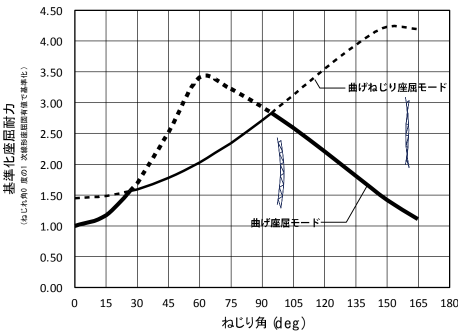
図 5 a) ～ c) から，アスペクト比の違いが曲げ座屈モードによる線形座屈耐力に及ぼす影響は大きく，アスペクト比が小さいほどねじりによる座屈耐力向上効果が大



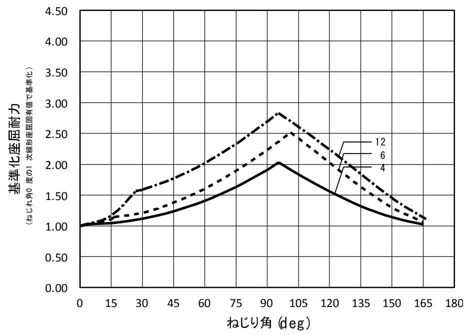
a）斜材本数：4



b）斜材本数：6



c）斜材本数：12（図 5 b）と同一）



d）3 種類の斜材本数の比較

図 7　ねじれ角と線形座屈耐力の関係（斜材本数による比較）

きいことがよく分かる。逆に，曲げねじり座屈モードによる線形座屈耐力はアスペクト比による違いが顕著には見られない。

図 5 d) から，組柱の 1 次の線形座屈耐力は，アスペクト比に関わらず，おおよそねじれ角が 90 度から 105 度のときに，最大となる傾向にあり，その値は，それぞれねじれ角 0 度の 1 次線形座屈耐力に対して，おおよそ 2.5 倍から 3.0 倍と同程度である。ねじりによる座屈耐力向上効果はアスペクト比にあまり影響を受けないといえる。

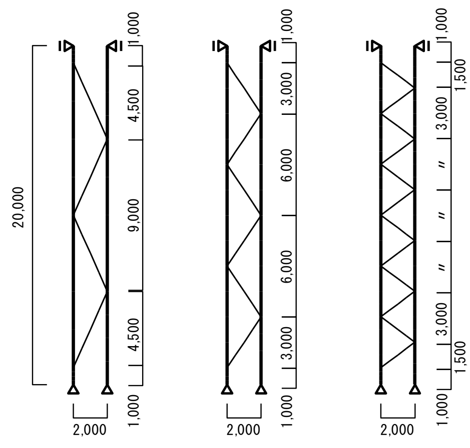


図 6　斜材本数

4　斜材本数の違いによるねじれ角と線形座屈耐力

4.1　解析概要

本節では，前節におけるアスペクト比を 10（柱材高さ 20m）で一定とし，斜材本数を 4 本，6 本，12 本とした場合（図 6）のそれぞれについて，ねじれ角を変化させたときの線形座屈耐力を求め，その関係について論ずる。それぞれの場合で用いる鋼材断面については，表 1 のアスペクト比 10 の場合のものを用いる。

4.2　解析結果

図 7 a) 〜 c) にそれぞれ斜材本数が 4，6，12 本の場合のねじれ角と線形座屈耐力の関係について示す。横軸にねじれ角を，縦軸にはねじれ角 0 度の 1 次の線形座屈固有値で基準化した線形座屈耐力をとっている。図中において，1 次と 2 次の基準化線形座屈耐力をそれぞれ実線と破線で表現している。また，曲げ座屈モードと曲げねじり座屈モードによる基準化線形座屈耐力をそれぞれ太線と細線で表現している。図 7 d) には，3 種類の斜材本数による 1 次の基準化線形座屈耐力を，比較のため，1 つのグラフ上で示している。図中，斜材本数 4，6，12 本の場合の 1 次の基準化線形座屈耐力をそれぞれ実線，破線，一点鎖線で示している。

図 7 a) 〜 c) から，斜材本数が多いほど曲げ座屈モー

ドによる線形座屈耐力は大きくなることが分かる。しかかしながら，前節とは違い，座屈耐力が最大となるねじれ角は，60 度から 75 度の範囲となっている。また，曲げねじり座屈モードによる線形座屈耐力は斜材本数により大きく異なり，斜材本数が多いほど，ねじりによる座屈耐力向上効果は大きい。

図 7 d) から，組柱の 1 次の線形座屈耐力は，斜材本数に関わらず,おおよそねじれ角が 90 度から 105 度のときに，最大となる傾向にあり，その値は，それぞれねじれ角 0 度の 1 次線形座屈耐力に対して，おおよそ 2.0 倍から 3.0 倍である。ねじりによる座屈耐力向上効果は斜材本数に影響を受けると考えられるが，斜材本数が 6 本と 12 本では，本数自体は 2 倍になっているにも関わらず，それほどねじりによる座屈耐力向上効果に変わりがないことから，ある程度の斜材本数が確保されれば，よいものと考えられる。

5 結語

本論文では，人体の「前腕の骨格構造」を模した引張材で結合された 2 本組柱構造について，ねじりによる座屈耐力向上効果に関して，アスペクト比や斜材本数などをパラメータとして調査および考察を行った。

本論文の内容は以下のように要約される。

1) 斜材により結合された 2 本組柱構造は，ねじれ角を与えることにより，鉛直荷重に対する線形座屈耐力を上昇させることができる。
2) 線形座屈耐力が最大となるねじれ角は，組柱のアスペクト比や斜材本数に関わらず，90 度から 105 度程度である。
3) ねじりによる線形座屈耐力の向上効果は，アスペクト比によらず，最大で 2.5 倍から 3.0 倍程度である。同様のことは，ある一定以上の斜材本数が配置された場合にも言える。

要約 2) の事実は，我々が頭上のものを腕で支えるときの前腕のねじれ角に非常に近い値であり，非常に興味深い。我々は無意識のうちに，前腕の座屈耐力を高める最適なねじれ角を把握していたと言えよう。

本論文であつかった内容は，未だ非常に限定的な条件下でのものであり,広く一般性があるものとは言えない。しかしながら，この構造システムは上手く平面的に分布させられれば，水平力に対しても効果を発揮するものと考えられる。また，ねじりによる座屈耐力向上効果は，本論文で扱った線材による構造形式だけではなく，面材による構造形式でも応用可能であり，汎用性の高いものと考えている。

参考文献

1) Wainwright , S.A. : Axis and Circumference The Cylindrical Shape of Plants and Animals , Harvard University Press, 1988
2) Philip Ball : Shapes Nature’s Patterns, A Tapestery in Three Parts, Oxford University Press, 2009
3) Philip Ball : FLow Nature’s Patterns, A Tapestery in Three Parts, Oxford University Press, 2009
4) Philip Ball : Branches Nature’s Patterns, A Tapestery in Three Parts, Oxford University Press, 2009
5) 斎藤公男 : 空間 構造 物語 ストラクチュラル・デザインのゆくえ，彰国社，2003
6) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，2009

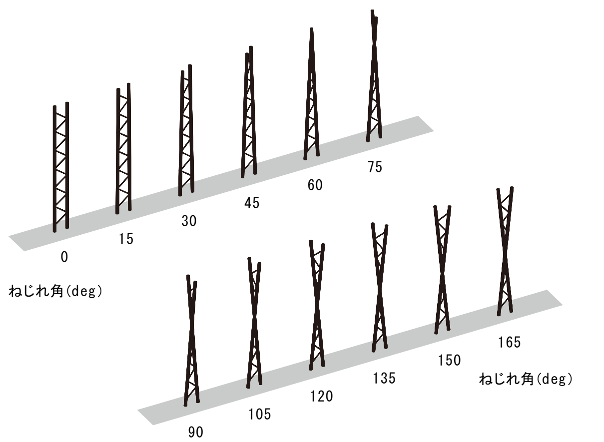


図 8 ねじれ組柱（アスペクト比:10, 斜材本数 : 12）

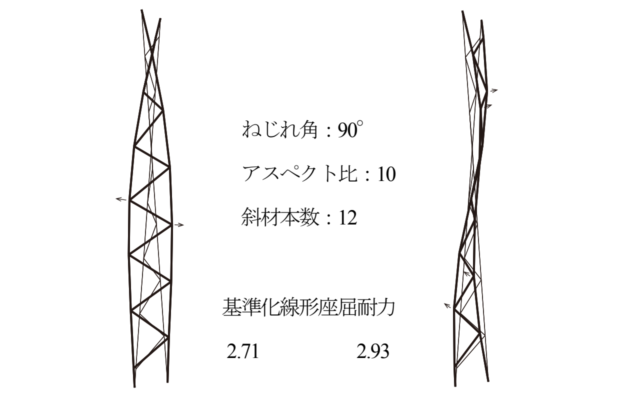


図 9 代表的な線形座屈モード

分枝限定法的アプローチによる多様な最適トラス・トポロジーの生成

野村論史 [1)]，高田豊文 [2)]
1) 滋賀県立大学大学院環境科学研究科，大学院生，zn12snomura@ec.usp.ac.jp
2) 滋賀県立大学環境科学部，教授，博士（工学），takada@ses.usp.ac.jp

1　はじめに

グランドストラクチャ法に基づくトラス・トポロジー最適化問題は，応力・変位制約条件下の最小重量設計問題や，体積制約下のコンプライアンス最小化問題として定式化されることが多い [1,2)]．近年では，この問題を線形計画問題に定式化し，線形計画法を用いて部材数の非常に多いグランドストラクチャから効率的に最適解を求める手法も提案されている [2,3,4)]．これまで著者らは，トラス・トポロジー最適化問題を，部材総体積とコンプライアンスを目的関数とした多目的最適化問題として取り扱い，線形計画法（シンプレックス法）を利用した解法を示している [5)]．また，シンプレックス法と内点法を併用した手法を提案し，部材数の非常に多いグランドストラクチャからでも，効率的に最適解を探索できることを示している [6)]．さらに文献 [7,8)] では，内点法と自己釣合方程式の基本解を利用して，同じ目的関数値を持つ複数の最適トラス・トポロジーの生成法について述べている．しかし，これらの探索方法では、自己釣合方程式の基本解の数が多い場合，計算負荷の増大により多様な最適解を生成できないことがあった．そこで本稿では，分枝限定法的アプローチを用い，多様な最適解を効率的に探索する手法を提案する．

2　トラス・トポロジーの多目的最適化

本研究では，一定外力下のトラス・トポロジー最適化問題を，部材総体積 V とコンプライアンス C の最小化を目的とした多目的最適化問題として取り扱う．この問題は，部材断面積 $\boldsymbol{a}$ を設計変数として，次のように定式化される．

$$\underset{\boldsymbol{a}}{\text{minimize}}\{C(\boldsymbol{a}),V(\boldsymbol{a})\} \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{0} \qquad (1)$$

ここに，$\boldsymbol{0}$ は零ベクトルを表す．なお，本設計問題では応力算定は弾性解析に従うものとする．また，部材断面積の上限は設定せず，荷重条件としての自重および座屈も考慮しない．

釣合条件，適合条件，フックの法則および多目的最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件（1 次の必要条件）を考慮すると，全ての部材のヤング係数が等しい場合，(1)式の多目的設計問題は，部材軸力を設計変数とした次の線形計画問題（LP 問題）に書き換えることができる [5)]．

$$\underset{\boldsymbol{n}_t,\,\boldsymbol{n}_c}{\text{minimize}} \quad \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}_t + \boldsymbol{l}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n}_c \quad \text{subject to} \quad \boldsymbol{p} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_t - \boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_c \qquad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{l}$ は部材長ベクトル，$\boldsymbol{n}_t,\boldsymbol{n}_c$ はそれぞれ引張，圧縮の軸方向力ベクトル，$\boldsymbol{p}$ は節点ベクトル，$\boldsymbol{B}$ は釣合行列を表す．

(2)式は内点法などの線形計画法で解くことができる．(2)式の最小目的関数値を $f_{\min}$ と記述すると，多目的最適化問題(1)式のパレート境界は，コンプライアンス C と部材総体積 V の関係式として次式で表される．

$$C=\frac{{f_{\min}}^2}{EV} \qquad (3)$$

ここに，E は部材のヤング係数を表す．

さて，通常の LP 問題では，許容領域の頂点（基底解に相当）の 1 つが最適解となり，内点法でもこの解が最適解として得られる（図 1 参照）．しかし，図 2 の模式図で表されるような LP 問題の場合，基底解 A と基底解 B の間の解（非基底解）もすべて最適解となる．この種の問題に内点法を適用すると，AB 間の非基底解が最適解として得られる．(2)式に内点法を適用した場合，基底解は静定トラスに，非基底解は不静定トラスにそれぞれ相当する．

3　多様な最適トラス・トポロジーの生成法

3.1　分枝限定法的アプローチによる生成法

分枝限定法は組み合わせ最適化問題の最適解を求める解法のひとつであり，真の最適解が得られること、複数ある最適解を得られることなどの利点がある．その基本的な考え方は，変数の値を固定することによりいくつかの小規模な問題（部分問題）に分解し（分枝操作），そのすべてを解くことで等価的に元の問題を解くというものである．得られた部分問題に対しても逐次分枝操作を行うが，可能なすべての分解を行うと列挙法となるため，明らかに元の問題の最適解を与えない部分問題に対しては，以降の分枝操作を中止する（限定操作）．分枝限定法

を効率的に遂行するためには，適切な限定操作を行って，生成される部分問題の数を抑える必要があるが，これには下（上）界値テスト，優越テストが一般的に利用される．

本稿で提案する手法では，まず式(2)に内点法を適用して，最適解（内点法解）とその目的関数値 $f_{\min}$ を求め，複数最適解の有無の判別をする．最適解が 1 つの場合，得られた内点法解は静定トラスであり，最適解が複数の

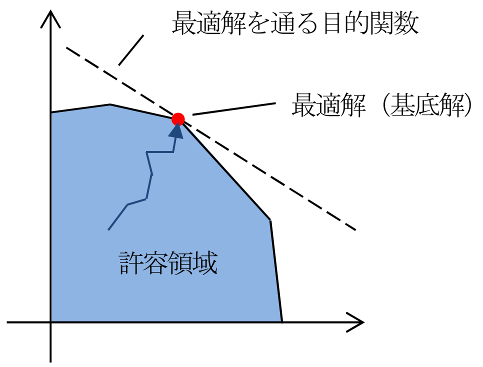


図 1　最適解が 1 つの場合の内点法解

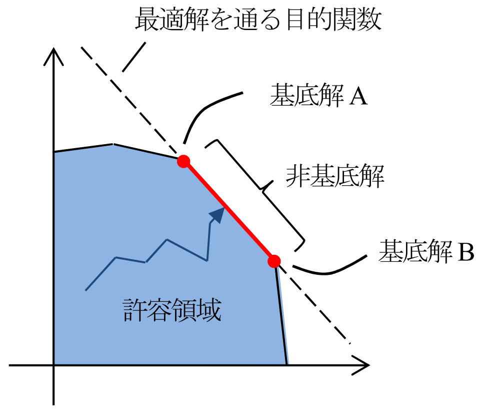


図 2　最適解が複数の場合の内点法解

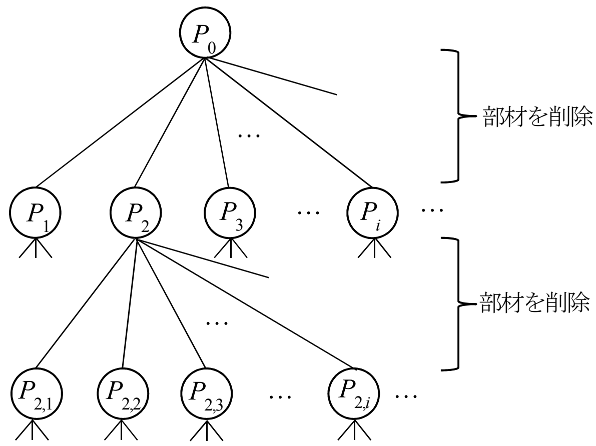


図 3　トラス・トポロジーの部材配置における分枝図

場合，内点法解は不静定トラスである．内点法解が不静定トラスの場合，最小目的関数値 $f_{\min}$ を上回らずに，静定トラスになるまで部材を取り除くことのできる形状すべてが最適トラス・トポロジーとなる．そこで，この内点法解を原問題 P_0 とし，分枝限定法的アプローチを用いることで，内点法解から取り除く部材を決定し，効率よく多様な最適解の探索を行う．

3.2　分枝操作

本手法における分枝操作は，不静定トラスから 1 本部材を取り除き，新たなトラスを形成することである．この操作は静定トラスが得られるまで繰り返し行う．また，分枝操作において，どの部材から削除するかによって，すべての最適解を列挙するまでに生成される部分問題の数が大きく異なる．本手法では荷重点に繋がる部材を削除した際，内点法によって得られる最適トラスの形状が大きく変化する傾向にある．そこで，本手法では荷重点に繋がる部材を優先的に削除していく．本手法の分枝の様子を図 3 に示す．分枝図の深さは削除した部材の本数であり，最大深さは内点法解の不静定次数に等しい．

3.3　限定操作

本稿では限定操作として，許容解存否のテスト，優越テストおよび下界値テストを用いる．これらのテストを行う際，部分問題 P_i に内点法を適用して，P_i の最適値 $f(P_i)$を求め，静定トラスであるかどうかを判別する．通常の分枝限定法の場合，部分問題が生成されるごとに最適値の暫定値が更新されていくが，本手法では既に最小目的関数値 $f_{\min}$ が得られているため，暫定値の更新の必要はない．そのため，下界値テストは $f_{\min}$ が基準となり，部分問題に内点法を適用した時の目的関数値 $f(P_i)$と比較する．分枝操作によって得られた部分問題 P_i は，以下のような状態のいずれかである．

1. P_i の目的関数値が $f(P_i)=f_{\min}$ で，かつ最適解が静定トラスである．
2. P_i の目的関数値が $f(P_i)>f_{\min}$ である（下界値テスト）．
3. P_i の部材配置を含む部分問題 P_j がこれまでに生成されており，その目的関数が $f(P_j)>f_{\min}$ である（優越テスト）．
4. P_i に許容解が存在しない．
5. P_i の目的関数値が $f(P_i)=f_{\min}$ で，かつ最適解が不静定トラスである．

1~4 の場合，P_i からの分枝操作は行わない（終端）．5 の場合は，P_i からの分枝操作を続ける．

3.4　処理手順

前述の分枝・限定操作を含めた本手法の処理手順は次のようになる．

A：まだ分解も終端もされていない部分問題の集合

O：最適解の集合

Q：既に分枝操作を終了した部分問題の集合

$\boldsymbol{n}_{i,\mathrm{opt}}$：問題 P_i の最適解（内点法解）

[1．初期設定]

グランドストラクチャに内点法を適用し，最適解（内点法解）$\boldsymbol{n}_{\mathrm{opt}}$，および最適値 $f_{\min}$ を求める．$\boldsymbol{n}_{\mathrm{opt}}$ が静定トラスであるならば $A=\phi$，$O=\{\boldsymbol{n}_{\mathrm{opt}}\}$ として 8 へ．不静定トラスならば $A=\{P_0\}$，$O=\phi$，$Q=\phi$ として 2 へ．

[2．探索処理]

$A=\phi$ ならば 8 へ．$A\neq\phi$ ならば $P_i\in A$ を 1 つ選ぶ．

[3．優越テスト]

Q の中に P_i の部材配置を含む部分問題があれば 7 へ．なければ 4 へ．

[4．下界値テスト]

内点法を適用し，最適解 $\boldsymbol{n}_{i,\mathrm{opt}}$ および最適値 $f(P_i)$ を求め，$Q=Q\cup\{P_i\}$ とする．$f(P_i)>f_{\min}$ または解なしであれば 7 へ．$f(P_i)=f_{\min}$ であれば 5 へ．

[5．複数解の有無]

$\boldsymbol{n}_{i,\mathrm{opt}}$ が静定トラスであるならば，$O=O\cup\{\boldsymbol{n}_{i,\mathrm{opt}}\}$ として 7 へ．不静定トラスであれば 6 へ．

[6．分枝処理]

P_i の子節点 P_{i1}，P_{i2}，…を作り，

$A=A\cup\{P_{i1},P_{i2},\cdots\}-\{P_i\}$ として 2 へ．

[7．部分問題 P_i の終端処理]

$A=A-\{P_i\}$ として 2 へ．

[8．停止]　処理終了．

O が最適解の集合である．

4　解析例と考察

ここでは図4に示す72部材グランドストラクチャを解析対象とする．このグランドストラクチャに内点法を適用すると，図 5 に示す内点法解が得られる．内点法解は部材数 20 の不静定トラスであり，不静定次数は 4 である．図中の丸印内の数字は，以降の分枝操作の説明用に付した部材番号である．また，この内点法解は荷重点に部材が 4 本繋がっており，静定トラスとなるためには荷重点の部材は 2 本となる必要があるため，最初の分枝操作は 4 本の部材から 2 本を選択するよう

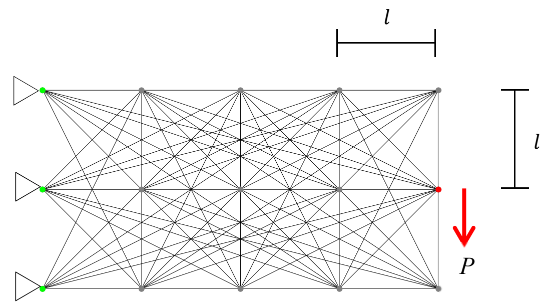
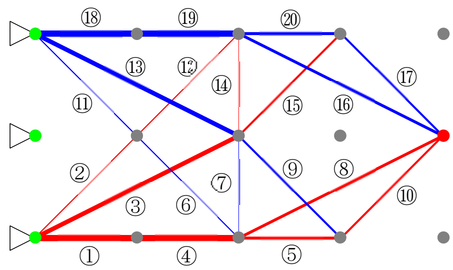
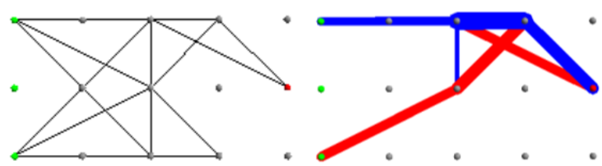


図 4　72 部材グランドストラクチャ

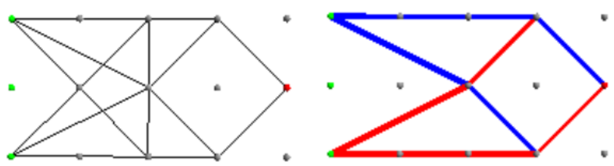


$f_{\min}=15Pl$　不静定次数：4

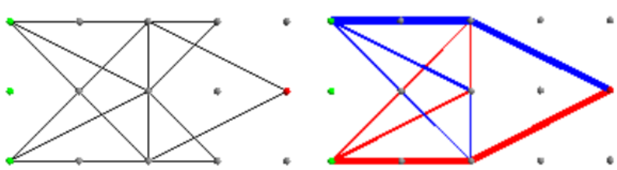
図 5　72 部材グランドストラクチャの内点法解



(a)　m_d=8,10　$f(P_i)$= 27Pl



(b)　m_d=8,16　$f(P_i)$=15Pl　静定トラス



(c)　m_d=10,17　$f(P_i)$=15Pl　不静定トラス

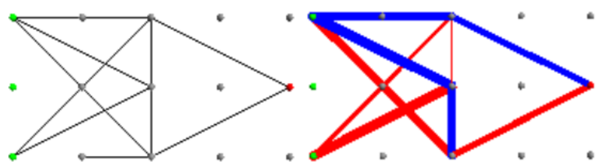
図 6　内点法解から得られた各部分問題とそれぞれの最適解

に部分問題を生成する．そのため最初の分枝操作による部分問題の個数は ${}_4C_2$=6 となる．その中のいくつかの部分問題と，それぞれに内点法を適用して得られた最適解を図 6 に示す. 図中 m_d は不静定トラスから削除した部材番号を表す．(a)は目的関数値 $f(P_i)>15Pl$ となっており，下界値テストで終端される．また，この P_i からは元の最適解が得られないので，集合 Q へと保存される．(b)は $f(P_i)=15Pl$ かつ静定トラスであるため，この解を保存して，終端する．(c)は $f(P_i)=15Pl$ かつ不静定トラスであるため，引き続き分枝操作を行う．

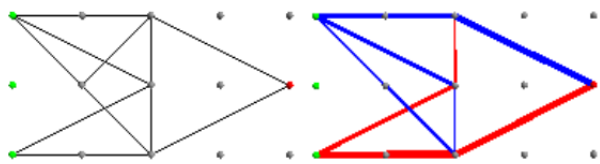
次に先ほどの図 6(c)のトラスについて分枝操作を行う．図 6(c)は部材数 14 であり，その中から 1 本部材を取り除くが，荷重点に繋がる部材は削除しないため，ここでの部分問題の数は 12 となる．図 7 に，図 6(c)の内点法解から得られた部分問題の一部とそれぞれの最適解を示す．(d)は，$f(P_i)>15Pl$ であるため，下界値テストで終端し，P_i は集合 Q へと保存される．(e)は $f(P_i)=15Pl$ かつ不静定トラスであるため，引き続き分枝操作を行う．また，(f)も $f(P_i)=15Pl$ かつ不静定トラスであり，引き続き分枝操作を行うが，生成される部分問題はすべて優越テストによって終端される．

図 7 (e)の内点法解から得られた部分問題の一部とそれぞれの内点法解を，図 8 に示す．(e)の内点法解は部材数 12 であり，有効な部分問題の数は 10 となる．図 8(g)の問題の部材配置は図 7(d)の問題に含まれており，かつ(d)からは元の問題の最適解が得られないので，優越テストにより終端される. 図 8(i)はトラスが不安定であるため最適解が得られない.

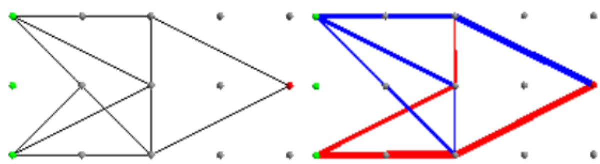
以上の操作をまとめた分枝図を図 9 に示す．図中の丸印内の文字は部分問題の分類を表している．この解析例の部分問題の数は 102 であり，終端した部分問題の数はそれぞれ，最適解（静定トラス）が得られたことによる終端が 9，下界値テストによる終端が 18，優越テストによる終端が 54, 許容解が存在しない場合が 12 であった. 内点法解の不静定次数は 4 であるが，最初の分枝操作で部材を 2 本削除したため，分枝図の最大深さは 3 となっている．また，深くなるごとに優越テストによる終端の数と許容界がない場合の数が多くなっている．最終的に得られた多様な最適解を図 10 に示す．本手法によって，図 10 に示す最適解が組織的に生成されることが確認できる．



(d)　m_d=1　$f(P_i)$=23Pl

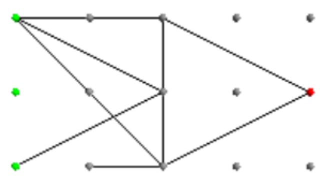


(e)　m_d=2　$f(P_i)$=15Pl　不静定トラス



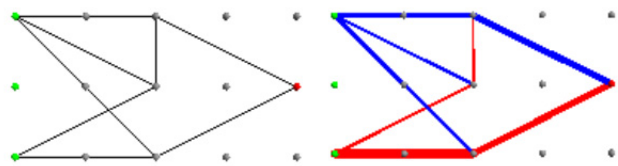
(f)　m_d=12　$f(P_i)$=15Pl　不静定トラス

図 7　図 6(c)から得られた部分問題とそれぞれの最適解

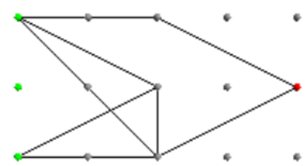


優越テストにより終端

(g)　m_d=1



(h)　m_d=7　$f(P_i)$=15Pl　静定トラス



解なし

(i)　m_d=15

図 8　図(e)から得られた部分問題とそれぞれの最適解

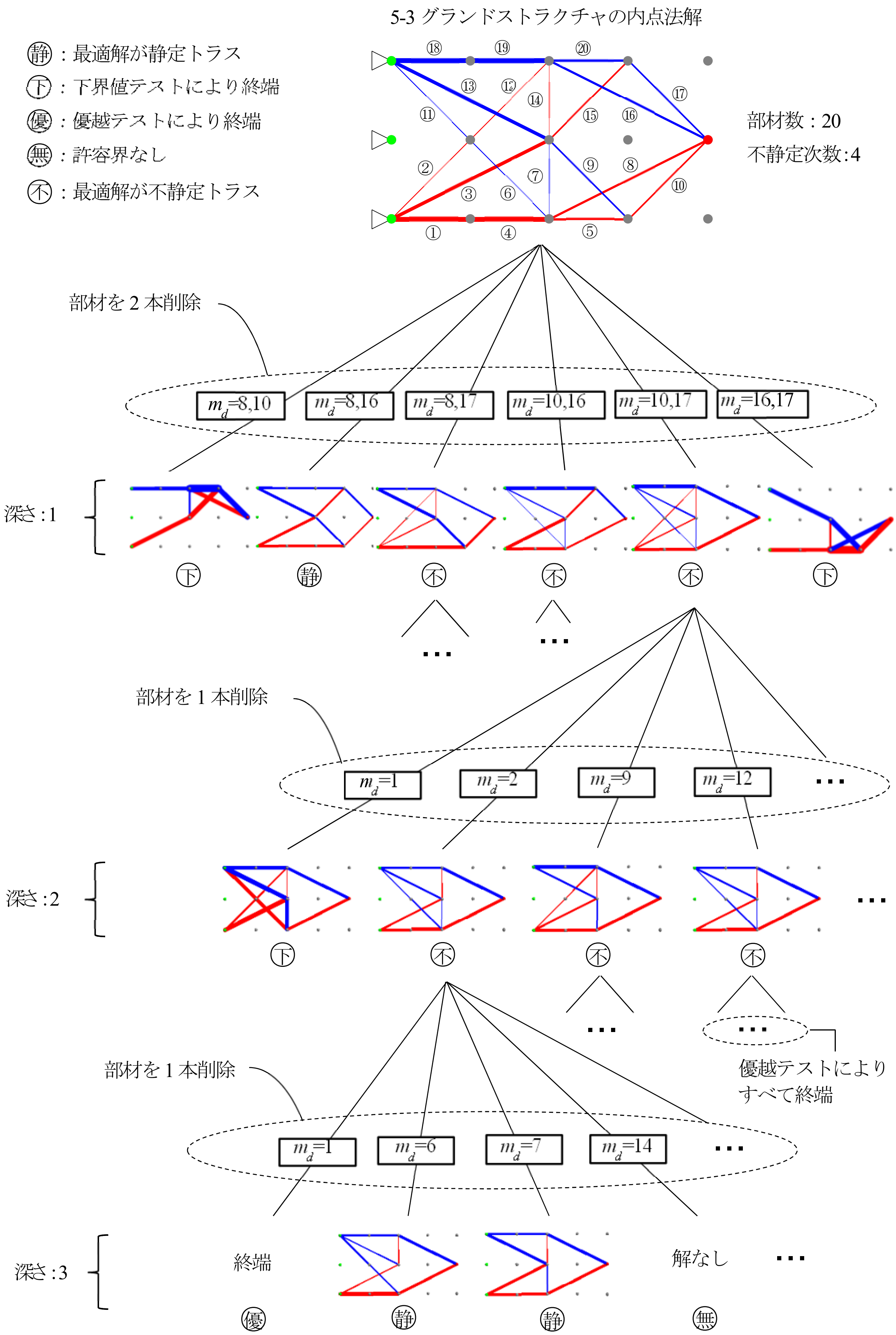


図 9　72 部材グランドストラクチャにおける最適解探索のための分枝図

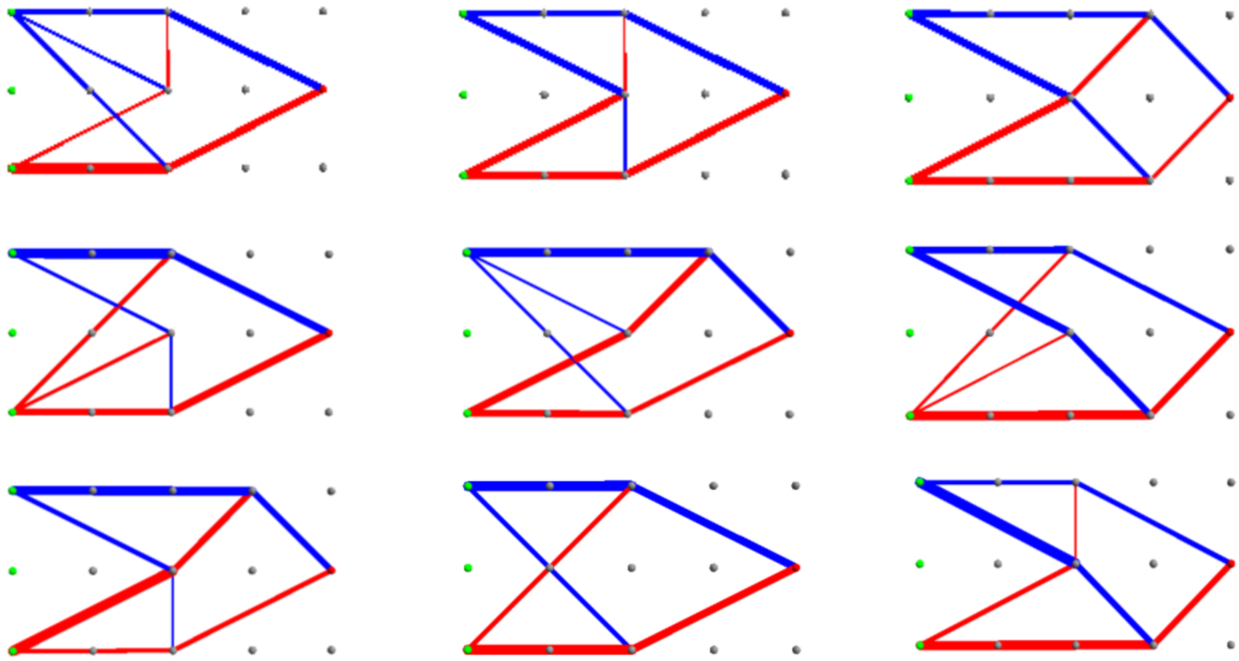


図 10　72 部材グランドストラクチャから得られる最適解

5　まとめ

本研究では，部材総体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題を対象とし，分枝限定法的アプローチによって多様な最適解を組織的に生成する手法を提案した．本稿の内容は以下のようにまとめられる．

1. グランドストラクチャに内点法を適用すると，最適解が静定トラスあるいは不静定トラスとなる．最適解が不静定トラスの場合，同じ目的関数値を持つ最適解が複数存在する．得られた不静定トラスに本手法を適用することで，複数の最適解（静定トラス）が探索できることを示した．
2. 分枝限定法的アプローチにおいて，多様な最適トラス・トポロジーを生成するための具体的な分枝操作と限定操作を示した．
3. 解析例題に本手法を適用し，複数の最適解を探索する様子を，分枝図を用いて示した．本手法の限定操作によって部分問題の生成が抑えられ，多様な最適解が効率的かつ組織的に生成できることを確認した．

参考文献

1) M.P. Bendsoe : Optimization of Structural Topology, Shape, and Material, Springer, pp.139-180, 1995
2) T. Sokół : A 99 line code for discretized Michell truss optimization written in Mathematica, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.43, pp.181-190, 2011
3) M. Stolpe and K. Svanberg : A stress-constrained truss-topology and material-selection problem that can be solved by linear programing, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.27, pp.126-129, 2004
4) W. Achtziger : On simultaneous optimization of truss geometry and topology, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.33, pp.285-304, 2007
5) 高田豊文，松岡貴士 : 体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，第 598 号，pp.87-91，2005
6) 牧野峻久，高田豊文 : シンプレックス法と内点法によるトラス・トポロジー最適化，日本建築学会東海支部研究報告集，第 46 号，pp.169-172，2008
7) 高田豊文 : 内点法による最適解を利用した多様な最適トラス・トポロジーの生成法，構造工学論文集，Vol.59B，pp.137-142，2013
8) T.Takada : An Enumeration Method of Various Optimal Truss Topologies using Optimal Solution by the Interior Point Method，Proc. of the 12th Int. Conf. on Computational Structures Technology, Paper216,2014

クラスタリング機能を導入したホタルアルゴリズムによる連続体シェル構造の形状最適化

田中奈津希 [1)]，本間俊雄 [2)]，横須賀洋平 [3)]
1)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，n-tanaka@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博, honma@aae.kagoshima-u.ac.jp
3)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教，博(情報科学), yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

曲面形態の構造形態創生法として構造最適化を用いた研究が注目されている [1)]。構造最適化の最適化手法として発見的多点探索手法に分類される遺伝的アルゴリズム（genetic algorithm: GA）解法や群知能（swarm intelligence: SI）[2)]解法などがある。本稿では、SI の一つに分類されるホタルアルゴリズム（firefly algorithm: FA）[3)]を連続体シェル構造の形状最適化に適用し、局所最適解を含む多様な解形態獲得に対する工夫と考察を示す。

SI は自然界の自己組織化現象に着目した解法であり、粒子群最適化（particle swarm optimization: PSO）[4)]や人工蜂コロニー（artificial bee colony: ABC）[5)]が代表的な解法として挙げられる。SI の多くは大域的最適解探索性能が高く、設計変数空間上の多様性は低い。FA は自然界の蛍の行動を設計変数空間上に置き換えた計算手順であり、複数の計算パラメータ設定により大域的最適解および局所最適解獲得が可能な解法である [6)]。ただし、計算パラメータの決定には複数回の試行が必要になる。ここで用いる FA は、計算パラメータ決定を簡素化することと高い次元（設計変数の数）での解探索性能向上を図ることを目的に、二つの操作を導入する。一つ目は解探索過程で設計変数空間上の個体間距離無次元化操作、二つ目は設計変数空間上での探索個体のクラスタリング操作である。クラスタリング法には二つの手法を導入し、基本特性を把握する。

本稿では上述の二つの操作を導入した FA を連続体シェルの構造形状最適化へ適用する。FA が捉えた解を初期形状とした局所探索（山登り法）[7)]の適用により、FA の極値解獲得を確認する。以上より、FA の解探索特性やロバスト性 [2)]を含む曲面形態の安定性から構造形態創生への有効性に対する考察を示す。

2　解探索手順

FA と山登り法の計算手順を目的関数の最小化を対象として以下に示す。

2.1　ホタルアルゴリズム（FA）

FA は蛍の発光と誘引による行動をモデル化した計算手順である。複数の計算パラメータ設定により局所最適解獲得を可能とする。FA の計算手順を以下に示す。

1) 初期位置決定: 計算パラメータ $\alpha \in [0,1]$, β=1.0, $\gamma \in [0,\infty]$を与える。設計変数空間内に探索点$\mathbf{X}_i^1 (i = 1, ..., N)$をランダムに配置する。

2) 目的関数値算出: 目的関数値$f(\mathbf{X}_i^k)$を算出する。

3) 評価値計算: 後述するクラスタリング手法を探索個体に適用し、クラスタ内の無次元化した個体間距離r_{ij}を式(1)より求め、評価値 I_{ij} を式(2)で計算する。

$$r_{ij} = \left\| \frac{\mathbf{X}_i^k}{\|\mathbf{X}_i\|} - \frac{\mathbf{X}_j^k}{\|\mathbf{X}_j\|} \right\| = \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{\sum_{l=1}^{S} \left(\frac{X_{il} - X_{jl}}{X_{\max} - X_{\min}} \right)^2} \tag{1}$$

$$I_{ij} = I_0 e^{-\gamma r_{ij}} \tag{2}$$

$$I_0 = \begin{cases} 1/f(\mathbf{X}_j^k) & \textit{if} \quad f(\mathbf{X}_j^k) \ge 0 \\ abs(f(\mathbf{X}_j^k)) & \textit{otherwise} \end{cases}$$

評価値を比較し、ホタル i に対して同一クラスタ内で最も評価値が高いホタル j を決定する。Sは設計変数の数、$X_{\max}, X_{\min}$は設計変数空間の上限値と下限値である。

4) 誘引度計算・移動: 式(3)を用いて探索点 j の誘引度を算出し、式(4)により探索個体を移動させる。

$$\beta_1 = \beta e^{-\gamma r^2} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\theta}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k + \beta_1 \cdot (\mathbf{X}_j^k - \mathbf{X}_i^k) + \alpha \cdot q \tag{4}$$

ここで、q は [-0.5, 0.5]の乱数である。

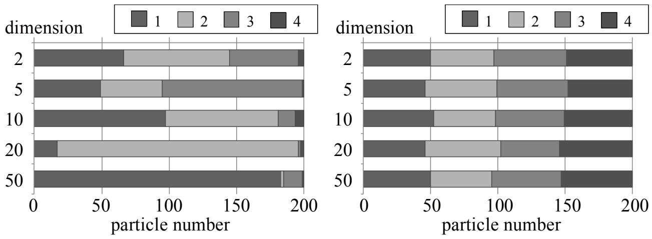
5) 解の比較: 目的関数値を算出し、$f(\boldsymbol{\theta}_i^{k+1}) \le f(\mathbf{X}_i^k)$ならば、$\mathbf{X}_i^{k+1} = \boldsymbol{\theta}_i^{k+1}$ そうでなければ $\mathbf{X}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k$ とする。

以上 2)~5)を指定した反復回数繰り返す。

α, β, γ はそれぞれ解収束速度、探索個体誘引度、解探索範囲に関係した計算パラメータであり、最適化問題によって設定値を調節しなければならない。

2.2　山登り法

FA が獲得した解が極値解であることを示すため、獲得解を初期値とした局所探索に適用する。山登り法の計算



a.　method-A　　b.　method-B

図1　クラスタリング方法の比較

表1　FA パラメータ

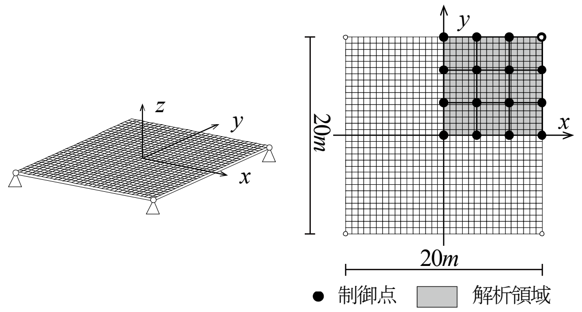
firefly	200
α	1.0
β	1.0
γ	0.0, 1.0, 10.0
c	1, 10
反復回数	5000

表2　PSO パラメータ

particle	200
C_1, C_2	2.0
w_{min}	0.4
w_{ax}	0.9
反復回数	5000

表3　山登り法パラメータ

近傍解数	200	σ		0.3
反復回数	10000	r	初期値	1.0
			下限値	0.0001



a.　参照形状　　b. 解析領域と制御点配置

図2　解析モデル

手順を以下に示す。

1) 初期位置決定: FA により得た解を初期探索個体とし、乱数発生範囲 r%の上限値、下限値を設定する。

2) 目的関数値算出: 反復回数 k 回目(k>2)の目的関数値を $f(\mathbf{X}_i^k)(i=1, \ldots, M)$を算出する。$M$ は近傍解集合数である。

3) 近傍解集合作成: 探索位置 $\mathbf{X}_i^k$ を中心とした側面制約条件の r%範囲(乱数発生範囲)に標準偏差 σ の正規乱数を用い、近傍解 $\boldsymbol{\theta}_i^{k+1}$ を配置する。ここでは、効率的な探索を行うため、近傍解集合内の許容解の割合に応じ、以下の式で乱数発生範囲 r%を小さくしていく。

$$m_{k+1} = \begin{cases} m_k + 1 & \textit{if} \quad M_l \le 0.2M \\ 0 & \textit{otherwise} \end{cases} \tag{5-a}$$

$$r = \begin{cases} 0.8r & \textit{if} \quad m_{k+1} \ge 200 \\ r & \textit{otherwise} \end{cases} \tag{5-b}$$

ここで、M_l: 近傍解集合の許容解の数である。

4) 探索点位置移動: 近傍解集合内で目的関数値の評価が最も良い近傍解 j を決定する。

5) 探索点位置比較: 近傍解 j の目的関数値と比較し、$f(\boldsymbol{\theta}_j^{k+1}) \le f(\mathbf{X}_i^k)$のとき $\mathbf{X}_i^{k+1}=\boldsymbol{\theta}_j^{k+1}$、そうでなければ $\mathbf{X}_i^{k+1}=\mathbf{X}_i^k$ とする。

以上 2) ~ 5)を指定した反復回数、もしくは半径 r が下限値以下になるまで繰り返し、局所最適解を決定する。

3 クラスタリング方法の基本特性比較

設計変数の増加に対する二つのクラスタリング法の基本特性を示す。2, 5, 10, 20, 50 次元でのクラスタ内個体数を棒グラフで示した数値結果を図 1 に示す。計算パラメータとして個体数 200, クラスタ数 4 を設定する。クラスタリング法の手順を以下に示す。

3.1　ISGA のクラスタリング法（method-A）

GA 系解法 ISGA(GA with immune system)に導入されているクラスタリングの手順を以下に示す。

1) 集合の定義: クラスタ数 C_s の各個体 β_k (k=1, 2,…, k_l)を要素とする集合 $\mathbf{g}_l$ と個体数 k_l を次のように定義する。

$$\mathbf{g}_l = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \ldots, \beta_{k_l}\},\ \ k_l = |\mathbf{g}_l| \tag{6}$$

2) 集合間距離の計算: 設計変数空間において集合 $\mathbf{g}_m$ と集合 $\mathbf{g}_n$ との集合間距離 $d^*(\mathbf{g}_m,\mathbf{g}_n)$を次式で計算する。

$$d^*(\mathbf{g}_m, \mathbf{g}_n) = \frac{1}{k_m \cdot k_n} \sum_{i \in \mathbf{g}_m, j \in \mathbf{g}_n} d(i, j) \tag{7}$$

ここで、$d(i,j)$ は個体 i と個体 j 間における設計変数空間上の無次元化したユークリッド距離である。

3) 集合の統合: 設計変数空間上の最短距離を持つ二つの集合(クラスタ)を同一集合に統合し、2) に戻る。

以上の操作を指定されたクラスタ数 r に達するまで繰り返す。

3.2　K-平均法（method-B）[8]

K-平均法(c-means 法または K-means 法)の手順を示す。

1) 初期クラスタの設定: クラスタ数 c を設定する。個体 $\mathbf{X}_i$ $(i = 1, \ldots, N)$に対し、ランダムにクラスタ番号 j $(j = 1, \ldots, c)$を割り当てる。

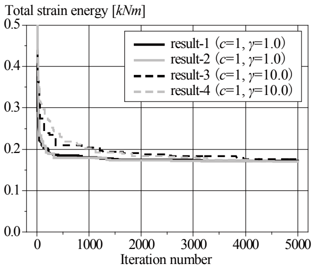
2) クラスタ中心点の決定: 反復回数 kr 回目の同クラスタ内に含まれる個体 ${}_j\mathbf{X}_i$ の中心点 $\mathbf{V}_j^{kr}$ を算出する。

3) クラスタの割り当て: 個体 $\mathbf{X}_i$ と中心点 $\mathbf{V}_j^{kr}$ の個体間距離を計算し、個体 $\mathbf{X}_i$ を最も近接する中心点 $\mathbf{V}_j^{kr}$ のクラスタに割り当てる。

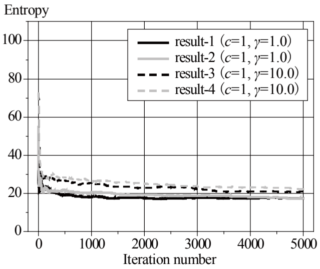
4) 終了判定: $\mathbf{V}_j^{kr} = \mathbf{V}_j^{kr-1}$ のとき終了する。そうでなければ、2), 3)を繰り返す。

3.3　クラスタリング機能を導入した FA の特性

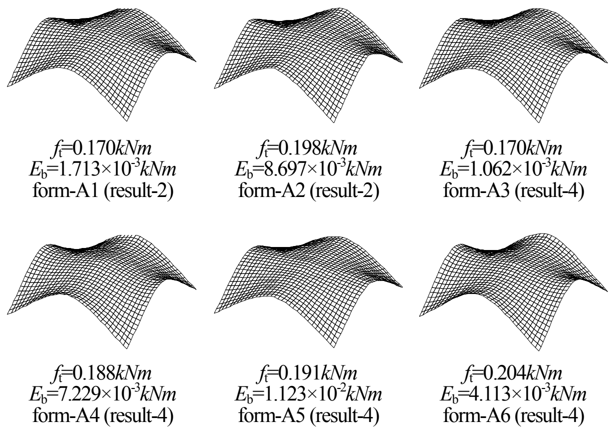
設計変数空間上でクラスタリング機能を導入した FA は、クラスタ内に含まれる複数の探索個体評価値を比較



a. 目的関数値の遷移

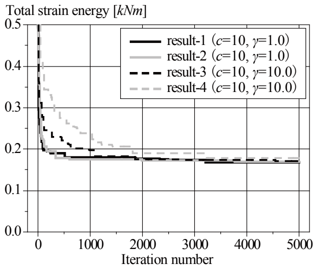


b. 形状多様度の遷移

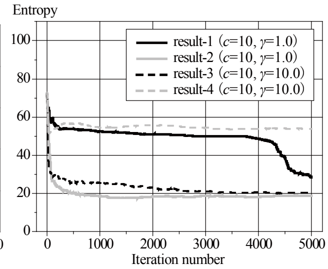


c. 解形状

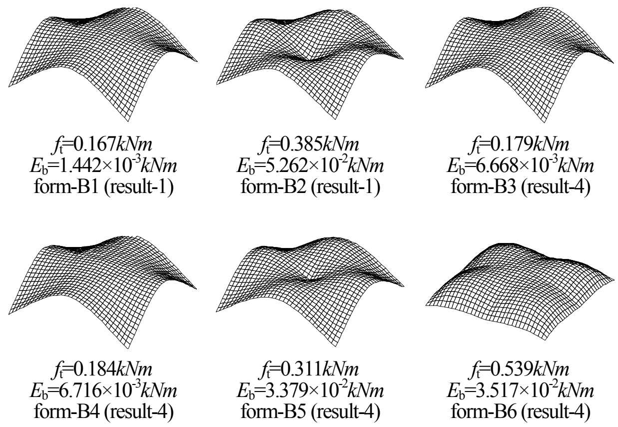
図 3　クラスタ数 1 の数値結果（case-A）



a. 目的関数値の遷移



b. 形状多様度の遷移



c. 解形状

図 4　クラスタ数 10 の数値結果（case-A）

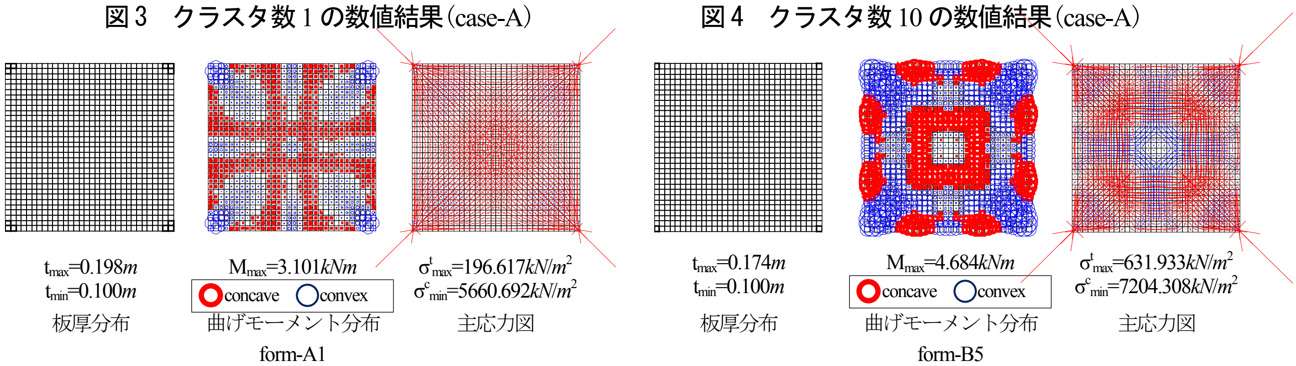


図 5　form-A1, -B4 の力学性状（case-A）

することで、局所的な解探索となる。このことから、クラスタ数と個体数の設定により、高い次元での解探索に有効な手法である。ただし、設計変数の設定値が小さい場合、従来の解探索特性との違いは見られない。

4　連続体シェル構造の形状最適化

解析モデルの参照形状は図 2 a に示す一辺が 20 *m* の正方形平板（節点数: 1089, 要素数: 1024）の連続体シェルである。解析領域は形状の対称性を考慮し、全体の 1/4 とする。境界条件は隅角部をピン支持設定とする。滑らかな曲面表現と計算時間圧縮を図るため、パラメトリック曲面の一つの曲面表現である Bézier 曲面を採用する。Bézier 曲面の制御点は図 2 b に示す 4×4 配置とする。

4. 1　総ひずみエネルギ最小化の定式化（case-A）

連続体シェル構造の総ひずみエネルギ最小化を目的とした単一目的最適化の定式化は次式の通りとする。

$$\textit{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{8}$$

$$\textit{to minimize} \quad f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d} \tag{9}$$

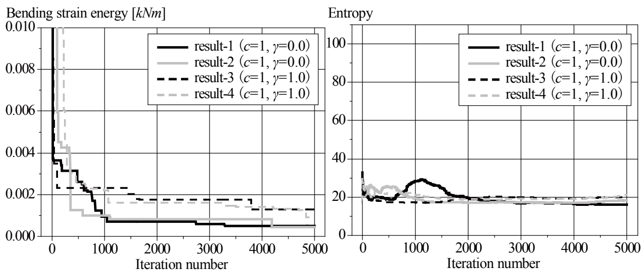
$$\textit{subject to} \quad \sigma^L \le \sigma_i$$

$$\mathbf{A}^L \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^U, \mathbf{R}^L \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^U \tag{10a-c}$$

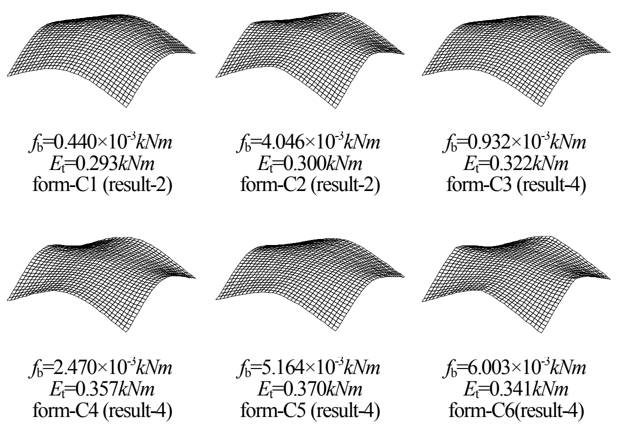
$$\mathbf{A}^L = [A_1^L\ A_2^L\ A_3^L \ldots A_{256}^L], \quad \mathbf{A}^U = [A_1^U\ A_2^U\ A_3^U \ldots A_{256}^U]$$

$$\mathbf{R}^L = [R_1^L\ R_2^L\ R_3^L \ldots R_{289}^L], \quad \mathbf{R}^U = [R_1^U\ R_2^U\ R_3^U \ldots R_{289}^U]$$

ここで、f_t (**A**,**R**): 総ひずみエネルギ, **A**(=[A_i]): 断面積(板厚)ベクトル, **R**(=[R_j]):節点座標ベクトル, **d**:節点変位ベクトル, **K**:全体剛性マトリクス, σ_i : *i* 要素の圧縮応力度である。設計変数 **A**, **R** は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値である。応力制約は Fc30 を想定し、圧縮応力に対して長期許容応力度 σ^L = - 1.0×10^4 *kN/m*^{2} とする。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 E = 2.659×10^7 *kN/m*^{2}, ポアソン比 ρ = 0.2 とする。側面制約条件は参照形状の座標値を基

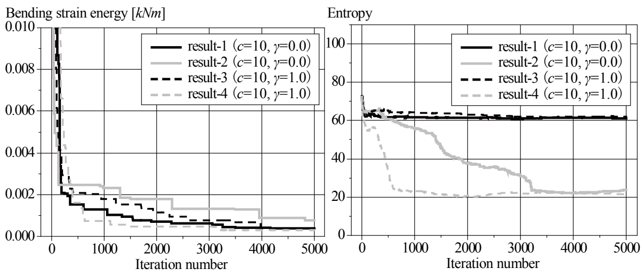


a. 目的関数値の遷移　　b. 形状多様度の遷移

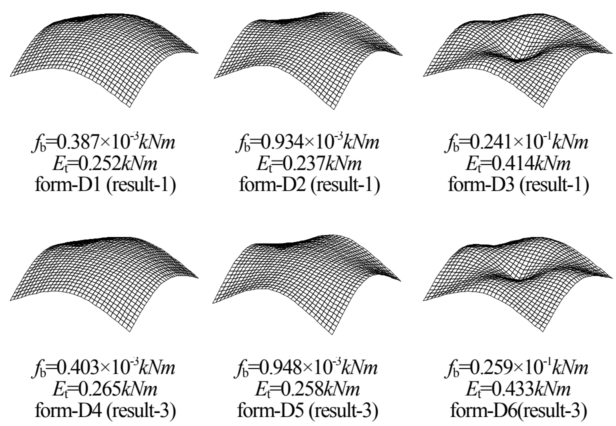


c. 解形状

図 6　クラスタ数 1 の数値結果(case-B)

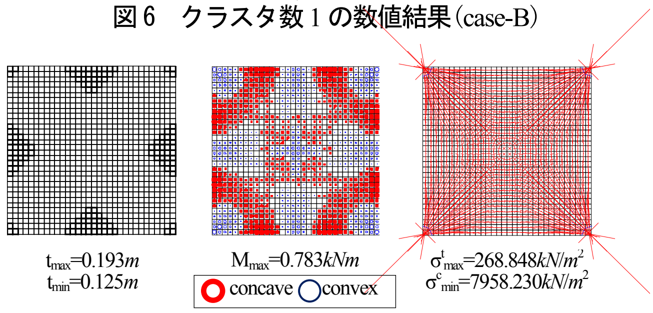


a. 目的関数値の遷移　　b. 形状多様度の遷移



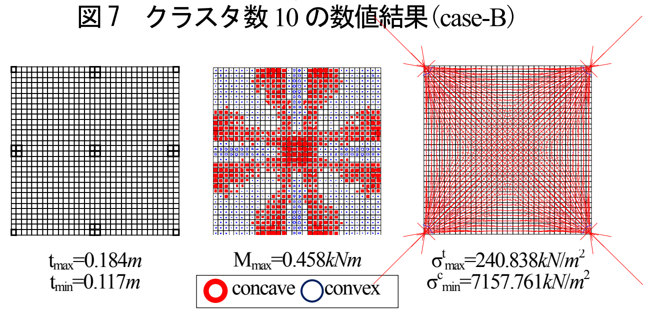
c. 解形状

図 7　クラスタ数 10 の数値結果(case-B)



板厚分布　曲げモーメント分布　主応力図

form-C1



板厚分布　曲げモーメント分布　主応力図

form-D1

図 8　form-D1, -E1 の力学性状(case-B)

準とした値で、$A_i^L = 0.1\ m$, $A_i^U = 0.2\ m$, $R_j^L = 0.0\ m$, $R_j^U = 7.0\ m$ とする。載荷荷重は自重 24.0 kN/m^3 と等分布荷重 w = 1.0 kN/m^3 とする。各解法の計算パラメータは表 1-3 を適用する。

数値結果を図 3- 5 に示す。図 3a, 4a は目的関数値の遷移、図 3b, 4b は形状多様度の遷移を示す。図 3c, 4c は各クラスタ数で獲得した解形態であり、総ひずみエネルギ f_t と曲げひずみエネルギ E_b の値を示す。図 5 は力学性状(板厚分布, 曲げモーメント分布, 主応力図)を示す。

4.2　曲げひずみエネルギ最小化の定式化(case-B)

連続体シェル構造の曲げひずみエネルギ最小化の形状最適化は、case-A の式(9)と次式を入れ替える。

$$\text{to minimize} \qquad f_b(\mathbf{A},\mathbf{R}) = \frac{1}{2}\mathrm{w}^T\mathbf{K}_b\mathrm{w} \qquad (11)$$

ここで、f_b (**A**,**R**): 曲げひずみエネルギ, **w**:面外節点変位ベクトル, $\mathbf{K}_b$:曲げ剛性マトリクスを表す。計算パラメータや解析条件は case-A と同様に設定する。

数値結果を図 6- 8 に示す。図 6a, 7a は目的関数値の遷移、図 6b, 7b は形状多様度の遷移を示す。図 6c, 7c は各クラスタ数で獲得した解形態であり、曲げひずみエネルギ f_b と総ひずみエネルギ E_t の値を示す。図 8 は力学性状(板厚分布, 曲げモーメント分布, 主応力図)を示す。

5　ロバスト性の評価

FA により得られた解は極値解形状であり、評価の高い形状である。これらの獲得した解に対して目的関数に対するロバスト性評価を別に行う必要がある。ここでは、連続体シェル構造の形態創生によって得られた解のロバスト性評価の簡易手法を示す。ロバスト性評価では各最適解に対して設計変数空間上に標準偏差 σ の正規乱数を

用いた微小変化を与える。乱数は連続体シェルの板厚 **A** の側面制約条件平均値に対し、s%の範囲(乱数発生範囲)に nr 個(乱数個体数)発生させる。ここでは, σ=0.3, s=25%, nr=1000 と設定する。

ロバスト性評価結果は図 10, 11 に示す。図 10a, 11a は FA により得られた最適解の目的関数値とロバスト性判定値 μ の関係である。図 10b, 11b は各試行で得られたロバスト性エリート解形状である。μ は微小変化量の平均値であり、微小変化量は有限要素節点座標 **R** の変化量に対する目的関数値の変化量で与えられる。従って、μ が小さいほどロバスト性が高い形状である。なお、数値結果の比較として PSO が獲得した大域的最適解のロバスト性評価も示す。数値情報は、総ひずみエネルギ:f_t (E_t)、曲げひずみエネルギ:f_b(E_b)、ロバスト性評価値 μ である。

5.1　ロバスト性評価手法

最適解の目的関数に対するロバスト性評価手法を以下に示す。ここでは、各最適解に対して設計変数空間上に標準偏差 σ の正規乱数を用いた微小変化を与える。

1) 一つの最適解 i に対し、その解を中心に基準値の s% 範囲(乱数発生範囲)で乱数個体 nr 個を発生させる。

2) 局所解 i と乱数個体 j (j=1, …, nr)に対し、微小変化量 Δ_{ij} を算出する。

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{\| f(x_i) - f(x_j) \|}{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j} \tag{12}$$

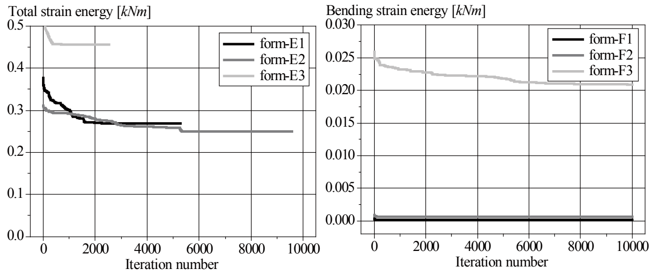
ここで、f:目的関数値, $\mathbf{x}$: 設計変数である。また、$\| \ \|$はユークリッドノルムを採用する。

3) Δ_{ij} の平均値 μ_i を算出し、ロバスト性評価値とする。μ_i 値が小さいほどロバスト性が高い形状である。

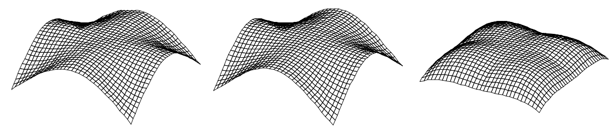
6　数値結果と考察

ISGA に導入されるクラスタリング手法(method-A)は個体数に対しクラスタ数が小さい場合、次元の増加に伴い、一つのクラスタのみに個体が偏る。これは、側面制約条件の境界周辺にいる個体がクラスタに統合されていないためだと考えられる。また、method-A は設定したクラスタ数が大きいほど計算時間が短い。K-平均法(method-B)は初期クラスタの割り当てをランダムに選択しているため、クラスタ内個体数は比較的均一となる。

FA の計算パラメータ α は値が小さいほど解収束速度が遅いので、制約条件を満たす解の個体数は α が小さいほど少ない。FA の解探索過程で設計変数空間上個体間距離の無次元化により、計算パラメータ γ の設定範囲幅が

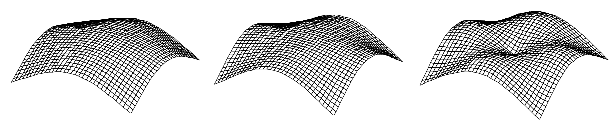


a. 目的関数値の遷移(case-A)　b. 目的関数値の遷移(case-B)



f_t=0.268kNm form-E1　f_t=0.249kNm form-E2　f_t=0.456kNm form-E3

c. 解形状(case-A)



f_b=0.213×10^{-3}kNm form-F1 (result-1)　f_b=0.633×10^{-3}kNm form-F2 (result-1)　f_b=2.088×10^{-2}kNm form-F3 (result-1)

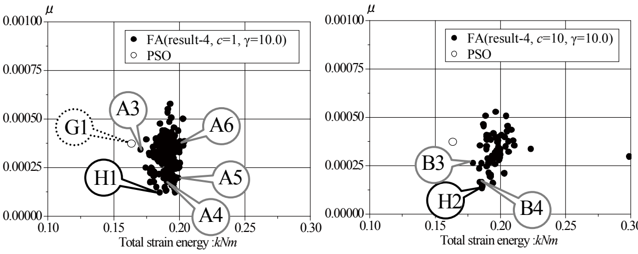
d. 解形状(case-B)

図 9　局所探索による数値結果

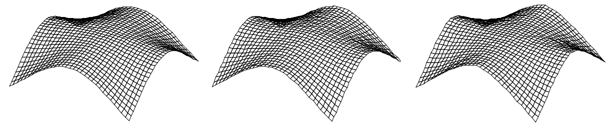
限定される。理由は FA が探索個体の評価に目的関数値と探索個体間距離から成る独自の評価値算出法を用いていることによる。この評価値計算には計算パラメータ γ を指数部に用いているため、γ は解の探索範囲に影響し値が大きいほど解形状の多様性は高い。また、本稿で適用した FA は、同一クラスタ内に含まれる探索個体との比較により最適解を探索するため、設計変数空間上の個体間距離が大きい探索個体の影響を除き、局所的な解探索となる。なお、クラスタリング法として高い次元でのクラスタリングに有効な K-平均法を選択したことで、局所最適解を含む多様な解の獲得が可能である。

総ひずみエネルギ最小化(case-A)において、計算パラメータ γ が同値の場合は $c = 10$ で得た形状多様度が高い。なお、$c = 1$ は従来の FA 解法に設計変数空間上の個体間距離を無次元化した解法となる。曲げひずみエネルギ最小化(case-B)において、case-A と同じパラメータ設定でより多くの異なる形状を捉える。計算パラメータ設定による性状は case-A と同様の傾向を示す。ただし、case-B は case-A に対し、目的関数値のオーダーが小さいため、計算パラメータ γ の上限値を調節しなければならない。

case-A, -B において、FA が獲得した解形状は極値解であることを確認するため、form-B2, -B5, -B6 (図 4), -D4, -D5, -D6(図 7)を初期形状とした局所探索(山登り法)に



a. 目的関数とロバスト性評価の関係



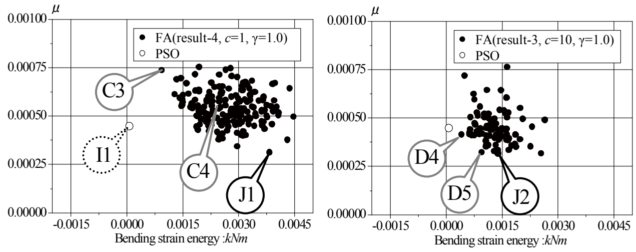
f_t=0.163kNm E_b=1.120×$10^{-3}$$kNm$ μ=3.734×10^{-4} form-G1 (PSO)

f_t=0.185kNm E_b=0.919×$10^{-2}$$kNm$ μ=1.225×10^{-4} form-H1 (result-4)

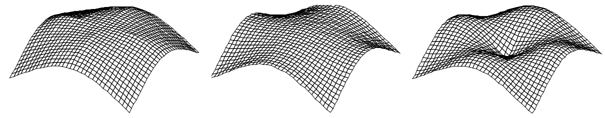
f_t=0.185kNm E_b=0.945×$10^{-2}$$kNm$ μ=1.351×10^{-4} form-H2 (result-4)

b. 解形状

図 10　ロバスト性評価の数値結果（case-A）



a. 目的関数とロバスト性評価の関係



f_b=2.729×$10^{-3}$$kNm$ E_t=0.248kNm μ=3.420×10^{-4} form-I1 (PSO)

f_b=3.825×$10^{-3}$$kNm$ E_t=0.285kNm μ=3.125×10^{-4} form-J1 (result-4)

f_b=1.377×$10^{-3}$$kNm$ E_t=0.229kNm μ=3.164×10^{-4} form-J2 (result-3)

b. 解形状

図 11　ロバスト性評価の数値結果（case-B）

適用する。数値結果は図 9 に示す。図 9a, b はそれぞれ case-A, -B における目的関数値の遷移を示し、図 9c は form-B2, -B5, -B6 を初期形状として得られた解形状を form-E1, -E2, -E3 に示し、図 9d は form-D4, -D5, -D6 を初期形状として得られた解形状を form-F1, -F2, -F3 に示す。form-E3, -F1, -F2, -F3 は初期形状と類似した形状であることから、FA の極値解獲得が示される。また、case-B は曲率の小さい形状を得る傾向があり、case-A の解形状と異なる極値解形状を捉えている。

目的関数に対するロバスト性評価は、case-A, -B では共にクラスタ数によるロバスト性評価の違いはない。このことから、クラスタ数の設定で比較探索個体が減少してもロバスト性の高い形状を獲得していることを明らかにした。ただし、目的関数評価が良い形状が高いロバスト性を持つ形状であるとは限らない。

7　結論

本稿では群知能(SI)解法の一つに分類されるホタルアルゴリズム(FA)の計算パラメータ設定の簡素化と解探索性能向上を目的に、二つの操作を導入した。一つ目は設計変数空間上の個体間距離無次元化操作、二つ目は探索個体のクラスタリング操作である。これらの操作により、計算パラメータγの上限設定値が小さくなり、極値解を獲得する探索個体は増加した。なお、クラスタリングには二つの手法の基本特性比較より K-平均法を採用した。本操作を導入した FA を連続体シェルの構造最適化に適用し、獲得解の特性と導入操作による影響を考察した。極値性の確認には FA が捉えた形状を初期形状とした局所探索に適用して調べた。以上より、本研究で扱う FA の構造形態創生への有効性とロバスト性を含む曲面形態の安定性について考察した。

参考文献

1) 和田大典, 本間俊雄: 自由曲面シェル構造の形態決定における優良解探索と解の多様性, 構造工学論文集, 58B, 453-460, 2012

2) 永田洸大, 本間俊雄: 優良解探索機能を導入した群知能による自由曲面シェル構造の形態, 日本建築学会構造系論文集, Vol.78, 345-354, 2013.

3) Xin-She Yang: Firefly Algorithms for Multimodal Optimization, Proc. 5th Inter. Conf. on Stochastic Algorithms, Foundations and Applications (2009) pp.169-178

4) J.Kennedy and R.Eberhart: *Particle Swarm Optimization*, Proc. of IEEE Inter. Conf. on Neural Network, IV (1995) pp.1942-1948.

5) D.Karaboga and B.Basturk: *A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm*, Journal of Glob Optimization 39 (2007) pp.459-471.

6) N. Tanaka, T. Honma: Structural Shape Optimization of Free-Form Surface Shell Using Firefly Algorithm, Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), CD-ROM, 1-8, 2013

7) 松尾圭介, 本間俊雄: ホタルアルゴリズムと局所探索による鋼構造骨組の最小重量設計, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生, 95-100, 2013

8) 宮本定明: *クラスター分析入門 ファジィクラスタリングの理論と応用*, 森北出版株式会社, 2010.6

開口を有する普通鋼パネルダンパーの形状最適化

垣田　修[1)]，野添　順規[2)]，大崎　純[3)]，宮津　裕次[4)]
1)広島大学大学院工学研究科，大学院生，m130842@hiroshima-u.ac.jp
2)佐藤工業株式会社，修士(工学)　(元　広島大学大学院生)
3)広島大学大学院工学研究院，教授，博士(工学)
4)広島大学大学院工学研究院，助教，博士(工学)

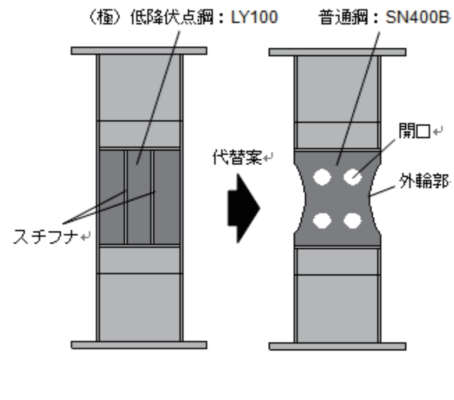
1 序

近年の計算機技術の普及と発展に伴い，有限要素法を中心に数値解析技術が急速な成長を遂げており，構造物の詳細かつ現実的な設計条件を考慮した最適化が可能となった[1)].

建築構造物の最適化は，骨組構造の部材断面の組み合わせや空間構造物の形状を対象としたものが多い[2)]．しかし，建築構造物が一般に単品生産であるという性格から，多くの計算コストを要する最適化を，小規模な個別の構造物に適用するのは必ずしも現実的ではない．一方で，大量生産が可能な制振部材や接合部などの部品レベルでの最適化は，設計条件も比較的単純であり，有効であると考えられる．

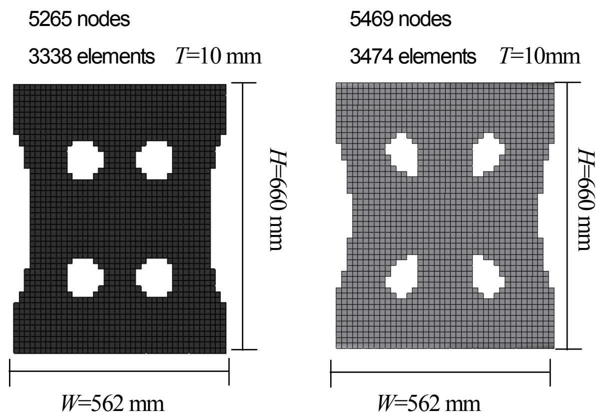
大崎らは，鋼構造物の梁フランジの形状や，偏心を有するKブレース架構のリンク部材の形状を最適化し，鋼構造骨組を対象とした部品レベルでの最適化技術の有用性を明らかにした[3-6)]．また，野添らは，極低降伏点鋼パネルを有する間柱型のせん断降伏型パネルダンパーの座屈を拘束するスチフナの位置や厚さを，有限要素解析と発見的手法によって最適化し，相当塑性ひずみの局所的な増加を低減した上でエネルギー消費性能を改善できることを示した[7)]．さらに，（極）低降伏点鋼などの特殊な鋼材は，コストや流通量の問題があるとし，図1のような，普通鋼を用いたパネルダンパーを提案し，ダンパーの外輪郭形状と内部の開口形状を最適化した[8)]．ただし，文献8)で行ったダンパーの有限要素解析では，最適化での設計変更に伴う再解析の簡易化のため，境界をスムージングしない構造メッシュによりパネル形状を表現したため，解析の精度について検討の余地があった．

本報では，図2に示す2種類の普通鋼パネルダンパーについて，外輪郭および開口部の曲線形状をスムーズな曲線で表した有限要素解析を行い，構造メッシュによるモデル化の妥当性について検討する．



(a)　極低降伏点鋼パネルダンパー　　(b)　普通鋼パネルダンパー

図１　パネルダンパーの形状



(a)　初期形状モデル　　(b)　最適形状モデル

図２　スムージングしない構造メッシュ

2 普通鋼パネルの形状

図２に示すようなパネルダンパーの開口形状を最適化する．高さHと幅Wは図に示した通りであり，Tは厚さである．普通鋼パネルの外輪郭を曲線形状とし，さらに，パネル内部に開口を設けて耐力を低減することを考える．外輪郭と開口の形状は，２次元のガウス関数（Gaussian function）（図３）と，ベジエ曲面（Bézier surface）（図４）を線形和した関数を用い，レベルセット法[9)]（図５）と同様にして定める．

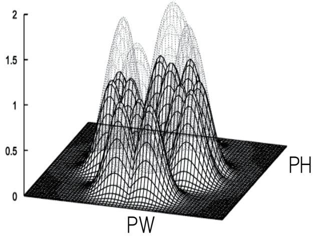


図３　ガウス関数

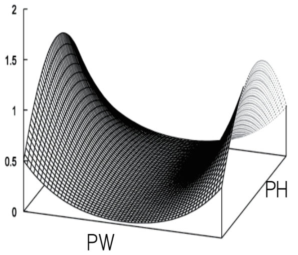


図４　ベジエ曲面

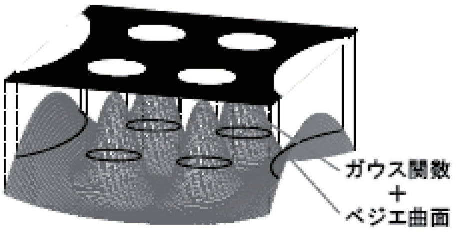


図５　レベルセット法のイメージ

2.1　ガウス関数

ガウス関数は、中心点からの距離で定義される点対称な関数であり，中心点で最大（あるいは最小）値をとり，単調に減少（あるいは増加）する釣鐘型の関数である．xy平面内のガウス関数は，式（1）で表される．ここに，x_k，y_k は中心点座標，r_kは標準偏差である．

$$g_k(x,y)=\exp\left(-\frac{(x-x_k)^2+(y-y_k)^2}{2r_k^2}\right) \tag{1}$$

2.2　ベジエ曲面

文献 10)に示されているように，パネルの外輪郭に左右が括れた形状を与えることで，エネルギー消費性能が改善される．文献 8)では，ベジエ曲面を用いて外輪郭形状を表現している．x, y 座標を，パネルの幅 W, 高さ H, を用いて $t = x/W$,　$s = y/H$ のように無次元化すると，一般に $n \times n$ 次のテンソル積ベジエ曲面の z 座標は，$(n+1)^2$ 個の制御パラメータ q_{ij} を用いて式（2-a-c）のように表される．

$$P(x,y)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n} B_i^n(t(x))\,B_j^n(s(y))\,q_{ij} \tag{2-a}$$

$$B_i^n(x)={}_nC_i(1-x)^{n-i}x^i \tag{2-b}$$

$${}_nC_i=\frac{n!}{(n-i)!\,i!} \tag{2-c}$$

2.3　パネルダンパーへの適用

2.1，2.2 項で定義した関数を，パネルダンパーの形状表現に適用する．複数のガウス関数と 5 次のベジエ曲面を線形和した式（3）に示す関数$\Phi(x, y)$をレベルセット関数として定義する．ここに，m はガウス関数の個数，w_kは重み係数である．

$$\Phi(x,y)=\sum_{k=1}^{m} w_k g_k(x,y)+P(x,y) \tag{3}$$

レベルセット関数 $\Phi(x, y)$の閾値α を式(4a，b)のように定義する．ここに，$\chi(\Phi)$は要素の存在有無を表す特性関数であり，$\Phi_{max}(x, y)$はレベルセット関数の最大値である．ガウス関数およびベジエ曲面のパラメータを変化させることで，パネル形状を変更することができる．

$$\chi(\Phi)=\begin{cases}1 & \text{if}\ \ \Phi(x,y)<\alpha\\ 0 & \text{if}\ \ \Phi(x,y)\geq\alpha\end{cases} \tag{4a}$$

$$\alpha=0.5\cdot\Phi_{\max}(x,y) \tag{4b}$$

3　有限要素解析の諸条件

3.1　有限要素モデル

図 2(a-b)のような開口形状をもつ，文献 8)の初期形状モデルと最適形状モデルに対して解析を行う． 1 つの開口に対して 4 つのガウス関数を配置し，初期解は，ガウス関数の中心座標位置を任意で与え式（1）の標準偏差 r_k＝30 をもつガウス関数を用いて得られるパネル形状である．最適解は，最大反力制約，初期形状モデルの相当塑性ひずみの最大値制約のもと，塑性消費エネルギーが最大になるよう局所探索法を用いて最適化したモデルである．解析にはソリッド要素を用いた超並列有限要素解析ソフトウェア ADVENTURECluster[11)]を使用し，6 面体 1 次要素を用いて，幾何学的非線形性と材料非線形性を考慮した解析を行う．

ADVENTUREClusterには，メッシュの自動生成機能がないため，本報では，汎用型有限要素解析ソフトウェア ABAQUS Ver. 6.13.1[12)]のCAEを用いてメッシュを自動生成する．なお，解析モデルの開口形状，外輪郭形状はスプライン曲線によって表現し，スプライン曲線の座標値は，文献8)で得られた開口，外輪郭の節点座標値を与えている． ABAQUSで生成したメッシュの節点座標を用いて入力ファイルを作成しADVENTUREClusterで解析を実行する．モデル名は，図2に示す構造メッシュのサイズを40×48×2としたモデルを「構造メッシュ」，本論で

作成したモデルを「密なメッシュ」として示す.

表 1 に，初期形状モデルの節点数と要素数を，表 2 に最適形状モデルの節点数と要素数を示す．また図 6 に，ABAQUS によってメッシュを生成したパネルダンパーの有限要素モデルを示す．要素数が増えたことにより，図 2 と比較して，曲線部分が正確にモデル化できている.

表 1　初期形状モデルの節点数と要素数

モデル名	節点数	要素数
構造メッシュ	5265	3338
密なメッシュ	45792	30090

表 2　最適形状モデルの節点数と要素数

モデル名	節点数	要素数
構造メッシュ	5469	3474
密なメッシュ	46806	30798

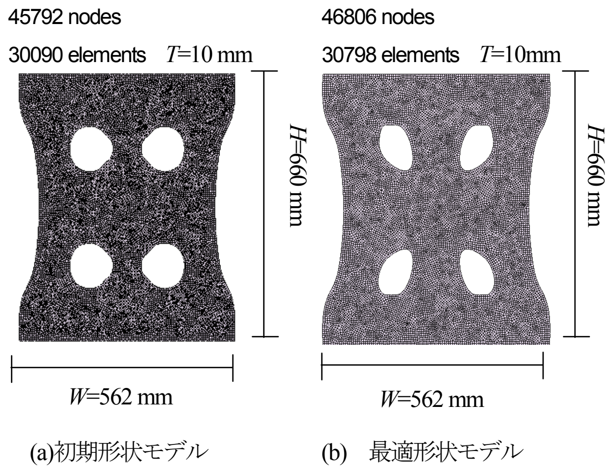


図 6　ダンパーの有限要素モデル

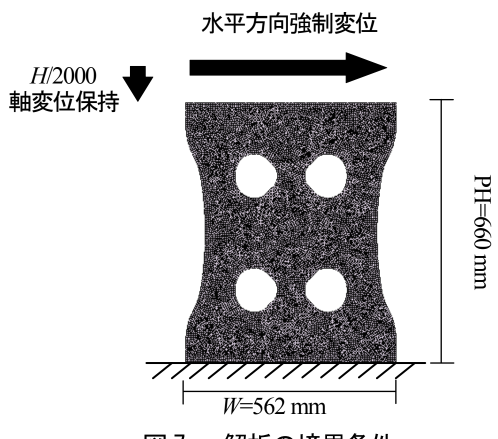


図 7　　解析の境界条件

3.2　解析の条件

パネルの境界条件は，図 7 に示すようにパネル下端の並進変位を固定して，パネル上端に水平方向強制変位を与える。間柱型の鋼材ダンパーでは，一般に軸力は負担しない設計とするが，積載荷重による長期軸力が作用することも考慮したほうが良い．そこで，パネル高の 1/2000 の軸変位を保持した状態で，層間変形角が 1/100 rad となる強制変位を与える。ここで，パネルの寸法は，高さ 2 m の間柱（実際の 2/3 サイズ）に対して設計しており，層間変形をすべてパネルが負担するものとした。また，パネルの材料は SN400B を仮定して，降伏応力 σ_y=235 MPa，弾性係数 E= 200 GPa，ポアソン比 ν= 0.3，質量密度 ρ=7.76 ×10^3 kg/m^3，移動硬化係数は 0.005E とする.

また，構造メッシュを用いることにより，開口および外輪郭形状には要素の凹凸により，現実にはない応力，ひずみ性状を示す可能性がある．そこで，パネル平面において周囲 8 要素に囲まれていない要素の相当塑性ひずみは，最大値の評価から除外する.

4　パネルダンパーの解析結果

初期形状モデルに対して，正負1サイクルの載荷をしたときの応答量を表3に示す．ここに，E_pは塑性消費エネルギー，ε_{max}は相当塑性ひずみの最大値，R_{max}は最大反力を示す。また，図8に相当塑性ひずみ分布図を示す．構造メッシュと密なメッシュと比較して，相当塑性ひずみの分布に大きな違いはない.

最適形状モデルに対しては，正負 3.5 サイクルの載荷を行った．応答量を表 4 に示す．図 9 は，相当塑性ひずみの分布図である.

図 9(b)に示すように，括れ部分に最大相当塑性ひずみが発生している．これは，括れた曲面がなめらかになったため，曲率が大きい部分に応力が集中したものと考えられる．しかし，全体的な分布は構造メッシュと比較しても大きな差はない．応答量は，密なメッシュは構造メッシュに対して最大反力 R_{max} が低下している. 初期形状モデルの 1 サイクルの解析でも，表 3 に示すように R_{max} の低下が見られる．構造メッシュと密なメッシュで応答量に差はあるが，初期形状モデルと最適形状モデルで同様の傾向を示しているため，文献 8）での最適解は妥当であると考えられる.

図 10 に初期形状モデル，図 11 に，最適形状モデルにおける 3.5 サイクルの復元力特性を示す．両方のモデル

において座屈による耐力低下が見られる．そこで，パネル厚さを 10 mm から 15 mm に変更し，最適形状モデルに対してスムージング化を行い，正負 3.5 サイクルの載荷を行った．表 5 にパネル厚さ 15 mm の最適形状モデルの節点数と要素数を示す．厚さ 15 mm が 10 mm よりもメッシュが粗いのは，パネル厚さを 2 分割するようにメッシュの基準サイズを設定しているためである．表 6 に各応答量を，図 12 に相当塑性ひずみ分布を示す．厚さ 10 mm の場合と同様に，括れ部分で相当塑性ひずみが大きいが，構造メッシュと比較しても全体的に大きな差異はなく，構造メッシュでも十分な精度で変形状況を表現できている．図 13 にパネル厚さ 15 mm における復元力特性を示す．どちらのモデルも座屈が発生しておらず，安定した復元力特性を描いている．

表 3　初期形状モデルの応答量

モデル名	E_p（kN·m）	ε_{max}	R_{max}（kN）
構造メッシュ	19.33	0.306	402.08
密なメッシュ	16.68	0.308	362.45

表 4　最適形状モデルの応答量

モデル名	E_p（kN·m）	ε_{max}	R_{max}（kN）
構造メッシュ	63.39	0.401	455.94
密なメッシュ	62.05	0.684	426.96

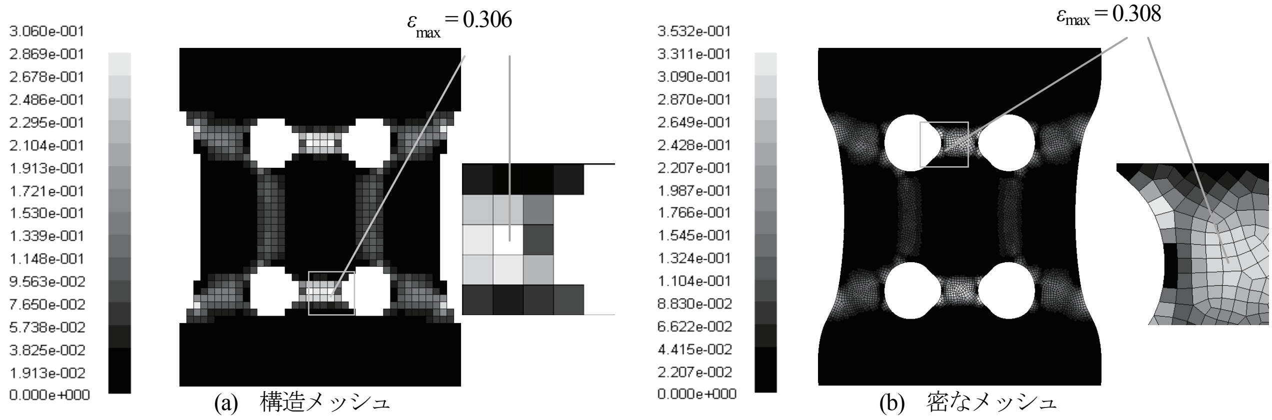


図 8　初期形状モデルを正負 1 サイクル載荷したときのひずみ分布

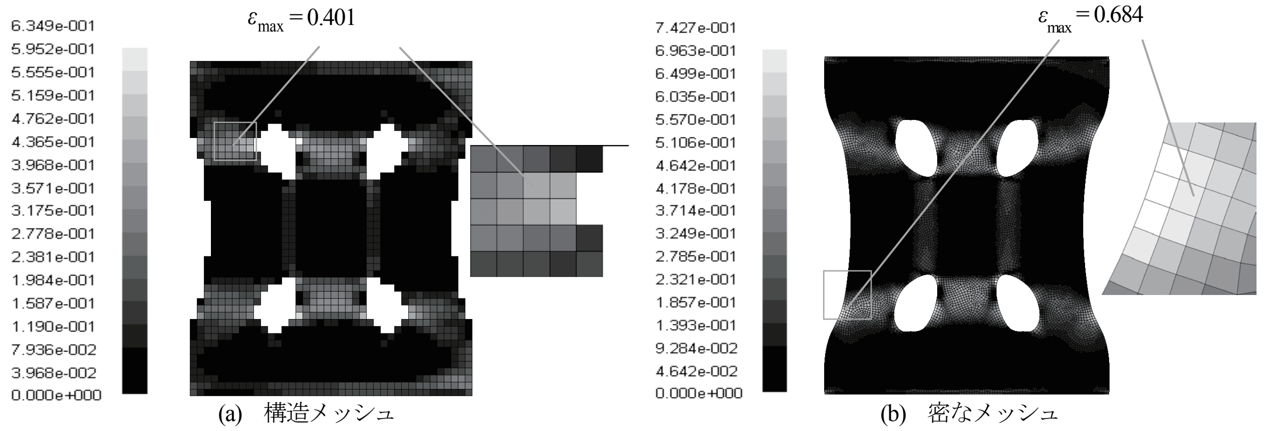
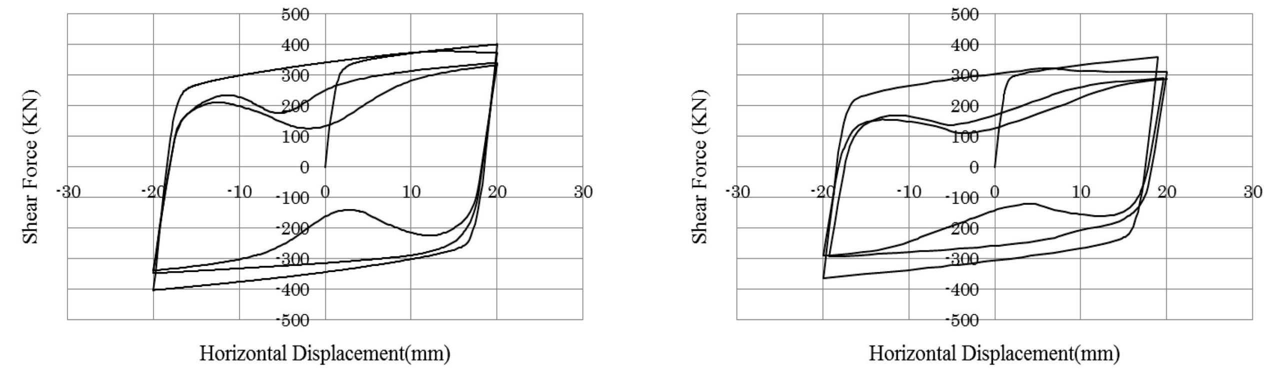
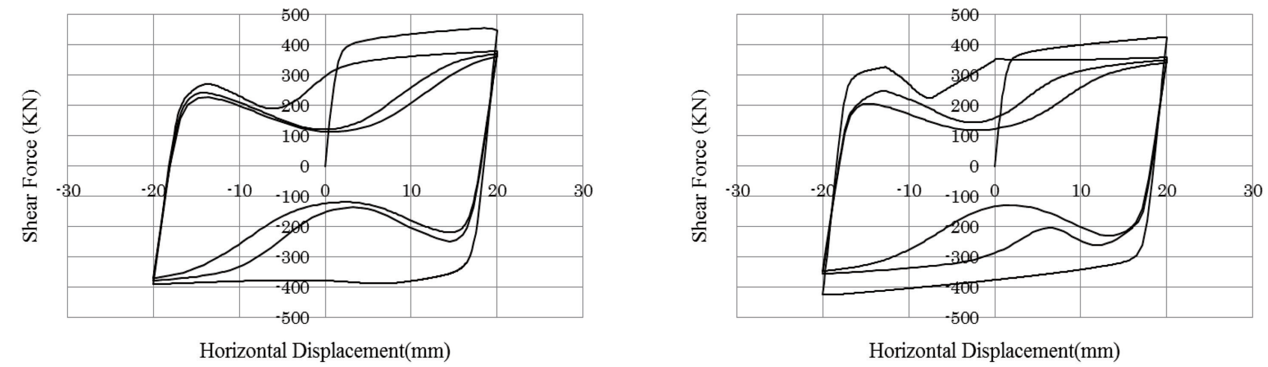


図 9　最適形状モデルを正負 3.5 サイクル載荷したときのひずみ分布



(a)　構造メッシュ　　　(b)　密なメッシュ

図 10　初期形状モデルを正負 3.5 サイクル載荷したときの復元力特性



(a)　構造メッシュ　　　(b)　密なメッシュ

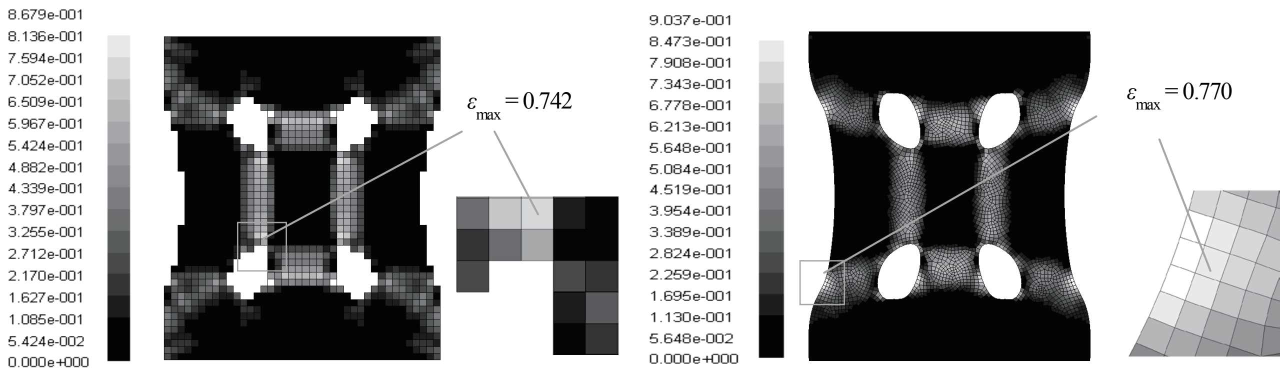
図 11　最適形状モデルを正負 3.5 サイクル載荷したときの復元力特性

表 5　15㎜最適形状モデルの節点数と要素数

モデル名	節点数	要素数
構造メッシュ	5469	3474
密なメッシュ	20667	13513

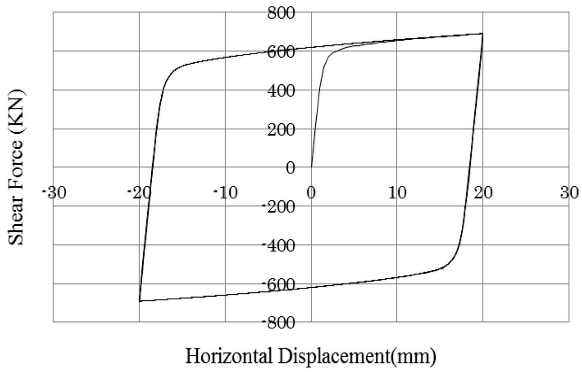
表 6　15㎜最適形状モデルの応答量

モデル名	E_p（kN･m）	ε_{max}	R_{max}（kN）
構造メッシュ	147.85	0.742	691.35
密なメッシュ	133.85	0.770	642.25

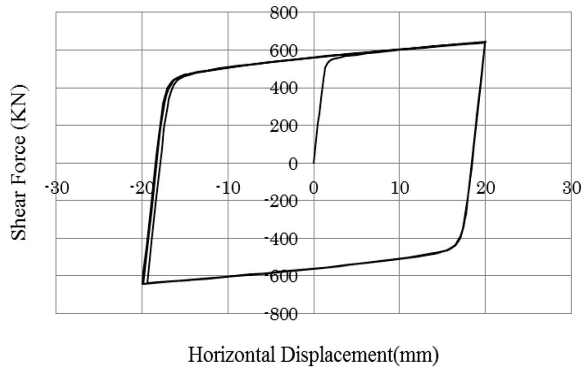


(a)　構造メッシュ　　　(b)　密なメッシュ

図 12　15㎜最適形状モデルを正負 3.5 サイクル載荷したときのひずみ分布



(a)　構造メッシュ



(b)　密なメッシュ

図 13　15㎜ 最適形状モデルを正負 3.5 サイクル載荷したときの復元力特性

5　結論

本報では，文献 8)で得られた開口を有する普通鋼パネルダンパーの最適形状の検証を行った．初期形状と最適形状に対して，密なメッシュで有限要素解析を行い，以下のような考察が得られた．

1)　疎な構造メッシュを用いた場合と，スムーズな境界を有する密なメッシュを用いた場合では，相当塑性ひずみの最大値とその発生位置は異なるが，全体的な変形の特性には大きな差異は見られない．

2)　構造メッシュを用いて作成した有限要素モデルによる解析結果の妥当性が検証されたことから，文献8)に示した最適手法が有効であると判断できる．

謝辞

本研究の一部は，日本学術振興会科学研究費（基盤研究(B)，代表：大崎 純，No.23360248）の助成による。ここに記して謝意を表する。

参考文献

1)　M. Ohsaki : Optimization of Finite Dimensional Structures, CRC Press,　2010.

