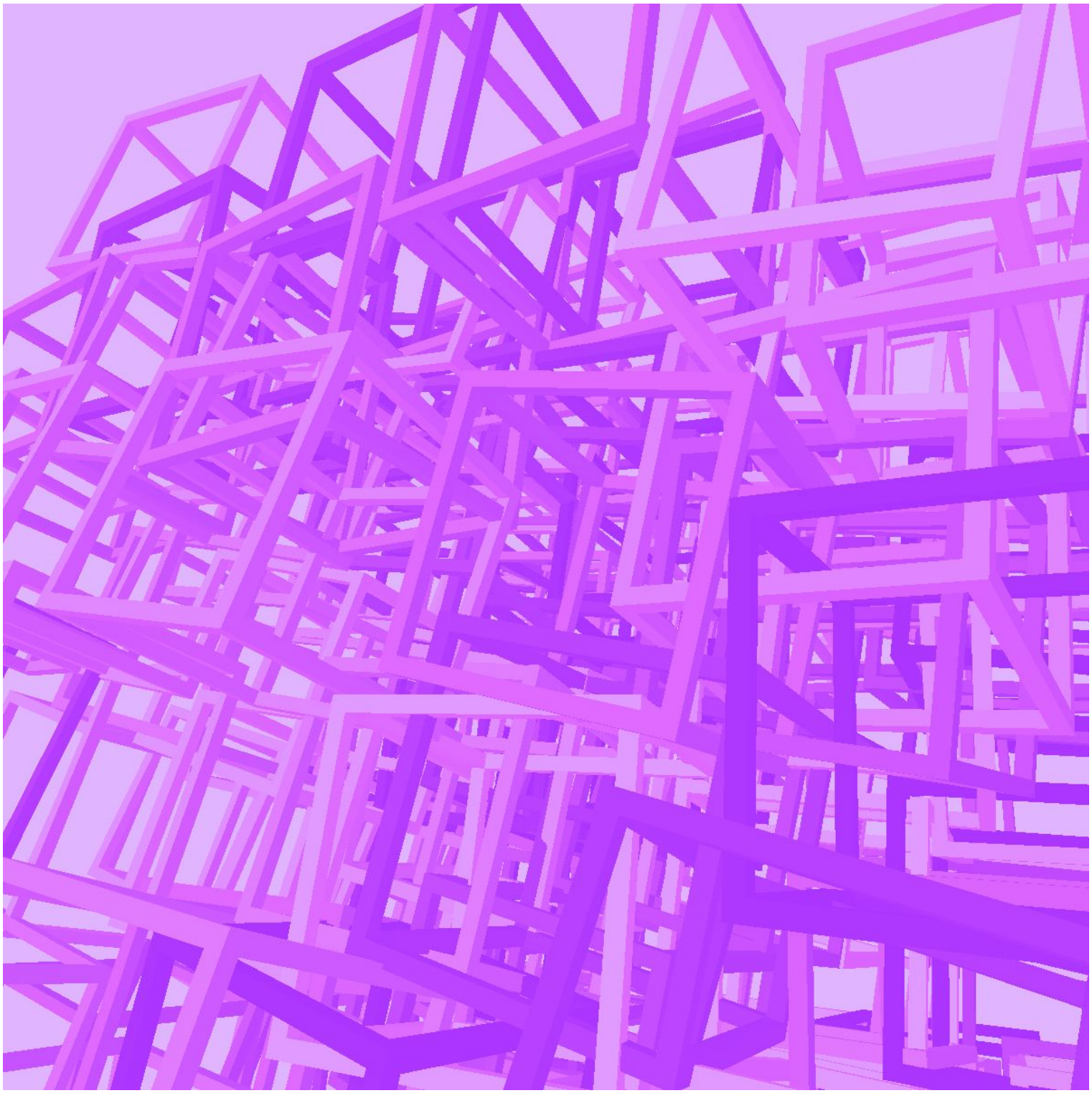
コロキウム

Analysis and Generation of Structural Shapes and Systems 2015

構造形態の解析と創生 2015



開催日：2015 年 10 月 29 日，30 日

日本建築学会

構造委員会　シェル・空間構造運営委員会　構造形態創生小委員会

構造委員会　応用力学運営委員会　構造設計・解析の最適化理論応用小委員会

情報システム技術委員会　アルゴリズミック・デザイン小委員会

ご案内

本書の著作権・出版権は（一社）日本建築学会にあります。本書より著書・論文等への引用・転載にあたっては必ず本会の許諾を得て下さい。

コピーも私的利用の範囲を超えることは法律で禁じられております。

一般社団法人　日本建築学会

主　旨　説　明

近年の建築の設計プロセスにおける 3D-CAD や BIM の利用は、意匠、構造、設備、施工の連携を強め、また、これまで不可能であった複雑な形態の構造物の建設も可能にしました。また、デジタル・ファブリケーションの技術が普及し、建築のデザインに大きな変化を与えつつあります。実現可能な建築表現の自由度が急速に増すなかで、建築物の形態をどのように決定すべきかという問題について、今後更に深く考えていく必要があります。