2) 三井 和男，大崎 純，大森博司，田川 浩，本間 俊雄：発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム，コロナ社，2004.

3) 大崎 純，田川 浩，潘 鵬： 弾塑性応答を考慮したH形鋼梁のフランジ形状最適化—載荷実験と有限要素解析，鋼構造論文集，Vol.13，No.52，pp. 65-72，2006.

4) P. Pan，M. Ohsaki and H. Tagawa：Shape optimization of H-beam flange for maximum plastic energy dissipation，J.Struct.Eng，Vol.133(8)，pp.1176-1179，2007.

5) M. Ohsaki，H. Tagawa，P. Pan　：　Shape optimization of reduced beam section for maximum plastic energy dissipation under cyclic loads，J. Const. Steel Res，Vol.65，pp.1511-1519，2009.

6) M. Ohsaki and T. Nakajima：　Optimization of link member of eccentrically braced frames for maximum energy dissipation，J. Const. Steel Res，Vol.75，pp.38-44，2012.

7) 野添 順規，大崎 純，渡邊 秀和： 有限要素解析と発見的手法によるせん断型鋼板ダンパーの最適化，日本建築学会構造系論文集，Vol.78，No.689，pp. 1247-1252，2013.

8) 野添 順規，大崎 純：鋼材パネルダンパーの開口形状最適化，日本建築学会中国支部研究報告集，第37巻，Paper No212，2014.

9) O. Bernard，D. Friboulet，P. Thévenaz,，and M. Unser：　Variational B-spline level-set：　a linear filtering approach for fast deformable model evolution，IEEE Trans. Image Process，Vol.18，No.6，pp.1179-1191，　2009.

10) Yang Liu，M. Shimoda：Shape optimization of shear panel damper for improving the deformation ability under cyclic loading，Structural and Multidisciplinary Optimization，Vol.48，pp.427-435，2013.

11) 株式会社アライドエンジニアリング：ADVENTURECluster，http：//www.alde.co.jp/advc/index.html

12) ABAQUS Ver. 6.13-1 Documentation，Dassault Systems，2013.

木質面材耐力壁の最適釘配列に関する研究

水野 皓太[1)]，古川 忠稔[2)]

1)名古屋大学大学院環境学研究科，博士前期過程， k-mizuno@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

2)名古屋大学大学院環境学研究科，准教授，博士(工学)

1　序

我が国の木造住宅の設計は壁量計算や許容応力度設計によって多くが設計されている．どちらの設計法であれ，耐力壁を中心として考えられた設計法であり，耐力壁は木造住宅の設計において特に重要な構造要素であるといえる．木造住宅の耐力壁は建築基準法施行令第46条，告示1100，1541号によって規定されており，本報で対象とする面材耐力壁は釘と木材とのすべり変形によって耐力を発現するため，釘の種類と釘の打ち付ける間隔を指定することにより壁倍率が規定されている．

そのため，一般的に面材耐力壁はその仕様に従い，四周に等間隔に釘を打ち付けて(以下，均等釘配列)使用している．しかし，耐力はすべり変形によって発現するため釘配列の差異により耐力や剛性は異なる値を示すため，均等釘配列よりも耐力や剛性が向上するこ釘配列が存在すると考えられる．そこで，本報では，任意の釘配列を持つ雑壁の耐力及び剛性の計算を提案している文献[1)]を用いて面材耐力壁の弾性回転剛性を最大化する釘配列を最適釘配列と定義し，それを求め，均等釘配列と最適釘配列の差異についての考察をおこなう．

2　評価式の誘導[1)]

2.1　評価式に用いる仮定

文献[1)]の誘導に用いられる仮定は以下の4点である．

1. 面材は剛体として扱う
2. 釘のせん断力-すべり変形は完全弾塑性とする
3. 枠材は剛体とし，接合部をピン接合とする
4. 枠材と面材間に生じたずれを図1に示すように展開できるものとし，部材角$R=\theta_x+\theta_y$を満たす

ここで，4．の変形モードの展開とはモーメントと部材角Rの関係を$R=\theta_x+\theta_y$を満たすように，直列に分解できると仮定することである．

2.2　弾性域内における評価式の導出

2.1節で用いた仮定を用いて，X，Yモードの剛心は力の釣合いより式(1)で与えられる．

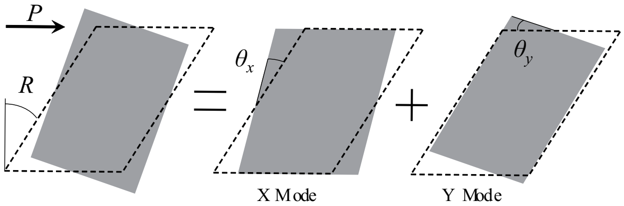


図1　変形モードの模式図

$$x_r=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i n_{iy}}{\sum_{i=1}^{n}x_i},\quad y_r=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i n_{ix}}{\sum_{i=1}^{n}y_i} \tag{1}$$

ここに

x_r, y_r :剛心位置

n_{ix}, n_{iy} :同一座標での釘本数

同様にモーメントの釣合いより釘配列二次モーメントは式(2),(3)で与えられる．

$$M_x = k\sum_{i=1}^{n}(y_i-y_r)^2\theta_x = kI_x\theta_x \tag{2}$$

$$M_y = k\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_r)^2\theta_y = kI_y\theta_y \tag{3}$$

ここに

k :釘の弾性すべり剛性

I_x, I_y :釘の配列二次モーメント

また，2.1節の仮定により, $M_x=M_y$であることを用いて，X，Yモードの回転角の関係は次式で与えられる．

$$\frac{\theta_x}{\theta_y}=\frac{I_y}{I_x} \tag{4}$$

さらに，式(1)~(4)を用いれば，面材耐力壁のモーメント-部材角関係は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} PH=M_x=M_y &= k\frac{I_xI_y}{I_x+I_y}R \\ &= K_\theta R \end{aligned} \tag{5}$$

ここに

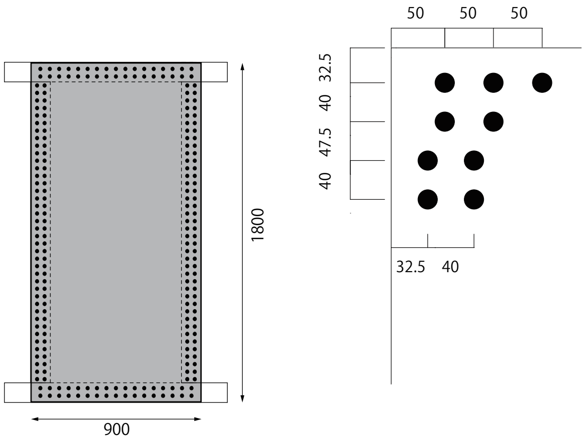
　H :耐力壁高さ

　K_θ :耐力壁の回転剛性

3　釘の最適配列

3.1　対象モデル

本報で対象とするモデルを図2および表1に示す.



(1)モデル全体　　(2)釘配列詳細

図2　耐力壁モデル-初期値

表 1　耐力壁モデル諸元

柱　梁　土台	面材(9mm厚合板)	釘
105*105 [mm^2]	900*1800[mm^2]	N50

対象モデルはモジュールとなっている，900*1800 mm^2 合板に対し，105*105 mm^2 サイズの柱・梁・土台に想定される最大数の釘を打ちつけたものとしている.

3.2　最適釘配列の導出

2章にて導出した回転剛性は以下のとおりであった.

$$K_\theta = k\frac{I_x I_y}{I_x + I_y}$$

釘の配列によって上式のうち，kを除く$\frac{I_x I_y}{I_x+I_y}$が変化する．また，式(2)，式(3)から，X,Yどちらのモードも剛心位置から遠い位置に釘が配列されているほど回転剛性が高くなることが推察される.

以上をふまえ耐力壁の回転剛性を最大化ことを目的として，以下の手順により最適配列を求める．なお，ここでの初期値とは図2のことである．図3に，おおよその流れを示す.

はじめに，最終的に求める耐力壁の釘本数(目標釘本数)を設定する．たとえば，900＊1800の試験体に対して，等間隔に釘ピッチ100mmとなるように打ちつけた場合と比較するならば50本となる.

次に，図4に示すような3種類のTypeの釘の削除方法に従い，初期値から釘を削除していく．3種類のTypeともすべて剛心から最も近い釘を8本ずつ削除しているが，これは，水平・鉛直ともに対象であることと剛心に近い釘はX,Yどちらのモードも回転剛性への寄与が少ないことを理由としている.

さらに，3種類のTypeの中で最も剛性が高いものを保存し，その時の釘本数が目標釘本数を上回っていれば，再度釘の削除をおこない釘本数が目標釘本数を下回るまで上記を繰り返す.

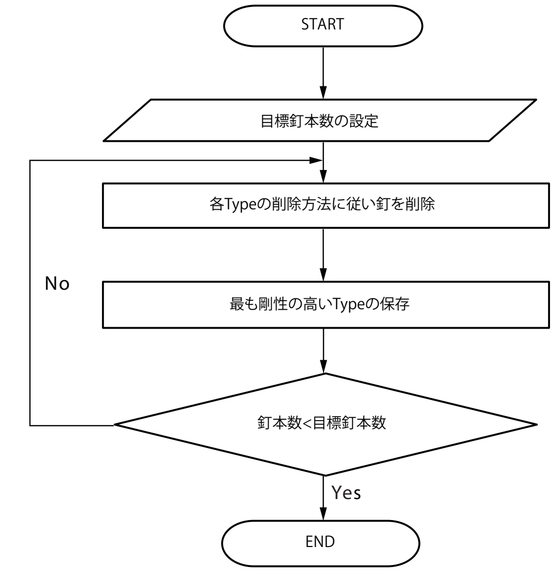


図3　最適配列作成手順

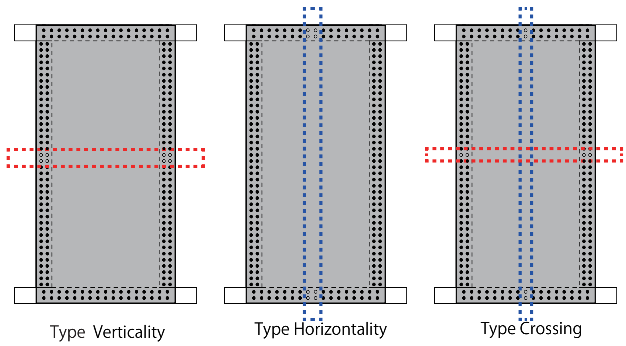


図4　釘削除方法

4　最適釘配列と均等釘配列の比較・検討

4.1　解析パラメータ

解析パラメータは目標釘本数とし，32，50，100の3種類とした．32本は告示1100号で定められた在来構法の釘ピッチ間隔150mm，50本は告示1541号で定められた枠組壁工法の釘ピッチ間隔100mm，100本は釘ピッチ間隔を50mmと均等釘配列した場合の釘本数となっている．各パラメータ毎の荷重-変形関係を図5から図8に，また表2に解析結果一覧を示す．荷重-変形関係の三角，丸点は左から，降伏，全塑性，終局時を表し，非線形領域は文献[1)]の回帰式を用いた．文献[1)]では，均等釘配列に近い耐力壁の回帰式であるため，最適釘配列は終局荷重を計算することができなかったため，完全弾塑性で表した．

4.2　弾性域内での比較

弾性域内ではすべてのモデルで，剛性･耐力ともに最適釘配列が大きくなり，最大で剛性はおよそ22%，降伏耐力は13%向上した．これは，均等釘配列に比べ，釘位置が隅角部に集中したため，式(2)，式(3)より説明できる．

4.3　塑性化後での比較

塑性化後もすべてのモデルで終局耐力は最適釘配列が大きくなり，最大で剛性はおよそ13%向上した．
しかし，降伏点や終局変位が均等釘配列よりも小さくなる最適釘配列が存在した．これは，剛性を最大化することを目的として，隅角部に釘が集中したために，釘のすべり量が早期から大きくなったことが原因と考えられる．

5　結び

本報では，合板に釘打ちした，木造耐力壁を対象に弾性域での剛性を最大化させることにより釘配列の最適化をおこなった．得られた知見は以下のとおり．

1. 最適釘配列は，釘の配列二次モーメントより隅角部に集中する形となった．
2. 最適釘配列は，均等釘配列と比して弾性，塑性領域とも剛性及び耐力が向上した．
3. 降伏点および終局変位は釘のすべり量が早期から大きくなるため，均等釘配列よりも小さくなる場合がある．

謝辞:　本研究を進めるにあたり，名古屋大学工学部4年中島慶祐君の協力を得た．ここに深く感謝いたします．

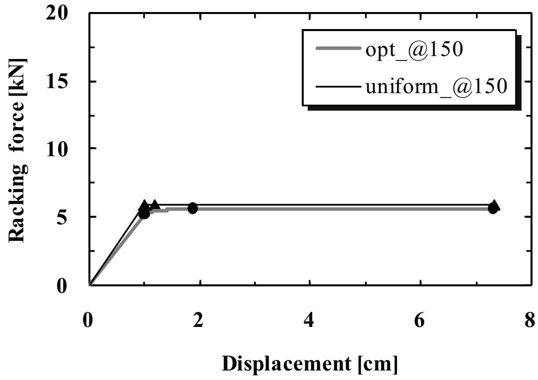


図5　荷重-変形関係(釘ピッチ150)

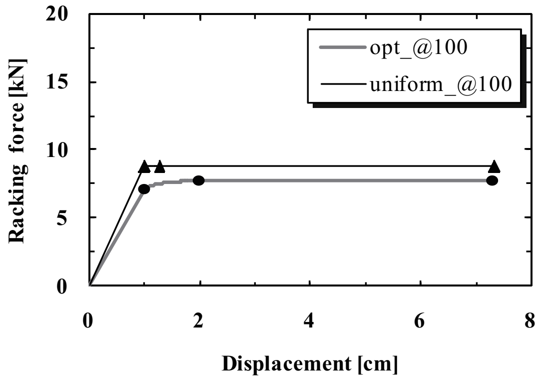


図6　荷重-変形関係(釘ピッチ100)

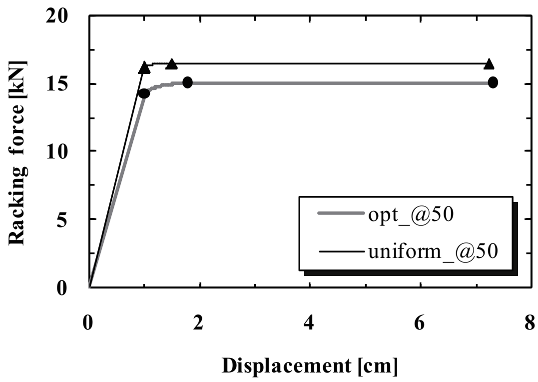
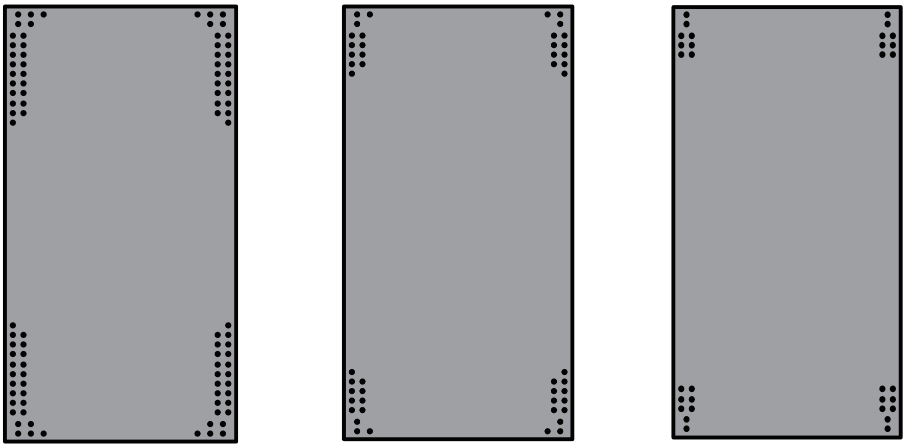


図7　荷重-変形関係(釘ピッチ50)

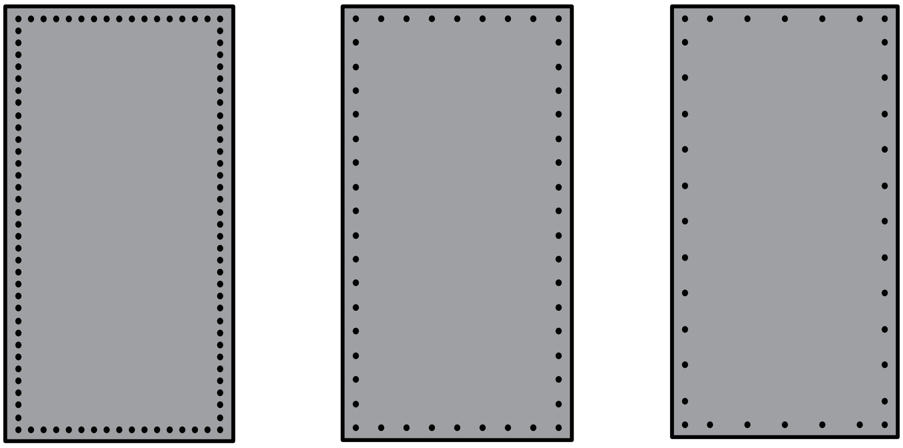
参考文献

1）村上 雅英，稲山 正弘，任意の釘配列で打たれた面材壁の弾塑性挙動の予測式，日本建築学会構造系論文集，1999.5

2）日本住宅・木材技術センター，木造軸組工法住宅の許容応力度設計，2002



(a) opt_@50　(b) opt_@100　(c) opt_@150



(a) uniform_@50　(b) uniform_@100　(c) unform_@150

図8　最適，均等釘配列図

表 2　最適釘配列と均等釘配列の比較

	K_θ [kN*cm/rad]	M_y [kN*cm]	$1/R_y$ [rad]	$1/R_u$ [rad]	M_u [kN*cm]
opt_50	528471	2911	181.51	24.91	2972
$uniform\_50$	458604	2711	179.44	24.63	2711
$raito\_50$	1.152	1.074	1.012	1.012	1.096
opt_100	282688	1579	179.06	24.58	1579
$uniform\_100$	229973	1397	179.45	24.63	1397
$raito\_100$	1.229	1.130	0.998	0.998	1.130
opt_150	192273	1076	178.73	24.53	1076
$uniform\_150$	169432	1017	178.94	24.56	1017
$raito\_150$	1.135	1.057	0.999	0.999	1.057

多目的最適化に適用可能なホタルアルゴリズムによる構造形態創生法

田中奈津希 1)，本間俊雄 2)，横須賀洋平 3)
1)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，n-tanaka@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博, honma@aae.kagoshima-u.ac.jp
3)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教，博(情報科学), yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

構造物の設計では力学的合理性や経済性などの様々な設計目標を満足することが求められている。しかし、大空間を有する連続体シェルなどの構造体は形態と力学が密接に関係していることから、設計者の直感や経験により目標を満足させる形態の決定が難しい。単一または複数の要求を満たす設計法の一つとして構造最適化の利用により、形態を追跡する構造形態創生法が注目されている。構造最適化の最適化手法には発見的多点探索手法の遺伝的アルゴリズム（genetic algorithm: GA）解法や群知能（swarm intelligence: SI）[1]解法がある。SI は自然界の自己組織化現象を模倣した単純な計算手順で、単一目的最適化に有効な最適化手法である。SI の代表的な解法である粒子群最適化（particle swarm optimization: PSO）[2]や人工蜂コロニー（artificial bee colony: ABC）[3]を含む手法は大域的最適解の探索性能が高い。ただし、設計変数空間上の多様性は低い。SI の一つに分類されるホタルアルゴリズム（firefly algorithm: FA）[4]は単一目的最適化において、複数の計算パラメータ設定により、大域的最適解や局所最適解の獲得が示されている[5]。しかし、FA を直接多目的最適化へ適用することができない。

本研究では FA の解探索過程と特性を利用した多目的最適化に適用可能な計算手法により、パレート最適解および局所パレート解の獲得を目指す。本稿では、まず、解法の計算アルゴリズムを説明する。本 FA は目的関数空間上でクラスタリング機能を導入した局所的な探索により、評価の高い局所パレート解の獲得が可能である。次に、2 変数関数の最大値探索問題に適用し、基本的な解探索特性の把握後、橋梁と連続体シェルの構造形状最適化問題[6][7]へ適用する。ここでは、探索個体のクラスタ化により得られる解形態の違いを考察する。最適化により得られた解は、単一目的に用いた局所探索法[8]を多目的に応用し、解の極値性を示す。以上より、多目的最適化に対する FA の可能性を明らかにする。

2　解探索手順

多目的最適化に適用可能な FA と局所パレート解を探索する山登り法の概要を示す。なお、計算手順は目的関数の最小化を対象とする。

2.1　多目的最適化に適用可能な FA

FA はホタルの発光と誘引による行動をモデル化した計算手順である。複数の計算パラメータ設定により局所最適解獲得を可能とする。ここでは、FA を基幹部とした最適化手法の計算手順を以下に示す。

1) 初期位置決定: 計算パラメータ $\alpha \in [0,1]$, β =1.0, $\gamma \in [0,\infty]$を与える。設計変数空間内に探索点$\mathbf{X}_i^1 (i = 1, ..., N)$をランダムに配置する。

2) 目的関数値算出: 目的関数値$f_h(\mathbf{X}_i^k)$ $(h = 1, 2, \ldots, l\,)$を算出する。

3) 探索個体のクラスタ化: 探索個体を目的関数空間上でクラスタリング手法[9] に適用する。

4) 評価値比較: クラスタ内の無次元化した個体間距離 r_{ij} を式(1)より求め、各目的関数の評価値 I_{hij} を式(2)で計算する。

$$r_{ij} = \left\| \frac{\mathbf{X}_i^k}{\|\mathbf{X}_i\|} - \frac{\mathbf{X}_j^k}{\|\mathbf{X}_j\|} \right\| = \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{\sum_{l=1}^{S} \left(\frac{X_{il} - X_{jl}}{X_{\max} - X_{\min}} \right)^2} \tag{1}$$

$$I_{hij} = I_h e^{-\gamma r_{ij}} \tag{2}$$

$$I_h = \begin{cases} 1/f_h(\mathbf{X}_j^k) & if \quad f_h(\mathbf{X}_j^k) \geq 0 \\ abs(f_h(\mathbf{X}_j^k)) & otherwise \end{cases}$$

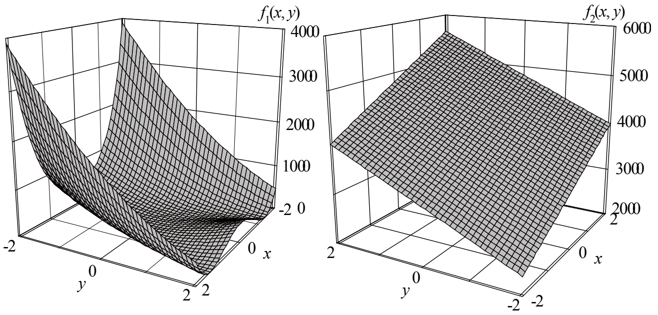
ホタル i に対して同一クラスタ内で最も評価値が高いホタルの内、目的関数空間上の個体間距離が最も小さいホタル j を決定する。S は設計変数の数、$X_{\max}$, $X_{\min}$ は設計変数空間の上限値と下限値である。

5) 誘引度計算・移動: 式(3)を用いて探索点 j の誘引度を算出し、式(4)により探索個体を移動させる。

$$\beta_1 = \beta e^{-\gamma r^2} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\theta}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k + \beta_1 \cdot (\mathbf{X}_j^k - \mathbf{X}_i^k) + \alpha \cdot q \tag{4}$$

ここで、q は [-0.5, 0.5]の乱数である。



a.Rosenbrock 関数 f_1　　b.平面関数 f_2

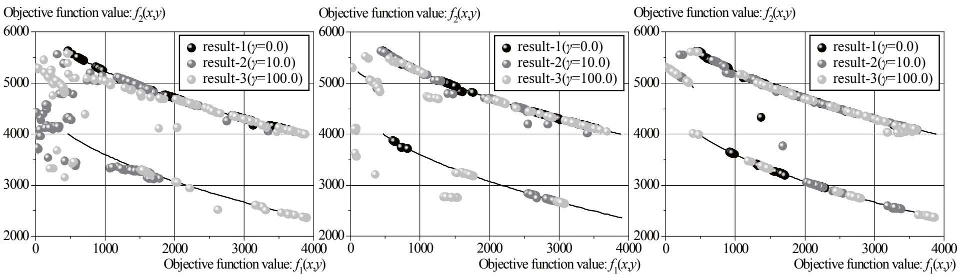
図1　2 変数関数の計算モデル

表1　本 FA パラメータ

firefly	200
α	0.1
β	1.0
γ	0.0, 10.0, 100.0
c	1, 10, 30
反復回数	200

表2　山登り法パラメータ

近傍解数		200
反復回数		200
σ		0.3
r	初期値	0.1
	下限値	0.0001



a.　クラスタ数 1　　b. クラスタ数 10　　c. クラスタ数 30

図2　本 FA による数値結果

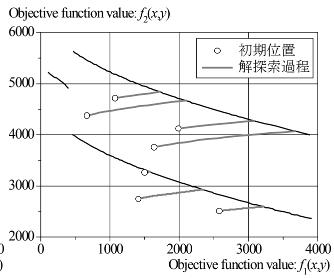


図3　局所探索法による数値結果

6) 解の比較: 目的関数値を算出し、$f_h(\boldsymbol{\theta}_i^{k+1}) \leq f_h(\mathbf{X}_i^k)$ ならば、$\mathbf{X}_i^{k+1} = \boldsymbol{\theta}_i^{k+1}$ そうでなければ $\mathbf{X}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k$ とする。

以上 2)～6)を指定した反復回数繰り返す。

α, β, γ はそれぞれ解収束速度、探索個体誘引度、解探索範囲に関係した計算パラメータであり、問題によって設定値を調節しなければならない。

2.2　局所探索法（山登り法）

本 FA により獲得した解が極値解であることを示すため、獲得解を初期値とした局所探索に適用する。単一目的の局所探索法を多目的に応用した手法を適用する。基本的な手順は探索個体に対し、複数の目的関数が同時に改善された場合にのみ更新する。

3　2 変数関数による基本特性把握

本 FA の基本的な性能を把握するため、次の 2 変数関数の同時最大化問題に適用する。

$$f_1(x, y) = 100(y - x^2)^2 + (1 - x)^2 \quad (-2.048 \leq x, y \leq 2.048) \tag{5}$$

$$f_2(x, y) = 400x + 400y \quad (-2.048 \leq x, y \leq 2.048) \tag{6}$$

式(6)の Rosenbrock 関数（図 2a）は平面の 2 隅を持ち上げた多峰性の解形状であり、式(7)の平面関数（図 2b）は平面が傾いた解形状である。表 1 の計算パラメータを用いた結果は図 2 に示す。図中実線がパレート解および局所パレート解、●印が本 FA により得られた解である。さらに、本 FA により得られた解を初期個体とする局所探索に適用した解の遷移と結果を図 3 に示す。つまり、局所探索法によりパレート最適解および局所パレート解を確実に獲得していることが判る。

4　39 部材 2 次元橋梁の構造形状最適化（Model-A）

解析モデルは図 4 に示す節点数 32, 要素数 39 の 2 次元橋梁[6]である。設計変数は各部材断面および下弦材節点座標 x, y である。部材断面は奥行 6m と固定し、部材せい h を設計変数とする。また、同一断面、同一材種、同一形状、弾性係数 E= 2.067×10^8 kN/m^2 とする。荷重は偏載荷重 P=546 kN を与え、単位体積重量を 24.5 kN として自重を考慮する。部材総体積および最大応力度比の最小化を目的とした多目的最適化であり、次式で与えられる。制約条件として各部材の設計応力が許容応力度以下になるよう設定する。

$$\textit{Find} \quad \mathbf{A}, \mathbf{R} \tag{7}$$

$$\textit{to minimize} \quad f_1(x, y) = \mathbf{L}(\mathbf{R})^T \mathbf{A}$$

$$f_2(x, y) = \max_j \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) / \sigma_a \tag{8a, b}$$

$$\textit{subject to} \quad \sigma^L \leq \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \leq \sigma^U \tag{9}$$

$$\sigma_a = \begin{cases} \sigma^L & if \quad \sigma_j(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \leq 0 \\ \sigma^U & otherwise \end{cases} \tag{10}$$

ここで、**A**:部材断面積、**L**:部材長さベクトル、**R**:節点座標ベクトル、σ_j: j 部材応力度、δ_j: j 節点変位、σ_a: 許容応

力度を表す。なお、**L** は **R** の関数である。

なお、x 座標の部材の重なりを防ぐため、x 方向の部材長さの比 α を設計変数に設定し、各座標を決定する。

$$l_{xj}=\frac{\alpha_j}{\sum_k \alpha_k} \tag{11}$$

ここで、l_{xj}:下弦材 j の長さの x 方向成分、α_j:下弦材 j の長さ比率を表す。なお、設計変数は部材せい h=1〜51.2m, 下弦材パラメータ α:1~128 とする。計算パラメータは表3 の Model-A 欄を適用する。数値結果は図 6 に示す。

5　連続体シェル構造の形状最適化

解析モデルの参照形状は図 5 a に示す一辺が 20 m の正方形平板(節点数: 1089, 要素数: 1024)の連続体シェルである。解析領域は形状の対称性を考慮し、全体の 1/4 とする。境界条件は隅角部をピン支持設定とする。滑らかな曲面表現と計算時間圧縮を図るため、パラメトリック曲面の一つである Bézier 曲面を採用する。Bézier 曲面の制御点は図 5 b に示す 4×4 配置とする。

5. 1　数値計算例 1（Model-B）

連続体シェル構造の総ひずみエネルギと部材総体積の同時最小化を目的とした多目的最適化問題の定式化は次式の通りとする。なお、ここで扱う 2 つの目的関数は似た性質を持つが、本 FA を用いた確実な局所解獲得を目指すため、敢えて 2 つの条件を導入した。

Find　　$\mathbf{A},\mathbf{R}$　　(12)

to minimize　$f_t(\mathbf{A},\mathbf{R})=\frac{1}{2}\mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d}$

$f_v(\mathbf{A},\mathbf{R})=\mathbf{S}(\mathbf{R})^T\mathbf{A}$　　(13a, b)

subject to　$\sigma^L \le \sigma_i$

$\mathbf{A}^L \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^U,\ \mathbf{R}^L \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^U$　　(14a-c)

$\mathbf{A}^L=[A_1^L\ A_2^L\ A_3^L\ \dots\ A_{256}^L]$,　$\mathbf{A}^U=[A_1^U\ A_2^U\ A_3^U\ \dots\ A_{256}^U]$

$\mathbf{R}^L=[R_1^L\ R_2^L\ R_3^L\ \dots\ R_{289}^L]$,　$\mathbf{R}^U=[R_1^U\ R_2^U\ R_3^U\ \dots\ R_{289}^U]$

ここで、f_t(**A**,**R**): 総ひずみエネルギ, f_v(**A**,**R**): 部材総体積, **A**(=[A_i]): 断面積(板厚)ベクトル, **R**(=[R_j]):節点座標ベクトル, **d**:節点変位ベクトル, **K**:全体剛性マトリクス, **S**(**R**): 表面積ベクトル, σ_i : i 要素の圧縮応力度である。設計変数 **A**, **R** は Bézier 曲面の制御点 z 軸座標値である。応力制約は Fc30 を想定し、圧縮応力に対して長期許容応力度 σ^L= - 1.0×10^4 kN/m^2 とする。材料は普通コンクリートを想定し、弾性定数 $E=2.659\times10^7$ kN/m^2, ポアソン比 ρ= 0.2 とする。側面制約条件は参照形状の座標値を基準とした値で、A_i^L= 0.1 m, A_i^U= 0.2 m, R_j^L= 0.0 m, R_j^U= 7.0 m とする。載荷荷重は自重 24.0 kN/m^3 と等分布荷重 w = 1.0 kN/m^3 とする。解法の計算パラメータは表 3 の Model-B 欄を適用する。数値結果を図 7 に示す。図 7a, b, c はそれぞれクラスタ数を 1、5、10 としたときの目的関数値の遷移である。図 7d, e, f は各クラスタ数で獲得した解形態であり、総ひずみエネルギ f_t, 部材総体積 f_v, 曲げひずみエネルギ E_b の値を示す。

表 3　FA パラメータ

	Model-A	Model-B	Model-C
firefly	200	200	200
α	1.0	1.0	1.0
β	1.0	1.0	1.0
γ	0.0, 5.0	1.0, 10.0	1.0, 5.0
c	1, 10, 30	1, 5, 10	1, 5, 10
反復回数	30000	5000	5000

表 4　山登り法パラメータ

近傍解数	200	σ		0.3
反復回数	10000	r	初期値	1.0
			下限値	0.0001

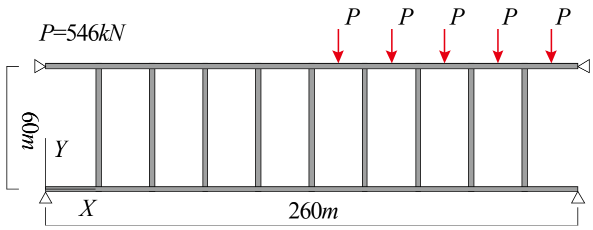


図 4　39 部材 2 次元橋梁の解析モデル(Model-A)

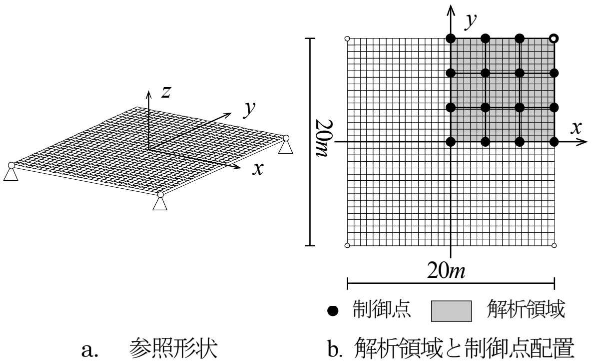


図 5　連続体シェル解析モデル(Model-B, -C)

5. 2　数値計算例 2（Model-C）

曲げひずみエネルギ最小化の単一目的最適化では複数の局所最適解が確認されている。Model-C は連続体シェル構造の曲げひずみエネルギと部材総体積の同時最小化を目的とした多目的最適化であり、Model-B の式(13a)と次式を入れ替える。

to minimize　$f_b(\mathbf{A},\mathbf{R})=\frac{1}{2}\mathbf{w}^T\mathbf{K}_b\mathbf{w}$　　(15)

ここで、**w**: 面外節点変位ベクトル, $\mathbf{K}_b$: 曲げ剛性マトリクスを表す。解法の計算パラメータは表 3 の Model-C 欄

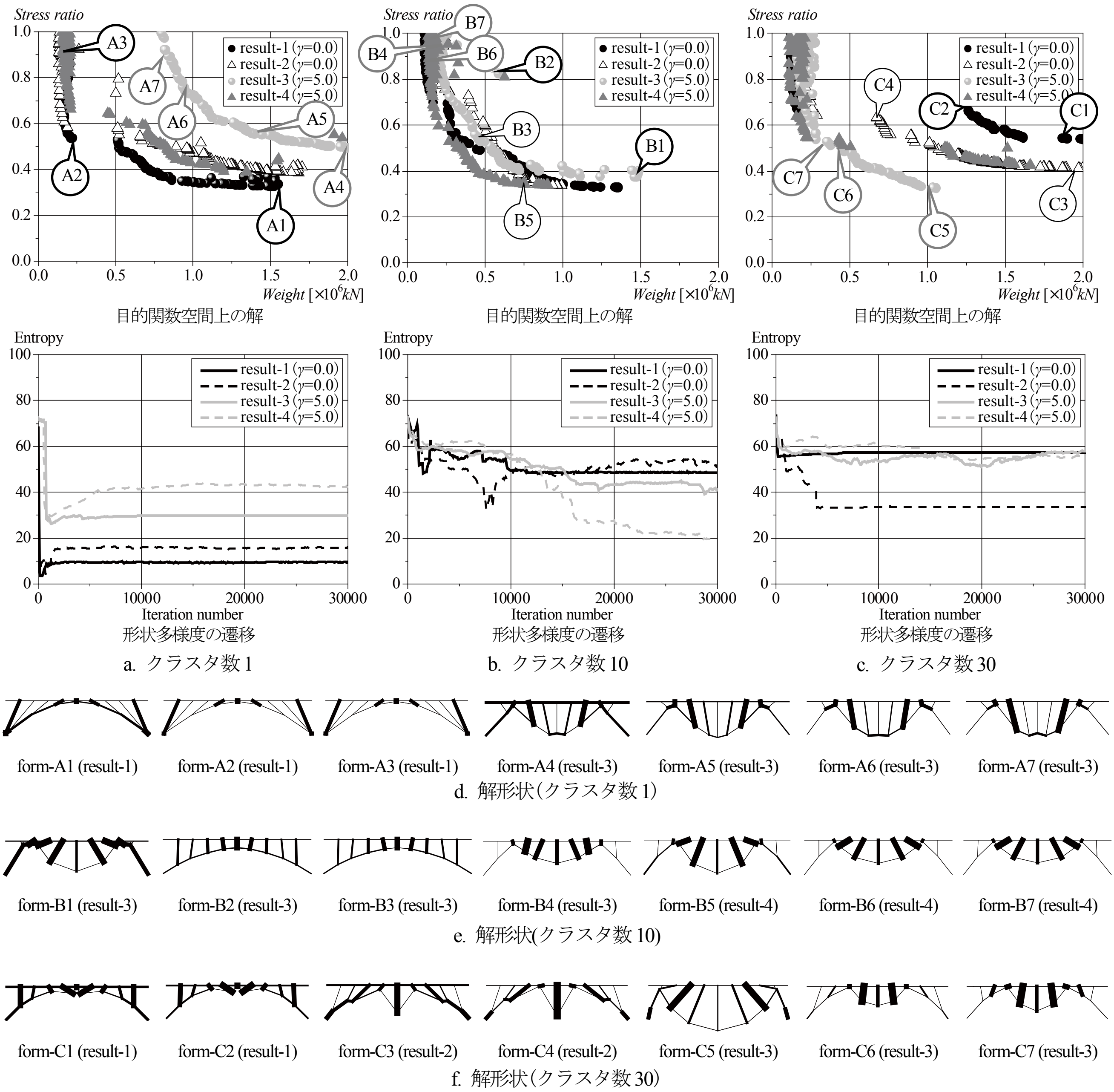


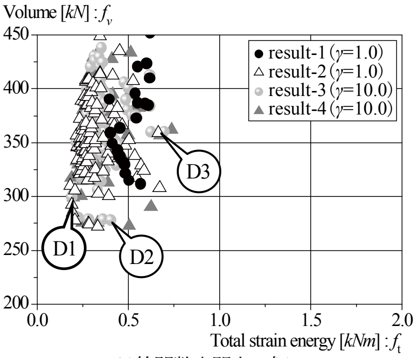
図 6　本 FA による数値結果（Model-A）

を適用する。数値結果を図 9 に示す。図 9a, b, c はそれぞれクラスタ数を 1、5、10 としたときの目的関数値の遷移である。図 9d, e, f は各クラスタ数で獲得した解形態であり、曲げひずみエネルギ f_b, 部材総体積 f_v, 総ひずみエネルギ E_t,の値を示す。

6　数値結果と考察

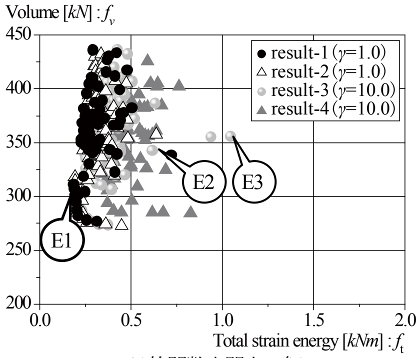
2 変数関数の同時最大化問題において、本 FA は解探索過程で目的関数空間のクラスタリング機能を導入したことにより、パレート最適解および局所パレート解を捉えた。クラスタ数 1 の設定では、すべての探索個体が評価値比較の対象になるため、設計変数空間上の個体間距離が大きい探索個体の影響を受け、評価の低い解に収束している。しかし、クラスタ数 30 の設定では局所パレート解を網羅する形で解が得られた。クラスタ数と個体数の関係は探索性能に影響を与えるため、問題によって調整する必要がある。

Model-A では 2 変数関数の最大値探索と同様に、パレート最適解および局所パレート解を捉える。クラスタ数 1 の設定では一度の試行で得られる解形状は類似形状であり、試行毎に解形状は異なる。これに対し、クラスタ数 10, 30 の設定では、一度の試行で form-C5 と form-C6, -C7 のように異なる形状を獲得する。これはクラスタ数を多く設定したことで、クラスタ内の評価の高い形状が



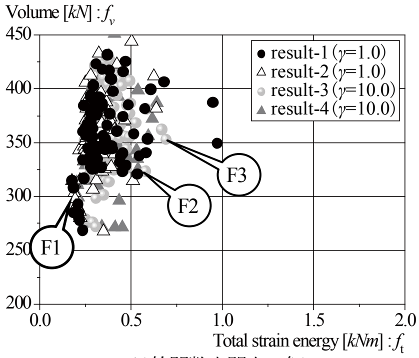
目的関数空間上の解

a. クラスタ数 1



目的関数空間上の解

b. クラスタ数 5



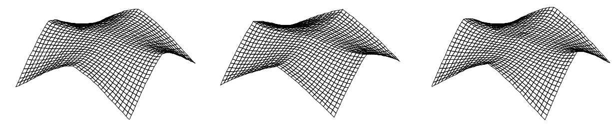
目的関数空間上の解

c. クラスタ数 10

他のクラスタと異なる形状であるためだと考えている。ただし、クラスタ数の設定が同値でも FA の計算パラメータ設定により、得られる形状数に違いがある。また、クラスタ数の設定が大きいとき、形状多様度が高いことから、目的関数空間上でのクラスタリングの導入は設計変数空間上の多様性を維持すると考えている。

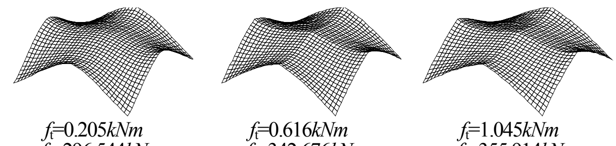
Model-B も同様にクラスタ数の設定によって形状多様度に影響を与える。ただし、γ=10.0 の設定ではクラスタ数による違いはない。また、目的関数評価が高い解は滑らかな曲面形態を獲得している。図 8a は局所探索による解探索過程であり、form-E1, -E2, -E3 を初期形状とした局所探索で得られた形状を図 8b の form-E1', -E2', -E3'に示す。form-E1 は中央部が凸の形状であるが、form-E1'は中央部が平らな形状である。form-E3'は初期形状と類似形状であることから、本 FA の局所パレート解獲得が示される。また、本 FA と局所探索により得られる解形状は総ひずみエネルギ最小化の単一目的最適化[5]で獲得した形状と類似形状である。これは部材総体積を最小化した上で力学的合理性を有する形状は総ひずみエネルギが最小化された形状であることによる。

図 5 に示す解析モデルにおける曲げひずみエネルギ最小化の単一目的最適化では多くの局所最適解が確認されている[9]。このため、Model-C の目的関数に曲げひずみエネルギを採用した意義がある。Model-C では一度の試行で得られる形状の多様性が高く、支持部が滑らかな曲面形態を得ている。図 10a は局所探索による解探索過程であり、form-G2, -H1, -I3 を初期形状とした局所探索で得られた形状を図 10b の form-G2', -H1', -I3'に示す。局所探索適用では最大反復回数 10000 の設定に対し、乱数個体内許容解数の割合に応じて縮小される解探索範囲の下限値設定により収束する解が多いことから、複数の局所パレート解が存在すると考えている。



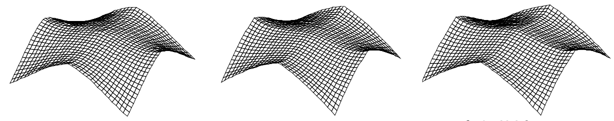
form-D1 (result-3)	form-D2 (result-3)	form-D3 (result-3)
f_t=0.191kNm	f_t=0.403kNm	f_t=0.698kNm
f_v=299.569kN	f_v=278.204kN	f_v=360.493kN
E_b=6.894×10^{-3}kNm	E_b=8.054×10^{-2}kNm	E_b=2.537×10^{-1}kNm

d. 解形状(クラスタ数 1)



form-E1 (result-3)	form-E2 (result-3)	form-E3 (result-3)
f_t=0.205kNm	f_t=0.616kNm	f_t=1.045kNm
f_v=296.544kN	f_v=342.676kN	f_v=355.914kN
E_b=4.306×10^{-3}kNm	E_b=2.060×10^{-1}kNm	E_b=4.816×10^{-1}kNm

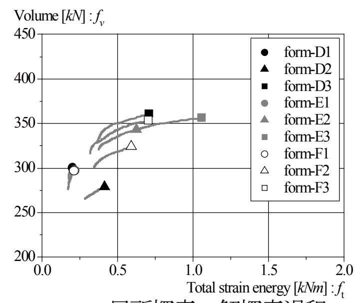
e. 解形状(クラスタ数 5)



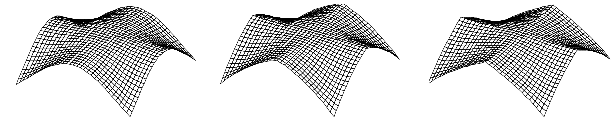
form-F1 (result-3)	form-F2 (result-3)	form-F3 (result-3)
f_t=0.201kNm	f_t=0.581 kNm	f_t=0.692kNm
f_v=296.252kN	f_v=323.599kN	f_v=352.967kN
E_b=3.993×10^{-3}kNm	E_b=2.184×10^{-1}kNm	E_b=2.425×10^{-1}kNm

f. 解形状(クラスタ数 10)

図 7　本 FA による数値結果（Model-B）



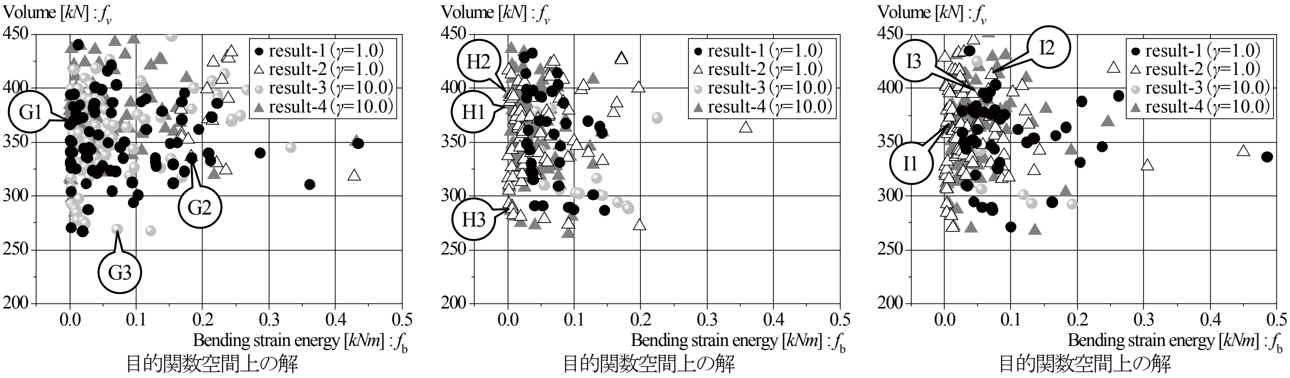
a.　局所探索の解探索過程



form-E1'	form-E2'	form-E3'
f_t=0.175kNm	f_t=0.375kNm	f_t=0.610kNm
f_v=282.226kN	f_v=320.796kN	f_v=341.550kN
E_b=4.306×10^{-3}kNm	E_b=1.005×10^{-1}kNm	E_b=2.068×10^{-1}kNm

b.　局所探索の解形状

図 8　局所探索の解探索過程（Model-B）

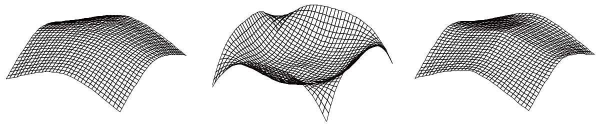


目的関数空間上の解 a. クラスタ数 1 　 目的関数空間上の解 b. クラスタ数 5 　 目的関数空間上の解 c. クラスタ数 10

Model-B, -C に共通する特性ではクラスタ数設定が大きい場合、許容解を満たす形状の割合が小さい点が挙げられる。これは個体数に対し、クラスタ数の設定が大きいためである。

7　結論

本稿では群知能(SI)解法の一つに分類されるホタルアルゴリズム(FA)を基幹部とした多目的最適化に適用可能な解法を橋梁および連続体シェルの構造形状最適化に適用した。本 FA は目的関数空間上でクラスタリング機能を導入したことにより、計算パラメータとクラスタ数の設定でパレート最適解や局所パレート解を捉えた。また、極値性の確認では獲得解を初期値とした局所探索法により確認した。これより、FA の多目的最適化問題への適用可能性を示した。今後、種々の最適化に本 FA を適用し、解法の特性を明らかにしていく。特にパレートフロント及び局所パレートフロントを有する構造物の多目的最適化に対する本 FA の特性を明確にしていきたい。

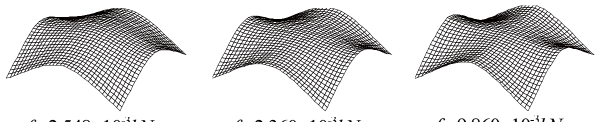


f_b=0.582×10^{-3}*kNm* f_v=366.087*kN* E_t=0.319*kNm* form-G1 (result-1)

f_b=1.826×10^{-1}*kNm* f_v=336.142*kN* E_t=1.061*kNm* form-G2 (result-2)

f_b=7.163×10^{-2}*kNm* f_v=269.143*kN* E_t=0.365*kNm* form-G3 (result-3)

d. 解形状(クラスタ数 1)

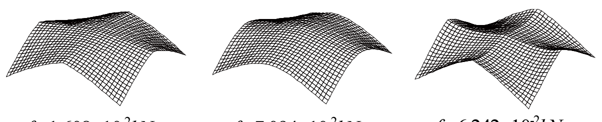


f_b=2.548×10^{-3}*kNm* f_v=387.621*kN* E_t=0.258*kNm* form-H1 (result-2)

f_b=2.360×10^{-3}*kNm* f_v=394.829*kN* E_t=0.305*kNm* form-H2 (result-4)

f_b=9.860×10^{-3}*kNm* f_v=281.129*kN* E_t=0.272*kNm* form-H3 (result-4)

e. 解形状(クラスタ数 5)



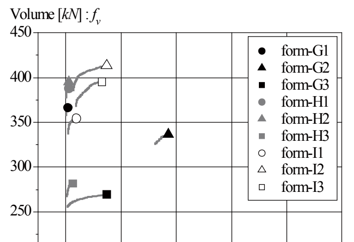
f_b=1.608×10^{-2}*kNm* f_v=353.789*kN* E_t=0.325*kNm* form-I1 (result-2)

f_b=7.094×10^{-2}*kNm* f_v=412.706*kN* E_t=0.409*kNm* form-I2 (result-2)

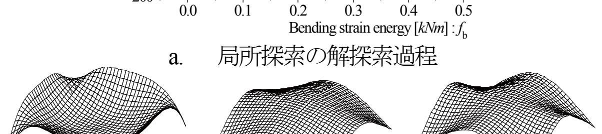
f_b=6.242×10^{-2}*kNm* f_v=394.981*kN* E_t=0.419*kNm* form-I3 (result-4)

f. 解形状(クラスタ数 10)

図 9　本 FA による数値結果(Model-C)



a.　局所探索の解探索過程



f_b=1.620×10^{-1}*kNm* f_v=325.918*kN* E_t=1.016*kNm* form-G2'

f_b=0.504×10^{-3}*kNm* f_v=377.983*kN* E_t=0.230*kNm* form-H1'

f_b=1.835×10^{-3}*kNm* f_v=368.602*kN* E_t=0.266*kNm* form-I3'

b.　局所探索の解形状

図 10　局所探索の解探索過程(Model-C)

参考文献

1) 永田洸大, 本間俊雄: 優良解探索機能を導入した群知能による自由曲面シェル構造の形態, 日本建築学会構造系論文集, Vol.78, 345-354, 2013.
2) J.Kennedy and R.Eberhart: *Particle Swarm Optimization*, Proc. of IEEE Inter. Conf. on Neural Network, IV (1995) pp.1942-1948.
3) D.Karaboga and B.Basturk: *A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm*, Journal of Glob Optimization 39 (2007) pp.459-471.
4) Xin-She Yang: Firefly Algorithms for Multimodal Optimization, Proc. 5th Inter. Conf. on Stochastic Algorithms, Foundations and Applications (2009) pp.169-178
5) N. Tanaka, T. Honma: Structural Shape Optimization of Free-Form Surface Shell Using Firefly Algorithm, Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), CD-ROM, 1-8, 2013
6) 高田豊文, 大崎純: 橋梁の設計・骨組, 構造形態の創生と最適セミナー資料, 35-41, 日本建築学会, 2005.1
7) 和田大典, 本間俊雄: 自由曲面シェル構造の形態決定における優良解探索と解の多様性, 構造工学論文集, 58B, 453-460, 2012
8) 松尾圭介, 本間俊雄: ホタルアルゴリズムと局所探索による鋼構造骨組の最小重量設計, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生, 95-100, 2013
9) 田中奈津希, 本間俊雄, 横須賀洋平: クラスタリング機能を導入したホタルアルゴリズムによる連続体シェル構造の形状最適化, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生, 2014 (発表予定)

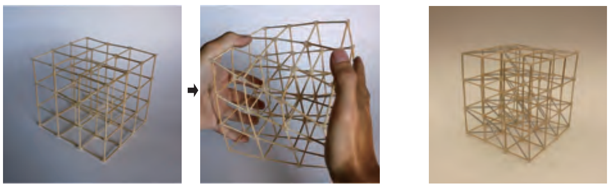
空間充填多面体で構成された構造物の最適なブレース追加手法

小林 祐貴[1)]，伊藤 慈彦[2)]，加藤 直樹[3)]
1)京都大学工学研究科，博士課程，as-kobayashi@archi.kyoto-u.ac.jp
2)京都大学工学研究科，修士課程，as-ito-y@archi.kyoto-u.ac.jp
3)京都大学工学研究科，教授，工博，naoki@archi.kyoto-u.ac.jp

1　はじめに

構造物の動きが元々の構造体の合同変換のみである場合, その構造物は**剛**であると呼ぶ. 剛な棒材 (bar) とピン接合 (joint) で構成される構造物を **bar-joint フレームワーク**と呼ぶ. 剛な構造物からどの棒材を 1 つ取り除いた場合にも, 剛ではなくなる (柔軟となる) フレームワークのことを**極小剛**と呼ぶ.

本研究では，空間充填多面体を隙間なく並べた空間充填立体の bar-joint フレームワーク (図 1(a)) に対して, 最小本数のブレースを追加することで剛にする手法を示す (図 1(b)).



(a)　　　　(b)

図1　(a) 立方体で構成された空間充填立体の柔軟な bar-joint フレームワーク (b) 提案手法により，最小本数のブレースを (a) に追加した剛なフレームワーク

また，ブレースが空間充填多面体内に追加された場合，空間を分断することとなる (図 2(a))．応用上の観点より，ブレースはそれぞれの空間充填多面体の面内にのみ入れてよいものとする (図 2(b))．

(a)　　　　(b)

図2　空間充填多面体に対するブレースの追加において (a) 空間内への追加例 (b) 面内への追加例

2　準備

ここでは, bar-joint フレームワークの剛性に関するいくつかの定義と事実を記す．組合せ剛性理論において, 3 次元 bar-joint フレームワーク は グラフ $G = (V, E)$ と写像 $\mathbf{p} : V \to \mathbb{R}^3$ の組 $(G, \mathbf{p})$ で表される．ここで G の各頂点はジョイントを, 各辺は棒材に対応しており, $\mathbf{p}$ は各ジョイントの配置である．このようなグラフ G のことを **bar-joint グラフ**と呼び, 極小剛な bar-joint フレームワークとして実現可能な bar-joint グラフのことを, **極小剛な bar-joint グラフ**と呼ぶ．

辺 $e = (u, v) \in E$ に対応するフレームワークの棒材の長さは $\|\mathbf{p}(u) - \mathbf{p}(v)\|$ により与えられる．棒材は剛であるとし, $\|\mathbf{p}(u) - \mathbf{p}(v)\|$ はいかなるフレームワークの変形のもとでも一定である．フレームワークの連続変形を考えた場合, $\mathbf{p}(u)$ を変数 t の連続関数, すなわち $\mathbf{p}_t(u)$ として表すことができる．ここで, すべての $v \in V$ に対して, $\mathbf{p}_0(v) = \mathbf{p}(v)$ が成立すると仮定する．フレームワークが変形した場合にも, 棒材の長さは変わらないことより, 以下の式を得る．

$$(\mathbf{p}_t(u) - \mathbf{p}_t(v)) \cdot (\dot{\mathbf{p}}_t(u) - \dot{\mathbf{p}}_t(v)) = 0, \ \forall (u, v) \in E. \quad (1)$$

$\dot{\mathbf{p}}_0(v)$ は $t = 0$ におけるジョイント v の速度ベクトルとみなすことができ, 単純に, $\dot{\mathbf{p}}(v) = (\dot{x}(v), \dot{y}(v), \dot{z}(v))$ とする．$\mathbf{u}(v) = \dot{\mathbf{p}}_0(v)$ とし, $t = 0$ について式 (1) は以下のように変換できる．

$$(\mathbf{p}(u) - \mathbf{p}(v)) \cdot (\mathbf{u}(u) - \mathbf{u}(v)) = 0, \quad \forall (u, v) \in E. \ (2)$$

式 (2) の線形方程式が自明な無限小動きのみである場合, そのフレームワークは**無限小剛**である．式 (2) の線形方程式は, 以下の行列として表すことができ,

$$R_G(\mathbf{p})\mathbf{u}^\top =$$

$$\begin{bmatrix} \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & (\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j) & \cdots & (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix} \mathbf{u}^\top$$

$$= \mathbf{0}^\top.$$

行列 $R_G(\mathbf{p})$ は**剛性行列**と呼ばれている. 以下では, 混乱を避けるために, 無限小剛のことを単純に剛と呼ぶ.

以下の定理は Maxwell の条件として知られている [3].

定理 1 (Maxwell [3]) 伸び縮みのない $|E|$ 本の棒材と $|V|$ 個のジョイントで構成された 3 次元 bar-joint フレームワークが剛であるためには $|E| \geq 3|V| - 6$ が必要条件である.

Alexandrov は以下の定理を示している [1].

定理 2 (Alexandrov [1]) 任意の凸多面体の各面を三角形分割したbar-jointフレームワークは剛である.

Whiteley により, 以下の二つの操作が定義されている [4].

操作 1 (Vertex 3-addition) グラフ $G = (V, E)$ が与えられているとし, 新たに頂点 v_0 及び辺 (v_0, v_1), (v_0, v_2), (v_0, v_3) を追加する (図 3(a)).

操作 2 (Edge 3-split) グラフ $G = (V, E)$ が与えられているとし, $v_1, v_2, v_3, v_4 \in V$, $(v_1, v_4) \in E$ について考える (図 3(b)). (v_1, v_4) を取り除き, 頂点v_0 と 辺 (v_1, v_0), (v_2, v_0), (v_3, v_0), (v_4, v_0) を追加する.

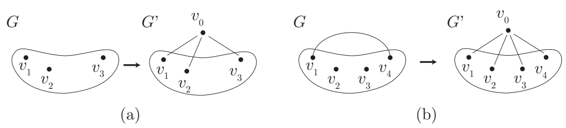


図3 (a) **操作** 1 (Vertex 3-addition) (b) **操作** 2 (Edge 3-split)

これらの操作を極小剛な bar-joint グラフに施すことにより, 極小性を失うことなく頂点数が一つ大きい, 極小剛な bar-joint グラフを得ることができる.

さらに Whiteley により, 操作 1, 2 について以下の補題が示されている [4].

補題 1 (Whiteley [4]) $v_1, v_2, v_3 \in V$, v_i のジョイント配置を $\mathbf{p}_i$ とする. $(G, \mathbf{p})$ に新たな頂点 v_0 と, 新たな辺 (v_0, v_1), (v_0, v_2), (v_0, v_3) を追加したフレームワークを $(G', \mathbf{p}')$ とすると, $\mathbf{p}_0$, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_3$ が同一平面上にないならば, ほとんどすべての $(G', \mathbf{p}')$ もまた剛である.

補題 2 (Whiteley [4]) $v_1, v_2, v_3, v_4 \in V$, $(v1, v4) \in E$, v_i のジョイント配置を $\mathbf{p}_i$ とする. $(G, \mathbf{p})$ に新たな頂点 v_0 と, 新たな辺 (v_0, v_1), (v_0, v_2), (v_0, v_3), (v_0, v_4) を追加し, (v_1, v_4) を取り除いたフレームワークを $(G', \mathbf{p}')$ とすると, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$, $\mathbf{p}_3$, $\mathbf{p}_4$ が同一平面上にないならば, ほとんどすべての $(G', \mathbf{p}')$ もまた剛である.

補題 1, 2 により, それぞれの条件を満たす配置の操作を剛なフレームワークに施すことで, 新たに頂点数が一つ大きい, 剛なフレームワークを得ることができる.

3 立方体の場合

ここでは, 立方体により構成される空間充填立体に, ブレースを追加することで剛にする手法を示す.

辺の長さ 1 の $l \times m \times n$ 個の立方体で構成される空間充填立体の bar-joint フレームワーク X について考える (図 1(a)). X のうちの一つの立方体 C について, C の頂点のなかで最小の xyz 座標の頂点を v_C とする. $v_C = (s, t, u)$ のとき, C を (s, t, u)–立方体と呼ぶ.

さらに立方体の頂点と辺に, 図 4 のようにラベル付けを行う. はじめに, 立方体の一面, 二面, 三面が剛である場合に施すことができる 3 つの操作列を定義する.

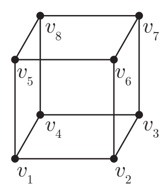


図4 **立方体の頂点のラベル付け**

操作列 1 剛な一つの面 $v_1v_4v_8v_5$ が与えられているとし, 操作 1 を以下の順序で実行し, 新たな立方体を得る (図 5).

(i) 頂点 v_6 と辺 (v_1, v_6), (v_5, v_6), (v_8, v_6) を追加する.

(ii) 頂点 v_2 と辺 (v_1, v_2), (v_4, v_2), (v_6, v_2) を追加する.
(iii) 頂点 v_7 と辺 (v_4, v_7), (v_6, v_7), (v_8, v_7) を追加する.
(iv) 頂点 v_3 と辺 (v_2, v_6), (v_4, v_6), (v_7, v_6) を追加する.

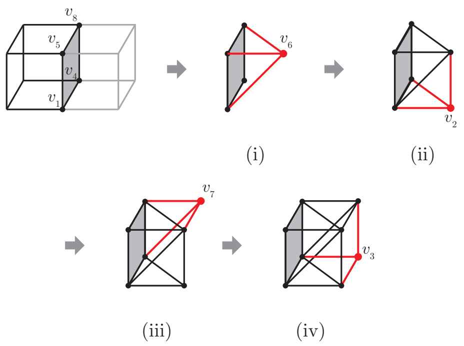


図5　操作列 1

操作列 2　剛な二つの面 $v_1v_4v_8v_5$, $v_1v_2v_3v_4$ が与えられているとし, 操作 1 を以下の順序で実行し, 新たな立方体を得る (図 6).
(i) 頂点 v_6 と辺 (v_1, v_6), (v_5, v_6), (v_8, v_6) を追加する.
(ii) 頂点 v_2 と辺 (v_1, v_2), (v_4, v_2), (v_6, v_2) を追加する.

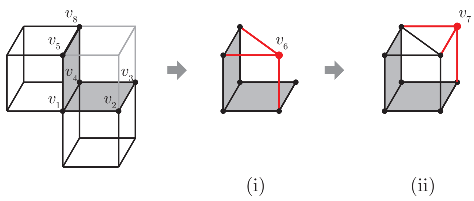


図6　操作列 2

操作列 3　剛な三つの面 $v_1v_4v_8v_5$, $v_1v_2v_3v_4$, $v_3v_4v_8v_7$ が与えられているとし, 操作 1 により, 頂点 v_6 と辺 (v_1, v_2), (v_4, v_2), (v_6, v_2) を追加し, 新たな立方体を得る (図 7).

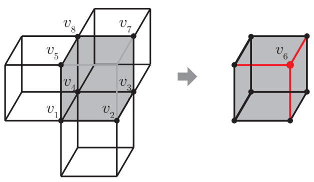


図7　操作列 3

これらの操作列によって得られる新たな立方体は, 補題 1 の条件を満たす操作 1 によって得られており, 剛である.

3 つの操作列を用いた, 4 つのステップで構成されるアルゴリズムを以下に示す. 以下では, $1 \leq s \leq l-1$, $1 \leq t \leq m-1$, $1 \leq u \leq n-1$ とする.

ステップ 1　$(0,0,0)$–立方体の各面にブレースを追加する (図 8(a)).
ステップ 2　$(1,0,0)$, $(2,0,0)$, $\ldots$, $(l-1,0,0)$–立方体を操作列 1 により, $(1,0,0)$–立方体から順に追加する. 同様に, 操作列 1 により $(0,t,0)$, $(0,0,u)$–立方体をそれぞれ, $(0,1,0)$–立方体, $(0,0,1)$–立方体から順に追加する (図 8(b)).
ステップ 3　$(s,t,0)$, $(0,t,u)$, $(s,0,u)$–立方体を操作列 2 により, 順に追加する (図 8(c)).
ステップ 4　(s,t,u)–立方体を操作列 3 により追加する (図 8(d)).

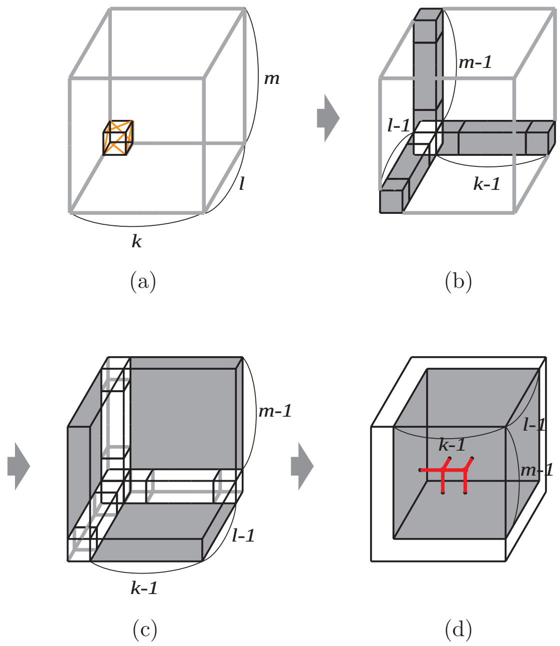


図8　(a) **ステップ** 1 (b) **ステップ** 2 (c) **ステップ** 3 (d) **ステップ** 4

このアルゴリズムによって得られるフレームワークは, 操作 1 によってのみ構築されているので, 最小なブレースの追加により極小剛なフレームワークが得られている.

4　立方体以外の空間充填多面体の場合

平行移動のみを許した場合に, 一種類の多面体で空間充填可能なものは 5 種類存在することが知られている [1, 2]. 以下では菱形十二面体に関するブレースの追加手法を示す. 他の空間充填多面体についても, 菱

形十二面体と同様な手法により，極小剛な空間充填立体を得ることができる．

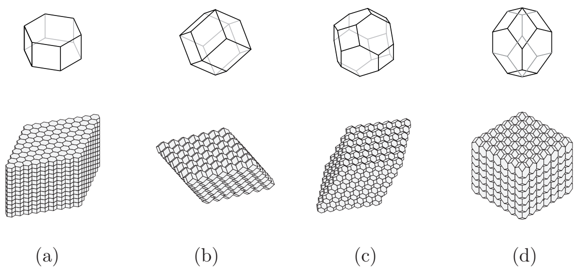


図9　(a) **六角柱** (b) **菱形十二面体** (c) **切頂八面体** (d) **長菱形十二面体**

4.1　菱形十二面体の場合

ここでは，菱形十二面体により構成される空間充填立体に，ブレースを追加することで剛にする手法を示す．辺の長さ 1 の $l \times m \times n$ 個の菱形十二面体で構成される空間充填立体の bar-joint フレームワークについて考える．

菱形十二面体を剛とする 8 つの操作列を定義する．

操作列 1　剛な面 $v_2v_6v_{10}v_9$ が与えられているとし，操作 1, 2 を以下の順序で実行し，新たな菱形十二面体を得る (図 10).

(i) 頂点 v_{14} と辺 (v_6, v_{14}), (v_{10}, v_{14}), (v_9, v_{14}), 頂点 v_{11} と辺 (v_{14}, v_{11}), (v_9, v_{11}), (v_6, v_{11}), 頂点 v_1 と辺 (v_9, v_1), (v_6, v_1), (v_2, v_1), 頂点 v_3 と辺 (v_{11}, v_3), (v_6, v_3), (v_1, v_3), 頂点 v_7 と辺 (v_{11}, v_7), (v_3, v_7), (v_1, v_7) をそれぞれ操作 1 により追加する．

(ii) 辺 (v_9, v_{11}) を取り除き，頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_9, v_{12}), (v_{11}, v_{12}), (v_{14}, v_{12}) を操作 2 により追加する．

(iii) 頂点 v_4 と辺 (v_1, v_4), (v_7, v_4), (v_{12}, v_4), 頂点 v_8 と辺 (v_1, v_8), (v_4, v_8), (v_{12}, v_8), 頂点 v_5 と辺 (v_1, v_5), (v_8, v_5), (v_9, v_5) をそれぞれ操作 1 により追加する．

(iv) 辺 (v_9, v_{12}) を取り除き，頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{12}, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) を操作 2 により追加する．

操作列 2　剛な面 $v_2v_6v_{10}v_9$, $v_3v_7v_{11}v_6$ が与えられているとし，操作 1 を以下の順序で実行し，新たな菱形十二面体を得る (図 11).

(i) 頂点 v_1 と辺 (v_2, v_1), (v_3, v_1), (v_9, v_1), 頂点 v_{14} と辺 (v_7, v_{14}), (v_{10}, v_{14}), (v_{11}, v_{14}) をそれぞれ操作 1 により追加する．

(ii) 頂点 v_8 と辺 (v_{14}, v_8), (v_7, v_8), (v_9, v_8), 頂点 v_4 と辺 (v_1, v_4), (v_7, v_4), (v_8, v_4), 頂点 v_5 と辺 (v_1, v_5), (v_8, v_5), (v_9, v_5) をそれぞれ操作 1 により追加する．

(iii) 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{14}, v_{12}), 頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する．

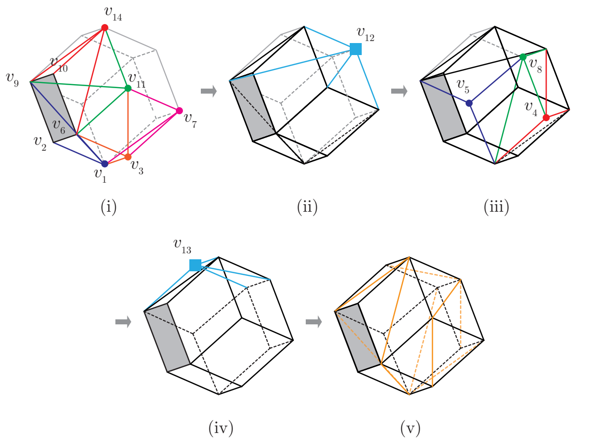


図10　**操作列** 1

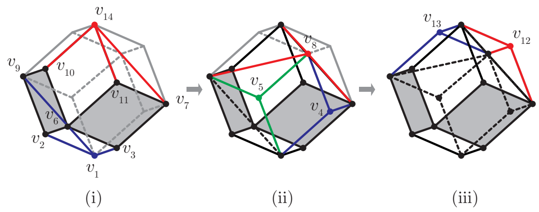


図11　**操作列** 2

操作列 3　剛な面 $v_1v_5v_9v_2$, $v_1v_3v_6v_2$, $v_1v_4v_7v_3$, $v_1v_4v_8v_5$ が与えられているとし，操作 1 を以下の順序で実行し，新たな菱形十二面体を得る (図 12(a)).

(i) 頂点 v_{14} と辺 (v_6, v_{14}), (v_7, v_{14}), (v_9, v_{14}), 頂点 v_{10} と辺 (v_6, v_{10}), (v_9, v_{10}), (v_{14}, v_{10}), 頂点 v_{11} と辺 (v_6, v_{11}), (v_7, v_{11}), (v_{14}, v_{11}) をそれぞれ操作 1 により追加する．

(ii) 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{14}, v_{12}), 頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する．

操作列 4　剛な面 $v_1v_5v_9v_2$, $v_1v_3v_6v_2$, $v_1v_4v_7v_3$, $v_1v_4v_8v_5$, $v_2v_4v_8v_5$ が与えられているとし，頂点 v_{11} と辺 (v_6, v_{11}), (v_7, v_{11}), (v_{10}, v_{11}), 頂点 v_{14} と辺 (v_9, v_{14}), (v_{10}, v_{14}), (v_{11}, v_{14}), 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{14}, v_{12}), 頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する (図 12(b)).

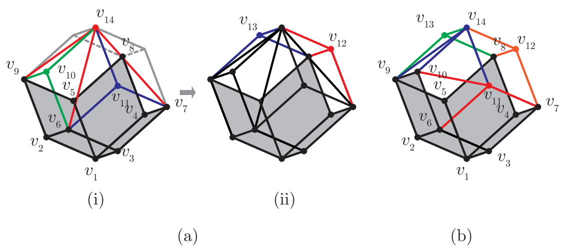


図12　(a) **操作列** 3 (b) **操作列** 4

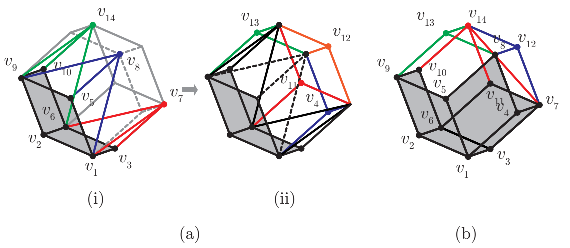


図13　(a) **操作列** 5 (b) **操作列** 6

操作列 5　剛な面 $v_1v_3v_6v_2$, $v_1v_5v_9v_2$, $v_2v_6v_{10}v_9$ が与えられているとし, 操作 1 を以下の順序で実行し, 新たな菱形十二面体を得る (図 13(a)).

(i) 頂点 v_7 と辺 (v_1, v_7), (v_3, v_7), (v_6, v_7), 頂点 v_8 と辺 (v_1, v_8), (v_5, v_8), (v_9, v_8), 頂点 v_{14} と辺 (v_6, v_{14}), (v_9, v_{14}), (v_{10}, v_{11}) をそれぞれ操作 1 により追加する.

(ii) 頂点 v_4 と辺 $(v_1, v_4), (v_7, v_4), (v_8, v_4)$, 頂点 v_{11} と辺 $(v_6, v_{11}), (v_7, v_{11}), (v_{14}, v_{11})$, 頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する.

(iii) 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{14}, v_{12}) をそれぞれ操作 1 により追加する.

操作列 6　剛な面 $v_1v_5v_9v_2$, $v_1v_3v_6v_2$, $v_1v_4v_7v_3$, $v_1v_4v_8v_5$, $v_2v_4v_8v_5$, $v_3v_7v_{11}v_6$ が与えられているとし, 頂点 v_{14} と辺 $(v_7, v_{14}), (v_{10}, v_{14}), (v_{11}, v_{14})$, 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{14}, v_{12}), 頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する (図 13(b)).

操作列 7　剛な面 $v_1v_5v_9v_2$, $v_1v_3v_6v_2$, $v_2v_6v_{10}v_9$, $v_3v_7v_{11}v_6$ が与えられているとし,

(i) 頂点 v_4 と辺 (v_1, v_4), (v_5, v_4), (v_7, v_4), 頂点 v_{14} と辺 (v_7, v_{14}), (v_{10}, v_{14}), (v_{11}, v_{14}), 頂点 v_{13} と辺 (v_5, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する.

(ii) 頂点 v_8 と辺 $(v_4, v_8), (v_5, v_8), (v_{13}, v_8)$, 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{14}, v_{12}) をそれぞれ操作 1 により追加する (図 15).

操作列 8　剛な面 $v_1v_3v_6v_2$, $v_2v_6v_{10}v_9$, $v_3v_7v_{11}v_6$ が与えられているとし,

(i) 頂点 v_8 と辺 (v_1, v_8), (v_7, v_8), (v_9, v_8), 頂点 v_4 と辺

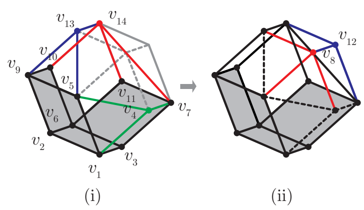


図14　**操作列** 7

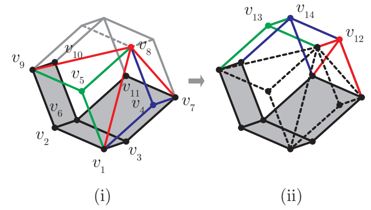


図15　**操作列** 8

(v_1, v_4), (v_7, v_4), (v_8, v_4), 頂点 v_5 と辺 (v_1, v_5), (v_8, v_5), (v_9, v_5) をそれぞれ操作 1 により追加する.

(ii) 頂点 v_{12} と辺 (v_7, v_{12}), (v_8, v_{12}), (v_{11}, v_{12}), 頂点 v_{14} と辺 (v_{10}, v_{14}), (v_{11}, v_{14}), (v_{12}, v_{14}), 頂点 v_{13} と辺 (v_8, v_{13}), (v_9, v_{13}), (v_{14}, v_{13}) をそれぞれ操作 1 により追加する (図 14).

操作列 1 について, 操作の課程で辺 (v_9, v_{11}), (v_9, v_{12}) といった多面体の内部に辺を追加しているが, 操作 2 により, それらの辺が取り除かれていることに注意する.

菱形十二面体に関する 8 つの操作列を用いて, 7 つのステップから成るアルゴリズムを以下に示す.

ステップ 1　$(0, 0, 0)$–菱形十二面体の各面にブレースを追加する (図 16(a)).

ステップ 2　$(1, 0, 0), (2, 0, 0), \ldots, (l-1, 0, 0)$–菱形十二面体を操作列 1 により, $(1, 0, 0)$–菱形十二面体から順に追加する. 同様に, $1 \le t \le m-1$ とし, $(0, t, 0)$–菱形十二面体を追加する (図 16(b)).

ステップ 3　$1 \le s \le l-1$, $1 \le t \le m-1$ とし, $(s, t, 0)$–菱形十二面体を操作列 2 により追加する (図 16(c)).

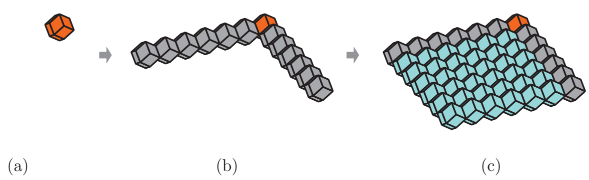


図16　(a) **ステップ** 1 (b) **ステップ** 2 (c) **ステップ** 3

ステップ 4　$(0, 0, 1)$–菱形十二面体を操作列 3 により追加する (図 17(a)).

ステップ 5　$(1, 0, 1), (2, 0, 1), \ldots, (l-2, 0, 1)$–菱形十二

面体を操作列 4 により, 順に追加する. 同様に, $1 \leq t \leq m-2$ について$(0,t,1)$–菱形十二面体を追加する. さらに, $(l-1,0,1),(0,m-1,1)$–菱形十二面体を操作列 5 により追加する (図 17(b)).

ステップ 6 $1 \leq s \leq l-2, 1 \leq t \leq m-2$ について $(s,t,1)$–菱形十二面体を操作列 6 により追加する. さらに, $(l-1,t,1)$, $(s,m-1,1)$–菱形十二面体を操作列 7 により追加する. 最後に, $(l-1,m-1,1)$–菱形十二面体を操作列 8 により追加する (図 17(c)).

ステップ 7 ステップ 4〜6 を繰り返す (図 17(d)).

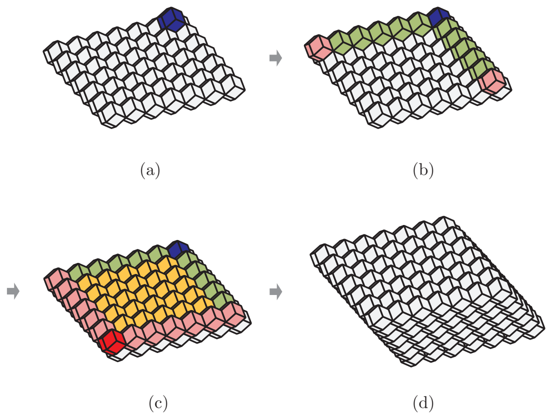


図17 (a) **ステップ** 4 (b) **ステップ** 5 (c) **ステップ** 6 (d) **ステップ** 7

このアルゴリズムによって得られるフレームワークは, 操作 1 および 2 によってのみ構築されているので, 最小なブレースの追加により極小剛なフレームワークが得られている.

5 まとめ

剛性理論を用いて, 空間充填立体を極小剛とするブレースの追加手法を開発した.

また, 極小剛な空間充填立体の実現例は存在することが考えられ, それらすべてを列挙する手法を開発することは今後の課題である.

謝辞： 本研究を行うにあたり, 本研究室の東川雄哉さん, 埼玉大学の堀山貴史先生, 熊本大学の伊藤仁一先生, 東海大学の奈良知恵先生より貴重なご助言, ご指摘を頂きましたことを深謝します.

参考文献

1) A. D. Alexandrov. Convex Polyhedra. Gostekhizdat, Moscow-Leningrad, 1950 (in Russian), English translation: Springer, Berlin, 2005.

2) E. S. Fedorov. An introduction to the theory of figures (in Russian). *Notices of the Imperial Mineralogical Society*, **2**(21), 1–279, 1885.

3) J. C. Maxwell. On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames. *Philosophical Magazine*, **27**, 294–299, 1864.

4) W. Whiteley. Some matroids from discrete applied geometry. *Contemporary Mathematics*, **197**, 171–311, 1996.

面外力（曲げ・ねじり）を受ける平面骨組の最適部材配置設計

清水信孝 1)，半谷公司 2)，高田豊文 3)
1)新日鐵住金技術開発本部鉄鋼研究所鋼構造研究部，博士(工学)，shimizu.9sg.nobutaka@jp.nssmc.com
2)新日鐵住金技術開発本部鉄鋼研究所鋼構造研究部，博士(工学)，hanya.rs9.koji@jp.nssmc.com
3)滋賀県立大学環境科学部環境建築デザイン学科，教授，博士(工学)，takada@ses.usp.ac.jp

1 はじめに

設計領域に設けた線要素の密度を最適化することで形態を創生するグランドストラクチャ法は，構造デザインを考えるための支援ツールとしての応用が期待されている. このような背景の下, トラス構造を主な対象とし, 位相最適化に用いるアルゴリズムの研究[1, 2, 3など]が数多く報告されている.

藤井らは，トラス構造を主な対象としてきたグランドストラクチャ法を，より実用的な設計支援ツールへと進化させることを狙い，接合部を剛接とした骨組構造の位相最適化手法を提案している．さらに，この手法を，面内力（鉛直荷重および水平荷重）を受ける平面骨組に適用し，ビルのファサード構造の形態創生に適用した検討例を示している[4]．また，面外力（積載荷重）を受ける平面骨組への適用も試み，鉄筋コンクリートの床梁の配置問題の解を例示している[5].

筆者らは，前述の骨組構造の位相最適化手法を，面外力を受ける平面骨組に適した手法に発展させることで, 設計支援ツールとしての実用性をさらに高めることができると考えた．従来のグランドストラクチャ法では，計算を簡略化するため，線要素として特定の断面積を有する中実円を仮定し，円の断面積から要素の曲げ剛性およびねじり剛性を算出する場合が多い[6]．この手法は，線要素の軸伸び（縮み）変形が支配的となるトラス構造の位相最適化には適しているが，線要素の曲げとねじりの変形を伴う骨組構造の位相最適化においては，改善の余地がある．特に，面外力を受ける平面骨組では，線要素の軸伸び（縮み）変形よりも曲げとねじりの変形が卓越することが予想されるため，実用部材の断面形状に対応した曲げ剛性とねじり剛性を考慮して線要素の特性を評価する必要があると考える.

本報では，鋼製部材の断面形状に対応した断面特性を有する線要素を用いたグランドストラクチャ法に，遺伝的アルゴリズム（GA）を適用して位相最適化を行う．本手法を用いて面外力を受ける平面骨組の最適部材配置を探索し，線要素の断面形状（中実円，中空角形，溝形）が導出解に与える影響について考察する．なお，本報では，建築の床梁などで課題となる「曲げ」に加え，家電筐体など[7]で課題となる「ねじり」にも焦点を当て，面外力の影響を評価する.

2 最適部材配置の設計

2.1 位相最適化問題の定式化

体積制約の下で，評価点の変位を最小化する問題として骨組構造の位相を決定する．評価点の変位量δ, 部材の総体積 W, 総体積の制約値$\overline{W}$ として，位相最適化問題を以下のように定式化する.

$$\text{minimize : } \delta$$
$$\text{subject to : } W \le \overline{W} \tag{1}$$

ここで，総体積 W は，i 番目要素の断面積 A_i と長さ l_i の積の総和（i=1, …, n.　n は部材数）として与える.

$$W = \sum_{i=1}^{n} \left(A_i \cdot l_i \right) \tag{2}$$

体積制約の下で変位量を最小化する(1)式に基づき，最適化検討に用いる適応度 F を次式として与える.

$$F = \frac{r}{\delta} \tag{3}$$

ここで，r は体積制約によるペナルティ値であり，体積制約条件を満足するか否かに応じて，ペナルティ定数βを用いて下式で与える.

$W \le \overline{W}$ のとき，

$$r = 1 \tag{4a}$$

$W > \overline{W}$ のとき，

$$r = \left(\frac{W}{\overline{W}} \right)^{\beta} \tag{4b}$$

2.2 線要素の断面特性の評価

従来のグランドストラクチャ法では，計算を簡略化するため，線要素として特定の断面積を有する中実円（図1(a)）を仮定する場合が多い[6]．これに対し，本報では，線要素の軸伸び（縮み）変形に加え，曲げとねじりの変

形についても実用部材の断面形状に応じた評価を試み，鋼製部材を想定した断面形状として中空角形（図 1(b)）と溝形（図 1(c)）を設定する．なお，図中の xyz は要素座標系を表し，部材軸方向を x，強軸曲げの回転軸を y，弱軸曲げの回転軸を z とする．ここで，それぞれの各断面形状に対する i 番目要素の断面諸量を下式で与える．

i）中実円

$$A_i = \frac{\pi \cdot D_i^2}{4} \tag{5a}$$

$$I_i = \frac{\pi \cdot D_i^4}{64} = \frac{A_i^2}{4\pi} \tag{5b}$$

$$J_i = \frac{\pi \cdot D_i^4}{32} = \frac{A_i^2}{2\pi} \tag{5c}$$

ここで，中実円の半径 : D_i，断面二次モーメント : I_i，ねじり定数 : J_i ．

ii）中空角形

$$A_i = t_i(2a_i + 2b_i) \tag{6a}$$

$$I_{yi} = \frac{t_i^3 \cdot b_i}{6} + \frac{t_i \cdot a_i^2(a_i + 3b_i)}{6} \tag{6b}$$

$$I_{zi} = \frac{t_i^3 \cdot a_i}{6} + \frac{t_i \cdot b_i^2(b_i + 3a_i)}{6} \tag{6c}$$

$$J_i = \frac{2t_i \cdot a_i^2 \cdot b_i^2}{a_i + b_i} \tag{6d}$$

ここで，板厚：t_i，フランジ幅：b_i，ウェブ高さ：a_i，y 軸および z 軸まわりの断面二次モーメント：I_{yi} および I_{zi} ．

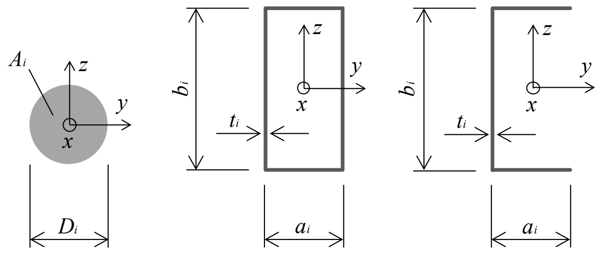
iii）溝形

$$A_i = t_i(a_i + 2b_i) \tag{7a}$$

$$I_{yi} = \frac{t_i^3 \cdot b_i}{6} + \frac{t_i \cdot a_i^2(a_i + 6b_i)}{12} \tag{7b}$$

$$I_{zi} = \frac{t_i^3 \cdot a_i}{12} + \frac{t_i \cdot b_i^3(2a_i + b_i)(a_i + 2b_i)}{3(a_i + 2b_i)^2} \tag{7c}$$

$$J_i = \frac{t_i^3(a_i + 2b_i)}{3} \tag{7d}$$



(a) 中実円　(b) 中空角形　(c) 溝形

図 1　線要素に設定する断面

2.3　設計変数

グランドストラクチャを構成する線要素（i 番目要素）の断面諸量をパラメータ係数 α_i により変化させる．総体積 W の計算に用いる断面積 A_i または板厚 t_i を，α_i を用いて次式で与える．

$$A_i = \alpha_i \cdot A_0 \tag{8a}$$

$$t_i = \alpha_i \cdot t_0 \tag{8b}$$

ここで，A_0 は中実円の基準断面積，t_0 は中空角形または溝形の基準板厚である．

一方，骨組の応答計算に用いる断面諸量は，中間部材のペナルティ p を与えて，断面積 A_i または板厚 t_i を以下のように算定する．

$$A_i = \alpha_i^{\,p} \cdot A_0 \tag{9a}$$

$$t_i = \alpha_i^{\,p} \cdot t_0 \tag{9b}$$

2.4　遺伝的アルゴリズムのフロー

平面骨組の最適位相を探索するにあたり，下記のフローに示す遺伝的アルゴリズムを適用する．

1) 個体を構成する線要素のパラメータ係数 α_i (i=1, …, n) を乱数により与え，初期集団をランダムに発生させる．
2) 各個体を対象とした骨組解析を行い，適応度 F を評価する．
3) 適応度が高い上位２個体をエリートとして次世代へ保存する．
4) 適応度の高さに応じた確率で個体を選択（エリートを含む）し，一様交叉により次世代の個体候補を生成する．
5) 生成された個体候補の遺伝子を，突然変異率に応じて変異させ，次世代の個体とする．
6) 特定の世代まで 2）～5）の操作を繰返し，最良の適応度となる個体を最適解として抽出する．

ここで，パラメータ係数 α_i は８水準 (=1/400, 2/8, 3/8・・・7/8, 8/8）の値として定め，α_i の小さい順から２進法による３桁の番号（000～111）を割り当てることでコード化する．したがって，各個体の遺伝子列の長さは，設計対象とする線要素の数に３を乗じた値となる．

3　面外力を受ける平面骨組の位相最適化

3.1　解析モデル

45×70mm の間隔で 4×4 グリッドを配置した 180×280mm のグランドストラクチャ（図 2）を対象に，面外力に対する平面骨組の最適位相を探索した．ここで，図中の XYZ は全体座標系を表し，骨組を XY 面内に配置し，

Z 軸方向に面外変形するように外力を与える．線要素は，要素座標系の x 軸および y 軸が，全体座標系の XY 面に平行するように配置する．

骨組を構成する要素の最大長さは 83.2mm であり，各要素は相互に剛接合している．外周の骨組を非設計領域（要素を必ず残す）とし，図中に示す対称線について鏡面対称（領域 1208，3204，7608，5604 が同一位相）とする条件の下，内部の骨組を設計領域（要素のパラメータ係数 α を探索）として位相を導出した．対称性を考慮すると，設計する要素数は 16 となる．

線要素には, 図 1 に示す 3 つの断面タイプを設定した．ここで，中実円（図 1(a)）の基準断面積を A_0=12mm^2，中空角形（図 1(b)）および溝形（図 1(c)）の基準板厚をともに t_0=0.4mm（断面寸法はともに a_i=5mm，b_i=10mm）として，2.2 節に示す式(5)〜(7)に基づき線要素の断面諸量を算出した．

なお，モデルの寸法は便宜的に模型サイズの寸法として定めたもので，建築床梁の 1/30〜1/20 程度，家電筐体の 1/10〜1/5 程度のスケールを想定している．ただし，板厚はスケール比よりも大きな値となっている．

平面骨組に対する荷重条件および支持条件を図 3 に示す．面外曲げ（図 3(a)）では，四隅の点 1，3，5，7 の Z 方向の変位および点 5 の Z 軸回りの回転を拘束し，骨組中央の点 0 に Z 方向の荷重 L（=10N）を与え，点 0 の Z 方向の変位量（絶対値）を評価した．また，ねじり（図 3(b)）では，点 3，5，7 の Z 方向の変位および点 5 の Z 軸回りの回転を拘束し，点 1 に Z 方向の荷重 L（=10N）を与え，点 1 の Z 方向の変位量を評価した．

3.2　遺伝的アルゴリズムのパラメータ

個体数 P=20，世代数 G=500 として GA を適用し，最終世代で最も適応度 F が大きな個体を最適解として定めた．突然変異率は，各個体の遺伝子長 48（=対称性を考慮した設計要素数 16×パラメータ係数 α の桁数 3）の逆数の約 1/2 の値として 0.01 に設定した．総体積の制約値 $\overline{W}$ は, 図 2 に示すグランドストラクチャの短辺（180mm）と長辺（280mm）の和 460mm の 3 倍の長さの線要素を設計領域（内部の骨組）に配置する値とした．また，体積制約条件におけるペナルティ定数は β =5，中間部材のペナルティは p =2 とした．

3.3　解析結果

面外曲げ荷重およびねじり荷重に対する適応度 F と世代内最大適応度となる個体のペナルティ値 r の世代毎の変化を，それぞれ図 4 および図 5 に示す．ケースにより多少ばらつきはあるが，適応度 F の世代内最大値は 100〜300 世代程度で最大値に到達している．この時，適応度 F の世代内平均値は，世代内最大値の 7〜8 割程度の範囲で推移している．また，世代内最大適応度となる個体のペナルティ値 r は，100〜200 世代程度で r=1.0 に収斂（式(4a)の体積制約条件を満足）している．

荷重条件（2 タイプ）と線要素の断面形状（3 タイプ）の各組合せ（計 6 ケース）について，導出された解のうち適応度 F の上位 4 つの位相（*First*〜*Fourth*）を図 6〜7 に示す．図中の P_0 は，個体数 P=20 のうち，同一の解を

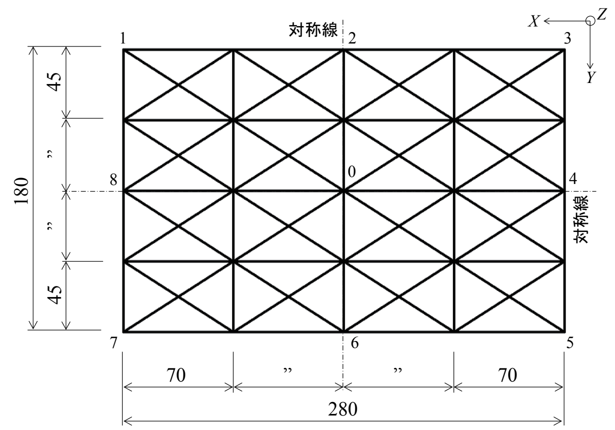
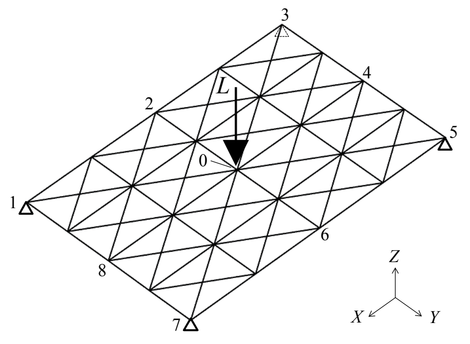
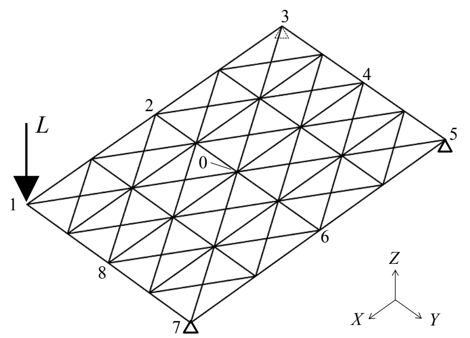


図 2　検討に用いたグランドストラクチャ



(a)面外曲げ



(b)ねじり

図 3　荷重条件および支持条件

有する個体の数を示している．

面外曲げ荷重に対する位相：　面外曲げ荷重に対する最適解（図 6(a)～(c)それぞれにおいて F が最大のもの）では，中央の荷重点近傍に米字型の骨組が放射状に配置され，その周囲を井桁状の骨組（図 2 に示す X 軸および Y 軸方向の要素で構成）が取り囲む形態が創生されている．適応度 F が下位のものについても，同様の位相が形成されている．

各断面タイプの最適解（F が最大）の位相について，面外曲げ荷重に対するモーメント分布（単位 N mm）を図 8 に示す．ここで，M_y は線要素の y 軸回りの曲げモーメント，M_x は線要素の x 軸回りのねじりモーメントを表す．線要素の断面形状に関わらず，M_x よりも M_y が卓越しており，主に線要素の曲げで面外力に抵抗していることが分かる．ここで，M_y は，荷重点近傍の米字形の骨組から周囲の井桁状の骨組へ拡がり，最終的に外周辺の骨組に伝達されている．

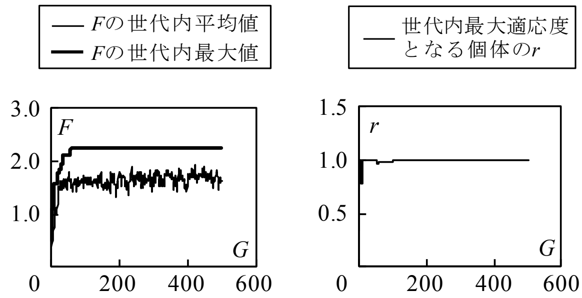
ねじり荷重に対する位相：　ねじり荷重に対する最適解(図 7(a)～(c)それぞれにおいて F が最大のもの)では，対角（または対角と平行）方向の要素が主体となり，菱形状の骨組を含む形態が創生されている．中空角形（図 7(b)）および溝形（図 7(c)）については，適応度 F が下位のものについても，対角方向の骨組が主体となっている．一方，中実円（図 7(a)）では，外周辺に平行方向（X 軸および Y 軸方向）の骨組を多く含む位相となっている．

各断面タイプの最適解（F が最大）の位相について，ねじり荷重に対するモーメント分布（単位 N mm）を図 9 に示す．中実円（図 9(a)）では，M_x が M_y を上回る箇所があり，要素によってはねじりが主体となり外力に抵抗している．一方，中空角形（図 9(b)）では，M_y が M_x より大きく，線要素の曲げが主体となり抵抗している．また，溝形（図 9(c)）では，M_x はほとんど発生せず M_y が卓越し，線要素の曲げが支配的な抵抗となっている．

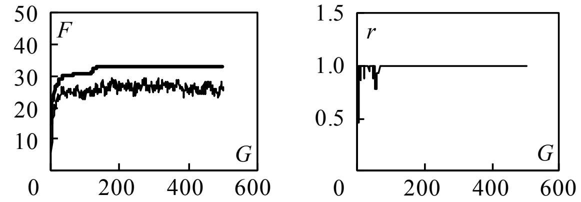
このような抵抗機構の差異は，断面形状（中実円，中空角形，溝形）により線要素の曲げとねじりの剛性の比率が変わることに起因する．特に，開断面の溝形では，曲げ剛性に比べてねじり剛性が小さく，線要素のねじり抵抗によるモーメント伝達はほとんど期待できない．

3.4　考察

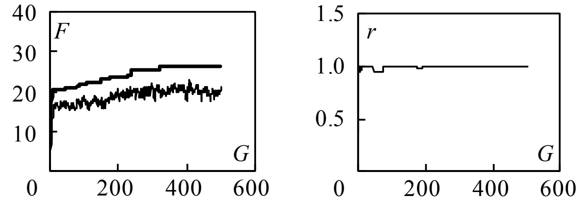
前節の結果は，面外力を受ける平面骨組において，骨組を構成する線要素に曲げモーメントとねじりモーメントが作用する場合，線要素に設定する断面形状がモーメ



(a)中実円

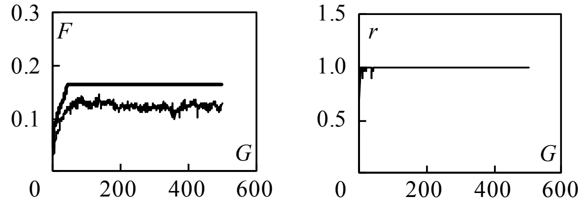


(b)中空角形

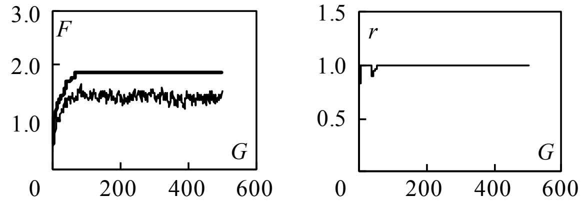


(c)溝形

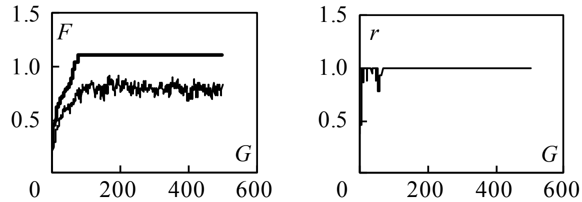
図 4　適応度 F とペナルティ値 r（面外曲げ）



(a)中実円

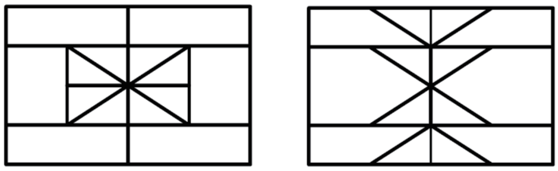


(b)中空角形

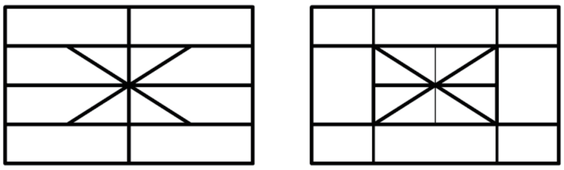


(c)溝形

図 5　適応度 F とペナルティ値 r（ねじり）

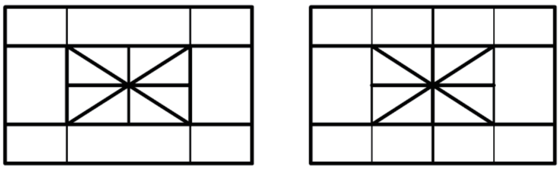


First: F=2.256, P_o=1　*Second:* F=2.251, P_o=1

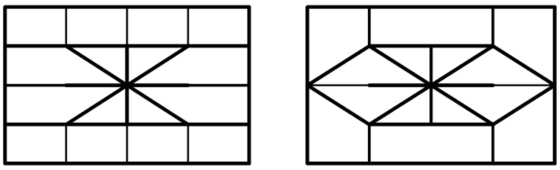


Third: F=2.244, P_o=1　*Fourth:* F=2.225, P_o=1

(a)中実円

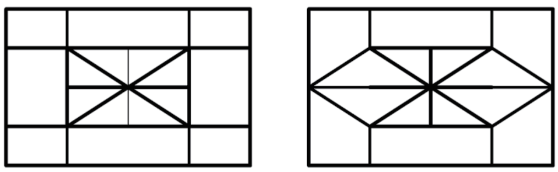


First: F=33.11, P_o=3　*Second:* F=32.75, P_o=2

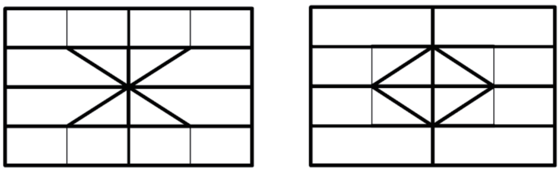


Third: F=32.50, P_o=1　F=32.33, P_o=3

(b)中空角形



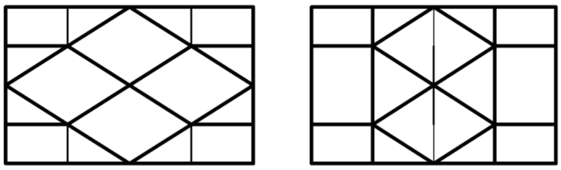
First: F=26.35, P_o=5　*Second:* F=25.87, P_o=2



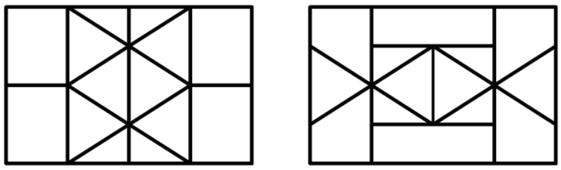
Third: F=25.84, P_o=2　*Fourth:* F=25.58, P_o=2

(c)溝形

図 6　導出解（面外曲げ）

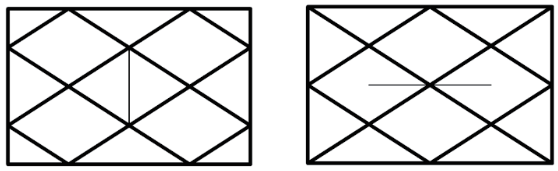


First: F=0.1643, P_o=1　*Second:* F=0.1591, P_o=1

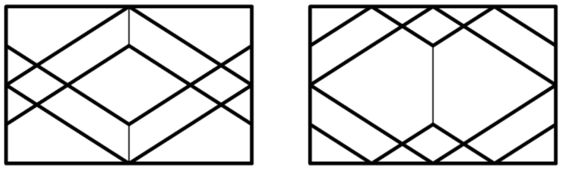


Third: F=0.1589, P_o=1　*Fourth:* F=0.1586, P_o=1

(a)中実円

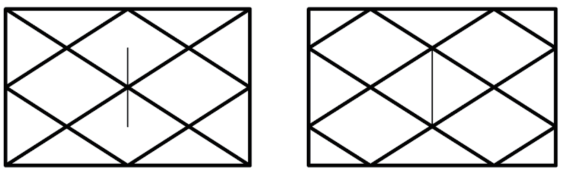


First: F=1.846, P_o=7　*Second:* F=1.799, P_o=4

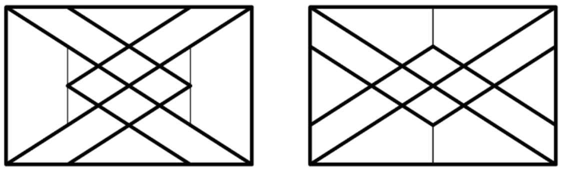


Third: F=1.7081, P_o=2　*Fourth:* F=1.6767, P_o=1

(b)中空角形



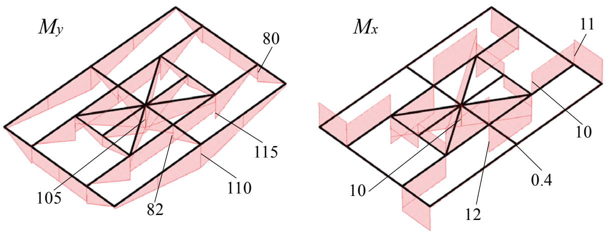
First: F=1.100, P_o=6　*Second:* F=1.084, P_o=7



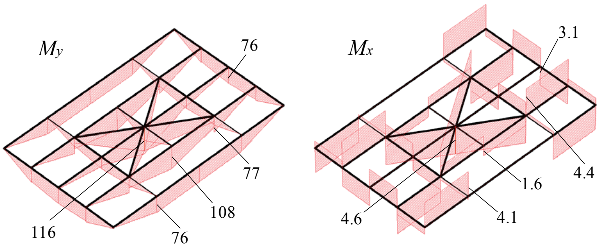
Third: F=0.9962, P_o=2　*Fourth:* F=0.9664, P_o=1

(c)溝形

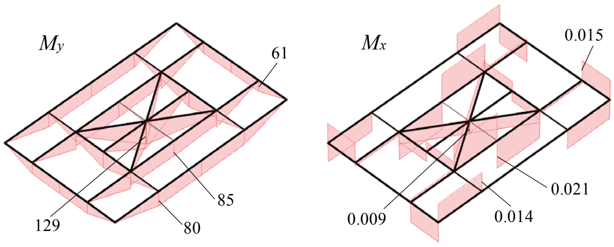
図 7　導出解（ねじり）



(a)中実円

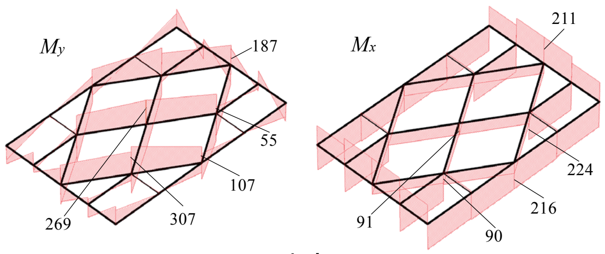


(b)中空角形

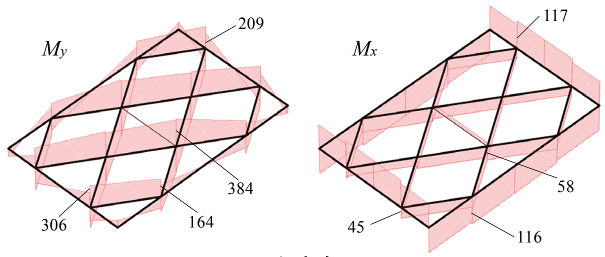


(c)溝形

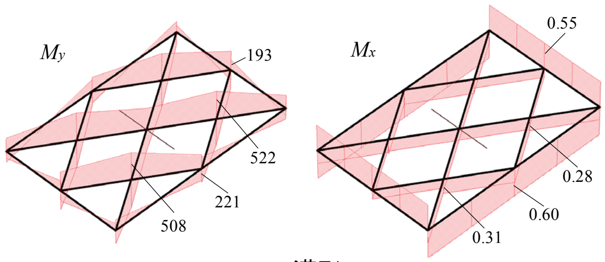
図 8　モーメント分布（面外曲げ）



(a)中実円



(b)中空角形



(c)溝形

図 9　モーメント分布（ねじり）

ントの伝達経路に影響を与え，結果的にグランドストラクチャ法の導出解に影響を与える可能性を示唆している．これより，面外力を受ける平面骨組を対象としたグランドストラクチャ法では，部材の断面形状を考慮した断面諸量（断面積，断面二次モーメント，ねじり定数）を設定した線要素を用いることで，より実用的な設計解の導出につながると考える．

4　まとめ

グランドストラクチャ法に遺伝的アルゴリズム（GA）を適用した位相最適化手法により，面外力（曲げおよびねじり）を受ける平面骨組の最適部材配置を探索し，線要素の断面形状（中実円，中空角形，溝形）が導出解に与える影響を調査した．この結果，線要素に設定する断面形状が，モーメントの伝達経路に影響を与え，グランドストラクチャ法で創生される骨組形態に差異を与える可能性を示した．これより，面外力を受ける平面骨組にグランドストラクチャ法を適用する場合は，部材の断面形状を考慮した線要素を用いることが，実用的な設計解の導出に有効だと考える．

参考文献

1) 坂本二郎，尾田十八：遺伝的アルゴリズムを利用した最適トラス形態決定法，日本機械学会論文集（A 編），第 59 巻，562 号，pp.156-161，1993.6
2) 河村拓昌，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 538 号，pp.115－121，2000.12
3) 高田豊文，松岡貴士：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，第 598 号，pp.87–91，2005.12
4) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文：グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 73 巻，第 633 号，pp.1967−1973，2008.11
5) 佐治和哉，藤井大地：グランドストラクチャ法を用いた３次元骨組構造の位相最適化，日本建築学会大会学術講演梗概集（東北），pp.345-346，2009.8
6) 藤井大地：パソコンで解く構造デザイン，丸善，2002
7) 半谷公司，清水信孝，中安誠明，菅野良一：かたちソリューション，新日鐵住金技報，第 398 号，pp.83-88，2014.

境界曲面内に障害物を有する場合の膜曲面形状

山中郁美 1)，西村督 2)
1) 金沢工業大学大学院　工学研究科，博士前期課程
2) 金沢工業大学　環境・建築学部，教授，博士（学術）

1 序

極小曲面とは、閉曲線中に張られる曲面の中で表面積が極小となる曲面である。この極小曲面を求める問題は大域的最適解を求める微分幾何学や変分問題として古くから研究されてきたが、未解決な問題も多い。ベルギーの物理学者 J.A. Plateau（1801-1883）は石鹸膜を使ってこの問題を物理的に解いている。Plateau は石鹸膜の基礎的研究を幅広く行っており、プラトー法則など重要な石鹸膜の性質を発見している。

閉じた針金に張られる石鹸膜（写真 1(a)）は、膜面内の歪エネルギーが最小で安定な極小曲面といえる。また、写真 1(b)も同様であるが、これらには違いがある。例えば、ガラス球に一本の針金の両端を取付けたものを石鹸水に通しても安定な石鹸膜が得られる。この石鹸膜を形成する境界については、与えられた針金部分（開曲線）C とガラス球（支持曲面）S 上にも存在していることから、(a)とは状況が異なる。この場合、S 上の自由状態にある膜の境界線を自由端Σと呼ぶ [1]（図 1）。

自由端 Σ は支持曲面 S 上を自由に移動できることから、S 上の点 P_1 と P_2 を結ぶ無数の曲線がその候補となりうる。実際には形成される自由端は、石鹸膜が面積極小となるように最適位置（曲線）が選定される。プラトーの実験により石鹸膜の滑らかな部分は、滑らかな支持曲面と直角に交わるという法則が検証されており、H. A. Schwarz はこれに厳密な数学的証明を与えた。この法則とは、支持曲面 S 上に自由端Σを持つ極小曲面は、曲線Σに沿って曲面 S と直交する [1]という 90°則である（写真 2)。開曲線と支持曲面に対する極小曲面の歴史も古く、例えば J. D. Gergonne は立方体の対面に設けた境界 C と他の面を支持曲面とし、立方体の体積を二分する極小曲面問題を 1816 年に提示した。Schwarz は Gergonne 問題の立方体の境界に対して、支持曲面に直交する平均曲率零の曲面が無限個存在することを見出した。

開曲線と支持曲面に対する極小曲面には、更に条件が課された問題がある。写真 1(b)の穴のように S 上にΣの移動を阻害する要因が存在する場合、Σ は自由に移動できなくなる。この場合、自由端Σは S 上の穴の縁に接するように付着し､石鹸膜を形成することがわかっている。こうした問題は、S 上の縁が自由端Σの移動の障害となっていることから「障害物問題」と呼ばれる [1]。この障害物問題については図 2 に示すようにさまざまなパターンが想定できる。

(a) 閉曲線　(b) 開曲線と 支持曲面

写真 1　種類の異なる境界による石鹸膜

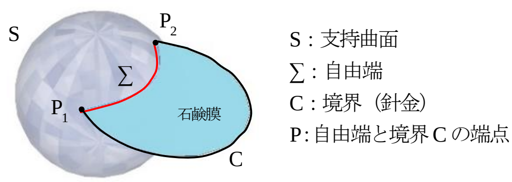


図 1　自由端モデル

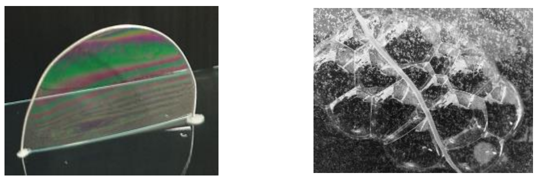


写真 2　石鹸膜にみられる 90°則

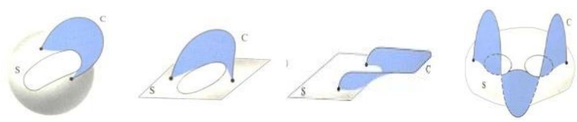


図 2　障害物問題の例 [1]

建築物の設計では、指定された領域のみに架構を形成する場合、数学的に最適な形状とは異なる形状が求められる場合がある。これらの設計解を探す問題は、数学的に付帯条件のある最適化問題として定式化できる。例えば川口、柯、三木は付帯条件付きの極小曲面を、一般逆

行列を適用した最急下法で求めている [2]。筆者らは、文献3)で極小曲面の歴史と極小曲面の障害物問題に関して既往の研究を整理している。また、文献 4) では発見的手法である擬似焼きなまし法を用いて極小曲面の障害物問題に関する数値解析結果を示した。解析結果では、自由端上に収束した節点の配置に偏りが生じ、解法の改善が望まれる。

本論では、擬似焼きなまし法のアルゴリズムに節点の配置に関する制約条件を導入して、障害物を有する場合の膜曲面の形状解析を報告する。

2 擬似焼なまし法（SA）[5]

金属を溶融状態まで加熱し、時間をかけて冷却するとその金属分子はもとの状態より低エネルギー状態に配列する。擬似焼なまし法（Simulated Annealing, 以下 SA）とは、このような熱統計力学的現象を模擬した最適化手法の一つである。一般的な局所探索法が局所最適解に捕捉されやすい弱点を持つのに対し、SA では解探索に温度の概念を用いた確率的ゆらぎを導入することで容易には局所最適解に捕捉されず、大域最適解への到達が期待できるという特徴がある（図 3）。また、目的関数への制約が少ないこともあり、適用できる最適化問題は幅広い。

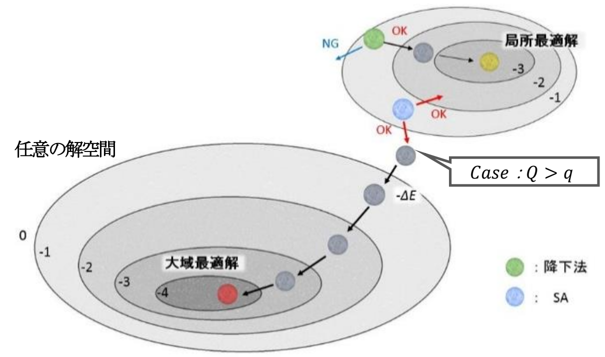


図 3 SA の概念モデル

SA を適用した極小曲面探索のフローチャートを図 4 に示す。SA では、[状態生成]→[状態変化]→[徐冷]の 3 段階が重要プロセスであり、物理現象に置き換えると表面積は分子運動により生じるエネルギーに、曲面形状は分子配列に対応している。

第一の状態生成は、現在の解の近傍に解の候補（設計変数値）をランダムに生成する段階であり、本論の設計変数は膜曲面の座標値となる。第二段階の状態変化では、この設計変数の評価を行う。本論の設計変数の評価値として座標移動により生じる面積変化量ΔEの計算を行い、$\Delta E<0$であれば無条件で近傍解を暫定解として更新する。一方、$\Delta E>0$となれば置換確率 Q が (1) 式を満たすとき、解を更新する。q は 0～1 の乱数である。すなわち、SA による最適解の探索過程では評価値が悪くとも条件付きで改悪方向への移動を許容するため、解空間を幅広く探索することが可能である。

$$1 \geq \mathrm{Q} = \mathrm{e}^{-\frac{\Delta \mathrm{E}}{\mathrm{T}}} > q \tag{1}$$

ここに T は正の変数のパラメータで、温度に対応する。温度 T が高ければ、置換確率 Q も高い値となり、改悪解へ置換されやすい。ここまでのプロセスを同一温度での指定探索回数 n_{max} まで繰り返した後、第三段階の徐冷で温度を低下させていく。これにより置換確率は徐々に低くなるため、解の移動が次第に落ち着くことで大域的最適解への収束を図る。温度の制御方法として (２)式の対数型アニーリングと(3)式の指数型アニーリングが挙げられるが、対数型アニーリングは最適化に長時間を要することから本論では指数型アニーリングを採用した。

$$T_{k+1} = T_k / \log k \tag{2}$$

$$T_{k+1} = \eta \cdot T_k \tag{3}$$

ここにηは温度更新係数と呼ばれる温度制御パラメータであり、一般的には 0.8≦η<1.0程度の値が用いられる。収束の判定は、温度が零とみなせるまで低下し、且つ座標を指定した回数まで更新しても面積減少することがない場合に収束と判断し、計算を終了する。

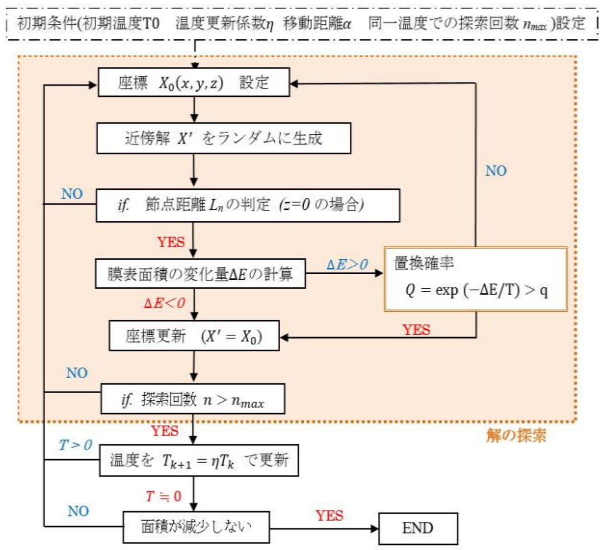
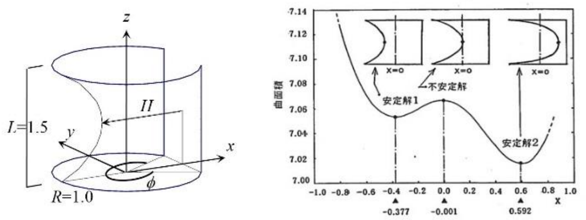


図 4 節点間距離の条件を付帯条件とした SA による極小曲面探索のフローチャート [6]

3 数値解析

3.1 Wiener-Douglas 問題

極小曲面が複数存在する Wiener-Douglas 問題(以下 W-D 問題）の数値解析を行い、大域最適解に到達できることを確認することで SA を適用した探索アルゴリズムの有効性を検証する。W-D 問題とは、平行な 2 つの円とその一部を垂線で繋いだ閉曲線に張られる曲面を求める問題であり、図 5(a)に示す$\phi=5\pi/6$, L/R＝1.5 のとき、極小曲面が 3 個（図 5(b)より 2 つの安定解と 1 つの不安定解）生じることから解の多峰性をもつ代表例でもある。解析結果を他の文献と比較するため、解析モデルは文献 8)と同様に円周方向に 20 分割、高さ方向は 10 分割とし、各節点の移動は文献 8)の図-11 に示す *x-y* 平面内での方向余弦方向のみとした。また、解析領域は*x-y* 平面の 1/2 で、z 方向は対称条件を与えていない。初期形状は円筒形とし、各 Case の解析制御パラメーター一覧を表 1 に示す。Ani_{max} とは、アニーリングの実施回数を意味している。



(a) 解析モデル　　(b) 三つの解の曲面積 [7]

図 5　W-D 問題

表 1　解析制御パラメーター覧(W-D 問題)

	T_0	α	n_{max}	η	Ani_{max}
Case-1	2000	0.01	50	0.99	1
Case-2	2000	0.01	50	0.99	1
Case-3	100000	0.0025	50	0.995	1
Case-4	40000 (20000) (100)	0.005	50	0.995	3

※　括弧内の数値は再アニーリングでのパラメータ値

図 6 に収束時の y=0 の断面図を示す。図中の安定解 1 は局所最適解であり、安定解 2 が大域最適解となる。初期形状を円筒とするため、大域最適解到達には極大点（不安定解）を越える必要がある。表 1 より Case-1 と Case-2 は同じパラメータ設定であるが、Case-1 では局所最適解付近に捕捉され、一方の Case-2 は大域最適解付近まで到達している。つまり、SA では同一条件であっても確率によっては最適解が得られる場合とそうでない場合が在る。

Case-1 及び 2 の設定を標準にパラメータ値を変えて別途アニーリングを行ったが、その結果は局所解に収束するか、もしくは極大点（図 4(b)参照）を越えたものの大域最適解に到達する前に指定計算回数に達して終わるものとなった。そのため、Case-3, Case-4 では解の探索を多く実施する設定としている。Case-3 は局所解に捕捉され、大域最適解へ到達できなかったが、安定解 1 と極めて節点座標が一致している。一方、再アニーリングを 2 回行った Case-4 では局所最適解を脱出し、かつ、安定解 1 と安定解 2 の間に存在する不安定解を越えて面積最小の大域最適解近傍に収束した。図 7 は、Case-3 と Case-4 の収束形状である。個々の収束形状は文献 8)の安定解形状と酷似している。また、本解析結果の鞍点の座標（x=0.866 からの距離）は Case-3 の安定解 1 で H=1.228 であり、文献 8）と文献 9）の数値解 H=1.243 よりやや小さい。一方、Case-4 の安定解 2 では H=0.266 であり、文献 8)で H=0.274 と文献 9)の H=0.262 の間の値にある。表面積は Case-3 で 7.074、Case-4 で 7.07 とわずかに安定解 2 の面積が小さくなる。文献 9)の結果は 7.026 である。以上の結果から、本解析結果は文献 8), 9) と良く対応した値が得られている。

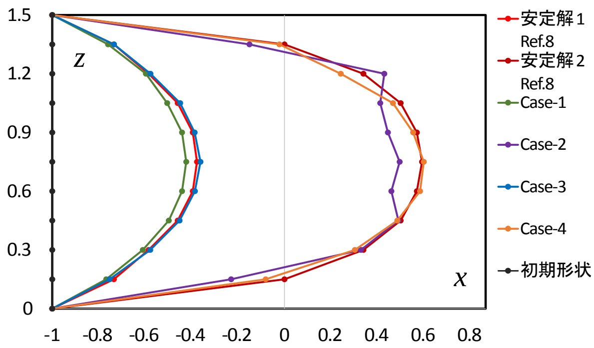
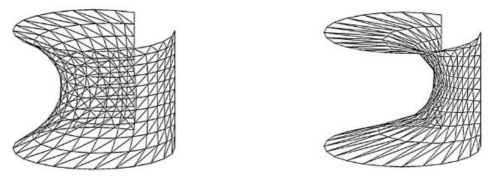


図 6　節点の収束結果（y=0 断面）



収束形状 1（Case−3）　　収束形状 2（Case−4）

図 7　収束形状

図 8 に Case-4 における表面積の推移を示す。Case-4 では再アニーリングを 2 回行なったため、面積変化の増減

の山が３つ確認できる。この谷部分の中で表面積極小のステップは▼の位置にあり、それぞれ Step3015, Step6300, Step7657(アニーリング最終ステップ)であり、この時の曲面形状と面積を図 9 に示した。それらの形状は安定解 2 とよく対応していることが見てとれ、ステップが進むほど面積も小さくなっており、アニーリング終了時の Step7657 が面積最小である。また、Step3015 と Step6300 には凹凸がみられるが、Step7657 は極めて滑らかである。

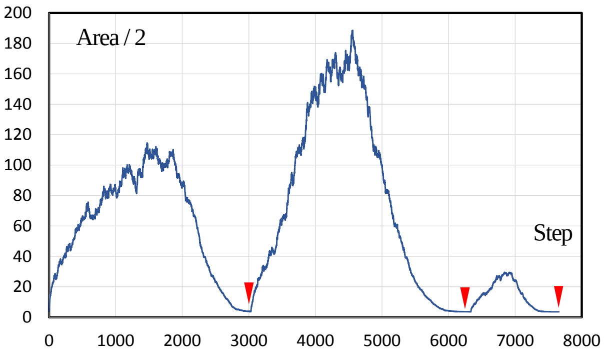


図 8　面積推移（Case-4）

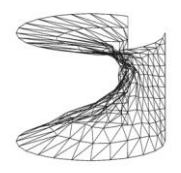
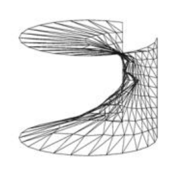
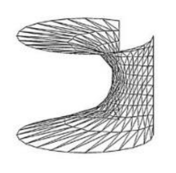
		
Step 3015	**Step 6300**	**Step 7657**
1/2 Area = 3.792	1/2 Area = 3.552	1/2 Area = 3.535

図 9　形状変化（Case-4）

以上の W-D 問題に対する極小曲面の探索解析の結果から、SA を用いて面積最小の極小曲面形状が得られることを確認した。

3.2　支持曲面内に円孔を有する障害物問題

写真 1(b)は支持曲面（アクリル板）に半径 3cm の円孔と、孔の上に固定境界（針金）を持つ境界条件に張られた石鹸膜の写真である。この境界条件に対する形状解析を行う。初期形状（図 10）に示す赤線は固定境界（半径 5cm の円弧で写真 1(b)では針金部分）とし、計算領域は *x-y* 平面で対称条件を利用して 1/2、全節点の z 座標値は固定としている。また、SA の解析制御パラメータは、初期温度 2000℃、温度更新係数 0.99、節点の移動距離 0.01、探索回数を 25 回に設定した。

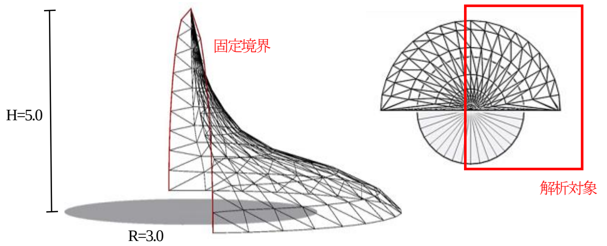


図 10　初期形状

図 12 より解析結果の自由端位置は、写真 1(b)と対応している。しかし、節点の収束座標に着目すると、部分的に節点が集中する箇所が確認され、これにより生じた節点間距離の大きいところでは穴の縁を超えてしまう。そのため、この問題の対策として、自由端に対応する z=0 の節点に対し節点間距離の範囲制限を加えた場合（SA-2）と節点移動を方向余弦方向に制限する場合（SA-3）について検討する。なお、制約を与えていない場合を SA-1 として区別する。表 2 は解析制御パラメータの一覧である。また、同条件のもと、解析制御パラメータを変更した場合との比較を行った（図 11）。表 3 に条件の違いによる結果の比較、図 12 に節点の収束結果を示す。

節点間距離の判定については、(4)式により判断する。

$$(L_n - \beta * avg.) \le L_n \le (L_n + \beta * avg.) \qquad (4)$$

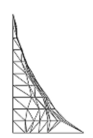
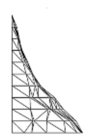
ここに、L_n は 2 節点間距離、*avg.*は全節点間距離の平均値、β は任意の割合を意味する。

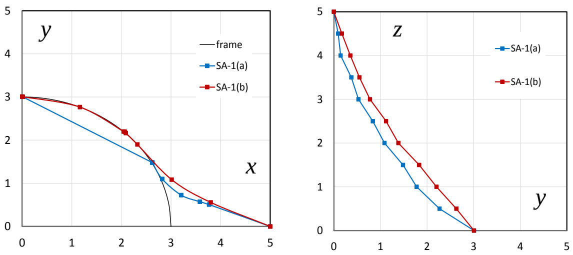
表 2　解析制御パラメータ

Case		T_0	α	n_{max}	η	Ani_{max}
SA-1	(a)	2000	0.01	25	0.99	1
	(b)	1000	0.005	25	0.99	1
SA-2	(a)	2000	0.01	25	0.99	1
	(b)	2000 (100)	0.005	25	0.99	2
SA-3	(a)	2000	0.01	25	0.99	1
	(b)	2000	0.01	5	0.99	1

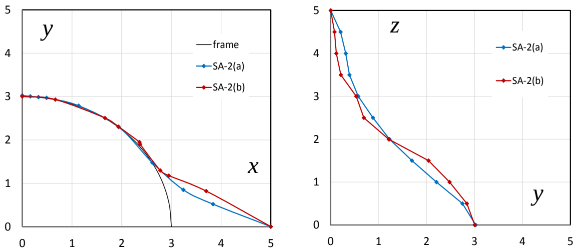
※　括弧内の数値は再アニーリングでのパラメータ値

表 3　結果の比較（各 Case (a) について）

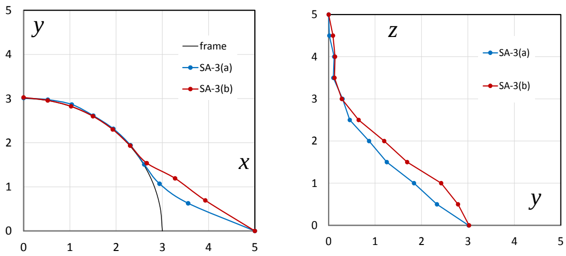
	SA-1 (付加条件なし)	**SA-2** (節点間距離)	**SA-3** (移動方向)
最終面積	22.12	22.84	22.91
収束形状 **(y-z 断面)**			



(A) SA-1 での比較

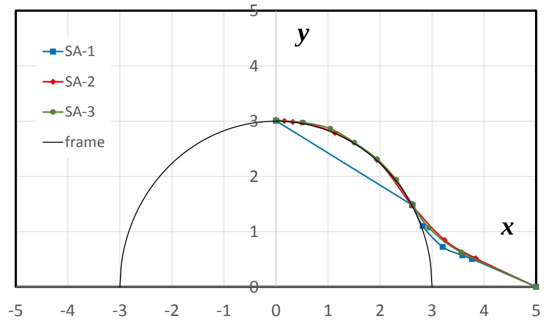


(B) SA-2 での比較

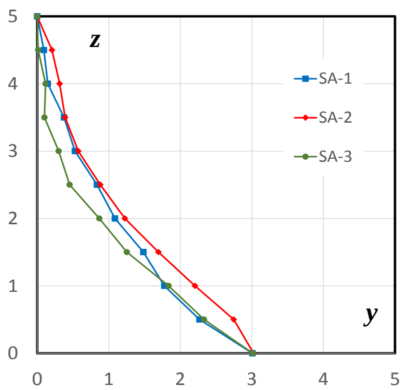


(C) SA-3 での比較

図 11　パラメータによる比較



(a) x-y 断面 (z=0)



(b) y-z 断面 (x=0)

図 12　断面図の比較

図 11 について、SA-1 ではパラメータ設定によって節点の収束位置が写真 1(b)と良く対応する。これは、移動距離（α の値）が影響を与えたと考えられる。移動距離を大きくすると、対称軸 x=0 での収束が悪くなる。一方で、x-y 平面での収束形状が実験と対応していても部分的に節点が集中する傾向が高い。他の Case と比較して、収束時の面積は最も小さい値をとるが、全体形状で凹凸が生じる。

SA-2 でも曲率が変わる x=2.7 付近で節点が近接する傾向にあるが、節点間距離の制約条件の影響により SA-1 のように節点が重なることを回避している。また、再アニーリングを行った結果、節点の近接は緩和された。

SA-3 では、周方向に限定して節点移動させるため、その収束形状は比較的整形となる。しかし、曲率が大きい箇所では方向余弦の制限により収束しにくく、誤差を生じさせやすいと憂慮される。優良な結果を得るためには、より細分割が必要と考える。パラメータ設定によっては、SA-3(b)のように外へ凸の形状に収束しやすい。また、その時の表面積は大きくなる。

以上のパラメータによる比較と図 12 より、x-y 平面上での節点移動の自由度が高い SA-1 では、3 つの Case 中で面積最小値が得られたが、およそ$2.5 \leq x \geq 4.0$ に節点が多く集中し、直線が縁を大きく超えてしまう点が問題である。自由端での節点間距離の制約を与えた SA-2 では、この問題を回避し、節点は縁（円上）に収束する。SA-3 も同様、問題を回避しており、節点位置に違いはあるものの両者はほぼ同一の線形を描いており、且つ石鹸膜の自由端と酷似した結果が得られた。これらの違いは、y-z 断面で曲率の度合として表れており、表面積に大きく差は出ていないが、その微小の面積差もこれによって生じたものと考えられる。

表 2 に記した各 Case(a)についての面積推移を図 13 に示した。SA では、置換確率により改悪方向、すなわち面積増加方向にも節点移動を許容するため、探索前半の表面積は増加する。

図 13 中の▼のステップにおける SA-2(a)についての曲面形状及び表面積を図 14 に示す。z=0 の節点は、600 ステップ以下では円孔に近づいておらず、逆に外に移動している節点が多いため不規則な形状を示している。700 ステップ以降では不規則な形状を変形させながら円孔に近づく傾向が見られ、節点の動きは面積を減少させる方向を選びやすくなる。アニーリング最終の 1299 ス

テップでは、写真 1(b)の自由端と良く対応する位置まで移動する。

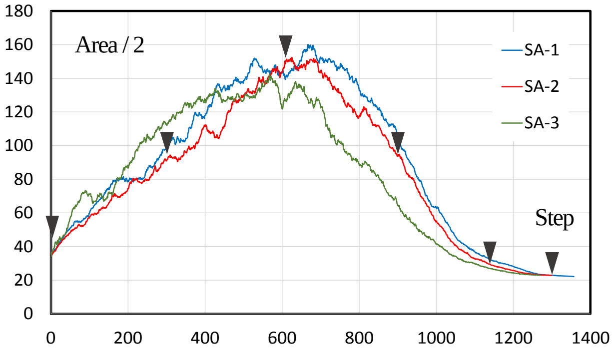
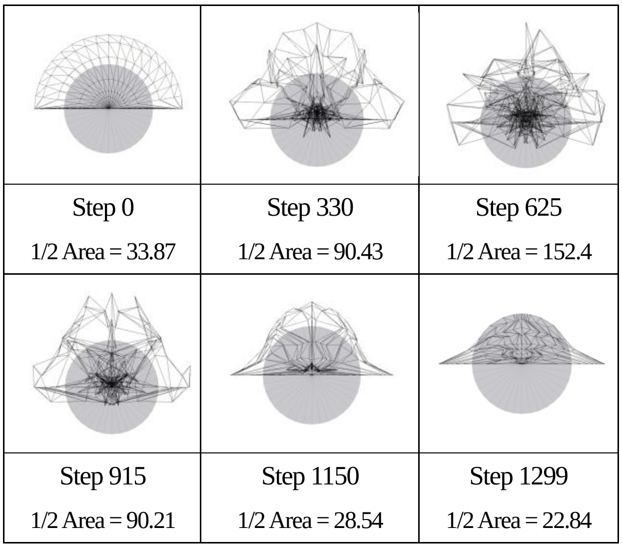
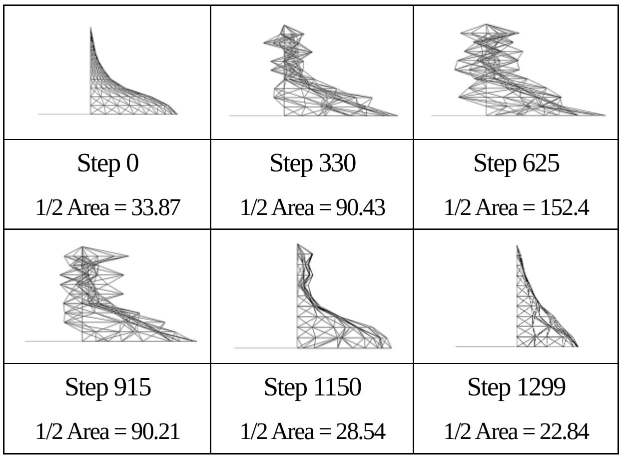


図 13　面積推移（各 Case (a) について）



(A) x-y 平面



(B)　y－z 平面

図 14　形状変化（ SA-2 (a)）

4　結論

本論では、擬似焼きなまし法のアルゴリズムに節点の距離に関する制約条件を導入して、障害物を有する場合の膜曲面の形状解析を示した。解析結果から得られた事項を以下に示す。

(1)　自由端に対応する節点間距離に条件を与えない場合、節点が近接、もしくは離れてしまい、不合理な境界形状となる。

(2)　自由端の節点間距離がある範囲内に収まるような条件を与えると、石鹸膜実験とよく対応した形状が得られる。

(3)　SA では、対象とする問題の性質やモデルの規模に応じたパラメータ値を選択する必要がある。

参考文献

1)　Stefan Hildebrant and Anthony Tromba 著 小川泰ら訳：形の法則, 東京化学同人, pp.95-138, 1994.8.

2)　川口健一,柯 宛伶, 三木優彰：付帯条件付き極小曲面と一般化最急降下法に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第 73 巻, 第 632 号, pp.1773-1777, 2008.10.

3)　山中郁美, 西村督：極小曲面の障害物問題に関するサーベイ, 日本建築学会北陸支部研究報告集, 第 57 号, pp. 64-65, 2014.7.

4)　山中郁美, 西村督：擬似焼なまし法による極小曲面の障害物問題に関する数値解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.741-742 , 2014.9.

5)　三井和男, 大崎純, 大森博司, 田川浩, 本間俊雄：発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム 3. シミュレーテッドアニーリング, コロナ社, pp.69-94, 2004.7.

6)　西村督：シミュレーテッドアニーリングを用いた極小曲面探索法, 日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1 分冊, pp.805-806, 2012.9.

7)　日本建築学会：応用力学シリーズ 5 構造形態の解析と創生, 日本建築学会, pp.32-37, 1998.12.

8)　鈴木俊夫, 半谷裕彦：極小曲面の変数低減による有限要素解析, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 425 号, pp.111-120, 1991.7.

9)　Hinata, M., Shimasaki, M. and Kiyono, T.: Numerical Solution of Plateau's Problem by a Finite Element Method, Mathematics of Computation, Vol., No.125, pp.45-60, 1974.1.

線材で補強された膜構造物の裁断図形状最適化

藤田直人 [1)]，大崎　純 [2)]，小嶋　淳 [3)]，宮津裕次 [4)]
1)広島大学院工学研究科，大学院生
2)広島大学院工学研究科，教授
3)太陽工業株式会社　技術研究所
4)広島大学院工学研究科，助教

1 序

大空間の屋根構造物として用いられる膜構造は，数枚の膜パネルを溶着し，端部を境界フレームに固定することにより釣合い状態を形成する [1,2)]。一般的な膜構造物の解析・設計では，まず，設計釣合い曲面の形状および境界構造物の形状を既知の情報とし，目標とする膜張力分布(等張力分布)を仮定して釣合い曲面形状(等張力曲面)を求める。釣合い曲面形状が設計曲面形状と大きく異なる場合には，目標とする膜張力分布を変更する。また，釣合い曲面を測地線を利用した方法によりいくつかの曲面に分割した後，初期張力による膜材の推定伸び量を差し引いて裁断図を求める。

しかし，この設計法では非可展曲面を展開するときの誤差や初期張力による膜材の伸び量推定誤差等により，実際に施工された膜構造物の張力分布および釣合い形状が最初に設計で仮定した張力状態，釣合い曲面と一致せず，一部に過大な張力や「しわ」が発生する場合がある。この問題に対し，坪田ら [2)] は無応力状態での膜パネル形状を与えて有限要素分割を行い，張力導入時の膜応力および内部要素の応力を未知数とし，応力が指定値に近似するような膜パネル形状を求める手法を提案した。また，大崎ら [3,4)] は，釣合い形状と目標応力分布を指定した逆問題による手法を提案した。

本研究では，膜表面を線材で補強した構造物に対し，最適化手法を用いたひずみエネルギー最小化による釣合い形状解析を逐次行いつつ，与えられた裁断図形状を，膜応力一様化を目的として最適化する手法を提案する。

2　基礎式の導出

2.1　膜要素のひずみエネルギー導出

膜面を定ひずみ三角形要素によりモデル化する。図 1 に示すように，三角形要素の 3 つの節点を i，j，k とし，節点 i を局座標$(x,\ y)$の原点として，裁断図(無応力状態)での三角形要素と，張力導入後の変形状態における三角形要素を重ねることにより，要素の変形をもとめる。x, y 方向の変位を u，v とし，節点番号を下添え字で示す。ベクトルまたは行列の転置を$()^{\mathrm{T}}$で表すと，無応力状態から変形状態への剛体変位を除去した変位ベクトル $\mathbf{u}$ は $\mathbf{u}=\{u_j\ \ u_k\ \ v_k\}^{\mathrm{T}}$ で表される。

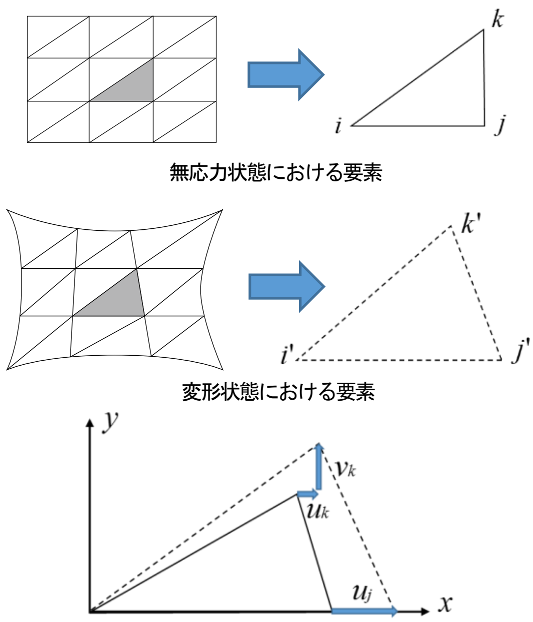


図 1　局所座標系における節点変位の定義

また，局所座標での要素ひずみベクトル $\boldsymbol{\varepsilon}$ を $\boldsymbol{\varepsilon}=\{\varepsilon_x\ \ \varepsilon_y\ \ \gamma_{xy}\}^{\mathrm{T}}$ とすると，変位–ひずみ関係行列は

$$\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{C}^0\mathbf{u} \tag{1}$$

で表される。ここで，無応力状態における三角形要素の面積を A^0，節点 j の x 座標を x_j^0，節点 k の x，y 座標を x_k^0，y_k^0 とすると，$\mathbf{C}^0$ は次式で定義される。

$$\mathbf{C}^0=\frac{1}{2A^0}\begin{pmatrix} y_k^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x_j^0 \\ -x_k^0 & x_j^0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

さらに，局所座標での x 方向ヤング係数を E_x，y 方向ヤング係数を E_y, せん断弾性係数 G，ポアソン比 ν とし，

$$\gamma = E_x / E_y\ , \quad \kappa = G / E_y \tag{3}$$

の記号を用いると，応力–ひずみ関係行列は

$$\mathbf{D} = \frac{E_y}{1-\gamma\nu^2}\begin{pmatrix} \gamma & \gamma\nu & 0 \\ \gamma\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa(1-\gamma\nu^2) \end{pmatrix} \tag{4}$$

で定義される。膜厚を h とし，全体座標での裁断図の座標を指定すれば，膜要素におけるひずみエネルギー S_1 は，変数である全体座標系の節点座標ベクトル $\mathbf{X}$ を変数として以下のように表される。

$$S_1(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} h A_0 \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \tag{5}$$

2.2 補強要素のひずみエネルギー導出

補強部材はトラス要素でモデル化する。節点 i, j を接続する部材 ij の無応力状態での部材長 L_0 は，裁断図上の節点 i, j の全体座標ベクトル $\mathbf{X}_0^i$，$\mathbf{X}_0^j$ を用いて次式で求められる。

$$L_0 = \left\| \mathbf{X}_0^i - \mathbf{X}_0^j \right\| \tag{6}$$

基準部材長を L_0 とした場合の補強部材のひずみエネルギー S_2 は，断面積を A_s，ヤング係数を E_s，変形状態での部材長を L とすれば，$\mathbf{X}$ の関数として次式で表される。

$$S_2(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_s E_s}{L_0} (L - L_0)^2 \tag{7}$$

釣合い形状解析では，全体座標での節点座標を変数とし，膜要素と補強部材のひずみエネルギーの和を目的関数 $S(\mathbf{X})$ として，最小ポテンシャルエネルギーの原理に基づき，最適化手法を用いてひずみエネルギーを極小にする解を求めることにより釣合い形状を求める。最適化には逐次 2 次計画法ライブラリ SNOPT Ver.7 を使用する。

$$S(\mathbf{X}) = \sum_{\text{全膜要素}} S_1(\mathbf{X}) + \sum_{\text{全補強部材}} S_2(\mathbf{X}) \tag{8}$$

3 裁断図形状最適化

3.1 裁断図の表現方法

裁断図形状最適化では，3 次元空間内の制御点により構成されるベジエ曲面を用いて裁断図を作成する。パラメータ $s,t \in [0,1]$ を用いて，n×m 次のテンソル積ベジエ曲面 $\mathbf{P}_{n,m}(s,t)$={X(s,t)　Ys,t)　Z(s,t)}$^{\mathrm{T}}$ は次のように表現できる。

$$\mathbf{P}_{n,m}(s,t) = \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} \mathbf{q}_{ij} B_{n,i}(s) B_{m,j}(t) \tag{9}$$

$$\mathbf{q}_{ij} = \left\{ q_{x,ij} \quad q_{y,ij} \quad q_{z,ij} \right\}^{\mathbf{T}}$$

ここで，$\mathbf{q}_{ij}$ は制御点座標，$B_{n,i}(s)$，$B_{m,j}(t)$ はパラメータ s，t 方向のバースタイン基底関数であり，次式で表される。

$$B_{n,i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \quad (i = 0,\cdots,n) \tag{10}$$

裁断図は平面であるため，制御点座標の Z 座標は全て 0 とする。また，裁断図の節点座標はパラメータ $s,t \in [0,1]$ を等間隔に分割することで定める。これにより，膜要素が境界形状の変形により潰れてしまうのを防いでいる。

3.2 設計変数および目的関数

制御点座標を設計変数とすることで，膜要素の節点座標を変数として裁断図形状を変化させる場合と比べ，変数を減らし，解析時間を短縮することができる。裁断図形状最適化は釣合い形状時の膜応力一様化を目的として行い，目的関数は指定膜応力 $\bar{\sigma}$，釣合い形状時に得られる膜内応力 σ_{ix}，σ_{iy} を用いて表される偏差量 R とする。

$$\text{目的関数}\quad R = \frac{1}{2} \cdot \sum_i \left\{ (\sigma_{ix} - \bar{\sigma})^2 + (\sigma_{iy} - \bar{\sigma})^2 \right\} \tag{11}$$

なお，ベジエ曲面の内部の制御点の座標が裁断図の境界形状に与える影響は小さいので，図 2 に示すように，アウトラインを形成する制御点の X，Y 座標のみを変数として扱うことにする。さらに解を一意に定めるため，4 隅のうちいずれか 1 点の制御点を固定し，他の 1 点の隅の制御点座標の 1 つの座標成分を固定する。

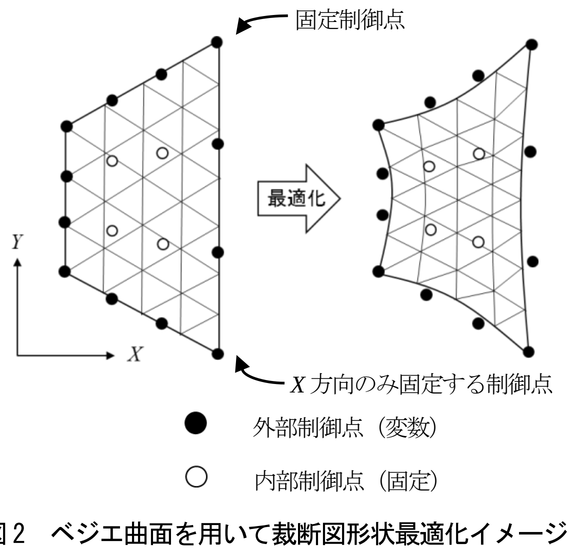


図 2　ベジエ曲面を用いて裁断図形状最適化イメージ

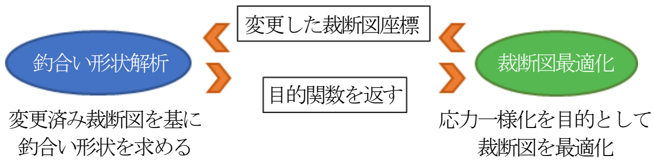


図 3　裁断図形状最適化のフロー図

4　1/8 ホルンモデルの解析例

4.1　1/8 ホルンモデル

図 4 に示すような，縦×横×高さが 1800×1800×550 [mm]のホルンモデルの 1/8 の部分について解析を行う。最適化手法を用いた釣合い形状解析の目的関数には膜要素と補強部材のひずみエネルギーの総和である式(7)を用い，変数は全節点座標から固定節点と境界条件による固定部分を除いた 288 個である。境界条件は図 6 に示す破線部上の節点座標をピン支持で固定し，下辺は y 方向のみピン支持とし，上辺は斜辺に沿った局所座標で表される v 方向のみ固定とする。

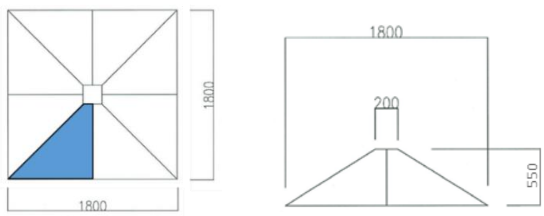
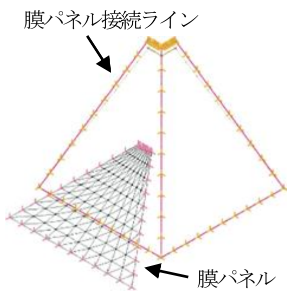


図 4　ホルンモデル図（伏図−左，立面図−右）



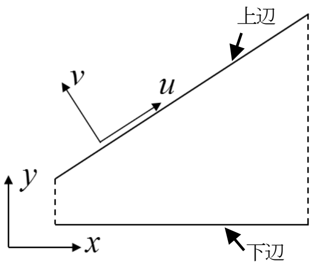


図 5　モックアップイメージ図　　図 6　horun1/8 モデル図

裁断図形状最適化では裁断図を 3 次のベジエ曲面で表し，式(10)において指定応力$\bar{\sigma}$のを 6125kN/m^2 として膜応力を一様化する。また，裁断図において図 7 に示す x 方向がたて糸方向，y 方向をよこ糸方向とする。

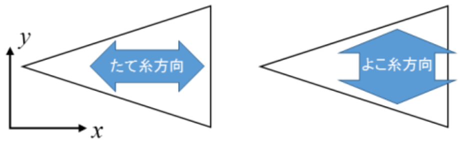


図 7　膜要素のたて糸･よこ糸方向

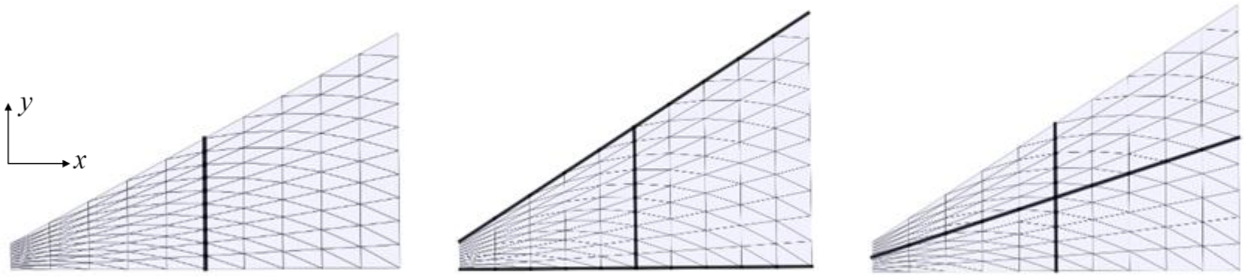
4.2　最適化の概要

図 8 に示す Patern1，2，3 の 3 パターンの補強部材の配置に対して裁断図形状を最適化する。補強部材の剛性の違いによる釣合い形状と裁断図形状の変化を確認するため，補強部材の断面積を（ i) 0.24×10^{-4} [m^2]，（ ii) 1.2×10^{-4} [m^2]，(iii) 6.0×10^{-4} [m^2]として解析を行った。膜と補強部材の材料定数は表 1 の通りである。

最適化のために必要となる感度係数は，釣合い形状解析では解析的に，裁断図形状最適化では差分法で求める。

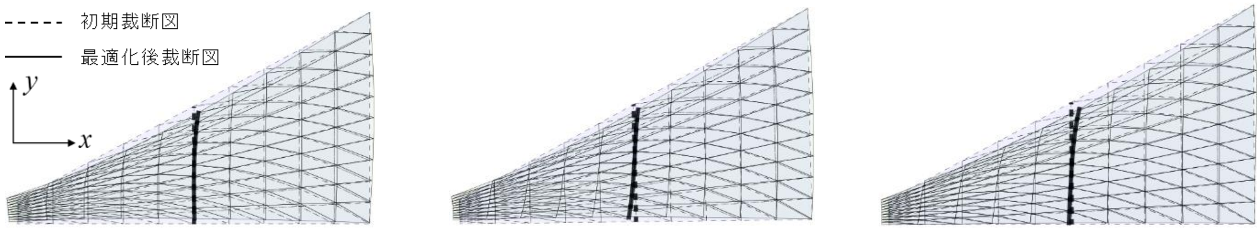
表 1　膜と補強部材の材料定数一覧

膜厚 (m)	8.00×10^{-4}
膜要素 x 方向ヤング係数 (kN/m^2)	8.06×10^{5}
膜要素 y 方向ヤング係数 (kN/m^2)	2.67×10^{5}
せん断弾性係数 (kN/m^2)	6.98×10^{4}
膜要素ポアソン比	3.00×10^{-1}
補強要素ヤング係数 (kN/m^2)	8.06×10^{5}



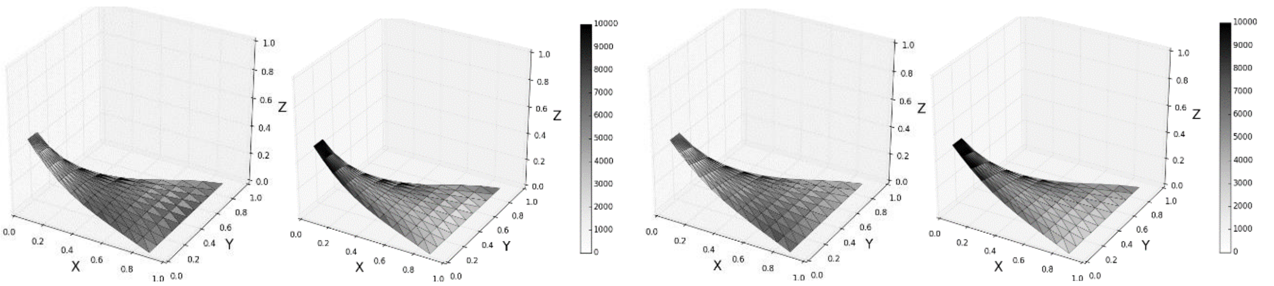
Patern_1 初期裁断図　　Patern_2 初期裁断図　　Patern_3 初期裁断図

図 8　補強部材配置パターン一覧



（ｉ）補強部材断面積 0.24×10^{-4} [m^2]　（ⅱ）補強部材断面積 1.2×10^{-4} [m^2]　（ⅲ）補強部材断面積 6.0×10^{-4} [m^2]

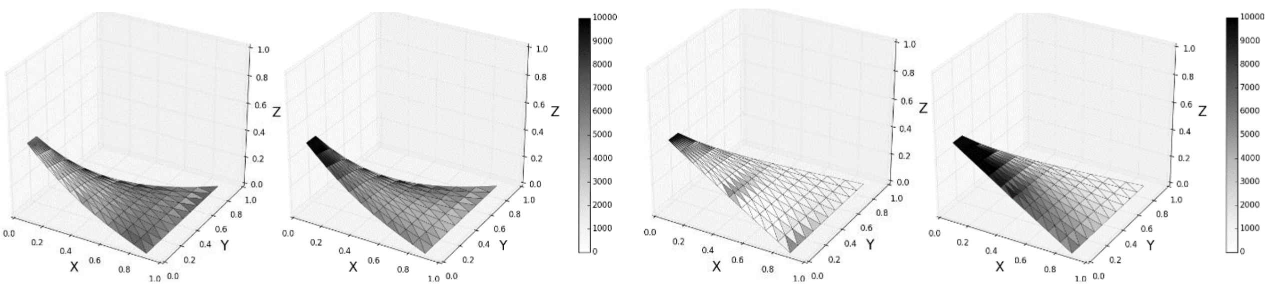
図 9　Patern_1 最適裁断図形状



$\sigma_x^{max} = 11495.05\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{max} = 14394.56\ [kN/m^2]$　$\sigma_x^{max} = 10610.92\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{max} = 14098.62\ [kN/m^2]$

$\sigma_x^{min} = 1149.53\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{min} = 2190.39\ [kN/m^2]$　$\sigma_x^{min} = 1239.37\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{min} = 2712.26\ [kN/m^2]$

（ｉ）　よこ糸方向応力分布　たて糸方向応力分布　（ⅱ）　よこ糸方向応力分布　たて糸方向応力分布



$\sigma_x^{max} = 9881.98\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{max} = 15068.30\ [kN/m^2]$　$\sigma_x^{max} = 24022.01\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{max} = 31875.63\ [kN/m^2]$

$\sigma_x^{min} = 1380.86\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{min} = 2897.27\ [kN/m^2]$　$\sigma_x^{min} = -832.46\ [kN/m^2]$　$\sigma_y^{min} = 769.18\ [kN/m^2]$

（ⅲ）　よこ糸方向応力分布　たて糸方向応力分布　（ⅳ）　よこ糸方向応力分布　たて糸方向応力分布

図 10　Patern_1 要素内応力分布一覧

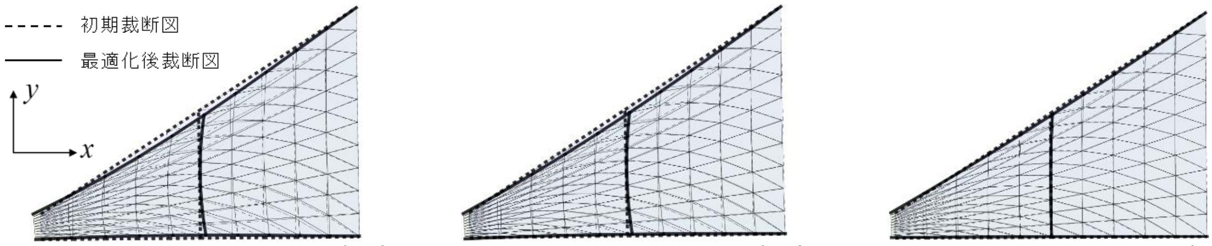
4.3　最適化結果

Patern_1 の最適化結果を示す。初期裁断図と最適化後裁断図の比較を図 9 に，釣合い形状時のたて糸･よこ糸方向の応力分布を図 10 に，補強部材に生じる軸力を表 2 に示す。裁断図形状最適化の前後での釣合い形状，膜応力を比較するため，補強部材を断面積が 1.2×10^{-4} [m^2]として初期裁断図を用いて得られた解析結果を図 10(ⅳ)に示す。また，応力のマイナス値は圧縮力を表す。

図 10(ⅳ)の応力分布と比較すると，最適後も応力に若干の偏りが見られるが，初期解と比べて大きく改善されている。補強部材の剛性に関わらずホルンモデル中央部において，たて糸方向の応力集中が見られる。この原因として，ホルン中央部では釣合い形状のたて糸方向の曲率が大きいこと，また裁断図の短い境界辺を固定していることが考えられる。同様に，よこ糸方向の曲率が大きい裁断図の上辺付近の膜要素の一部にも指定応力より大きな応力が生じている部分が存在する。(ｉ)，(ⅱ)では，図 9 に示す最適裁断図の左右の幅が初期裁断図より大きいのに対し，(ⅲ)では右辺の広がりがほとんど見られないため，最適裁断図の形状と補強部材の剛性に相関があるとは考えにくい。

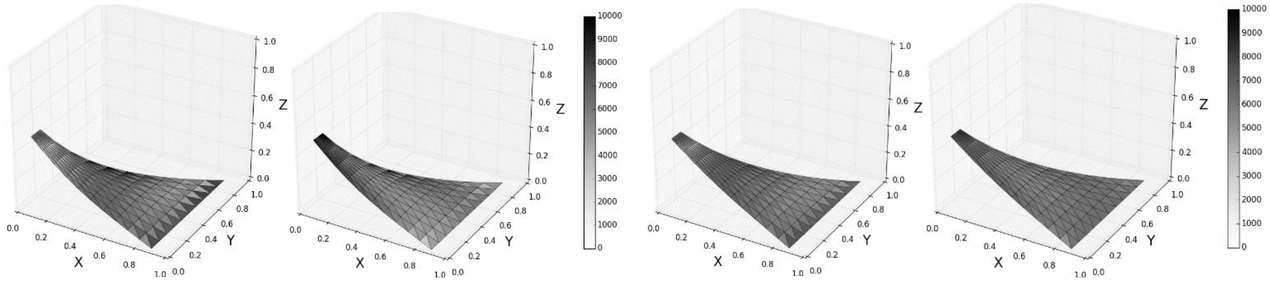
表 2　Patern_1 の補強部材の軸力

	i	ii	iii
min (kN)	1.17×10^{-2}	-1.49×10^{-2}	-1.38×10^{-1}
max (kN)	5.19×10^{-2}	9.73×10^{-2}	7.69×10^{-2}



（ⅰ）補強部材断面積 0.24×10^{-4} [m^2]　（ⅱ）補強部材断面積 1.2×10^{-4} [m^2]　（ⅲ）補強部材断面積 6.0×10^{-4} [m^2]

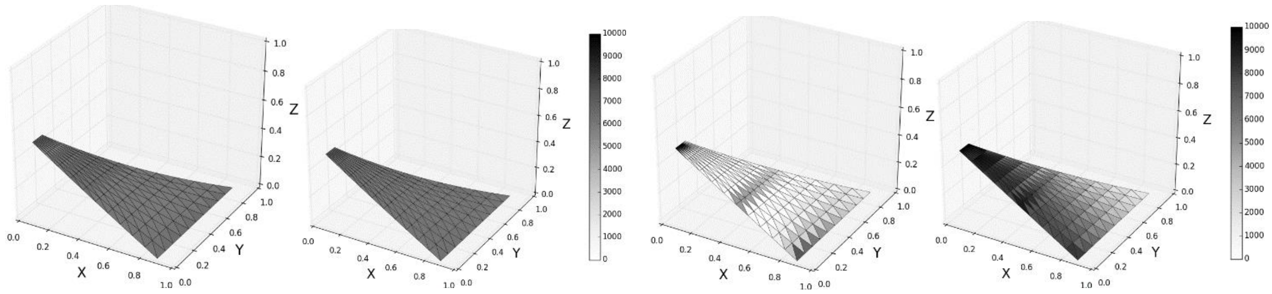
図 11　Patern_2 最適化後裁断図比較一覧



$\sigma_x^{\max} = 9667.15\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\max} = 10830.68\,[kN/m^2]$　$\sigma_x^{\max} = 7803.53\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\max} = 8166.42\,[kN/m^2]$

$\sigma_x^{\min} = 2651.00\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\min} = 3169.48\,[kN/m^2]$　$\sigma_x^{\min} = 3535.01\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\min} = 5077.91\,[kN/m^2]$

（ⅰ）　よこ糸方向応力分布　たて糸方向応力分布　　（ⅱ）　よこ糸方向応力分布　　たて糸方向応力分布



$\sigma_x^{\max} = 6638.51\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\max} = 6393.34\,[kN/m^2]$　$\sigma_x^{\max} = 21137.69\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\max} = 15218.61\,[kN/m^2]$

$\sigma_x^{\min} = 5398.04\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\min} = 5816.63\,[kN/m^2]$　$\sigma_x^{\min} = -790.88\,[kN/m^2]$　$\sigma_y^{\min} = 1800.90\,[kN/m^2]$

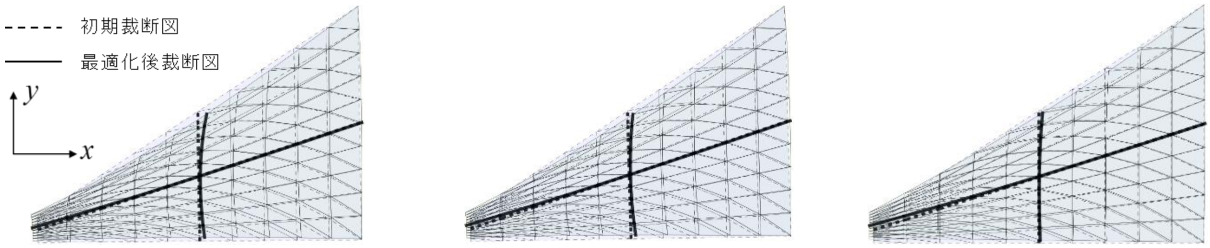
（ⅲ）　よこ糸方向応力分布　たて糸方向応力分布　　（ⅳ）　よこ糸方向応力分布　　たて糸方向応力分布

図 12　　Patern_2 要素内応力分布一覧

Patern_2 の初期裁断図と最適裁断図を図 11 に，釣合い形状時のたて糸･よこ糸方向の応力分布を図 12 に，補強部材に生じる軸力を表 3 に示す。Patern_1 の補強部材に加えて，上辺と下辺も補強した Patern_2 では，図 12 からわかるように，補強部材の剛性が高くなるほど応力が指定応力に近い状態で一様化される傾向がある。これは釣合い形状がより平面に近い状態となり，曲面の曲率が少なくなったためである。最適化後の裁断図も，(ⅰ)と(ⅱ)では上辺部分に違いが見られるものの，(ⅱ)と(ⅲ)ではほとんど変化が見られない。

表 3　Patern_2 の補強部材の軸力

	i	ii	iii
min (kN)	1.76×10^{-2}	1.1×10^{-1}	2.84×10^{-1}
max (kN)	5.79×10^{-1}	1.79	8.02



（ⅰ）補強部材断面積 0.24 10^{-4} [m^2]　（ⅱ）補強部材断面積 1.2×10^{-4} [m^2]　（ⅲ）補強部材断面積 6.0×10^{-4} [m^2]

図 13　Patern_3 最適化後裁断図比較一覧

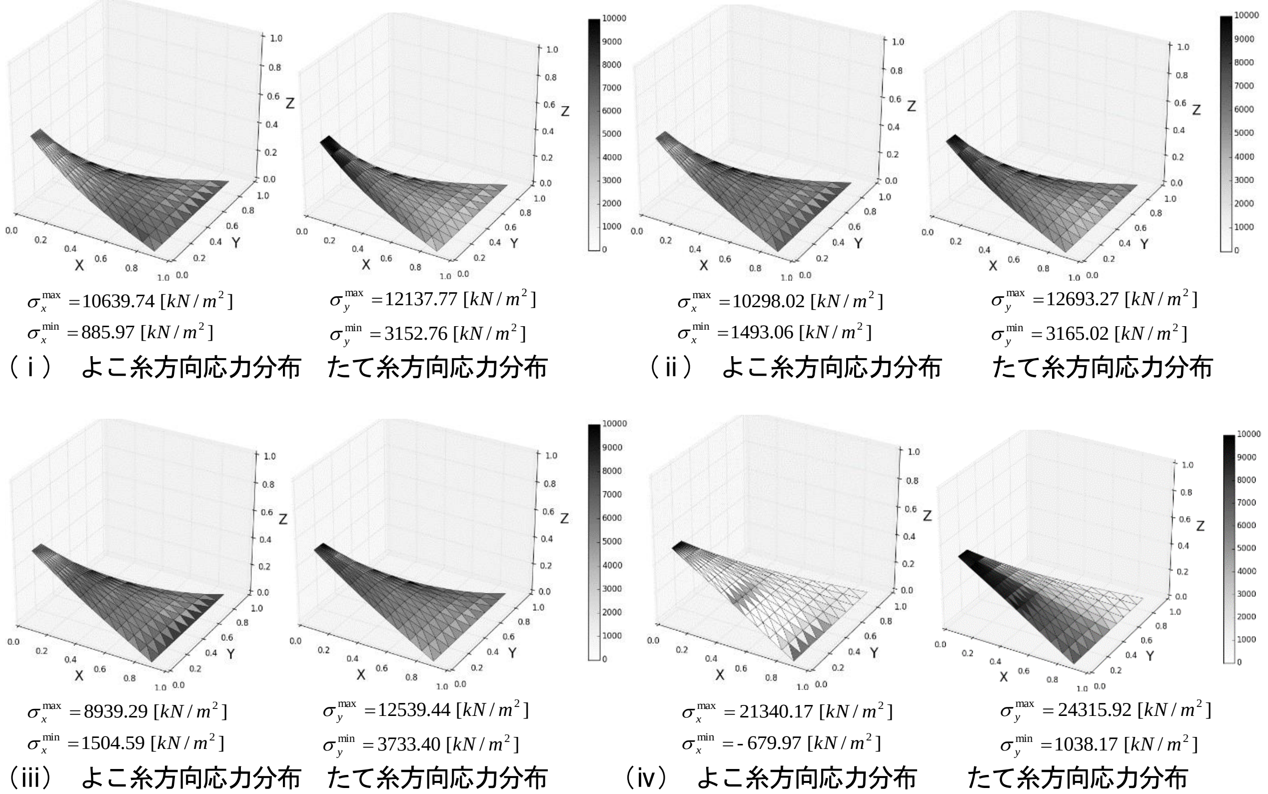


図 14　Patern_3 要素内応力分布一覧

Patern_3 の初期裁断図と最適裁断図の比較を図 13 に，釣合い形状時のたて糸･よこ糸方向の応力分布を図 14 に，補強部材に生じる軸力を表 4 に示す。Patern_3 では Patern_1 の補強に加え，放射方向に補強部材を配置したことで，補強部材付近の変形が抑制され，膜応力が 6000kN/m^2 程度に保たれている。しかし，補強部から離れている境界付近の応力が指定応力と大きく異なっている。

初期裁断図では，全ての補強部材配置パターンで，膜要素に圧縮力が生じてしまったのに対し，裁断図形状最適化を行った後では，膜要素に圧縮応力は生じず，若干の偏りはあるものの比較的指定応力に近い状態で釣合い形状を求めることができた。

表 4　Patern_3 の補強部材の軸力

	i	ii	iii
min (kN)	-1.39×10^{-2}	1.65×10^{-2}	6.31×10^{-2}
max (kN)	6.15×10^{-1}	2.05	8.76

5　結論

1. 線材で補強された膜構造に対して，最適化手法を利用して釣合い形状を求め，また指定応力からの偏差の最小化を目的として裁断図形状を最適化する手法を示した。
2. ホルンモデルを対象に裁断図形状の最適化を行った。全ての補強部材配置パターンで，初期裁断図を用いて釣合い形状を求めた場合より，膜応力が指定応力で一様化されるように裁断図が最適化されることを確認した。
3. 部分的に補強部材に圧縮力が生じているため，予め補強部材に初期ひずみを与えるなどして対策する必要がある。

参考文献

1) 本間俊雄，合田雄策，安宅信行，座標値を未知量とした有限要素技術による張力構造解析の一方法，日本建築学会構造系論文集, No. 602, pp.161-169, 2006.
2) 坪田張二，吉田新：最適化手法を用いた膜構造物の裁断図解析, 日本建築学会構造系論文報告集, No.395, pp.101- 111, 1989.
3) 大崎純，上谷宏二，高谷真次：逆問題型手法による膜構造物の目標形状･応力トレードオフ設計法, 日本建築学会構造系論文集，No.488, pp.107-115, 1996.
4) M. Ohsaki and J. Fujiwara, Developability conditions for prestress optimization of a curved surface, Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., Vol. 192, pp. 77-94, 2003.

ESO 法とグランドストラクチャ法を用いた骨組構造物の位相最適化

高坂憲治 [1)]，藤井大地 [2)]
1)近畿大学大学院システム工学研究科大学院生，大学院生
2)近畿大学工学部建築学科，教授，博士（工学）

1 はじめに

位相最適化手法には，連続体を対象とするものと骨組構造を対象とするものがある．骨組構造を対象とする方法は，一般にグランドストラクチャ法 [1-3)]と呼ばれており，設計領域に適当な節点を配置し，節点間を可能な限りの線要素で結んだグランドストラクチャに対して，各線要素の材料密度（または断面積）を最適化することで最適位相を求めるものである．

建築分野のグランドストラクチャ法による位相最適化の研究としては，トラス構造（ピン接合）を対象とした河村，大森の研究 [4)]，高田，松岡の研究 [5)]，骨組構造（剛接合）を対象とした藤井らの研究 [6-8)]，河村，大森の研究 [9)]などが挙げられる．河村，大森の研究では，最適化手法としてGA（Genetic Algorithm）が用いられており，高田，松岡の研究では線形計画法が，藤井らの研究では非線形計画法が用いられている．

一方，連続体の位相最適化では，中間的な材料密度を完全に除く方法として，Xie，Steven らによって提案された ESO 法 [10)]および BESO（Bi-directional Evolutionary Structural Optimization）法 [11)]がある．本方法は，最適解への収束の保証が無い発見的手法ではあるが，剛性最大化問題では，数理計画法にもとづく SIMP 法に比較しても遜色の無い方法であることが示されている [12)]．また，本方法は，骨組問題（グランドストラクチャ法）にも応用されている [13)]．

そこで本論文では，文献 13)の方法に着目し，この方法を応用することで，建築骨組の形態創生，あるいは耐震ブレースや制震ブレースの最適配置問題に利用できないかを検討する．ただし，本論文で提案する方法は，既往の研究のように部材断面積（材料密度）を連続的に変文献 14)に指摘されているように最適解を見逃す可能性化させるのではなく，ひずみエネルギーの小さい部材要素）を順に除いていく単純な方法で，問題によっては，もある．しかしながら，最適解に近い優良解（初期設計を改善する解）が得られれば，実務上は十分有効に活用できると考えられる．

2 比較に用いるグランドストラクチャ法

比較に用いるグランドストラクチャ法 [8),15)]では，i 番目要素の剛性マトリクス $\mathbf{k}_i$ を要素密度 ρ_i を用いて次式のように表す．

$$\mathbf{k}_i = \rho_i^p \mathbf{k}_i \qquad 0 < \rho_i \le 1 \tag{1}$$

ここに，$\mathbf{k}_i^0$ は初期の要素剛性マトリクス，p はべき乗の係数であり，1 以上の値を与えることにより，大きい密度はより大きく小さい密度はより小さく評価される．ただし，文献 8), 15)では，密度の上限は制約していないが，ここでは上限を 1 に制約している．

位相最適化問題は，設計変数 $\rho = \{\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_i, \cdots, \rho_N\}$ に対して，質量制約下でコンプライアンスを最小化する次の問題として定式化される．

$$\begin{aligned} &\text{min} \quad C(\rho) = \mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{d}^T\mathbf{f} \\ &\text{subject to} \quad m(\rho) = \sum_{i=1}^{N} \rho_i A_i l_i \le \overline{m}, \;\; 0 < \rho_i \le 1 \;\; (i = 1, \cdots, N) \end{aligned} \tag{2}$$

ここに，C はコンプライアンス，$\mathbf{d}, \mathbf{f}$ は節点変位ベクトルと節点外力ベクトル，$\mathbf{K}$ は全体剛性マトリクス，m は質量，N は要素数，A_i, l_i は i 番目要素の断面積と長さ，$\overline{m}$ は質量の制約値を表す．

本論文では，(2)式の最適化問題を CONLIN 法 [8),15)]を用いて解く．ただし，CONLIN 法の改修計算回数は 40 としている．

3 ESO 法を用いたグランドストラクチャ法

ここでは，初期の ESO 法 [10)]の考え方にもとづき，非常にシンプルな計算アルゴリズムを提案する．

まず，グランドストラクチャの作成法は従来どおりである．文献 15)には，Excel によるプリプロセスでグランドストラクチャを自動生成するソフトが提供されている．本ソフトでは，生成される要素長さの上限を設定でき，また，設計対象要素と設計非対称要素を区別できるようになっている．

本方法では，以上のグランドストラクチャに対して以下の計算アルゴリズムを適用する．

① グランドストラクチャの静的弾性解析を行い，各設計対象要素のひずみエネルギー密度を計算する．なお，(1)，(2)式の表記を用いれば i 番目要素のひずみエネルギー密度 V_i は次式により計算される．

$$V_i = (1/2)\mathbf{d}_i^{eT}\left(\rho_i \mathbf{k}_i^0\right)\mathbf{d}_i^e \big/ (A_i l_i) \qquad (3)$$

ただし $\mathbf{d}_i^e$ は i 番目要素の節点変位である．また，要素密度 ρ_i は，残存している要素は 1 とし，除去要素は 1/1000 とする．なお，除去要素の密度を 0 としないのは，不安定構造になった時の連立方程式の特異性を避けるためである．

② 設計対象要素(残存要素)の要素番号をひずみエネルギーの小さい順に並べる．

③ 最もひずみエネルギーの小さい要素番号の要素をグランドストラクチャから除去する．なお，同じ最小ひずみエネルギーの要素が複数ある場合は，複数除去する．(これは対称性を保つための処置でもある．)

④ すべての設計対象要素が無くなるまで①～③を繰り返す．

⑤ 表示ソフト（本論文では MicroAVS を用いている）を用いて，すべての除去ステップを参照し，優良解を選定する．

以上のプロセスを図 1 の簡単な例題で示してみる．図 1 の例題は鉄骨建物構面に水平力を双方向に加えた場合の筋交の最適配置を求める例題である．この場合，設計対象要素は筋交（斜材）のみである．図 1 には，すべての除去ステップを MicroAVS で表示した結果を示している（上記プロセス⑤）．なお，この場合，対象問題であるため，筋交は各ステップ 2 本ずつ除去されている．

以上のように，本手法は，非常に単純な方法であり，図 1 の結果を見ることで，筋交は 1 階に配置する方が効果的であることが明確にわかる．

4 解析例

ここでは，3 章で提案した手法によって有効な解が得られるかどうかを，2 章に示す数理計画法にもとづく手法との比較により検証する．

4.1 9 節点トラス構造の位相最適化

図 2 は，基本的なトラス構造のグランドストラクチャを示す．部材断面積はすべて等しく，接合部および支点はピン接合である．

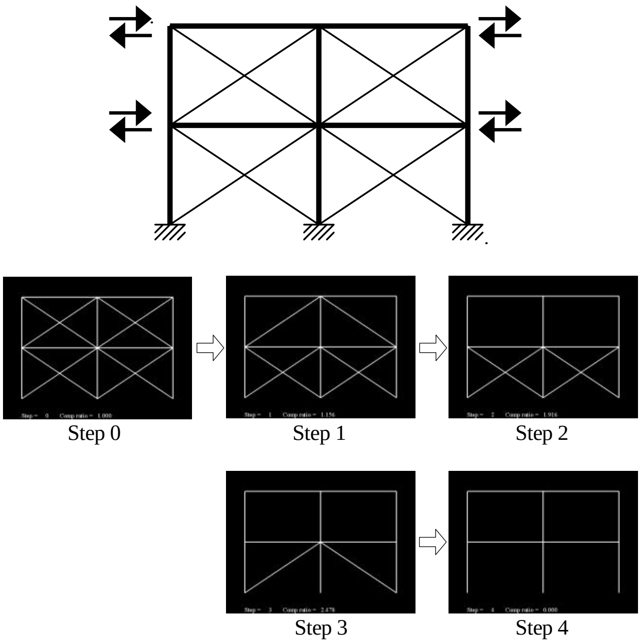


図 1 ESO 法による筋交の除去過程

図 3 は，Case A について 3 章に示す提案手法の全ステップの解析結果を示している．図中には，各ステップのコンプライアンス比 C/C^0（C^0 は 0 ステップのコンプライアンス）も示している．図 3 において，Step3，6，7 は不安定構造であるが，除去要素が微小密度（$1/10^3$）を有しているため解が得られている．また，Step3，4，5 は，C/C^0 は若干異なっているが，除去要素の微小密度が無ければ同じ値となる．図 4 は，2 章に示す比較手法の解析結果（Case A）を示す．ただし，(1)式のべき乗数 p と質量制約 $\overline{m}/m^0$（m^0 は初期構造の質量）は，図に示すとおりである．再計算回数は 30 としている．図 3 と図 4 を比較すると，図 4 の $p=2$ の位相は Step 5 で得られているが，$p=1$ の位相は得られないことがわかる．ただし，提案手法では Step 2 の位相も優良解の一つと言える．

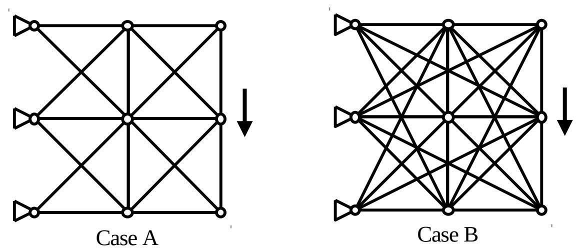


図 2 解析例 1（トラス）

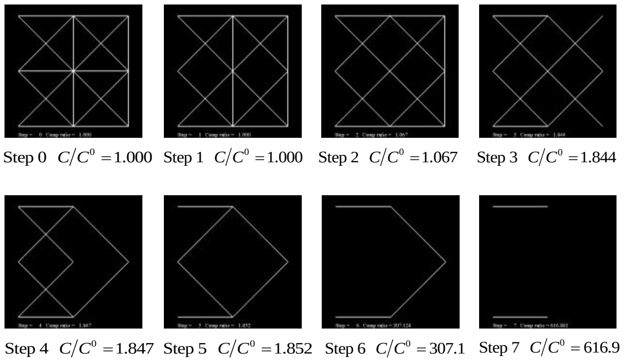


図３　解析例１（Case A）の提案手法による解析結果

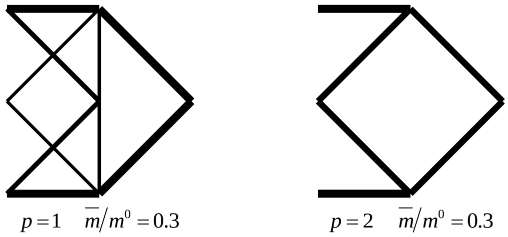


図４　解析例１（Case A）の比較手法による解析結果

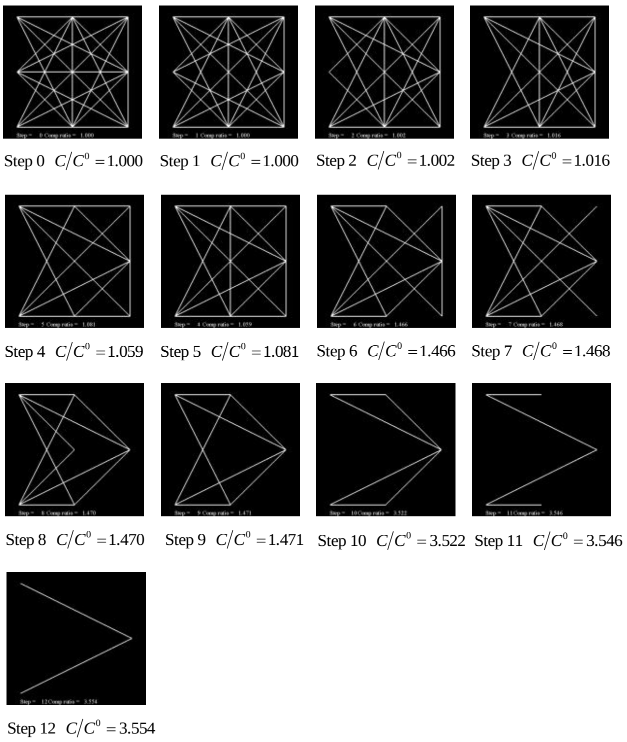


図５　解析例１（Case B）の提案手法による解析結果

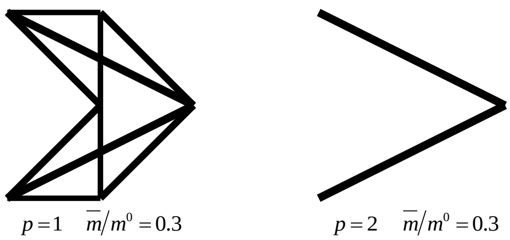


図６　解析例１（Case B）の比較手法による解析結果

図５，図６は Step B について，提案手法の全ステップの解析結果と比較手法の解析結果を示している．ただし，比較手法の質量制約とべき乗数 p は図に示すとおりで，再計算回数は１回としている．図より，この場合は，比較手法の $\overline{m}/m^0 = 0.3$ の解は提案手法の Step 11 の解と一致するが $\overline{m}/m^0 = 0.5$ と一致する解は得られない．しかしながら，Step 9 の解は，比較手法の $\overline{m}/m^0 = 0.5$ の解と類似した位相であり，優良解と言える．実際に骨組を作成して解析を行うと，コンプライアンスの比率は，提案手法：比較手法で 1 : 0.984 となり，若干比較手法の方が低いが，提案手法（Step 9）の節点数（接合部数）は 5，要素数は 8 であるのに対して，比較手法（$\overline{m}/m^0 = 0.5$）では節点数 6，要素数 10 となり，提案手法の解の有利点もある．

4.2　15 節点トラス構造の位相最適化

次に，図 7 は，15 節点のトラス構造のグランドストラクチャを示す．ただし，Case A と Case B では，支持点と荷重点の位置が異なる．

図 8 と図 9 は，提案手法の解と比較手法の解を比較したものである．ただし，比較手法の質量制約は $\overline{m}/m^0 = 0.1$，再計算回数は 100 としている．図 8,9 より，Case A は似通った位相，Case B は一致した位相が得られていることがわかる．ただし，比較手法の結果では部材太さが異なるため，得られた解の部材断面積をすべて均一にして再計算し，再度コンプライアンスを比較した．その結果，図 8,9 中に示すように提案手法の解のコンプライアンスを 1 とすると，比較手法のそれは，Case A では 0.984 となり，Case B では 1.000 となった．したがって，提案手法でも最適解に近い優良解が得られていることがわかる．

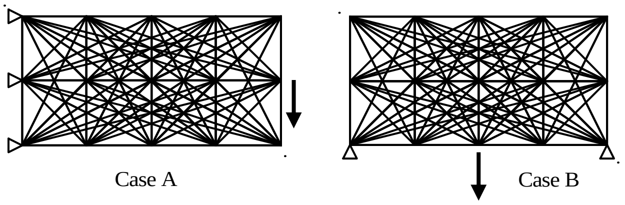


図７　解析例２（トラス）

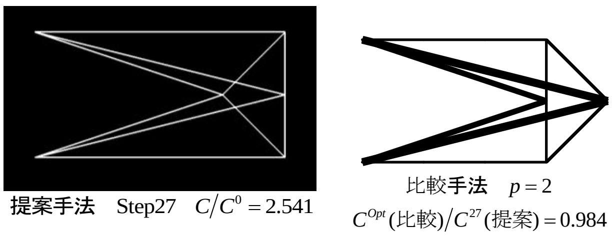


図８　解析例２（Case A）の解析結果の比較

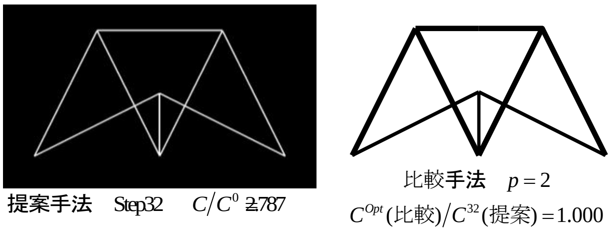


図 9 解析例 2（Case B）の解析結果の比較

4.3 耐震ブレースの最適配置

図 10 は，鉄骨構造構面の K 型ブレースの最適配置を求める解析モデル（グランドストラクチャ）を示す．柱は角形鋼管，梁は H 形鋼，ブレースは山形鋼（2 枚一組）とし，表 1 に断面積と断面二次モーメントを示している．ヤング係数は 206Gpa，各層の層重量は図 10 中にしめされる．鉛直荷重は梁への等分布荷重として加えている．地震力は $C_0=0.2$，$Z=1$，$T_c=0.6$ の Ai 分布とし，各階床の両端の 2 節点に半分ずつ加えている．また，梁の断面積は 10 倍として解析している．なお，最適化の計算では，地震力を左右両方向に加えた解析を別々に行ってコンプライアンスを評価している．

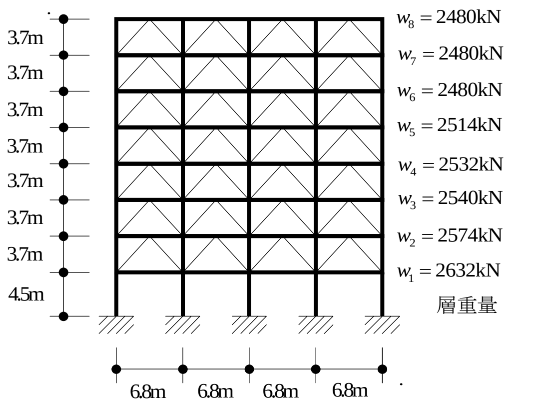


図 10 解析例 3 K 型ブレースの最適配置問題

表 1 部材の断面積と断面二次モーメント

		A (cm^2)	I_x (cm^4)
梁	2F	231.5	197000
	3F～R	187.2	114000
柱	1,2F	546.3	187000
	3～5F	295.4	172000
	6～8F	218.7	159000
ブレース		57.75×2	-

図 11 は，提案手法の解と比較手法の解を比較したものである．ただし提案手法の再計算回数は 1 回としている．これは，再計算回数を増やすと非対称な解が得られたためである．図では，比較解析で得られたブレース本数に合わせて，提案手法の位相を示している．また，図中には，提案手法と比較手法の解析結果を表 1 の諸元で再解析して，コンプライアンスを比較した値を示している．量比を変化させても，目的の本数にならない場合もある．図に示されるように，どの位相に関しても，提案手法の位相のコンプライアンスの方が低く，この差はブレースが少なくなるほど大きくなっていることがわかる．また，比較手法では，質量比を変化させることでブレースの数をある程度調整できるが，質量比を変化させても目的の本数にならない場合もある。これに対して，提案手法では 2 本ずつ除去されていくため，目的の本数を得やすい利点がある．

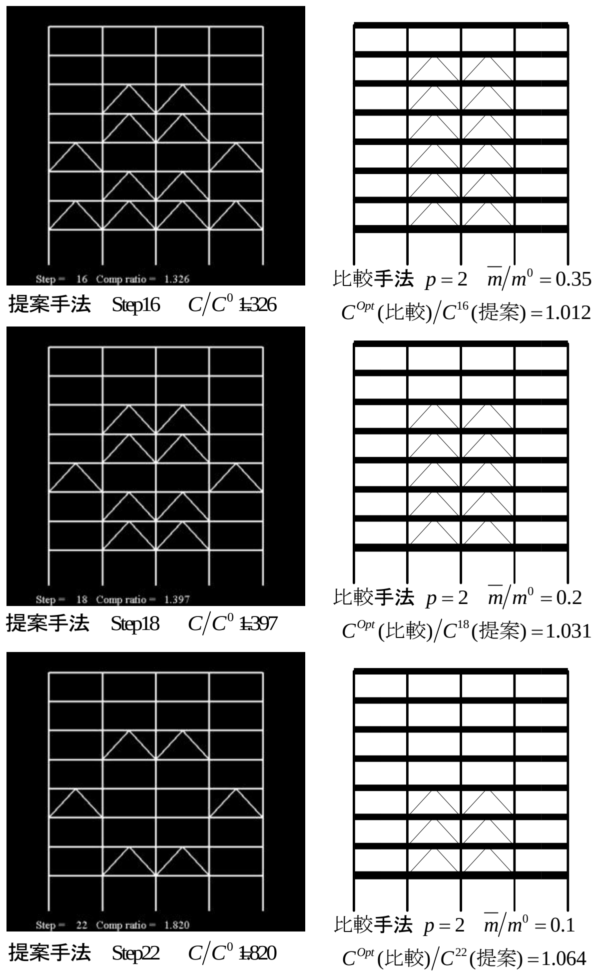
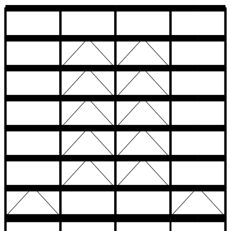


図 11 解析例 3 の解析結果の比較

しかしながら，図 12 は，比較手法で，$\overline{m}/m^0=0.4$，再計算回数を 50 として解析した場合の結果を示している（この場合は対称の解が得られた）．図に示すように，この位相では，提案手法のコンプライアンスよりも低い

値となっている．したがって，提案手法では，必ずしも最適解が得られるわけではないことがわかる．しかし，その差は微小であり，提案手法の解も最適解に近い優良解と言える．

なお，比較解析で再計算回数を増やした場合に得られる非対称の解も最適解の可能性があるが，耐震補強等では非対称な配置はデザイン上使用できない場合が多いため，ここでは割愛している．



比較手法 $p=2$ $\bar{m}/m^0=0.40$

C^{Opt}(比較)$/C^{16}$(提案)$=0.988$

図 12　解析例 3 の比較手法による別の結果

4.4　骨組構造の形態創生

図 13 は，ビルのファサードの形態創生解析モデルとそのグランドストラクチャ[15)]を示したものである．グランドストラクチャの部材はすべて 10cm×10cm の中実断面とし，床（梁）部分のみ鉄骨，それ以外は鉄筋コンクリートのヤング係数を設定している．

ただし，荷重は 1kN/cm の鉛直等分布荷重と 0.2kN/cm の水平等分布荷重を梁（水平材）に加え，梁は設計対象から除くものとする．

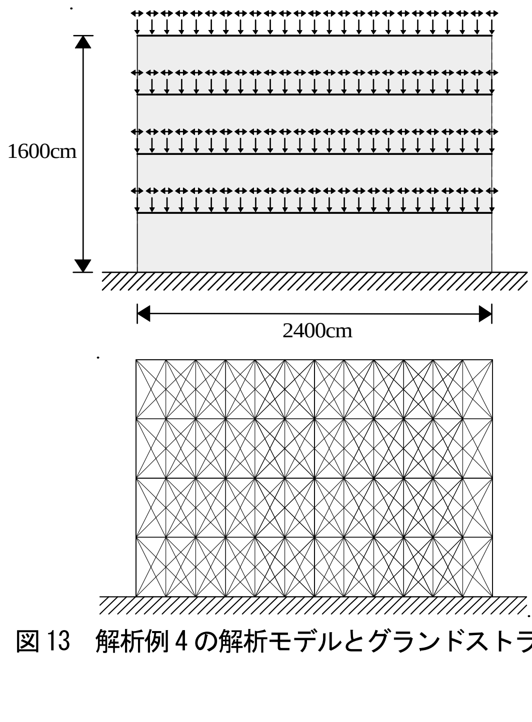
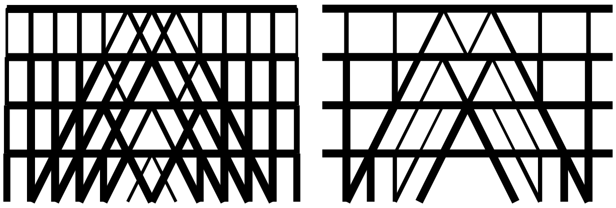


図 13　解析例 4 の解析モデルとグランドストラクチャ

図 14 は，比較手法によって得られた解を示している．ただし，質量制約およびべき乗数は図に示すとおりであり，再計算回数は 30 としている．これに対して，図 15 は，適当に抽出した提案手法の優良解を示している．図 14 と図 15 を比較すると，比較手法の $\bar{m}/m^0=0.2$ の解は，提案手法の Step 103 あたりの解が類似しており，$\bar{m}/m^0=0.1$ の解は，Step 116 あたりの解が類似していることがわかる．しかし，提案手法の Step 123，Step 128 のようなシンプルな形態まで求められるところは提案手法の利点と言える．また，比較手法では中間密度にペナルティを与えても最適位相の部材太さに違いが見られるのに対し，提案手法では部材太さが変わらずに位相のみを求められるところも利点と言える．なお図 16 は，著者らが提案手法の Step 123 から考えたファサードデザインの一例である．



$p=2$ $\bar{m}/m^0=0.2$　　$p=2$ $\bar{m}/m^0=0.1$

図 14　解析例 4 の比較手法による解

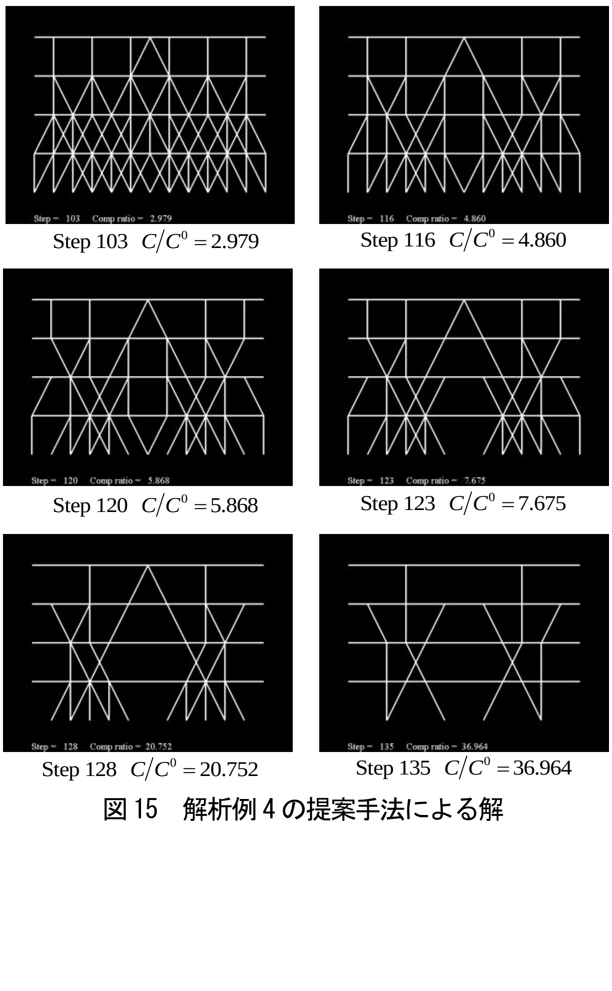


図 15　解析例 4 の提案手法による解

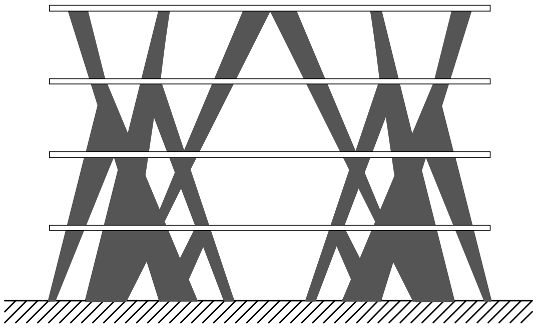


図 16　ファサードデザイン例

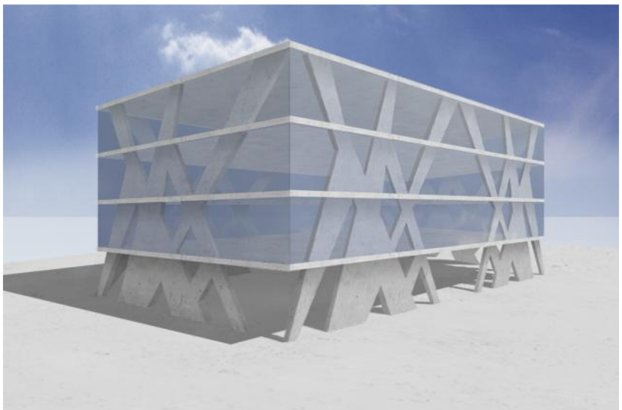


図 17　パースイメージ

5 まとめ

本論文では, グランドストラクチャ法に初期の ESO の法の考え方を適用した骨組構造の簡易的な位相最適化手法を提案した．そして，提案手法により得られる解と従来の線要素の材料密度を連続的に変化させて最適位相を求める方法（比較手法）との解を比較し，提案手法の有効性を検証した. その結果以下のような結果が得られた.