本コロキウムは２００６年度から毎年開催しており、今年で１０回目を迎えます。これまでに、構造形態創生、構造最適化、アルゴリズミック・デザインといった建築構造物の形態を創り出すための理論・技術に関する研究や、実際のデザインへの応用事例などが数多く紹介され、活発な議論が展開されてきました。これらの理論・技術は一過性のものではなく、本質的なニーズの上に成り立った重要な建設技術であり、新しいコンセプトや最新のアルゴリズムなどを取り入れながら、議論を重ねて今後も発展させていく必要があります。

本年度開催する「コロキウム構造形態の解析と創生２０１５」は、これまでと同様に形態創生の理論・技術に関わる研究者、技術者が一堂に会して最新の情報を交換すると同時に、１０回目の節目として過去に開催されたコロキウムも振り返りながら将来の方向性について議論し、これらの研究・技術分野が益々発展することを期待して開催されます。

２０１５年１０月

構造形態創生小委員会主査　山本 憲司
構造設計・解析の最適化理論応用小委員会主査　高田 豊文
アルゴリズミック･デザイン小委員会主査　瀧澤 重志

構造委員会

委員長：緑川 光正（北海道大学）

幹事：加藤 研一（小堀鐸二研究所），塩原 等（東京大学），竹脇 出（京都大学）

シェル・空間構造運営委員会

主査：竹内 徹（東京工業大学）

幹事：熊谷 知彦（明治大学），武藤 厚（名城大学），諸岡 繁洋（東海大学）

構造形態創生小委員会

主査：山本 憲司（東海大学）

幹事：熊谷 知彦（明治大学），永井 拓生（滋賀県立大学）

委員：大森 博司，ガン ブンタラ（日本大学），木村 俊明（佐々木睦朗構造計画研究所），
立道 郁生（明星大学），張 景耀（名古屋市立大学），陳 沛山（九州工業大学），
浜田 英明（法政大学），藤井 大地（近畿大学），本間 俊雄（鹿児島大学），
松尾 智恵（川口衛構造設計事務所），三井 和男（日本大学），横須賀 洋平（鹿児島大学）

応用力学運営委員会

主査：元結 正次郎（東京工業大学）

幹事：荒木 慶一（京都大学），高田 毅士（東京大学），西田 明美（日本原子力研究開発機構）

構造設計・解析の最適化理論応用小委員会

主査：高田 豊文（滋賀県立大学）

幹事：澤田 樹一郎（鹿児島大学）

委員：大崎 純（京都大学），大森 博司，小野 聡子（有明工業高等専門学校），
加藤 準治（東北大学），木村 俊明（佐々木睦朗構造計画研究所），
國光 修五（ユニオンシステム），堤 和敏（芝浦工業大学），平田 裕一（三井住友建設），
藤井 大地（近畿大学），本間 俊雄（鹿児島大学），松尾 智恵（川口衛構造設計事務所），
山川 誠（東京電機大学）

情報システム技術委員会

委員長：倉田 成人（筑波技術大学）

幹事：池田 靖史（慶應義塾大学），猪里 孝司（大成建設），大崎 純（京都大学），
下川 雄一（金沢工業大学）

アルゴリズミック・デザイン小委員会

主査：瀧澤 重志（大阪市立大学）

幹事：木内 俊克（東京大学），酒井 康史（日建設計），松川 昌平（慶應義塾大学）

委員：朝山 秀一（東京電機大学），池田 靖史（慶應義塾大学），稲坂 晃義（千葉工業大学），
大崎 純（京都大学），柄沢 祐輔（柄沢祐輔建築設計事務所），城所 竜太（アラップ），
竹中 司（アンズスタジオ），前 稔文（大分工業高等専門学校），
渡辺 誠（渡辺誠／アーキテクツ オフィス・東京都市大学）

「コロキウム 構造形態の解析と創生 2015」実施主担当者（所属は前掲）

コロキウム実施責任者：山本 憲司

コンテスト担当：松川 昌平，朝山 秀一，小野 聡子，熊谷 知彦，酒井 康史

講演論文担当：澤田 樹一郎，横須賀 洋平，山本 憲司

広報担当：本間 俊雄

懇親会担当：立道 郁生，瀧澤 重志，陳 沛山，松尾 智恵

会計担当：浜田 英明，張 景耀，平田 裕一

参加登録：ガン ブンタラ

優秀講演賞担当：高田 豊文，山川 誠

コロキウム HP 担当：藤井 大地

ポスター担当：稲坂 晃義，永井 拓生

模型展示担当：永井 拓生，木村 俊明，國光 修五

優秀講演選考委員会委員長：高田 豊文

コロキウム　構造形態の解析と創生　２０１５

－　目　次　－

■特別講演
『構造形態創生法－これまでとこれから－』---------- 01
大森博司(名古屋大学)
『形を決めないカタチの設計図』 ---------- 25
竹中司(アンズスタジオ)