(1) トラス構造の位相最適化問題では, 提案手法により, 比較手法の最適解の位相と一致するかまたは類似する位相が得られた．また，類似する位相もコンプライアンスは大差なく，最適解に近い優良解が得られた.

(2) 骨組構面の耐震ブレースの最適配置問題では，同じブレース本数で均一断面のブレースで比較した場合, 提案手法の方がより高い剛性となった．ただし，ブレース本数によっては，必ずしも最適解でない場合もあったが，このような場合も，最適解のコンプライアンスと大きな差は無いことがわかった.

(3) 骨組の形態創生問題では，提案手法と比較手法の解は類似性を持っているが，比較手法では最適解の部材太さが異なるため単純な比較は難しいことがわかった．また，提案手法では，位相の変化がステップごとに参照できるため，力の流れを把握しやすく，デザインを考える上で有効であることが分かった.

以上の結果より，本提案手法は，すべての場合に必ずしも最適解を与えるものではないが, 構造設計に対して, 明確な提案を与えることができ，また，計算アルゴリズムも非常に簡単であることから，動的問題や非線形問題など幅広い分野に応用が可能であることがわかった.

今後は，以上の方法を時刻歴応答問題に拡張し，制震ブレースの最適配置問題への適用を検討する予定である.

参考文献

1) Dorn, W., Gomory, R. and Greenberg, H. : Automatic design of optimal structures. J. de Mecanique, 3, 25-52, 1964
2) Rozvany, G.I.N. : Structural Design via optimality Criteria, Kluwer Academic Publishers, 1989.
3) Rozvany, G.I.N. (ed) : Topology Optimization in Structural Mechanics, CISM Courses and Lectures 374, Springer, 1997
4) 河村拓昌，大森博司，：遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 538 号，pp.115-121, 2000.12
5) 高田豊文，松岡貴士 : 体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，第 598 号，pp.87-91, 2005.12
6) 藤井大地，松本慎也，藤谷義信，菊池昇 : グランドストラクチャー法による骨組構造物の位相最適化, 日本建築学会構造工学論文集，Vol.46B,pp.1-8, 2000.3
7) 藤井大地，鈴木克幸，大坪英臣：最適化手法 CONLIN を用いた骨組構造の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，No.548, 99.59-66, 2001.10
8) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文 : グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 663 号，pp.1967-1973, 2008.11
9) 河村拓昌，大森博司 : 遺伝的アルゴリズムによる接合状態を考慮した離散的構造物の形態創生
10) Xie, Y. M., Steven, G. P. : A simple evolutionary procedure for structural optimization, Computers and Structures Vol.49, pp.885-886, 1993
11) Young, V., Querin, O. M., Steven, G. P. and Xie, Y.M. : 3D and Multiple Load Case Bi-Directional Evolutionnary Structural Optimization (BESO) Structural Optimization, Vol.18, pp.183-192,1999
12) Huang, X., Xie, Y. M. : Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finit Elements in Analysis and Design, Vol.43, pp.1039-1049, 2007
13) Steven, G. P., Querin, O. M., Xie, Y. M. : Evolutionary structural optimization (ESO) for combined topology and size optimization of discrete structures, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vo.188, pp.743-754, 2000
14) Zhou, M., Rozvany, G.I.N. : On the Validity of ESO type methods in topology optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.21, pp.80-83, 2001
15) 藤井大地 : 建築デザインと最適構造，丸善，2008

柱梁構造物における崩壊性能設計法に関する研究

平瀬 世鏡[1)]，古川 忠稔[2)] 大森 博司[3)]

1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，hirase@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp

2)名古屋大学大学院環境学研究科，准教授，博士(工学)

3)名古屋大学，名誉教授，工博

1　序

現在の構造設計は1981年に改正された建築基準法いわゆる新耐震設計法をもとに設計が行われており,「人命の保護」という観点の下，建物が崩壊しないことを主な目的として設計が行われている。しかし，施主や使用者にとってはたとえ建物が崩壊に至らずとも，地震による建物の損傷度やその後の再使用性なども非常に重要な問題となる。これらを考慮するためには，建物の崩壊時のみに限定した設計ではなく，崩壊に至る過程についてもより詳細に把握し，設計を行うことのできる手法が必要となる。そこで本研究では，許容応力度や終局強度のみでなく

・任意の遷移点における耐力

・初期の遷移点における損傷位置

・任意の遷移点における層間変形角

などについても設計を行うことのできる崩壊性能設計法の提案と本手法の数値解析例について示す。ここで，遷移点とは荷重変位関係のグラフにおいて塑性ヒンジが形成される点(折れ曲がり点)を表している。

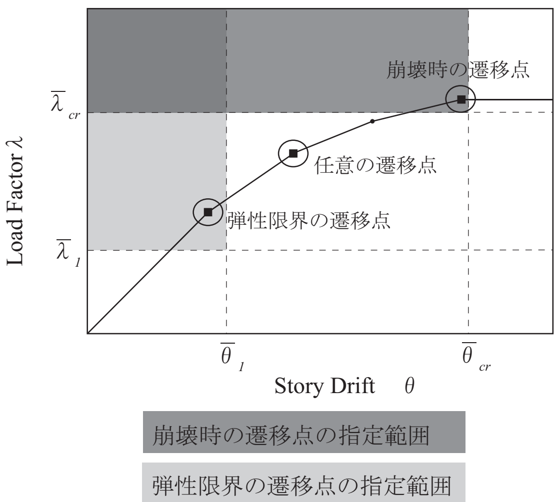


図1　手法の概念図

2　柱梁構造物における崩壊性能設計法

2.1　崩壊性能設計法の定式化

部材断面を設計変数とし，総重量を最小化するために総重量の逆数を目的関数とした次式のような単一目的最適化問題を考える。この際，静的荷重増分解析により構造物の崩壊機構の形成過程を計算し，設計を行う諸条件をペナルティ関数として目的関数に乗する。ここで，最適化手法としては遺伝的アルゴリズム(GA)を用いている。

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{W}\prod_j \boldsymbol{\gamma}_j \tag{1}$$

f　:　評価関数

W　:　構造物の総重量

$\boldsymbol{x}$　:　部材断面形状を表すベクトル

γ_j　:　制約条件j に対するペナルティ関数

2.2　ペナルティ関数

・荷重係数に関するペナルティ(γ_1)

図2に示すように，任意の遷移点において耐力の下限値$\bar{\lambda}_m^{ac}$を設定し，増分解析の結果，遷移点の耐力がそれを下回る場合についてはその差に応じてペナルティを課す。

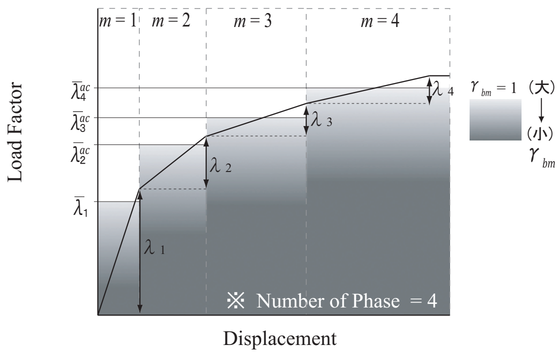


図2　荷重係数に関するペナルティ関数の概念図

・損傷位置に関するペナルティ(γ_2)

初期の遷移点における塑性ヒンジの発生位置を指定し，増分解析の結果，指定通りの位置で損傷しなかった場合にペナルティを課す。

・崩壊機構に関するペナルティ(γ_3)

構造物が層崩壊するのを避け，全体崩壊となるように，1階の柱脚および最上階の柱頭以外の柱に塑性ヒンジが生じた場合にペナルティを課す。

・層間変形角に関するペナルティ(γ_4)

任意の遷移点において層間変形角の上限値を設定し，増分解析の結果，遷移点の最大層間変形角がそれを上回る場合その差に応じてペナルティを課す。

2.3　フローチャート

本手法のフローチャートを図3に示す。

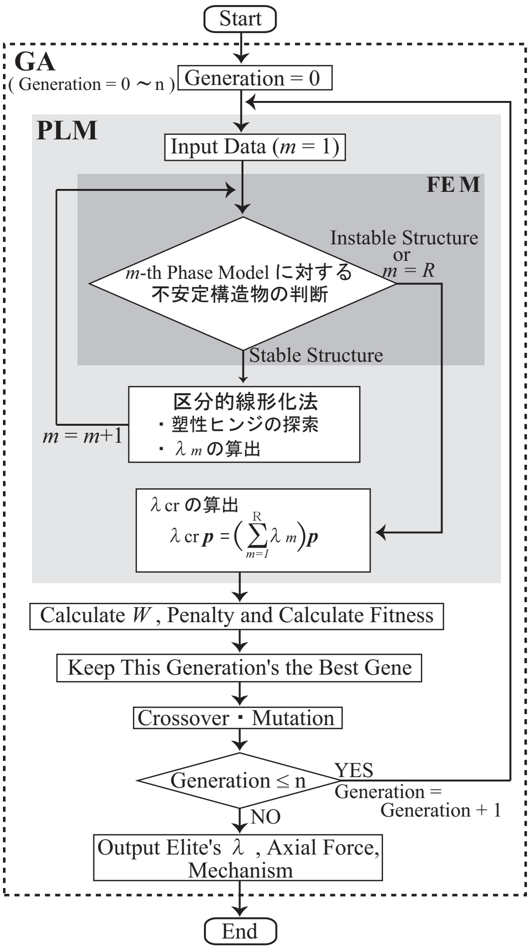


図3　フローチャート

3　数値解析例

3.1　解析モデル

解析の対象とするモデルとして，図4に示すような，3層2スパンの平面ラーメン構造物を考える。支持条件は固定支持とし，柱は角型鋼管，梁はH形鋼とする。

荷重条件に関しては，自重と積載荷重，地震荷重を考慮するものとする。積載荷重として，店舗の2400N/m^2（地震力用1300N/m^2）と通常人が使用しない屋上600N/m^2（地震力用400N/m^2）を用いる。ここで，積載荷重は，xz平面と垂直な方向に，前後4m，計8m分，図4の平面モデルに作用していると考える。地震荷重は$C_0 = 1.0$としたAi分布に基づく地震力を各層のX方向に作用させるものとする。この地震荷重を増分させるものとし，倍率を荷重係数λとする。

本解析例におけるGAパラメータを表1に，ペナルティ関数の条件を表2に示す。また，梁や柱の部材断面の選択範囲をそれぞれ表3，表4に示す。

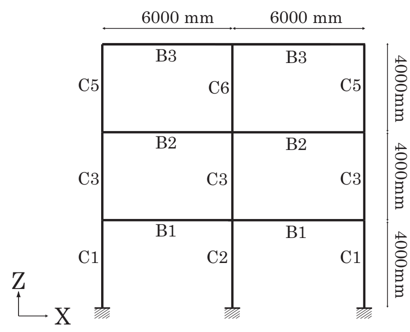


図4　Numerical model : **平面ラーメン**

表 1　GA パラメータ

アルゴリズム	単純GA
設計変数	9
個体数	30
世代数	5000
交叉率	0.7
突然変異率	0.3

※解の多様性を確保し，局所解に陥ることを避けるために突然変異率を高くしている。

表 2　制約条件

荷重係数	$\lambda_1 > 0.2$	$\lambda_{cr} > 1.2$
層間変形角	-	$\theta_{cr} < 1/60$

3.2　解析結果

ここでは荷重係数，崩壊機構，層間変形角について制約を課した場合の解析結果について示す。5000世代までの解析結果として，図5に荷重係数の推移を，図6に終局時の層間変形角の推移を示す。ここで，灰色で描かれた領域は荷重係数に関するペナルティが生じない領域(設計範囲)である。図8は最終世代で得られた最適解の崩壊機構の形成過程を示している。〇の番号は，ヒンジ発生順序を表す。各部材の数字は断面寸法である。また，ペナルティの推移については初期の20世代を拡大したものを図9に示す。(それ以降の世代ではペナルティは生じていない。)

これらの結果より，以下のことが確認できる。

・各荷重係数が指定範囲内に収まっていることから，耐力の確保が実現した。

・終局時の層間変形角が指定範囲内に納まっていることから，層間変形角の制御が実現した。

・全体崩壊形となっているため，骨組の靭性が確保されたと考えられる。

これら以外に得られた結果としては，終局時の荷重係数λ_{cr}と層間変形角θ_{cr}が設計値付近で得られた一方で，弾性限界の損傷時の荷重係数λ_1は設定した下限値付近の値とならなかった。ゆえに，今回の解析例ではλ_1に課している制約は解析に殆ど影響を及ぼしていないと考えられる。これは終局時の荷重係数に関する制約条件が弾性限界時の制約に比べ著しく厳しい設定となってしまっていたためだと推測される。

また，最適解として得られた部材断面において，上階の柱の断面が下階の柱の断面に比べ大きくなっていることが確認できる。通常は負担する軸力が下階の方が大きいことや施工上の問題から下階の柱の方が断面が大きくなるのが一般的である。しかし，今回の解析では柱脚を完全固定としていることと，崩壊機構に関するペナルティにおいて1階の柱脚に塑性ヒンジが発生することは許容しているのに対し，2階の柱には塑性ヒンジが生じることを許していないため，このような結果が得られたのだと考えられる。

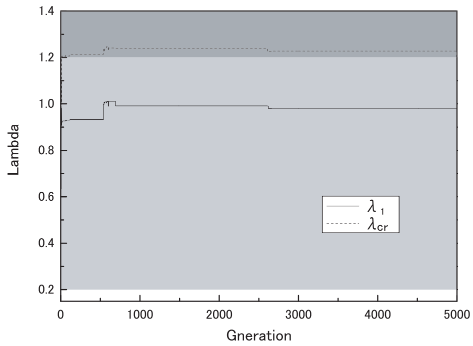


図5　荷重係数の推移

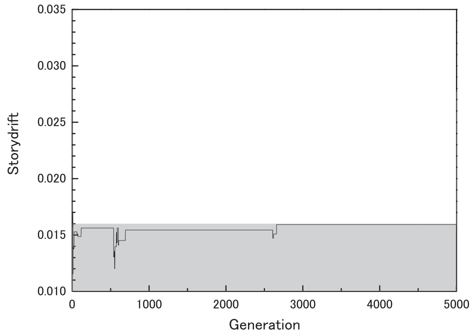


図6　層間変形角の推移

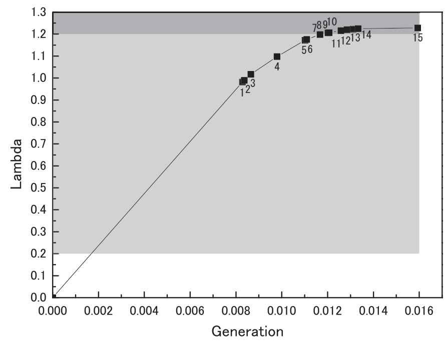
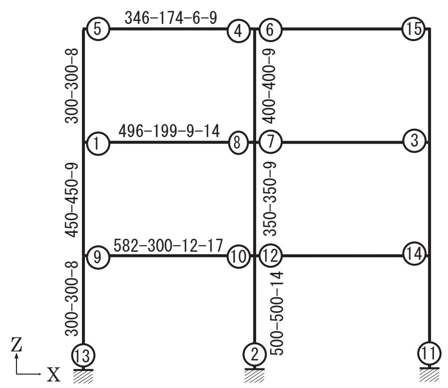


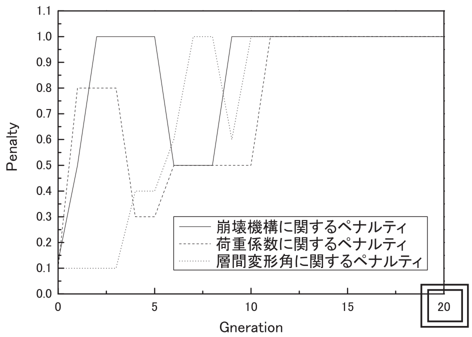
図7　荷重－層間変形角



〇の番号…ヒンジの位置と発生順序

他の数字…断面番号

図8　最適解の崩壊機構の形成過程



※許容応力度に関するペナルティは全世代に渡り生じなかったため，割愛する。

図9　ペナルティの推移

4　結

本稿では，遺伝的アルゴリズムによる最適化手法を用いて，建物が崩壊に至るまでの過程についてより詳細に設計することのできる手法として崩壊性能設計法の提案とその数値解析例について示した。本手法において設計することのできる項目は以下に示す通りである。

・任意の遷移点における耐力の指定

任意の耐力下における塑性ヒンジの数(建物の損傷の度合い)を制御することができる。

・初期の遷移点における損傷位置の指定

建物には構造や使用上の問題により補強・補修がしやすい位置とそうでない位置が存在するため，それらを考慮した設計が可能となる。

・任意の遷移点における変形の制御

変形を制御することで二次部材などへの影響を考慮できる。

今後については，部材や荷重のばらつきによる解析結果への影響などについて検討を行い，より実用性の高い手法への拡張を試みたい。

参考文献

1）山崎康太，船橋健吾，大森博司：空間骨組構造物における冗長性評価手法に関する研究，日本建築学会学術講演梗概集B-1 構造1，2009

2）池田奈保子，大森博司：柱梁構造物における冗長性評価手法に関する研究　冗長性を有する構造物の設計手法の提案，日本建築学会学術講演梗概集B-1 構造1，2013

表 3　H形鋼選択部材リスト

No	H	B	t_1	t_2	A(cm^2)	Ix(cm^4)	Zpx(cm^3)
1	100	50	5	7	11.85	187	44.1
2	125	125	6.5	9	30	839	152
3	150	75	5	7	17.85	666	102
4	175	90	5	8	22.9	1210	156
5	200	100	5.5	8	26.67	1810	205
6	194	150	6	9	38.11	2630	301
7	250	125	6	9	36.97	3960	358
8	244	175	7	11	55.49	6040	550
9	300	150	6.5	9	46.78	7210	542
10	294	200	8	12	71.05	11100	842
11	350	175	7	11	62.91	13500	864
12	340	250	9	14	99.53	21200	1380
13	396	199	7	11	71.41	19800	1110
14	400	200	8	13	83.37	23500	1310
15	446	199	8	12	82.97	28100	1420
16	450	200	9	14	95.43	32900	1650
17	496	199	9	14	99.29	40800	1870
18	482	300	11	15	141.2	58300	2700
19	596	199	10	15	117.8	66600	2580
20	692	300	13	20	207.5	168000	5500
21	792	300	14	22	239.5	248000	7140

※出典）森北出版株式会社『鋼構造[第2版]』2008年2月

表 4　角形鋼管選択部材リスト

No	H	B	t	A(cm^2)	Ix(cm^4)	Zpx(cm^3)
22	200	200	8	59.24	3570	421
23	200	200	12	85.3	4860	588
24	250	250	8	75.24	7230	676
25	250	250	12	109.3	10100	959
26	250	250	14	125.4	11300	1090
27	300	300	8	91.24	12800	991
28	300	300	9	102	14200	1100
29	300	300	12	133.3	18100	1420
30	300	300	14	153.4	20400	1620
31	300	300	16	173	22600	1810
32	350	350	9	120	23000	1520
33	350	350	12	157.3	29400	1970
34	350	350	14	181.4	33400	2260
35	350	350	16	205	37200	2530
36	400	400	9	138	34800	2010
37	400	400	12	181.3	44800	2610
38	400	400	14	209.4	51100	3000
39	400	400	16	237	57100	3370
40	450	450	9	156	50100	2560
41	450	450	12	205.3	64800	3340
42	450	450	16	269	82900	4330
43	450	450	19	315.2	95500	5020
44	500	500	12	229.3	90000	4160
45	500	500	14	265.4	103000	4790
46	500	500	16	301	116000	5410
47	500	500	19	353.2	134000	6290

※出典）森北出版株式会社『鋼構造[第2版]』2008年2月

自由曲面グリッドシェル構造の形状最適化

－ Natural approach の BV 法と Bézier 曲面利用による比較 －

辻孝輔[1]，本間俊雄[2]，横須賀洋平[3]

1) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生, k-tsuji@com.aae.kagoshima-u.ac.jp

2) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博, honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

3) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教，博（情報科学）, yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

グリッドシェル構造は形状や部材配置により、様々な荷重抵抗機構の構成が可能であり、自由曲面を有する空間構造を架構することができる[1)]。ただし、このような空間構造の設計では力学的合理性の直観的な評価が困難で、形態決定に多くの時間と手間が必要となる。ここに、構造最適化に基づいた形態創生法が注目されている。特に曲面構造の形状最適化における形状表現では、滑らかな曲面表現と設計変数の削減のため、パラメトリック曲面の利用例が多い[2)]。しかし、曲面構成の特性上、パラメトリック曲面の選択やパラメータの設定が形状表現の自由度に影響を与える[3)]。これに対し、複数の基本形状に基本変形モードの線形結合和で形状を表現するベーシスベクトル（basis vector method : BV）法がある[4)]。BV 法は形状表現が基本形状の構成に依存するため、基本形状の構成と選択に注意しなければならない[5)]。

本稿では BV 法を用い、自由曲面グリッドシェル構造の総ひずみエネルギ最小化による形状最適化の適用例を示す。基本形状作成には初期形状の節点に単位荷重を作用させた変形形状を採用する（natural approach）[6)]。なお、パラメトリック曲面の一つである Bézier 曲面による形状最適化も示し、得られる解形状と力学的特性および計算時間を BV 法と比較する。

以上より、BV 法と Bézier 曲面利用の形状最適化による解形状の相違点と BV 法の展望についてまとめる。

2　ベーシスベクトル（BV）法

BV 法は、初期形状に対する節点座標の移動を基本変形モードとして複数定義し、それらの線形結合和により形状を表現する（図 1）。初期形状を $\mathbf{R}_0$、基本形状を $\mathbf{R}_i$（i = 1, 2, …, l）とすると基本変形モードは l 個の $\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_0$ で与えられ、形状 $\mathbf{R}$ を次式で表現する。

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \sum_{i=1}^{l} \alpha_i (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_0) \qquad (1)$$

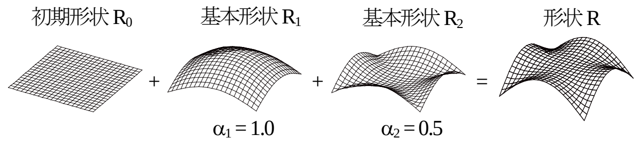


図 1 BV 法概念図

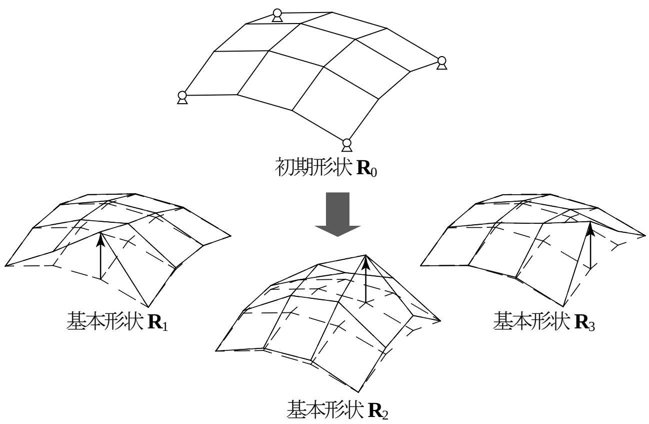


図 2 基本形状の作成

ここで、α_i（i = 1, 2, …, l）: 重み係数, l : 基本形状の数 である。つまり、最適化における設計変数は重み係数 α_i である。

ここでは、基本形状として各節点に単位荷重を作用させた際の変形形状（線形弾性範囲）を採用する。ただし、図 2 に示すように基本形状は、初期形状の支持部以外に各軸 x, y, z 方向に単位荷重を作用させた場合（法線方向モード）と鉛直方向のみに単位荷重を作用させた場合（鉛直方向モード）により生じる変形を利用する。

3　基本形状の作成

節点情報ベクトル $\mathbf{R}$ は式(1)の通りである。基本形状は初期形状の支持部以外の節点に単位荷重を作用させて作成する（図 3a）。つまり、法線方向モードと鉛直モードの基本形状の数は各々360 と 120 となる。

4 最適化問題の定式化

目的関数を総ひずみエネルギとした単一目的最適化は次式で与えられる。

$$\textit{Find} \quad \boldsymbol{\alpha} \tag{2}$$

$$\textit{to minimize} \quad f_t(\mathbf{R}(\boldsymbol{\alpha})) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d} \tag{3}$$

$$\textit{subject to} \quad \sigma_k(\mathbf{R}) \le \sigma_a \qquad (k = 1,2,\ldots,m) \tag{4}$$

$${}_zR^L \le {}_zR_j \le {}_zR^U \qquad (j = 1,2,\ldots,n) \tag{5}$$

ここで、$\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_i\,[\,(\,i = 1, 2, \ldots, l)\,])$: 重み係数ベクトル, $\mathbf{R}$: 節点情報ベクトル(節点座標値), n: 節点数,: f_t: 目的関数(総ひずみエネルギ), $\mathbf{d}$: 節点変位ベクトル $\mathbf{K}$: 剛性マトリクス, σ_k : k 部材の部材応力, σ_a: 許容応力度, m: 部材数, ${}_zR_j$ $(j = 1, 2, \ldots, s)$: 境界部以外の節点軸 z 方向座標値), ${}_zR^L = 0.0\ m$, ${}_zR^U = 7.0\ m$ とである。式(4)は許容応力度計算による応力制約(基準強度: 235 N/mm^2)である。形状高さの範囲を式(5)で既定する。なお、法線方向モードの設定では施工性を考慮して次式に示す制約条件を付加する。

$$\frac{|l_k(\mathbf{R}) - l(\mathbf{R})_{ave}|}{l(\mathbf{R})_{ave}} \le \beta \quad (k = 1,2,\ldots m) \tag{6}$$

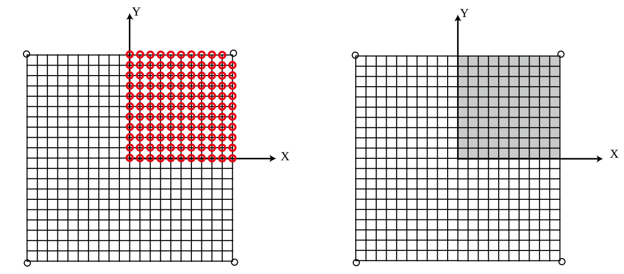
ただし, l_k : k 部材の部材長さ, l_{ave} : 各部材の平均部材長さ, β: 部材長さの誤差比率である。ここでは、β として接合部で充分に誤差の吸収ができる範囲 0.1%を設定する。解探索計算には逐次二次計画 (sequential quadratic programming : SQP)[5]法を採用し、解形状に対して線形座屈解析による構造安全性も確認した。

5 解析モデルの初期形状設定

解析モデルの初期形状は図 4 に示す球形状、スパン 20.0 m、ライズ 7.0 m、各部材長さを一律 1.08 m のグリッドシェル構造(節点数: 441、要素数: 840)である。各節点の座標値 z は次式で与える。

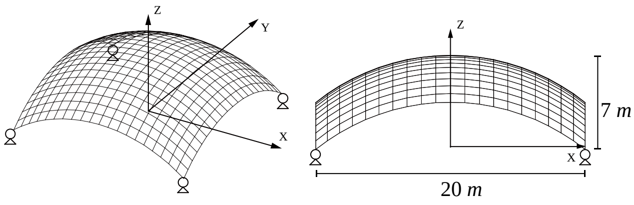
$$z = h(x^2 - a^2)(y^2 - b^2)$$
$$h = 7/a^2b^2 \tag{7}$$
$$a = b = 10$$

境界条件は隅角部をピン支持とする。荷重条件は自重 78.5 kN/m^3 と等分布荷重 1.0 kN/m^2 を鉛直下向きに作用させる。部材断面は円形鋼ϕ 267.4×8.0 mm の一定とする。各部材の材料定数は弾性係数 $E = 2.1\times10^8\ kN/m^3$, せん断弾性定数 $G = 7.8\times10^8\ kN/m^2$ である。なお、解析領域は構造形状と荷重載荷条件の対称性より全体の 1/4 領域のハッチング部(節点数: 121、要素数: 220)とする(図 3b)。



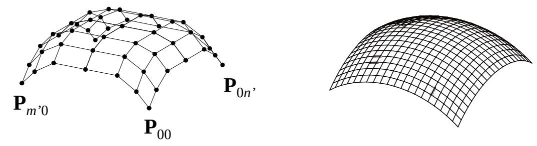
a. 単位荷重位置　　b. 解析領域

図 3 単位荷重位置と解析領域



a. 鳥瞰図　　b. 立面図

図 4 初期形状



a. 制御点配置　　b. 想定曲面形状

図 5 制御点と想定曲面形状

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u,v) = \sum_{i=0}^{m'}\sum_{j=0}^{n'} B_i^{m'}(u)B_j^{n'}(v)\mathbf{P}_{ij} \tag{8}$$

$$\mathbf{P}_{ij} = \begin{bmatrix} {}_xP_{ij} \\ {}_yP_{ij} \\ {}_zP_{ij} \end{bmatrix} \quad (i = 0,1,2,\ldots m',\ j = 0,1,2,\ldots n') \tag{9}$$

$$B_i^{m'} = \frac{m'!}{i!(m'-i)} u^i (1-u)^{m'-i} \tag{10}$$

6 Bézier 曲面

BV 法により得られた解形状と比較するために Bézier 曲面を用いた形状最適化を示す。Bézier 曲面は、制御点ベクトル $\mathbf{P}$ と Bernstein 基底関数 $B_i^{m'}$ で定義され、曲面上の任意の節点ベクトル $\mathbf{r}$ は次式で与えられる。

ここで、$u, v \in [0.0, 1.0]$: 位置情報パラメータ, m', n': 各軸方向の制御点数を示す。制御点と想定曲面の対応は図 5 に示す。

7 解析結果

図 6, 7 に各モードによる BV 法とそれに対応させた Bézier 曲面利用による最適化の解形状(a)と力学性状(軸

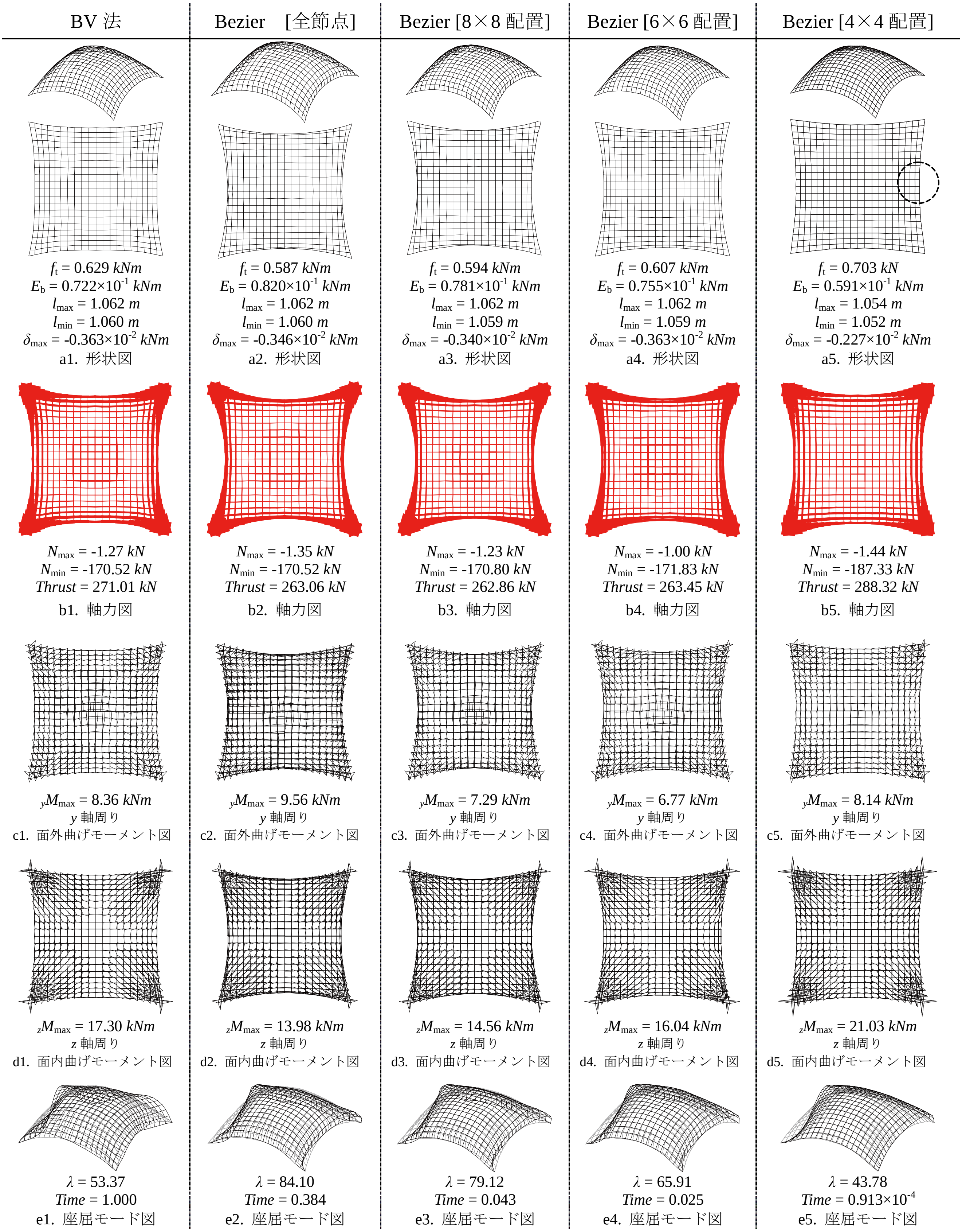


図 6 Case-A：法線方向モードと軸 x, y, z 方向の自由度の制御点による Bézier 曲面の最適形状との比較

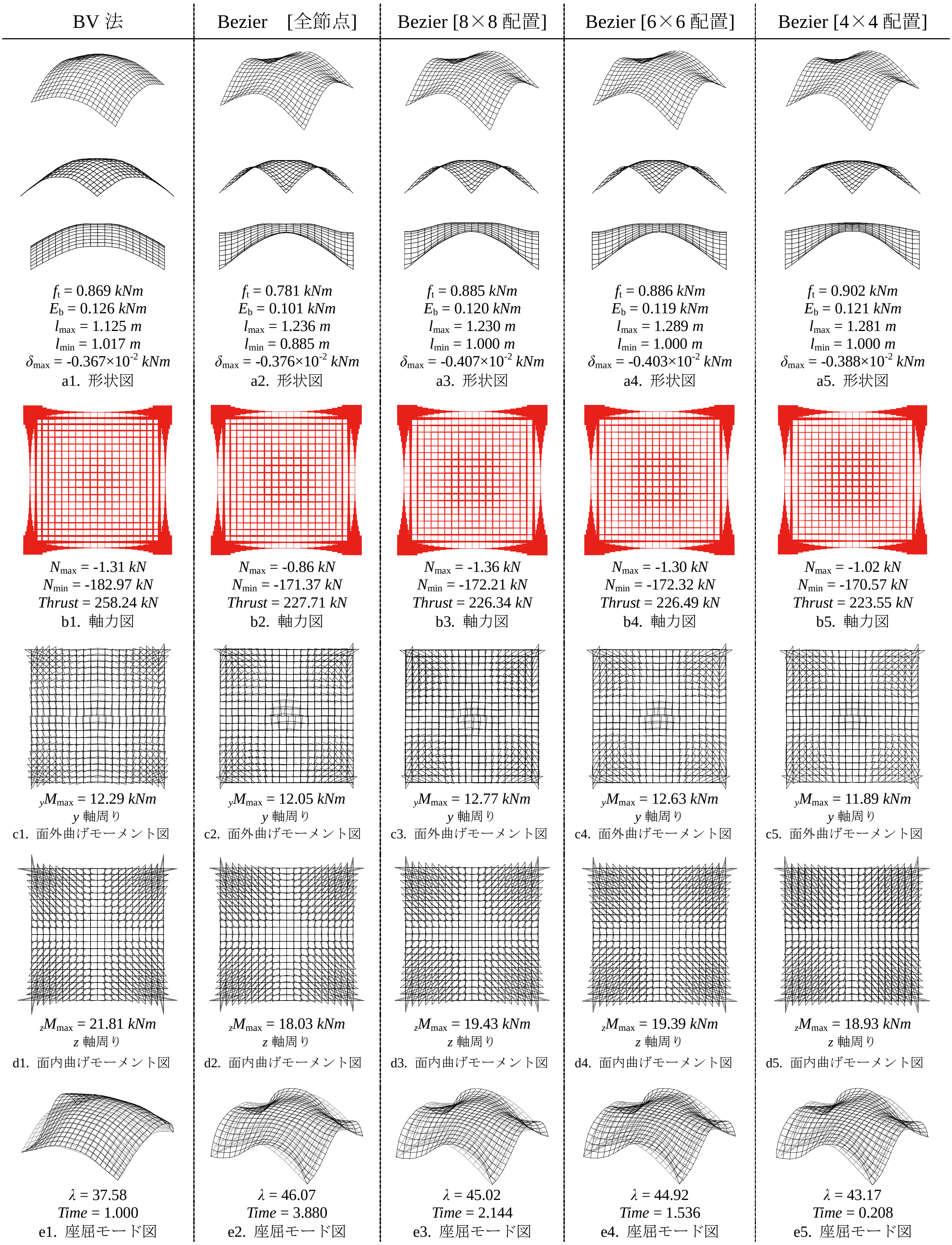


図 7 Case-B：鉛直方向モードと軸 z 方向自由度を持つ制御点による Bézier 曲面の最適形状との比較

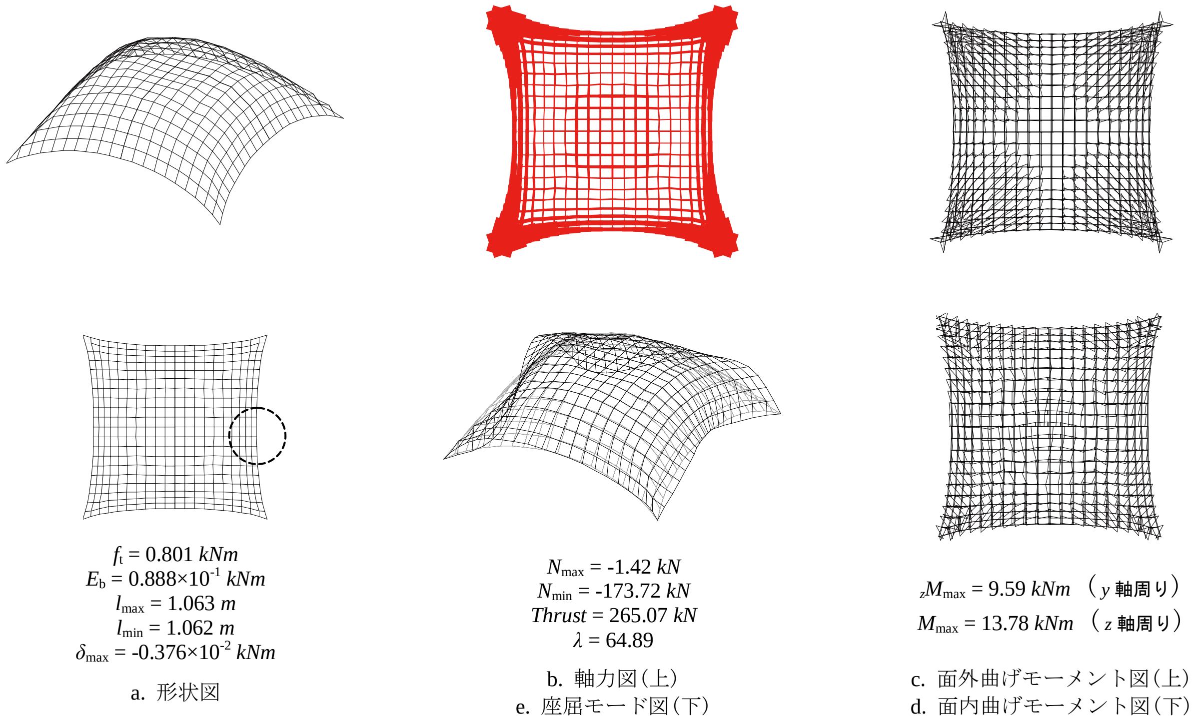


図 8 法線方向モードにおける BV 法による繰り返し計算による解形態の改良

力図(b)，面外曲げモーメント図(c)，面内曲げモーメント図(d)，座屈モード図(e)）をそれぞれ示す。各図中の数値情報は f_t：総ひずみエネルギ値, E_b：曲げひずみエネルギ値, l_{max}・l_{min}：最長･最短部材長, $_z\delta_{max}$：最大鉛直変位, N_{max}･N_{min}: 最大･最小軸力(正値: 引張力、負値: 圧縮力), *Thrust*：最大スラスト値, $_yM_{max}$･$_zM_{min}$：最大面外･面内の曲げモーメント, λ: 線形座屈荷重係数の値 である。*Time* は、BV 法の計算時間を 1 とした場合の比率を意味する。軸力図(a)は軸力の大きさに線の太さを比例させている。座屈モード図(e)の細線と太線は各々解形状と座屈モードを示している。BV 法における法線方向モードより得られた解形状は、軸 *x, y, z* 方向の自由度を持つ制御点を全節点に配置した場合と 8×8、6×6、4×4 で等間隔に配置した 4 つの場合の自由度を合わせた Bézier 曲面による解形状と比較する(Case-A)。鉛直方向モードより得られた解形状も Case-A と同様の制御点配置で自由度を合わせた Bézier 曲面利用の解形状と比較する(Case-B)。ただし、Case-B の基本形状は変形形状を適用しているために BV 法と Bézier 曲面利用による解形状の座標値 *x, y* には若干の差が見られる。なお、法線方向モードの BV 法で得られた解形状を初期形状に再設定し、繰返し計算することで得られた解形状と力学性状を図 8 に示す。

8 考察

Case-A(図 6)に示す BV 法を用いて得られた解形状は制御点を 4×4 に配置した Bézier 曲面の解形状より目的関数値の評価および線形座屈荷重係数が高い形状である。さらに、直接節点座標を設計変数とした場合に生じる、形状の波打つ現象も見られない。Bézier 曲面利用による解形状は制御点の増加に伴い、記号◌周辺の部材が形状の内側へ入り込む傾向がある。最大スラスト値が低減されていることから、この傾向は制御点が軸 *x, y, z* 方向の自由度を持つことで、形状の水平投影面積を減らすことに起因する。さらに、部材配置が変化することで、面内および面外曲げモーメントが小さくなり、これに伴い総ひずみエネルギが低減した。つまり、Bézier 曲面利用の場合は、制御点が増加することで解形状の自由度が向上する。ただし、Bézier 曲面による曲面表現は、制御点の配置と解析領域における境界部の条件設定が必要になる。

Case-B(図 7)において、BV 法による解形状は全節点を制御点とした Bézier 曲面利用の解形状を除いて、総ひずみエネルギが低い。しかし、Case-A における BV 法による解形状よりは総ひずみエネルギが大きい。これは、BV 法による解形状の自由度が、基本形状の多様性に対応していることを意味する。なお、制御点数が Case-A より密

な場合でも、BV 法の総ひずみエネルギが低い理由は、軸 z 方向自由度のみの Bézier 曲面を利用した解形状と、natural approach による BV 法の解形状に生じる座標 x, y の値の差が Case-A と同様に、影響を与えたからと考えている。なお、BV 法では極端な基本形状を採用しない限り、境界条件の設定のみで、モデル全体の曲面形状の連続性が確保される。

Case-A の場合、BV 法の計算時間比率が Bézier 曲面による比率に比べて大きい。これは、計算時間が設計変数の数に影響されることを意味する。なお、Case-A による BV法と軸x, y, z方向の自由度を持つ制御点を全節点に配置した Bézier 曲面利用の最適化では、設計変数の数が等しい。しかし BV 法は、節点情報ベクトルを式(1)で定義しているために、設定問題においては、収束するまでに時間を要する場合がある。これに対し、Case-B(図 7)ではBV 法の計算時間比率が制御点を 4×4 に配置した場合を除いて小さい。この理由は、初期形状と BV 法による得られた解形状が類似していることから、各節点に鉛直単位荷重を作用させた際に生じる変形形状の多様性が低いためと考えている。

さらに、BV 法による結果を順次、初期形状とする繰返し形状最適化では、総ひずみエネルギが低下し、線形座屈荷重係数の高い解形状を得る(図 8)。解形状の記号周辺はCase-AによるBV法で得られた形状より内側に入り込む。ただし、制御点配置が 6×6 より密な Bézier 曲面を利用した解形状より内側に入り込む傾向は見られない。なお、最適形状あるいはそれを初期形状に用いた、繰返し形状最適化により、得られる評価の高い解形状は、必ずしも大域的最適解である保証がないものの、設計解としての利用価値がある。

9　まとめ

本稿では、逐次二次計画(SQP)法を用いて、ベーシスベクトル(BV)法を曲面表現とした自由曲面グリッドシェル構造の総ひずみエネルギ最小化の形状最適化を行った。基本形状には、各節点にそれぞれ軸x, y, z方向に単位荷重を作用させた法線方向モードと、鉛直方向のみに単位荷重を作用させた鉛直方向モードによる変形形状を採用している(natural approach)。制御点数(配置)を変化させた Bézier 曲面利用の最適形状との比較により、BV 法はBézier 曲面利用における制御点などの設定をする必要がなく、簡単なアルゴリズムで評価の高い形状が獲得できることを示した。さらに、必要に応じて BV 法による繰返し計算をすることで、解形状の改良が可能である。

以上より、BV 法を用いた形状最適化は、設計解として評価の高い解形状が得られることを明らかにした。今後は上述の結果を踏まえ、解探索に発見的多点探索手法の用い、設計者の意思を反映させた意匠や機能面を考慮した多様な優良解形状獲得へ BV 法を展開させたい。

参考文献

1) KOLAREVIC B :*Architecture in the Digital Age･Design and Manufacturing*, Taylor and Francis, 2005.
2) 小河利行, 大崎純, 立石理恵 : 線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集 570,129-136, 2003.8.
3) 沖田裕介, 本間俊雄 : 優良解探索遺伝的アルゴリズム系解法による自由曲面グリッドシェルの構造形態創生 – 構造形態と曲面を記述する NURBS の階数の関係 –, 日本建築学会構造系論文集, 78, **687**, 949-958, 2013.5.
4) Pickett, R.M.and Runbinstein, M.F.and Nelson, R.B. : Automated Structural Synthesis Using a Reduced Number of Design Coordinates, *AIAA J.*, vol.11, no.4, 489-494, 1973.4
5) 能井宏弥, 藤井大地 : 力法の原理を用いたシェル構造の形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, 616, 121-126, 2007, 6.
6) Belegundu, A.D. and Rajan, S.D. : A Shape Optimization Approach Based on Naturak Design Variables and Shape Function, *Comput. Methods, Appl. Mech. Engrg.*, 66, 87-106, 1988.1.
7) 西森裕人, 本間俊雄 : 部材長一様化を考慮したグリッドシェル構造の形態創生, 日本建築学会, コロキウム構造形態の解析と創生, 33-38, 2013.10.
8) 茨城俊秀, 福島雅夫, *FORTRAN77 最適化プログラミング*, 岩波書店, 1991.
9) 川添勝介, 本間俊雄 : ベーシスベクトル法による自由曲面グリッドシェル構造の形状最適化と形状表現, 日本建築学会研究報告, 九州支部, 1 , 構造系, 53, 233-236, 2012.3.
10) 川添勝介, 本間俊雄 : 単位荷重時の変形形状に基づいたベーシスベクトル法によるグリッドシェル構造の形状最適化, 日本建築学会, コロキウム構造形態創生の解析と創生, 61–66, 2013,10.
11) 杉原厚吉: *グラフィックスの数理*, 共立出版, 1995
12) 日本建築学会 : *鋼構造設計基準 – 許容応力度設計法*, 日本建築学会, 2005.
13) Richard H. Gallagher, O.C. Zienkiewicz, 川井忠彦, 戸川隼人, *最適構造設計 -基礎と応用-*, 培風館, 1977.6.
14) 磯祐介, 大西和榮, 登坂宣好, *工学系の基礎数学 第二版*, 彰国社, 2004.1.

CA-ESO 法とボクセル有限要素法を用いた３次元位相最適化

岡部　諒 [1)]，藤井大地 [2)]，真鍋匡利 [3)]
1) 近畿大学大学院システム工学研究科大学院生
2) 近畿大学工学部建築学科，教授，博士（工学）
3) (株)木村建築設計事務所，修士（工学）

１　はじめに

境界形状だけでなく，内部の穴の数や穴の形状まで最適化できる位相最適化手法は，機械部品の軽量化や建築分野の構造形態の創生手法として，幅広く応用が進んでいる．位相最適化手法は，大きく数理計画法にもとづく方法と発見的手法にもとづく方法の２種に分類されるが，発見的手法であるCA-ESO 法は２次元の剛性最大化問題において，数理計画法にもとづく SIMP 法と同等以上の性能を有することが示された [1)].

ところで, BESO 法は，SIMP 法と非常に類似した方法で，SIMP 法が要素密度を連続関数として各ステップの密度の増減を求めるのに対して，BESO 法は各ステップの目標体積を定めて，歪みエネルギー感度の低い要素を除去し，感度の高い要素の周辺要素を付加する発見的手法である．したがって，チェッカーボードを防ぐ方法や複雑な位相をよりシンプルにするフィルタリング法などは SIMP 法と同様の手法を用いている [7)]

本論文では，文献 1)で提案した CA-ESO 法と Hollister and Kikuchi[2)]らによって提案されたボクセル（voxel）有限要素法を組み合わせた３次元構造物の位相最適化手法を提案し，数理計画法にもとづく SIMP 法 [3), 4)]，発見的手法にもとづく BESO 法と比較することにより，３次元問題における CA-ESO 法の有効性を検討する.

２　ボクセル有限要素法の概要

ボクセル有限要素法では，設計領域を包含する直方体領域（図 1）を考え，これを均等な直方体要素（voxel）で分割する．そして，実際の設計領域はボクセルの材料密度の有無（1/0）によって与える.

図 1 の直方体領域の各辺の長さをL_x, L_y, L_zとし，各辺の有限要素分割数をn_x, n_y, n_zとすると，直方体要素（voxel 要素）の各辺の長さl_x, l_y, l_zは次式で定義される.

$$l_x = \frac{L_x}{n_x},\quad l_y = \frac{L_y}{n_y},\quad l_z = \frac{L_z}{n_z} \tag{1}$$

この時, 領域各辺の節点数は$(n_x+1), (n_y+1), (n_z+1)$ であり，全節点数は$(n_x+1)\times(n_y+1)\times(n_z+1)$ となる.

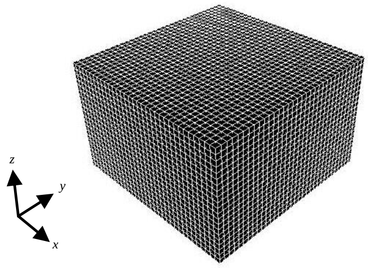


図１　ボクセル有限要素法の解析領域

CA-ESO 法では，各要素の Von Mises 応力を要素生滅の指標に用いるため，本論文では，応力の解析精度が高い８節点応力仮定法要素 [10), 13)]を用いる．本要素は，要素剛性マトリクスの計算にやや時間を要するが，ボクセル有限要素法では，すべて同一形状の要素を用いるため，１度計算して保存しておけば良い（ただし，異種材料を用いる場合は材料数分計算して保存する必要がある）.

応力仮定法要素 [10), 13)]の要素剛性マトリクスは次式となる.

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{M}_B{}^T \mathbf{M}_S{}^{-1} \mathbf{M}_B \tag{2}$$

ここに,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_S &= \int_{-\frac{l_x}{2}}^{\frac{l_x}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \mathbf{N}_S{}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{N}_S \, dxdydz \\ \mathbf{M}_B &= \int_{-\frac{l_x}{2}}^{\frac{l_x}{2}} \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} \int_{-\frac{l_z}{2}}^{\frac{l_z}{2}} \mathbf{N}_S{}^T \mathbf{B} \, dxdydz \end{aligned} \tag{3}$$

ただし,

$$\mathbf{N}_S = \begin{bmatrix} 1 & y & z & yz & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & z & x & zx & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & y & xy & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & y \end{bmatrix} \tag{4}$$

また，$\mathbf{D}$は弾性マトリクス，$\mathbf{B}$は要素内変位$\mathbf{u}$を次式で仮定した場合の歪ー変位関係マトリクスである.

$$\mathbf{u}=\begin{Bmatrix}u\\v\\w\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}N_1&0&0&N_2&0&0&\cdots&N_8&0&0\\0&N_1&0&0&N_2&0&\cdots&0&N_8&0\\0&0&N_1&0&0&N_2&\cdots&0&0&N_8\end{bmatrix}\mathbf{d}=\mathbf{Nd} \quad (5)$$

(2)式から作られる全体剛性方程式の解法には前処理付き共役勾配法[11]を用いる．前処理を行うマトリックスとしては全体剛性マトリックスの対角成分の逆数を対角項とする対角マトリックスを用いる．また，反復計算においては要素剛性マトリックスと変位ベクトルのかけ算を要素ごとに行い，これをベクトルとして保存していくElement-by-Element[12]法を用いる．

以上のCG法の反復計算によって得られた解（変位ベクトル）から各要素の応力$\boldsymbol{\sigma}$は次式から計算される．

$$\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{N}_S\mathbf{M}_S^{-1}\mathbf{M}_B\mathbf{d} \quad (6)$$

計算効率を上げるためには，(2)式の要素剛性マトリクスの他に，(6)式の$\mathbf{N}_S\mathbf{M}_S^{-1}\mathbf{M}_B$もあらかじめ計算して保存しておく必要がある．

３　SIMP 法による３次元構造の位相最適化

SIMP 法では，要素の剛性に比例する係数を要素密度と定義し，i番目要素の剛性マトリクスが次式で表されるものとする．

$$\mathbf{k}_i=(\rho_i)^{pp}\cdot\mathbf{k}^0_{pi}+(\rho_i)^{ps}\cdot\mathbf{k}^0_{si} \qquad 0<\rho_i\le 1 \quad (7)$$

ただし，$\mathbf{k}^0_{pi},\mathbf{k}^0_{si}$は$i$番目要素の垂直歪エネルギー成分とせん断歪エネルギー成分からなる初期要素剛性マトリクスを表す．また，ρ_iはi番目要素の要素密度を表し，pp, psは要素密度をなるべく0または1に近づけるためのべき乗係数である．ここで，要素剛性マトリクスを分離し，別々のべき乗係数を設定するのは，0 と 1 の間の中間密度のせん断剛性により大きなペナルティを課すためである．

SIMP 法では，(7)式の要素密度ρ_iを設計変数として，次式の最適化問題を解く．

$$\begin{aligned}&\min \quad f_{obj}(\boldsymbol{\rho})=C(\boldsymbol{\rho})=\mathbf{d}^T\mathbf{Kd}\\&\text{subject to} \quad m(\boldsymbol{\rho})=\sum_{i=1}^{N}\rho_i\le\bar{m}\\&\boldsymbol{\rho}=\{\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_i,\cdots,\rho_N\} \qquad 0<\rho_i\le 1,\quad (i=1,\cdots,N)\end{aligned} \quad (8)$$

ここに，Cはコンプライアンス，$\mathbf{d},\mathbf{K}$は節点変位ベクトルと全体剛性マトリクス，mは総密度，$\bar{m}$は総密度の制約値，Nは要素総数である．なお，ここではρ_iの下限値を$1/10^3$に設定している．

3 次元問題の(8)式の解法は文献 12)に示しているが，ここではこれを文献 13)の方法に改良して用いる．文献 13)の方法では，(8)式の目的関数f_{obj}を次式のように書き換える．

$$f_{obj}(\boldsymbol{\rho})=C(\boldsymbol{\rho})+w\cdot C^0\left[1/G(\boldsymbol{\rho})\right] \quad (9)$$

ここに，wは重み係数，C^0は初期（均等密度）のコンプライアンス，$G(\rho)$は次式で定義されるフィルタリング関数である．

$$G(\rho)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n_i}\left[\rho_i\rho_j+(1-\rho_i)(1-\rho_j)\right]\Big/\sum_{i=1}^{N}n_i \quad (10)$$

ただし，n_iはi番目要素と面を共有する要素の数である．(10)式のGは$0\le G\le 1$の範囲で，グレースケールやチェッカーボード状の密度分布が増えると値が小さくなる．目的関数を(9)式とした(8)式の最適化問題は，CONLIN 法を用いた非線形計画法で解かれる．

４　CA-ESO 法による３次元構造の位相最適化

CA-ESO 法による位相最適化では，図 1 に示すような設計領域における各有限要素の応力を指標として要素の除去・生成を繰返し，最終的に目的の位相（構造形態）を求める．この場合，SIMP 法等の数理計画法にもとづく方法と比較して感度解析の必要がなく，また，除去要素の密度を完全に 0 にできるため，特に 3 次元問題では最適化が進むほど計算効率が良くなる．

ここでは，ボクセル解析のメリットを生かすため，最適化の過程でリメッシュ(節点の再番号付け)は行わず，存在要素（または生成要素）の密度を 1，除去要素の密度を 0 とすることで設計領域を定義する．そして，除去要素（密度 0 の要素）は，Element-by-Element 法の計算から除外する．

4.1　ESO 法による要素の除去

CA-ESO 法では，要素除去に関しては，拡張 ESO 法のルールを用いる. 拡張 ESO 法[14]では, 各要素の Von Mises 応力を要素除去に関する指標とし，この応力が閾値以下になると要素が除去される．すなわち，

$$\rho_i=0 \quad \text{if} \quad \sigma_i^{VM}<X_{cr} \qquad ;i=1,\cdots,N_L \quad (11)$$

ここに，N_Lは残存要素数，ρ_iはi番目要素の材料密度，σ_i^{VM}はi番目要素の Von Mises 応力

$$\sigma^{VM}=\sqrt{\frac{1}{2}\left\{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6\left(\tau_{xy}{}^2+\tau_{yz}{}^2+\tau_{zx}{}^2\right)\right\}}$$

である. また, (11)式のX_{cr}は閾値で, 次式で定義される.

$$X_{cr}=\sigma_m-\eta\cdot\phi \quad (12)$$

ただし，σ_m と ϕ は残存要素の Von Mises 応力の平均値と偏差平均であり，次式から計算される．

$$\sigma_m = \frac{1}{N_L}\sum_{i=1}^{N_L}\sigma_i^{VM} \qquad \phi = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_L}\left(\sigma_i^{VM}-\sigma_m\right)^2 \Big/ N_L} \tag{13}$$

ここに，η は要素の除去量を制御する制御変数であり，η が大きいと要素が除去されにくく，η が小さいと除去されやすくなる．

4.2　CA 法による要素の生成

CA-ESO 法では，要素の生成を CA 法のルールに基づいて行う．本論文では，i 番目要素のノイマン近傍要素（面を共有する要素）に対して，次式の簡単なルールを採用する．

$$\rho_j = 1 \quad \text{if} \quad \sigma_i^{VM} \geq \sigma_m^{CA} \qquad ; j = 1,\cdots,n_i \tag{14}$$

ただし，σ_m^{CA} は残存要素の応力平均値で(13)式の σ_m と同様に計算される．また，n_i は面を共有する要素数である．

4.3　CA-ESO 法の計算フロー

図 2 は CA-ESO 法の計算フローを示したものである．図に示すように，本方法では，総密度 $m\,(=N_L)$ が与えた制約値 $\bar{m}$ より大きい場合は ESO 法による要素除去を行い，小さい場合は CA 法による要素生成を行う．そして，各ステップで制約条件を $0.95 < m/\bar{m} < 1.02$ の範囲で満たし，(12)式の σ_m と ϕ/σ_m が共に小さくなる解，すなわち次式の値が最小となる解を最適解として保存する．

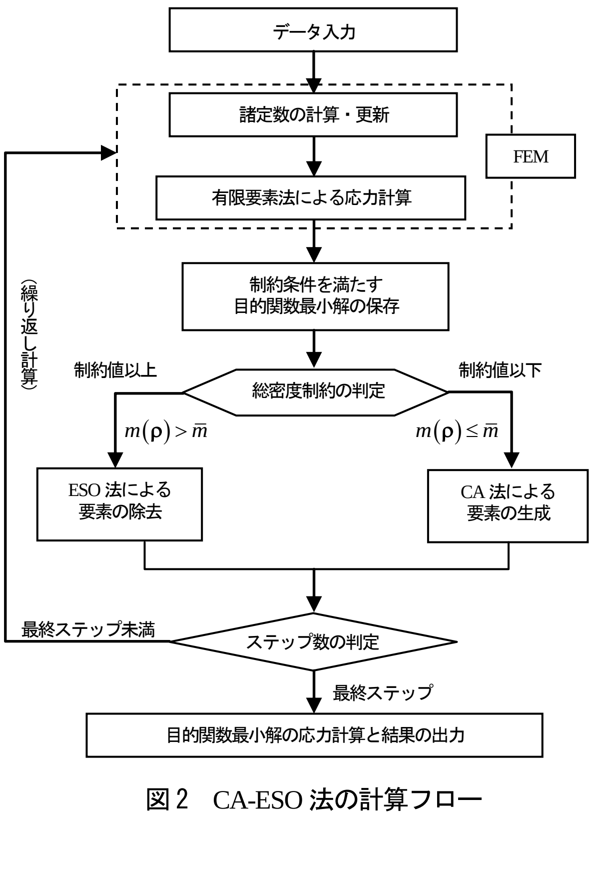


図 2　CA-ESO 法の計算フロー

$$f_{obj} = \sqrt{\left(\sigma_m/\sigma_m^0\right)^2 + \left\{\left(\phi/\sigma_m\right)/\left(\phi/\sigma_m\right)^0\right\}^2} \tag{15}$$

ただし，σ_m^0 および $\left(\phi/\sigma_m\right)^0$ は初期構造（0 step）の値．

5　解析例

5.1　基本的な例題

まず，文献 10)等で取り上げられている片持梁例題の解析を行う．図 3 は，設計領域および荷重条件・境界条件を示す．ただし，長さ L，幅 B，高さ H の比は 1.6 : 0.4 : 1 とし，設計領域の要素分割数は 80×20×50 としている．また，応力集中を防ぐため，荷重は 9 節点に均等に与えている．また，総密度制約値 $\bar{m}/m^0$ は 0.2，最適化ステップ数は 50 とした．

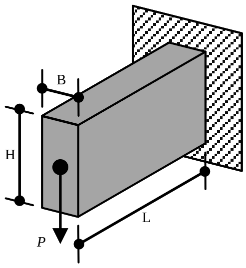


図 3　解析例 1

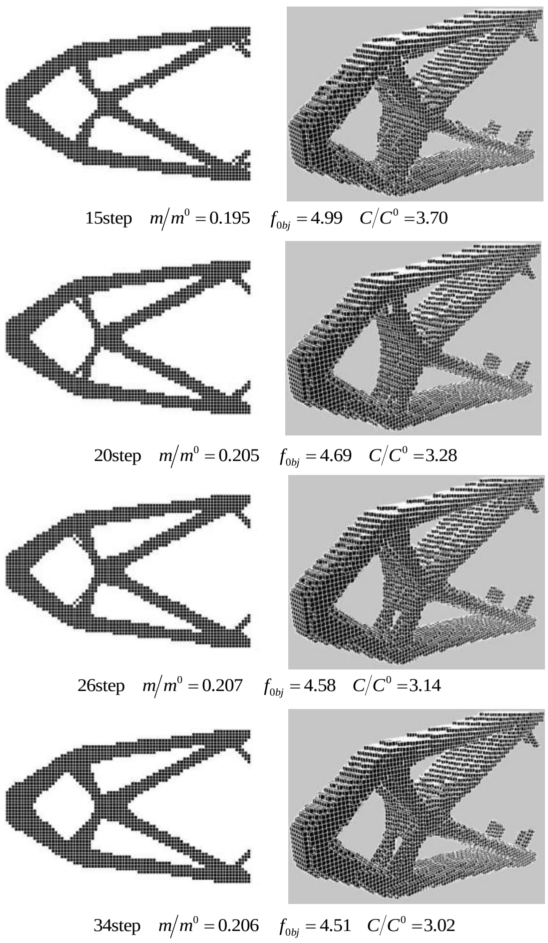


図 4　制約条件を満たす解の要素分布

図 4 は，総密度制約を $0.95 < m/\bar{m} < 1.05$ の範囲で満たす解の側面図と透視図を示したものである．また，図 5 は，各ステップの総密度比と(15)式の目的関数の推移を示したものである（図の縦の点線は，制約条件を満たす目的関数最小解が得られたステップ）．ただし，(12)式の η は 0.7 としている．なお，図 4 中には，コンプライアンス比 C/C^0 （C^0 は初期コンプライアンス）も示している．これらの図に示すように，ESO 法と CA 法の繰り返しにより，目的関数値および構造形態がより剛性の高いものに改善されて行くことがわかる．

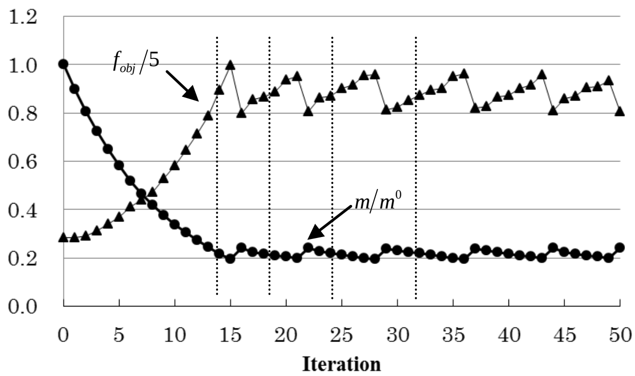


図 5　各ステップにおける総密度比（m/m^0）と目的関数 f_{obj} の推移

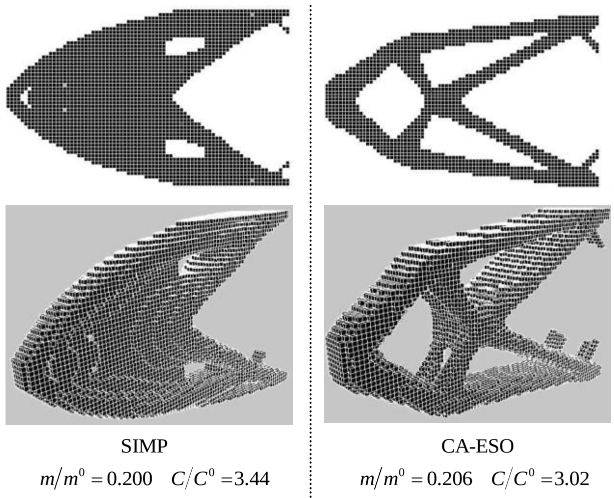


図 6　SIMP 法，BESO 法と CA-ESO 法の解の比較

図 6 は，SIMP 法の解と CA-ESO 法の解（図 4 の 34step の解）を比較したものである．ただし，SIMP 法では，(7)式の pp を 2， ps を 2.5（以下の解析例も同じ設定），(9)式の w を 2.0 とし，最適化ステップ数 50 として解析している．図より，SIMP 法の解は，内部構造が板（面）となっているのに対し，CA-ESO 法では骨組的な構造となっていることがわかる．また，コンプライアンス比も，CA-ESO 法の解の方が小さくなっている． なお，SIMP 法では，(8)式の w の値をさらに増加させれば内部構造に穴を空けることもできるが，コンプライアンス比が高くなり局所解となる．

次に，文献 16)に示される例題（図 7）の解析を行う．解析は，対称性を利用して 1/4 領域で行い，要素分割数は，60×60×40 の 144000 要素（1/4 領域）としている．また，総密度制約値 $\bar{m}/m^0$ は 0.05，最適化ステップ数は 50 としている．ただし，応力集中を避けるため，支持点の拘束は 4 節点で与えている．

図 8 は，各ステップの総密度比と(15)式の目的関数の推移を示したものである．この場合，総密度比制約を満足する解は，12，17，22，33，38，43，48 ステップで得られ，48 ステップの解が最適解となる．また，図 9 は，SIMP 法と CA-ESO 法の全領域の透視図を比較したものである．ただし，SIMP 法では，(8)式の w を 0.5 とし，最適化ステップ数 50 として解析している．

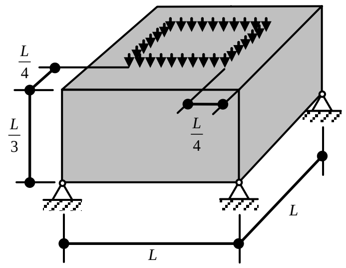


図 7　解析例 2

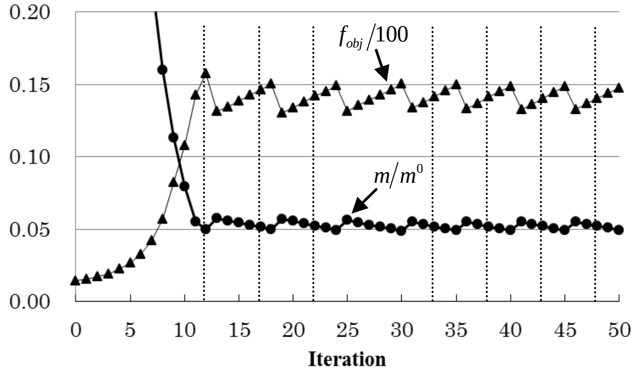
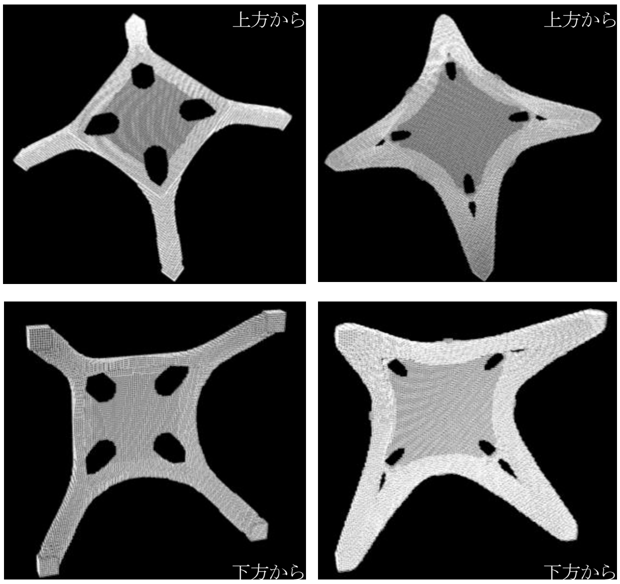


図 8　各ステップにおける m/m^0 と f_{obj} の推移

図 9 より，両解析共に同様な位相が得られているが，CA-ESO 法の解では SIMP 法と比較してコンプライアンス比が低く，ヒトデを連想させるより自然な形態が得られていることがわかる．



SIMP $m/m^0 = 0.05$ $C/C^0 = 3.40$　　CA-ESO $m/m^0 = 0.052$ $C/C^0 = 3.08$

図 9　SIMP 法と CA-ESO 法の解の比較

5.2　応用的な例題

次に応用例として，文献 10)に掲載されているイタリアフィレンツェ新駅コンペ案の構造形状決定に用いられた解析例を取り上げる．図 10 は，文献に示されている条件をもとに作成した設計領域である．解析は対称性を利用して 1/4 領域で行い，要素分割数は 150×42×30 の 189000 要素としている．ただし，長手方向中央の高さ 6m の空間と短手方向中央の 2m×6m のスリット（通路）は密度 0 に固定し，また，分布荷重が加わる上面一層は密度 1 に固定する．また，総密度制約値 $\bar{m}/m^0$ は 0.1，最適化ステップ数は 100 とし，支持点は応力集中を避けるため 9 節点の正方形領域で固定する．

図 11 は，解析で得られた最適位相の側面図と透視図を示している．

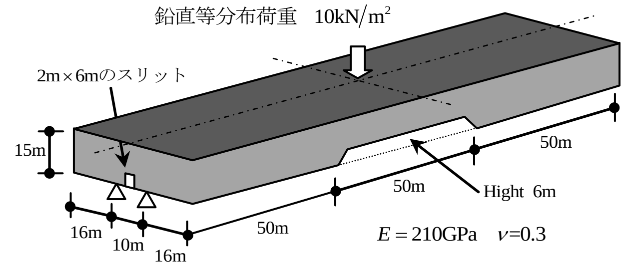
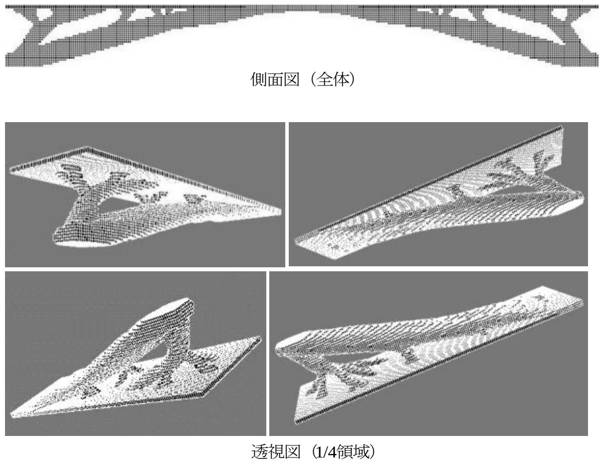


図 10　解析例 3

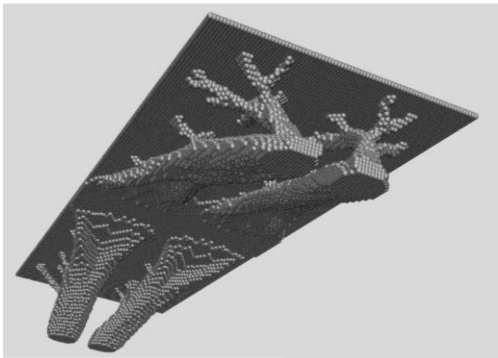
ただし，CA-ESO 法の η は 0.3 としている．図より，本解析結果は，文献 10)の結果とは多少異なるが，ボクセル解析においても要素分割を細かくすることで滑らかな形態が得られることがわかる．



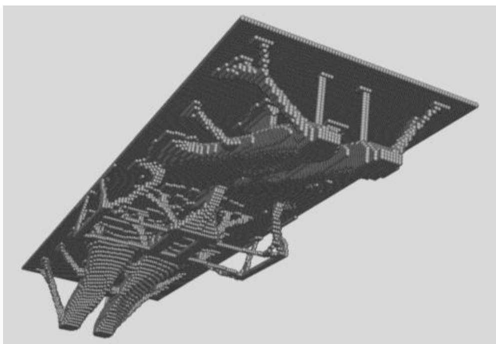
73step　$m/m^0 = 0.105$　$f_{0bj} = 5.64$　$C/C^0 = 2.55$

図 11　解析例 3 の最適位相

図 12 は，SIMP 法と CA-ESO 法の全領域の透視図を比較したものである．ただし，SIMP 法では(9)式の w を 1.0 とし，最適化ステップ数 50 としている．図より，CA-ESO 法の解は SIMP 法の解と比較して樹木を連想させるより自然な形態となっていることがわかる．



CA-ESO　$m/m^0 = 0.105$　$C/C^0 = 2.55$



SIMP　$m/m^0 = 0.100$　$C/C^0 = 2.67$

図 12　SIMP 法と CA-ESO 法の解の比較

６．まとめ

本論文では，発見的手法である CA-ESO 法とボクセル（voxel）有限要素法を組み合わせた 3 次元構造物の位相最適化手法を提案し，既往の文献に示される解析モデルで解析を行い，その有効性を検討した．その結果，以下のことが明らかになった．

(1) 提案手法（CA-ESO 法）では，最適化の過程で解析対象要素数が減少して行くため計算効率が良い．

(2) 提案手法では，連立方程式の解法として反復解法（前処理付共役勾配法）を用いているため，剛性マトリクスが特異となる場合も安定的に解が求まる．

(3) 提案手法では，element by element 法により全体剛性マトリクスを構成せずに連立方程式を解くため，4GB のメモリで数十万要素の問題が容易に解析できる．

(4) 提案手法では，ESO 法と CA 法の繰り返しの過程で最小解が更新（改善）され，より剛性の高い解が得られる．

(5) 提案手法では，フィルタリング等の特別の操作をしなくてもパラメータ η の設定でシンプルな形態が得られる．

(6) 提案手法の解と SIMP 法の解を比較した結果，いずれの場合も CA-ESO 法の方がより剛性の高い解が得られ，より自然に近い形態（ヒトデや樹木のような形態）となる．

ただし，以上の結果は，あくまで応力を指標とする剛性最大化問題に対して言えることで，他の最適化問題への適用性についてはさらに検証を行っていく必要がある．また，SIMP 法については，本論文に示すペナルティのかけ方およびフィルタリング法を用いた場合の結果であることを付記しておく．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. : Generating Optimal Topologies in Structural Design using a Homogenization Method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.71, pp.197-224, 1988
2) Suzuki, K. and Kikuchi, N. : A homogenization method for shape and topology optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.93, pp.291-318, 1991
3) Fernandes, J.M., Guedes, J.M., Rodrigues, H. : Topology optimization of three-dimensional linear elastic structures with a constraint on "perimeter", Computers and Structures, Vol.73, pp.583-594, 1999
4) Min, S., Nishiwaki, S., Kikuchi, N. : Unified topology design of static and vibrating structures using multiobjective optimization, Computers and Structures, Vol.75, pp.93-116, 2000
5) Xie, Y.M., Steven, G.P. : A simple evolutionary procedure for structural optimization, Computers and Structures Vol.49, pp.885–886, 1993
6) Young, V., Querin, O. M., Steven, G. P. and Xie, Y. M. : 3D and Multiple Load Case Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization (BESO), Structural Optimization, Vol.18, pp.183-192, 1999
7) Huang, X., Xie, Y.M. : Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.43, pp.1039-1049, 2007
8) Huang, X., Xie, Y.M. : Evolutionary topology optimization of continuum structures including design-dependent self-weight loads, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.47, pp.942-948, 2011
9) 大森博司，崔昌禹：等値線を利用した拡張 ESO 法による構造形態の創生，日本建築学会構造系論文集，第 539 号，pp.87-94，2001.1
10) 崔昌禹，大森博司，佐々木睦朗：拡張 ESO 法による構造形態の創生－三次元構造への拡張－，日本建築学会構造系論文集，第 576 号，pp.79-86，2004.2
11) 藤井大地，真鍋匡利：CA-ESO 法による構造物の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，Vol.78，第 691 号，pp.1569-1574，2013.9
12) 藤井大地：パソコンで解く構造デザイン，丸善，2002
13) 藤井大地：建築デザインと最適構造，丸善，2008
14) Zhou, M., Rozvany, G.I.N. : On the validity of ESO type methods in topology optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.21, pp.80-83, 2001
15) Hollister, S.J. and Kikuchi, N., Homogenization theory and digital imaging: a basis for studying the mechanics and design principles of bone tissue, Biotechnology and Bioengineering, 43, No.7, pp.586-596, 1994
16) 藤井大地，鈴木克幸，大坪英臣：ボクセル有限要素法を用いた構造物の位相最適化，日本計算工学会論文集，Vol.2，pp.87-94，2000

線形座屈荷重を目的関数とした自由曲面シェル構造の構造形態創生手法に関する研究

木村俊明[1)]，大森博司[2)]
1)(株) 佐々木睦朗構造計画研究所，博士 (工学)，sasaki@m-ssc.jp
2) 名古屋大学，名誉教授，工博，ohmori@nagoya-u.ac.jp

1　序

数ある建築構造の一つであるアーチやドームといった大空間建築では建築形態と力学的構造が一体となり，形と力学は強い関連性を持つ。近年，計算機の急激な成長を背景に構造解析，シミュレーション技術，施工技術が高度に発達し，複雑で，幾何学的な形態にとらわれない自由な形態が求められるようになってきている。しかし，こうした技術の高度化は力学的に不合理と考えられるものまでも建設可能にするため，近年に見る構造物の設計例の中には建築家の求める力学的根拠のない形態をそのまま用いたものが多くあるのが現状である [1]。不定形で自由な形態を有する曲面構造物の力学挙動は複雑であり，直感的な評価に基づく形状決定は一般に困難である。そのため，このような曲面構造物に対し，設計の初期段階で，定量的な構造的指標による曲面構造形態の提示法が望まれる。

一般に，シェル構造は主に面内力により応力伝達を行うものであることから，座屈といった不安定現象に対して十分な安全を確保する必要がある。しかしながら，これまで構造安定性を評価指標とする形状決定問題を扱った事例 [2, 3, 4, 5] には立体トラス・単層ラチスシェル等の空間骨組構造物を対象としたものが多く，連続体シェルを扱った事例は極めて少ない [6, 7]。

そこで，本論文では，連続体シェル構造を対象とした，構造安定性に富んだ自由曲面シェル構造の構造形態創生手法を提案する。また，数値解析例では手法の有効性を示すと共に，既報 [8, 9] の手法により，ひずみエネルギー最小化から得られる曲面形状との比較を行い，得られる曲面形状の力学特性についても併せて考察する。

2　最適化問題の定式化

本論文では，外力として自重と鉛直等分布荷重を受ける曲面構造物を対象とし，応力算定は有限要素法に基づく線形静的解析により，線形座屈荷重係数の算定は線形座屈解析により行う。曲面形状は N 個の NURBS の制御点により生成される n 個の節点で離散的に表現されるものとする。

また，曲面形状修正時，座標拘束される節点 (これを不動点と呼ぶことにする) の座標拘束総数を m とする。初期形状 (これを原曲面と呼ぶ) の制御点位置ベクトル $\boldsymbol{q}_0^s = [\boldsymbol{q}_{x0}^{s\top}\ \boldsymbol{q}_{y0}^{s\top}\ \boldsymbol{q}_{z0}^{s\top}]^\top \in R^{3N}$ と節点位置ベクトル $\boldsymbol{r}_0 = [\boldsymbol{r}_{x0}^\top\ \boldsymbol{r}_{y0}^\top\ \boldsymbol{r}_{z0}^\top]^\top \in R^{3n}$ と，制御点位置ベクトルの修正量 $\Delta\boldsymbol{q}^s = \boldsymbol{q}^s - \boldsymbol{q}_0^s$ と節点位置ベクトルの修正量 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0$ にはそれぞれ次の関係が成り立つ。

$$\boldsymbol{B}\boldsymbol{q}_0^s = \boldsymbol{r}_0 \tag{1}$$

$$\boldsymbol{B}\Delta\boldsymbol{q}^s = \Delta\boldsymbol{r} \tag{2}$$

また，原曲面の総体積を V_0，解曲面の総体積を V として，形状の修正に伴うシェル総体積の増減量 $\Delta V(\boldsymbol{q}^s)$ は以下のように書くことができる。

$$\Delta V(\boldsymbol{q}^s) = V - V_0 \tag{3}$$

本論文では，形状決定問題を，シェル総体積及び弾性ひずみエネルギーに制約を有する，線形座屈荷重最大化を目標とした単一目的最適化問題として取り扱う。

この問題の設計変数を NURBS の制御点座標 $\boldsymbol{q}^s$ とすると，次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\text{maximize} && f(\boldsymbol{q}^s) = \lambda\,(\boldsymbol{q}^s)\\
&\text{subject to} && h_1(\boldsymbol{q}^s) = \bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q}^s = \Delta\bar{\boldsymbol{r}} = \boldsymbol{0}\\
&&& g_1(\boldsymbol{q}^s) = -\Delta V(\boldsymbol{q}^s) + \Delta V^l \le 0\\
&&& g_2(\boldsymbol{q}^s) = \Delta V(\boldsymbol{q}^s) - \Delta V^u \le 0\\
&&& g_3(\boldsymbol{q}^s) = \frac{E_b(\boldsymbol{q}^s)}{E(\boldsymbol{q}^s)} - C \le 0
\end{aligned} \tag{4}$$

ここに，λ は線形座屈荷重係数を，$\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{m\times 3N}$ は不動点の座標拘束方向に関する行のみを $\boldsymbol{B}$ から抽出したマトリクスを，ΔV，ΔV^u 及び ΔV^l はそれぞれ総体積の

増減量と増減量の上下限値を表す。また，E，E_b はそれぞれ解曲面のひずみエネルギーと面外変形成分のひずみエネルギーを，C は任意定数を表す。解曲面が過度な曲げ抵抗型の形態へ変化することを防ぐため，制約条件式 $g_3(\boldsymbol{q}^s) = E_b(\boldsymbol{q}^s)/E(\boldsymbol{q}^s) - C \leq 0$ により，弾性ひずみエネルギーのうち，面外変形によるひずみエネルギーが占める割合を一定値以下となるように拘束している。

ここで，計算効率の改善のために，制約条件式の縮約 [10] を行う。

座標拘束を行う制約条件付き単一目的最適化問題 (4) の制約条件式 (総数 m)

$$\bar{\boldsymbol{B}}\Delta\boldsymbol{q}^s = \boldsymbol{0} \tag{5}$$

を満たすような $\Delta\boldsymbol{q}^s$ を求める。

$\bar{\boldsymbol{B}}$ は一般に正方行列ではないため，一般逆行列を用いて連立方程式 (5) を解かなければならない。$\bar{\boldsymbol{B}}$ の一般逆行列を $\bar{\boldsymbol{B}}^- \in R^{3N\times m}$ と表す。連立方程式 (5) の解は必ず 1 個は存在し，$\boldsymbol{\phi} = [\boldsymbol{\phi}_x^\top\ \boldsymbol{\phi}_y^\top\ \boldsymbol{\phi}_z^\top]^\top \in R^{3N}$ を任意のベクトルとして次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{q}^s &= (\boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{B}}^-\bar{\boldsymbol{B}})\boldsymbol{\phi} \\ &= \boldsymbol{G}\boldsymbol{\phi}\end{aligned} \tag{6}$$

ただし，$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{I} - \bar{\boldsymbol{B}}^-\bar{\boldsymbol{B}} \in R^{3N\times 3N}$

これより制約条件付き単一目的最適化問題 (4) は，式 (6) より，形状に関する制御点座標決定ベクトル $\boldsymbol{\phi}$ を持つ最適化問題に帰着される。

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && f(\boldsymbol{\phi}^s) = \lambda\left(\boldsymbol{\phi}^s\right) \\ &\text{subject to} && g_1(\boldsymbol{\phi}^s) = -\Delta V(\boldsymbol{\phi}^s) + \Delta V^l \leq 0 \\ &&& g_2(\boldsymbol{\phi}^s) = \Delta V(\boldsymbol{\phi}^s) - \Delta V^u \leq 0 \\ &&& g_3(\boldsymbol{\phi}^s) = \frac{E_b(\boldsymbol{\phi}^s)}{E(\boldsymbol{\phi}^s)} - C \leq 0 \end{aligned} \tag{7}$$

さらに，本論文ではペナルティ関数 γ_j を用いて制約条件付き単一目的最適化問題を無制約最適化問題に変換する。

$$\text{maximize} \quad h(\boldsymbol{\phi}) = f(\boldsymbol{\phi}) - \textstyle\sum_j^3\left(\gamma_j\right) \tag{8}$$

$$\gamma_j = \begin{cases} 0 & (\text{if } g_j \leq 0) \\ \infty & (\text{otherwise}) \end{cases}$$

3　最適化問題の解法

一般に線形座屈荷重係数のような固有値を目的関数とする最適化問題では，あるモードの固有値が上昇すると，他のモードの固有値が下降し，最適解で複数の固有値が重複する傾向にある [2]。このような場合，目的関数である線形座屈荷重の感度係数は設計変数に対し不連続となり，感度解析に基づく数理計画法では最適解を求めることが難しい。そこで，本論文では，非線形計画問題 (7) を遺伝的アルゴリズムにより解くこととする。遺伝的アルゴリズムは感度を用いずに解探索が可能であるため，本問題で想定される上記の問題が解決できると考えられる。ここでは，単純 GA と比べて効果的な操作が可能である CHC(Cross generational elitist selection[2 世代エリート選択], Heterogeneous recombination[異種間交叉]，Cataclysmic mutaion[大変動突然変異])[11] を採用している。

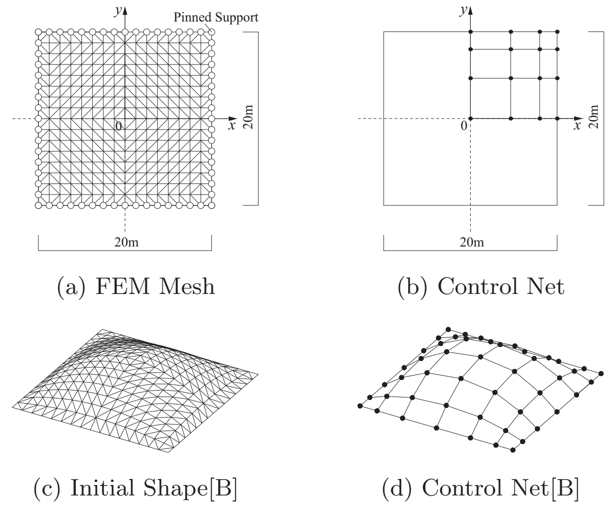
4　数値解析例：鉛直等分布荷重を受ける正方形平面を有する放物面シェル

具体的な数値解析例を通して本手法の有効性を示す。

4.1　解析概要

解析モデルは，一辺の長さが 20m の正方形平面を有し，外周部でピン支持された放物面シェル (ライズ 4m，ライズスパン比 0.2) とする。NURBS 制御点の配置は $x-y$ 平面に 7×7 個を配置する (図 1 (b)，(d)，(f))。C^2 級の連続性を確保するため，階数は 4，次数は 3 と設定する。また，設計問題の簡単化のため，重みは一様に 1 とする。ここでは，形状修正を鉛直方向のみとする場合に加え，全方向行う場合と，既報 [8, 9] で示した構造形態創生手法を同一条件下において適用した曲面形状 (以下ひずみエネルギー最小化曲面と呼ぶ) を用いて比較検討を行う。これにより計 4 種類の曲面形状を基に形状修正の自由度及び評価指標の違いによる曲面形状，力学性能の改善の状況を確認する。(表 1)

応力及び線形座屈荷重の算定は有限要素法による線形静的解析により行い，有限要素は三角形平面シェル要素を用いる。座屈モードの非対称性を考慮して解析対象は全領域とし，要素分割は 512 要素とする。境界条件は脚部で配置された 64 節点をピン支持とする。また，線形座屈荷重の算定にあたり，外力は $1\mathrm{kN/m^2}$ を鉛直に作用させることとし，材料条件としてヤング率を $2.1\mathrm{N/mm^2}$,



(a) FEM Mesh　(b) Control Net

(c) Initial Shape[B]　(d) Control Net[B]

[ライズスパン比 0.2(ライズ H=4m)]

図 1　解析モデル

z 座標は z=H/(10^2 × 10^2) ×(x^2 - 10^2)(y^2 - 10^2) より求める

表 1　解析ケース

解　析 ケース	ライズ スパン比	形状修正の指標	修正方向
1		線形座屈荷重 <u>最大化</u>	鉛直方向
2	0.2	線形座屈荷重 <u>最大化</u>	全方向
3		ひずみエネルギー <u>最小化</u>	鉛直方向

ポアソン比を 0.17 とする。断面寸法としてシェル厚は一様に 100mm とする。

なお，形状修正に関しては解析モデルの対称性を考慮して解析領域の 1/4 の部分の NURBS 制御点座標を未知量として取り扱い，形状修正時に座標拘束を受ける不動点は支持点とシェル頂点とする。したがって，本例題では，境界の形状及び頂点のライズは形状修正により変化しないことになる。

不等式制約条件については，総体積の増減量の最大値はそれぞれ原曲面総体積の 5% と設定する。これはシェル総体積の増減量は微小となるように扱うことで原曲面とほぼ同じ総体積を有する曲面を求めることを狙っている。

4.2　解析結果と考察

ケース 1，2 における線形座屈荷重係数の推移を図 2(a) (b) に示す。横軸は世代数を，縦軸は線形座屈荷重係数を表す。図中の実線は探索集団における目的関数の最大値の推移を，その他の 2 つの破線は目的関数の最小値及び平均値の推移を示している。各ケースにおける最大主応力・最大鉛直変位の比較を図 2(c) に示す。横軸は各ケース名を表し，左側の縦軸は最大主応力を，右側の縦軸は鉛直方向の節点変位の最大値を表す。

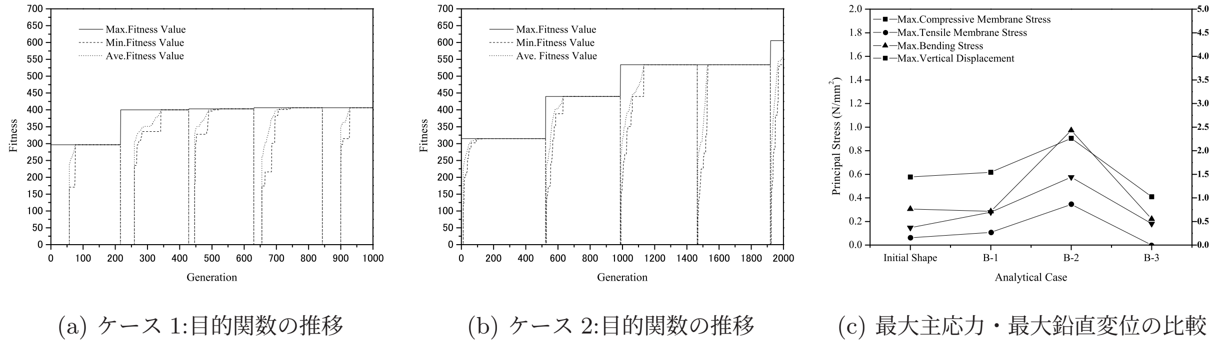
原曲面と各ケースにおける最適解曲面の形状の例を図 3 に示す。各図で上方には曲面形状のアイソメトリック図を，下方には立面図を示している。図中に $f(\phi)$ として示した値は線形座屈荷重係数を表す。また，r_p，r_b はそれぞれ面内，面外方向の弾性歪エネルギーの成分の比率を示し，次式による。

$$r_p = \boldsymbol{d}_p^\top \boldsymbol{K}_{Lp} \boldsymbol{d}_p / (\boldsymbol{d}_p^\top \boldsymbol{K}_{Lp} \boldsymbol{d}_p + \boldsymbol{d}_b^\top \boldsymbol{K}_{Lb} \boldsymbol{d}_b) \qquad (9)$$

$$r_b = \boldsymbol{d}_b^\top \boldsymbol{K}_{Lb} \boldsymbol{d}_b / (\boldsymbol{d}_p^\top \boldsymbol{K}_{Lp} \boldsymbol{d}_p + \boldsymbol{d}_b^\top \boldsymbol{K}_{Lb} \boldsymbol{d}_b) \qquad (10)$$

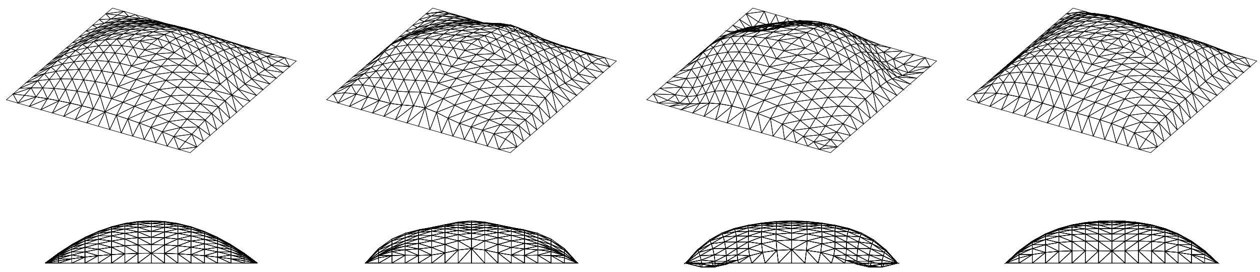
ここに添え字 p，b はそれぞれ面内成分，面外成分の値であることを示している。

自重及び鉛直等分布荷重 (1kN/m^2) 載荷時の原曲面及び各ケースにおける解曲面の，シェル中立面における膜応力に関する主応力図を図 4 に，曲げモーメントによる縁応力に関する主応力図を図 5 に示す。各図において，実線，点線はそれぞれ各要素図心における圧縮応力，引張応力を表し，線の長さは主応力の大きさを示す。また，各図において $\sigma_{\max}$，$\sigma_{\min}$ として示した値はそれぞれ各要素図心における引張膜応力，圧縮膜応力それぞれの最



(a) ケース 1:目的関数の推移　(b) ケース 2:目的関数の推移　(c) 最大主応力・最大鉛直変位の比較

図 2　目的関数の推移及び最大主応力・最大鉛直変位の比較



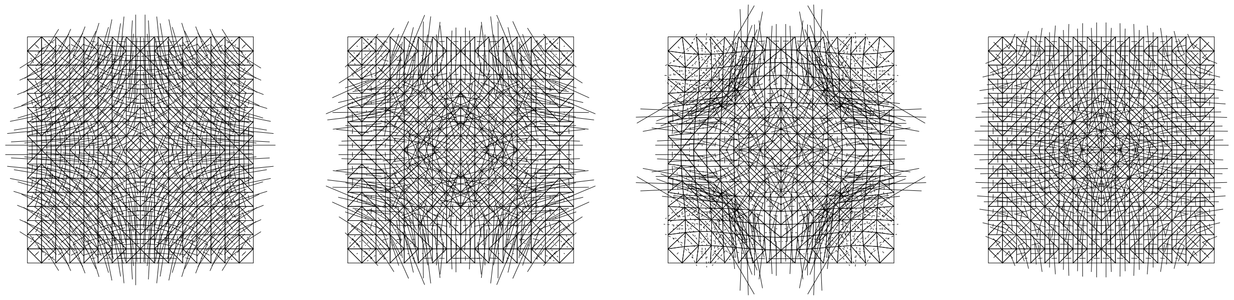
$f(\phi) = 298$, r_p=0.95, r_b=0.05 (a) 原曲面

$f(\phi) = 406$, r_p=0.92, r_b=0.08 (b) ケース 1

$f(\phi) = 606$, r_p=0.85, r_b=0.15 (c) ケース 2

$f(\phi) = 301$, r_p=0.96, r_b=0.04 (d) ケース 3

図 3　原曲面及び最適解曲面の形状の例



$\sigma_{\max}$ =0.061 N/mm^2, $\sigma_{\min}$ =0.577 N/mm^2 (a) 原曲面

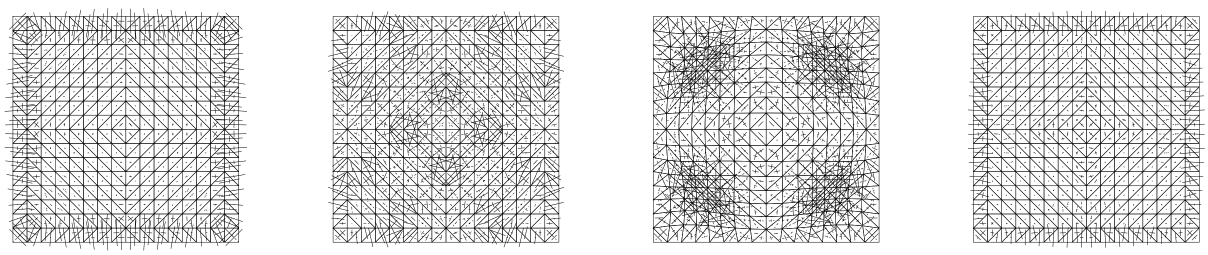
$\sigma_{\max}$ =0.107 N/mm^2, $\sigma_{\min}$ =0.617 N/mm^2 (b) ケース 1

$\sigma_{\max}$ =0.345 N/mm^2, $\sigma_{\min}$ =0.905 N/mm^2 (c) ケース 2

$\sigma_{\max}$ =0.000 N/mm^2, $\sigma_{\min}$ =0.409 N/mm^2 (d) ケース 3

図 4　主応力図 (膜応力)

(自重 + 鉛直等分布荷重 (1kN/m^2) 載荷時)



$\sigma_{b\,\max}$ =0.306 N/mm^2, $w_{\max}$ =0.37 mm (a) 原曲面

$\sigma_{b\,\max}$ =0.285 N/mm^2, $w_{\max}$ =0.70 mm (b) ケース 1

$\sigma_{b\,\max}$ =0.972 N/mm^2, $w_{\max}$ =1.44 mm (c) ケース 2

$\sigma_{b\,\max}$ =0.221 N/mm^2, $w_{\max}$ =0.45 mm (d) ケース 3

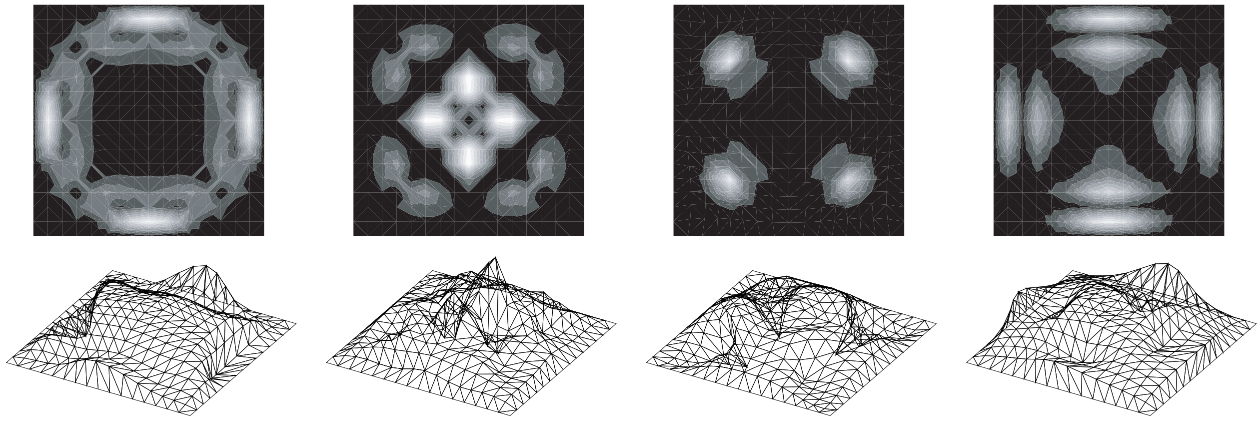
図 5　主応力図 (曲げモーメント)

(自重 + 鉛直等分布荷重 (1kN/m^2) 載荷時)

大の値を，$\sigma_{b\,\max}$ は各要素図心における曲げモーメントによる縁応力の絶対値のうちで最大の値を，$w_{\max}$ と示した値は，各節点の鉛直変位のうちで最大の値を示す。

原曲面及び各ケースにおける解曲面の線形座屈モードを図 6 に示す。上部には等高線を記した平面図を，下部にはアイソメトリック図を示している。上部の平面図には各曲面毎，線形座屈モードの応答量の絶対値に対して 10 分割した等高線を記しており，白色であるほど応答値が大きいことを示している。

各解析ケースにより得られた解曲面の固有値，及び各固有モードに対する線形剛性及び幾何剛性の大きさについての比較を表 2 に示す。ここで，λ_i^{opt}，λ_i^{ini} はそれぞれ解曲面と原曲面における i 次の固有値を表す。また固有モードに対する線形剛性及び幾何剛性の大きさについ



(a) 原曲面　(b) ケース 1　(c) ケース 2　(d) ケース 3

図 6　原曲面及び最適解曲面の線形座屈モード

表 2　モード別の固有値，線形剛性及び幾何剛性の変化

(a) ケース 1

次数	$\lambda_i^{opt}/\lambda_i^{ini}$	α_i	β_i
1	1.36	1.19	0.87
2	1.37	1.38	1.01
3	1.37	1.45	1.06
4	1.39	1.10	0.80

(b) ケース 2

次数	$\lambda_i^{opt}/\lambda_i^{ini}$	α_i	β_i
1	2.03	1.40	0.69
2	2.02	1.42	0.70
3	2.02	1.41	0.70
4	2.00	1.41	0.71

(c) ケース 3

次数	$\lambda_i^{opt}/\lambda_i^{ini}$	α_i	β_i
1	1.01	0.78	0.77
2	1.01	0.79	0.78
3	1.01	0.79	0.78
4	1.00	0.80	0.80

ては，各解析ケースともに 4 つの固有モード $\boldsymbol{\psi}_i$ をそれぞれ $\boldsymbol{\psi}_i^\top \boldsymbol{\psi}_i = 1$ となるように正規化を行い，次式で定義している。

$$\alpha_i = (\boldsymbol{\psi}_i^\top \boldsymbol{K}_L \boldsymbol{\psi}_i)^{opt} / (\boldsymbol{\psi}_i^\top \boldsymbol{K}_L \boldsymbol{\psi}_i)^{ini} \tag{11}$$

$$\beta_i = (\boldsymbol{\psi}_i^\top \boldsymbol{K}_G \boldsymbol{\psi}_i)^{opt} / (\boldsymbol{\psi}_i^\top \boldsymbol{K}_G \boldsymbol{\psi}_i)^{ini} \tag{12}$$

ここに添え字 opt，ini はそれぞれ最終形状，初期形状の値であることを示している。

図 2(a) (b)， 図 3 を見ると世代数の変化に伴い線形座屈荷重係数が上昇し，ケース 1，2 の解曲面における線形座屈荷重係数の値を原曲面と比較すると，ケース 1 で 1.36 倍，ケース 2 では 2.03 倍増加している。ここでケース 3 の解曲面の値で原曲面と比較すると 1.01 倍となっており，剛性の高い曲面形状が座屈に対して必ずしも有利にならないことが確認できる。また，ケース 1 の解曲面は対角線方向のシェル脚部で平坦に，ケース 2 では同様の位置で曲面が下側に窪む形状を示していることが確認できる。

図 3 に見られる形状の相違と併せて，図 2(c) を見ると，ケース 1，2 における解曲面における外力に対する弾性応答量はいずれの値も原曲面及びケース 3 の解曲面より増加している。構造安定性に富んだ曲面形状が，外力に対して効率の良い力の伝達方式を必ずしも有しているわけではないことが確認できる。

図 4 を見ると，原曲面及びケース 3 の解曲面が平面上で最短距離となるアーチ方向に，圧縮力で力を伝達するものであることに対し，ケース 1，2 の解曲面は対角線方向の引張力とそれと直交する圧縮力による力の伝達方式となることを示している。また，図 5 を見ると，ケース 1，2 の解曲面は平面中央近傍にある凹凸部で局部的に曲げモーメントが発生し，部分的に曲げによる伝達が行われている様子が確認できる。ケース 1，2 は弾性応答に対して効率的な力の伝達方式である傾向は見られず，対角線方向の引張力とそれと直交する圧縮力による伝達が行われていることがわかる。

また，座屈モードについて，図 6 に注目すると，ケース 3 の解曲面は原曲面と同様にシェル脚部で大きくゆがむモードを示すのに対し，ケース 1，2 の解曲面は全く異なり，対角線方向の支点近傍，または中央部にて局部的な座屈モードを示している様子が確認できる。ここで，表 2 を見ると，1 から 4 の次数において，同様の割合で線形座屈荷重係数が上昇すること，低次固有値の上昇に伴う高次固有値の下降が見られないことを確認できる。さらに，ケース 1，2 の解曲面で幾何剛性が減少する傾向があり，主として応力分布が座屈荷重の増大に大きく

寄与していることがわかるが，ケース 3 の解曲面は幾何剛性と同様に線形剛性の著しく減少し，座屈荷重の増大が起きていないことを確認できる。

5　結語

本論文では構造安定性に富んだ自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案を目的とし，目的関数として線形座屈荷重係数，設計変数を形状に関する NURBS 制御点座標とした単一目的最適化問題を骨子とする曲面形状決定手法を示した。また，数値解析例により本手法の有効性を示すとともに，得られる曲面形状の力学特性を併せて論じた。

例題より，境界部の近傍にて曲率の変化をつけるような形状修正を行い，圧縮力のみならず，効果的に引張力による力の伝達を組み合わせた力の流れを有する曲面形状が得られること，それにより座屈モードに対する線形剛性の増大，幾何剛性の減少を効果的に施し，構造安定性に富んだ曲面形状が得られることを確認した。

また，既報 [8, 9] にて提案する手法を基に，同一条件下で求めた曲面形状と比較すると，本手法により得られる曲面は構造安定性に富む傾向があるが，弾性応答に対する力学量が増大する傾向が見られ，線形剛性と構造安定性との間に，ある一定のトレードオフの関係があることを確認した。

得られた曲面形状の応力伝達を見ると，曲げモーメント及び引張力が顕著に表れていることが確認された。このことは仮に構造種別として鉄筋コンクリート造を想定すると，曲げモーメント，引張軸力によるひび割れおよびそれに伴う剛性低下が懸念されるため，実用上では，これらの応答量に対して許容範囲を適切に定め，工夫を施す必要があると考えられる。しかしながら本論文で提案する手法を利用することにより，曲面構造の形状決定において座屈に対する安全性の確保がクリティカルとなる際に，構造安定性に富んだ曲面形状を特別な手続きを用いず効率的に得ることが可能となり，構造計画段階において有効な指標をもたらすことができると考えられる。

参考文献

1）川口衛：美しき構造設計の世界，建築ジャーナル，No.1147, pp.6-7, 2008

2）山本憲司，皆川洋一，大森博司：座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究, 日本建築学会構造系論文集，No.564, pp.95-102, 2003

3）山本憲司，皆川洋一，大森博司：剛性行列のブロック対角化を利用した線形座屈荷重を目的関数とする単層トラスドームの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集，No.578, pp.51-58, 2004

4）小河利行，大崎純，立石理恵：線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化，日本建築学会構造系論文集，No.570, pp.129-136, 2003

5）陳沛山, 川口衛：スペース・フレームの最大座屈荷重形態，日本建築学会構造系論文集，No.489, pp.41-46, 1996

6）Reitinger, R.，and E.Ramm：Buckling and Imperfection Sensitivity in the Optimization of Shell Structures，Thin-Walled Struct，Vol.23, pp.159-177, 1995

7）E.Ramm，K.U.Bletinger and R.Reitinger：Shape Optimization of Shell Structures，Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structures(IASS)，Vol.34, pp.103-121, 1993

8）木村俊明，大森博司：形状と厚さの同時最適化法の定式化とその応用-自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その 1), 日本建築学会構造系論文集，No.640, pp.1091-1098, 2009

9）木村俊明，大森博司：形状と厚さの同時最適化法の構造位相決定問題への応用-自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案 (その 2), 日本建築学会構造系論文集，No.648, pp.367-376, 2010

10）浜田英明，大森博司：設計者の選好と力学的合理性を勘案した自由曲面シェル構造の構造形態創生法の提案 その 2 最適性条件による理論的解法，日本建築学会構造系論文集，No.618, pp.143-150, 2007

11）坂和正敏，田中雅博：遺伝的アルゴリズム，朝倉出版，1995

部材長一様化と接合角を考慮したグリッドシェル構造の形態創生

西森裕人 1)，本間俊雄 2)，横須賀洋平 3)
1) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，nishimori@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博，honma@aae.kagoshima-u.ac.jp
3) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教，博（情報科学），yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1 はじめに

自由なフォルムの建築形態を実現する施工技術の進歩に伴い、グリッドシェル構造は大空間を有する構造物の設計に広く利用され始めている [1), 2)]。このようなグリッドシェル構造の形態決定では、力学的合理性や意匠性と共に施工・生産性が重要な評価尺度となる。施工管理の観点から、部材長一様化や部材の接合角を考慮した力学的合理性を満たす最適解を獲得する研究例もみられる [3), 4)]。一方、宇宙構造物の分野ではトラス架構を可変長部材に置き換える要素技術により、構造物に様々な幾何学的あるいは力学的条件に適応する能力を保有させる研究が進められている。しかし、部材長や接合角といった非力学的指標に基づく最適化では制約条件を満たす許容解が少なく、画一的なデザイン形状になる可能性が高い。

本研究では、構造最適化による大域的最適解だけを獲得するのではなく、各種制約条件を満たす存在可能な許容解の内、大域的最適解や局所最適解を含む比較的評価の高い解を優良解と定義して、多種多様な優良解の獲得を目指す。積極的な優良解の活用は設計初期段階での形態決定の選択肢を広げ、設計者の意図した建築形態の実現に繋げられると考えている。

本稿は、まずロボット工学のマニピュレータに用いられる機構・運動学に基づく、部材長一様化と接合角を考慮した幾何学的な曲面表現について概説する。その後、幾何学的な曲面表現を用いて形状と部材断面を最適化する自由曲面グリッドシェル構造の形態創生例を示す。通常構造物の表現で用いるパラメトリック曲面を利用した最適解との比較を行い、部材長一様化と接合角を考慮した最適化により得られる解の多様性についての知見を示す。数値計算例では、総ひずみエネルギと曲げひずみエネルギ最小化の単一目的最適化を扱い、得られた解の力学特性も検討する。なお、大域的最適解の探索に単純遺伝的アルゴリズム（standard genetic algorithms: SGA）を用い、優良解探索にはISGA（GA with immune system）[5), 6)] を採用する。

2 部材長一様化と接合角を考慮した曲面表現

産業用ロボットアームに代表される直列型メカニズムのマニピュレータを格子状に組合わせた矩形境界形状のグリッドモデルを用いて、構造物の部材長一様化と接合角を考慮した幾何学的な曲面表現の計算手順について以下に説明する。

2.1 運動学関係式

図 1aのグリッドモデル全体は、太い実線で示した部材軸を x 軸に沿わせた10自由度マニピュレータの部材を y 軸方向に並べて組合せ、xy 平面で部材軸が直交する幾何学的なモデルである。この直列型メカニズムの機構からなる n 自由度マニピュレータの運動学関係式を示す。

2.2 順運動学

マニピュレータの部材長と接合角を入力し、その形状と先端位置を出力する順運動学では、解は必ず一意に決まり、構成される形状の節点座標は次式で定義される。

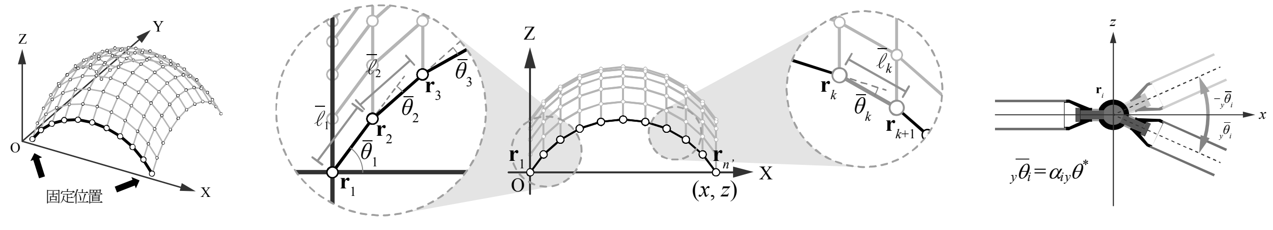
$$\mathbf{r}_k = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \cdots + \mathbf{L}_{k-1} \qquad (k = 1,2,\cdots,n') \tag{1}$$

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{T}_1\mathbf{T}_2\mathbf{T}_3\cdots\mathbf{T}_i\mathbf{L}'_i\ , \qquad \boldsymbol{\theta}_i = \sum_{j=1}^{i}\boldsymbol{\theta}'_j \qquad (i = 1,2,\cdots,l') \tag{2}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{T}_i &= {}_zT_i({}_z\theta_i)\cdot{}_yT_i({}_y\theta_i)\cdot{}_xT_i({}_x\theta_i)\\ &= \begin{bmatrix} Cz_iCy_i & Cz_iSy_iSx_i - Sz_iCx_i & Cz_iSy_iCx_i + Sz_iSx_i \\ Sz_iCy_i & Sz_iSy_iSx_i + Cz_iCx_i & Sz_iSy_iSx_i - Cz_iSx_i \\ -Sy_i & Cy_iSx_i & Cy_iCx_i \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{3}$$

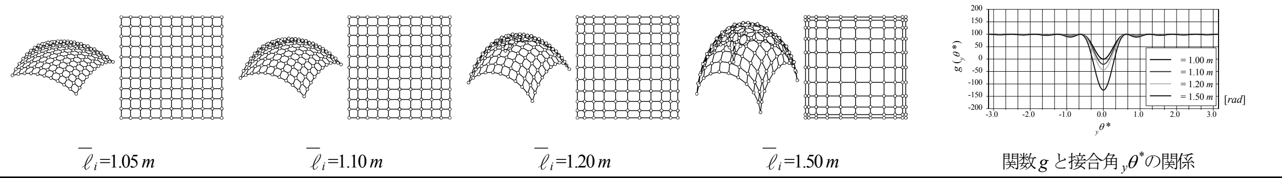
$$\mathbf{L}'_i = \begin{bmatrix} {}_x\ell'_i \\ {}_y\ell'_i \\ {}_z\ell'_i \end{bmatrix}, \qquad \boldsymbol{\theta}'_i = \begin{bmatrix} {}_x\theta'_i \\ {}_y\theta'_i \\ {}_z\theta'_i \end{bmatrix} \tag{4}$$

ここで、$\mathbf{r}_k$(=[${}_xr_k$, ${}_yr_k$, ${}_zr_k$])：節点座標ベクトル, n'：節点数, $\mathbf{L}_i$ (=[${}_x\ell_i$, ${}_y\ell_i$, ${}_z\ell_i$])：部材長ベクトル（全体座標系），$\boldsymbol{\theta}_i$ (=[${}_x\theta_i$, ${}_y\theta_i$, ${}_z\theta_i$])：接合角ベクトル（全体座標系），l'：部材数, $\mathbf{T}_i$：回転行列, ${}_xT_i$：x 軸まわりの回転行列（Cx_i, Sz_i は $\cos_x\theta_i$, $\sin_z\theta_i$ の略記），$\mathbf{L}'_i$：部材長ベクトル（局所座標系），$\boldsymbol{\theta}'_i$：接合角ベクトル（局所座標系）である。なお、個々の部材と接合角は独立してその長さと角度を調節できる。図 1bに示した全部材長を $\bar{\ell}$ に一様化し、接合角を $\bar{\theta}$ に一律とするマニピュレータの順運動学では、式(1)，(4)の $\mathbf{r}_k$，

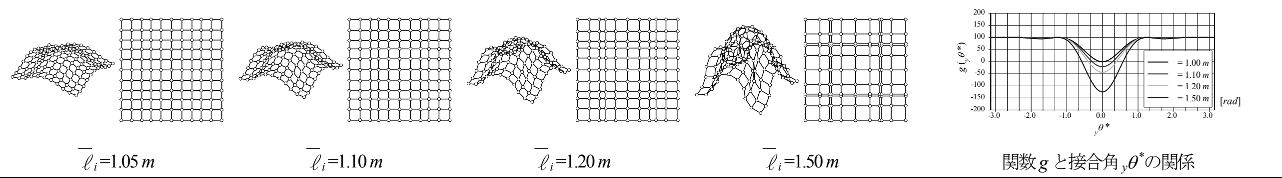


a. グリッドモデル　　b. n 自由度マニピュレータの部材長と接合角の関係　　c. 局所座標系での接合角

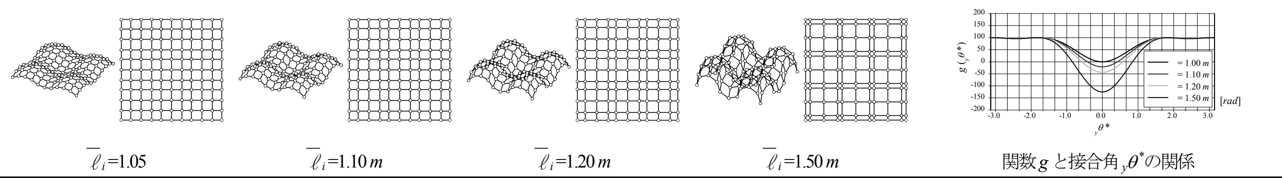
図 1. 部材長一様化と接合角を考慮した幾何学的な曲面表現



a. 接合角$[\bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6, \bar{\theta}_7, \bar{\theta}_8, \bar{\theta}_9, \bar{\theta}_{10} = \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*]$ 時



b. 接合角$[\bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6, \bar{\theta}_7, \bar{\theta}_8, \bar{\theta}_9, \bar{\theta}_{10} = -\theta^*, -\theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*, -\theta^*, -\theta^*]$ 時



c. 接合角$[\bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3, \bar{\theta}_4, \bar{\theta}_5, \bar{\theta}_6, \bar{\theta}_7, \bar{\theta}_8, \bar{\theta}_9, \bar{\theta}_{10} = \theta^*, \theta^*, \theta^*, -\theta^*, -\theta^*, -\theta^*, \theta^*, \theta^*, \theta^*]$ 時

図 2. 幾何学的な曲面表現における部材長と接合角の関係

$\mathbf{L}'_i, \boldsymbol{\theta}'_i$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{r}_k = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{k-1} \bar{\ell}_i \cos \sum_{j=1}^{i} \bar{\theta}_j \\ 0 \\ -\sum_{i=1}^{k-1} \bar{\ell}_i \sin \sum_{j=1}^{i} \bar{\theta}_j \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}'_i = \begin{bmatrix} \bar{\ell}_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\theta}'_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{\theta}_i \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

ここで、$\bar{\ell}_i$：x 軸に沿わせた部材長, $\bar{\theta}_i$：y 軸まわりの接合角 である。これにより、n 自由度マニピュレータの部材長と接合角の入力に対応する全節点位置を求める順運動学関係式が得られる。

2.3　逆運動学

マニピュレータの機構を固定位置を有する構造物に適用する場合、先端位置を入力してそれを実現する接合角を出力する逆運動学の方が扱いやすい。図 1 に対応する全部材長 $\bar{\ell}_i$ とする n 自由度マニピュレータを用いて、一律となる接合角を求める逆運動学関係式を示す。逆運動学問題を計算で解く場合、解が複数あるいは無限に存在する、または存在しない場合もある。ここでは、接合角一律の条件により$\boldsymbol{\theta}^*$を未知量として数を減らし、計算量を少なくする。接合角$\bar{\theta}_i$は固定位置の$\bar{\theta}_1$ を除いて、重み係数α_iを用いて次式で定義される。

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}_i = \boldsymbol{\alpha}\,\boldsymbol{\theta}^* \qquad (i = 2, 3, \cdots, n'-1) \qquad (6)$$

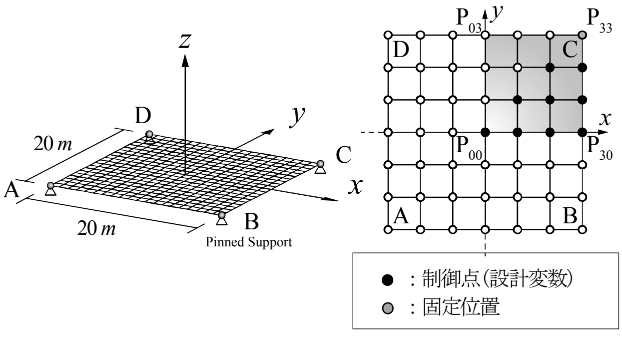
ここで、$\boldsymbol{\alpha}(=[\alpha_i])$：重み係数ベクトル, $\boldsymbol{\theta}^*(=[{}_x\theta^*, {}_y\theta^*, {}_z\theta^*])$：接合角の未知量ベクトル, $\bar{\boldsymbol{\theta}}_i\,(=[{}_x\bar{\theta}_i, {}_y\bar{\theta}_i, {}_z\bar{\theta}_i])$：接合角ベクトル(局所座標系) である。重み係数$\alpha_i$は接合角の向きを示す(図 1c)。$n$ 自由度マニピュレータの先端位置(x, y, z)は順運動学関係式と式(6)から次式で与えられる。

$$\mathbf{r}_{n'} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\ell}_1 \cos\theta_1 + \sum_{i=2}^{n'-1} \bar{\ell}_i \cos(\theta_1 + \sum_{j=2}^{i} \alpha_{j\,y}\theta^*) \\ 0 \\ -\bar{\ell}_1 \sin\theta_1 - \sum_{i=2}^{n'-1} \bar{\ell}_i \sin(\theta_1 + \sum_{j=2}^{i} \alpha_{j\,y}\theta^*) \end{bmatrix} \qquad (7)$$

$$\begin{aligned} g({}_y\theta^*) &= 2\sum_{i=2}^{n'-1}\sum_{j=i+1}^{n'-1} \bar{\ell}_i \bar{\ell}_j \cos(\sum_{k=2}^{i}\alpha_{k\,y}\theta^* - \sum_{k=2}^{j}\alpha_{k\,y}\theta^*) + \sum_{i=1}^{n'-1}\bar{\ell}_i^2 \\ &\quad + 2\sum_{i=2}^{n'-1}\bar{\ell}_1\bar{\ell}_i \cos(-\sum_{k=2}^{i}\alpha_{k\,y}\theta^*) - x^2 - z^2 \end{aligned} \qquad (8)$$

$${}_y\bar{\theta}_1 = \arctan\left\{ \frac{(\bar{\ell}_1 + \sum_{i=2}^{n'-1}\bar{\ell}_i \cos(\sum_{j=2}^{i}\alpha_{k\,y}\theta^*))z + (\sum_{i=2}^{n'-1}\bar{\ell}_i \sin(\sum_{j=2}^{i}\alpha_{k\,y}\theta^*))x}{-(\bar{\ell}_1 + \sum_{i=2}^{n'-1} l_i \cos(\sum_{j=2}^{i}\alpha_{k\,y}\theta^*))x + (\sum_{i=2}^{n'-1}\bar{\ell}_i \sin(\sum_{j=2}^{i}\alpha_{k\,y}\theta^*))z} \right\} \qquad (9)$$

ここで、式(8)は式(7)を部材長と先端位置座標値でまとめた非線形関数 である。これを Newton 法の数値計算法



a. 参照形状鳥瞰図　　b. 制御点配置

図 3. 解析モデル

表 1. 鋼管リスト[一般構造用炭素鋼管：10 種類]

リスト番号	外径 [*mm*]	厚さ [*mm*]	断面積 [cm^2]	断面二次モーメント [cm^4]
1	101.6	3.2	0.989×10^1	0.120×10^3
2	114.3	3.6	0.125×10^2	0.192×10^3
3	139.8	4.0	0.171×10^2	0.394×10^3
4	165.2	5.0	0.252×10^2	0.808×10^3
5	190.7	5.0	0.292×10^2	0.126×10^4
6	190.7	6.0	0.348×10^2	0.149×10^4
7	216.3	6.0	0.396×10^2	0.219×10^4
8	216.3	7.0	0.460×10^2	0.252×10^4
9	267.4	7.0	0.573×10^2	0.486×10^4
10	267.4	8.0	0.652×10^2	0.549×10^4

表 2. SGA･ISGA の GA パラメータ

個体数	200	コーディング	gray 表現
世代数	5000	選択方式	トーナメント方式
世代交代率	0.9	交叉方式	2 点交叉
交叉率	0.7	記憶細胞数 M	100
遺伝子長	16 bit	突然変異率	Case-1: 0.006 Case-2: 0.003 Case-3: 0.004

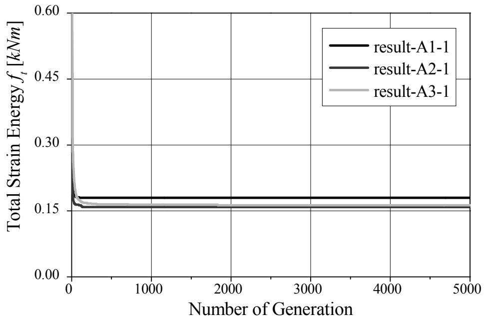


図 4. SGA による目的関数 f_t の遷移(Model-A)

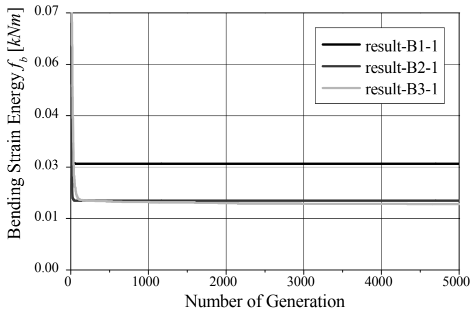


図 5. SGA による目的関数 f_b の遷移(Model-B)

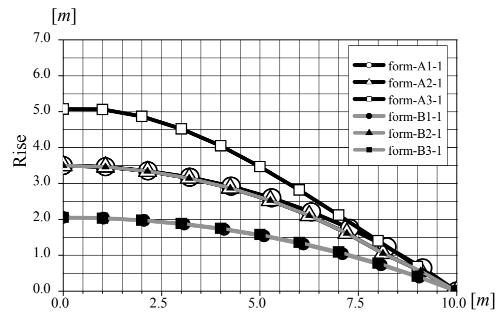


図 6. SGA により得られた大域的最適解の形状比較

を用いて ${}_y\theta^*$ について解くことで、幾何学的に式(9)から ${}_y\bar{\theta}_1$ を計算する。これにより、n 自由度マニピュレータの先端位置の入力に対応して、一律とする接合角を求める逆運動学関係式が得られる。

部材長一様化と接合角を一律とする幾何学的な曲面表現の計算例として、図 2 に部材長を変化させたときの解形状と式(8)の関数 g と接合角 ${}_y\theta^*$ の関係を示す。式(8)は、部材長 $\bar{\ell}$ が 1.0 *m* で解は 1 つ、$\bar{\ell}$ の大きいときに下に凸と上に凸な解が 2 つ存在する。また、接合角が大きいときは滑らかな曲面でなくなるため、部材長と接合角に対する制約条件を与える。

3　グリッドシェル構造の単一目的最適化

部材長一様化と接合角を考慮した幾何学的な曲面表現を用いて、グリッドシェル構造の形態創生例を示す。解析モデルは、図 3a に示す格子状平板を参照形状としたグリッドシェル(節点数: 441, 要素数: 840)である。

3.1　総ひずみエネルギ最小化(Model-A)の定式化

総ひずみエネルギを目的関数として最小化する単一目的最適化問題を扱い、次式のように定式化する。

Find	$\mathbf{A}, \mathbf{R}(\bar{\theta}, \bar{\ell})$	(設計変数)	(10)
to minimize	$f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d}$	(総ひずみエネルギ)	(11)
subject to	$\sigma_i(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \le \sigma_a$	(応力制約)	(12)
	$\bar{\ell}_i = \bar{\ell} \quad (i=1,2,\cdots,l)$	(部材長制約)	(13)
	$\lvert\bar{\theta}_j\rvert = \bar{\theta} \quad (j=1,2,\cdots,m)$	(接合角制約)	(14)
	$\bar{\ell}^L \le \bar{\ell}_i \le \bar{\ell}^U$	(側面制約)	(15)
	$\bar{\theta}^L \le \bar{\theta}_j \le \bar{\theta}^U$	(側面制約)	(16)
	$\mathbf{A}^L \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^U, \mathbf{R}^L \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^U$	(側面制約)	(17)

ここで, $\mathbf{A}(=[A_i\,(i=1,2,\cdots,l)])$: 部材特性ベクトル, l: 部材数, $\mathbf{R}(=[{}_xR_k, {}_yR_k, {}_zR_k\ (k=1,2,\cdots,n)])$: 節点情報ベクトル, n: 節点数, $f_t\,(\mathbf{A}, \mathbf{R})$: 目的関数(総ひずみエネルギ),

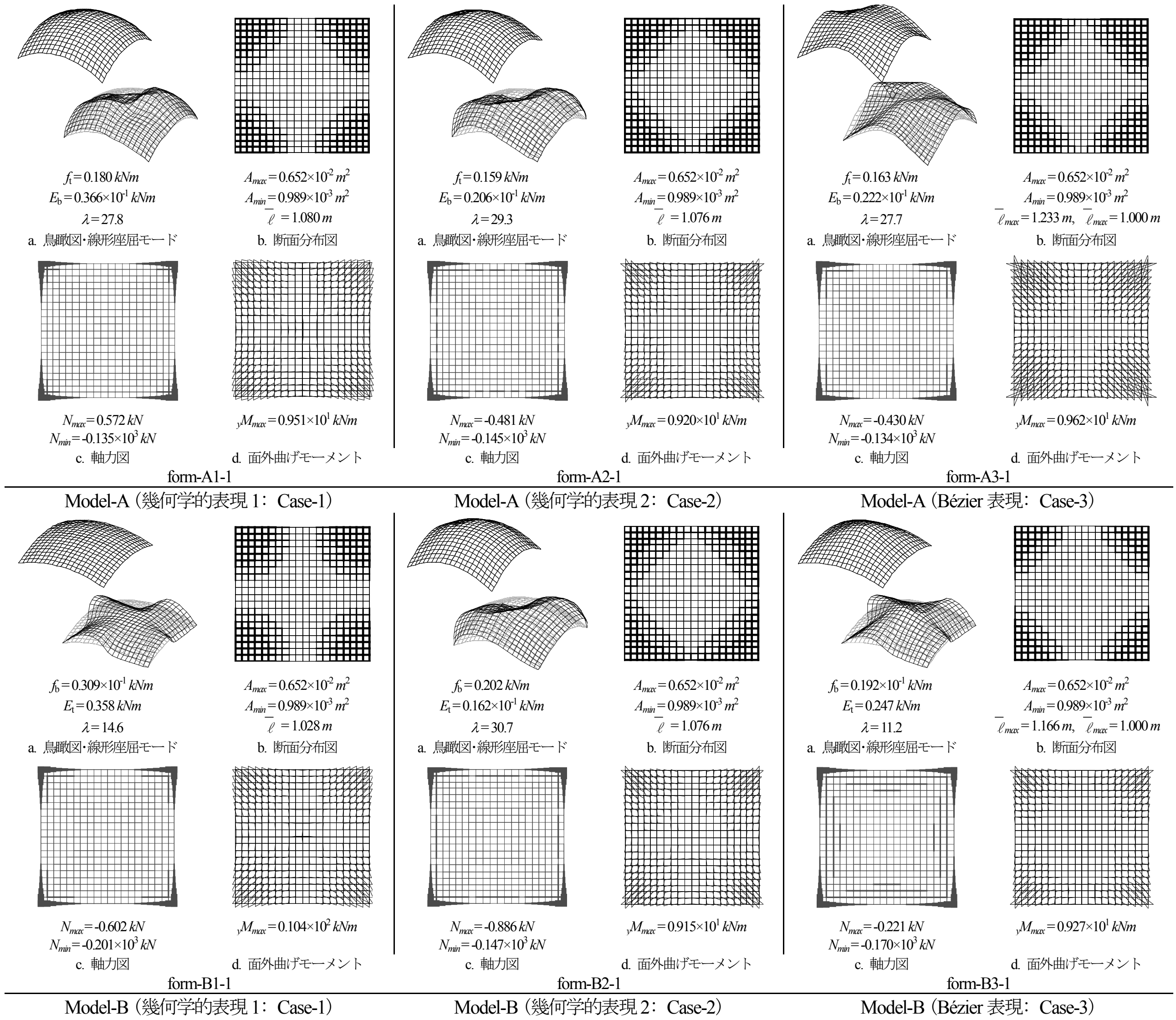


図 7. SGA により得られた解形状と力学性状（総ひずみエネルギ最小化: Model-A, 曲げひずみエネルギ最小化: Model-B）

d：節点変位ベクトル, **K**：剛性マトリクス, $\sigma_i(\mathbf{A},\mathbf{R})$：$i$ 部材の部材応力度, σ_a：許容応力度, $\overline{\ell}$：部材長, $\overline{\theta}$：接合角 である。設計変数 **A** は参照形状からの Bézier の制御点 z 軸座標値として $A_j^L=0, A_j^U=10$ の側面制約を与え、表 1 に示す鋼管リスト番号に対応させる。設計変数 **R** は、部材長一様化と接合角を考慮した幾何学的な曲面表現を利用して、部材長 $\overline{\ell}$ と接合角 $\overline{\theta}$ を設計変数とする。制約条件は、許容応力度計算 [7] による応力制約（基準強度:235×10^3 kN/m^2）と部材長 $\overline{\ell}^L=1.0\ m$, $\overline{\ell}^U=1.2\ m$、建物高さは ${}_zR_j^L=0.0\ m$, ${}_zR_j^U=7.0\ m$ を与え，接合角に対する側面制約を次式で与える。

Case-1： $\overline{\theta}^L=0,\quad \overline{\theta}^U=\pi$ （幾何学的表現 1） (18)

Case-2： $\overline{\theta}^L=-\pi,\quad \overline{\theta}^U=\pi$ （幾何学的表現 2） (19)

また、式(13), (14) の部材長制約と接合角制約を与えない場合に得られる大域的最適解と比較するため、設計変数 **R** を Bézier の制御点 z 軸座標値（図 3b に示す●の制御点は初期値 0.0 m、参照形状の支持点位置に対応する図中○の制御点 P_{33} は 0.0 m で固定）として建物高さの側面制約を与えた Case-3（Bézier 表現）[8] を示す。

解析領域は、対称性を考慮した 1/4 領域を対象として、構造解析は線形弾性の範囲とする。材料定数は弾性定数 $E=2.1\times10^8\ kN/m^2$、せん断弾性定数 $G=7.8\times10^7\ kN/m^2$ である。境界条件は隅角部をピン支持とする。使用材料は、一般構造用炭素鋼管（STK400）の 10 種類であり、断面積・断面二次モーメントの増分が一様となる鋼管リストを用いる。荷重条件は、長期に自重 78.5 kN/m^3 と等分布荷重 1.0 kN/m^2 を鉛直下向きに与える。

なお、計算結果の数値情報は、f_t: 式(11) の目的関数値, E_b：曲げひずみエネルギの値, $\overline{\ell}$: 一様化された構造物の部材長, λ：線形座屈荷重係数, A_{max}・A_{min}：最大・最小部

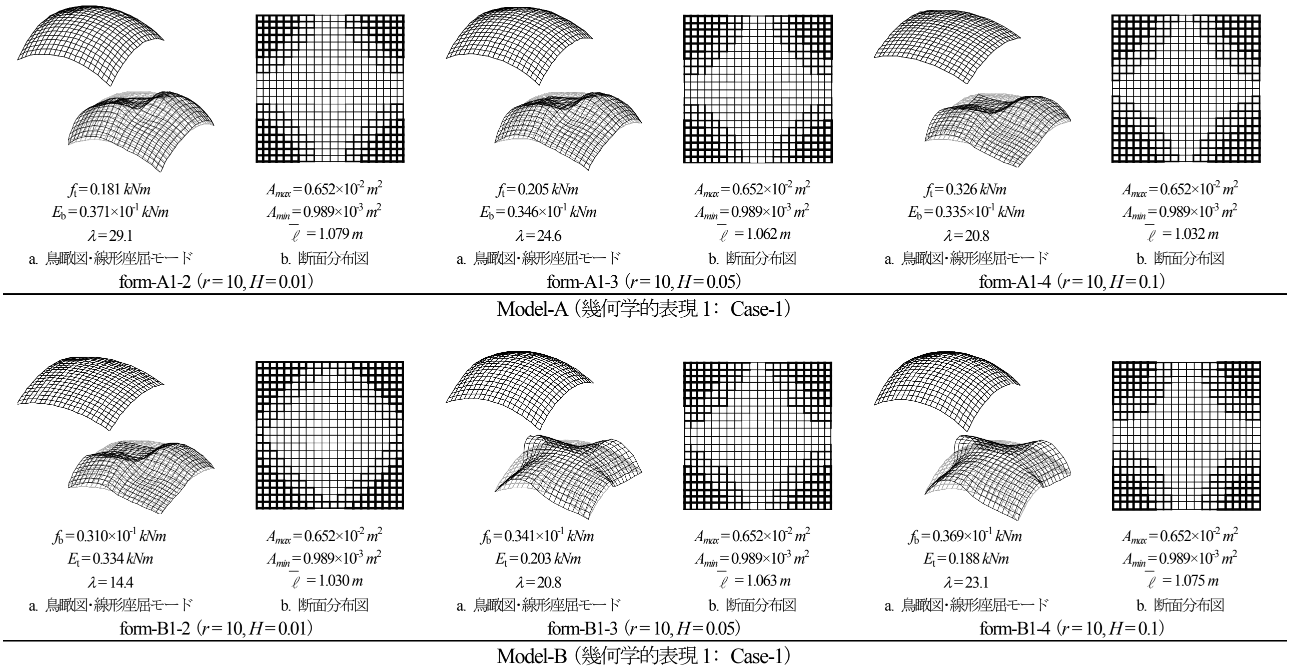


図 8. ISGA により得られる優良解形態例（総ひずみエネルギ最小化: Model-A, 曲げひずみエネルギ最小化: Model-B）

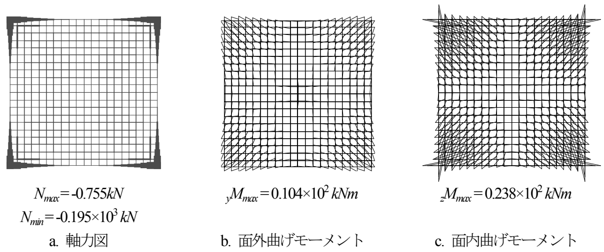


図 9. ISGA により得られた form-A1-4 の力学性状

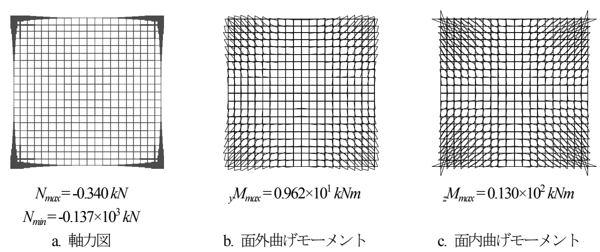


図 10. ISGA により得られた form-B1-4 の力学性状

材断面積, N_{max}・N_{min}: 最大・最小軸力（正値：引張力, 負値：圧縮力）, ${}_yM_{max}$・${}_zM_{max}$: 最大面外・面内曲げモーメントである。断面分布図・軸力図の実線太さは部材断面積・軸力の比率に比例させて示し、曲げモーメント図の実線の傾きは曲げモーメントの比率に比例させて表示している。

3. 2　曲げひずみエネルギ最小化（Model-B）の定式化

Model-Bでは、曲げひずみエネルギを目的関数として最小化する単一目的最適化問題を扱い、Model-Aの式(11)を次式と入れ替える。

$$f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_b\mathbf{w} \qquad \text{（曲げひずみエネルギ）} \qquad (20)$$

ここで, $f_b(\mathbf{A}, \mathbf{R})$: 目的関数（曲げひずみエネルギ）, $\mathbf{w}$: 面外節点変位ベクトル, $\mathbf{K}_b$: 面外剛性マトリクス である。解析条件はModel-A と同様であり、Model-A と比較するため、数値結果に総ひずみエネルギ E_t の値を示す。

4　解析結果と考察

まず、大域的最適解の獲得を目的した SGA による総ひずみエネルギ最小化（Model-A）と曲げひずみエネルギ最小化（Model-B）の計算結果を図 4 ~ 7 に示す。表 2 に示す GA パラメータに対して各 5 回試行した。result-A1-1 ~ -A3-1 は Model-A の幾何学的表現 1: Case-1、幾何学的表現 2: Case-2、Bézier 表現: Case-3 の結果で、エリート解による目的関数値を比較すると Model-A はCase-2、Model-B は Case-1 で最小値となる。form-A2-1 と form-B2-1 は解形状は同じであるが、form-B2-1 の方は断面の大きな部材を多く使用することで曲げひずみエネルギを最小にする。図 6 に示す Case-1 ~ -3 による大域的最適解の支持点間の外縁形状を比較すると, form-A1-1 と form-A2-1 は建物高さは同じであるが、form-A2-1 は支持部付近で接合角 $\bar{\theta}$ が負方向の形状となり目的関数値は小さい。図 7 に示す大域的最適解の力学性状から、接合角が負の部分に応力が発生して支持部に力を伝達する部材配置である。

次に、優良解の獲得を目的とした ISGA による計算結果を図 8 ~ 13 に示す。form-A1-1 ~ -4, form-B1-1 ~ -4, form-A2-1 ~ -4, form-B2-1 ~ -4 は、幾何学的表現 Case-1, -2 の結果の中から特徴的な解形状を例示している。Case-1

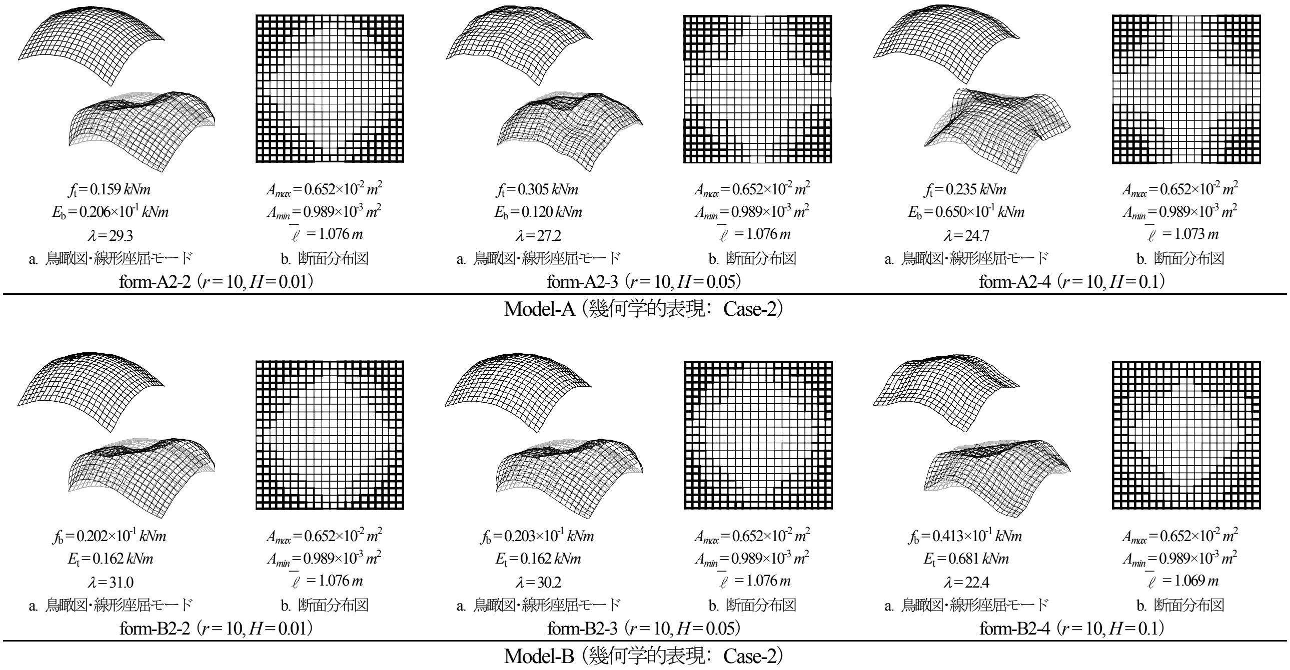


図 11. ISGA により得られる優良解形態例（総ひずみエネルギ最小化: Model-A, 曲げひずみエネルギ最小化: Model-B）

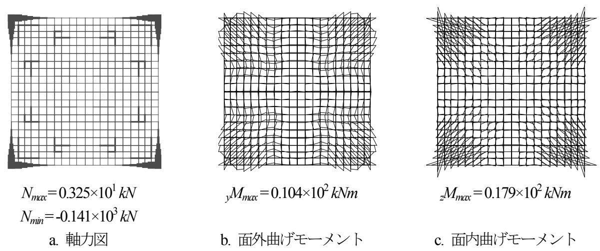


図 12. ISGA により得られた form-A2-3 の力学性状

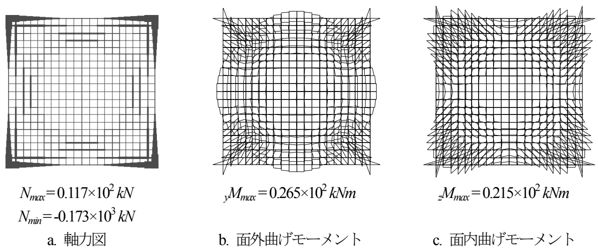


図 13. ISGA により得られた form-B2-4 の力学性状

で表現できる曲面形状の自由度は少なく建物高さに違いのある解を得る。Case-2 では接合角$\bar{\theta}$を正負方向にとることで解形態の多様性が見られる。form-A2-2 の接合角は 4.2°、form-B2-4 は 5.9°に一律とした比較的滑らかな曲面であり、ISGA の解探索により幾何学的な曲面表現を利用して、部材長と接合角に変化のある多様な解を獲得した。なお、SGA と ISGA により得られた解の座屈形態は全体座屈を示している。

5 まとめ

本稿は、部材長一様化と接合角を考慮したグリッドシェル構造を対象に総ひずみエネルギ最小化（Model-A）および曲げひずみエネルギ最小化（Model-B）の単一目的最適化問題に SGA と優良解探索解法 ISGA を適用させた。部材長一様化と接合部を考慮した幾何学的な曲面表現を用いて、完全に部材長一様化された解で接合角を一律にした滑らかな曲面の解形態を獲得している。Bézier による曲面表現と比較すると得られる解の多様性は少なくなるものの、施工性を考慮した多様な解を ISGA の解探索により獲得できる。全ての優良解に対しては力学特性を把握し、解形態の構造安全性を確認した。

以上より、ISGA の解探索によって得られた部材長一様で接合角を考慮した優良解は力学的合理性と施工・生産性の観点から実現可能な構造形態であり、優良解利用の可能性が示せたと考えている。今後は、部材長一様化と接合部を考慮して、グリッドシェル構造に対する種々の単一･多目的最適化問題へと展開したい。

参考文献

1) KOLAREVIC B: Architecture in Digital Age - Design and Manufacturing Taylor and Francis, 2005.8.
2) 岡田章監修: フォルムと構造システム, 建築技術, No.709, 91-175, 2009. 2.
3) 小河利行, 大崎純, 立石理恵: 線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集, **570**, 129-136, 2003.8.
4) 藤田慎之輔, 大崎純: パラメトリック曲面で定義されたラチスシェルの部材長一様化と剛性最大化を目的とした形状最小化, 日本建築学会構造系論文集, **685**, 495-502, 2013.3.
5) 本間俊雄, 野瑞憲太: 解の多様性を考慮した遺伝的アルゴリズムによる構造形態の創生, 日本建築学会構造系論文集, **614**, 35-43, 2007.4.
6) 本間俊雄, 和田大典, 永田洸大, 沖田裕介: 優良解探索機能を導入した GA 系解法及び SI 系解法の特性と構造形態創生, ソフトコンピューティングの最前線 講演論文集, 日本建築学会, 21-32, 2011.7.
7) 日本建築学会編: 鋼構造設計規準-許容応力度設計法, 日本建築学会, 2005.9.
8) Y. Okita, T. Honma, Structural morphogenesis for free-form grid shell using genetic algorithms with manipulation of decent solution search , Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, **53** (3), 177-184, 2012.9.

離散微分幾何手法によるケーブル境界を持つ膜構造の形状決定法

横須賀洋平 1)，本間俊雄 2)
1)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教，博士(情報科学)，yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp
2) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博

1 はじめに

本論文では離散微分幾何手法を用いたケーブル境界を持つ膜構造の形状決定法について述べる．膜構造の形状決定手法は，これまでにも数多くの研究がなされ，大きな成果を挙げている．このうち，主に二つの立場に分けられ，ひとつは幾何学的な条件に基づく等張力曲面と等価である極小曲面を求める手法である．もうひとつは力学的な条件に基づく初期応力がなす内的なひずみエネルギーを汎関数とする手法である．数値解析手法として有限要素法や差分法等が提案されている．

本提案手法は，離散微分幾何に基づく手法を用いる．この手法は幾何学的な条件に基づく手法である．連続曲面が持つ写像に対する不変量の性質を離散曲面で取り扱うことにより，従来，連続曲面と離散曲面の間に生じる不可避の離散化誤差の影響を受けないことが期待される．本論文では，極小曲面を形成するのに有用とされる共形エネルギーに属する Willmore エネルギーに着目し，エネルギーの性質を明らかとし，ケーブル境界を持つ張力構造の妥当性を述べる．

2 離散微分幾何

計算幾何学の分野でコンピュータグラフィックスや物理問題(物体の変形や流体問題等)に応用する為に，連続曲面の特徴を保存した離散曲面を記述する離散微分幾何(Discrete Differential Geometry)の研究が行われている．幾何学で定義される幾何学エネルギーを選択することでどのような特徴を保存するかは，選択的に行われる．

離散微分幾何は，従来の微分幾何で用いられる接ベクトルを用いた計量表現とは異なり，三角形の面積，角度，辺長さ等を用いて曲面の幾何学量を記述する．幾何学量を求める計算過程の相違点として，計量のテンソル形式を取らず，cos,sin,tan 等の三角関数やその逆数を取ることを多用する．データ構造は，グラフ理論と同様であり，各幾何学量は点・辺・面に値を持ち，主に幾何学エネルギーの定義は点で行う．そして任意点近傍の点や辺，面集合を用いて値を求める．この利点は，勾配ベクトルが

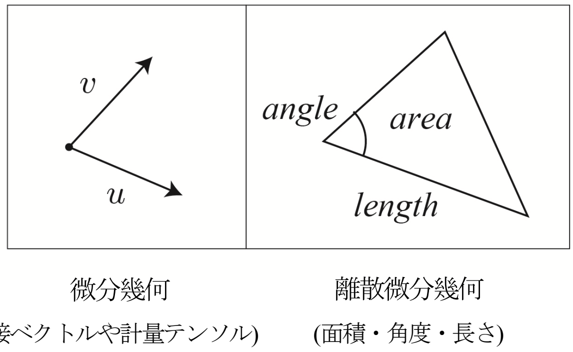


Fig.1 計量の違い

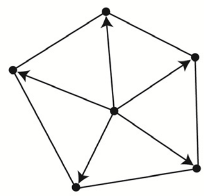


Fig.2 点で定義される幾何学エネルギーの勾配

容易に計算できる点にある．曲面が持つ幾何学エネルギーを変分問題として解くことでエネルギーの臨界点に存在する幾何学形状やその内部に存在する意味のある三角形メッシュ分布(例えば等角写像等)を得る．離散微分幾何は応用範囲も広く，記述を理解しやすい点もあり，今後益々拡まっていくことが期待される．

3 共形エネルギーと Willmore エネルギー

3.1 連続曲面における Willmore エネルギー

本論文では，共形エネルギー(Conformal Energy)に属する Willmore エネルギーを選ぶ．共形エネルギーは面積汎関数との間に以下に示す関係を持つ．ここで示す定義式は従来の微分幾何に従う．媒介変数(u, v)で表される二次元領域Ωから三次元空間(x, y, z)への写像$f: \Omega \subset \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^3$を曲面$f(\Omega)$とする．$f_u, f_v$は接ベクトルであり，$f_u, f_v$に張られる平面は接平面である．ヤコビ行列$\boldsymbol{J} = (f_u, f_v)$を用いて曲面$f(\Omega)$の面積あるいは面積汎関数は以下のように表せる [1),2)]．

$$A(f) = \int_{\Omega} \det\left(J^{\mathrm{T}}J\right) \tag{1}$$

$J^{\mathrm{T}}J$は第一基本計量行列, または計量テンソルである. 一方, Dirichlet エネルギー$E_D(f)$は以下のとおりに表される.

$$E_D(f) = \frac{1}{2}\int_{\Omega} \left(|f_u|^2 + |f_v|^2\right) \tag{2}$$

$E_D(f)$は第一基本計量行列の対角和で表される. 共形写像と極小曲面について述べた文献 [2]によると$A(f), E_D(f)$との差に以下のエネルギーを定義でき, これを共形エネルギーという.

$$\begin{aligned} E_C(f) &= E_D(f) - A(f) \\ &= \frac{1}{2}\int_{\Omega} \left(\left|D^{\frac{\pi}{2}}f_u - f_v\right|^2\right) \end{aligned} \tag{3}$$

$$E_D(f) \geq A(f) \tag{4}$$

$D^{\pi/2}$は接平面における 90° の回転を意味する.

式(3)から$E_C(f)$は非負の値を取り, 式(4)のように$E_D(f)$は$A(f)$より大きいか等しくなる. ここで等しい場合は, $\langle f_u, f_v\rangle = 0$かつ$|f_u| = |f_v|$である. したがって, $E_C(f)$を最小化することは$E_D(f)$, $A(f)$ともに最小化に向かう. 一般に, 同じ境界を持つ関数の中で調和関数が Dirichlet エネルギーの最小値を与えることが知られており [3], $E_C(f)$を最小化することは, 調和関数に収束することが期待される. これらのことから, 共形エネルギーを最小化することで極小曲面が形成されることになる.

ある任意のp点の Gauss 曲率Kは面積を用いて以下のように表すことができる.

$$K = \lim_{A \to 0} \frac{A_G(f)}{A(f)} \tag{5}$$

A_Gは Gauss 写像後における$\mathbf{R}^3$内の二次元球面$\mathbf{S}^2$上の面積である. 上式では極限をとることはできず, 積分することで意味をなす. また式(5)は Gauss 曲率が面積に関する量であることがわかる.

以上より, 主曲率k_1, k_2を用いて, 以下のように Gauss 曲率の積分を表すことで式(3)に対応した各エネルギーの性質が整理される.

$$\frac{1}{2}\int_{\Omega} K = \frac{1}{4}\int_{\Omega} \left(k_1^2 + k_2^2\right) - \frac{1}{4}\int_{\Omega} (k_1 - k_2)^2 \tag{6}$$

ここで, 右辺第 2 項の共形エネルギーに相当する量はHは平均曲率, Kは Gauss 曲率として, 以下となる.

$$\frac{1}{4}\int_{\Omega} (k_1 - k_2)^2 = \int_{\Omega} \left(H^2 - K\right) = E_w(f) \tag{7}$$

これが共形エネルギーの性質を持つ Willmore エネルギー$E_w(f)$である. $E_w(f) \geq 0$となり, 等号が成立する形状は, 球体のときである. $E_w(f)$の興味深い点は, Möbius 変換に対する不変量であるとされている [4]. この不変量の性質は, 離散化後に最小化するエネルギーを選定するときに重要な意味あいを持ち, Möbius 変換は鏡映対称や拡大縮小の変換も含むことから, 離散化誤差の影響を受けにくいと考えられる.

3.2 離散曲面におけるWillmoreエネルギー

次に離散化 Willmore エネルギーを示す. Fig.3 に示す三角形メッシュに分割された曲面を対象とする.

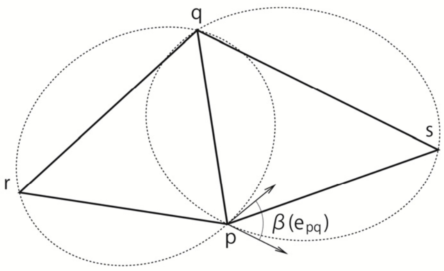


Fig.3 三角形メッシュ

ここで$N(p)$を節点pの近傍にある点対集合とし, Mは離散化されたメッシュとする. e_{pq}は点p, qの辺である. 点pで定義される離散化 Willmore エネルギーは, 以下となる.

$$E_w(p) = \sum_{q \in N(p)} \beta\left(e_{pq}\right) - 2\pi \tag{8}$$

βは三角形の外接円の接ベクトルがなす角度である.

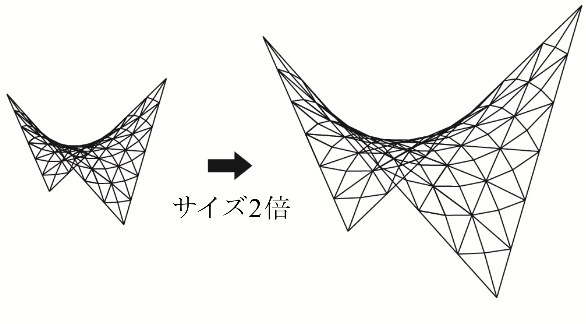
ここで, 点p, qにおける Willmore エネルギーは同値となる. これは Möbius 不変量の性質より, 三角形$t(pqr), t(psq) \rightarrow t(prq), t(pqs)$と反対向きにとっても同じであることからいえる.

三角形メッシュ全体の離散化 Willmore エネルギーは以下となる.

$$E_w(M) = \frac{1}{2}\sum_{p} E_w(p) \tag{9}$$

具体的な計算方法については, 他の文献 [4),5),6)]を参照されたい. また離散化 Willmore エネルギーは Möbius 幾何における複比として定義される. 連続曲面と同様に Möbius 変換に対する不変量を持つエネルギーとして定義されている.

下図にサイズを 2 倍とした HP 型曲面の面積$A(M)$と Willmore エネルギー$E_w(M)$の値を比較した図表を示す.



	スパン 10m	スパン 20m
$A(M)$	128.23 m^2	512.93 m^2
$E_w(M)$	8.7247	8.7247

Fig. 4 サイズ変化に伴う
Willmore エネルギーと面積の比較

この図表より，拡大縮小によるエネルギー変化が生じないことが明らかでありエネルギーの不変性が示されている．

また離散化 Willmore エネルギーと連続曲面で定義される Willmore エネルギーの間には，以下に示す関係があるとされる [4)]．

$$R = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{E_w(M)}{E_w(f)} \tag{10}$$

$$R \geq 1$$

$R = 1$となる場合，すなわち連続曲面の Willmore エネルギーと離散曲面の Willmore エネルギーが一致する条件として，三角形の内 2 辺が主曲率k_1, k_2と一致している場合とされている． Möbius 変換に対する不変量の性質を持つことと，式(10)の関係から，メッシュの大きさに依存せず厳密解が得られる可能性があることが示唆される．

4 三角形メッシュと格子状メッシュ

上記の理論展開は，曲面を前提としており，また膜構造は任意曲面を有する為，離散化するメッシュは三角形メッシュが妥当である．ただし，現状において三角形メッシュの場合，目的形状を容易に得られない点もあり，本論文では理論に従うように格子状のメッシュパターンを用いて離散化を行う．この場合，エネルギーの不変量の性質は保持されるが，せん断変形に対してフリーとなる．いわばケーブルネット構造の離散化と考えられるが，曲面の主曲率方向が分かっている場合には，その方向に格子を取ることで有用な形状を得ることが可能となる．

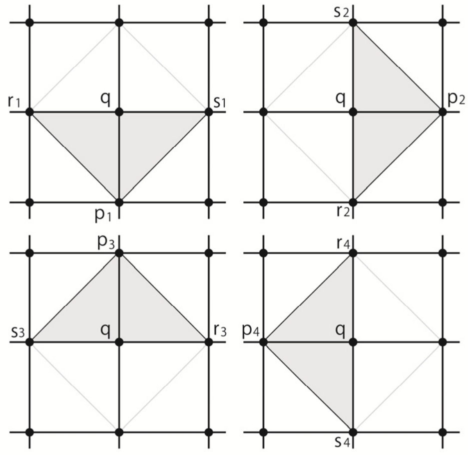


Fig. 5 格子状メッシュの節点の与え方

本論文では，格子状メッシュに限定して離散化を行う．

5 HP 型曲面の数値解析

HP 型曲面の数値解析を行った結果を示す．初期形状は z=0 の平面配置とし，最急降下法を用いた．各節点では，x,y,z 各方向に自由度を与える．HP 型曲面は対角線に沿って主曲率方向が存在する為，対角線に沿った斜め 45° 格子状メッシュを用いた．格子状メッシュは粗なパターンと密なパターンを用いて，得られる対角線の座標値により比較を行う．また HP 型曲面の線形解と極小曲面法(FEM)による解を同時に比較し，Fig. 8,Table1 に解析結果を示す．ここで得られている結果は極小曲面法と

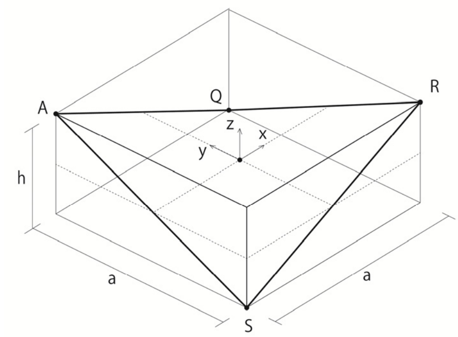


Fig. 6 HP 型曲面

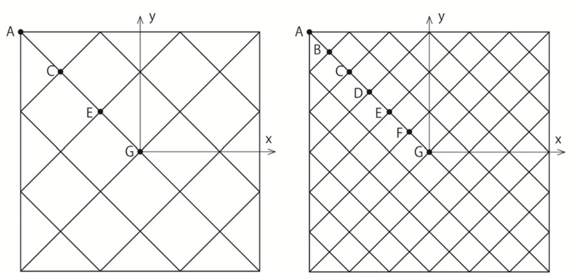


Fig. 7 HP 型曲面の格子状メッシュ(左：粗，右：密)

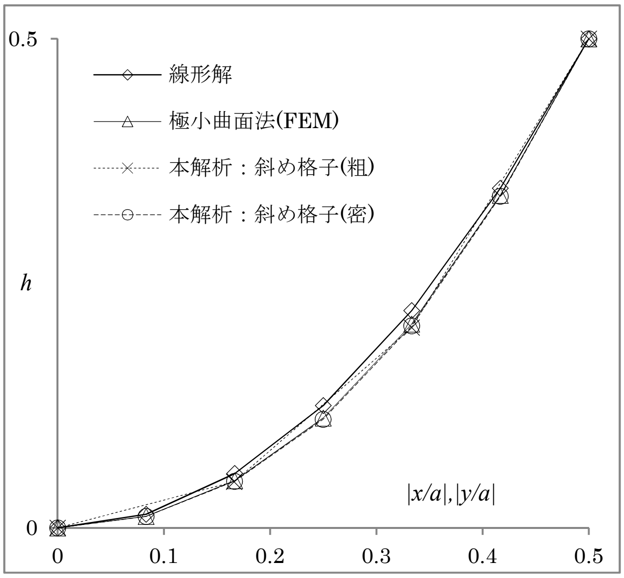


Fig.8 解析結果

Table.1 極小曲面法と本解析の比較

	極小曲面法(FEM)		本解析：斜め格子(密)	
座標位置	$\|x/a\|,\|y/a\|$	h	$\|x/a\|,\|y/a\|$	h
A	0.5	0.5	0.5	0.5
B	0.4167	0.34	0.41666	0.33900
C	0.3333	0.2084	0.33328	0.20660
D	0.25	0.1123	0.24988	0.11098
E	0.1667	0.04829	0.16653	0.04769
F	0.08333	0.01183	0.08325	0.01169
G	0	0	0	0

十分近く,座標値としては下方に僅かに下がる値を得た．なお，メッシュサイズの違いによる誤差は見られない．

面積に関して，格子状メッシュが密の場合では，スパン 10m として換算した場合，128.2334 m^2 の値である．面積はメッシュの分割数にもよる為，他文献との比較は行えないが，上記の解析条件により現状把握している解として最も小さな値を得た．

6 境界ケーブルを持つ膜構造

6.1 曲率の二乗によるエネルギー

本論文では，境界ケーブルを持つ膜構造の形状決定手法を示す．現実的な膜構造では境界ケーブルは，初期張力導入による支点反力を得る際，必要な境界条件となってくる．一般的に境界ケーブルがつく場合，長さの二乗和に関する量の付帯条件がついた汎関数の最小化問題として表現される．Lagrange 未定乗数は，軸力に相当する量であることが知られており，幾何学的な問題から力学的に意味を持つ問題として扱われることになる．

本論文では，内部領域を Willmore エネルギー，境界領域を曲率の二乗のエネルギーを与えて，それぞれを勾配ベクトルに従い動かすことで形状を得ることを想定する．Willmore エネルギーは平均曲率と Gauss 曲率で表現されることからケーブルに対し,曲率の二乗が妥当と考える．本論文では，平面問題で形状決定を行い，ケーブルネット構造として応力解析を行う．その場合の自己釣合軸力を導出することで，本解析手法の性状を把握する．以下に定式化を示す．

6.2 定式化

連続曲線に対する曲率の二乗のエネルギーは以下のとおりである．

$$E_k(\Gamma) = \int_{\Gamma} k^2 \tag{11}$$

ここで，Γは境界領域とし，kは曲率である．本論文では，曲率も離散微分幾何による表現を用いて以下のように表すことができる．

$$E_k(\gamma) = \sum_i \frac{\Phi_i^2}{L_i} \tag{12}$$

式(12)のエネルギー勾配は以下のとおりである．

$$\nabla_{\gamma_i} E_k = \frac{\Phi_i}{L_i^2}\left(\frac{u_{\perp v} - v_{\perp u}}{A_i} + \frac{\Phi_i}{2L_i}(v - u)\right) \tag{13}$$

各変数の値は，Fig.9 を参照とする．境界にて定義した曲率の二乗のエネルギーと内部にて定義した Willmore エネルギーを基に,最急降下法を用いて形状決定を行う．なお，ケーブルを移動させるときの重み係数としてλを設定し，下式のように形状更新を行っている．

$$x_{i+1} = x_i - dt\left(\nabla E_w(\omega) + \lambda \nabla E_k(\gamma)\right) \tag{14}$$

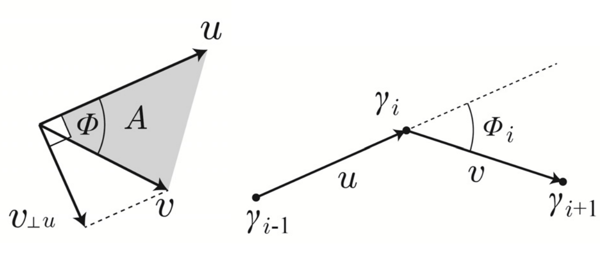


Fig.9 各変数の値

6.3 数値解析

解析モデルは，平面格子で 4×4，8×8，16×16，32×32 の格子分割数による 4 パターンとケーブル位置更新

の重み係数$\lambda = 0.5, 1.0, 2.0$ の 3 ケースである．四隅はピン支持とし，スパン 1m としている．本論文では，得られた形状に対し，強制伸び変形を与えることで，自己釣合軸力を算定する．その場合の物性値は，$EA = 10^4$ kN とし，境界部の 2 辺にのみ部材長さの−0.1%の強制変形量を与える．

なお，自己釣合軸力の算定には，下式を用いる [7]．離散化釣合式より

$$\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{n} = \boldsymbol{0} \tag{15}$$

$\boldsymbol{B}$: 変位 – 変形関係行列, $\boldsymbol{n}$: 軸力ベクトル

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{S\alpha} \tag{16}$$

$\boldsymbol{S}$: 独立な自己釣合モード行列, $\boldsymbol{\alpha}$: 任意ベクトル

任意ベクトル$\boldsymbol{\alpha}$の決定には，最小コンプリメンタリーエネルギーより

$$\boldsymbol{\alpha} = -\left(\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{FS}\right)^{-1}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Delta l} \tag{17}$$

$\boldsymbol{F}$: 柔性行列, $\boldsymbol{\Delta l}$: 強制変形ベクトル

となる．

解析により得られた形状を Fig,10 - 14 に示す．Fig.10 - 13 はそれぞれ格子分割数による違いを示しており，左図が初期形状を示し，右図が解析形状を示している．Fig.14 では，16×16 分割のケーブル位置更新の重み係数λを 0.5,2.0 とした場合の解析形状を示している．

次に，得られた軸力を基に，軸力密度τ_aを算定し，部材番号との関係グラフを作成した．軸力密度τ_aは下式により求める．

$$\tau_a = \frac{n_a}{L_a} \tag{18}$$

L_a: 部材長さ

また，内部領域ωと境界領域γに関する軸力密度比rを下式により求める．

$$r = \frac{\frac{1}{m_\gamma}\sum_a^{m_\omega} \tau_a}{\frac{1}{m_\omega}\sum_b^{m_\omega} \tau_b} \tag{19}$$

m_γ: 境界ケーブル要素数, m_ω: 内部ケーブル要素数

解析モデルを代表して，分割数4×4, 16×16, $\lambda = 1.0$の場合の軸力−部材番号関係グラフ，軸力密度−部材番号関係グラフを Fig.15 - 18 に示す．図中の値が大きい部材が境界部材で，値が小さい部材が内部部材である．

次に全ての解析ケースに対して算定した軸力密度比と分割数の二乗(16×16=256)の関係を表す対数表示グラフを Fig.19 に示す．

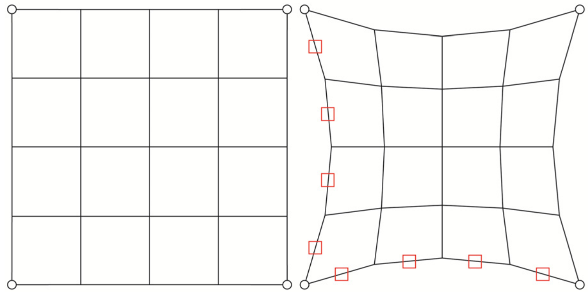


Fig. 10 4×4, $\lambda = 1.0$, □-強制変形部材

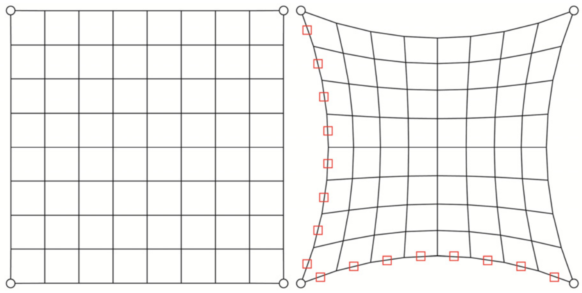


Fig. 11 8×8, $\lambda = 1.0$

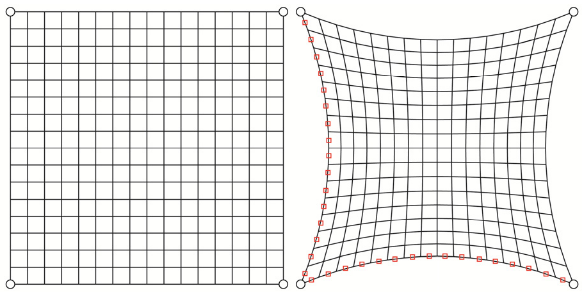


Fig. 12 16×16, $\lambda = 1.0$

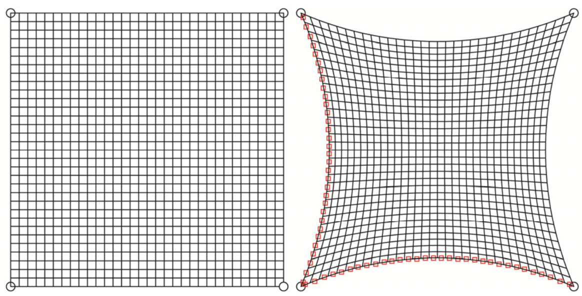


Fig. 13 32×32, $\lambda = 1.0$

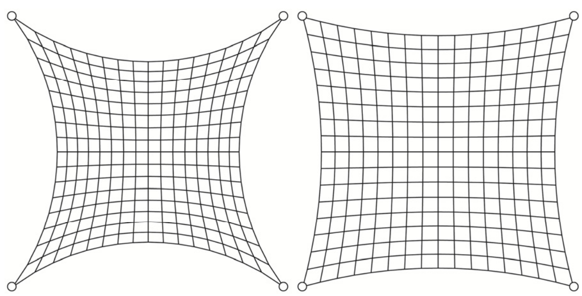


Fig. 14 左:16×16, $\lambda = 0.5$, 左:16×16, $\lambda = 2.0$

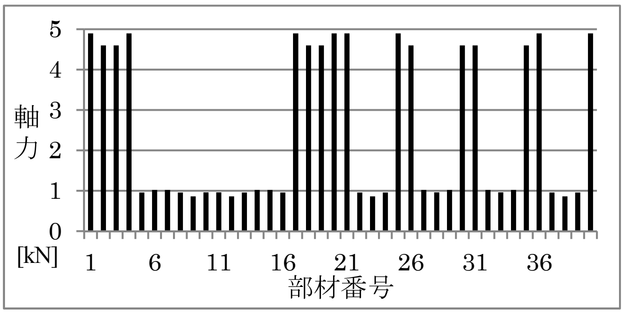


Fig.15 軸力－部材番号(4×4)，$\lambda = 1.0$

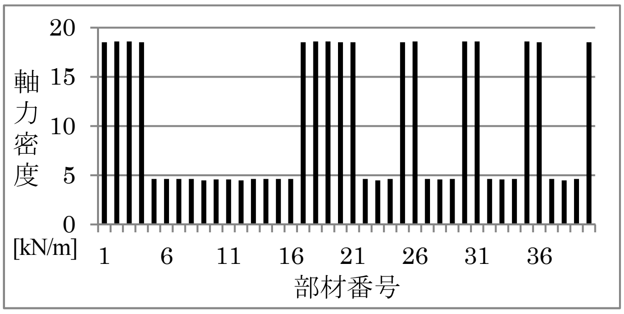


Fig.16 軸力密度－部材番号(4×4)，$\lambda = 1.0$

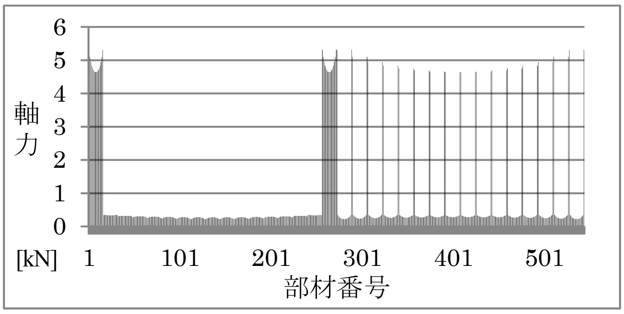


Fig.17 軸力－部材番号(16×16) ，$\lambda = 1.0$

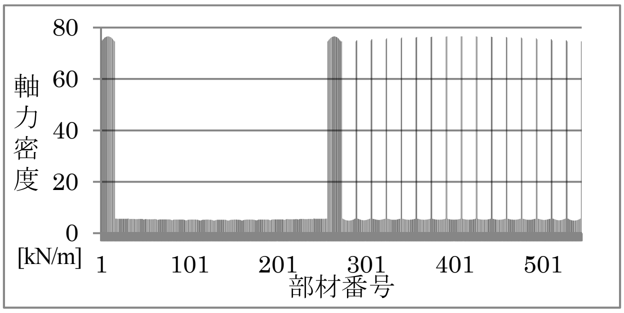


Fig.18 軸力密度－部材番号(16×16) ，$\lambda = 1$

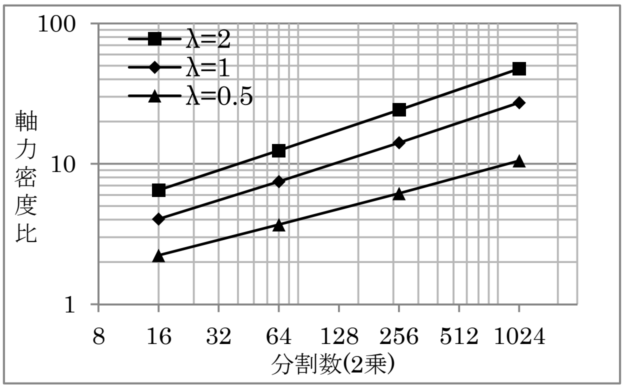


Fig.19 軸力密度比－分割数(2 乗)

解析により得られた形状を見ると，λが同じ値であれば，得られる形状は分割数によらず同一形状である．解析結果の座標値を見ても同様のことが言える．λが変化すると,形状は大きく変化し,また軸力分布が変化する．軸力密度を見ると，軸力と比較し、ばらつきが抑えられている．Fig.19 から軸力密度比と分割数の間に両対数表示における線形関係があると推定される．これらのことから本手法の興味深い点は，境界ケーブル付き張力構造の形状決定手法において応力を指定せずに，形状を指定できる可能性があると考えられる．

7 おわりに

本論文では離散微分幾何手法による膜構造形状の数値解析理論を概説し，共形エネルギーの性質を持つ Willmore エネルギーの有用性について示した．ただし，一般的な膜構造は主曲率方向が未知であるため，任意曲面に対して信頼できる手法の確立が必要である．