■一般講演
(1) ESO 法を用いた骨組構造物のダンパー配置---------- 29
○山崎進一（近畿大学），松本慎也，藤井大地
(2) Hybrid GA および弾塑性応答解析を用いた制振改修におけるダンパーの最適設計 ---------- 35
○藤下和浩（東京工業大学），スッチュ・ファーティフ，松井良太，竹内徹
(3) Evolutionary Ant Colony Optimization(EACO)の提案－トラストポロジー最適化問題への応用について－ 41
○原崇太（日本大学），Buntara S. Gan
(4) 単層ラチスシェルのヒンジ配置による応力低減に関する検討---------- 45
○石原優祐（東海大学），山本憲司，菱木晶士
(5) Kirchhoff 要素と Mindlin 要素の違いによる自由曲面シェル構造の形状最適化 ---------- 51
○西田哲朗（鹿児島大学），本間俊雄，横須賀洋平
(6) Willmore エネルギーの力学量による定式化と形状決定問題 ---------- 57
○里中拓矢（鹿児島大学），横須賀洋平，本間俊雄
(7) 最大断面を考慮したブレースの配置と断面設計のための発見的最適化アルゴリズム ---------- 63
○島田英里子（日本大学），三井和男
(8) Natural approach の BV 法と FA によるグリッドシェル構造の形状最適化 ---------- 67
○辻孝輔（鹿児島大学），本間俊雄，横須賀洋平
(9) 多様な 1.5 層スペースフレームの構成システム ---------- 73
陳沛山（九州工業大学）
(10) 分枝限定法を用いた冗長性を有するトラス構造物の生成法---------- 79
○Le Anh Vu（滋賀県立大学），高田豊文
(11) 竹と張力膜を用いた空間構造物の微振動特性の経年変化---------- 85
○永井拓生（滋賀県立大学），後藤優治，陶器浩一
(12) ESO 法とグランドストラクチャ法を用いた建築構造デザイン ---------- 89
○高坂憲治（近畿大学），松本慎也，藤井大地
(13) 幾何学量の勾配分解による非線形解法と張力構造の形状決定問題への応用---------- 95
○横須賀洋平（鹿児島大学），本間俊雄
(14) ロープ接合部を有する竹トラス構造のモデル化---------- 101
○後藤優治（滋賀県立大学），永井拓生，陶器浩一
(15) 曲げ歪エネルギー及び線形座屈荷重について形状最適化されたラチスシェルの弾塑性座屈耐力 --- 105
○大内紫雲（東海大学），山本憲司
(16) 自由境界辺のある自由曲面の座屈耐力評価に関する基礎的研究---------- 111
○滝内雄二（豊橋技術科学大学），中澤祥二
(17) Elastica 曲線を有するグリッドシェルの形態創生---------- 117
○關和也（広島大学），大崎純，宮津裕次
(18) 曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究---------- 123
○打樋勇人（東海大学），山本憲司
(19) 逆フーリエ変換による板のトポロジー最適化問題の定式化とＧＡによるパレートフロント生成－－ 129
○澤田樹一郎（鹿児島大学）
(20) IESO 法を用いた建築構造物の形態創生---------- 131
○新内洋平（近畿大学），松本慎也，藤井大地
(21) さざ波の形状を曲面上にもつブレース付き空間構造の力学的性質---------- 137
○朝山秀一（東京電機大学），金井竜一

(22) 平坦折の理論を用いた展開構造の形態創生---------- 143
○田口英和（名古屋市立大学），張景耀
(23) 国立代々木競技場第二体育館屋根の動的特性---------- 149
◯松尾智恵（川口衛構造設計事務所），川口衛

■形態創生コンテスト
□コンテスト概要 ---------- 155
□応募全作品の講評 ---------- 156
□入選作品
(1) 開いてつなげて広がる空間- ---------- 160
○六本木元太(明治大学)、片岡正行(同)、清水陸朗(同)、冨田弥奈美(同)、
新田和哉(同)、奈良憲行(同)、森伸弘(同)、山名大貴(同)
(2) Soft Surface ---------- 162
○天野克徳(東京理科大学)、五十嵐大輝(同)、進藤英明(同)
(3) Geodesic Nest---------- 164
○田村尚土(ディックス)、鈴木愛実(金城学院大学)、舘佐奈恵(同)
(4) Hexagram Structure ---------- 166
○志村亮(東京理科大学)、上原龍太郎(同)、坂本龍(同)
(5) 仕舞われる木漏れ日 ---------- 168
○清水優里(豊橋技術科学大学)、瀧内雄二(同)、水谷晃啓(同)
(6) 泡の一生 - envelope structure ---------- 170
○中川皓旺太(東京理科大学)、有賀彩花(同)、渋谷俊一(同)
□佳作作品
(1) パーソナル・ビルドできる建築 ---------- 172
○對馬 尚(慶應義塾大学)

＊形態創生に関連する情報は順次、次の HP に掲載していきます。
http://news-sv.aij.or.jp/kouzou/s17/

■特別講演

大森博司（おおもりひろし）
講演題目　構造形態創生法　−これまでとこれから−

名古屋大学名誉教授

略歴
1950 年　名古屋市生まれ
1973 年　名古屋大学工学部建築学科卒業
1975 年　東京大学大学院工学系研究科修士課程修了
1975 年　同博士課程中退
1975 年　東京大学生産技術研究所助手
1982 年　工学博士(東京大学)
1983 年　名古屋大学助手
1991 年　同助教授
1995 年～96 年　コーネル大学客員研究員
2004 年　名古屋大学教授
2014 年　名古屋大学名誉教授

受賞
1986 年 日本建築学会東海賞（論文）
1990 年 日本建築学会奨励賞（論文）
1999 年 国際シェル空間構造学会(IASS) Tsuboi Award
2004 年 日本建築学会賞（論文）
2004 年 国際シェル空間構造学会(IASS) Tsuboi Award
2010 年 文部科学大臣表彰科学技術賞（研究部門）
2013 年 日本構造デザイン賞松井源吾特別賞

構造形態創生法
ー これまでとこれから ー

Computational Morphogenesis
- In the past and for the future -

構造形態創生小委員会
Sub Committee on Computational Morphogenesis

大森博司

構造形態創生法ー これまでとこれから ー
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

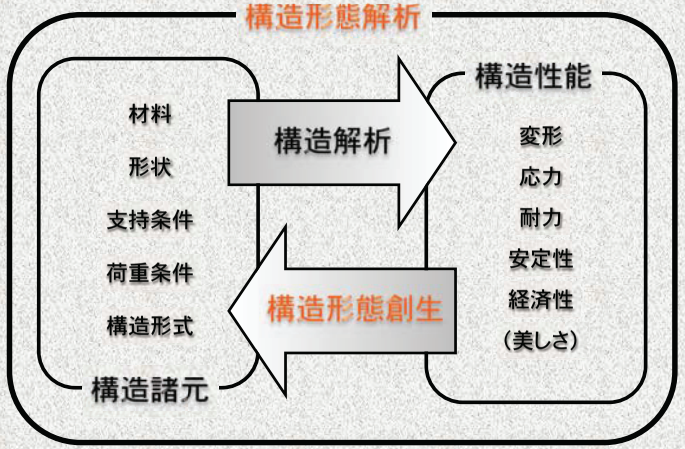
構造形態創生法ー これまでとこれから ー
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

構造解析と構造形態創生



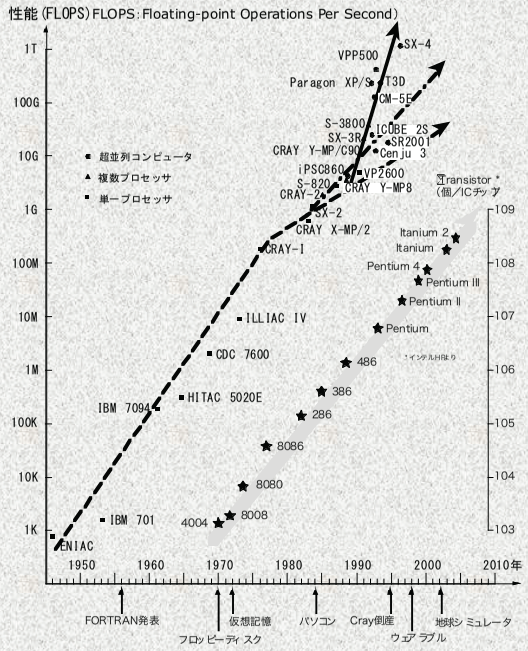
構造形態創生・理論的デザイン

- 構造形態
  - ➢「形」 形式(システム)や形状 ／「態」 態様
- 理論的デザイン
  - ➢ 構造力学を重要な道具立ての一つとして行う構造デザインの方法
- 構造形態創生・構造形態創生法
  - ➢ 構造最適化法を利用して所用の条件を満たす構造形態を提案する(創り出す)こと、またその方法

空間構造の形態創生－理論的デザインへの挑戦－
計算工学 Vol. 5, No. 4 pp. 179-182　(21-24)，2000

有限要素法(FEM)

- 1956年　M. J. Turner，R. W. Clough，H. C. Martin and L. J. Topp: "Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures"
- 1960年代前半　揺籃期 - 構造問題への膨大な応用研究
- 1960年代後半　収束の数学的な証明
- 1970年代　非構造問題への応用 － 流体、熱、音、地盤、電磁場問題
- 1980年代以降　可視化技術、仮想現実、超高自由度問題…