また離散微分幾何手法を応用し，境界ケーブルを持つ張力構造の解析手法を提案した．解析結果から，内部領域と境界領域の応力比を指定せずに，形状を指定できる解析手法へ発展できる可能性があることを示唆した．今後は，三次元の境界ケーブル付きの膜構造モデルを検討したい．

参考文献

1) U. Pinkall, etc. : Computing Discrete Minimal Surfaces and Their Conjugates, Experimental Math.,vol.2, 1993
2) J. E. Hutchinson : Computing Conformal Maps and Minimal Surfaces, Proc. Centr. Math. Anal., 1991
3) 小磯深幸：曲面の変分問題 - 極小曲面論入門-「さきがけ数学塾」, http://www.jst.go.jp/crest/math/ja/suugakujuku/archive/text/3_Koiso_text.pdf ,2011
4) Alexander I. Bobenko, P. Schroder : Discrete Willmore Flow, Eurographic Symposium on Geometry Precessing, 2005
5) Lyalla dos Santos Criff : Geometric Energies on Triangulated Surfaces, doctoral thesis,2009
6) 横須賀洋平：ウィルモア曲面の張力構造への応用に関する研究，コロキウム構造形態の解析と創生 2013
7) 川口健一：一般逆行列と構造工学への応 用，コロナ社，2011
8) 日本建築学会編：建築構造物の設計力学と制御動力学，丸善，1994

離散微分幾何手法による膜構造の形状決定

里中拓矢 [1)]，横須賀洋平 [2)]，本間俊雄 [3)]

1）鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，t-satonaka@com.aae.kagoshima-u.ac.jp

2）鹿児島大学大学院理工学研究科，助教，博士（情報科学），yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

3）鹿児島大学大学院理工学研究科，教授，工博，honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

膜構造をはじめとする張力構造において、曲面形状決定は非常に重要な問題である。これらの構造の設計初期段階では、等張力条件を満足する膜曲面形状が設計原型曲面として用いられる。張力構造と幾何学量の関係はきわめて深く、すでに幾何学量による汎関数の臨界点を求める手法が張力構造の初期曲面形状決定において多大な成果を挙げている．なお、その多くは面積汎関数を用いたものである。近年、幾何学量の汎関数として、Willmore 汎関数あるいは Willmore エネルギーと呼ばれる汎関数が注目されており、その臨界点では極小曲面を形成するとされている [1)]。Willmore エネルギーは次式で与えられる。

$$E(S) = \int_s (H^2 - K)\,dA = \int_s \frac{1}{4}(k_1 - k_2)^2\,dA \qquad (1)$$

ここで、E: Willmore エネルギー，S: 曲面，H: 平均曲率，K: Gauss 曲率，k_1, k_2: 主曲率である。

この汎関数の利用により、要素の離散化誤差に左右されず、安定的に曲面を形成できると考えている。本稿では、提案されている Willmore エネルギーの離散微分幾何手法を用いて､汎用的な極小曲面を構成する方法を示し、その手法の有効性や得られた極小曲面の精度について検証する。

2　Willmore エネルギーの離散化表現

ここでは、幾何学の分野で提案されている離散化表現を踏襲する。離散化定式化上、Möbius 不変量と呼ばれる性質が重要な原理として扱われる。Möbius 不変量とは、Möbius 変換（移動、回転、拡大縮小および反転など）に対して、保存される性質である。以下に述べる離散化手法を用いることで、Willmore エネルギーの持つ Möbius 不変量の性質を維持して、滑らかな連続体の性質が保持できるとされている。

図 1 に本離散化手法における三角形メッシュと角度 $\beta(e_{pq})$ の関係を示す。ここで、$\beta(e_{pq})$ は隣接する三角形メッシュ同士の外接円の接線ベクトルのなす角である。

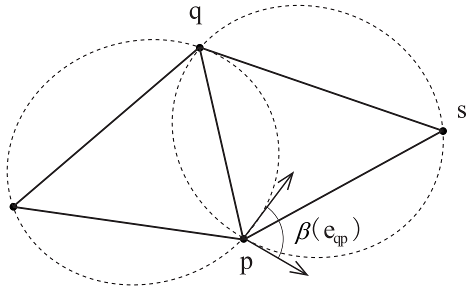


図 1　三角形メッシュと角度 $\beta(e_{pq})$

この角度$\beta_i(e_{pq})$ を用いて、点 p における Willmore エネルギー W_1(p) は式（2）のように表現できる。

$$W_1(\mathrm{p}) = -2\pi + \sum_{q \in N(p)} \beta(e_{pq}) \qquad (2)$$

また、Möbius 不変量の性質より、点 q におけるエネルギー量 W_1(q) も同値となる。

点 q を中心とした三角形メッシュの集合を **M** とすると、**M** の Willmore エネルギーは式（3）のように表現できる。

$$W_1(\mathbf{M}) = \frac{1}{2}\sum_p W_1(\mathrm{p}) \qquad (3)$$

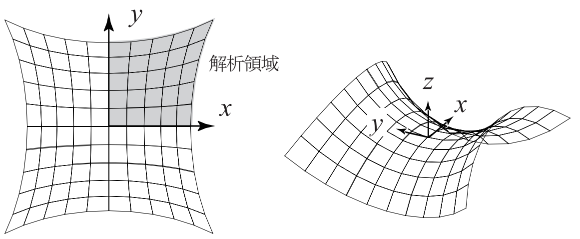
また、実際には、図 1 に示すような関係にある三角形メッシュ同士における $cos\beta(e_{pq})$ は次式（4）のように表すことができる。

$$cos\beta(e_{pq}) = \frac{\langle a,c\rangle\langle b,d\rangle - \langle a,b\rangle\langle c,d\rangle - \langle b,c\rangle\langle d,a\rangle}{|a||b||c||d|} \qquad (4)$$

$$a = q - s \ ,\quad b = r - q$$
$$c = p - r \ ,\quad d = s - p$$

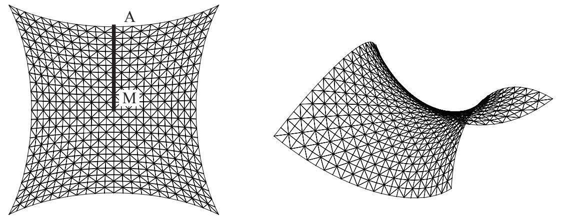
ここで､⟨ , ⟩は内積を表わす。

文献 [2)] では、直交する格子点において三角形メッシュを仮定し、数値解析を実施している。本論文では本来の離散化手法に基づき、実際にモデルを三角形メッシュに分割して、最適化手法により Willmore エネルギーの臨界点に存在する極小曲面を求める。



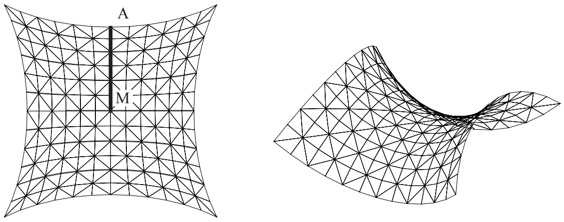
a．平面図　　b．俯瞰図

図２　Enneper 曲面形状モデル



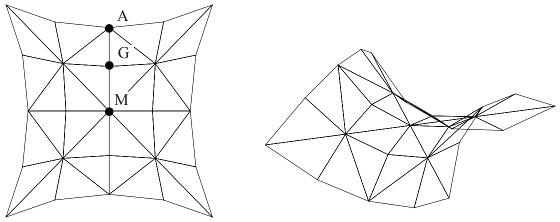
a．平面図および測定点　　b．俯瞰図

図３　解析結果（625 節点 1152 要素）



a．平面図および測定点　　b．俯瞰図

図４　解析結果（169 節点 288 要素）



a．平面図および測定点　　b．俯瞰図

図５　解析結果（ 25 節点 32 要素）

3　Enneper 曲面

3.1　解析対象

前節の離散化手法を用いて、数値解析により極小曲面を求める。解析対象は、Weierstrass 公式により与えられる極小曲面のひとつである Enneper 曲面とする。Enneper 曲面の解析解の定義式を式（５）に、形状を図２に示す。式（５）より明確な解析解が得られるため、本数値解析結果と比較して解の精度について検証する。なお、最適化手法には逐次二次計画法（SQP 法）を用いる。また、モデルの対称性を利用して、全体領域の４分の１を解析領域としている（図２ a参照）。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x(u,v) \\ y(u,v) \\ z(u,v) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u-(u^3-3uv^2)/3 \\ -v-(3u^2v-v^3)/3 \\ u^2-v^2 \end{pmatrix} \qquad (5)$$

3.2　SQP 法による形状決定

Willmore エネルギーの臨界点において、極小曲面を形成することから、SQP 法を用いた最適化により極小曲面を得る。目的関数および制約条件を式（６）、式（７）および式（８）に示す。

$$\textit{Find} \qquad \mathbf{X} \qquad (6)$$

$$\textit{to minimize} \qquad f(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} W_1(\mathbf{M}) \qquad (7)$$

$$\textit{subject to} \qquad \alpha^L \le \alpha_i \le \alpha^U \qquad (8)$$

ここで、$\mathbf{X}$： 最適化対象となる節点座標ベクトル , n： 最適化対象となる節点総数， $W_{\mathrm{i}}(\mathbf{M})$ ： 節点ｉが有する Willmore エネルギー， α_i：三角形メッシュの内角のうち、節点ｉに隣接する内角の総和 , α^{L}： 角度制約下限値 , α^{U} ： 角度制約上限値である。

極小曲面において、節点に隣接している三角形メッシュの内角の総和が２π 以上となることを利用して、制約条件に採用する。一方で、厳しい制約を与えると、収束状況に影響を及ぼし、解が発散してしまう場合があるため、実際には、$\pi \le \alpha_i \le 3\pi$ 程度の制約条件をモデルに応じて調整している。

なお、本稿における解析では、結果を同一節点において比較するために､節点を水平方向（xy－平面）は固定し、鉛直方向（z 方向）のみに対して自由度を与えている。

3.3　メッシュサイズ依存性の検証

以下に、離散化において Möbius 不変量の性質を保持する特徴を持つことから、三角形メッシュのサイズが解析結果に対して及ぼす影響について検証した。

対象とするモデルの節点数および三角形要素メッシュ数は、625 節点 1152 要素、169 節点 288 要素および 25 節点 32 要素の３種類である。曲面外周部の節点を全て固定することで境界条件を与え、その他の節点を鉛直方向に移動させることで曲面を構成する。なお､本解析では、初期値として線形解 [3)] を用いることで、目標形状に十分近い形状から解析を開始する。

解析結果の平面図および俯瞰図をそれぞれ図３、図４および図５に示す。なお、図６に示すように､y 軸に沿ったＡ-Ｍ断面上の節点においてｚ座標値を測定する。測定したｚ座標値を表１および図７に示す。

解析結果より、いずれのメッシュサイズの場合におい

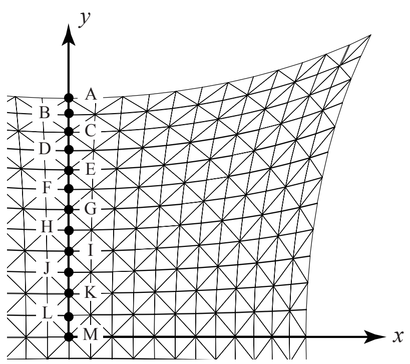


図6　座標値測定点（625 節点 1152 要素）

表1　メッシュサイズが異なる場合における解析結果の比較

測定点	y	解析解	線形解（初期値）	本解析（625節点1152 要素）	本解析（169節点288要素）	本解析（25節点32要素）
A	0.45833	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000
B	0.42624	0.21007	0.21689	0.20998	-	-
C	0.39255	0.17361	0.18452	0.17372	0.17354	-
D	0.35742	0.14063	0.15323	0.14063	-	-
E	0.32099	0.11111	0.12381	0.11108	0.11102	-
F	0.28340	0.08507	0.09661	0.08505	-	-
G	0.24479	0.06250	0.07214	0.06245	0.06236	0.06161
H	0.20532	0.04340	0.05077	0.04369	-	-
I	0.16512	0.02778	0.03284	0.02799	0.02775	-
J	0.12435	0.01563	0.01862	0.01577	-	-
K	0.08314	0.00694	0.00832	0.00709	0.00692	-
L	0.04164	0.00174	0.00209	0.00187	-	-
M	0.00000	0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00028
解析解との誤差(平均値)		-	-	0.00010	0.00005	0.00039
Willmore エネルギー（収束値）		-	-	2.86461	2.65404	1.84644

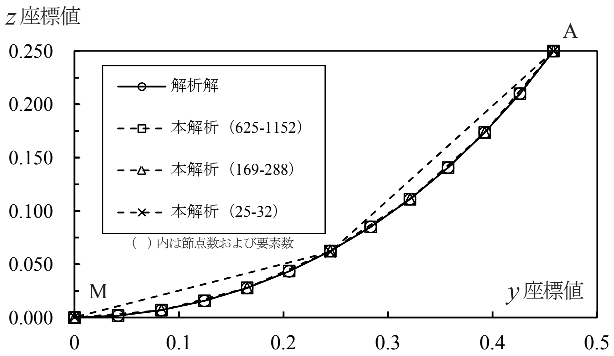


図7　解析結果の比較（断面図）

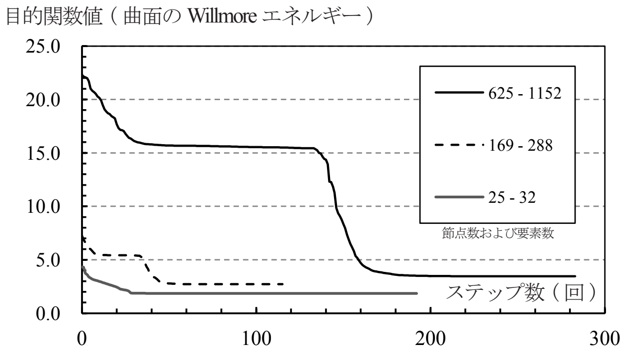


図8　目的関数値の推移

ても、本解析における結果は解析解とよく一致しており、良好な結果が得られている。解析解との座標値の誤差の平均値は、最大で 3.9×10^{-4} と小さい。

図8に目的関数値の推移を示す。縦軸は目的関数値（曲面の Willmore エネルギー）であり、横軸はステップ数（回）である。メッシュサイズの違いにより収束までのステップ数に差異はあるものの、全ての場合においてエネルギーが臨界点に達していることが確認できる。ここで、一般的に極小曲面は、平均曲率が0となる。つまり、式（1）によれば、形成される曲面における Willmore エネルギーは Gauss 曲率による値となる。今回解析対象とした形状は Gauss 曲率が負の値となるため、主曲率が0あるいは等しくなるような方向にメッシュを取らない限り、曲面における Willmore エネルギーは0ではなく、正の値となる。本解析において、収束時の Willmore エネルギーの値は 1.85 ～ 2.87 程度であり、曲面形状を反映した、Gauss 曲率による値を表現できている。

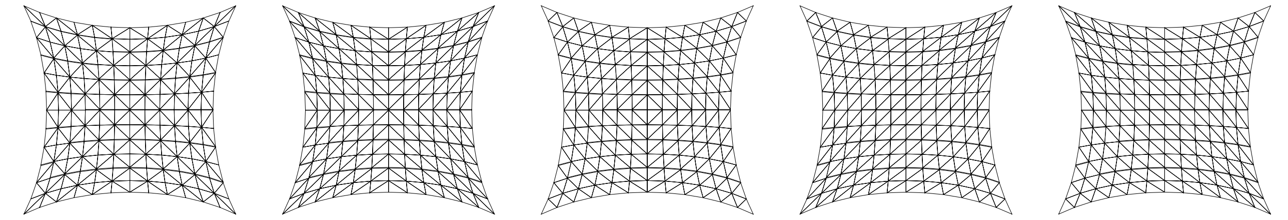
以上の解析結果より、Willmore エネルギーを汎関数として選択した離散化手法は、Willmore エネルギーの有する Möbius 不変量の性質を保持して、メッシュサイズに依存しない数値解析が可能であることを確認した。

3.4　メッシュパターン依存性の検証

同様に、メッシュの構成パターンが異なる場合においても Möbius 不変量の性質の保持を確認するために検証を行った。メッシュパターンは図9に示すような5種類である。平面が点対称となる Pattern A、Pattern B および Pattern C については、解析領域を全体領域の4分の1としているが、平面が点対称ではない Pattern D および Pattern E については全体領域について解析を実施した。

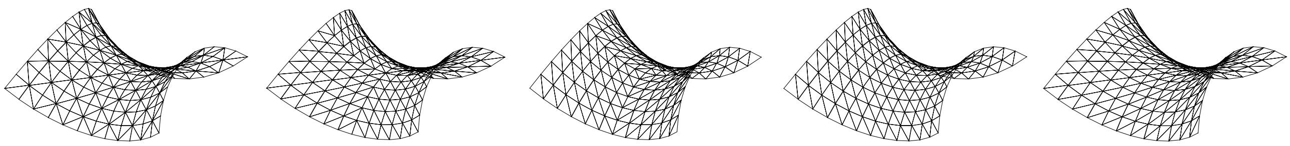
図 10 に解析結果の俯瞰図を、表2および図 11 に解析結果における z 座標値を示す。全てのメッシュパターンにおいて、本解析における結果は解析解とよく一致しており、良好な結果が得られている。解析解との座標値の誤差の平均値は、最大で 5.5×10^{-4} と小さい。

また、図 12 に目的関数値の推移を示す。メッシュパターンの違いによって、収束までのステップ数に若干の差異があるものの、全ての結果において曲面の Willmore エネルギーが臨界点に達していることが確認できる。収束時の Willmore エネルギーの値は 2.65 前後であり、ばらつきが小さく、全てのメッシュパターンにおいて安定的



a．Pattern A　　b．Pattern B　　c．Pattern C　　d．Pattern D　　e．Pattern E

図 9　メッシュパターン（169 節点 288 要素）



a．Pattern A　　b．Pattern B　　c．Pattern C　　d．Pattern D　　e．Pattern E

図 10　解析結果俯瞰図（169 節点 288 要素）

表 2　メッシュパターンが異なる場合における解析結果の比較（169 節点 288 要素）

測定点	y	解析解	線形解（初期値）	Pattern A	Pattern B	Pattern C	Pattern D	Pattern E
A	0.45833	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000
C	0.39255	0.17361	0.18446	0.17304	0.17377	0.17290	0.17316	0.17347
E	0.32099	0.11111	0.12374	0.11054	0.11130	0.11043	0.11067	0.11104
G	0.24479	0.06250	0.07209	0.06194	0.06263	0.06185	0.06208	0.06249
I	0.16512	0.02778	0.03281	0.02722	0.02785	0.02716	0.02737	0.02781
K	0.08314	0.00694	0.00831	0.00639	0.00702	0.00634	0.00654	0.00700
M	0	0.00000	0.00000	0.00055	0.00007	0.00059	0.00040	0.00006
解析解との誤差（平均値）		-	-	0.00048	0.00010	0.00055	0.00036	0.00005
Willmore エネルギー（収束値）		-	-	2.65404	2.61544	2.67705	2.65084	2.65061

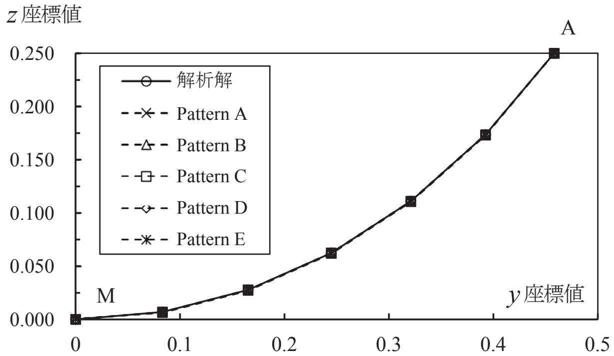


図 11　解析結果の比較（断面図）

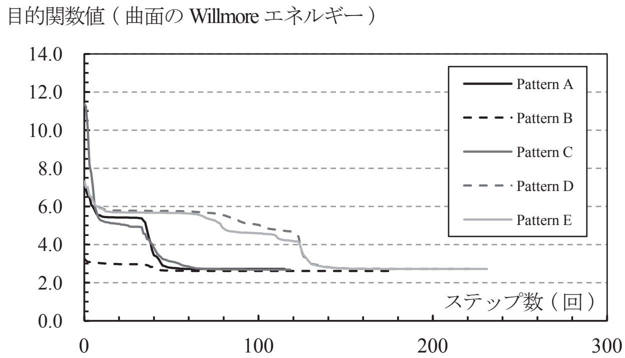


図 12　目的関数値の推移

に解が得られていることが分かる。

以上の結果より、メッシュパターンが異なる場合においても、Möbius 不変量の性質を保持して安定的に数値解析が実行できていることを確認した。

4　HP 型曲面

前節 3 と同様の手法で、HP 型曲面を対象として数値解析により極小曲面を得る。図 13 に形状モデルを示す。境界条件は、節点 A、Q、R および S の座標値が a および h により定まった時に、その点の間で線形補間を用いて各節点座標値を決める固定境界条件を与えた。初期値は目標形状の十分近くに与える必要があるため、Enneper 曲面の場合と同様に、線形解 [3] を用いている。

HP 型曲面モデルについては、図 14 に示すような 3 種類のメッシュパターンについて検討した。図 14 a は、前節と同様の三角形メッシュによる離散化モデルのうち Pattern A を HP 型曲面に適用したモデルである。一方で、図 14 b は、図 14 a のモデルをもとに、全ての三角形メッシュにおいて、2 つ以上の辺が主曲率の方向（対角線方

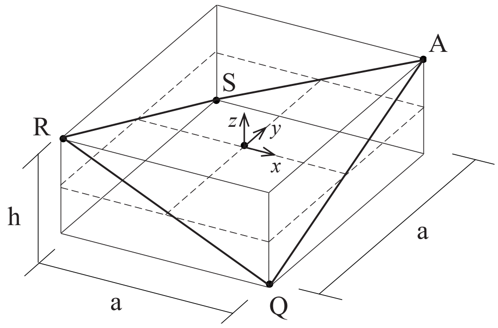
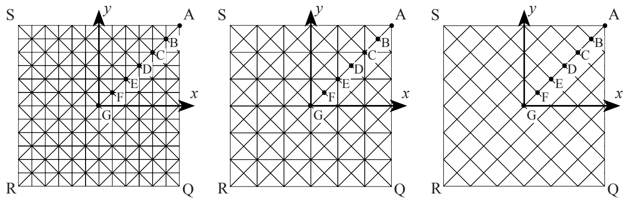
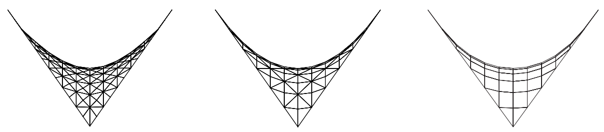


図 13　HP 形状モデル



a . Pattern A（169 節点 288 要素）　b . 改良 Pattern A（85 節点 144 要素）　c . 直交格子モデル（文献[4] の手法）

図 14　解析対象の平面図および座標値測定点



a . Pattern A　b . 改良 Pattern A　c . 直交格子モデル

図 15　解析結果の曲面形状（立面図）

表 3　表面積の比較（a＝h＝1.0 の場合）

	本解析 Pattern A	本解析 改良 Pattern A	直交格子モデル 文献[4] の手法
表面積	1.285579 (1.285193)	1.282414 (1.283847)	1.282334

（ ）内は初期値（線形解）の表面積

表 4　他手法との解析結果の比較

測定点	|y / a|, |x / a|	線形解（初期値）	極小曲面法 FEM[3]	本解析 Pattern A	本解析 改良 Pattern A
A	0.50000	0.50000	0.50000	0.50000	0.50000
B	0.41670	0.34720	0.34000	0.33664	0.34113
C	0.33330	0.22220	0.20840	0.22965	0.20626
D	0.25000	0.12500	0.11230	0.13526	0.10931
E	0.16670	0.05556	0.04829	0.06329	0.04848
F	0.08333	0.01389	0.01183	0.01547	0.01238
G	0.00000	0.00000	0.00000	0.00105	0.00178

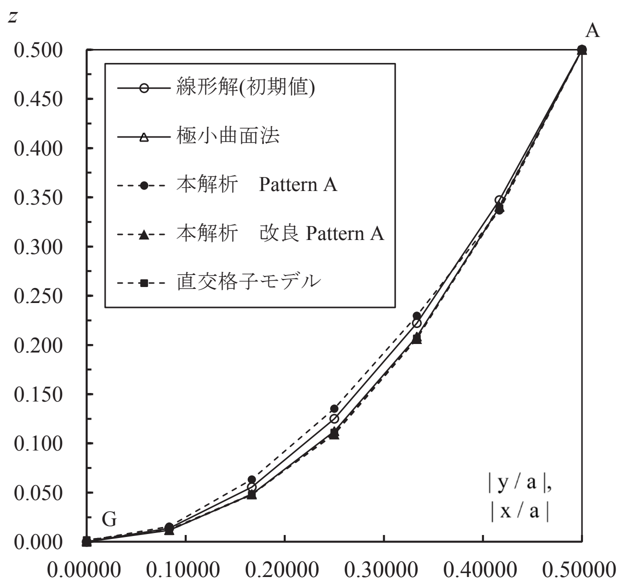


図 16　他手法との解析結果の比較（断面図）

向）と一致するように分割パターンを改良したモデルである。図 14 a の分割パターンでは、全ての三角形メッシュにおいて、主曲率の方向と一致する辺が 1 つのみとなる。また、図 14 c は、参考文献[4] の、直交する格子点において三角形メッシュを仮定する手法を用いて、主曲率方向のみにメッシュを取った直交格子モデルである。なお、直交格子モデルの表面積は、三角形メッシュ分割パターンを改良 Pattern A と同様のものとして算定した。

解析結果の曲面形状を図 15 に、曲面の表面積を表 3 に、測定した座標値を表 4 および図 16 に示す。ここでは、本解析結果を線形解および有限要素法を用いた極小曲面法による解[3] と比較する。

解析結果より、分割パターンを改良していないモデルは、線形解（初期値）と比較して表面積が大きく、極小曲面ではない解に収束している。また、節点の z 座標値は線形解（初期値）から正の方向に移動して収束している。この解に類似した解析結果の報告はなく、信頼性のある解が得られたとは考えにくい。これに対して、分割パターンを改良したモデルの場合、線形解（初期値）と比較して表面積が小さくなっている。このモデルにおける節点の z 座標値は、極小曲面法による解[3] とよく一致している。

一方で、主曲率の方向のみにメッシュを取った直交格子モデルの表面積は、改良 Pattern A よりも低い値を示しており、理論上では、極小曲面の厳密解を捉えていると考えられる。しかし、通常、対象とするモデルの主曲率の方向をあらかじめ知ることは困難であるため、今回の直交格子モデルのような手法は、任意形状を解析する場合などにおいて実用的ではない。

以上の結果より、本手法において主曲率の方向とメッシュの関係は深く、全ての三角形メッシュにおいて 2 つ以上の辺が主曲率の方向と一致するようにメッシュの分割パターンを工夫することで、解の精度が向上することを確認した。

5　回転懸垂曲面

前節3および4と同様の手法を用いて、平行に置かれた2つの円の間に張られる極小曲面である回転懸垂曲面について数値解析を実施する。回転懸垂曲面は、図17に示すような形状モデルであり、安定解および不安定解の2つの解が得られることが知られている。本解析においては、円の半径Rと2円の距離Lとの比を1:1としている。安定解および不安定解それぞれの解析解に対して十分近い位置に初期値を設定し、その収束状況について検証した。

解析結果を表5および図18に示す。安定解については、解析解付近の結果を得ることができたものの、各節点での解析解との誤差の平均値は4.0×10^{-3}と大きい。一方で、不安定解に対しては、初期値を解析解付近に設定しても収束し難く、解が発散する。これは、回転懸垂曲面において、不安定解の周辺で三角形メッシュの大きさが極端に小さくなるためではないかと考えられる。

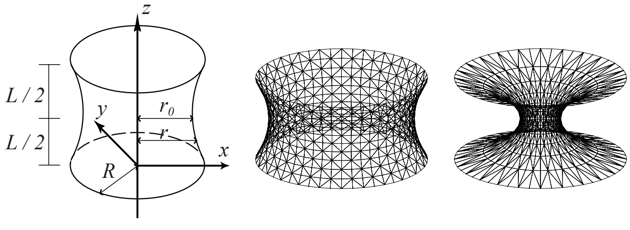
6　おわりに

本稿では、Willmoreエネルギーによる離散微分幾何手法を用いた膜構造の初期曲面形状決定について、三角形メッシュによる数値解析により、本手法の有効性および得られた極小曲面の精度について検証した。

数値解析結果より、Enneper曲面を解析対象とした場合、解析解とよく一致する精度の高い解を得た。また、本離散化手法が持つMöbius不変量の性質を保持して、三角形メッシュのサイズや分割パターンに依存しない数値解析が実行可能であることを確認した。ただし、HP型曲面モデルの数値解析例で示すように、全ての三角形メッシュにおいて、三角形メッシュを構成する3辺のうち2辺以上を主曲率の方向と一致させなければ、十分な精度の解を得られない。また、回転懸垂曲面のような、安定解および不安定解の2つの解が存在する形状については、三角形メッシュの形状が大きく崩れる場合に、十分な精度の結果を得られない可能性を示唆した。

このように、いくつかの条件があるものの、本手法は膜構造の形状決定手法として有効であると考えている。

今後は、より安定的に極小曲面解析を行うために新たな幾何条件や制約条件の導入を検討し、主曲率方向が明白でない形状のメッシュ分割パターンの決定方法および任意境界を有する形状の解析手法の開発が必要であると考えている。



a.形状モデル　　b.安定解形状　　c.不安定解形状

図17　回転懸垂曲面

表5　解析結果

z / R	安定解		不安定解	
	解析解	本解析	解析解	本解析
0.50000	0.84834	0.85772	0.23510	収束せず
0.40000	0.85424	0.86356	0.25669	
0.30000	0.87202	0.86923	0.32542	
0.20000	0.90194	0.90115	0.45393	
0.10000	0.94444	0.94634	0.66582	
0.00000	1.00000	1.00000	1.00000	
解析解との誤差（平均値）	－	0.00403	－	－

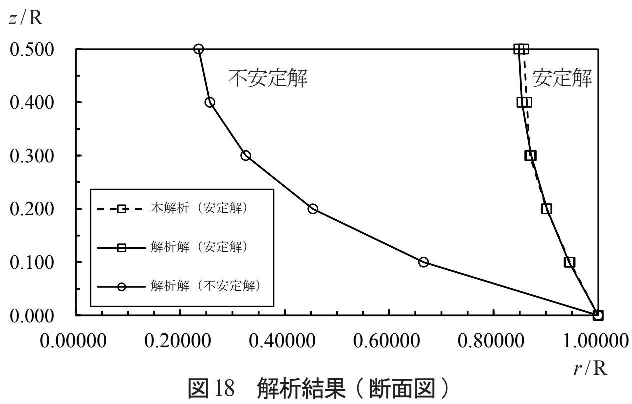


図18　解析結果（断面図）

参考文献

1）U.Pinkall,etc.：Computing Discrete Minimal Surfaces and Their Conjugates, Experimental Math, Vol.2, 1993

2）横須賀洋平：ウィルモア曲面の張力構造への応用に関する研究，コロキウム構造形態の解析と創生2013, pp.101－106

3）日本建築学会編：建築構造物の設計力学と制御力学，応用力学シリーズ2，丸善，1994

4）横須賀洋平，本間俊雄 ：離散微分幾何手法によるケーブル境界を持つ膜構造の形状決定法，コロキウム構造形態の解析と創生2014（発表予定）

5）小磯憲史 ：変分問題，共立出版，1998

6）日本建築学会編 ： 空間構造の数値解析ガイドライン2001，丸善，2001

7）Alexander I. Bobenko, P.Schroder : Discrete Willmore Flow, Eurographic Symposium on Geometry Precessing, 2005

8）八木孝憲，大森博司，石原競 ： 極小曲面法による膜構造の形状決定に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第73巻，第632号，pp.1773－1777, 2008

9）Lyalla dos Santos Criff : Geometric Energies on Triangulated Surfaces, doctoral thesis

遺伝的アルゴリズムによる鋼構造物の構造創生支援に関する研究 -工場モデルの解析-

平田 曜[1)]，古川 忠稔[2)]，大森 博司[3)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科, 大学院生，hirata@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)名古屋大学大学院環境学研究科，准教授
3)名古屋大学，名誉教授

1　研究の背景と目的

近年、コンピュータ技術の発展により、高度で複雑な解析が手軽にできるようになり、建築のデザインそのものに構造が深く関わる傾向が増している。その一方で環境問題への配慮、建物の長寿命化など長期的な建築計画が求められ、多様化する建築の価値観の中で構造設計者の果たすべき役割は、多くの要素が相互に絡み合い、複雑で広範なものとなっている。そのため、構造計画が非常に重要な役割を担っており、その行為は、様々な建築計画や要求性能に対して、いくつもの構造システムを比較対比させ最も適したものを立案する創造行為と、その構造システムの力学的性質を解明する分析行為および最終的な構造システムが設計に課された諸条件をクリアしているかどうかを判断する判断行為という三つの思考行為の積み重ねと繰り返しにより行われるのが一般的である。本研究は、実務的な構造計算および構造設計に基づき、最適設計および多目的最適設計によって、設計者の要求に応じた最適解、Pareto 解の提案を目標とした設計支援システムの構築を行う。そして、実務設計への実用化に向けて、市販構造計算ソフトとの互換性と、最適設計、多目的最適設計による設計支援を統合的に行う実務設計で使いやすい構造創生支援ソフトウェアの開発を最終的な目標とする。設計者は，構造創生支援ソフトウェアの使用により，構造部材の断面決定に関わる時間・労力および資源が削減できるだけでなく，建築計画の変更による変化が構造物全体の力学的特性に与える影響を短時間で確認することができることにより，創造性・統合性の必要な本来の設計的仕事に専念することができると考えられる。

2　設計支援システム

構造創生支援システムは，以下の要素によって構成されている。

- ユーザ・インターフェース
- 構造解析
- 最適化，多目的最適化

ユーザ・インターフェースは，構造創生支援システムを統合的に管理するGUI(Graphic User Interface)であり，市販構造解析ソフトウェアからのデータの読み取り，構造設計の条件，使用可能部材の設定および最適化パラメータ入力を行うプリ・プロセッサを構築し，数値解析によって得られた最適解あるいはパレート最適解をポスト・プロセッサにおいて確認を行う。　構造解析は，実務設計への応用を図り，建築基準法で定められた鋼構造計算に基づいたルート2およびルート3に対応した構造解析を行う。遺伝的アルゴリズムの各情報体ごとに重量，地震力の準備計算を行い，長期応力，短期応力の計算，断面算定，二次設計の検討や部材断面情報からJIS規格で定められた鋼材単価を用いてコストの算出を行い，各情報体の評価値を決定する。それぞれの評価値によって次世代に生成する設計解に影響を与え，設定した世代まで計算を行う。

また，最適化，多目的最適化によって得られた設計解に設計者の感性や経験による改良を加え，それを初期条件として再度最適化，多目的最適化を行うことでさらに建築物の価値を高める設計解が得られると考えられ，構造創生支援システムは設計者と計算機の統合的な最適化が可能なシステムとなると考えられる。以上のように構造創生支援システムを構築しており，開発を行っている。

3　解析手法

本節では，遺伝的アルゴリズムを用いた最適設計を行う。本節で目標とする構造物は，経済的であり，かつ鋼構造計算ルート2の規定および実務的な設計方法を満足する構造物とし，コスト最小化問題を扱う。

3.1　遺伝的アルゴリズムについて

生物の進化は環境に適合するように個体が変化するのではなく，突然変異や個体の交叉により遺伝子の多数の組み合わせが偶然の要素をもって発生し，その個体が環境によく適合すれば増殖し，そうでなければ消滅するというメカニズムで行われる，とメンデルの遺伝法則ではいわれている。自然界の生物では，この進化の過程を何万年，何億年という長い期間を経て徐々に行われてきたが，この法則を工学的に取り入れてモデル化し問題に対する適合度の高い個体をコンピュータで形成させようというのが，遺伝的アルゴリズムである。

GAの基本的な仕組みについて説明する。まず0世代として何個かの個体を発生させ集団を構成する。それぞれが独自に持つ染色体によって適合度をきめ，適合度に応じてGAオペレータ（選択，淘汰，交叉，突然変異）をおこなう個体を決定し，1世代目の個体を作りだす。同様にして１世代目の個体が親となり2世代目の個体を産む。この過程を繰り返していくと，世代の進行とともに次第に集団全体が良くなっていくという仕組みである。GAの基本的な手順は図1に示す。

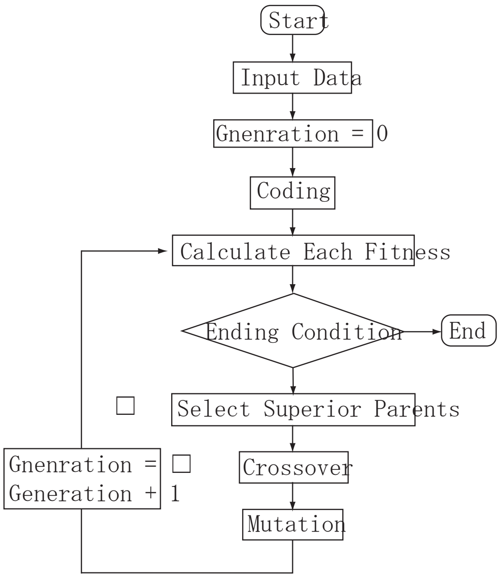


図1　GAの手順

3.2　コスト最小化問題の定式化

構造最適化問題をコスト最小化問題として次式で与える。

$$\text{minimize} \quad C(\boldsymbol{x}) \tag{1}$$

$$\text{subject to} \quad g_i \leq 0$$

ここで，

C　：構造物の鋼材コスト

$\boldsymbol{x}$　：断面形状

g_i　：制約条件i

この問題を遺伝的アルゴリズムで解くために，評価関数fの最大値を求める問題とし，次式で与える。

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{C(\boldsymbol{x})} \tag{2}$$

$$\text{subject to} \qquad g_i \leq 0$$

さらに，制約条件を満たさない場合，$f(\boldsymbol{x})$自体にペナルティ関数 $_i$を乗じたものを新たな目的関数$h(\boldsymbol{x})$として，以下のように定式化する。

$$\text{maximize} \quad h(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}) \prod_j \ _j \tag{3}$$

最適化問題の定式化により，遺伝的アルゴリズムの進化計算の尺度となる適合度関数を以上のように評価し，最適化を行う。

4　工場モデルについて

本稿では，本手法の実務設計への実用化に向け，工場の設計例を基にモデル化し，解析を行う。

4.1　梁の中央、両端の部材変更

工場などの鉄骨造の梁はブランケット工法で接続されており，１本の梁を３分割し，両端の梁は工場溶接で柱に接続され，中央の梁は現場で接続される。このような接続方法の違いから，両端の梁と，中央の梁の鋼材種別を変更することがある。鋼材種別によって，強度，溶接性などが異り，コストにも影響する。例えば，中央部では溶接せずボルト接合したSS材，端部では柱梁接合部としてエネルギー吸収にすぐれた溶接性のあるSN材を使うことがある。これは，SS材は溶接性の規格がないが，SN材は溶接性，エネルギー吸収の規格があるためである。

また，工場は柱間距離が大きく，梁部材による鋼材量が全体の鋼材量の大半を占める。そこで，梁の断面をできるだけ小さくするため，工場溶接の両端の梁と，ボルト接合する中央の梁の断面を変更することもある。しかし，梁全ての鋼材種別や断面を変更した場合，構造計算が複雑になり，多くの時間を要する。そこで，本手法を使うことによって，短時間でコストと構造性能を把握することができ，実務設計に活かせると考えている。今回は，基礎解析として，鋼材種別は考慮せず，

梁の断面性能のみを左端右端中央でわけた場合と，わけずに同断面にした場合を，単一目的最適化であるコスト最小化という基準でそろえることで，どれだけのコストの差が生じるのか比較し考察する。いままでの解析での梁の扱いとの変更点を図 2に示す。

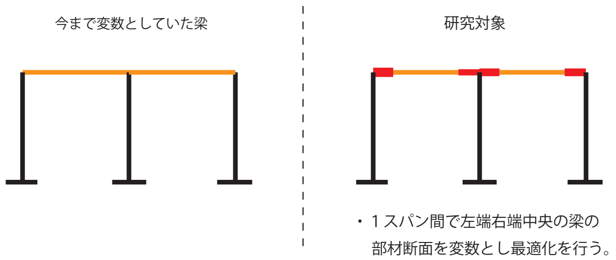


図2　梁３分割モデル

4.1.1　解析対象

解析モデルを図 4に示す。建物の用途は１層の工場とし、1スパン12mでＸ方向５スパン、Ｙ方向４スパンで高さ８mである。梁の左端右端中央の断面を変数とし、柱の断面は変数としない。自重と床荷重をかけ、Co=0.2とし、許容応力度以下、層間変形角1/200など制約をもうけている。今回は、柱を冷間成形角形鋼管、梁はH形鋼として解析を行っている。

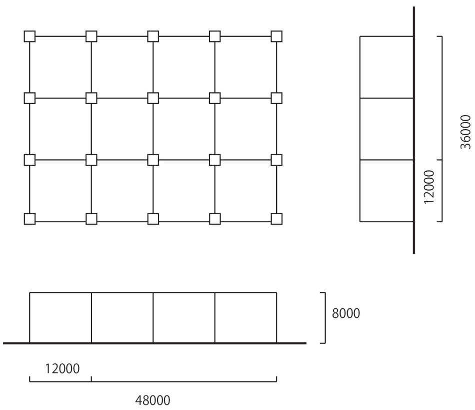


図3　解析モデル

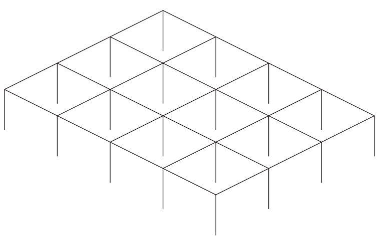


図4　立体図

4.2　設計変数

グループ設定は図 5のように設定した。柱部材は変数とせず，梁部材のみを変数とし，左右対称とする。よって、X方向の変数は6×2=12，Y方向は5×3=15となり，合計の変数は27個である。

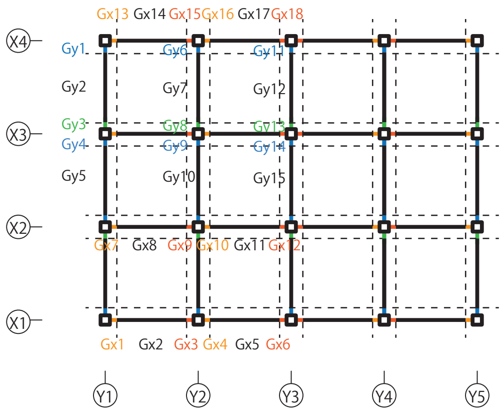


図5　グループ設定[伏せ図]（左右対称）

4.3　部材リスト

表 1, 2は、使用する部材リストである。

表 1　柱部材リスト

450 x 450 x 12 x 12 x 42

表 2　梁部材リスト

148 x 100 x 6 x 9 x 8
194 x 150 x 6 x 9 x 8
244 x 175 x 7 x 11 x 13
294 x 200 x 8 x 12 x 13
340 x 250 x 9 x 14 x 13
390 x 300 x 10 x 16 x 13
440 x 300 x 11 x 18 x 13
482 x 300 x 11 x 15 x 13
488 x 300 x 11 x 18 x 13
582 x 300 x 12 x 17 x 13
588 x 300 x 12 x 20 x 13
594 x 302 x 14 x 23 x 13
692 x 300 x 13 x 20 x 18
700 x 300 x 13 x 24 x 18
792 x 300 x 14 x 22 x 18
800 x 300 x 14 x 26 x 18
890 x 299 x 15 x 23 x 18
900 x 300 x 16 x 28 x 18
912 x 302 x 18 x 34 x 18
918 x 303 x 19 x 37 x 18

4.4　最適化パラメータおよび制約条件

最適化パラメータおよび制約条件を表3と4に示す。

表 3　最適化パラメータ

設計変数	27
個体数	30
世代数	30000
交叉率	0.97
突然変異率	0.03

表 4　制約条件

応力度	許容応力度以下
層間変形角	1/200 以下
たわみ	1/250 以下
柱梁耐力比	1.5以上

4.4.1 解析結果

単一目的最適設計により，得られた解の分析および考察を行う。鋼材コストの解析結果を表 5に示す。

表 5 解析結果(鋼材コスト)

最大値(万円)	平均値(万円)	最小値(万円)
17,214,600	12,390,455	12,192,700

鋼材コストと適合度の世代ごとの値をグラフにしたものを、図 6, 7に示す。はじめは、ペナルティを満たさなかったため、適合度が０になっているが、段々と適合度が上がり、世代が進むにつれて収斂していくことがわかる。

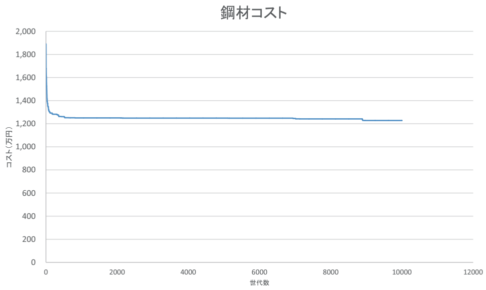


図6 世代ごとの鋼材コスト

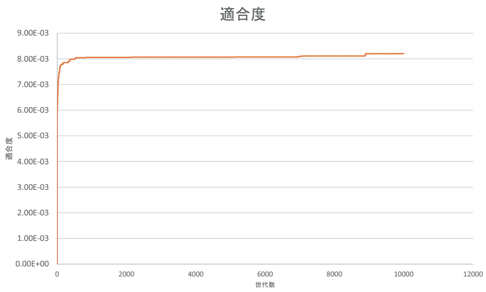


図7 世代ごとの適合度

図 9は、X2通りの模式図（立面図）である。部材断面が大きいほど線が太くなっている。この解析結果では、中央の断面よりも、端部の断面が小さいところが存在することがわかる。中央の断面を端部の断面と同じにした場合では、ペナルティがかかり、制限を満たさないことを解析によって確認している。しかし、実際の設計では、中央の断面よりも両端の断面を小さくすることは考えられない。この点においては、プログラムに中央の断面よりも両端の断面が小さくならないような制約を加える必要がある。

図8 模式図（X2フレーム）

4.4.2 比較

梁の両端と中央の断面を同一とした場合の結果と比較を行う。以下に、同一とした場合の解析結果を示す。

表 6 解析結果2(鋼材コスト)

最大値(万円)	平均値(万円)	最小値(万円)
33,174,700	22,377,267	22,349,500

図9 模式図2（X2フレーム）

今回の解析では、鋼材のコストのみ計算しているため、分割したモデルと約1000万円ほど異なる結果となった。両端と中央の断面変更に伴う溶接に必要なコストを考慮した結果を今後求めていき比較を行いたい。

5 結語

本稿では、工場をモデル化し、本手法を用いてコスト最小化の単一目的最適化を行った。本手法の実用化にあたっては、構造計画は多角的な観点から検証することが重要であり，コストだけでなく他の評価値を考慮しながら利用していくことが必要である。これにより、合理的な構造計画が可能となり、意匠設計者や建築主に対するプレゼンテーションツールとしても利用できるなど、構造設計者が望む構造計画が支援できる有用なソフトウェアとなると考えられる。

参考文献

1）経済調査会: 建築施工単価, 2010年秋経済調査会
2）大森博司, 田村尚土 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案, 構造工学論文集, Vol. 54B, pp. 251–257, 2008
3）田村尚土, 大森博司 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案（その1）許容応力度等設計における最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, No. 628, pp. 891–897, 2008
4）田村尚土, 大森博司 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案（その2）保有耐力設計に基づく最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, No. 643, pp. 1671–1676, 2009
5）田村尚土, 大森博司 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案（その2）保有耐力設計に基づく最適設計法, 日本建築学会構造系論文集, No. 643, pp. 1671–1676, 2009
6）大森博司, 伊藤智幸, 石田高義 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案 –ブレース配置最適化問題への応用, 構造工学論文集, Vol. 55B, pp. 239–246, 2009
7）大森博司, 石田高義, 小玉真一 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案 –偏心 K 型ブレース構造物の保有耐力設計法への応用, 構造工学論文集, Vol. 56B, pp. 395–401, 2010
8）小玉真一, 大森博司 : 多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案 –基礎梁を考慮した最適設計法, 構造工学論文集, Vol. 57B, pp. 55–60, 2011
9）S-W. Jin, 田村尚土, 大森博司 : 柱梁接合部の施工性を考慮した鋼構造物の最適設計, 日本建築学会構造系論文集, No. 673, pp. 469–474, 2012
10）平野伯恭, 平田曜, 大森博司:多目的最適化法による鋼構造物の構造創生支援に関する研究 部材断面とブレースの配置の同時最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道)構造I, pp. 1029-1030, 2014

トラス・トポロジー最適化手法を利用したリンク機構の生成法

鋤柄智大[1]，高田豊文[2]
1)滋賀県立大学大学院環境科学研究科，大学院生，arc.3ive5@gmail.com
2)滋賀県立大学環境科学部，教授，博士(工学)，takada@ses.usp.ac.jp

1 はじめに

近年、数理的手法や確率的探索手法を用いて、力学性能の優れたトラス・トポロジーを求める手法が、数多く研究されている。また、入力点の変位に対して、指定した出力点が指定した方向に移動するようなコンプライアント・メカニズムあるいはリンク機構を生成する研究も行われている。藤井らは、位相を求めるためのグランドストラクチャ(背景構造)を設定し、非線形計画法によって、条件にあったコンプライアント・メカニズムやリンク機構を生成する方法を提案している[1,2,3,4]。ただし、定式化された最適化問題は多峰性問題であるため、最適解が初期解に依存する。大崎らは、部材を弾性棒として考え、幾何学的非線形性を考慮してリンク機構の形状を求めている[5]。

一方、筆者らは、トラス・トポロジー最適化問題を、部材総体積とコンプライアンスを目的関数とした多目的最適化問題として取り扱い、線形計画法(シンプレックス法)を利用した解法を示している[6]。さらに文献[7,8]では、内点法と自己釣合方程式の基本解を利用して、同じ目的関数値を持つ複数の最適トラス・トポロジーの生成法について述べている。

本研究では、文献[6,7,8]で提案されているトラス・トポロジー最適化手法を利用して、不安定トラスから成るリンク機構を効率的に生成する方法を提案する。

2 リンク機構の生成問題の定式化

藤井らは、図1に示すように、グランドストラクチャと呼ばれる高次不静定の骨組構造を設定し、部材断面積と節点(接合部)の剛性を設計変数としたトポロジー最適化問題を解くことによって、目的の変形形状となる構造形態を生成する手法を提案している。最適化手法にはCONLIN法や逐次線形計画法などの非線形計画法が用いられている。この手法を用いると、図1に示したグランドストラクチャから図2に示すメカニズムが得られ、入力点の変位に対して、出力点が目的の変位をしていることが確認される。

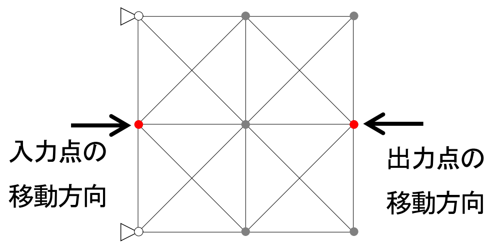


図1 グランドストラクチャ

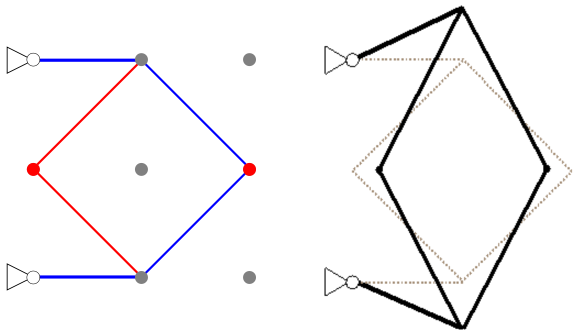


図2 既往の方法により得たリンク機構

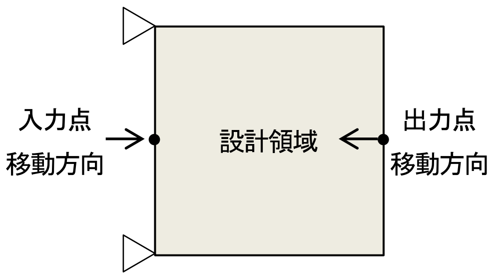


図3 リンク機構の設計領域

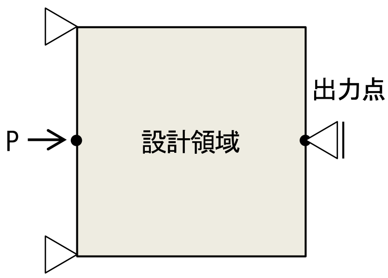


図4 出力点の変位を拘束した設計問題

リンク機構を生成する場合、図3のように入力点に変位を与えると出力点に指定方向の変位が生じるように、条件を設けなければならない。また、ただ変位ための条件だけだと、部材断面が小さな非常に柔らかいトラス形状が生成されるおそれがある。そこで図4のように出力点に支点を設けた時の剛性が最大となるような条件が必要となる。本研究では、部材断面積$\boldsymbol{a}$とメカニズム時の節点変位$\boldsymbol{u}$を設計変数とし、指定した変位が生じるようなリンク機構となる条件を付加して、コンプライアンスCと部材総体積Vを目的関数とした多目的最適化問題を考える。この問題は次式のように定式化される。

$$\min_{\boldsymbol{a},\boldsymbol{u}}\{C(\boldsymbol{a}),V(\boldsymbol{a})\} \quad \text{subject to } \mathbf{K}(\boldsymbol{a})\boldsymbol{u}=\mathbf{0}\,,\ \boldsymbol{a}\geqq\mathbf{0} \tag{1}$$

ここに、$\mathbf{K}(\boldsymbol{a})$は剛性行列、$\mathbf{0}$ は零ベクトルを表す。$\mathbf{K}(\boldsymbol{a})$は、釣合行列$\boldsymbol{B}$と要素剛性行列$\mathbf{k}(\boldsymbol{a})$を用いて、次式によって表される。

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{a})=\boldsymbol{B}\mathbf{k}(\boldsymbol{a})\boldsymbol{B}^T \tag{2}$$

(1)式を、数理計画法を用いて直接解くことは困難なので、本研究では、以下に述べる方法によってリンク機構を効率的に生成する。

3 リンク機構の生成法

リンク機構は、全節点がピンの不安定トラスであり、その形状をトラス・トポロジー最適化手法で直接求めることはできない。そこで本研究では、他の文献と同様に、入力点に荷重Pを作用させ、出力点に仮想の支点を設けたグランドストラクチャ(図5)を考え、次のトラス・トポロジー最適化問題を解く。

$$\min_{\boldsymbol{a}}\{C(\boldsymbol{a}),V(\boldsymbol{a})\} \quad \text{subject to } \boldsymbol{a}\geqq\mathbf{0} \tag{3}$$

(3)式は、(1)式から一部の制約条件を除いた緩和問題に相当する。(3)式の解法は文献[5,6,7]に記載されている。釣合条件、適合条件、フックの法則および多目的最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker 条件(1 次の必要条件)を考慮すると、全ての部材のヤング係数が等しい場合(3)式の多目的最適化問題は、部材軸力を設計変数とした次の線形計画問題(LP問題)に書き換えることができる。

$$\begin{gathered}\min_{\boldsymbol{a}}\ \boldsymbol{l}^T\boldsymbol{n}_t+\boldsymbol{l}^T\boldsymbol{n}_c\\ \text{subject to } \boldsymbol{p}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_t-\boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_c\\ \boldsymbol{n}_t\geqq\mathbf{0}、\boldsymbol{n}_c\geqq\mathbf{0}\end{gathered} \tag{4}$$

ここに、$\boldsymbol{l}$は部材長ベクトル、$\boldsymbol{n}_t$，$\boldsymbol{n}_c$はそれぞれ引張、圧縮の軸方向力ベクトル、$\boldsymbol{p}$は節点荷重ベクトルを表す。

(4)式には、仮想支点の反力方向についての条件がないため、最終的に得られるリンク機構において、出力点の移動方向が指定の方向と異なる場合がある。そこで仮想支点の反力Rについて次の制約条件を設ける。

$$R_L\leqq \mathrm{R}\leqq R_u \tag{5}$$

ここに、R_L，R_uは仮想支点の反力の上下限値を表す。これらの値を適切に設定することによって反力方向すなわちリンク機構の出力点の移動方向を制御することができる。支点反力Rは、部材軸力によって表されるので、(4)式の代わりに次式を解くことになる。

$$\begin{gathered}\min_{\boldsymbol{n}_t,\boldsymbol{n}_c}\ \boldsymbol{l}^T\boldsymbol{n}_t+\boldsymbol{l}^T\boldsymbol{n}_c\\ \text{subject to } \boldsymbol{p}=\boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_t-\boldsymbol{B}\boldsymbol{n}_c\\ R_L\leqq {\boldsymbol{b}_R}^T\boldsymbol{n}_t-{\boldsymbol{b}_R}^T\boldsymbol{n}_c\leqq R_u\end{gathered} \tag{6}$$

ここに、$\boldsymbol{b}_R$ は釣合行列のうち、仮想支点の反力の釣合式に関連するベクトルを表す。(4)式と同様に(6)式もLP問題なので、線形計画法によって、効率的に最適解が得られる。

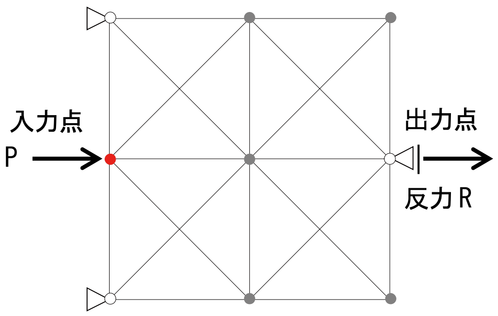


図5　仮想支点の設定

さて、(6)式から得られる最適解は、複数存在する場合が多い。その中には、リンク機構となる不安定トラスや安定なトラスが含まれる。不安定トラスの場合、次式を満たすような節点変位モードが、必ず1つ以上存在する。

$$\boldsymbol{B}_{opt}\boldsymbol{u}=\mathbf{0} \tag{7}$$

ここに、$\boldsymbol{B}_{opt}$は(6)式から得られた最適トラス・トポロジーの釣合行列を表す。

したがって、本研究では、(7)式に$\boldsymbol{u}\neq\mathbf{0}$となるような解が存在するか否かを調べることによって、当該のトラス・トポロジーがリンク機構であるかどうかを判別す

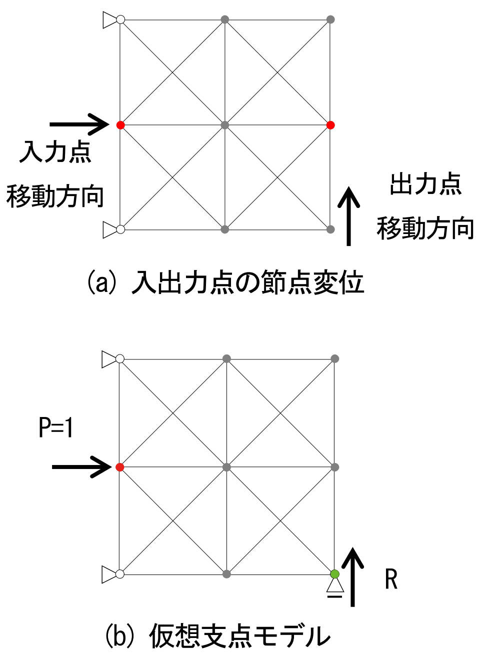


図６　解析例１のグランドストラクチャ
と仮想支点モデル

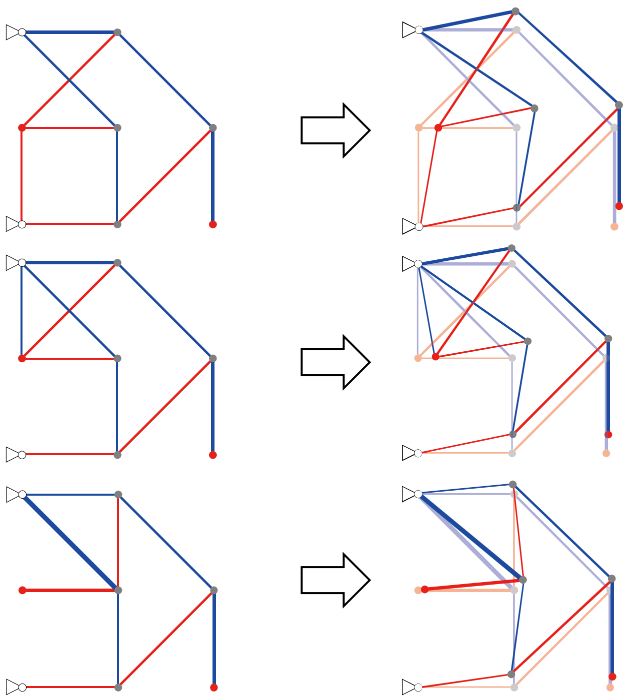


図８　解析例１のリンク機構と変形

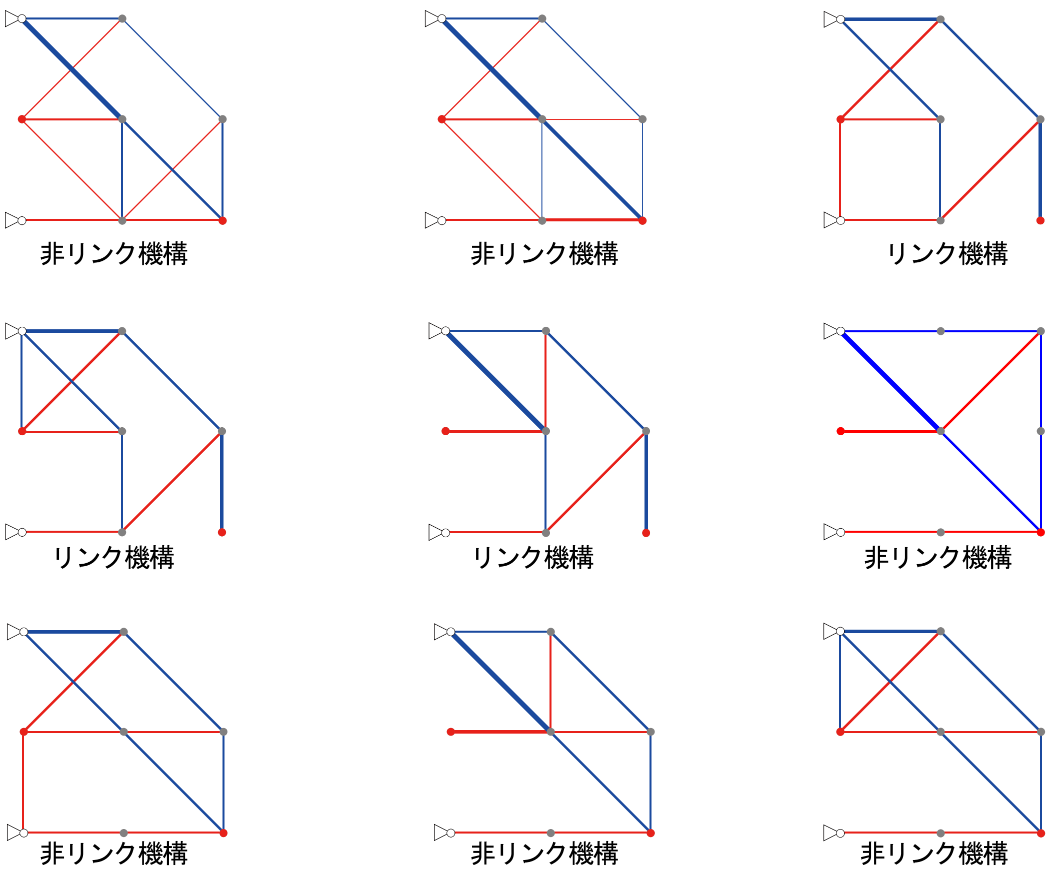


図７　複数の最適トラス・トポロジー

る。すなわち、本手法は、トラス・トポロジー最適化によって(1)式の緩和問題((3)式)を解き、得られた解に対してリンク機構の判定を行うという２段階の手法である。

4 解析例と考察

4.1 解析例 1

第3章で示した9節点20部材グランドストラクチャで、出力点の位置のみを変更したモデルについて、解析を行う(図6(a))。仮想モデル(図6(b))の最適化では、出力点が上向き変位となるようなリンク機構を求めたいので、仮想反力が下向きになるように、その上下限値を、$R_L = -\infty, R_u = -1$と設定している。図6(b)のモデルからは、9個の異なる最適トラス・トポロジーが得られた。それらを図7に示す。これらの最適トポロジーのうち、リンク機構となるものは図8に示す3つであった。これらのリンク機構は、目的の変位となることが確認される。また、目的の変位を実現するリンク機構は複数存在する場合があることも明らかとなった。

4.2 解析例 2

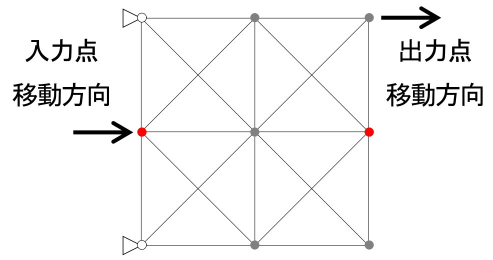
図9(a)に示すグランドストラクチャ、節点変位条件のモデルを解析対象とする。図9(b)の最適化では、出力点が右向き変位となるようなリンク機構を求めたいので、仮想反力の上下限値を$R_L = -\infty, R_u = -1$と設定している。図9(b)からは6個の最適トラス・トポロジーが得られ、そのうち不安定トラスとなるものが5つであった。しかし、図10(b)に示すように、仮想支点以外の支点が1つだけになる形態も生成される場合もある。この解析例では、図 10(a)の解だけが目的の変位となるリンク機構であった。

4.3 解析例 3

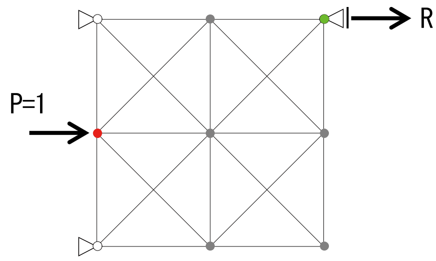
図11に示す12節点29部材グランドストラクチャを共通の解析対象とし、仮想支点反力の上下限値を変化させて解析を行う。上下限値を$R_L = -\infty, R_u = -1/3$としたときの解を図 12(a)に、$R_L = -\infty, R_u = -1$としたときの解を図12(b)に示す。仮想支点の反力の上下限値を変えることで、異なるトポロジーのリンク機構を生成できること、出力点に生じる反力の大小は、出力点の変位の大小と関係があることなどが、図 12 より確認することができる。

4.4 解析例 4

図13の(b)の最適化では、出力点が上向き変位となるようなリンク機構を求めるため、仮想反力は$R_L = -\infty,$

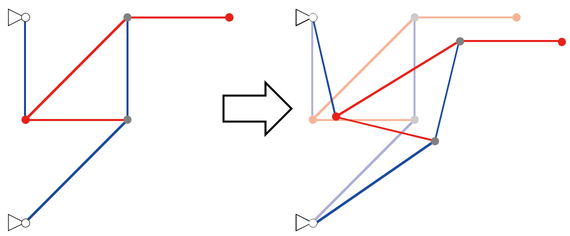


(b) 入出力点の節点変位

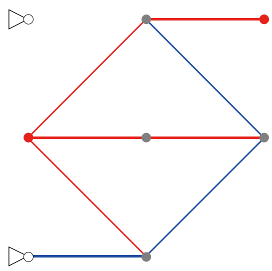


(a) 仮想支点モデル

図9　解析例2のグランドストラクチャと仮想支点モデル

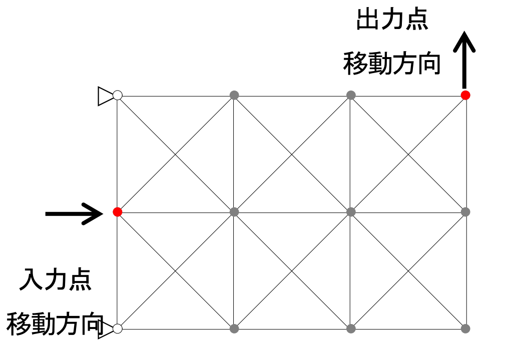


(b) 正しいリンク機構

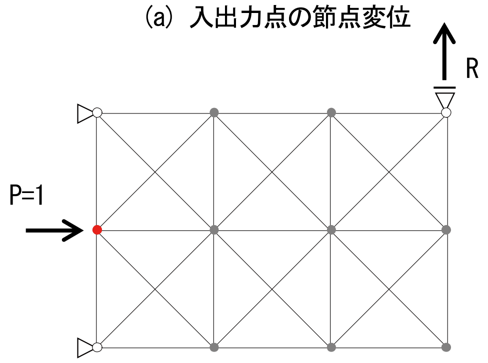


(a) 支点が1つだけの形態

図10　解析例2で得られたリンク機構と変形

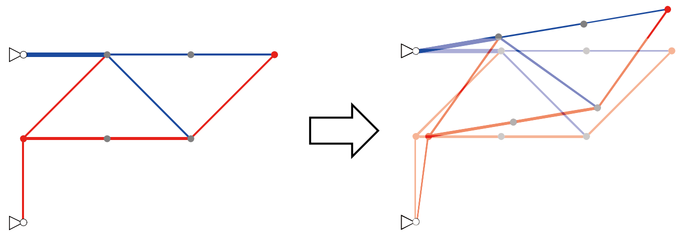


(a) 入出力点の節点変位

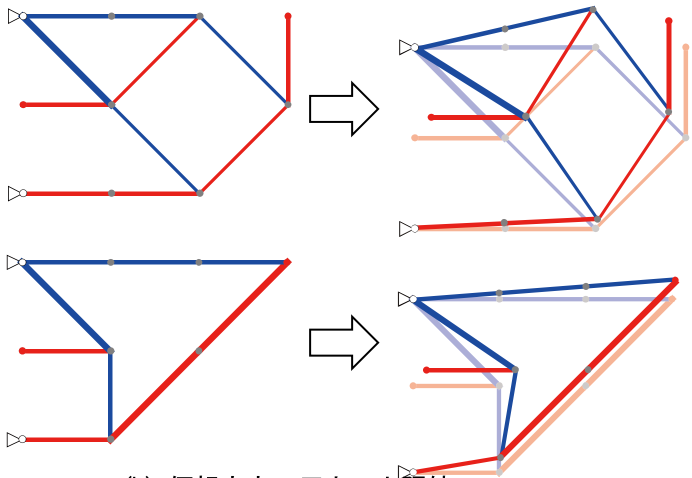


(b) 仮想支点モデル

図 11　解析例 3 のグランドストラクチャと仮想支点モデル

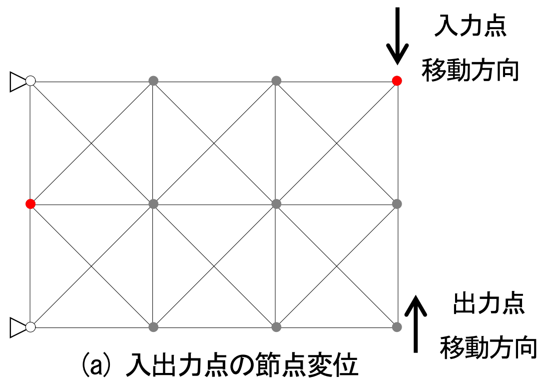


(a) 仮想支点の反力の上限値$R_u = -1/3$

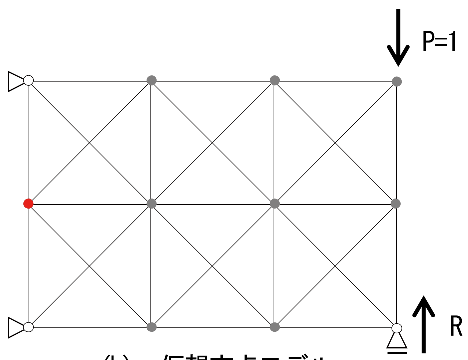


(b) 仮想支点の反力の上限値$R_u = -1$

図 12　解析例 3 のリンク機構と変形



(a) 入出力点の節点変位



(b)　仮想支点モデル

図 13　解析例 4 のグランドストラクチャと仮想支点モデル

$R_u = -1$と設定している。図 13 に示す解析例に本手法を適用したところ、仮想支点を設けたモデル(図 13(b))からは複数の最適トポロジーが得られたものの、いずれもリンク機構とはならなかった。本手法は、線形計画法を利用したトラス・トポロジー最適化手法を用いるため、効率的に最適なリンク機構を得ることができ、非常に優れた方法であると考えられるが、解析対象によっては、この手法でリンク機構が得られないこともある。

5　まとめ

本研究では、トラス・トポロジー最適化手法を利用したリンク機構の効率的な生成方法について述べた。本研究の内容は以下のようにまとめられる。

1. リンク機構を生成する問題を、リンク機構となる条件下で、コンプライアンスと部材総体積を目的関数とする多目的最適化問題として定式化した。この最適化問題に対して、出力点に仮想支点を設け、さらにリンク機構条件を省いた緩和問題を解き、そこで

得られた最適解に対してリンク機構条件を課すという、2 段階の手法を提案した。特に緩和問題の解法については、線形計画法を利用したトラス・トポロジー最適化手法なので、計算効率が非常に良い。

2. いくつかの解析例に本手法を適用し、非常に効率的にリンク機構が得られること、指定した変形状態を満たすリンク機構が複数存在する場合があること、仮想支点の反力の上下限値を変えることによって、様々なリンク機構が得られることなどを示した。
3. 本手法ではリンク機構が得られない解析例も存在する。これは、本手法がトラス・トポロジー最適化を行った後にリンク機構条件を課すためと考えられる。この点については今後の手法の改良が必要である。

参考文献

1) 藤井、原田、平田：位相最適化手法を用いたリンク機構の創生(大変形を考慮した解析法)、日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿)、B-1、349-350、2005
2) 藤井、原田、平田：骨組の位相最適化手法を用いたリンク機構の創生、日本建築学会構造論文集、597、63-68、2005
3) 藤井、鈴木、大坪、石川：弾性リンク機構の形態最適化(変位を制約条件とする骨組構造の位相最適化)、日本機械学会論文集(C 編)、67、664、54-61、2001
4) 藤井大地：パソコンで解く構造デザイン、丸善、2002
5) 大崎、西脇：幾何学的非線形性を考慮したトラス形状・トポロジー最適化によるリンク機構の生成、日本機械学会論文集(A 編)、73、729、105-110、2007
6) 高田、松岡：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用、日本建築学会構造系論文集、598、87-91、2005
7) 高田：内点法による最適解を利用した多様な最適トラス・トポロジーの生成法、構造工学論文集、59B、137-142、2013
8) T.Takada :An Enumeration Method of Various Optimal Truss Topologies using Optimal Solution by the Interior Point Method , Proc. of the 12th Int. Conf. on Computational Structures Technology, Paper216, 2014

遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザイン手法の実務場面への展開

○金子 侑樹[1)]，平田 裕一[2)], 古川 忠稔[3)]，大森 博司[4)]
1)名古屋大学大学院環境学研究科，大学院生，kaneko@dali.nuac.nagoya-u.ac.jp
2)三井住友建設（株）技術開発センター，上席研究員
3)名古屋大学大学院環境学研究科，准教授，博士(工学)
4)名古屋大学，名誉教授，工博

1　序

日本経済の低迷による建築物への投資余力の減退や環境問題の深刻化に伴い，効率的な建築投資や適切な維持管理による建築ストックの確保，安易なスクラップアンドビルドからの脱却が求められている。

一方，計算機の進歩に伴い発展した最適化手法・技術は，建築設計の場面においても設計手法のひとつとして一般化しつつあり，建築物の維持管理などの領域に対してもその活用が期待されている。

最適化手法のひとつである遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm，GA)を利用し，建築構造物の長期的な維持管理までを考慮した設計案を提案する手法として「遺伝的アルゴリズムを用いた建築構造物のライフサイクルデザイン(Life Cycle Design，LCD)手法」[1)]（以下，本手法）が報告されている。そこでは，建築物の生涯において多量の建築資材が投入される建設時と修繕時に着目し，建築材料の種類とその修繕周期を設計変数とし，建築資材の投入に伴うコストやCO_2の発生を目的関数とした最適化問題を解くことにより，ライフサイクルコスト(Life Cycle Cost，LCC)やライフサイクルCO_2(Life Cycle CO_2，$LCCO_2$)を削減したした設計案を得られることが示されている。

本稿では本手法の実務場面への展開に関する研究の一環として，本手法を用いた修繕積立金に関する考察をおこなう。

2　修繕積立金

修繕積立金とは，分譲型共同住宅の共用部において将来的に必要となる修繕費用を区分所有者たちから徴収することにより長期的に積み立てていくものである。[2)] 区分所有者はその所有面積に応じて毎月定められた額（以下，**積立月額**）を支払う必要があるため，購入時のひとつの指標としても定着している。

修繕積立金の積立方式は，計画期間中一定の額を積み立てる**均等積立方式**と，積立月額を段階的に増額していく**段階増額積立方式**の2種類が一般的に用いられている。[2)] たとえば，計画期間中に発生する修繕費用と均等積立方式による修繕積立金の関係のイメージは図1のように示すことができる。図1では計画期間中の修繕費用の総額を計画期間で除したものを積立月額として設定し，積立金が不足した場合には積立月額とは別にまとまった金額を徴収する**一時金**を利用するようなケースを想定している。多額の一時金を徴収しようとすれば，区分所有者間での合意形成が難しくなるため，できる限り修繕費用の不足が生じない適切な積立月額を設定することが共同住宅の長期的な維持管理には必要不可欠といえる。

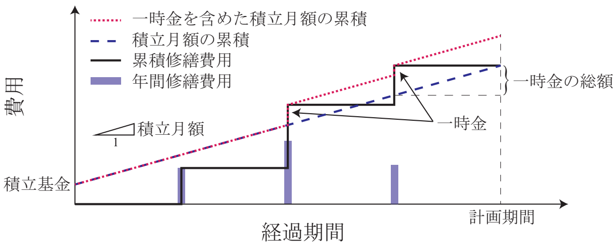


図1　修繕費用と修繕積立金の関係

修繕費用と均等積立方式による修繕積立金の関係を示す概念図。計画期間中の修繕費用の総額を計画期間で除したものを積立月額として採用し，積立金が不足した場合には不足分を一時金で補うケースを想定。

そのような適切な一時金を設定するためには計画期間中の修繕のタイミングと修繕費用の大きさを考慮する必要がある。そのため，従来本手法で経済指標として用いてきたライフサイクルコストの最適化による設計案は，必ずしも適切な積立月額の小さい設計案とはなっていないことが考えられる。そこで本稿では，本手法のライフサイクル評価計算にもとづいた積立月額の算出方法を構築し，積立月額とライフサイクルコストの二目的最適化問題を解くことにより，積立月額の

小さい設計案とライフサイクルコストの小さい設計案との違いについてを明らかにする。

3　積立月額の計算手法の構築

3.1　概要

ここでは，購入時に徴収される一時金である積立基金や計画期間中に発生を許容する一時金の上限値を考慮した積立月額の算出方法を構築する。

計画期間が長期に渡る場合，図1に示すように計画期間中に複数回一時金が徴収される場合がある。そのような場合，一時金の総額に対する上限値と一回の一時金に対する上限値を設けることが適切である。そこで本稿では，各戸平均の一時金の総額に対する上限値 L_{max} と各戸平均の1回の一時金に対する上限値 l_{max} のふたつの上限値を考慮した積立月額を求めることとする。

3.2　一時金の総額の上限を満たす積立月額

一時金の総額の上限を満たすような積立月額は，計画期間中の最後の一時金の発生時までに累積した修繕費用と一時金の総額の上限値から求めることができる。なお，以下では本手法における建築資材の投入に関するライフサイクルコストの計算仮定において得られる年間の修繕費用を C_t として表示いる。

まず，i 年目が計画期間 u_p 中最後に一時金が発生する年であると仮定した場合，一時金の総額がその上限値 L_{max} と一致するような全住戸数 n に対する平均積立月額の仮定値 r_i は式(1)のように表される。なお，式中の l_0 は積立基金を示している。図2には式(1)で示す積立月額の仮定値 r_i の計算方法の概念を表している。

$$r_i = \frac{1}{12\,n\,i}\left(\sum_{t=1}^{i} C_t - n\,L_{max} - l_0\right) \qquad (1)$$

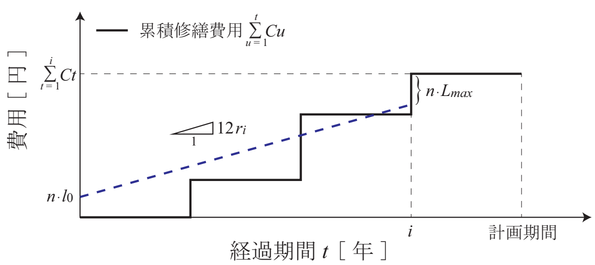


図2　r_iの計算方法の概念

i年目に計画期間中最後の一時金が発生し一時金の総額が上限値に達するような場合の積立月額の仮定値r_iは，図に示すような関係よりi年目までの修繕費用の累積額と一時金の総額の上限値，積立基金から求めることができる。

ここで積立月額 r で積み立てをおこなった場合の一時金についてを考える。修繕費用が不足した場合に一時金を徴収するようなケースを考えると，t 年目に生じる一時金は，修繕費用と t 年目の積立金の残額の差から求めることができる。その差額が負となる場合は，積立金から修繕費用を全て支払うことができるため一時金は発生しない。一方，差額が正となる場合には積立金が不足しているため，その差額分を一時金として徴収することとなる。したがって，修繕費用と t 年目の積立金の残額の差 $b(r,t)$ および t 年目に生じる一時金 $l(r,t)$ はそれぞれ式(2)，式(3)のように表すことができる。

$$b(r,t) = \sum_{u=1}^{t} C_u - 12r\,n\,t - n\sum_{u=1}^{t-1} l(r,u) - n\,l_0 \qquad (2)$$

$$l(r,t) = \begin{cases} b(r,t) & (b(r,t) > 0) \\ 0 & (b(r,t) \leq 0) \end{cases} \qquad (3)$$

また，計画期間 u_p 中の一時金の総額は t 年目に生じる一時金 $l(r,t)$ を用いて次式のように表される。

$$L(r) = \sum_{t=1}^{u_p} l(r,t) \qquad (4)$$

式(1)により計算される積立月額 r_i により積み立てをおこなった際の一時金の総額 $L(r_i) = L_{max}$ となるような r_i を図3のように探索することで，求める積立月額 r_l を得ることができる。

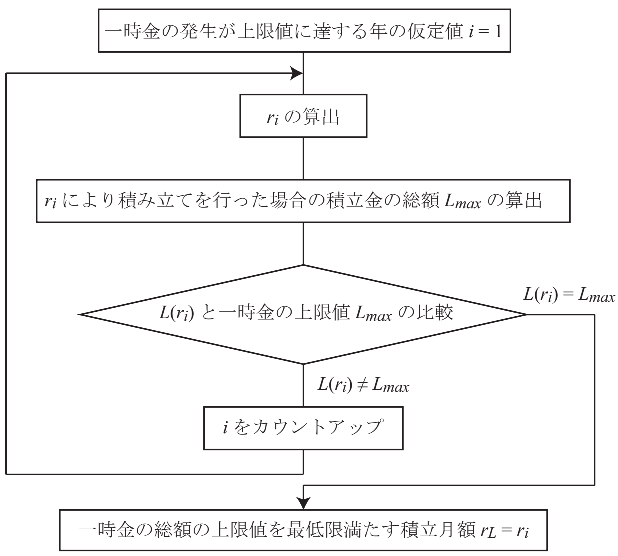


図3　r_l の算出フロー

3.3　一回の一時金の上限を満たす積立月額

一回の一時金の上限を満たすような積立月額は，一時金の額がクリティカルとなる年までの累積修繕費用と一回の一時金の上限値から求めることができる。

まず，i 年目が上限値と一致するような一時金が発生する年，j 年目が i 年目以前の最後の一時金発生年であると仮定した場合，そのときの一時金がその上限値 l_{max} と一致するような全住戸数 n に対する平均積立月額の仮定値 $r_{i,j}$ は式(5)のように表される。式(5)において $j=0$ のときのみ場合分けをおこなっているのは，仮定した i 以前に一時金を生じるような修繕がおこなわれていない場合，i 年目における修繕費用と積立基金との差額から積立月額の仮定値 $r_{i,j}$ を算出する必要があるためである。図4には式(5)で示す積立月額の仮定値$r_{i,j}$の計算方法の概念を表している。

$$r_{i,j}=\begin{cases}\dfrac{1}{12\,n\,i}\left(\displaystyle\sum_{t=1}^{i}C_t-n\,l_{max}-l_0\right) & (j=0)\\[2ex] \dfrac{1}{12\,n\,(i-j)}\left(\displaystyle\sum_{t=1}^{i}C_t-n\,l_{max}-\sum_{t=1}^{j}C_t\right) & (j>0)\end{cases} \tag{5}$$

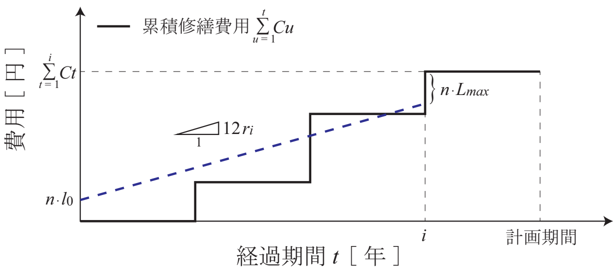


図4　$r_{i,j}$の計算方法の概念

i年目の一時金が一度の一時金の上限値に達しかつj年目がi年目以前の最後の一時金の発生年である場合の積立月額の仮定値$r_{i,j}$は，図に示すような関係よりi年目とj年目までの修繕費用の累積額と一度の一時金の上限値，積立基金から求めることができる。

$r_{i,j}$ により積み立てをおこなった際に i 年目に生じる差額 $b(r_{i,j},i)=n\,l_{max}$ となれば i 年目に発生する一時金が一時金の上限値 l_{max} と一致することとなるが，i 年目以降に上限値 l_{max} を上回る一時金が生じる可能性がある。そこで，$i\in[1,u_p]$ と $j\in[0,i-1]$ に対する全ての $r_{i,j}$ について $b(r_{i,j},i)=l_{max}$ を満たす最大値 r_{max} を，図5のように探索することで，求める積立月額積立月額 r_l を得ることができる。

3.4　一時金の上限を考慮した積立月額

ここまでに求めたふたつの積立月額 r_L，r_l のうち，小さいほうの値を採用することにより，一回の一時金の上限値l_{max}と一時金の総額の上限値 L_{max}の双方を超えないような積み立てをおこなうことができる。したがって，一時金の上限値を超えない必用最低積立月額の全住戸平均値 r は次式により求めることができる。

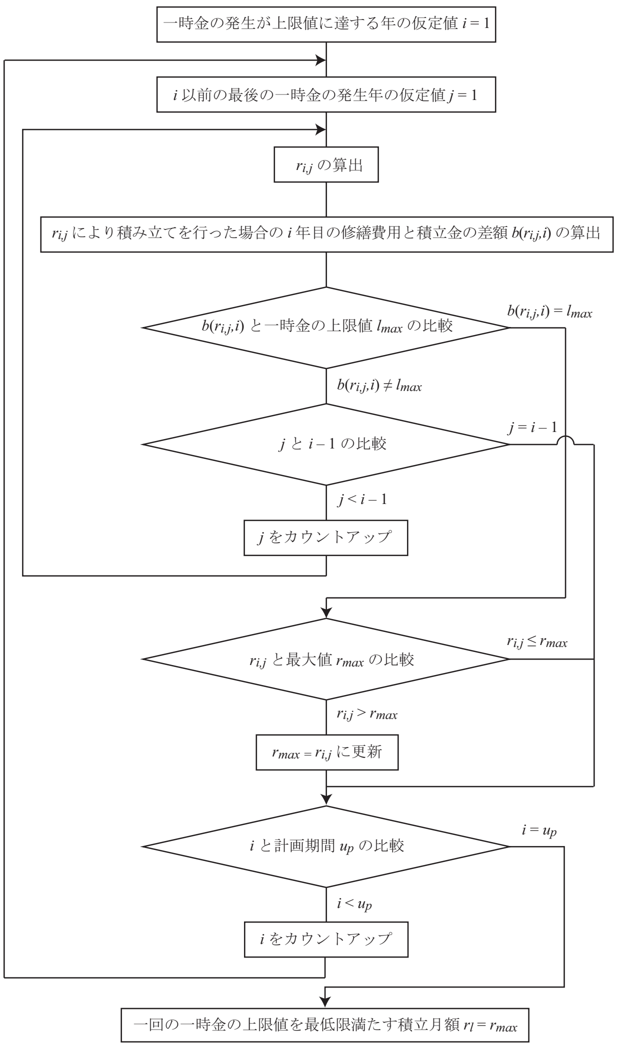


図5　r_l の算出フロー

$$r=\begin{cases}r_L & (r_L\geq r_l)\\ r_l & (r_l>r_L)\end{cases} \tag{6}$$

また，各戸の所有面積を考慮した積立月額 r_{unit} はある住戸の所有面積 A_{unit} と区分所有者により所有されている専有部の面積の総和 A_{all} を用いて次式のように計算することができる。

$$r_{unit}=\frac{r\,n\,A_{unit}}{A_{all}} \tag{7}$$

4　積立月額とライフサイクルコストの二目的最適化

4.1　概要

ここでは積立月額とライフサイクルコストの二目的最適化をおこなうことにより，積立月額の小さい設計案とライフサイクルコストの小さい設計案とは違いを生じうるのか，また違いが生じるとすればどのような差異を持った設計案が提案されるのか検証する。

そのために，まず二目的の最適化問題を定式化し，次に修繕積立金の対象となる分譲型共同住宅の共用部を例とした解析をおこなう。

4.2　最適化問題の定式化

遺伝的アルゴリズムを用いた積立月額およびライフサイクルコストの多目的最小化を行う。次式に示すように最適化問題を定式化する。

$$\text{minimize} \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t}) = \begin{cases} f_1(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t}) = r(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t}) \\ f_2(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t}) = C_{eval}(\boldsymbol{c},\boldsymbol{t}) \end{cases} \tag{8}$$

ここに

r　：必要最低積立月額の全住戸平均値
C_{eval}　：評価対象期間中のライフサイクルコスト
$\boldsymbol{c}$　：構成要素の種類および組み合わせ
$\boldsymbol{t}$　：修繕周期の組み合わせ

想定される建物の寿命である評価対象期間[1)]は65年とし，評価対象期間を考慮したライフサイクル評価をおこなう。

本研究では，多目的最適化手法として，SPEA2[3)] を採用する。表1に計算に用いたSPEA2のパラメータを示す。なお，本研究ではアーカイブ個体群のサイズとして探索母集団の1/4である25を設定する。

表 1　SPEA2パラメータ

個体数	100
アーカイブ個体数	25
世代数	3000
交叉率	0.80
突然変異率	0.05

4.3　解析モデルと仮定条件

図6に示すようなRC造の分譲型共同住宅の共用部をモデル化した解析をおこなう。設計変数の設定においては評価値への影響が比較的大きいと判断される部位を拾い出し，選択候補として想定される各種材料について文献[4)]および文献[5)]を参考に修繕周期や時間軸における修繕率の変化を設定する。共用部と専有部の区分については基本的に財団法人マンション管理センターによる文献[6)]に紹介されている「折衷説・上塗説」に従うこととする。さらに，修繕に制約を与える構法的序列[1)]については，分譲型共同住宅を想定したものを用いることとする。建設時や修繕時のコストの評価において，労務費を含んだ面積当たりの単価を用いることにより，労務費を考慮したライフサイクル評価をおこなう。

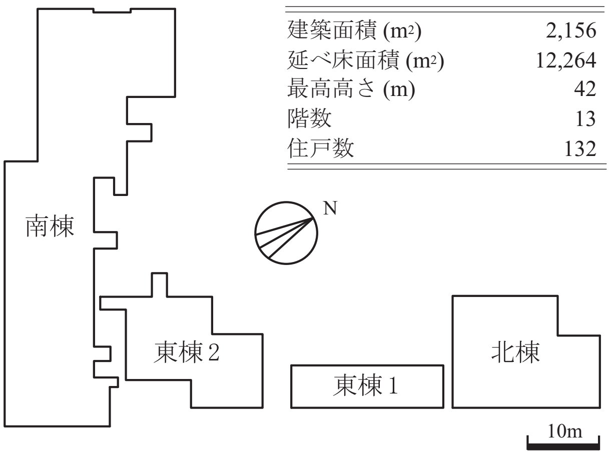


図6　解析対象物件の概要

積立月額の算出に関わるパラメータは表2のように設定した。計画期間としては評価対象期間よりも短い期間を設定することも可能であるが，できる限り長期的な修繕を見越した積立月額を得るために評価対象期間と同じ65年を設定している。なお，表2中の金額は全て戸当たりの負担額である。

表 2　積立月額算出パラメータ

計画期間 [年]	65
積立基金 [円]	200,000
一度の一時金の上限値 [円]	200,000
一時金の総額の上限値 [円]	500,000

4.4　解析結果

図7に遺伝的アルゴリズムによる最終世代で得られたパレート最適解の二目的空間における解の存在位置を示す。得られた積立月額およびライフサイクルコストは，設定した問題に対して概ね妥当な数値であるといえる。各解にはライフサイクルコストの昇順にナンバリングをおこなっており，代表的な複数の解についてその詳細な設計内容を表3に示している。

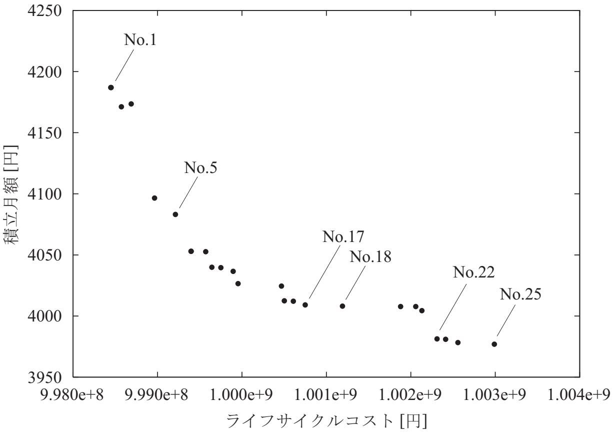


図7　パレート最適解

図7より，完全最適解が得られていないことより，本解析では積立月額とライフサイクルコストがトレード・オフの関係にあることがわかる。しかしながら，積立月額の分散範囲は3,978円～4,186円となっており，共同住宅の購入者の意思決定に影響を与えるほどの違いとはなっていない。また，ライフサイクルコストについても既報[7)]で取り扱っているライフサイクルコストとライフサイクCO_2の多目的最適化によるパレート最適解比べ，かなり狭隘な分散範囲となっている。

次に，パレート最適解の設計内容の差異を示す表3をみると，図7において広く分散しているNo.1～No.18は修繕周期のみに差異を生じている。一方，縦軸に対して分散の小さいNo.18～No.25は選択材料に差異を持っていることがわかる。

以上より，積立月額とライフサイクルコストはトレード・オフの関係を示すが，その評価値の差は非常に小さく，ライフサイクルコストの小さい設計案はある程度積立月額についても区分所有者に負担の少ないものとなっていることが確認できる。また，パレート最適解の支配的な差異は修繕周期となっており，選択材料の差異については積立月額への影響が小さいことがわかった。ここで，既報[8)]において，本手法による複数のライフサイクル評価値の多目的最適化によるパレート最適解では，選択材料の差異が支配的となっているという結果が得られていることから，ライフサイクル評価値の小さい設計解の近傍に，修繕周期のみ若干異なる，積立月額の小さい設計解が存在していることが考えられる。

表 3　パレート最適解の設計内容

	No.1		No.5		No.17		No.18		No.22		No.25	
部位	選択材料	修繕周期 [年]	選択材料	修繕周期 [年]	選択材料	修繕周期 [年]	選択材料	修繕周期 [年]	選択材料	修繕周期 [年]	選択材料	修繕周期 [年]
躯体	RC造	65	RC造	65	RC造	65	RC造	65	RC造	65	RC造	65
スラブ	スラブRC造	65	スラブRC造	65	スラブRC造	65	スラブRC造	65	スラブRC造	65	スラブRC造	65
外壁壁体	ALC	65	ALC	65	ALC	65	ALC	65	ALC	65	ALC	65
屋根断熱	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65
外壁仕上	吹付塗装	17	吹付塗装	17	吹付塗装	17	吹付塗装	17	吹付塗装	17	吹付塗装	17
足場	足場	17	足場	17	足場	17	足場	17	足場	17	足場	17
屋根下地	露出アスファルト	17	露出アスファルト	17	露出アスファルト	17	露出アスファルト	17	露出アスファルト	17	露出アスファルト	17
屋根仕上	仕上塗装	17	仕上塗装	17	仕上塗装	17	仕上塗装	17	仕上塗装	17	仕上塗装	17
内壁壁体	CON躯体	65	CON躯体	65	CON躯体	65	CON躯体	65	CON躯体	65	CON躯体	65
外壁内側断熱	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65
外壁内側下地	GL工法	22	GL工法	26	GL工法	26	GL工法	26	LGS	65	LGS	65
外壁内側仕上1	プラスターボード	22	プラスターボード	26	プラスターボード	26	プラスターボード	26	プラスターボード	26	プラスターボード	26
外壁内側仕上2	ビニルクロス	11	ビニルクロス	13	ビニルクロス	13	ビニルクロス	13	ビニルクロス	13	ビニルクロス	13
戸境壁下地	LGS	65	LGS	65	LGS	65	LGS	65	LGS	65	LGS	65
戸境壁仕上1	プラスターボード	22	プラスターボード	22	プラスターボード	18	プラスターボード	18	プラスターボード	22	プラスターボード	18
戸境壁仕上2	ビニルクロス	11	ビニルクロス	11	ビニルクロス	18	ビニルクロス	18	ビニルクロス	11	ビニルクロス	18
天井断熱	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65
添乗した時	LGS	65	LGS	65	LGS	65	LGS	65	LGS	65	LGS	65
天井仕上1	プラスターボード	22	プラスターボード	22	プラスターボード	26	プラスターボード	26	プラスターボード	26	プラスターボード	26
天井仕上2	ビニルクロス	11	ビニルクロス	11	ビニルクロス	13	化粧ボード	26	ビニルクロス	13	化粧ボード	26
床断熱	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65	断熱材	65
床下地	セルフレベリング	27	セルフレベリング	23	セルフレベリング	19	セルフレベリング	19	セルフレベリング	19	セルフレベリング	19
床仕上	塩ビシート	14	塩ビシート	12	塩ビシート	19	塩ビシート	19	塩ビシート	19	塩ビシート	19

5 結

本稿ではまず，文献[1)]におけるライフサイクル評価計算にもとづき，一時金の上限値を考慮した必要最低積立月額の算出方法を構築した。さらに，積立月額とライフサイクルコストの多目的最適化をおこなうことで，積立月額の小さい設計案とライフサイクルコストの小さい設計案との違いについて考察した。積立月額とライフサイクルコストは二目的空間においてトレード・オフの関係を示すが，その分散領域は狭隘であり，従来本手法で得られていたライフサイクルコストの小さい設計案は，積立月額についてもある程度小さいものとなっていることが分かった。また，パレート最適解のもつ差異は，ライフサイクル評価値同士の多目的最適化によるパレート最適解の主な差異が選択材料であることとは対照的に，主に修繕周期によるものであることが明らかとなった。

本稿で構築した積立月額最適化問題を，設計や維持管理の支援に用いるとすれば，既報[8)]において簡単に述べられている「二段階の解析手法」と併用することを提案する。ここでいう二段階の解析手法とは，ライフサイクル評価値の多目的最適化では選択材料の差異が評価値に影響を与える主要因であり，かつ収束順序についても選択材料が修繕周期よりも選考することに着目し，第一段階として材料の収束を優先させた解析をおこない，第二段階では第一段階で得られた選択材料に対して修繕周期のみの組み合わせ最適化をおこなうというものである。この二段階の解析手法において，第一段階の解析ではライフサイクルコストやライフサイクルCO_2の最適化をおこない，第二段階の解析において積立月額の最適化をおこなうことにより，ライフサイクル評価値を削減しながらもその近傍に存在する積立月額の小さい設計解を効率的に探索することできると考える。

今後，修繕積立金に関連して段階増額積立方式や金融機関からの借入金の利用等を考慮した計算手法を構築することで，さらに現実的な設計および維持管理の支援システムを構築できると考えられる。

参考文献

1）大森博司, 野田賢. 遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究. 日本建築学会構造系論文集, No. 601, pp. 181–188, 2006.