計算機性能の推移

構造形態創生法－これまでとこれから－

Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境

- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化

- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから

- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

構造形態創生法－これまでとこれから－
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境

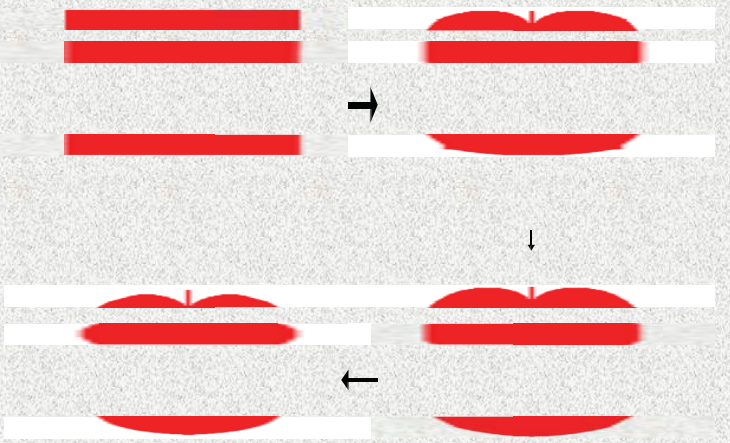
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化

- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

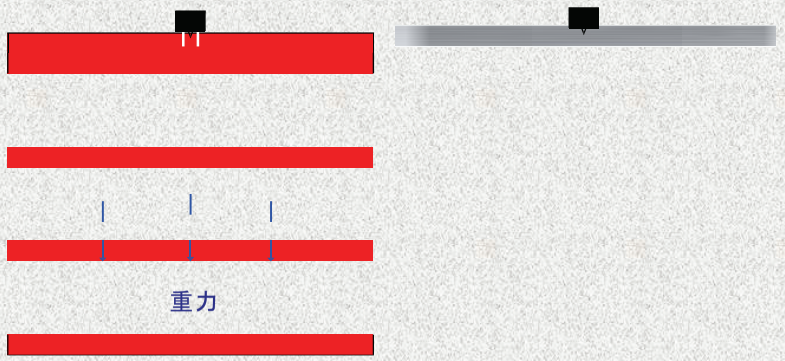
構造形態創生のこれから

- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

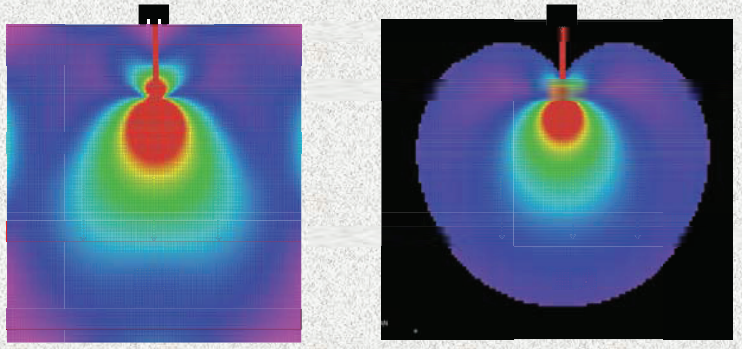


by Professor Mike Xie (RMIT University)

ESO
(Evolutionary Structural Optimization)



ESO
(Evolutionary Structural Optimization)



ESO
(Evolutionary Structural Optimization)

基本的な考え方

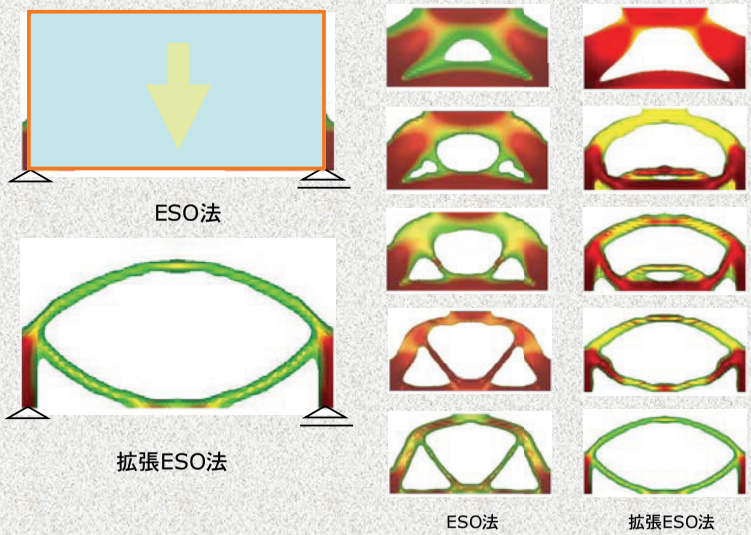
- いらない部分を削り取る

Extended ESO
(Evolutionary Structural Optimization)

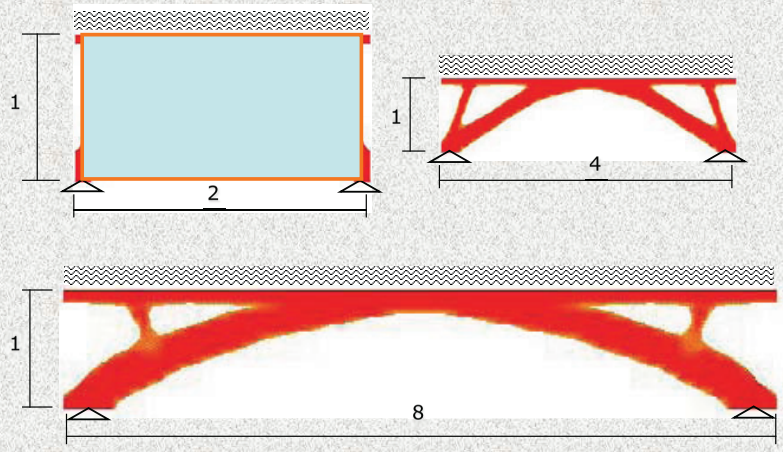
基本的な考え方

- いらない部分を削り取る
- 必要な部分を付け加える
- 等応力線の導入

ESO法 と 拡張ESO法

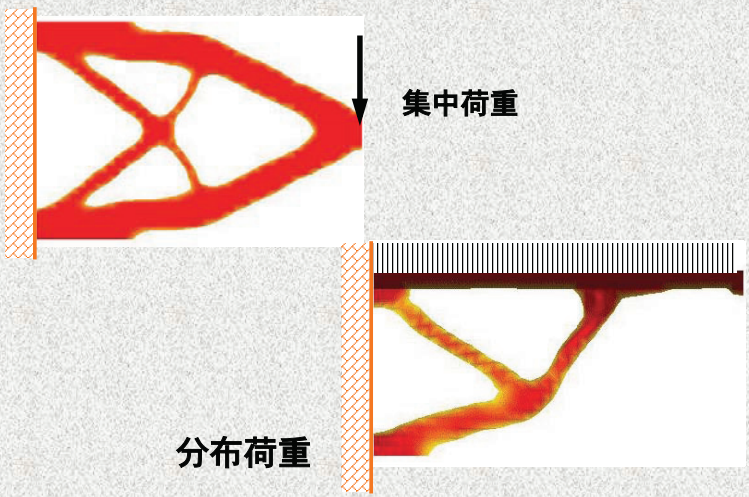


Bridge Structures

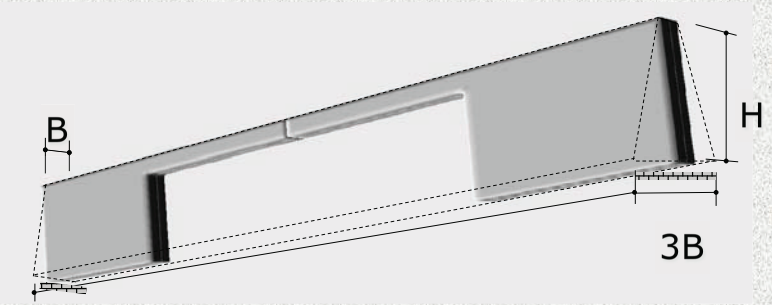


拡張ESO法

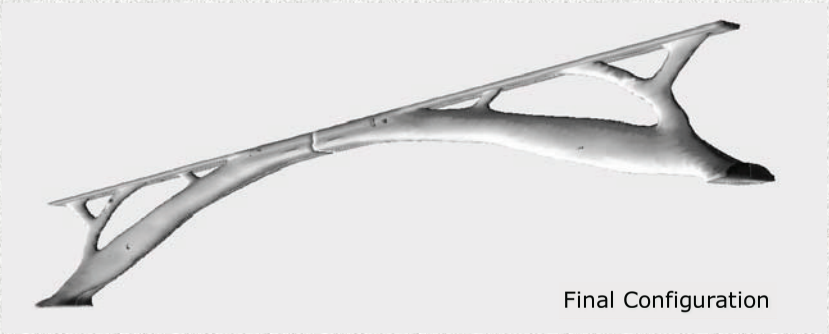
片持ち形式の構造



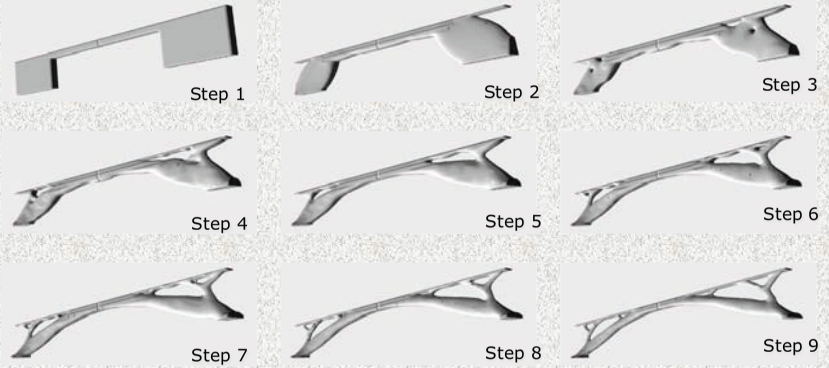
3D Bridge Structure