2）国土交通省. マンションの修繕積立金に関するガイドライン, 2011.

3）Zitzler, E., M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. *Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK)*, 2001.

4）建築・設備維持保全推進協会.「建築躯体・部材・設備等の耐用年数調査」報告書, 1998.

5）石塚義高. 第一報標準建築修繕費算出方法 : 標準建築修繕費算出に関する研究. 日本建築学会論文報告集, No. 335, pp. 105–110, 1984.

6）財団法人マンション管理センター.「共用部分と専有部分の境界」. http://www.mankan.or.jp/06_consult/01_hoki/01_hoki_02.html, 2014.07アクセス.

7）徐澎, 吉田英樹, 平田裕一, 大森博司. 遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究 (その9 : 実構造物への適用). 日本建築学会学術講演梗概集（東海）, pp. 1095–1096, 2012.

8）金子侑樹, 徐澎, 平田裕一, 大森博司. 遺伝的アルゴリズムによる建築構造物のライフサイクルデザインに関する研究(その10 : 提案される解構造の分析). 日本建築学会学術講演梗概集（北海道）, pp. 367–368, 2013.

丸竹を格子材に用いたグリッドシェルの施工実験

山本 憲司[1]，川口洋平[2]，鈴木明斗[3]
1)東海大学工学部建築学科，准教授，博士(工学)，kyamamoto@tokai-u.jp
2)木内建設，　3)京成建設

1　はじめに

シェル構造を容易に施工する方法として、直線材を格子状に組んだ格子板に強制変位を与え、部材の曲げ変形によって曲面を形成する方法がある(図１)。一方で、自生力が強く入手の容易な竹を自然災害地の仮設建築物に利用する例が増えている[1)2)]。竹は柔軟性があり強度も高く、前述の曲げ変形により形成されるグリッドシェルに適した材料であると考える。そこで本研究は、格子材に丸竹を使用したグリッドシェルを大スパンの仮設建築物として提案する。本報告では丸竹の材料試験と継手及び接合部の強度試験を行い、その後スパン８m のグリッドシェルの施工実験を行った内容について報告する。

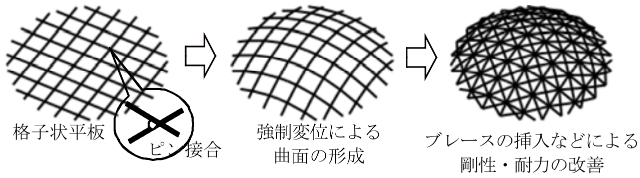


図１　曲面形成の概念図

2　部材試験

2.1　丸竹の曲げ試験

本研究で使用する竹は中国産の真竹であり、伐採してから少なくとも半年以上は経過したものを用いている。

竹のヤング係数及び曲げ強度を求めるために曲げ試験を行った。支点間距離400mm(試験体長さ500mm)の三点曲げ試験とし、積載速度は10mm/min で測定を行う。竹には節があり、載荷点と節との位置関係によって曲げ強度が変化すると考えた為、載荷点と節を同じ位置とした試験体(以下、節中央試験体)(図2(a))と、載荷点を２つの節間の中央とした試験体(以下、節間中央試験体)(図2(b))の２種類を用意した。試験体は約5m の３本の丸竹から、根元から先端に沿って、節中央試験体と節間中央試験体を交互に採取し、２種類の試験体について各12本、合計24本の試験体について曲げ試験を行った。

また載荷点に取り付ける加力治具の曲率半径が5mm と鋭角なものを使用した為、応力集中による曲げ強度の低下が懸念された。この為、載荷点の応力集中を緩和するために加力治具と試験体の間にゴムを挟んだ場合についても別途曲げ試験を行った。ゴムは図2(c)に示すように100×50×20(mm)のゴム板に半径25mm の半円弧上の切込みを入れたものである。ゴムを挟んだ試験は節間中央試験体のみとし、別の３本の竹からそれぞれ４本ずつ合計12本の試験体を採取して試験した。

試験結果を表1に示す。試験体の名称はA-1-N のように表現されているが最初の記号(A, B, C 等)は竹のロットを、次の数字は切り出した位置を(番号が小さいほど根元に近い)、最後の記号(N、M)は試験体の形状(N:節中央試験体、M:節間中央試験体)を表す。ヤング率、曲げ強度を算出する際に用いた断面２次モーメント、断面係数は、断面が整形な円管であると仮定して算出した。直径は試験体の軸方向に等間隔に５箇所の位置でそれぞれ２方向に計測して得た10個の値を平均して求めた。肉厚は試験体の両端の切断面でそれぞれ４箇所ずつ計測して得た８つの値を平均して求めた。ゴムを挟んだ試験体は計測したたわみにゴムの変形が多く含まれるため、曲げ強度のみ算出し、ヤング率は算出しなかった。

試験体の破壊形式について述べると、いずれの試験体の場合も加力とともに竹が載荷点付近で押しつぶされて、

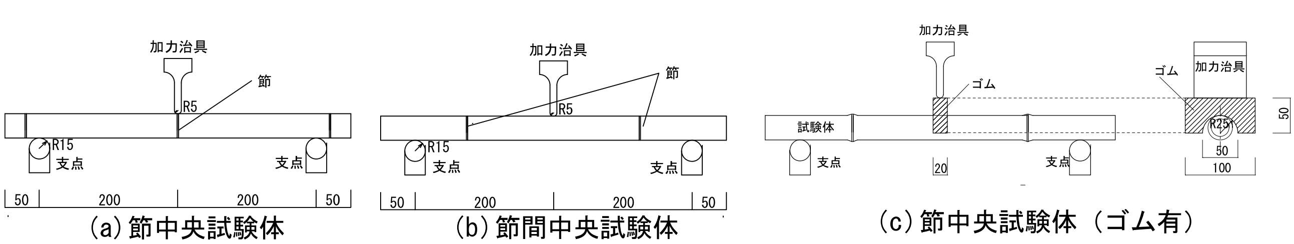


図２　三点曲げ試験

表１　曲げ試験結果

	試験体名称	平均直径	平均肉厚	ヤング率 E(Gpa)	曲げ強度 σ_u(N/mm^2)
節中央	A-1-N	34.3	5.6	8.6	79.7
	A-2-N	33.7	4.3	7.8	70.3
	A-3-N	32.4	3.8	9.8	77.3
	A-4-N	27.8	8.1	7.1	81.2
	B-1-N	34.4	5.4	8.2	65.3
	B-2-N	32.2	5.1	9.1	67.9
	B-3-N	27.5	3.1	11.2	87.8
	B-4-N	21.7	2.7	15.0	106.1
	C-1-N	33.7	4.1	7.9	56.4
	C-2-N	33.5	5.6	6.1	44.8
	C-3-N	31.2	2.9	6.9	63.6
	C-4-N	24.6	2.5	12.6	98.3
節間中央	A-1-M	34.1	4.2	7.9	43.0
	A-2-M	33.1	3.3	9.4	45.9
	A-3-M	30.0	2.7	9.3	50.8
	A-4-M	24.6	2.3	13.6	71.3
	B-1-M	33.2	4.0	8.6	49.3
	B-2-M	29.8	3.4	9.0	50.0
	B-3-M	24.2	2.6	12.4	68.3
	B-4-M	18.3	2.5	17.1	86.9
	C-1-M	34.2	3.0	5.5	34.2
	C-2-M	31.9	2.7	6.6	33.7
	C-3-M	27.3	2.7	9.1	42.5
	C-4-M	20.6	2.2	13.3	64.2
節間中央（ゴム有）	E-1-M	31.8	3.8	-	78.8
	E-2-M	31.5	3.4	-	75.0
	E-3-M	30.6	3.1	-	71.8
	E-4-M	27.6	2.7	-	89.5
	F-1-M	32.2	4.7	-	106.9
	F-2-M	33.7	3.9	-	79.3
	F-3-M	32.8	3.5	-	80.2
	F-4-M	31.1	3.3	-	82.5
	G-1-M	33.7	4.3	-	88.1
	G-2-M	34.6	3.8	-	78.7
	G-3-M	33.7	3.4	-	73.4
	G-4-M	31.9	3.0	-	83.0

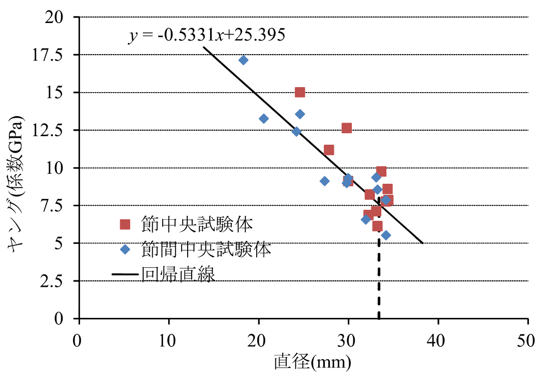


図3　ヤング率と直径の関係

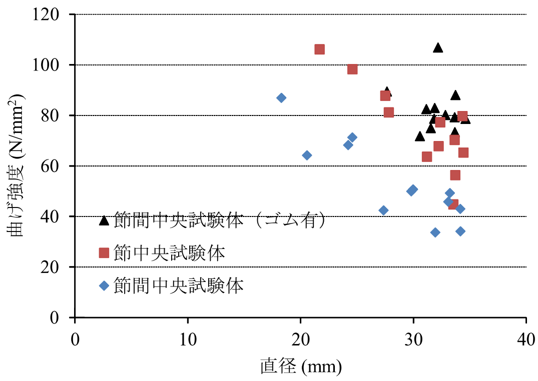


図4　曲げ強度と直径の関係

円管断面が楕円状に変形し、終局時には円管の両側面に繊維方向に割裂が生じることで荷重が低下した。

丸竹のヤング率と直径の関係を図3に示す。■は節中央試験体、◆は節間中央試験体である。既往の文献に見られるように、径が小さいほどヤング係数が大きくなることが確認できる。また載荷点位置の違いによる影響は小さいことがわかる。後述の施工実験で使用した竹の径の平均値は33.4mmであり、回帰直線から6.88GPaと算出した。

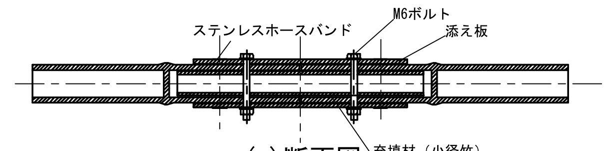
次に曲げ強度と直径の関係を図4に示す。■は節中央試験体、◆は節間中央試験体である。▲は節間中央試験体の載荷点にゴムを挟んだ結果である。曲げ強度も径が小さいほど大きくなる傾向が見られる。また、節中央試験体は節間中央試験体より、2~5割程度曲げ強度が大きい。ゴムを挟んだ試験体はゴムの無い場合に比べて曲げ強度は2倍程度大きな値を示した。これは載荷点の応力集中が緩和されたためと考える。ゴムを挟んだ試験体の直径は後述のグリットシェルの形成実験で用いた竹の直径33.4mmと同程度であることから、これらの曲げ強度を平均した82.2N/mm^{2}をグリッドシェルに用いた竹の曲げ強度と仮定した。

2.2　継手の強度試験

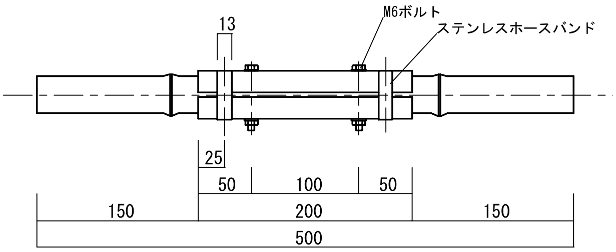
径の変化が小さい範囲で一本の竹から得られる長さは3m程度であり、スパンの大きなシェルを施工するには継手が必要である。そこで継手の方法を検討し、曲げ試験を行った。継手は突き合せた竹の中に小径の竹を挿入し、その上から竹製の添板を被せてボルト接合した。添板はひと回り太い直径45mm程度の竹を用いて作製し、ボルトにはM6の普通ボルトを用いた。さらに、配管に使われるステンレス製のホースバンドで添板を締め付けることで補強した。継手の詳細を図5に示す。

継手の曲げ試験を行った。加力方法は母材の曲げ試験と同様、支点間距離400mmの三点曲げ試験とし、積載速度は、10mm/minで測定を行う。試験体は9本作成し、6本の試験体はボルト方向(図6(a))に加力し、3本の試験体はボルトと直交方向(図6(b))に加力した。

試験結果を表2に示す。ヤング率、曲げ強度は、つなぎ合せる部材の断面（平均の直径と肉厚を用い円管と仮定）を用いて算定される見かけの値である（なお、表中の試験体名称の頭文字(J)は継手の試験であることを意味し、竹のロットを意味しない）。見かけの曲げ強度は平均値で127.4N/mm^{2}であり、これは先に示した母材の曲げ強度より

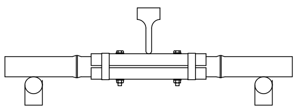


(a) 断面図

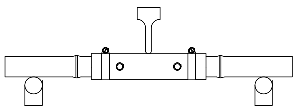


(b) 継手の寸法

図5　継手の詳細図



(a) ボルト方向 (U)



(b) ボルト直交方向 (S)

図6　加力方向

表2　継手の試験結果

加力方向	試験体名称	平均直径 (mm)	平均肉厚 (mm)	見かけのヤング率 E（GPa)	最大曲げモーメント (kN-m)	見かけの曲げ強度 σu(N/mm²)
ボルト方向	J-1-U	24.60	2.48	14.8	0.1531	249.7
	J-2-U	27.44	2.67	11.2	0.1445	161.0
	J-3-U	30.51	2.93	4.7	0.2052	160.0
	J-4-U	32.58	3.11	5.4	0.2031	131.8
	J-5-U	34.22	3.42	4.8	0.1934	104.6
	J-6-U	34.71	3.75	5.7	0.1934	96.7
ボルト直交方向	J-7-S	25.07	2.91	7.9	0.1295	179.3
	J-8-S	22.63	2.53	12.2	0.1285	265.8
	J-9-S	24.78	2.74	13.5	0.1713	256.0

大きいことを確認した。ヤング率は試験体によってばらつきが大きい。これは添板との隙間による影響である。また、加力方向の違いによる剛性や強度の明確な差は、確認できなかった。

2.3　接合部の強度試験

2.3.1　繊維方向加力試験

竹を格子状に組む際の接合部は竹に6mmの穴をあけ、M6ボルトでボルト接合する。接合部の竹繊維方向の耐力試験を行った。接合部実験の試験体の詳細を図7に、試験の様子を写真を1に示す。一つの試験体に2本の竹をM6ボルトで接合した試験体を6組作り試験をした。

接合部試験の破壊形式は、竹の支圧破壊であった（写真2)。最大耐力は6本の試験体の平均で1937Nである。一方、後述のグリッドシェルでは、格子のピッチを1mとしており、母材の曲げ強度(82.2N/mm²)から算出される接合部が受ける最大せん断力Pは779Nであり（直径33.4mm, 肉厚3.84mm, 円管断面と仮定、図8参照)、接合部の耐力はこれを大きく上回っているため、格子シェルの接合部は破壊しないものと判断した。

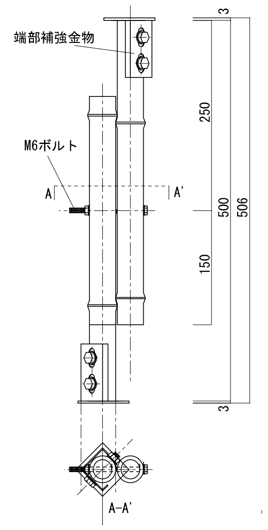


図7　接合部試験体（繊維方向加力）

写真1　接合部試験（繊維方向加力）の様子

表3　接合部試験結果（繊維方向）

名称	最大荷重(N)
BJ-1-S	1442
BJ-2-S	2471
BJ-3-S	1891
BJ-4-S	2165
BJ-5-S	1815
BJ-6-S	1839

写真2　試験後のボルト穴

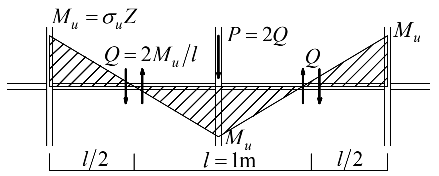


図8　接合部に生じる最大せん断力

2.3.2　繊維直交方向加力試験

次に接合部の繊維直交方向の耐力について検討した。先の母材の曲げ試験体中央に6mmのボルト穴を開け、M6ボルトを介して加力を行う曲げ試験を行った（図9)。繊維直交方向に加力した場合、予備試験によってボルト孔周辺で割れを生じやすいことが分かった。この為、竹表面に耐水性ボンドを塗り、その上から石膏ボードの補強

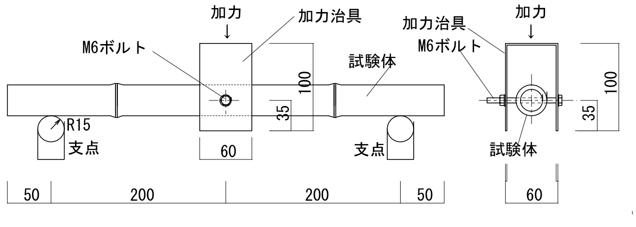


図9　接合部試験（繊維直交方向加力）

(a) テープを巻いた試験体

(b) テープを巻いていない試験体

写真３　接合部試験（繊維方向加力）

表４　接合部（繊維直交方向）の試験結果

補強有無	試験体名称	平均直径 (mm)	平均肉厚 (mm)	最大曲げモーメント (kN-m)	見かけの曲げ強度 σu(N/mm^2)
テープ有	BJ-1-BF	33.5	4.17	0.2517	100.2
	BJ-2-BF	31.8	3.28	0.1851	97.4
	BJ-3-BF	34.4	5.47	0.2768	88.6
	BJ-4-BF	33.0	3.29	0.1901	91.6
	BJ-5-BF	32.8	3.11	0.2752	140.3
	BJ-6-BF	34.2	4.04	0.2048	79.3
テープ無	BJ-7-BN	33.5	4.13	0.1514	60.7
	BJ-8-BN	30.2	3.26	0.1337	79.3
	BJ-9-BN	34.2	3.91	0.1382	54.5
	BJ-10-BN	30.4	3.34	0.1041	60.0
	BJ-11-BN	34.3	3.74	0.1445	58.4
	BJ-12-BN	30.4	3.24	0.1490	87.5

などに用いられるグラスファイバーテープ（Saint-Gobain 社 ,FibaTape）を巻きつけて補強することを考えた。グラスファイバーテープで補強した試験体（写真3(a)）と、補強のない試験体（写真3(b)）の２種類をそれぞれ６本用意し、図９のボルトを介して加力を行う曲げ試験を行った。結果を表４に示す。テープを巻いた試験体の見かけの曲げ強度の平均値は99.6 N/mm^2 であり、母材の曲げ強度 82.2N/mm^2 より大きいことがわかる。一方、テープを巻いていない試験体の見かけの曲げ強度の平均値は66.7 N/mm^2 であり母材の曲げ強度より小さい。

3　グリッドシェルの施工実験

3.1　試験体の形状

グリッドシェルの形状は、次式で表される EP 曲面を目標とする。

$$z = 0.0875\left(x^2 + y^2\right) \text{(単位:m)} \tag{1}$$

この曲面は推動曲面であるため、曲げ形成時に面内曲げ変形をほとんど生じない。曲面上の y=const. とする曲線は $z = 0.0875x^2$ で表されるので、これを材の変形と仮定する。部材の長さを L とし、変形後の部材端部の x 座標を x_0 とすると以下のようになる。

$$L = \int_{-x_0}^{x_0} \sqrt{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2}\,dx \tag{2}$$

格子の交点 L=9, 7, 5, 3, 1 (m)に対して上式を満たす x_0 を数値積分による反復計算により求める。算定された接合座標及び支持点座標を図10に示す。また、平面に展開した格子板を図11に示す。図11の格子板の材端を図10に示した目標座標まで曲げることでグリッドシェルを形成する。

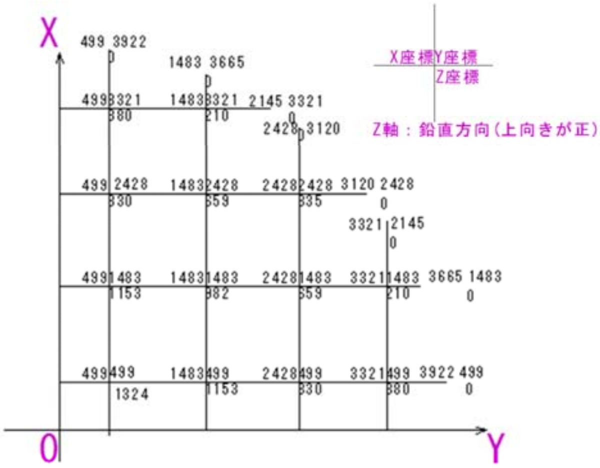


図10　目標座標

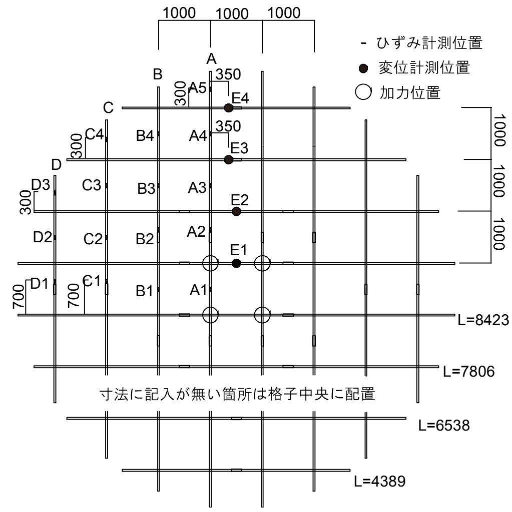


図11　格子板の寸法と加力・計測位置

3.2　試験体の曲げ形成方法

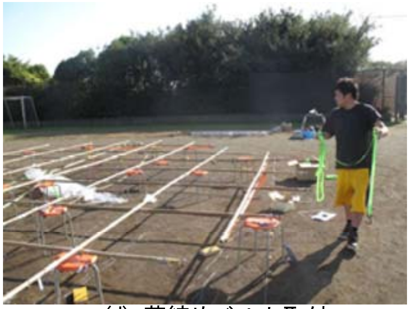
格子板は、継手をして必要長さに揃えた丸竹 16 本を、1000mm ピッチで格子状に組んで作成する。接合部は耐水性のボンドを塗りグラスファイバーテープを巻いて補強し、M6 ボルトで接合した。接合部のボルトはトルクレンチで 1N-m で締めた。

地表の所定の位置にペグを打ち込み支持点とする（写真4(c)）。ラチェット式の荷締めベルトを丸竹の両端に取り付け、ベルト長さを短くすることで強制変位を与える(写真4(d),(e))。丸竹の端部には穴をあけ径 1.6mm の針金を通して支


(a) 支持点のマーキング


(b) 格子板の組立


(c) 支持点（ペグ打ち込み）


(d) 荷締めベルト取付


(e) 曲げ形成時


(f) 曲げ形成時


(g) 曲げ形成後


(h) ブレースと接合部

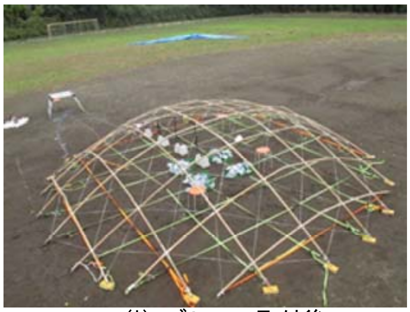

(i) ブレース取付後

写真４　施工時の様子

持点のペグに緊結することで目標とするグリッドシェルを形成させる。

曲げ形成後には2mmのステンレスワイヤーによるブレースを入れ面内剛性を付与する。ブレースの取り付け図を図12に示す。なお、ブレースの取り付けは中央と両端の3か所に穴をあけた金属プレート2枚を十字に重ね、接合部のボルトに取り付け、両端の穴にワイヤーを通し、ターンバックルで締め付けることで行った(写真4(h))。

3.3　加力及び計測方法

曲げ形成後の形状測定には、複数の写真から座標を測定することのできる写真計測ソフト(EOS Systems Inc,;Photo Modeler)を使用する。応力分布の計測はひずみゲージを図11に示すように全体の4分の1の領域に材の上面と下面にそれぞれ貼付した。

形成後のグリッドシェルに対し簡単な加力試験を行う。荷重の載荷点を図11に示す。頂点4か所にポリエレン製のネットを吊り下げ、重さ19.6Nに小分けした砂袋を少しずつ加えていく。1ステップに1点当たり19.6Nずつ196Nまで加力し、変位とひずみを測定する。変位計は図11に示す4箇所に取付け、鉛直変位を計測した。

3.4　実験結果

接合部座標の測定値と目標値との誤差の平均値、最大値、標準偏差をそれぞれX,Y,Z方向の値について表5に示す。なお、誤差の割合は、X,Y方向はスパンに、Z方向はライズに対しての割合である。写真計測によって得られた接合部の座標と目標座標の比較を図13に示す。図(a),(b)はそれぞれY-Z平面、X-Z平面での比較を表し、実線は目標座標、●は測定結果を示す。表5の結果より、X,Y方向の平均誤差は0.2%と誤差は小さいが、Z方向は3.0%と若干の誤差が見られた。

ひずみゲージから算出した初期応力の分布と、部材の変形がz=0.0875x^2であると仮定して梁の基礎式$M = EIz''$から算出した初期応力の分布の比較を図14に示す。初期応力を比較すると、全体的に実験値は計算値より小さく、また値にばらつきが見られる。

形状や応力に計算値と差が見られた原因は、継手

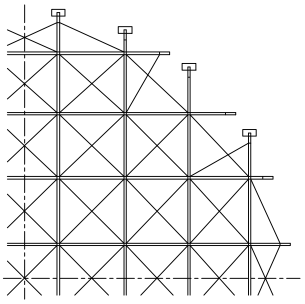
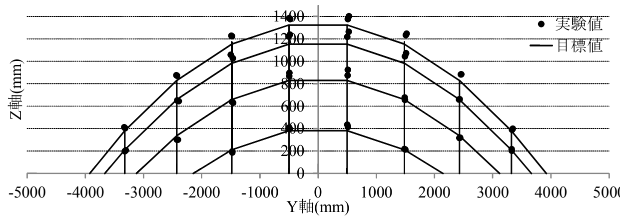


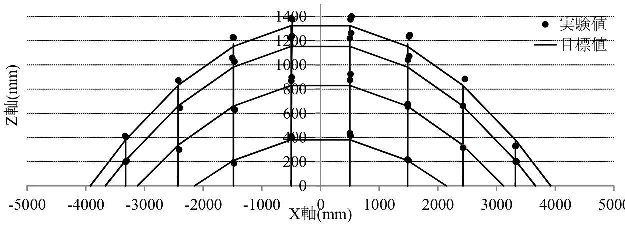
表 5　計測座標と目標座標の比較

		x	y	z
平均誤差	(mm)	15.3	12.0	40.5
	(%)	0.2	0.2	3.0
最大誤差	(mm)	55.1	36.3	111
	(%)	0.7	0.5	8.1
標準偏差	(mm)	13.5	9.5	38.9
	(%)	0.2	0.1	0.5

図12　ブレース取付 (1/4 部分)



(a) Y-Z 平面



(b) X-Z 平面

図13　座標データの比較

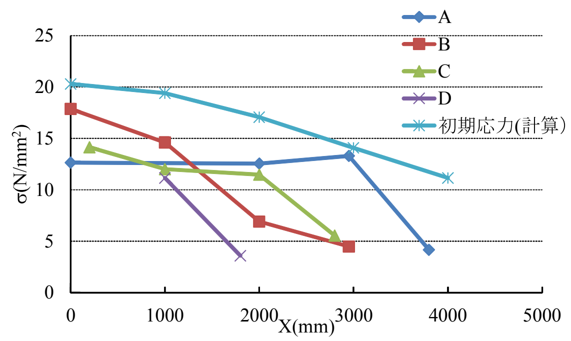


図14　等間隔メッシュ

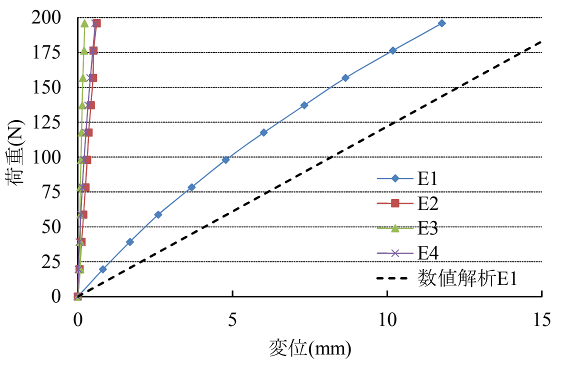


図15　荷重変形関係

部分の剛性、耐力が不十分で、添板に割れを生じるなどこの部分に変形が集中したためと考える。

加力試験により得られた荷重変形関係を図 15 に示す。変位計測位置は図 11 に示した通りである。また、図中の実線は線形解析により求めた E1 点の初期剛性であり、竹はヤング率6.88GPa、断面は使用した竹の平均値 (直径33.4mm, 肉厚3.84mm, 円管断面と仮定)、ステンレスワイヤーは引張軸剛性 EA=2.73 × 10^5N とし圧縮力は負担しないものとした。図を見ると解析は実験に比べ初期剛性が小さいが理由については今後詳細な検討が必要である。

4　まとめ

自然災害地の仮設構造物として丸竹を格子材に使用したグリッドシェルを提案し、スパン 8m のグリッドシェル施工実験を行った。本論文で得られた知見を以下にまとめる。

1) 今回使用した丸竹のヤング率は 6.88GPa、曲げ強度は 82.2N/mm² であった。また継手や接合方法について検討を行い、試験により耐力を確認した。

2) グリッドシェル施工時には、継手部分において実際には剛性、耐力が不足した為、曲げ形成時に継手部分で変形が集中し、目標形状との誤差が生じた。今後より適切な継手方法を検討する必要がある。

3) グリッドシェルの施工に要した時間は学生 6 名程度で 19 時間と比較的短く、施工の容易さを示した。

参考文献

1)新建築 2012 年 12 月号,新建築社,pp107-116

2)Gernot Minke ,Building With Bamboo,IRKHUSER,2012

3)永井拓生,額田直子,澤修平,生駒岳大,陶器浩一：丸竹曲げによる空間構造の設計と施工:その 1～その 4, 日本建築学会大会梗概集,p 697-704, 2012

4)額田直子, 西村匡弘, 澤修平, 永井拓生, 陶器浩一：丸竹曲げによる形態創生とその実例, コロキウム構造形態の解析と創生2011, pp.197-102, 2011.10

5)山本憲司, 中村達哉, 本間俊雄：格子状平板の初期曲げにより形成されるグリッドシェルの形状解析, 日本建築学会構造系論文集, No.668, pp.1803-1812, 2011.10

6)谷川正明, 山本憲司, 本間俊雄：格子状平板の初期曲げにより形成されるグリッドシェルに関する実験的研究, 日本建築学会九州支部研究報告, 第49号・1, pp.229-232, 2010

7) 大野麻衣子, 中村達哉, 山本憲司, 本間俊雄：格子状平板の初期曲げにより形成されるグリッドシェルに関する研究—塩ビ管を格子材としたスパン 8mEP ドームの施工実験—日本築学会九州支部研究報告, 第51号・1, pp269-272, 2012.3

Isogeometric Analysis による逆懸垂型連続アーチの形態創生

原田 桂吾 [1)]，小河 利行 [2)]，張 景耀 [3)]
1) 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，harada.k.ad@m.titech.ac.jp
2) 東京工業大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博，togawa@arch.titech.ac.jp
3) 名古屋市立大学大学院芸術工学研究科建築都市領域，准教授，博士（工学），zhang@sda.nagoya-cu.ac.jp

1　序

懸垂線のような吊り下げ形状は重力下で純粋な張力場となる。その上下を逆転して得られる形態は面内の圧縮力のみが生じる力学的に合理的な形態であり，視覚的，造形的な観点からも優れた曲面構造を実現出来ると考えられる。スペインの建築家アントニ・ガウディも，逆さ吊り実験を通して作品へ応用している。これまでに実験に基づいた研究は多く行われてきたが，数値解析に関してはそれほど行われていない。本研究では，節点でのケーブルの滑動を考慮した不安定構造物の形状決定法を利用した逆懸垂系連続アーチの形態創生手法を提案する。

2　Isogeometric Analysis

建築設計の CAD (Computer Aided Design) と構造解析の FEA (Finite Element Analysis) では形状表現に用いる関数が異なる為，特に曲線・曲面状の構造物の設計におけるデータ変換に膨大な労力とコストを伴う。この問題に対し，構造物全体を CAD と同様の関数で表現することでデータ変換が不要となる Isogeometric Analysis[1)] が効果的であると考えられている。加えてこの手法は，要素数を必要最小限にすることで，微分不可能な領域を大幅に減少することができる。その為，曲線・曲面構造物における解析精度と収束性の改善が期待され，既往の研究 [2)] でその有効性が示されている。

2.1　B-spline 曲線

本研究では形状関数として B-spline 曲線を用いる。B-spline 曲線は NURBS 曲線の基となる曲線であり，ベジェ曲線とともに CG の分野で幅広く利用されている。B-spline 曲線の表現式を式 (1) に，B-spline 基底関数の表現式を式 (2) に示す。なお，式 (2) は Cox-de Boor の漸化式と呼ばれる [1)]。

$$\mathbf{C}(\xi) = \sum_{i=1}^{n} N_{i,p}(\xi)\,\mathbf{P}_i \tag{1}$$

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \xi_i \le \xi < \xi_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \tag{2}$$

ここで n は制御点の個数，p は B-spline 曲線の次数，ξ は要素内の局所座標，$\mathbf{P}_i$ は i 番目の制御点座標を表す。また ξ_i はノットと呼ばれる定数であり，ノットを単調増加順に並べたものをノットベクトル $\boldsymbol{\Xi} = \{\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n+p+1}\}$ という。以上の式から得られる B-spline 曲線の例を図 1 に，それを構成する B-spline 基底関数を図 2 に示す。

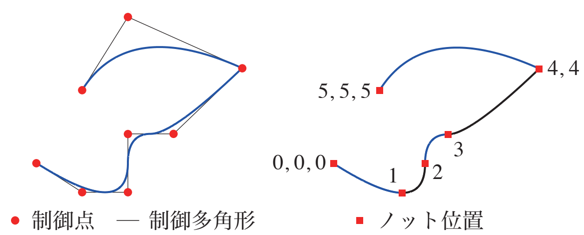


図 1　B-spline 曲線

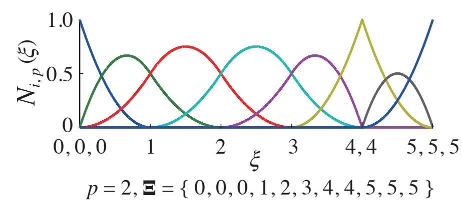


図 2　2 次 B-spline 基底関数

3 次元において，B-spline 曲線を形状関数とした形状関数マトリクス $\mathbf{H}$ およびその一次導関数 $\dot{\mathbf{H}}$ は，3 次元の単位行列 $\mathbf{I}$ を用いて以下のように表される。

$$\mathbf{H} = \mathbf{N} \otimes \mathbf{I} \tag{3}$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \frac{d}{d\xi}\mathbf{N} \otimes \mathbf{I} \tag{4}$$

where $$\mathbf{N} = \left[N_{1,p}, N_{2,p}, \ldots, N_{i,p}, \ldots, N_{n,p} \right] \tag{5}$$

$$\frac{d}{d\xi}\mathbf{N} = \left[\frac{d}{d\xi}N_{1,p}, \frac{d}{d\xi}N_{2,p}, \ldots, \frac{d}{d\xi}N_{i,p}, \ldots, \frac{d}{d\xi}N_{n,p} \right] \tag{6}$$

$$\frac{d}{d\xi}N_{i,p}(\xi) = \frac{p}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) - \frac{p}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \tag{7}$$

2.2 大変形問題における接線剛性行列の定式化

微小変形問題における接線剛性行列 $\mathbf{K}$ は，線形剛性行列 $\mathbf{K}_{\mathrm{E}}$ および幾何剛性行列 $\mathbf{K}_{\mathrm{G}}$ から求められる。

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{\mathrm{E}} + \mathbf{K}_{\mathrm{G}} \tag{8}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{E}} = \frac{EAL_0}{2}\int_{\xi_1}^{\xi_{n+p+1}} \mathbf{B}_{\mathrm{L}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{L}}\, d\xi \tag{9}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{G}} = \frac{AL_0}{2}\int_{\xi_1}^{\xi_{n+p+1}} \bar{\sigma}\,\mathbf{B}_{\mathrm{NL}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{NL}}\, d\xi \tag{10}$$

$$\mathbf{B}_{\mathrm{L}} = \frac{4}{L^2}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{H}} \tag{11}$$

$$\mathbf{B}_{\mathrm{NL}} = \frac{2}{L}\dot{\mathbf{H}} \tag{12}$$

$$\bar{\sigma} = E\bar{\varepsilon} \tag{13}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{4}{L^2}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}}\dot{\mathbf{H}}\mathbf{U} \tag{14}$$

ここで，E はヤング係数，A は断面積，L_0, L はそれぞれケーブルの変形前，変形後長さ，$\bar{\sigma}$ は微小変形時の軸方向応力度，$\bar{\varepsilon}$ は微小変形時の軸方向歪み，$\mathbf{U}$ は各制御点の変位，$\mathbf{X}$ は変形後の制御点座標をベクトル表記したものである。以上が微小変形問題における定式化だが，不安定構造物の大変形問題における真の軸方向歪み ε は，式 (14) のような座標変位からではなく，要素長さの変位から求めなければならない [3)]。ただし，歪みが微小な大変形問題を扱うので，断面積の値の変化は考慮しないものとする。真の軸方向歪み ε は，変形後のケーブルの微小長さ ds および初期状態でのケーブルの微小長さ ds^0 を用いて以下の式で求められる。

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{ds}{ds^0} - 1 = \sqrt{\left(\frac{dx}{ds^0}\right)^2 + \left(\frac{dy}{ds^0}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds^0}\right)^2} - 1 \\ &= \frac{2}{L_0}\sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\xi}\right)^2} - 1\end{aligned} \tag{15}$$

2.3 特異値分解による構造解析

ケーブルのような不安定構造物の剛性行列は特異となり逆行列が存在しない為，特異値分解を用いて一般逆行列を求める手法 [4)] が有効となる。まず，ユニタリ行列 $\mathbf{\Psi}$ を用いて，接線剛性行列 $\mathbf{K}$ を以下のように書き直す。

$$\mathbf{K} = \mathbf{\Psi}\mathbf{\Lambda}\mathbf{\Psi}^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

ここで $\mathbf{\Lambda}$ は対角行列であり，$\mathbf{\Lambda}$ の各成分 Λ_{ii} の値は $\mathbf{K}$ の i 番目の特異値である。この $\mathbf{K}$ に対する一般逆行列 $\mathbf{K}^-$ は，以下のように表される。

$$\mathbf{K}^- = \mathbf{\Psi}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{\Psi}^{\mathrm{T}} \tag{17}$$

$$\text{where} \qquad \Lambda_{ii}^{-1} = \begin{cases} 1/\Lambda_{ii} & \text{if } \Lambda_{ii} \neq 0 \\ 0 & \text{if } \Lambda_{ii} = 0 \end{cases} \tag{18}$$
$$(i = 1, 2, \ldots, 3n)$$

以上より，外荷重を $\mathbf{f}$ とすると，一般逆行列 $\mathbf{K}^-$ を用いて制御点変位 $\mathbf{U}$ は以下のように求められる。

$$\mathbf{U} = \mathbf{K}^-\,\mathbf{f} \tag{19}$$

3 連続アーチの滑動解析の定式化

アーチ構造物の設計では，アーチ境界に生じる水平方向成分力（スラスト力）をどのように処理するかが最も重要な問題とある。そこで，ケーブルの水平張力と要素長さの関係を，逆懸垂型アーチの水平方向成分力と要素長さの関係に応用する。断面が一様なケーブルの自重に対する自己釣合形状はカテナリー (Catenary) となり，カテナリーケーブルの長さ S は以下の式で表される [5)]。

$$S = \frac{T_0}{w_0}\left(\sinh\frac{w_0 l_a}{T_0} + \sinh\frac{w_0 l_b}{T_0}\right) \tag{20}$$

ここで，T_0 はケーブルの水平張力，w_0 はケーブルの単位長自重，l_a, l_b はそれぞれサグ位置から左端，右端までの水平距離である。そして，ケーブル長さ S の変位に伴う水平張力 T_0 の変化 $\partial T_0/\partial S$ を滑動剛性と定義 [6)] し，以下のように表される。

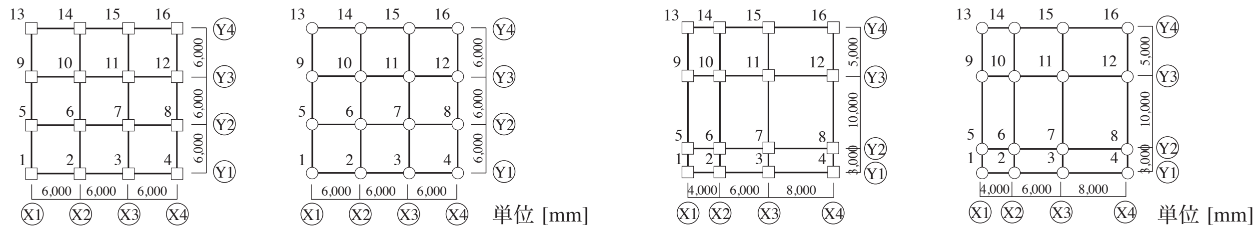
$$\frac{\partial T_0}{\partial S} = \frac{w_0 T_0}{T_0\left(\sinh\frac{w_0 l_a}{T_0} + \sinh\frac{w_0 l_b}{T_0}\right) - w_0\left(l_a \cdot \cosh\frac{w_0 l_a}{T_0} + l_b \cdot \cosh\frac{w_0 l_b}{T_0}\right)} \tag{21}$$

1 つの節点に k 本のアーチが接続されている場合，連続アーチの接合部における水平方向成分力を相殺することを目的に，以下の式の値を最小化する問題を考える。ここで，${}_iT_0$ は i 番目のケーブルの水平張力，ΔS_i は i 番目のケーブルの滑動長さ，$\vec{e}_i$ は i 番目のケーブルの方向ベクトルを表す。

$$\text{Minimize} \qquad \sum_{i=1}^{k}\left({}_iT_0 + \frac{\partial_i T_0}{\partial S_i}\cdot\Delta S_i\right)\cdot\vec{e}_i \tag{22}$$

また，ケーブルが滑動する際は，系全体で初期長さの総和は変化せず，「不伸張変形」となる。つまり，各列の要素数を m とすると以下の式が成立する。

$$\sum_{i=1}^{m}\Delta S_i = 0 \tag{23}$$



(a) 全節点ピン支持　(b) 全節点サドル支持

(i) Plan1

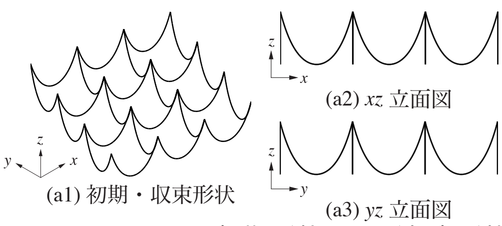
(a) 全節点ピン支持　(b) 全節点サドル支持

(ii) Plan2

図３　滑動解析対象モデルの平面図および境界条件

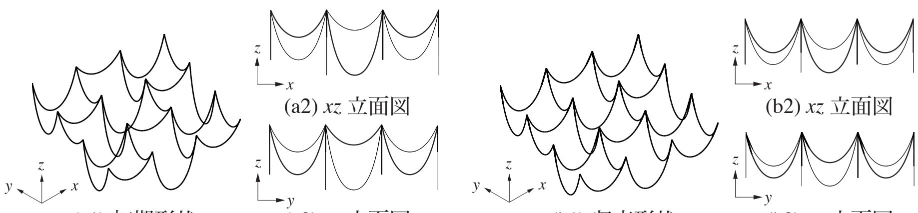
表１　部材諸元

構造用スパイラルロープ	ヤング係数 E [N/mm^2]	断面積 A [mm^2]	単位長自重 w_0 [kg/m]
1×19 ϕ18	1.57×10^5	193	1.59



(a1) 初期・収束形状　(a2) xz 立面図　(a3) yz 立面図

図４　Plan1 の初期形状および収束形状



(a1) 初期形状　(a2) xz 立面図　(a3) yz 立面図　(b1) 収束形状　(b2) xz 立面図　(b3) yz 立面図

図５　Plan1-A の初期形状および収束形状

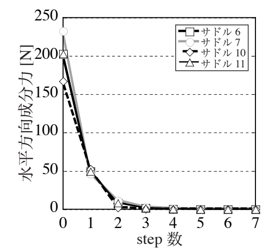
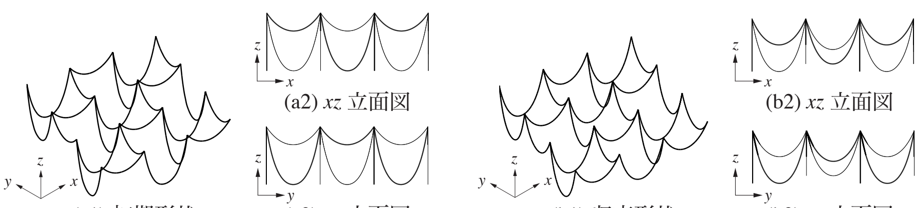


図６　Plan1-A の収束過程



(a1) 初期形状　(a2) xz 立面図　(a3) yz 立面図　(b1) 収束形状　(b2) xz 立面図　(b3) yz 立面図

図７　Plan1-B の初期形状および収束形状

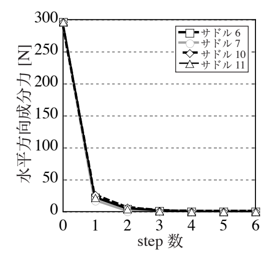


図８　Plan1-B の収束過程

式 (20), (21) より，滑動剛性行列を $\mathbf{\Phi}$，滑動長さベクトルを $\mathbf{\Delta}$，ケーブルの滑動を考慮した節点に生じる水平方向成分力ベクトルを $\mathbf{F}_0$ とすると，滑動剛性方程式は以下のように定式化される。

$$\mathbf{\Phi\Delta} = \mathbf{F}_0 \tag{24}$$

4　構造形態創生の数値解析例

4.1　滑動解析の解析手法およびモデル設定

解析モデルの平面図および境界条件は図 3 に示す（制御点数：616，要素数：24）。解析の手順は，まず図 3(i, ii)(a) に示すようにアーチ境界を全てピン支持とし，自重による自己釣合解析を行い，得られた形状を滑動解析の初期形状とする。その後，拘束条件を図 3(i, ii)(b) のように全アーチ境界をサドル支持（節点座標は変わらず，節点を介してケーブルが滑動する支持条件）に変更し，滑動解析を行う。ケーブルの緊張や弛緩によってケーブルの水平張力を操作し，空間内部節点の水平方向成分力を相殺することで，力学的合理性に基づいた連続アーチの形態獲得を目指す。ケーブルは JIS G 3549 の構造用スパイラルロープ 1×19 ϕ18 を想定し，部材諸元を表 1 にまとめる。自重による自己釣合解析の収束条件は,「歪みエネルギー増分 $\Delta W < 1\times10^{-6}$ J」，滑動解析の収束条件は，「$\forall \Delta S_i < 1\times10^{-3}$ m」とする。また，滑動解析は以下の付帯条件 [7] の下に行った。なおこの記号はモデル名にも反映させる。

Type A. 各列毎の部材長の和が一定

Type B. 全部材長の和が一定

4.2　等間隔グリッド平面モデルの滑動解析

Plan1, Plan1-A および Plan1-B は 1 スパンが 6m の等間隔グリッド平面である。Plan1 のように各スパンの部材長（11.28m）および各スパンのサグ値

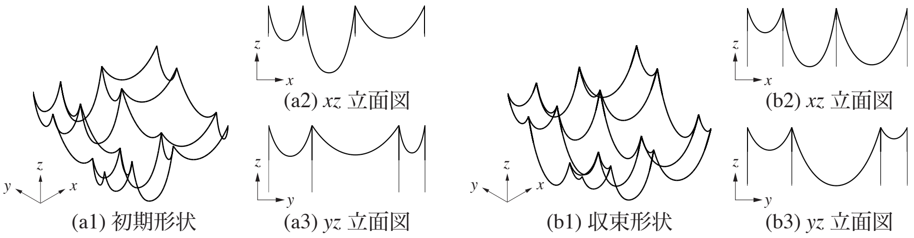


図 9　Plan2 の初期形状および収束形状

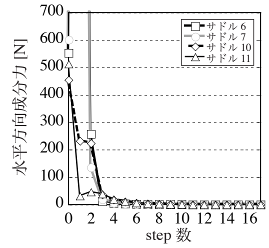


図 10　Plan2 の収束過程

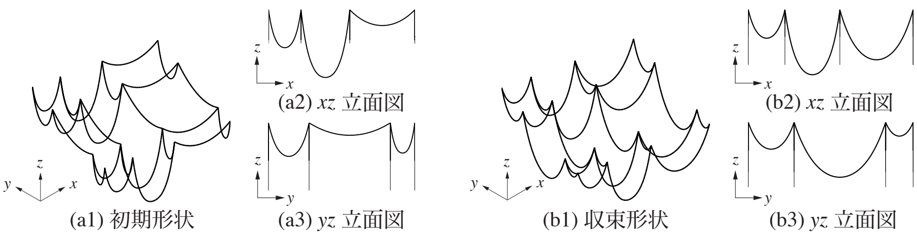


図 11　Plan2-A の初期形状および収束形状

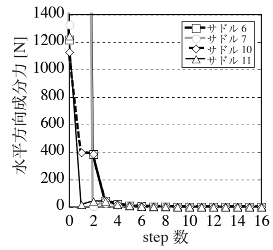


図 12　Plan2-A の収束過程

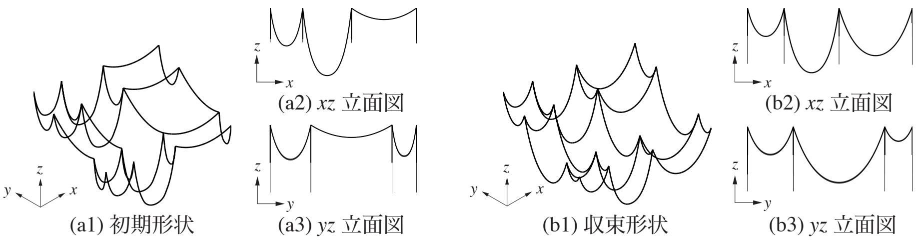


図 13　Plan2-B の初期形状および収束形状

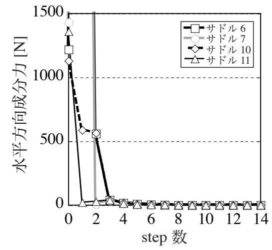


図 14　Plan2-B の収束過程

(4.37m）が全て同じ場合，図 4 に示すように全節点ピン接合で得られた自己釣合形状と滑動解析を行って得られた形状は変わらない。これは全節点ピン接合の時点で既に空間内部節点（節点 6, 7, 10, 11）に生じる水平方向成分力は相殺されており，力学的合理性に基づいた形態が獲得できていることを意味しているが，形態創生の観点からすると魅力的な解とはいえない。次に，Plan1-A の滑動解析の結果を図 5, 6 に，Plan1-B の滑動解析の結果を図 7, 8 に示す。滑動解析の結果，いずれの場合においても節点 2, 3, 5, 8, 9, 12, 14, 15 は 1 方向のみの水平成分力の負担となり，空間内部の節点 6, 7, 10, 11 に関しては，Plan1-A では図 6，Plan1-A では図 8 に示すように水平方向成分力が 0 となった。よって節点 6, 7, 10, 11 は鉛直方向成分力のみの負担となり，仮に空間内部節点に柱を設ける場合，長期荷重下では柱を極限まで細く設計できる。ここで，前述したように Plan1 と Plan1-A は各列毎（ex. X1 列，Y4 列）の部材長の和が一定かつ初期形状の異なるモデルである。部材長の交換が各列毎に行われること，そして Plan1 と Plan1-A の収束形状が異なることから，滑動解析によって得られる解の多様性が確認された。

4.3　非等間隔グリッド平面モデルの滑動解析

Plan2, Plan2-A および Plan2-B は非等間隔グリッド平面である。このような平面の場合，理想的な形状の想像が難しいが，滑動解析を行うことで理想的な形状が求められる。Plan2 の滑動解析結果を図 9, 10 に，Plan2-A の滑動解析結果を図 11, 12 に，Plan2-B の滑動解析結果を図 13, 14 に示す。等間隔グリッド平面の例と同様に，双方とも節点 2, 3, 5, 8, 9, 12, 14, 15 は 1 方向のみの水平方向成分力の負担となり，節点 6, 7, 10, 11 に関しては, 水平方向成分力が 0 となった。前節と同様に，部材長の交換が行われる列毎の部材長の和が等しいモデルでも，異なる初期形状から滑動解析を行うことで異なる安定解が得られ，滑動解析における解の多様性が確認された。

5.　反転圧縮場における応力解析

前章で得られた連続アーチを反転させ，反転圧縮場での長期荷重（自重のみ）における応力解析を行う。ケーブルのような引張場では引張力のみで応力を伝達するが，圧縮場では引張に加えて圧縮と曲げの影響を考慮しなければならない。また，滑動解析では Isogeometric Analysis に基づき B-spline 曲線ケー

表 2　部材諸元

直径 ϕ [cm]	厚さ t [cm]	断面積 A [cm^2]	断面二次モーメント I [cm^4]	ヤング係数 E [N /mm^2]	単位長自重 w_0 [kg/m]
71.12	1.9	413.2	2.48×10^5	2.06×10^5	324

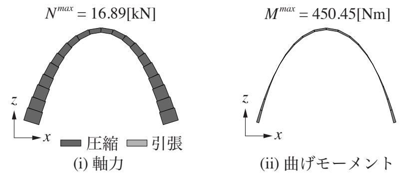


図 15　逆懸垂型アーチの応力分布例

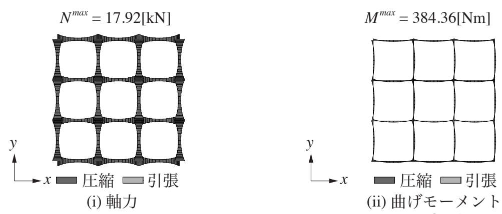


図 16　Plan1 の圧縮場における応力分布

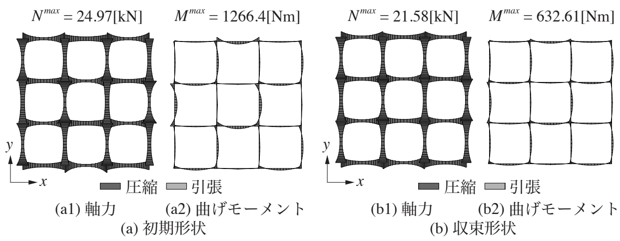


図 17　Plan1-A の圧縮場における応力分布

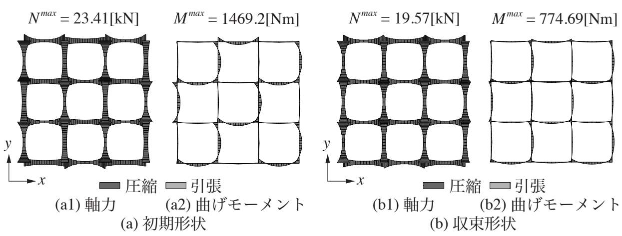


図 18　Plan1-B の圧縮場における応力分布

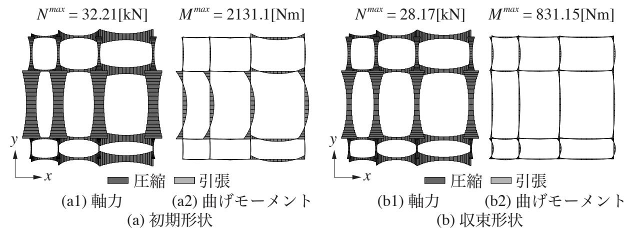


図 19　Plan2 の圧縮場における応力分布

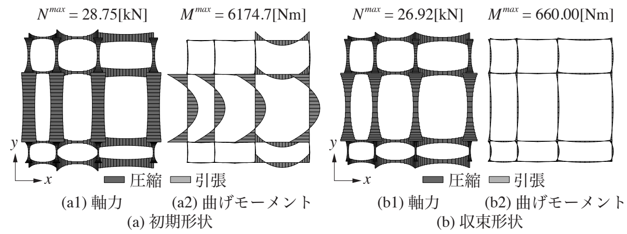


図 20　Plan2-A の圧縮場における応力分布

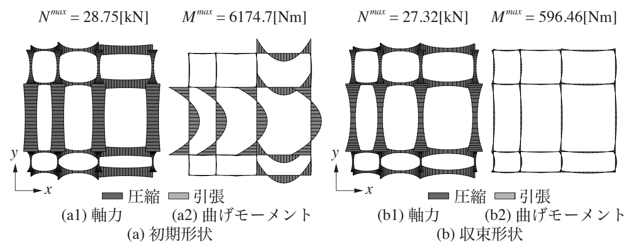


図 21　Plan2-B の圧縮場における応力分布

ブル要素を用いて解析を行ったが，圧縮場での応力解析では滑動解析で得られた各アーチを 20 本の直線梁要素で近似し，端部および梁同士の境界条件は剛接合に変更して解析を行う [8]。圧縮解析の諸元を表 2 に，図 15 に逆懸垂型アーチ 1 本の応力分布例を示す。軸力は圧縮力のみとなり端部で最大値を，モーメントも端部で最大値を取る。

Plan1-A, Plan1-B の初期形状は図 17(a2), 図 18(a2) に示すように，扁平なアーチで構成されたスパンにおいて，Plan1-A で最大 1266.4[Nm], Plan1-B で最大 1469.2[Nm] の曲げモーメントが発生している。次に図 17(b2), 図 18(b2) に示す収束形状の応力分布を見ると，系の最大曲げモーメントが Plan1-A で 632.61[Nm], Plan1-B で 774.69[Nm] まで低減し，滑動解析により空間内部節点の水平方向成分力の大きさが 0 になっただけでなく，より軸力支配型の連続アーチ形態に変化することが明らかになった。系の最大圧縮軸力に関しても，Plan1-B にて最大 3.84[kN] の低減が確認された。

図 20(a2), 図 21(a2) にそれぞれ示す Plan2-A, Plan2-B の初期形状の最大曲げモーメントは，図 19(a2) に示す Plan2 に比べて 3 〜 4 倍程度大きい値を取る。Plan2-A, Plan2-B の初期形状は双方ともスパンが大きく扁平なアーチを有する為，最大曲げモーメントは扁平なアーチで双方とも 6174.7[Nm] と最も大きい値を取った。滑動解析後の Plan2, Plan2-A, Plan2-B の最大曲げモーメントを比較すると，Plan2-B の最大曲げモーメントが 596.46[Nm] で最小となり，最大圧縮軸力は Plan2 にて最大で 4.04[kN] 低減された。また初期形状の最大曲げモーメントの大小と，滑動解析後の最大曲げモーメントの大小に明確な関係性は見られなかった。

6.　結

xy 平面における水平方向成分力を考慮したケーブルの滑動理論を連続アーチの解析を適用した結果,

力学的合理性に基づいた様々な形態を獲得できた。加えて反転圧縮場において，滑動解析によって得られた形態は空間内部の水平方向成分力が0になるだけでなく，アーチ境界に生じる曲げモーメントの小さい軸力支配型の連続アーチの形態となった。また今回，反転圧縮場における収束形状の曲げモーメントが0にならなかった原因として，以下の2つの要因が挙げられる。

1. B-spline 曲線を用いた自己釣合解析によって得られた形状と，厳密な懸垂形状との間に誤差が生じた。
2. 直線梁要素での近似により誤差が生じた。

以上より，設計者の選好と力学的合理性を勘案した連続アーチ構造物の形態創生手法を示した。今後の展望としては，単層ラチスシェルなどの3次元モデルに対象を拡大し，吊り下げ曲面の形態獲得を目指したい。

付録

図 3(i)Plan1(b) の Y1 軸を例にとると，式 (24) は以下のようになり，これを解くことで各ケーブルの滑動長さ $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3$ が求められる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial {}_1T_0}{\partial S_1} & -\frac{\partial {}_2T_0}{\partial S_2} & 0 \\ 0 & \frac{\partial {}_2T_0}{\partial S_2} & -\frac{\partial {}_3T_0}{\partial S_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta S_1 \\ \Delta S_2 \\ \Delta S_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} {}_1T_0 - {}_2T_0 \\ {}_2T_0 - {}_3T_0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad (付.1)$$

参考文献

1) T.J.R. Hughes, J.A. Cottrell, Y. Bazilevs : Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.194, pp.4135-4195, 2005.10
2) Keigo Harada, Jingyao Zhang, Toshiyuki Ogawa : Self-equilibrium Analysis of Cable Structures based on Isogeometric Analysis, The 5th International Conference on Comput. Methods, 2014.7
3) Klaus-Jurgen Bathe : Finite Element Procedures, Prentice Hall, 1995.2
4) 川口健一：一般逆行列と構造工学への応用（計算工学シリーズ 1），コロナ社，2011.11
5) 土木学会：ケーブル・スペース構造の基礎と応用（鋼構造シリーズ），土木学会，2001.9
6) CAI JianGuo, LIM James, FENG Jian, XU YiXiang, WANG Kai : Elastic catenary cable element considering frictional slip effect, SCIENCE CHINA Technological Sciences, Vol.55, No.6, pp.1489–1495, 2012.6
7) 吉中進，川口健一，半谷裕彦：任意形状シェルの形態解析，生産研究 1 月号，pp.50-53, 1995.1
8) 渡邊祥，吉中進，谷口与史也：自重下における曲げのない軸力抵抗型の任意形状格子シェルの形状決定法の提案，平成 22 年度日本建築学会近畿支部研究発表会，pp.301-304, 2010.5

■形態創生コンテスト2014

■形態創生コンテスト2014

□ コンテスト概要

1. コンテストの趣旨

建築の空間や工芸品の形は作者が審美や思想を満たしながら、求められる機能や役割の実現を図るべきである事は言うまでもありません。「形態創生」は空間あるいは形に求められている課題あるいは意図を理解した上で、力学上、構法上、効果的にそれを実現する方法を志向し、それを科学的に定義することで、結果として設計者の想像力を越えた形態の可能性が創造されると考えています。

本コンテストは、独創的でありながら実現性も視野にいれた「形態創生」の考え方に基づいたアルゴリズムや、建築構法とその産み出す形態を総合的に競う事を目的にしています。過去7 回を経て本コンテストは、実体的に構造物を造る方法の合理性と、その構造物が実現する空間利用の合理性を融合した問題として捉えたレベルの高い催しとして注目されてきました。「形態創生」の考え方に可能性を見出す様々な分野の多くの人の参加を期待致します。

2. 課題(テーマ)

課題は以下のテーマとしました。

「いまここの自然環境に適応したかたちを創生する」

なお、応募要項の詳細は、「コロキウム構造形態の解析と創生 2014 ホームページ

http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/ に掲載しました。

3. 審査委員(敬称略、50 音順)

審査委員長:

新谷眞人(早稲田大学名誉教授/オーク構造設計)

審査員:

池田靖史(慶應義塾大学)

久保田晃弘(多摩美術大学)

本間俊雄(鹿児島大学)

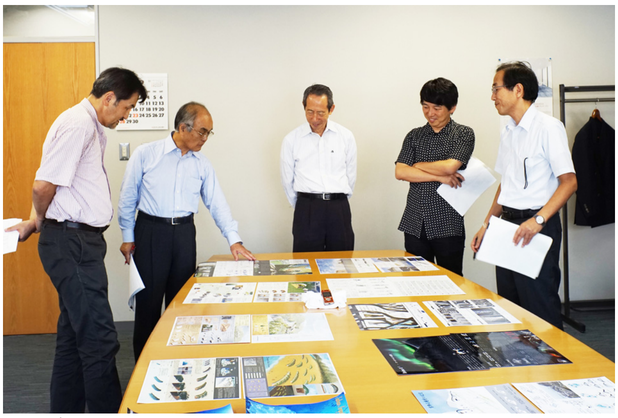
特別審査員(特別講演講師):

末光弘和(株式会社 SUEP)

中田捷夫(株式会社中田捷夫研究室)

4. コンテストの経緯

2014 年 03 月 25 日:建築雑誌 2014 年 04 月号に応募要項掲載
2014 年 06 月 13 日:応募要項に関する質疑締め切り
2014 年 08 月 29 日:応募エントリー締め切り
2014 年 09 月 05 日:作品応募締め切り
2014 年 09 月 16 日:一次審査(日本建築学会会議室にて)
2014 年 09 月 22 日:一次審査結果の通知
2014 年 11 月 06 日:コロキウム構造形態の解析と創生 2014 にて 二次審査および表彰




1 次審査風景

5. 審査の方法

一次審査は特別審査員を含む審査員全員で行いました。ただし久保田氏は当日欠席だったため、事前に審査・採点をしてい

ただきました。作品は匿名とし、評価は、課題(テーマ)に対する作品の満足度の他、創生された形態(かたち)そのものの独創性や、用いている形態創生プロセスのアイデア性などを総合的に勘案しました。
なお、二次審査においては、審査員と同じ所属である場合は投票権を無効とみなすことで公平性を保つこととします。

6. 応募状況および一次審査での選出作品数

エントリー数　：29 件
応募総数　：15 作品
入選作品数　：7 作品
佳作作品数　：0 作品

ー入選作品ー

エントリーNo	タイトル	氏名(所属)(〇は代表者)
8	Climate Resilience ― 人は、自然(気候)に呼応して、力強く生きていかなくてはならない ―	〇田村尚土(ディックス)、吉田友紀子(名古屋大学)、金子侑樹(同)、平田曜(同)
10	自然がつくり，自然を利用するかたち	〇闕和也(広島大学)
13	クミキ・サイクル ライフサイクルを通して環境に適応する組木構造システム	〇木下拓也(竹中工務店)、松岡康友(同)、水島靖典(同)、田邊裕介(同)、栗原嵩明(同)、松田耕(同)
14	Cmonoss	〇日野惇(大林組)、南尚孝(同)、元木敬治(同)、木村寛之(同)、寺井亮(同)、矢島さおり(同)、國崎洋(同)、足立冬樹(同)
15	Ebb and Flow	〇清水秀太郎(東京電機大学)、本間久勝(同)、高田剛(同)、千田貴義(同)
17	Pylonome (Pylon + Omics)	〇藤平祐輔(慶応義塾大学)、佐々木雅宏(同)、津久井森見(同)
22	雪降る廃村の記憶	〇辻孝輔(鹿児島大学)、山口洋平(同)、田中奈津希(同)、平柳伸樹(同)

□ 応募全作品の講評

本年度の「いまここの自然環境に適応したかたちを創生する」というテーマに対して、(1)「いつでもどこでも」というよりは「いまここ」の環境とはどのような環境なのか？また、(2) 何にどのように「適応した」のか？この2つ問題に明確にそして具体的に応えることができたかどうか、それが今年度のコンテストの面白さであり難しさであったといえるだろう。応募総数が昨年度よりも少し下がったことだけで判断すると、テーマ設定が少し難しく感じられたのかもしれない。しかし実際に集まった応募案はいずれも力作揃いで、自ずと一次審査は白熱するものとなった。個別の講評は下記を参照していただきたいが、本年度の入選作は、前述した2つの問題のいずれかに対して明確に答えた上で、さらにもっと詳しい説明が聞きたくなるような作品が選定されている。また本年度のテーマよりも前に、そもそも「形態創生」とは何か？という議論が一次審査において度々巻き起こったことは、来年10周年を迎える本コンテストにおいて重要な意味を持つだろう。本年度の2次審査も昨年と同様に公開で行われるが、本コンテストの根源を問い直すような議論になることが期待されるので、入選者だけでなくすべての応募者に是非ご参加いただきたい。

(以下、[ ]はエントリー番号を示す。)

[1] Pu – Rythem
八角錐の構造体にプリズムを利用した作品である。タイトルややりたい所が分かったが、形と説明のつながりが希薄である。プリズムをどのようにして使っているか、またどのような効果があるか把握するのに時間がかかる。雨、雪、風のイメージの着眼点は面白いが、形態そのものも魅力的にみえるためにももう少し案に深み必要である。

[3] Architecture that changes
乾燥地帯の住居に対して雨水の溜め方を工夫することよって環境への適応度を高める提案。アイデアは理解できるし、オアシスを作るというストーリは面白いが、現実的な所を考えると乾燥地帯にこれだけの雨を貯めるのは難しいように思える。雨を貯めるという発想から、どのようにこの形態に落ち着いたのか興味がある。建築創生としての思考の発展が更にわかりやすいと良い、プロセスに恣意性が感じられているので、形に落としこむ所での説明が少し足りない印象を持った。現代的な素材の検討も考えられるし、また個体で貯めず群として水を貯める仕組も考えられるのではないか？また場所を限定し、雨量など定量的なデータを抑えるとさらに可能性が増えると思う。

[4] －ASTEROID－CA-ESO法を用いた位相最適化による形態創生
セルオートマトン系の構造の解析を元に行っている事は理解できるが、その前の前提となるコンセプトがよくわからない。雪がどのようにふってきているのかなども重要なのではないか。特定の場所や風に呼応した形態を示す事でこの案の可能性が感じられた、もう少し綿密な説明が欲しかった。CAとESOを組み合わせたソルバーを持っていて、それを使いこなしている点は評価できるが、パラメトリックなスタディなども見れれば、道具としての有用性もわかりやすかったのではないか。例えば、最初雪に埋もれていて、荷重に応じて全体の形が決まったり、偏在荷重など考慮すると良いのではないかと思う。

[5] Salao Arquiteture
シャボン玉を応用した作品である。着想はおもしろく、1頁目のプレゼンを見ると、複数のシャボン玉を利用して大変おもしろい形態を創生している。一方、シャボン玉をモチーフとした建築物を水中に設置したことは疑問である。また、水中にもかかわらず、それに対する検討がなされていない。複数のシャボン玉を結合して、形状が保持できるのかも疑問である。

[8] Climate Resilience ― 人は、自然(気候)に呼応して、力強く生きていかなくてはならない ― ＜入選作＞
ETFE およびケーブルを利用した作品である。ETFE とケーブルによる仕掛けを考えており、そのアイディアはおもしろい。また、構造および環境を複合したシミュレーションは評価できる。一方、夏季における ETFE の性状が不明瞭であり、夏季に隙間が生じる状態が理解できない。実際の材料で作製した模型を見てみたい。

[10] 自然がつくり，自然を利用するかたち ＜入選作＞
地形にフィットした形態を創生した作品である。「山の形(地形)が最適形状である」という前提条件は疑問であるが、地形にフィットさせるため、線織面のひずみエネルギーを最少化することにより形状最適化を試みている。プレゼンにおけるパースは大変良いできである。一方、線織面を利用して形態を創生しているが、その優位性を知りたい。また、線織面におけるひずみ分布に関する記載がないため、ひずみ分布が不明確である。

[13] クミキ・サイクル ライフサイクルを通して環境に適応する組木構造システム ＜入選作＞
玩具である組み木を利用した作品である。玩具を構造的に利用している発想がおもしろいうえ、接合部を応力解析により検討している点は評価できる。また、家具や燃料資源としてリサイクルすることも考えており、環境にも配慮した作品である。プレカット工法にも適応可能ではないかと思われる。一方、プレゼンどおりに接合部を組むことができるのか疑問である。実際の木材で作成した構造物を見てみたい。

[14] Cmonoss ＜入選作＞
蜘蛛がどんな場所にでも網を張ることに着目し、それをその場所の自然環境に合わせた形状の生成と捉えた作品。蜘蛛の巣が持つ力学に着眼した点が面白い。また、蜘蛛の巣はどこかの糸が切れても形を保つことを解析で確認した努力も認められる。ただ、ケーブルが切れても全体の形状を保持したまま応力が再配分されることに疑問を感じる。蜘蛛が巣を作る時のプロセスをどうコントロールしているかを分析し、取り込むと面白い。また、全体形状を整形だけでなくランダムな形状で形態創生すると面白い。

[15] Ebb and Flow ＜入選作＞
鹿児島県指宿市の海岸沿いの砂蒸し風呂が波打ち際に建つという環境に着目し、シラスコンクリートを構造体として使用して形態創生を行った作品。プレキャストコンクリートを組んだ直行格子梁の梁が隙間を有している点が構造的な工夫点である。コンクリートにシラスコンクリートを用いるという地産地消も良い点である。しかし、折角の空が塞がれている点や波浪時の安全性の検討が無い点は惜しい。また、形態は魅力的だが、水際線から屋根の形態を決めるという点についての説明が欲しい。

[17] Pylonome (Pylon + Omics) ＜入選作＞
傾斜地や住宅密集地に送電用鉄塔を建設する場合の、現在の形式的な類型には捕らわれない環境条件に適した最適構造の可能性を題材とした作品。トランスフォーマーのようで発想は面白い。マテリアルを木などに変えるとさらに色々な発想が出てくると思う。設計システムはとても面白いが、街のシンボルができるだけと捉えると物足りないが、場所に適用させるシステムのような使い道とするとより面白い。

[19] KaleidoScope
物体の固有周期を可視化するクラドニ図形を利用し、音が見える建築空間として広場や商業施設の屋根を提案した作品。作品のような画が出てくることが面白い。ただ、昨年度の入選作品を踏襲している部分が散見される。また、完成した作品と実験の結果が対応していない点が気になる。振動紙の形状や縦横比等を変えるともう少し色々な形ができたのではないだろうか。クラドニ図形と創生した形状にギャップがあるので、図形の持つ固有振動数がどんな役に立つのかの説明があるとよかった。

[20] Below 0℃ ― オーロラベルトの建築 ―
オーロラベルトの地域にオーロラ観賞のための氷でできた施設を膜構造の風船を型枠として利用することで制作することを提案した作品。プレゼンテーションが美しい。極小曲面による膜構造とそこから生まれたソリッドの強度の関係は重要である。どのような形の風船かが不明だが、提案した柱の形状が並べた風船の隙間によってできるのか、また、水圧による上下の差で風船が変形することは考えているのかの点において疑問が残る。

[22] 雪降る廃村の記憶　＜入選作＞

雌ホタルが雄ホタルの光の強さと距離の近さに反応するホタルアルゴリズムを用いて作られた屋根の形態で、村の建物をすべて覆うが、その体積は最小とすることを目的としている。このアルゴリズムが局所的な適合解のバリエーションをもたらす点を狙った面白い試みで、積雪と屋根勾配の関係を考慮して形態を創生する細かな点にも工夫が見られる。なぜ廃村に屋根をかけて保存するのかという理由が分かりやすく説明されていない点が惜しまれるが、詳しい説明を聞きたい作品である。

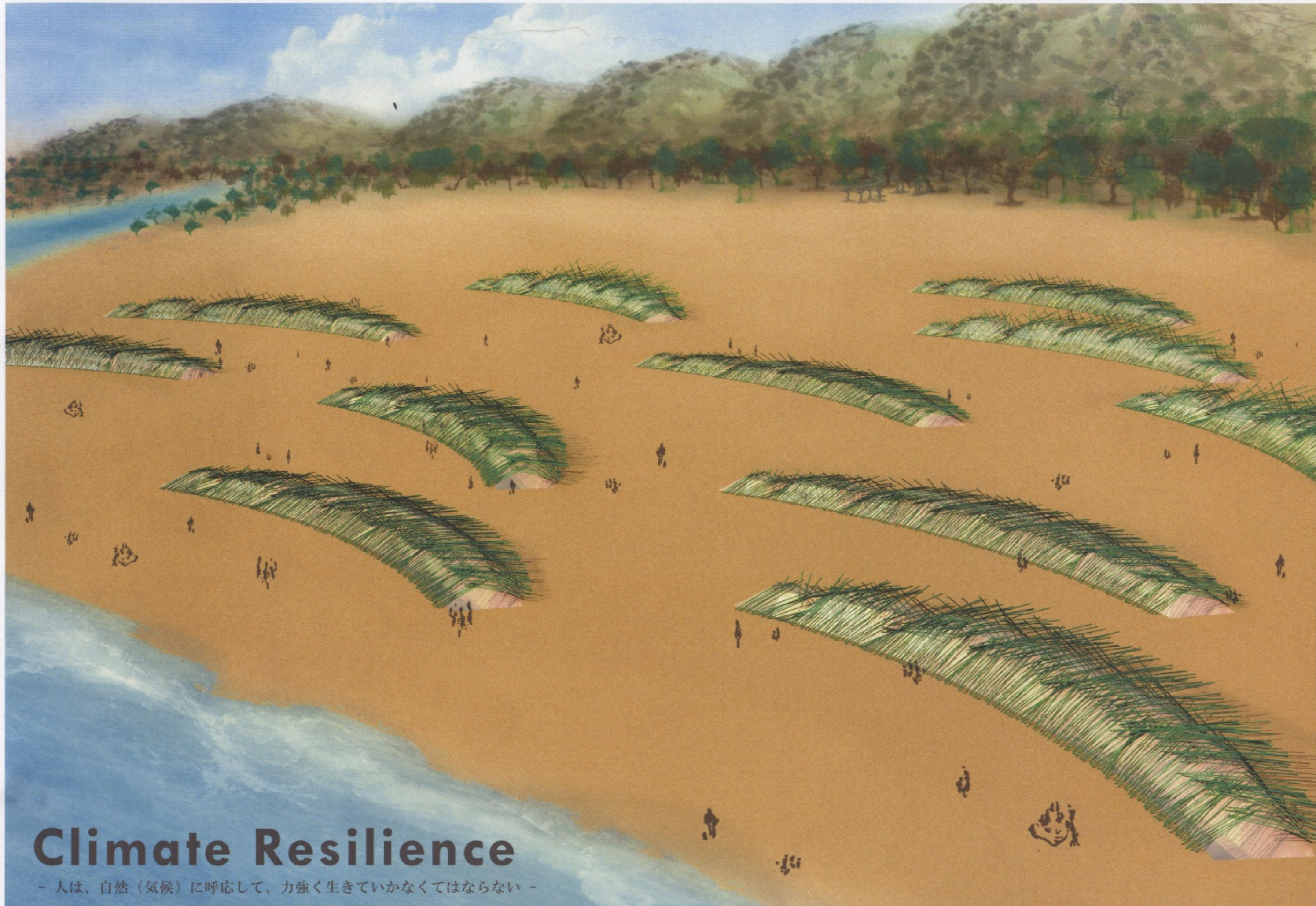
[27] 竹線景

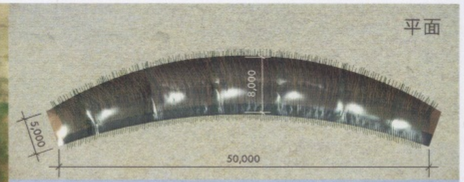
公園の順路の終点に計画された空中に浮いているような竹で作られた空間の提案である。生きている竹に力を加えて得られるカーブで構成された形態であるが、この密度感で構造体として適切なのかは不明である。構造の解析は、コンテストの必要事項ではないからそれでよいかもしれないが、形態創生がテーマであるから、形態が創生されるプロセスについて、もう少し説明が必要であろう。遊びでやるという意味では、面白さが表現されている。実物のスケールで見てみたい作品である。

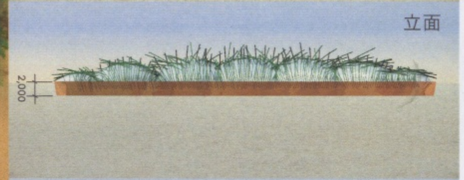
[28] 河上人口都市

大阪の淀川に計画された人口増加に対応するための人工地盤の計画である。乱数を生成して得られるトラスで作られた人工地盤の提案であるが、そこで終わっている点が残念である。乱数を用いたトラスによる形態と強度、応力、或いはコストなどとの関係が定性的にでも示されるべきであろう。また、提案として、人工地盤を作ることと、トラスを用いることの説明に乖離がみられる点も惜しまれる。

以上



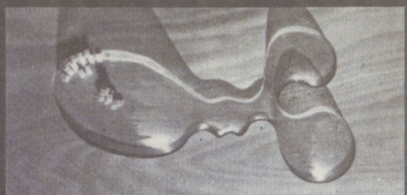




Climate Resilience

– 人は、自然（気候）に呼応して、力強く生きていかなくてはならない –

空気で支えられた膜構造は外部気候から内部を守り、人口気候空間を形成するこの大皮膜は、多様な空間の高さを持ち、自由な形を描く平面の上を覆うことができる。
（フライ・オットー「自然な構造体」より）



コンピュテーショナルデザイン

Generate Climate Resilience

Rhinoceros+Grasshopperによるコンピュテーショナルデザインを用いて、Climinate　Resienceの形状を求める。

Grasshopperでは、平面形状の入力、ケーブル位置の入力を行い、容易に形態生成を可能とし、物理計算においてはKangarooを、環境シミュレーションにおいてはGecoを用いる。

Flow Chart

Step1) 平面形状の入力

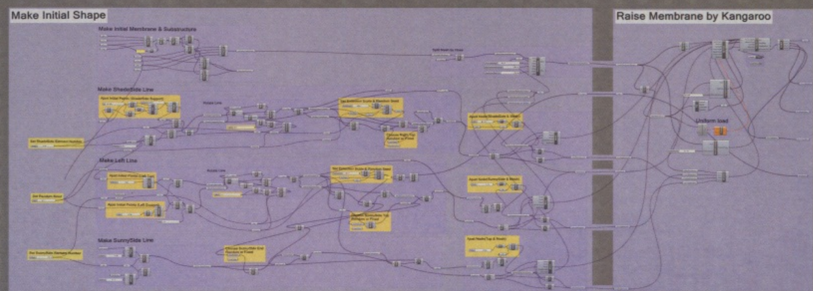
Step2) ケーブル位置の入力

Step3) 上部骨格のライン生成

Step4) 空気膜のメッシュ生成

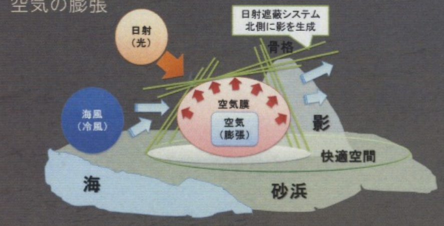
Step5) 空気圧の作用

Step6) 形態創生



1. 呼吸する環境システム

空気の膨張



風：夏の日中は海風が吹き、涼を得る。
光・熱：光はやがて熱と変わる。日射や高温の外気温により、空気膜内の空気が膨張する。
そのため、夏は日射の熱を遮りながら快適空間を形成する。

空気の収縮

風：冬は海風・山風に耐えながら生きる必要がある。
光・熱：冬は太陽高度が低いためまぶしさを低減する必要があり、光を遮りながら、日射から熱を得て暖をとる。外気温が低ければ低いほど、空気は凝縮する。

2. 地域における社会システムの形成


集落のイメージ

ClimateResilienceは、テントやティピなどの固有の地域や気候に適応してきた住居のように、快適性のある環境システムとシンプルな構法による構造システムを融合したデザインシステムである。
また近年、地域における災害復興や生活支援、環境保護の活動にソーシャルデザインの力が求められ、そこには適正な技術、地元の原料を使い、地元の人が使いこなせる技術となることが必要とされる。そして、地域の課題を特定しながら、住民とのコミュニケーションを図り、地元に根付いた技術を構築しなければならない。
提案するデザインシステムは、このような地域の社会貢献型のデザインとして、住居の役割から、地域のコミュニティ形成に至るまで幅広く利用できる可能性がある。

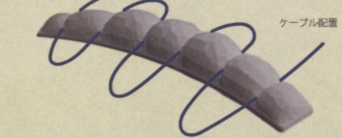
構法としては、地面を掘削し、地下部分に版築により床や壁を締め固めて空間を確保し、その空間を覆うように地下部分に接合された空気膜とケーブルを配置する。そして、骨格となる地域材料を敷き並べ、空気を加圧し、その後は環境変化による空気の膨張・収縮を利用して様々な形態が創生される。

3. 空気膜と骨格による構造システム

空気膜

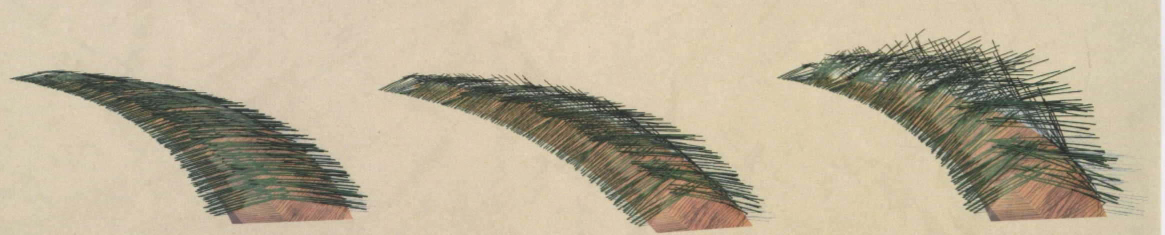
皮膜となる空気膜には、ETFE (フッ素樹脂膜) を用い、ETFEは熱を吸収し光を透過する。また、膜を2層、3層とすることで、熱貫流率 (1.7～2.6W/㎡K) や透過率 (75.4～82.4%) をコントロールし、内部空間を快適にすることができる。
空気膜は、掘削した地下空間に空気の塊を閉じ込めて外気に対して加圧し、環境変化による空気の膨張・収縮により、空気膜の形態が創生される。

ケーブル

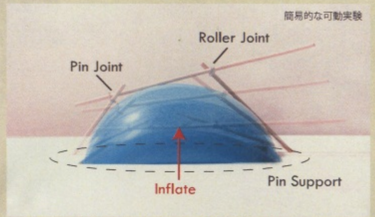


空気膜の外力負担を減らすため、押えケーブルとして、高強度かつ軽量で安定性の高いカーボンナノチューブ (CNT) を利用する。ケーブルにより、膜の曲率が小さくなり、安定性が改善されると同時に空気の山・谷が生成される。また、CNTは構造材料であると同時に電気・冷水・温水・給水などを循環させるパイプを兼ね、内部空間の快適性を確保する役割を持つ。

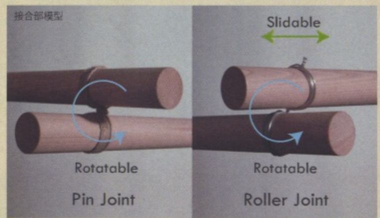
Inflate1　Inflate2　Inflate3



骨格

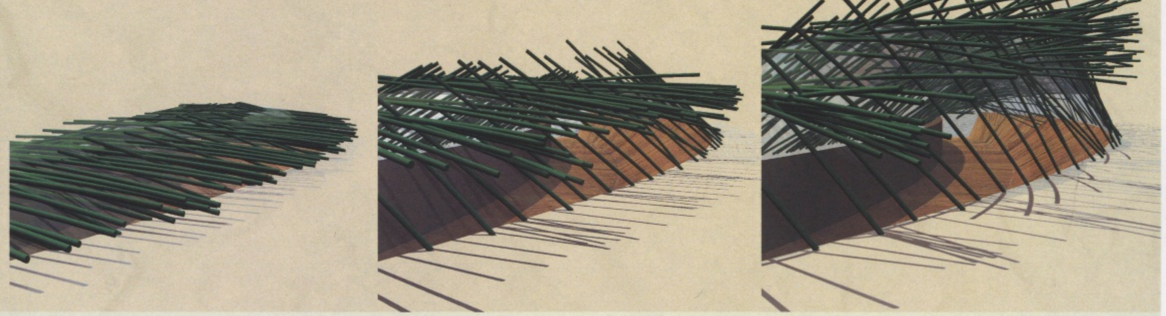


空気膜を保護するように上部の骨格を配置し、その地域固有の材料 (竹や木など) を利用する。本来、生物の骨格は環境 (内蔵) を保護するためにその形態が進化してきたと言える。
Climate Resilienceにおいても、細く、しなやかで、地域に親しみのある骨格が環境の変化に自らの形を変化させ、多様な形態を生み出す。

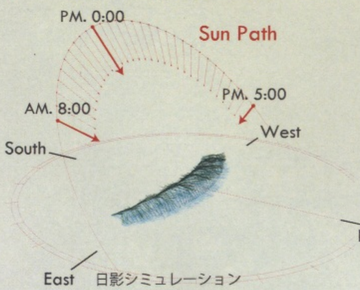


可動する構造体とするため。骨格の接合機構について工夫が必要となり、できる限り容易な接合方法を追求する。
紐の結び方でピン接合、強度・剛性が高く、低摩擦の鉄線を用いたローラー接合などの機構をつくり可動させる。

Inflate1　Inflate2　Inflate3



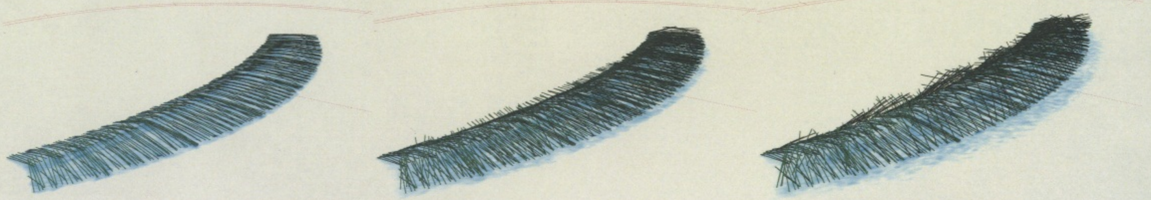
4. 快適空間を生成する日射遮蔽システム



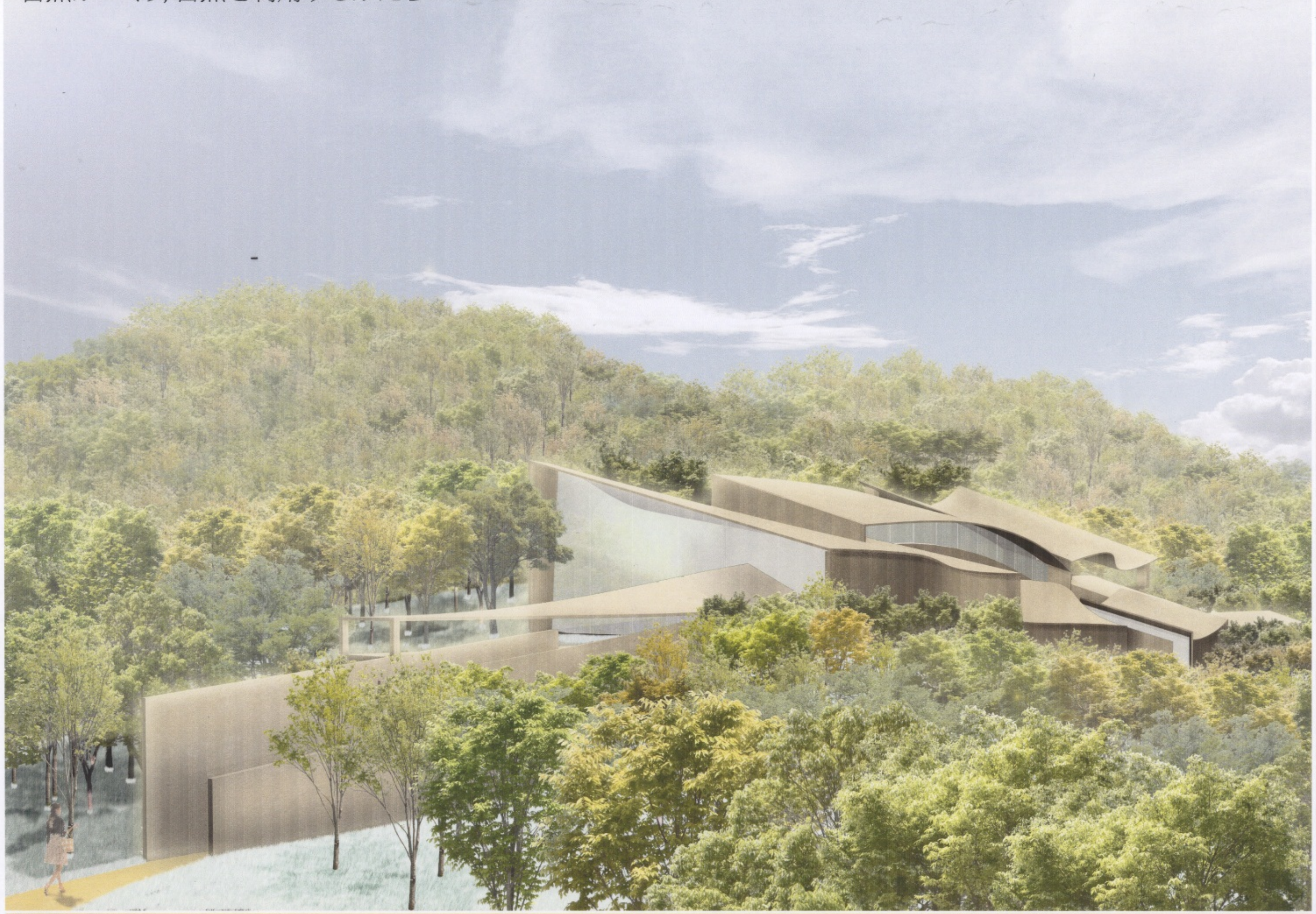
日影シミュレーション

空気膜上部の骨格により形成された庇は、日射を遮蔽し、北側に影を生成する。
呼吸する環境システムにより、空気膜の膨張・収縮に伴う庇により生成される影のシミュレーションを行う。シミュレーションは、太陽高度の高い夏期期間の午前8時から午後5時までを対象とする。日中の影の投影時間を影の濃淡により、表現している。
このように日射の遮蔽や影の生成をコントロールした快適な空間が得られる。