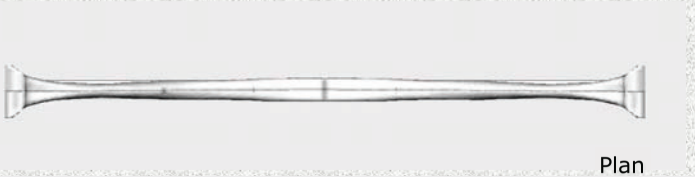
3D Bridge Structure



3D Bridge Structure



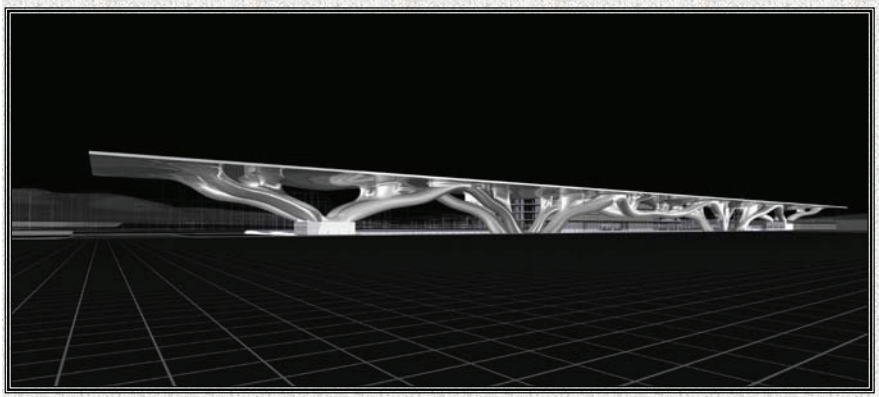
3D Bridge Structure



Plan

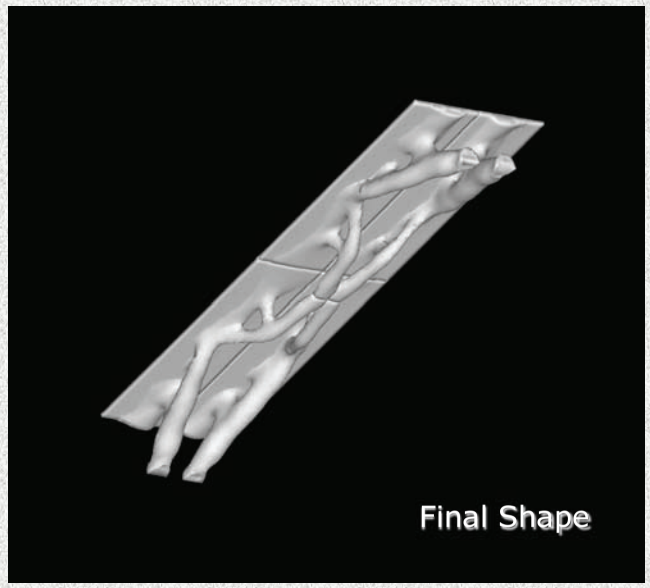
Elevation

フィレンツェ新駅舎計画

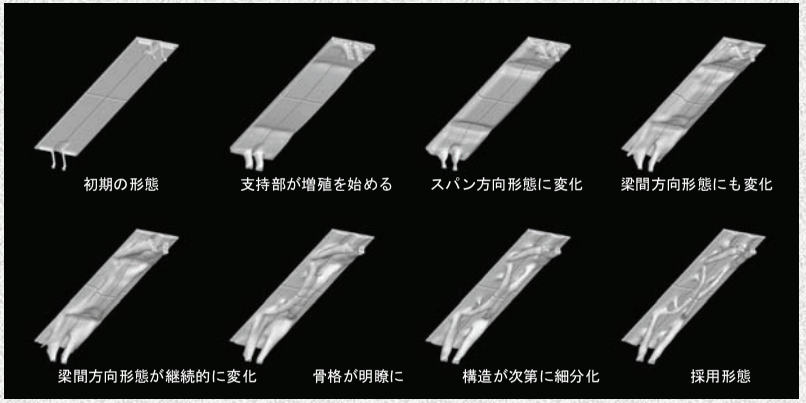


コンペ案

設計：磯崎新アトリエ+佐々木睦朗構造計画研究所

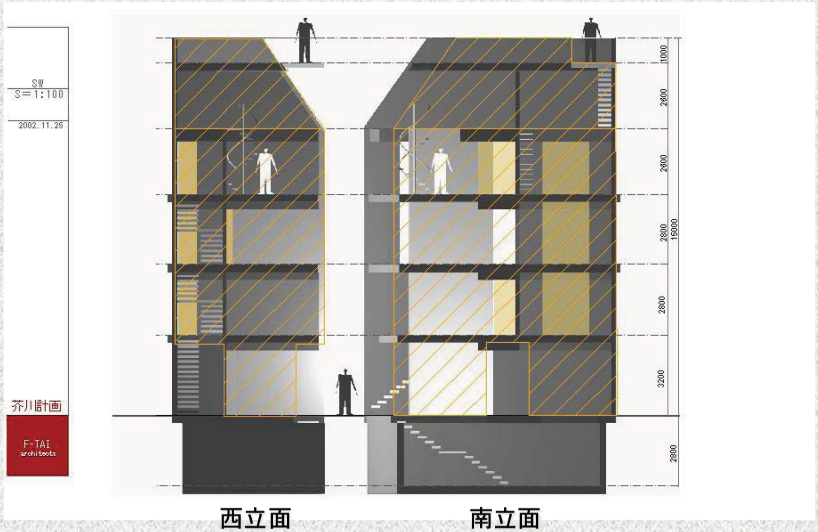