Inflate1　Inflate2　Inflate3



自然がつくり，自然を利用するかたち



設計概要

大分県はカボスやしいたけなど，多くの特産品があり，それらの栽培は古くからおこなわれている．また竹細工などの伝統工芸も有名である．しかし，近年の少子高齢化の進行により，これらの伝統的な技術や栽培が失われつつある．そこで，本設計ではこれらの伝統技術の維持につなげるための場として，子供たちが伝統技術を学ぶことのできる美術館を提案する．

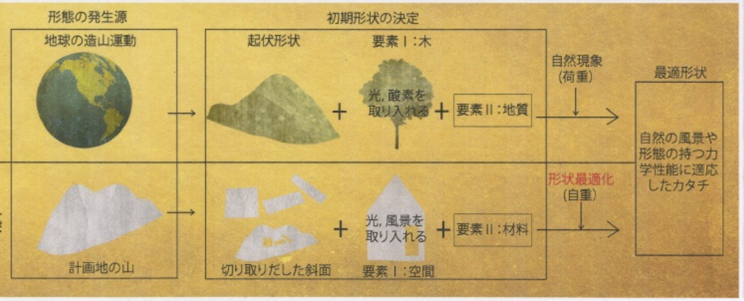
(計画地：大分県別府市　志高湖周辺)

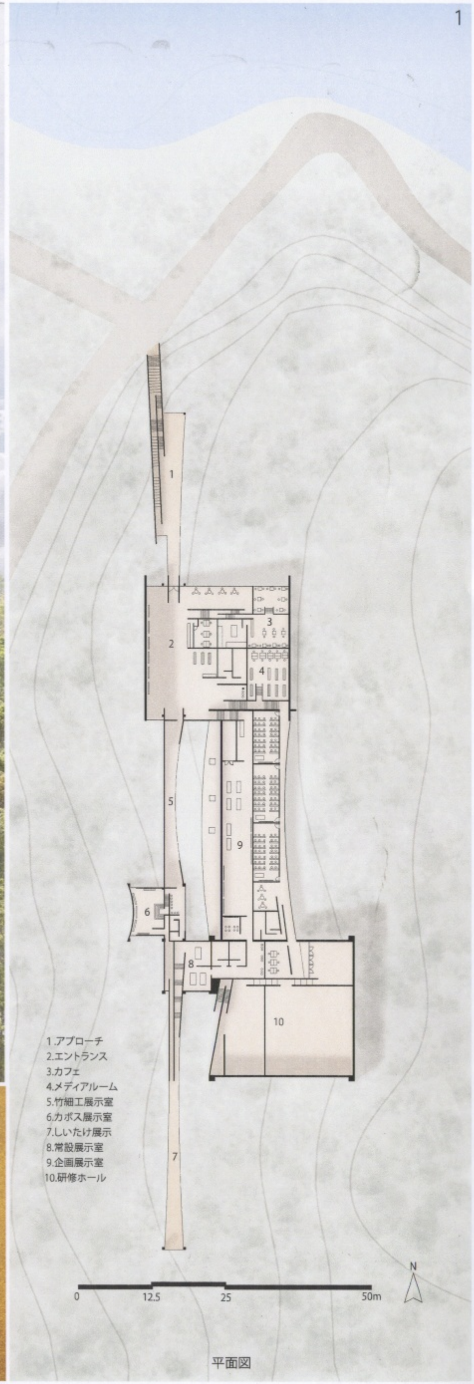
形態コンセプト

計画地の側にある志高湖は周囲を山々に囲まれ，美しい自然風景を持つ．美しい風景を作り出す山は地球の造山運動により，形成された起伏形状である．そこから，土砂崩れなどの自然現象により，形態を変化させる．つまりは，山を構成する地質にあった形態へと変化するのである．また，山を構成する要素の１つとして，木が挙げられる．木の根により，土砂崩れを防ぐことができることが知られ，木々の配置や成長具合により，山の最適な形態も変化するといえる．山は様々な自然要素により，形態が決定され，それゆえに美しくあるのではないだろうか．本設計では，計画地の山を利用し，山の成り立ちを建築に置き換え，形態を決定することで，その場所の景観や力学性能に適応した形態を創出する．

ダイアグラム

山 → 建築
木 → 空間
地質 → 材料





形状最適化概要

山の最適形状は自然現象から得られる．つまり多種多様な荷重に対して最適な形態をとる．ここでは，地球上で常に作用する自重に着目し，これを荷重として採用することで，自重に対する最適形状を導く．

形状最適化の流れ

1. 初期形状を決定（形態，材料定数，境界条件の決定）

↓

2. 曲面を表現する関数の決定

↓

3. 解析条件を決定（荷重，設計変数，目的関数の決定）

↓

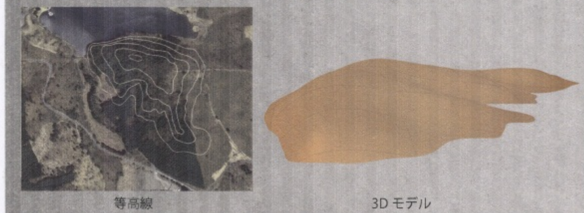
4. 形状最適化

西側立面図

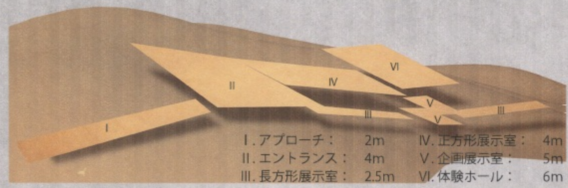
1. 初期形状の決定

本設計では，自然の作り上げた形状を利用することを目的に計画地の山の斜面に沿って屋根面を形成する．更に，形成した屋根面を考察し，風景や光といった自然を建築内部に取り入れるための操作を行い，初期形状を決定する．

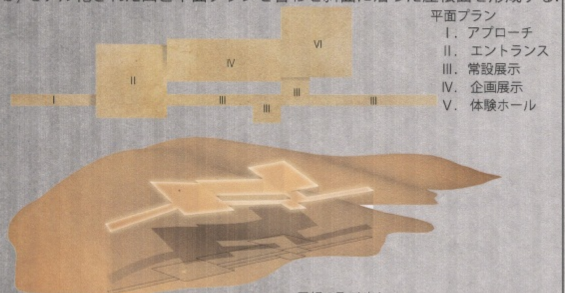
a) 計画地の等高線をもとに，山をモデル化する．



c) 切り出した屋根面の室の用途に合わせ高さを与える．

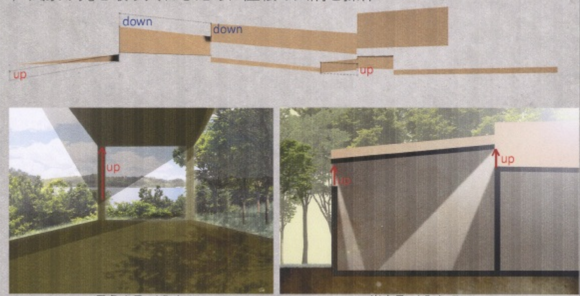


b) モデル化された山と平面プランを合わせ斜面に沿った屋根面を形成する．



屋根の取り出し

d) 風景や光を取り入れるために屋根の四隅を操作



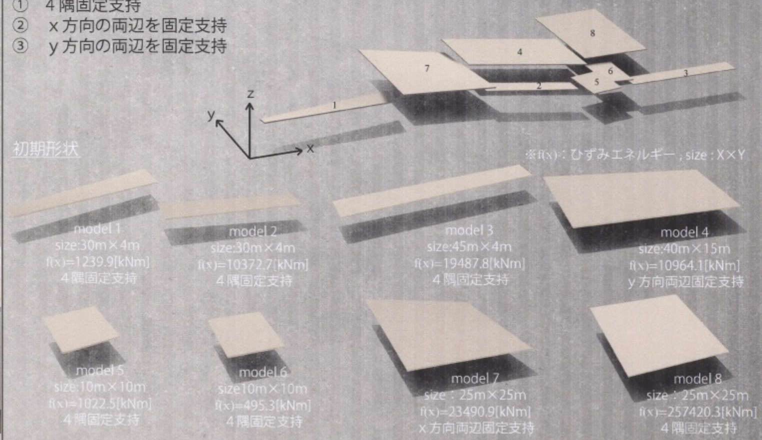
景色を取り入れる　光を取り入れる

e) 材料定数，境界条件を設定し，初期形状を決定

・材料：鉄筋コンクリート（厚さ 150mm，ヤング係数 206.0GPa，ポアソン比 0.20）

・境界条件：境界条件は以下の 3 タイプとする．

① 4 隅固定支持
② x 方向の両辺を固定支持
③ y 方向の両辺を固定支持

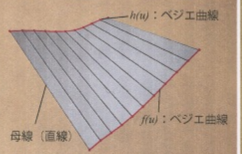


2. ベジエ曲線を用いた線織面関数

本設計では，曲面形状を表現する関数として，母線が直線で形成される曲面のことを線織面といい，型枠作成が容易であるため，施工性に優れた曲面と言える．加えて，線織面を定める曲線により，曲面形状が表現可能なため，曲面を最適化する際の変数の数を大幅に低減でき，最適解への収束性を向上できる．以下に線織面関数を示す．

線織面関数：$S(u,v)=(1-v)f(u)+vh(u)$

※u,v：節点座標を定めるパラメータ

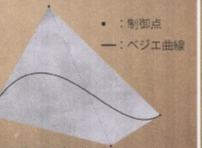


線織面の例

上式の $f(u)$，$h(u)$ をベジエ曲線で定義する．ベジエ曲線を用いることで，少ない変数で様々な曲面形状を効果的に記述できる．

ベジエ曲線：$P(u)=\Sigma qB(u)$

※q：制御点座標，B(u)：バーンスタイン基底関数



3 次のベジエ曲線

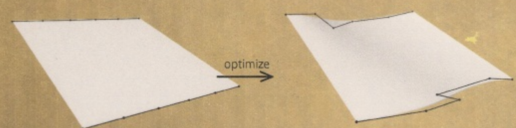
3. 形状最適化（解析条件の決定）

本設計では，設計変数をベジエ曲線の制御点座標とし，最適化を行う．目的関数として，ひずみエネルギーを採用し，これを最小化することで，単位体積あたり重量を 24500N/㎥とした自重に対して，最適な形状を導く．最適化にあたり，曲面の表面積を縮小することで剛性を高め，その結果，非現実的な形状が得られる傾向にあるため，本設計では，初期形状の表面積よりも大きくならないといった制約を加えておく．

minimize : $f(qx,qy,qz)=1/2dP$

subject to : $S-So\geqq 0$

qx,qy,qz：x，y，z，方向の制御点
d：鉛直方向の変位
P：自重
S：最適形状の表面積
So：初期形状の表面積

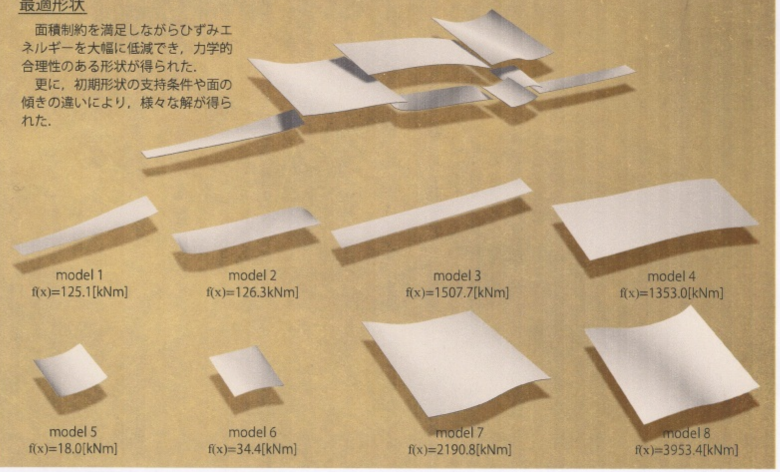


最適化例

最適形状

面積制約を満足しながらひずみエネルギーを大幅に低減でき，力学的合理性のある形状が得られた．

更に，初期形状の支持条件や面の傾きの違いにより，様々な解が得られた．



クミキ・サイクル

ライフサイクルを通して環境に適応する組木構造システム

ライフサイクルを通じて環境に適応

私たちが提案する、**木組みの接合部**を用いた簡易に組立てが可能な構造システムは、建築のライフサイクルの各フェーズで、日本の里山の豊かな自然環境に柔軟に適応します。
システムの核となるのは、**ねじやボルト、接着剤を一切必要としない木組み接合手法**です。私たちは、六本組木という伝統的な木組みの玩具から着想を得て、さまざまな接続パターンや形状を実現できる、**ねじり六本組木**による接合手法を考案しました。

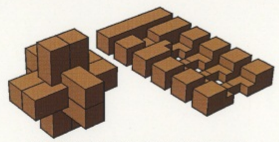
日本の国土の多くの面積を占める里山・山林地域は、都市部ほどインフラが整っておらず、逆に森林資源に恵まれているという特徴があります。本システムは、間伐材の活用やリユース性に優れ、地域に根差した**シンプルでサスティナブルな木造建築のライフサイクル**を実現します。
これは里山・山林地域の**自然環境に総合的に適応した新しい建築のかたち**、と言えるのではないでしょうか。

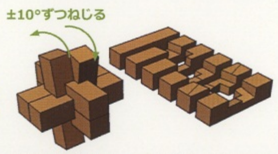
ねじれ六本組木による接合システム

六本組木とは、右の図に示すような木組みの玩具です。６つの木片に切欠きが施され、これを順に組んでいくことにより、ＸＹＺ方向にそれぞれ２本の木片が組み合わさった形状ができあがります。
私たちの提案では、この六本組木の木片を軸方向に伸ばし、軸部材として利用します。さらに、おなじ軸の２つの部材を逆方向にねじることで、接合部への取り付き角度を変化させ、自由な形状を形づくることが可能になります。

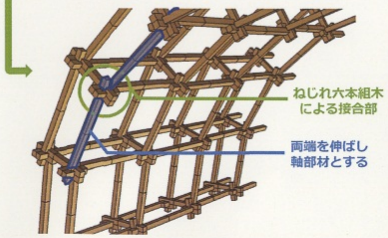
2/5スケール模型による組み上げテスト

ねじれ六本組木接合部の実現性を検証するため、2/5スケールのプラスチック模型を作成し、組み上げテストを実施しました。組み上がりまでの手順は右の写真に示す手順①～⑦の通りです。手順④で仮留めを行った後は、部材D～Fは差し込むだけであり、スムーズに組み上げることができました。
また、組み上がった模型（手順⑦）では、噛み合いにより各部材が固定されており、ねじれ六本組木が接合部として機能することが確認できました。


六本組木の木片と組み上がり状態

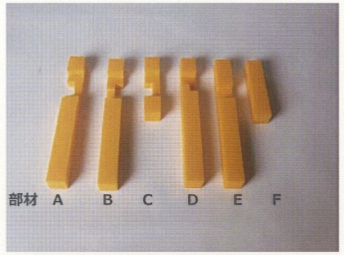


ねじれ六本組木の木片と組み上がり状態

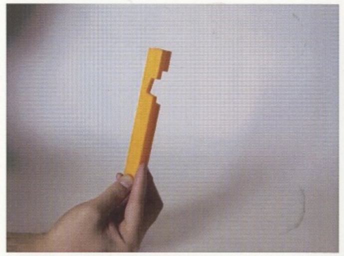


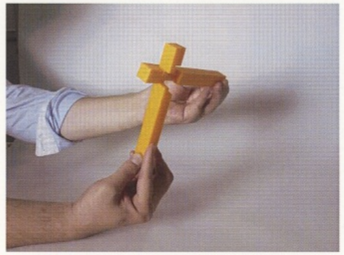
木組みにより接合された構造骨組のイメージ

【2/5スケール模型の組み上げ手順】



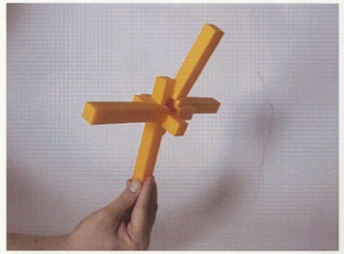
手順①：使用する６本の部材一覧

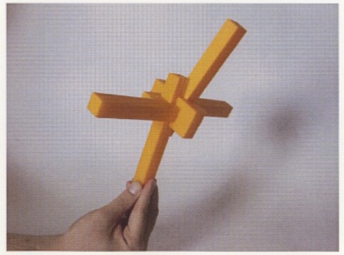

手順②：部材Aを配置する。

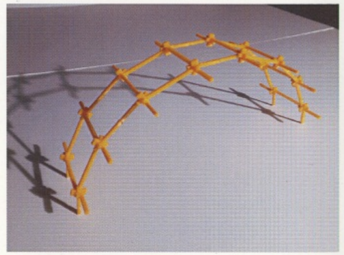

手順③：部材Bを部材Aに沿うように配置する。


手順④：短い部材Cを配置する。専用の治具を用いて、部材A～Cを仮留めする。


手順⑤：部材Dを水平方向から差し込む。


手順⑥：部材Eを上方向から差し込む。

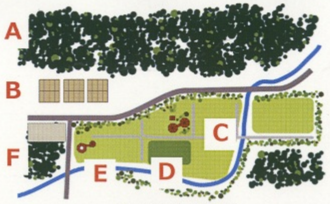

手順⑦：部材Fを差し込んで組み上がり。


完成模型：約1/10スケールの1スパンモデル

キャンプ場を例とした組木建築のライフサイクル

下の図では、キャンプ場を例とした、組木建築のライフサイクルを示します。組木構造システムが持つ固有の特徴（**単一断面、組み立て・解体可能、自由形状の実現など**）により、ライフサイクルの各フェーズで里山地域の自然環境に柔軟に適応し、**木材資源の循環に貢献**することを示しています。

想定する地域は、森林を後背地に持ち、林業が盛んな自然豊かな地区です。大規模な製材工場があり、調達のための道路も整備されています。このような場所で、製材工場と隣接する形で組木構造システムを活用したオートキャンプ場が計画されているものとします。敷地の模式図を右に示します。

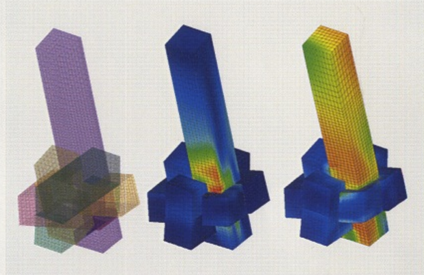


想定地域の模式図

ねじれ六本組木接合部の構造性能

提案するねじれ六本組木による接合部の**3次元FEM解析**を行って、実用に足りる剛性と強度を持っていることを確認しました。

解析では、組木の各部材をソリッド要素でモデル化し、木材の異方性を考慮した非線形材料を設定しました。また、各部材の表面には接触要素を定義して、**木材のめり込みを考慮**した解析としました。

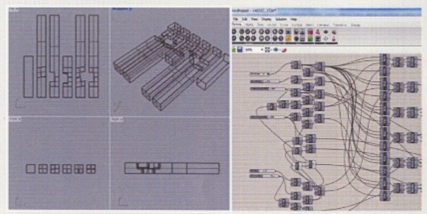


FEM解析モデル　曲げ変形時応力図　軸変形時応力図

パラメトリックモデルによる形状検討

木組み部分の複雑な切欠き形状や、ねじれ接合の連続により形成される3次元形状は、**パラメトリックモデルにより生成**しました。これにより上記のFEMモデルにスムーズに変換することができました。

また、実際に木材を加工する際には、これらの3Dデータを**NC（数値制御）加工機のための入力データとして利用**することも可能です。



3D形状図　パラメトリックモデル

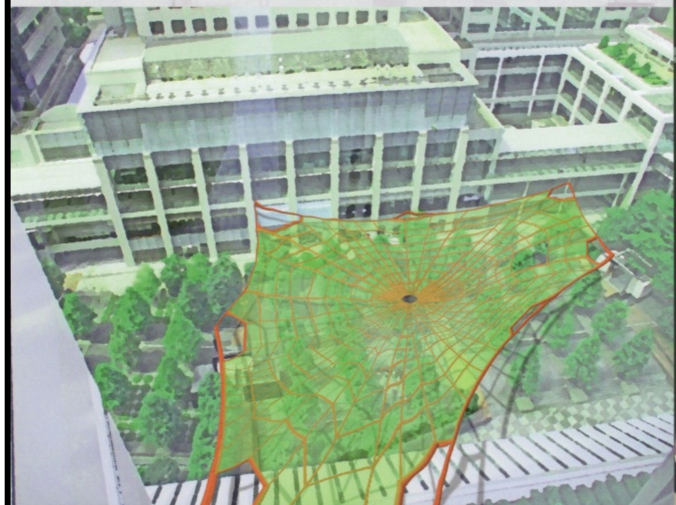
3次元パラメトリックモデルによる組木切欠き形状の検討

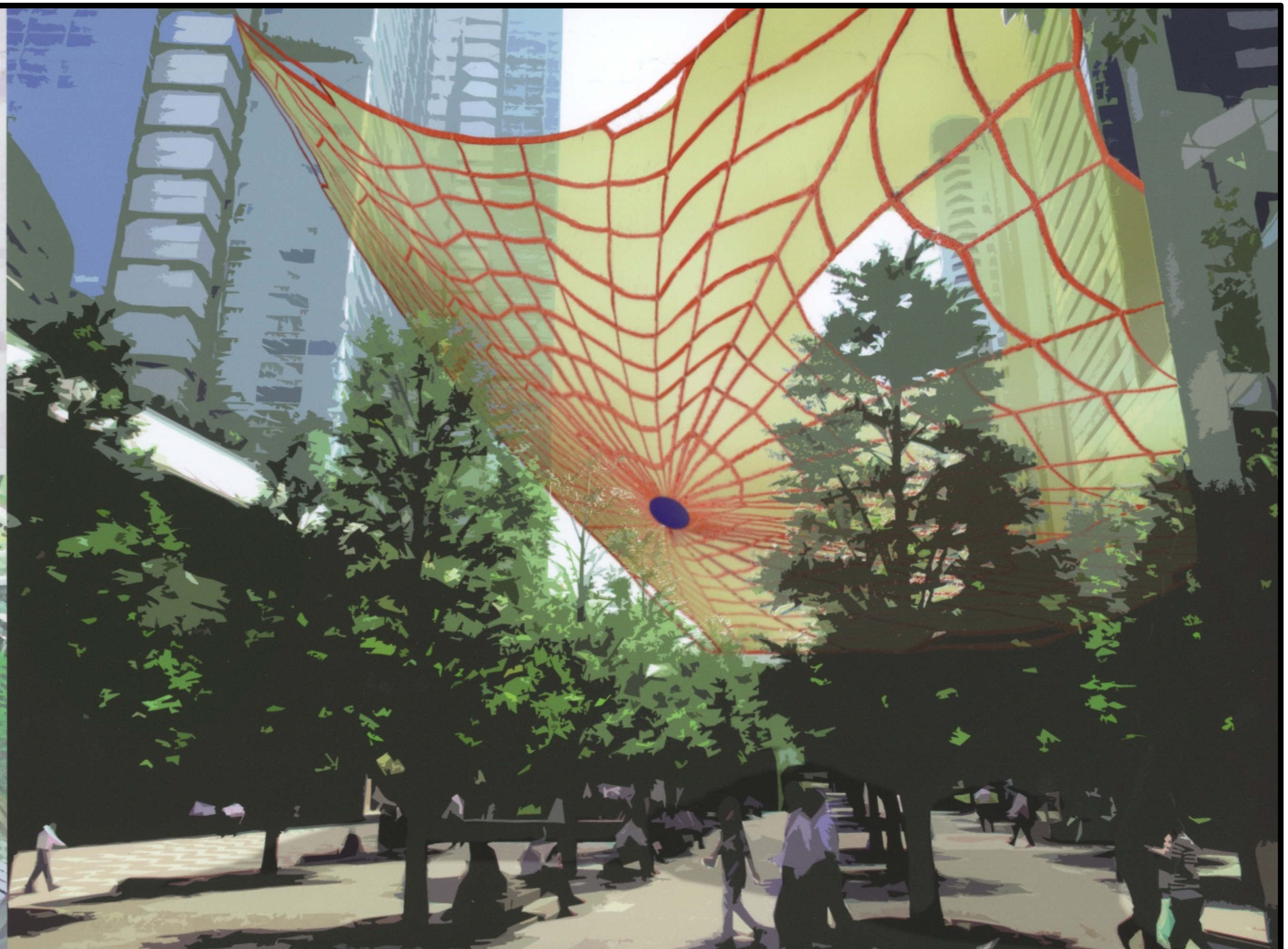
入選作品「Cmonoss」，エントリー No.14，日野惇，南尚孝，元木敬治，木村寛之，寺井亮，矢島さおり，國崎洋，足立冬樹

Cmonoss

森の中、枝と枝の間、軒先、物陰、部屋の隅。蜘蛛はどんな場所にも網を張る。
時には、川の流れでさえも跨いで網を張ることがある。
それはその場所の自然環境に合わせ、その場所だけの形状を形成する行為である。
また、軽く、強靭な糸は非常に優れた材料であり、網の施工性と
強風にも耐える強靭性、獲物を捕える機能性を両立させている。
そして、蜘蛛の網は過大な荷重がかかって網の一部が破れたとしても、
獲物を捕獲するための機能を損なわずに全体の形状を保持することができる。

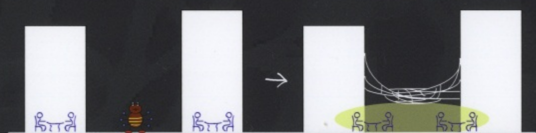
どれもこれも、今の建築に求められていることではないだろうか。





新しい建物を建設するとき、必要な場所は空地である。
新築という行為は、まずはその場所性の否定から始まる。
「いまここの自然環境」とは相容れないことが原点にある。
Cmonoss は支点としての役割をその自然環境に期待する。
地に足のつかない、単独では存在しえないものとして、
既存の建物、樹木といった自然環境の力を借り、
その空間に新しい価値を生み出す。

人と人とのつながりを希薄であることは叫ばれて久しい。
電脳世界では World Wide Web の情報網が張り巡らされている。
現代人は新たなつながりを電子端末に見出している。
一方で、建物は敷地境界線によって制限され、多くは閉鎖的である。
そのことが人のつながりを困難にする一因であることは否めない。
既存の建物同士をつなぎ合わせることで共用空間をつくり、
生活圏を重ね合わせることで新たなつながりの創出を期待する。

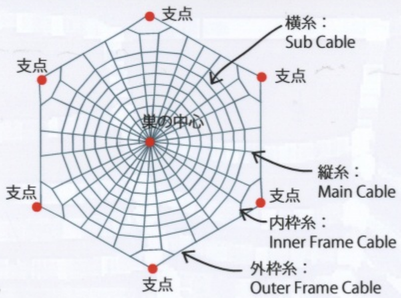


芽を出し、成長し、空へ向かい、やがて枯れる。
自然環境は移ろいゆくものとしてそこに在る。
そのような変化に柔軟に対応できることこそが
自然環境の中に在るべきもののあり方と考える。
柔軟性に富み、大変形を許容した架構は樹木の生長に
追従するため、樹木を支点とすることが可能となる。
その冗長性は網を突き破り天を衝く樹木をも許容する。

建物の屋根の役割は、建物内部を守ることである。
自然環境に耐え、受け流す性能が求められる。
それ故、多くの屋根は凸型の形状をしている。
自然物の積極利用には、その形はそぐわない。
自然環境にある空気、雨、植物、生物。
それらの活用を考えると、蓄えることが必要だ。
凹型の形状は自然物を捕えるのに有効な形となる。

◎composition

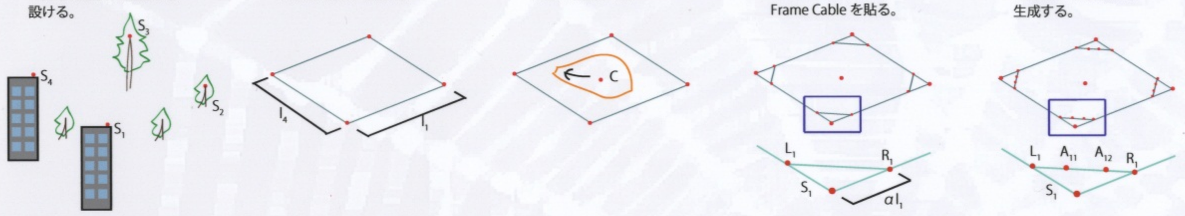
・巣全体を支える Frame Cable、巣の中心から放射状に伸びる Main Cable、Main Cable を繋ぐ Sub Cable から構成される。



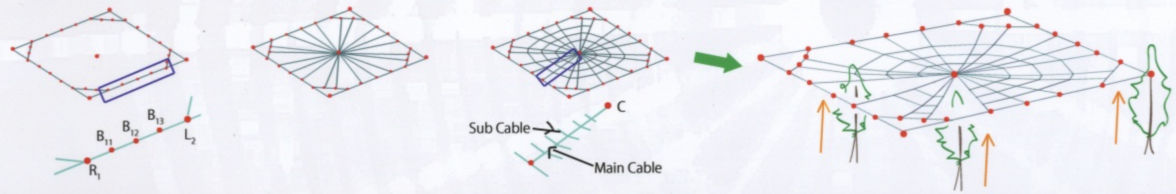
◎construction

・自然環境に応じた位置に支点を設けることで、その場所にしかできない形状を創生する。
・巣の中心、糸の分割数を任意に決定することで、自動的に形状を生成する。

①その場所の自然環境に応じた位置に支点 S を設ける。
②支点 S 同士を Outer Frame Cable で繋ぐ。
③任意の位置に、巣の中心 C 設定する。
④支点 S の両隣に節点 L,R を生成し、Inner Frame Cable を貼る。
⑤Inner Frame Cable を等分割する節点 A を生成する。

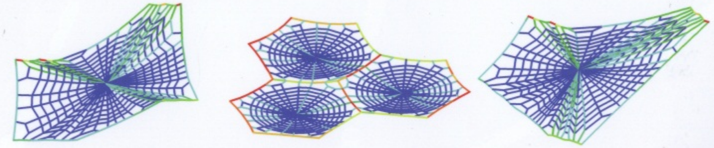


⑥Outer Frame Cable を等分割する節点 B を生成する。
⑦巣の中心 C から外周の A,B 点に向かって Main Cable を貼る。
⑧Main Cable を等分割し、Sub Cable を螺旋状に貼り、完成。
⑨Sub Cable、Main Cable を切断。支点を移動。変化する自然環境に合わせてしなやかに形状を変化させる。

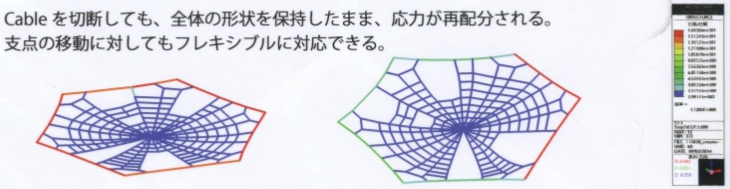


◎analysis

・引張力のみを負担する線材でモデル化し、幾何非線形を考慮した応力解析を行う。
解析プログラムは MIDAS を使用した。

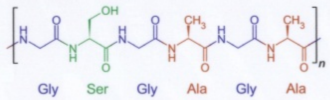


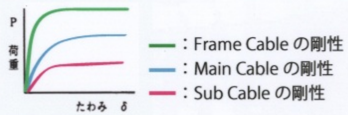
・Cable を切断しても、全体の形状を保持したまま、応力が再配分される。
・支点の移動に対してもフレキシブルに対応できる。

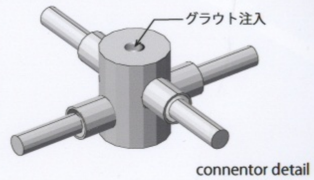


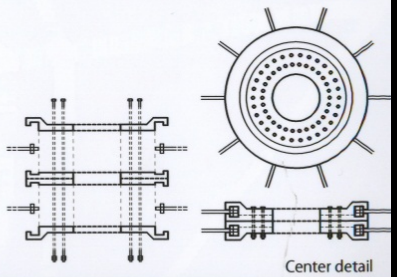
◎detail & material

・蜘蛛糸は優れた伸縮性・柔軟性と強度を兼ね備え、アミノ酸基の無数の組み合わせにより、物理特性を自由に制御できる建築材料となる。









・剛性を調整したステンレスばねを引張材として利用することで、現在でも実現が可能である。

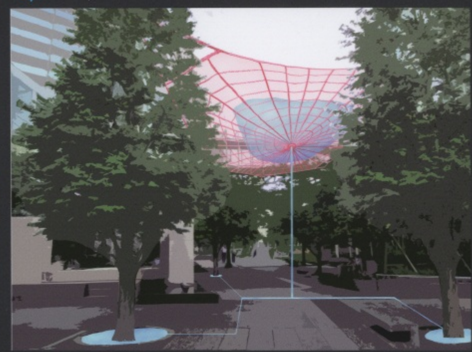
◎location

周囲をオフィスビルに囲まれた樹木と建物が両立したエリア

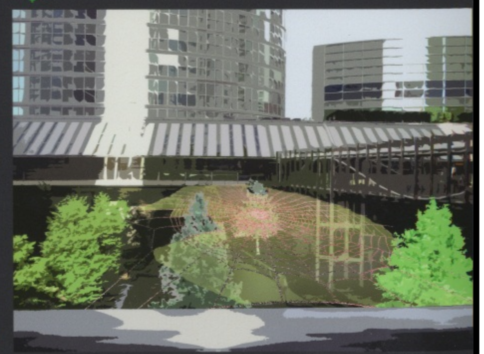
◎image variation

狭い路地でアーケードとして機能する

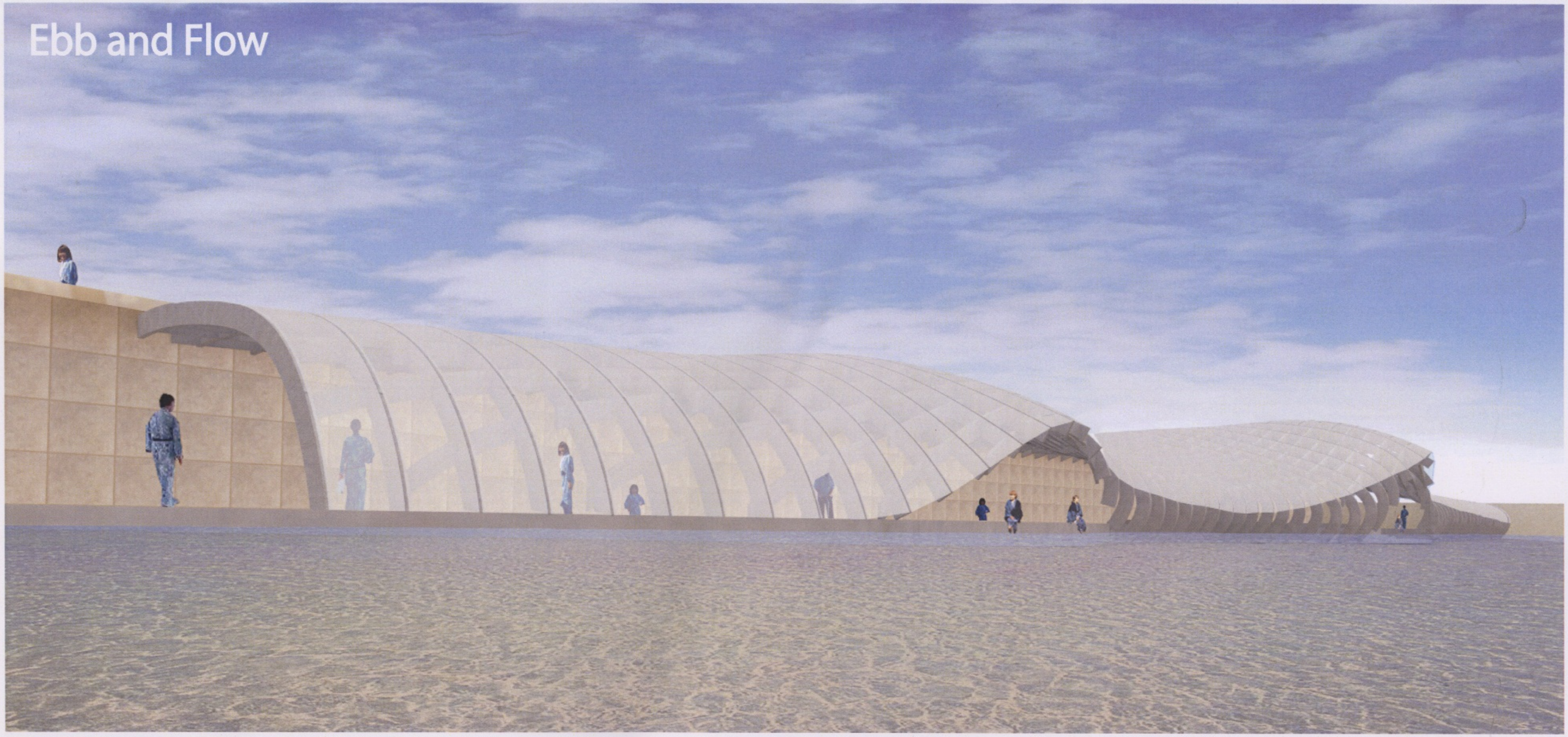
捕えた雨水を支える樹木に再分配



樹木は妨げられることなく生長する



Ebb and Flow



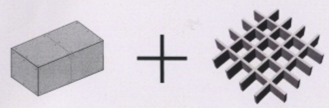
Concept

鹿児島県南部に位置する指宿は、古くから湯治場として親しまれている。その中には国内唯一の海岸沿い砂蒸し風呂が存在しており、温泉ファンを魅了してやまない。そこで、指宿での大規模な屋外砂蒸し風呂の提案をする。砂蒸し風呂を設計するにあたって、波打ち際に建つという環境に着目した。その結果、土木の分野で多く使われているシラスコンクリートを構造体として使用し、それに適した形態を創生した。

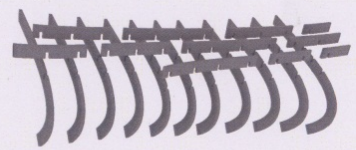
Site

鹿児島湾に面した弓状の海岸には砂蒸し風呂で有名な摺ヶ浜がある。摺ヶ浜の後背地にある山の手には９０度を超す泉源がいくつも確認されており、地下に高い熱源があることがわかっている。砂蒸し風呂は山から海に流れている地熱で温められた温泉で砂を温めて利用している。砂蒸し風呂は海岸沿いの波打ち際に位置しているため、自然環境に左右され利用できないことがある。しかし、それだけに神秘的な場所である。

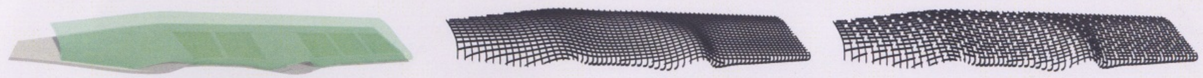
Waffle



閉鎖的な印象を持つコンクリートをワッフル構造にすることで開放的な構造体とした。ワッフルの隙間からは光が落ち、干潮時には人が行き来する。

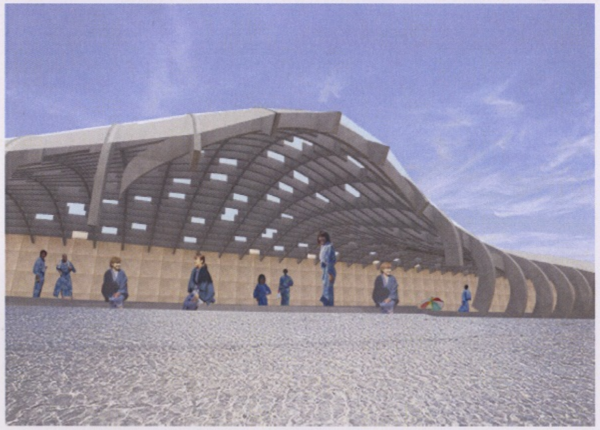


diagram



① 満潮時の水際線より屋根の形態をきめる　② ワッフル構造で有機的な形を形成　③ 長手方向の線材を分割

Plan



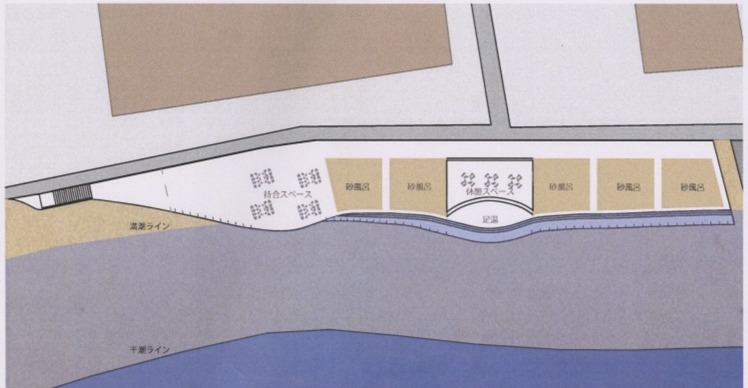
満潮時と干潮時の高低差は約 1.0 ～ 2.5m, 満潮と干潮の差は最大で約 18m である。この差を利用した使い方を提案する。

満潮時

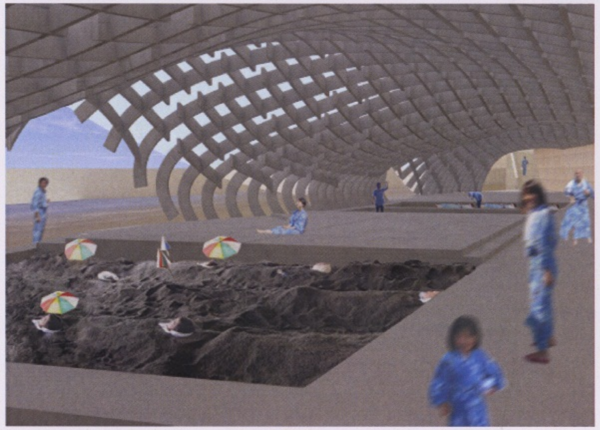
満潮時には地熱によって暖められた海水が縁まで来ることによって、縁側に腰かけ足湯を楽しむことができる。構造体は海中に埋もれ幻想的な内部空間を演出する。

干潮時

干潮時には砂浜を砂蒸し風呂として利用できるスペースが現れる。屋内と屋外の２つの砂蒸し風呂を楽しむことができ、ワッフルの隙間から階段が浜辺に続いており、自由に行き来することができる。

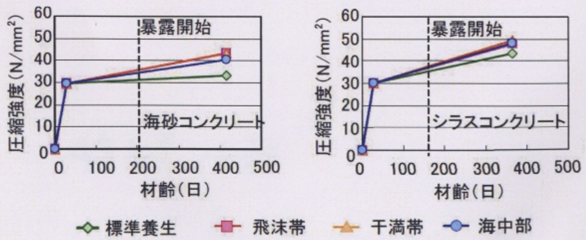


平面図　1/650



Sirasu concrete

海砂の代わりとしてシラスを細骨材として使用したコンクリート。
シラスコンクリートは、水酸化カルシウムとシラスが、ポゾラン反応と呼ばれる化学反応を起こし、長期的な強度が、海砂コンクリートより高くなる。また、シラスコンクリートは、耐硫酸塩性が強く、海洋構造物や温泉地の基礎工事などの厳しい環境条件での高い耐久性が確認されている。



Analysis

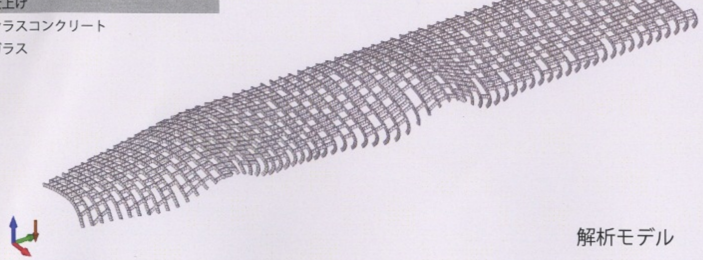
素材性能
RC　E=2058000 N/cm²

荷重条件
固定荷重　部材長さ　自重
仕上げ　1000N/m²

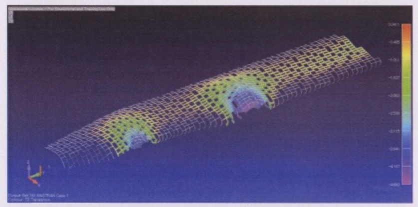
仕上げ
シラスコンクリート
ガラス

断面リスト
■-400×100 mm

拘束条件
固定支持

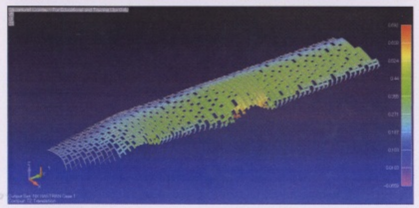


解析モデル



鉛直荷重時変位
鉛直方向に対し、4.7cm の変形が確認された。

変位　/ スパン
4.7cm/1500cm≒1/320



地震荷重時変位
地震荷重時方向に対し、0.6cm の変形が確認された。

Pylonome
(Pylon + Omics)

既存の送電用鉄塔は、敷地に対してコスト面で合理的な構造を実現すべく設計されている。

鉄塔のアーキタイプにはすでに、設計、製材、組立のそれぞれの工程を効率的に処理できる、高いレベルの形式的な類型が存在する。

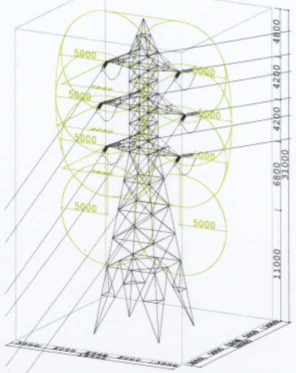
しかし、一棟一棟の構造最適可能性を考えたときに、たとえば傾斜地や密集住宅地において建設を行うときに、類型には囚われないその環境条件に適した最適構造の可能性があるのではないか。

また、一般に鉄塔は景観を損ねる忌むべきものとされてきたが、鉄塔萌えという言葉があるように産業構造物特有の外観を美とするような価値観もある。そこで、鉄塔の意匠探索可能性を設計の冗長性として担保することで、鉄塔を街のシンボルとしてポジティブにとらえなおすことができるのではないか。

本提案は、構造の最適性と、意匠の冗長性のダイナミックな相互関係性を同時的に検討可能にする設計システムである。

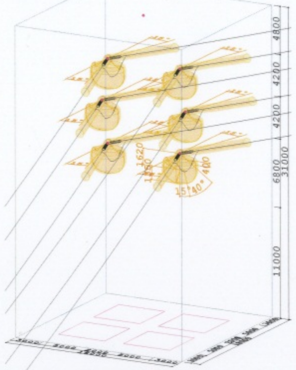
具体的な設計は、遺伝的アルゴリズムを用いた設計システムによって行った。本システムは、鋼材の接合位置を遺伝子に見立て,120の遺伝子を持つ1世代10体の個体を生成する。そして、生成された個体の中から、コストの合理性で接合部位と部材総延長距離が短いもの、構造的合理性で強度の高いものがより優秀な遺伝子であるとし、より優秀な遺伝子を持つ2つの個体から、次の世代の生成を行うアルゴリズムである。今回は、定量的な評価のみで育てられた1個体と、定性的な評価も含めて生成された2個体の世代を経た成長を提示する。

設定



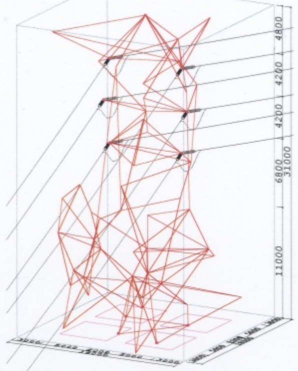
用途仕様 : 154kV 特別高圧送電線 (2次送電線)
部材仕様 : 中空鋼材 外径200mm 5mm厚
装柱仕様 : 3相 交流3線式 2回線 逆相配列
: 標準装柱 相間距離 4200mm
法規的要件 (154kv)
地表電界 : 3kV 安全離隔距離 5000mm
: 鉄塔末端より 3000mm 以内建設禁止
径間距離 : 最長 600000mm

制約条件

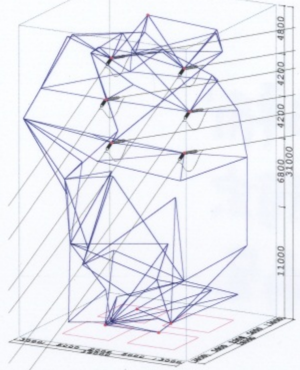


鉄塔仕様 : 耐張鉄塔 水平角より15度
: 径間距離 300000mm
: 安全許容引張荷重 54.44kN
: 弛度 6800mm
: 地面離隔距離 11000mm
電線仕様 : 単導体送電線
: 銅心アルミより線 (ACSR) 410mm2
: 標準絶縁間隔 1350mm

生成

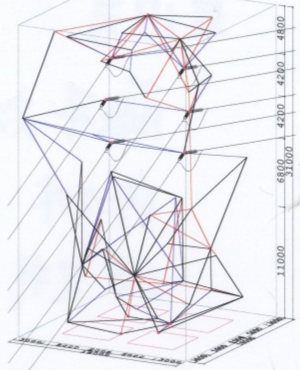


form_id :00001
parents :None
qualitativePoint :40
gene :[illegible]



form_id :00005
parents :None
qualitativePoint :50
gene :[illegible]

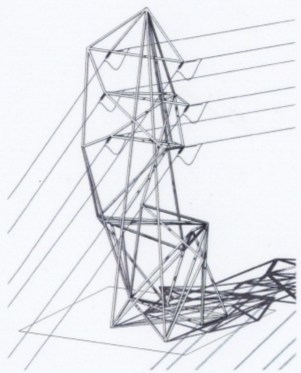
交配



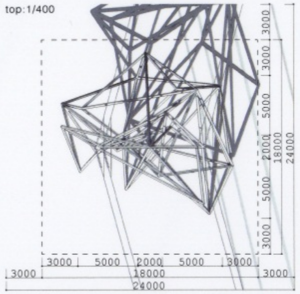
form_id :00014
parents :00001,00005
qualitativePoint :45
gene :[illegible]

評価1
構造+コスト

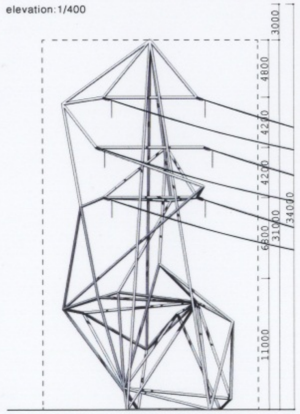
form_id :2424
generation_number :242
parents :2415,2411
pathNumber :62
pathLength*25% :551549
nodeNumber*25% :23
maxDisplacement*50% :0.555
qualitativePoint*0% :0
gene :000100000000000000001
000000000100100100000
111000000000000000011
000001000000000000000
000000000101010111100
111000010100000000001



top:1/400

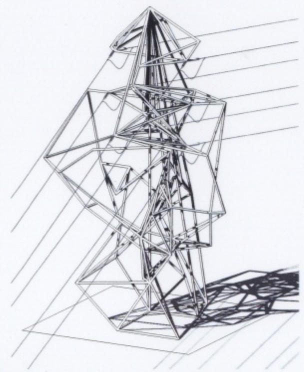


elevation:1/400

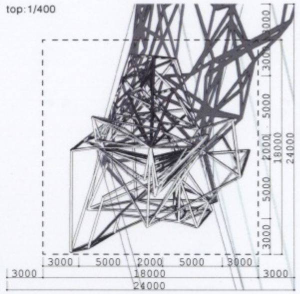


評価2
構造+コスト+定性1

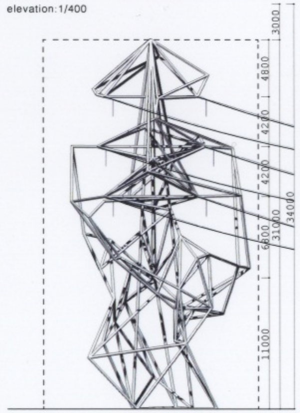
form_id :2426
generation_number :242
parents :2417,2416
pathNumber :183
pathLength*11% :1050327
nodeNumber*11% :65
maxDisplacement*22% :0.094
qualitativePoint*55% :55
gene :111110011101001100000
100000111100000100000
011110010110111101111
101100011011000111111
100001110111111110001
010101100011100110001



top:1/400

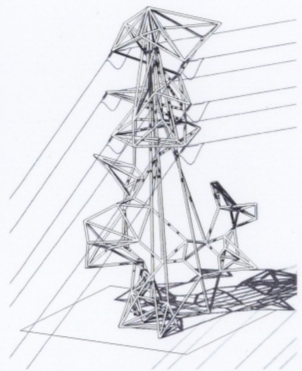


elevation:1/400

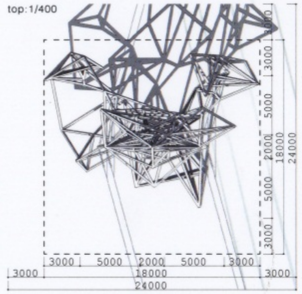


評価3
構造+コスト+定性2

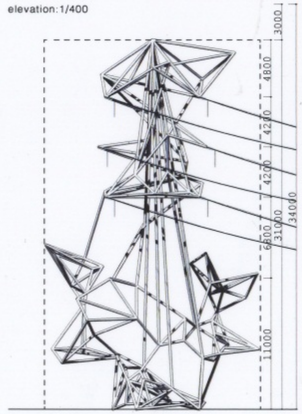
form_id :2440
generation_number :244
parents :2433,2436
pathNumber :210
pathLength*11% :922325
nodeNumber*11% :79
maxDisplacement*22% :0.77
qualitativePoint*55% :69
gene :100101111101001100001
010111101101011100001
011111111000100000111
011100010001011100011
101011111111111100101
111111101111111111111

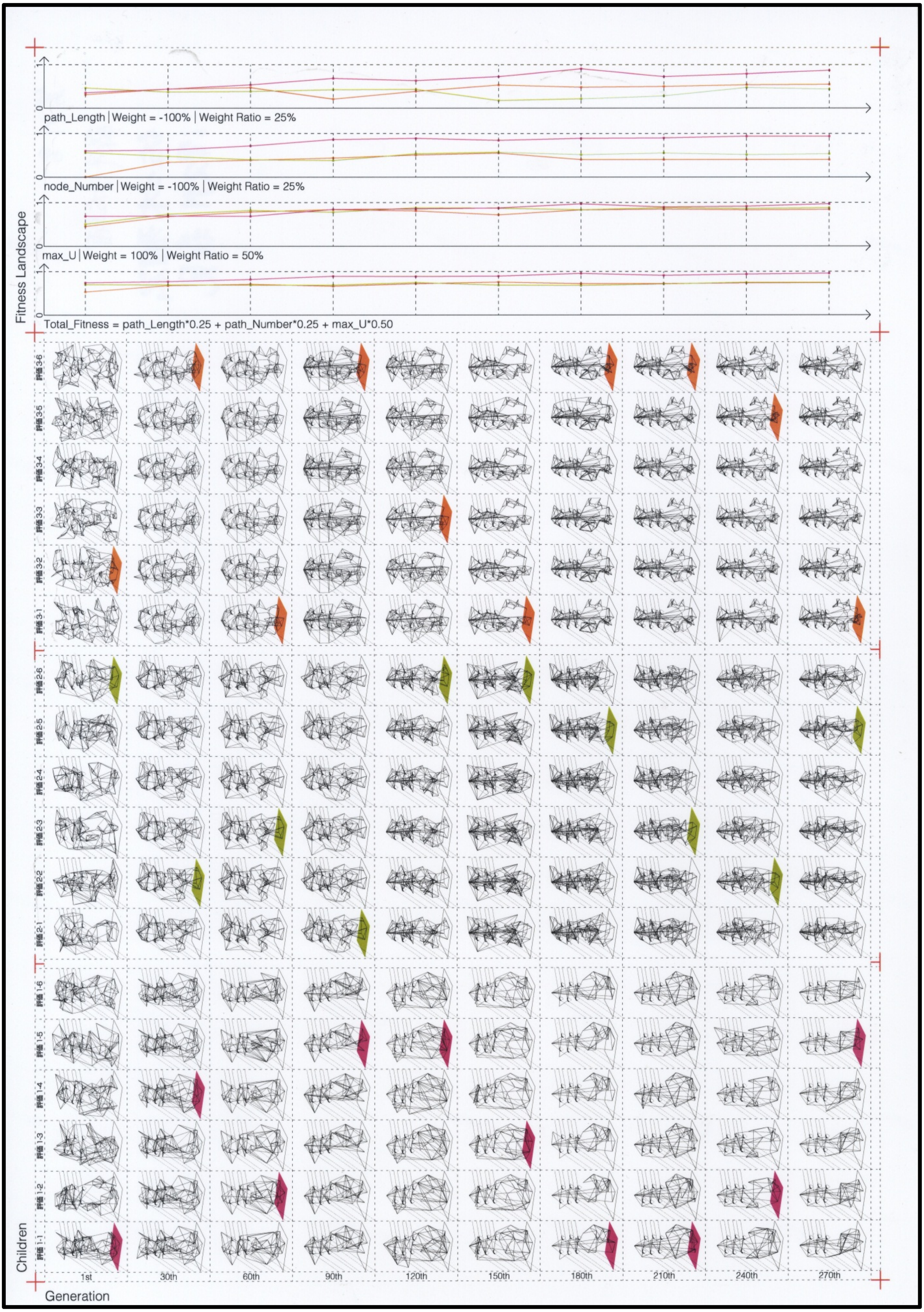


top:1/400



elevation:1/400





Fitness Landscape
path_Length | Weight = -100% | Weight Ratio = 25%
node_Number | Weight = -100% | Weight Ratio = 25%
max_U | Weight = 100% | Weight Ratio = 50%
Total_Fitness = path_Length*0.25 + path_Number*0.25 + max_U*0.50
評価3-6
評価3-5
評価3-4
評価3-3
評価3-2
評価3-1
評価2-6
評価2-5
評価2-4
評価2-3
評価2-2
評価2-1
評価1-6
評価1-5
評価1-4
評価1-3
評価1-2
評価1-1
Children
1st
30th
60th
90th
120th
150th
180th
210th
240th
270th
Generation

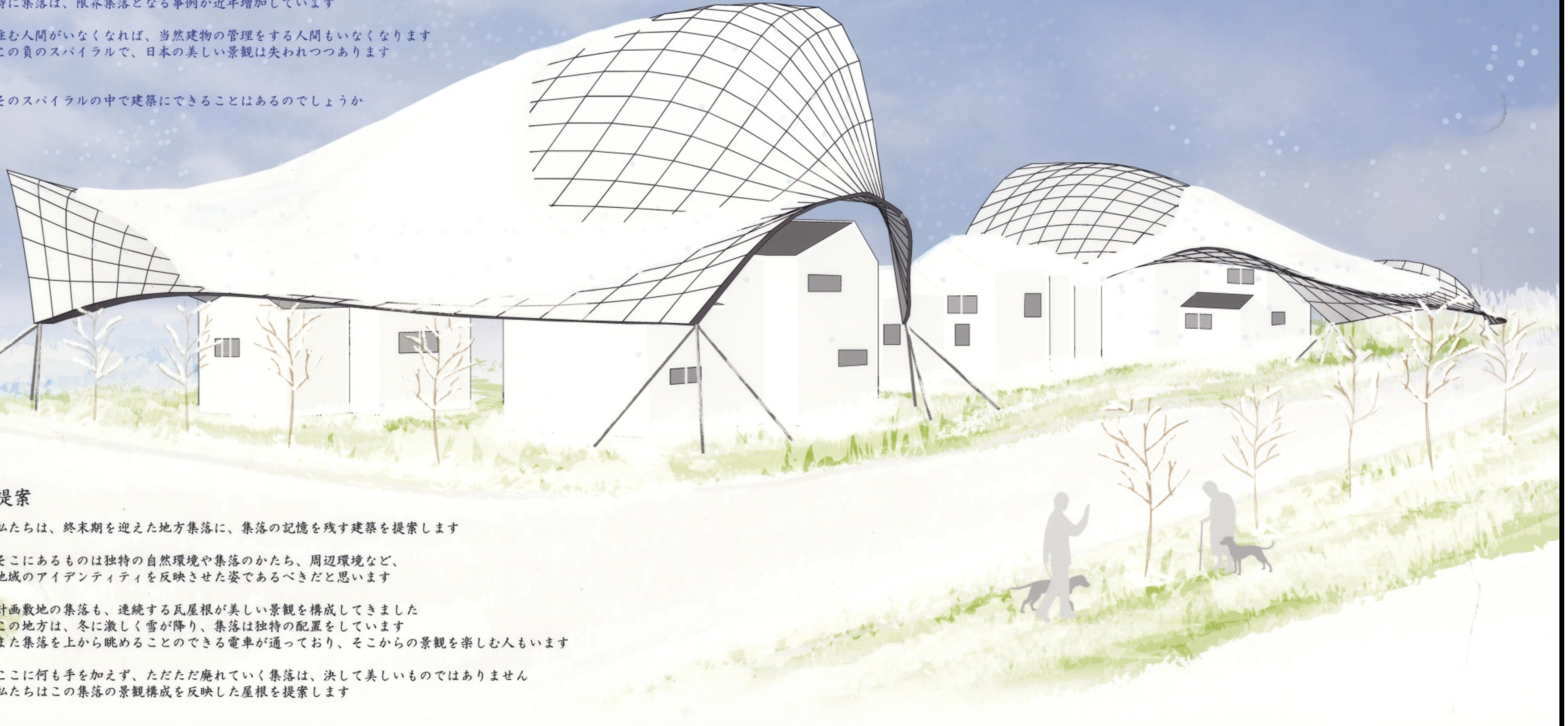
雪降る廃村の記憶

背景

日本の人口は、2050年には9500万人になるといわれています
東京の一極集中は進み、地方の過疎化、人口減少はさらに進みます
特に集落は、限界集落となる事例が近年増加しています

住む人間がいなくなれば、当然建物の管理をする人間もいなくなります
この負のスパイラルで、日本の美しい景観は失われつつあります

そのスパイラルの中で建築にできることはあるのでしょうか



提案

私たちは、終末期を迎えた地方集落に、集落の記憶を残す建築を提案します

そこにあるものは独特の自然環境や集落のかたち、周辺環境など、
地域のアイデンティティを反映させた姿であるべきだと思います

計画敷地の集落も、連続する瓦屋根が美しい景観を構成してきました
この地方は、冬に激しく雪が降り、集落は独特の配置をしています
また集落を上から眺めることのできる電車が通っており、そこからの景観を楽しむ人もいます

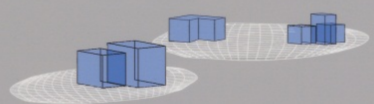
ここに何も手を加えず、ただただ廃れていく集落は、決して美しいものではありません
私たちはこの集落の景観構成を反映した屋根を提案します

ダイアグラム

1. 計画敷地の決定

地域性によって特徴的な配置計画が
なされている限界集落に
集落全体のかたちを表すように屋根をかける

2. 既存建物の内包体積確保



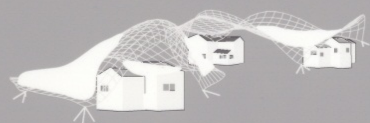
目的関数に形状全体の内包体積を用いる

既存の内包体積を満たす制約を最適化に
導入することで、構造的な設計目標では
得られない自由度の高い形状を獲得する

3. 内包体積最小化による選択形状の創生

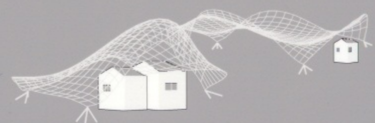
計画敷地で既存の内包体積を確保した
全体の内包体積最小化により、解形状候補として
複数の形状を創生する

4. 雪荷重を加えた構造解析による形状決定



最適化で獲得した形状に環境・地域性として
雪荷重を加えた構造解析で設計目標を満足する
形状を計画敷地の屋根形状とする

5. 屋根形状による記憶の継承

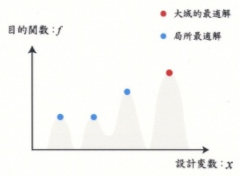


集落の人口が減少しても、海水浴に来た人や
電車から集落を見る人によって新しく活用される

限界集落をシェル構造の屋根が記憶する

ホタルアルゴリズム

形状獲得の最適化手法には、ホタルアルゴリズム (FA) を用いる。FA は、ホタルの発する光の点滅による求愛行動に着想を得ており、点滅する光はホタル同士の距離によりその光の見え方が異なる。例えば、ホタルが強く光っても距離が遠ければその光は弱く、小さく見える。FA ではこのホタルの光の強さとホタル同士の距離を考慮し、大域的最適解と局所最適解を同時に捉えることができる。
大域的最適解だけでなく局所最適解を利用することで、多くの屋根形状を獲得し、選択肢の幅が増加する。



獲得可能な解

1) 初期位置の決定
2) 目的関数値の計算
3) 評価値の比較
4) 誘引度の算出・移動
5) 解の比較

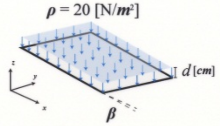
FA 計算フロー

雪荷重算定

建築基準法による雪荷重の算出方法

$S = d \times \rho \times \mu b \times X$

S : 積雪荷重
d : 垂直積雪量
ρ : 積雪の単位荷重
μb : 屋根の形状係数
X : レベル係数



○屋根形状係数 (μb)

$\mu b = (\cos(1.5 \times \beta))^{1/2}$

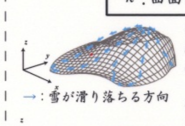
ここで、β : 屋根勾配 (単位 : 度)

○レベル係数 ($X = 1.2$)

地域や立地の違いにより積雪形態は変化するため風向き・気温・雪質等による荷重の割り増し係数

考案係数

κ : 曲面による積雪分布係数

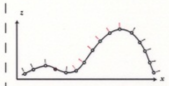


○曲面の積雪係数 (κ)

$\kappa = 1 + \Sigma(1 - e_z)$

e_z: 各節点の法線ベクトル z 値

全節点の法線ベクトルを算出後、法線ベクトル成分 e_x, e_y で傾斜方向を判断し、●節点に傾く他の節点の $(1 - e_z)$ の和で積雪分布係数を得る。積雪分布係数の算出は全節点行う。



● : 積雪分布係数算出節点
→ : ●点に傾く法線ベクトル
→ : ●点に傾かない法線ベクトル

構造最適化の定式化

Find	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$: 節点情報ベクトル
to minimize	$f_v(\mathbf{R}) = V$	V : 内包体積
subject to	$\sigma_i(\mathbf{R}) \leqq \sigma_a$	σ_i : i 要素の応力度
	$\mathbf{R}^L \leqq \mathbf{R} \leqq \mathbf{R}^U$	σ_a : 許容応力度

[設計目標]
既存建物の指定容積を確保しつつ容積最小化を行うことで、廃村の形を残した屋根形状の獲得を目指す

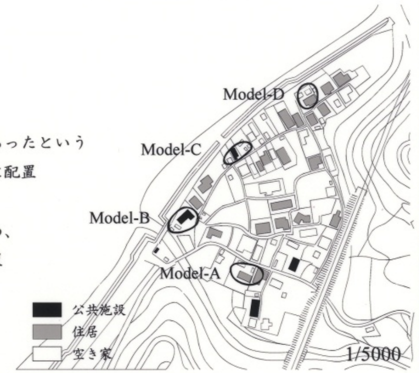
配置計画

次の 3 点を考慮し配置決定

集落の人口減少後も、この場に集落があったという記憶を残すため、集落全体を囲むように配置

電車から見える集落全体の景観を楽しめ、夏場は海水浴の利用客の活用できる配置

集落の人々に利用してもらうため現在、居住率が高い区画周辺に配置



解析モデル

既存の建物に配慮し、図の投影面積 × 高さの容積を確保した形状最適化を行う

数値結果

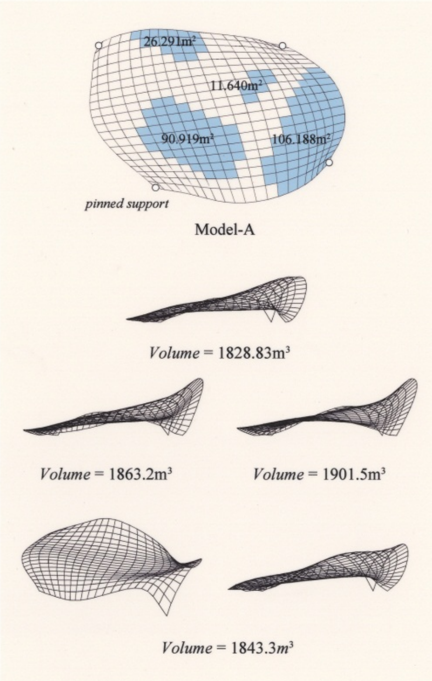
FA により
多くの形状を獲得

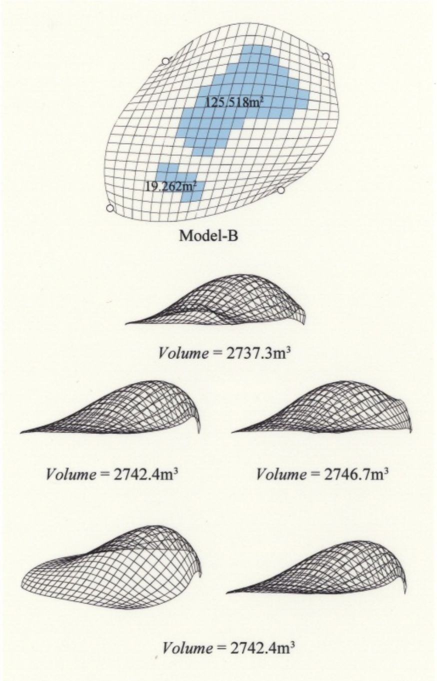
Volume : 内包体積

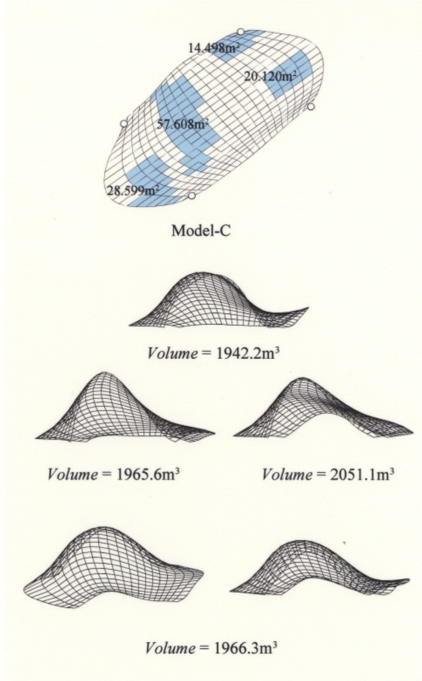
選択形状

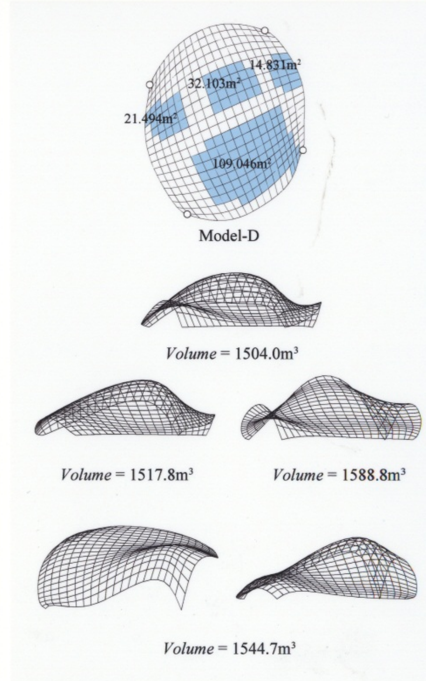
雪荷重 S を載荷し、総ひずみエネルギ最小形状を選択

$S = d \times \rho \times \mu b \times X \times \kappa$









■文献・Web 情報　リスト

建築構造形態創生関係書籍リスト（2010 年～2014 年）

コロキウム構造形態の解析と創生 2006 と 2010 に引き続き，文献リストを掲載する。ただし，最近はこの分野の論文や梗概が多数発表され，特定の文献を選定するのが困難になってきている。また，近年は，インターネットの検索サイトの普及により，さまざまな文献の検索と入手が簡単になってきている。そのため，今回は書籍のみを対象とした。

建築形態

1. Rivka Oxman, Robert Oxman, The New Structuralism: Design, Engineering and Architectural Technologies, Wiley, 2010.
2. C. Ceccato, L. Hesselgren, M. Pauly, H. Pottmann, J. Wallner (Eds.), Advances in Architectural Geometry 2010, Springer, 2010.
3. L. Hesselgren, S. Sharma, J. Wallner, N. Baldassini, P. Bompas, J. Raynaud (Eds.), Advances in Architectural Geometry 2012, Springer, 2012.
4. P. Block, J. Knippers, N. J. Mitra, W. Wang, Advances in Architectural Geometry 2014 (Eds.), Springer, 2014.
5. 日本建築学会 編，建築のデザイン科学，京都大学学術出版会，2012.
6. 渡辺 誠, アルゴリズミック・デザイン実行系: 建築・都市設計の方法と理論，丸善, 2012.
7. ケイシ―・リース，チャンドラー・マクウィリアムスラスト 著，久保田晃弘，吉村マサテル 訳, FORM+CODE: デザイン／アート／建築におけるかたちとコード，ビー・エヌ・エヌ新社, 2011.

構造形態・構造デザイン

1. R. Motro, An Anthology of Structures Morphology, World Scientific, 2010.
2. 坪井善昭, 川口 衞, 佐々木睦朗, 大崎 純, 植木隆司, 竹内 徹, 川端昌也, 川口健一, 金箱温春, 力学・素材・構造デザイン, 建築技術, 2012.
3. 日本建築学会 編, 絵でみるちからとかたち, 丸善, 2013.
4. 構造デザインマップ編集委員会 編，構造デザインマップ東京，総合資格, 2014.
5. 斎藤公男, 新しい建築のみかた, エクスナレッジ, 2011.
6. 日本建築学会 編, 建築形態と力学的感性, 丸善, 2014.
7. 川口 衞・阿部 優, 松谷宥彦, 川﨑一雄, 建築構造のしくみ 第 2 版, 彰国社, 2014.
8. ピート・シルバー, ウィル・マクリーン, 世界で一番美しい構造デザインの教科書, エクスナレッジ, 2013.
9. 小澤雄樹, 20 世紀を築いた構造家たち, オーム社, 2014.
10. 鈴木敏彦, 建築プロダクトデザイン, 講談社, 2013.

11. B. Descamps, Computational Design of Lightweight Structures: Form Finding and Optimization, Wiley, 2014.
12. S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal, C. Williams, Shell Structures for Architecture, Routledge, 2014.
13. I. Mungan, J. F. Abel, Fifty Years of Progress for Shell and Spatial Structures, IASS, 2011.
14. 佐藤 淳，佐藤淳構造設計事務所のアイテム，INAX 出版，2010.
15. 梅沢良三，構造家 梅沢良三: 建築に挑み続けること，オーム社，2011.
16. ケヴィン・バリー，ピーター・ライスの足跡，鹿島出版会，2013.
17. 金箱温春，構造計画の原理と実践，建築技術，2010.
18. JSCA 構造デザインの歩み編集 WG 編著, 構造デザインの歩み: 構造設計者が目指す建築の未来，建築技術，2010.
19. 松岡由幸, 宮田悟志, 氏家良樹, 加藤健郎, 佐藤浩一郎, 創発デザインの概念, 共立出版, 2013.
20. 松岡由幸, 加藤健郎, ロバストデザイン, 森北出版, 2013.
21. 日本建築学会 編, 建築構造設計における冗長性とロバスト性, 応用力学シリーズ 12, 丸善, 2013.

<u>構造最適化</u>

1. 西脇眞二, 泉井一浩, 菊池 昇, トポロジー最適化, 計算力学レクチャーコース, 丸善, 2013.
2. P. A. Muñoz-Rojas (Ed.), Optimization of Structures and Components, Springer, 2013.
3. R. Bouchaib, A. E. Hami, Uncertainty and Optimization in Structural Mechanics, Wiley, 2013.
4. A. A. Novotny, Topological Derivatives in Shape Optimization, Springer, 2012.
5. A. Kaveh, Advances in Metaheuristic Algorithms for Optimal Design of Structures, Springer, 2014.
6. J. S. Arora, Introduction to Optimum Design, 3rd ed., Academic Press, 2011.
7. X. Huang and Y. M. Xie, Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures, Wiley, 2010.
8. Y. Kanno, Nonsmooth Mechanics and Convex Optimization, CRC Press, 2011.
9. E. M. Dede, J. Lee, T. Nomura, Multiphysics Simulation: Electromechanical System Applications and Optimization , Springer, 2014.
10. J. Farkas, K. Jarmai, Optimum Design of Steel Structures, Springer, 2013.

11. M. Ohsaki, Optimization of Finite Dimensional Structures, CRC Press, 2010.
12. I. Elishakoff and M. Ohsaki, Optimization and Anti-Optimization of Structures under Uncertainty, Imperial College Press, 2010.
13. R. Fortmeyer, C. D. Linn, Kinetic Architecture: Design for Active Envelopes, Images, 2014.

最適化手法

1. 坂和正敏，線形計画法の基礎と応用，朝倉書店, 2012.
2. 茨木俊秀，最適化の数学，共立出版, 2011.
3. 馬場則夫，田中雅博，吉冨康成，満倉靖恵，半田久志，ソフトコンピューティングの基礎と応用，共立出版, 2012.
4. X.-S. Yang, Z. Cui, R. Xiao, A. H. Gandomi, M. Karamanoglu (Eds.), Swarm Intelligence and Bio-Inspired Computation: Theory and Applications, Elsevier, 2013.
5. A. Auger, B. Doerr (Eds.), Theory of Randomized Heuristics: Foundation and Recent Developments, World Scientific, 2011.
6. 久保幹雄，田村明久，松井知己，応用数理計画ハンドブック，朝倉書店, 2012.
7. ポール・J．ナーイン，細川尋史，最大値と最小値の数学（上），シュプリンガー数学リーディングス第 17 巻，シュプリンガー・ジャパン, 2010.
8. ポール・J．ナーイン，細川尋史，最大値と最小値の数学（下），シュプリンガー数学リーディングス第 18 巻，シュプリンガー・ジャパン, 2010.
9. 穴井宏和，数理最適化の実践ガイド，講談社, 2013
10. 古川正志，渡辺美知子，木下正博，鈴木育男，山本雅人，川上敬，メタヒューリスティクスとナチュラルコンピューティング，コロナ社, 2012

幾何学・シミュレーション・など

1. 野島武敏，萩原一郎 編，日本応用数理学会 監修，折紙の数理とその応用，共立出版, 2012.
2. かたち創造の百科事典編集委員会 監修，かたち創造の百科事典，丸善, 2012.
3. E. A. de Souza, N. D. Peric, D. R. J. Owen, 非線形有限要素法，森北出版, 2012.
4. 三井和男, Processing 入門: コンピュテーショナル・デザイン，森北出版, 2011.
5. L. L. Howell, S. P. Magleby, B. M. Olsen, Handbook of Compliant Mechanisms, Wiley, 2013.

建築構造形態創生関連 WEB 情報リスト

建築構造形態創生に関連した WEB 情報サイトを紹介する。掲載情報は、コロキウム資料集に「構造形態創生、構造最適化、アルゴリズミック・デザインに関する WEB 上の有用な情報への道標を掲載する」ことを目的として「コロキウム構造形態の解析と創生 2014」主催の三小委員会の全委員に情報提供を依頼し、2014 年 6 月 16 日～9 月 16 日までに提供されたものである。時間の経過によってアクセス不可能な場合はご容赦いただきたい。

なお、リストの項目にある細分類の番号の意味は下記のとおりである。

1　最適化手法
　11　全般　　12　数理計画法　　13　発見的手法　　14　その他
2　構造最適化全般
3　形態創生・形状・トポロジー
　31　全般　　32　骨組　　33　トラス　　34　張力構造（空間構造）
　35　シェル（空間構造）　　36　連続体　　37　その他
4　メカニズム・コンプライアントメカニズム・リンク機構
5　幾何学・群論
6　形状モデリング・デジタルファブリケーション
7　アルゴリズミック・デザイン
8　その他

(1) URL: http://www.designcoding.net
タイトル：designcoding
作成者：Tuğrul Yazar and Serkan Uysal
細分類：6
作成日或いは更新日：常に更新
内容：建築と計算幾何学に関する新鮮な情報がたくさん紹介されている。パラメトリック·モデリングやデジタルファブリケーションに関する事例や、あるいはそれらに関連した出版物が多く紹介されている。

(2) URL：http://matsysdesign.com/tag/form-finding/
タイトル：Form-finding << MATSYS
作成者：MATSYS
細分類：31
作成日或いは更新日：2013 年 3 月 4 日（更新日）
内容：木などを使用して実際に制作した自由曲面シェルの作品の写真を掲載したサイトである。他に壁などの作品もある。サイトのトップページに行く と，自由曲面シェル以外にもランプや手摺りなど様々な形態創生の作品が掲載されている。

(3) URL：http://formfindinglab.princeton.edu/
タイトル：Princeton 大学 FormFinding Lab
作成者：Sigrid Adriaessens（Princeton 大学准教授）
細分類：31
作成日或いは更新日：
内容：WEB サイトに関する簡単な説明（可能な範囲で 150 文字以内）：Princeton 大学における、FormFinding Lab のホームページ。Tools タブから、Web Browser 上で実行可能な動的緩和法のインタラクティブ・デモにアクセス可能。

(4) URL：https://soa.princeton.edu/content/axel-kilian
タイトル：Axel Kilian
作成者：Axel Kilian(Princeton 大学准教授)
細分類：6
作成日或いは更新日：2009 年 9 月 1 日
内容：Princeton 大学において Computational Design を専門に教えている Axel Kilian のホームページ。

(5) URL：http://www.dmg.tuwien.ac.at/pottmann/
タイトル：Prof. Dr. Helmut Pottmann
作成者：Helmut Pottmann（ウィーン工科大学教授）
細分類：5
作成日或いは更新日：
内容：Computer Graphics を専門とし、Architectural Geometry に関する論文を多数発表しているオーストリア人のホームページ。

(6) URL：http://people.bath.ac.uk/abscjkw/
タイトル：Dr. Chris JK Williams
作成者：Chris J.K. Williams(Bath 大学 Senior Lecturer)
細分類：31
作成日或いは更新日：
内容：Bath 大学で構造デザインを教えている英国 Bath 大学の教員のページ。C++や Processing で書かれたコード、講義の資料等（微分幾何やシェル理論）にアクセス可能。英国では Professor という職位はかなり珍しく、Senior Lecturer は博士課程の学生を指導することができる職位である。

(7) URL：http://block.arch.ethz.ch/
タイトル：Block Research Group
作成者：Philippe Block（ETH Zurick 准教授）
細分類：31
作成日或いは更新日：
内容：組積造建築の形状決定を得意とするベルギー人のページ。

(8) URL：http://algodeq.org
タイトル：ALGODeQ
作成者：ALGOrithmic Design Quest / international programming competition committee
細分類：7
作成日或いは更新日：2014 年 随時更新
内容：アルゴリズミック・デザインクエスト／国際プログラムコンペティションメインサイト

(9) URL：http://www.cmap.polytechnique.fr/~optopo/index.php
タイトル：
作成者：shape and topology optimization group, ポリテクニク,CMAP
細分類：36
作成日或いは更新日：
内容：種々の方法による連続体の形状およびトポロジー最適化の計算結果が多数図示されています。

(10)URL：http://www.cgal.org/
タイトル：CGAL (Computational Geometry Algorithms Library)
作成者：ヨーロッパとイスラエルの 8 研究機関によるコンソーシアム
細分類：5, 6
作成日或いは更新日：2014 年 5 月 16 日
内容：オープンソースの計算幾何ライブラリ。言語は C++だが、python のバインディングも存在する。

(11)URL：http://igeo.jp/
タイトル：iGeo computational design library
作成者：Satoru Sugihara (ATLV)
細分類：6, 7
作成日或いは更新日：2014 年 4 月 22 日
内容：iGeo is free and open source 3D modeling software library in Java for computational design in architecture, product design, interaction design and more. It includes libraries of vector math operations, NURBS curve and surface geometries, polygon meshes and 3D model file I/O. It also has an interface specialized for processing.

(12)URL：http://www.ko-zo.jp/
タイトル：学生・若手実務者向けの構造デザインコンペティション
作成者：株式会社　総合資格学院
細分類：8
作成日或いは更新日：2014 年 6 月 16 日
内容：2014 年度より開始された「構造デザインコンペティション」のウェブサイト。若手構造設計者、デザイナー、学生を対象として、構造デザインの提案を募集するコンペ。課題は空想的なものでなく、具体的な敷地を設定し、応募者がその場の環境、風土、建物に生じる外力等を想定し、構造デザインのアイディアを応募する。審査は 1 次・2 次の 2 度に亘って行われ、2 次審査は応募者のプレゼンを含む公開審査である。入選者の作品や審査経緯は順次、ウェブサイトで紹介されていく予定である。第 2 回以降も開催予定あり。入選作品の紹介、審査経緯も順次紹介される予定。

(13)URL：http://www.karamba3d.com/
タイトル：karamba parametric engineering
作成者：KARAMBA3D
細分類：51
作成日或いは更新日：常に更新
内容：karamba という形態創生ソフトの紹介サイトだが、Projects と Research ページには建築物の形態創生に関する興味深いプロジェクトや研究が紹介されている。

(14)URL：http://dakota.sandia.gov/
タイトル：The DAKOTA Project
作成者：Sandia National Laboratories
細分類：1
作成日或いは更新日：常に更新
内容：フリーの最適化ツール。数理計画法，発見的手法，実験計画法などが利用可能。バイナリとソースコードを配布。商用ソフトウェアにも利用されている。

(15)URL：http://paulino.cee.illinois.edu/software.html
タイトル：
作成者：Glaucio H. Paulino, Univ. Illinois at Urbana-Champaingn
細分類：3
作成日或いは更新日：
内容：グランドストラクチャ法による線材構造のトポロジー最適化，連続体のメッシュ分割とトポロジー最適化などのソフトウェアを入手可能。全て Matlab コード。

(16)URL：http://www.topopt.dtu.dk/?q=node/792
タイトル：Applets and Software
作成者：TopOpt Research Group 8ole Sigmund), Technical University of Demmark
細分類：3
作成日或いは更新日：
内容：iPhone で動作可能なトポロジー最適化のアプレット，88 行の Matlab コードなど，さまざまなツールを提供している。

(17)URL：http://www.mae.cuhk.edu.hk/~cmdl/download.htm
タイトル：
作成者：Computational Modeling and Design Labolatory (Michaek Y. Wang), the Chinese University of Hong Kong
細分類：3
作成日或いは更新日：
内容：レベルセット法あるいは SIMP 法による最適化ツールを提供している。全て Matlab コード。

(18)URL：http://rmit.edu.au/browse;ID=vxbbyafpheur
　タイトル：
　作成者：Centre for Innovative Structures and Materials (Mike Xie), RMIT University
　細分類：3
　作成日或いは更新日：
　内容：Bi-directional ESO 法によるトポロジー最適化プログラム。オリジナルのバージョンに加えて，ABAQUS による解析，Rhinoceros のプラグイン，Matlab コードなどを提供している。

(19)URL：http://www.cgal.org/
　タイトル： CGAL (Computational Geometry Algorithm library)
　作成者：Geometry Factory
　細分類：5, 6
　作成日或いは更新日：
　内容：メッシュ分割，多面体，組合せ最適化，形状記述などの様々なライブラリを統合したフリーのパッケージ。言語は C++。

(20)URL：http://delta.cs.cinvestav.mx/~ccoello/EMOO/EMOObib.html
　タイトル：List of References on Evolutionary Multiobjective Optimization
　作成者：Carlos A. Coello Coello
　細分類：13
　作成日或いは更新日：2014 年 7 月 1 日（更新日）
　内容：進化的多目的最適化手法の文献目録．著者順に 8000 以上の文献リストが掲載されている．一部の文献はダウンロードして閲覧することができる．

(21)URL：http://www.topopt.dtu.dk
　タイトル：TopOpt
　作成者：TopOpt group, Technical University of Denmark
　細分類：3
　作成日或いは更新日： 2009 年 7 月 31 日（作成日）
　内容：デンマーク工科大学の機械学科と数学科等の共同プロジェクトサイトで Topology Optimization のソフトウェアがいくつか公開されています.

(22)URL：http://geodacenter.asu.edu
　タイトル：GeoDa Center for Geospatial Analysis and Computation
　作成者：Arizona State University GeoDa Center
　細分類：7, 8
　作成日或いは更新日：
　内容：アリゾナ州立大学の GeoDa Center のウェブサイトです．地理空間情報の解析や解析手法の研究を行っている研究機関で，空間解析手法のソフトウェア等も提供しています．特に，PySAL は，空間解析のための Python オープンソース・ライブラリで，計算幾何学手法の機能も豊富にあり，アルゴリズミック・デザインの応用に有用です.

(23)URL：http://www.spacesyntax.net
　タイトル：Space Syntax Network
　作成者：Space Syntax Laboratory, The Bartlett, University College London
　細分類：7, 8
　作成日：不明
　内容：The Bartlett, University College London の Bill Hillier を中心に開発された，空間配置と社会・経済・環境事象の関係を調査・研究するための手法について研究している研究機関です．Space Syntax の手法は,空間形態のデザインがそれを利用する人々に与える影響について分析･評価し，デザイン更新時における新たな指針が得られます.

(24)URL：http://formandcode.com/
タイトル：FORM+CODE In Design, Art, and Architecture by Casey Reas, Chandler McWilliams, and LUST
作成者：Casey Reas, Chandler McWilliams, LUST（著者）
細分類：6
作成日或いは更新日：2012 年 9 月 4 日
内容：かたちとコードの事例紹介している書籍です。サンプルコードもダウンロードできます。日本語のサイトで書籍に関連したリンク集があります。http://www.bnn.co.jp/support/formandcode/

(25)URL：http://www.zome.jp/
タイトル：JAPAN ZOME CLUB
作成者：ゾム・ジャパン
細分類：8
作成日或いは更新日：2013 年 11 月 10 日
内容：ZOME という玩具のサイトですが，単なる玩具ではなく，立体幾何学学習用 教具あり，科学者・エンジニア・CG デザイナーなどでも使用できる大変高度 なコンストラクション・ツールです．ウェブサイトによれば，NASA のエンジニアたちがシミュレーションに使用しているということです．会員になると，ZOME の情報だけでなく，立体物関係における各種講演などの情報を得ること ができます．

(26)URL：http://www.kokuyo-st.co.jp/stationery/hirameki/wammy/
タイトル：Wammy
作成者：KOKUYO（コクヨ）
細分類：8
作成日或いは更新日：
内容：ひねり蒟蒻からヒントを得た玩具ですが，単なる玩具ではなく，立体幾何学 学習用教具あり，科学者・エンジニア・CG デザイナーなどでも使用できるコ ンストラクション・ツールです．学生の創造性を育む演習に利用することができます．

(27)URL：http://ocw.nagoya-u.jp/index.php?lang=ja&mode=c&id=417&page_type=materials
タイトル：名大の授業
作成者：名古屋大学
細分類：8
作成日或いは更新日：
内容：大森博司先生の最終講義のビデオを視聴できます。

(28)URL：http://smartgeometry.org/
タイトル：Smartgeometry
作成者：Smartgeometry
細分類：8
作成日或いは更新日：2013 年（更新日）
内容：2001 年に創立した設計者や研究者たちの学術交流組織のサイトである．このサイトには様々なデジタルデザイン作品を公開しています．

(29)URL：http://www.i-mad.com/ennews.aspx
タイトル：MAD
作成者：MAD
細分類：8
作成日或いは更新日：2014 年（更新日）
内容：カナダの"Absolute Towers"の斬新デザインで世界最優秀超高層建築賞を受賞した馬岩松さんのサイトです．コンピューターを利用したデザインはその彼の特徴で，世界各地で活躍している．このサイトには，馬さんの作品を紹介している．

(30)URL：http://www.food4rhino.com/project/kangaroo
タイトル：Kangaroo Physics - plug-in for grasshopper
作成者：Daniel Piker
細分類：2, 31, 5
作成日或いは更新日：
内容：Kangaroo is a Live Physics engine for interactive simulation, optimization and form-finding directly within Grasshopper.

(31)URL：http://www.food4rhino.com/project/octopus
タイトル：octopus - plug-in for grasshopper
作成者：adrVienna
細分類：2
作成日或いは更新日：
内容：Octopus is a plug-in for applying evolutionary principles to parametric design and problem solving. It allows the search for many goals at once, producing a range of optimized trade-off solutions between the extremes of each goal

(32)URL：http://structurae.net/
タイトル：Structurae, International Database for Civil and Structural Engineering
作成者：Wilhelm Ernst & Sohn Verlag
細分類：8
作成日或いは更新日：1998 年（作成日）- 2014 年（更新日）
内容：大空間構造物、大型建築物、橋梁、トンネルなどの総合的なデータベースです。63000 件の構造物、13000 社の関係会社、9000 人の技術者、建築家が収集されています。構造物名称だけでなく設計者名などからも検索が可能です。世界的に著名な構造物を調べるのに便利です。

(33)URL：http://ddg.cs.columbia.edu/
タイトル：The Discrete Differential Geometry Forum
作成者：Collaborating Institutions：Applied Geometry @ Caltech, Computer Graphics @ Columbia, DDG @ TU-Berlin, etc.
細分類：5
作成日或いは更新日：
内容：離散微分幾何に関する情報提供サイト。主に SIGGRAPH の Courses の講演資料やスライドが pdf で閲覧できる。

(34)URL：http://www.gamsworld.org/minlp/index.htm
タイトル：MINLP World
作成者：GAMS World
細分類：12
作成日或いは更新日：
内容：MINLP：Mixed-Interger Nonlinear Programming（混合整数非線形計画法）に関する情報提供とフリーおよび商用のソルバーの紹介。発見 的手法のソルバーも一部含まれている。

(35)URL：http://www.orsj.or.jp/~wiki/wiki/index.php
タイトル：OR 事典 Wiki
作成者：日本オペレーションズ・リサーチ学
細分類：11, 12
作成日或いは更新日： 2007 年 9 月 1 日（作成日）、2012 年 9 月 14（更新日）
内容：オペレーションズ・リサーチや最適化手法に関する総合的な事典のサイトです。日本オペレーションズ・リサーチ学会の OR 事典編集委員会が運営しています。本サイトは、基礎編、用語編、事例編、資料編の 4 部から構成されており、専門用語の理論的な解説とともに幅広い分野から収集した適用例が紹介されています。

コロキウム構造形態の解析と創生 2014

2014 年 11 月

編　集

著作人　一般社団法人 日 本 建 築 学 会

〒108-8414 東京都港区芝 5 丁目 26 番 20 号

TEL 03-3456-2051

FAX 03-3456-2058

http://www.aij.or.jp

印刷所　有限会社　トップコピー

シンポジウム資料　AIJ-1411-03000