フィレンツェ新駅舎計画・進化過程



設計：磯崎新アトリエ+佐々木睦朗構造計画研究所

オフィスビルの設計



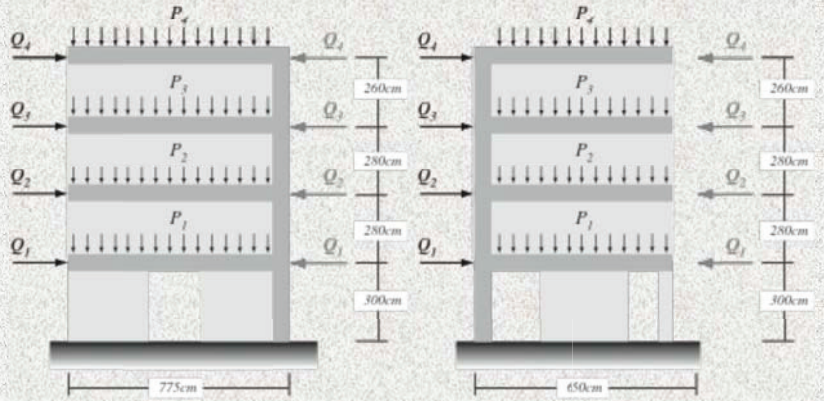
西立面　南立面

F-tai Architect + Iijima Structural Design Office, Cooperation: Mutoh Laboratory(Meijo Univ.)

芥川プロジェクト

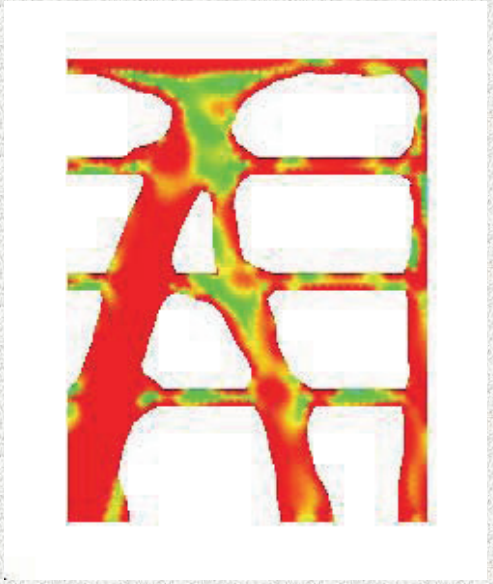
北西立面　南西立面

荷重条件



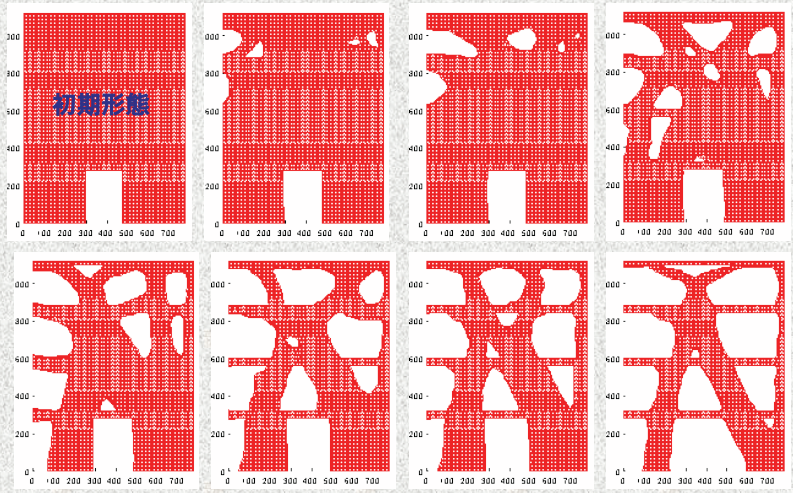
南面　西面

南立面



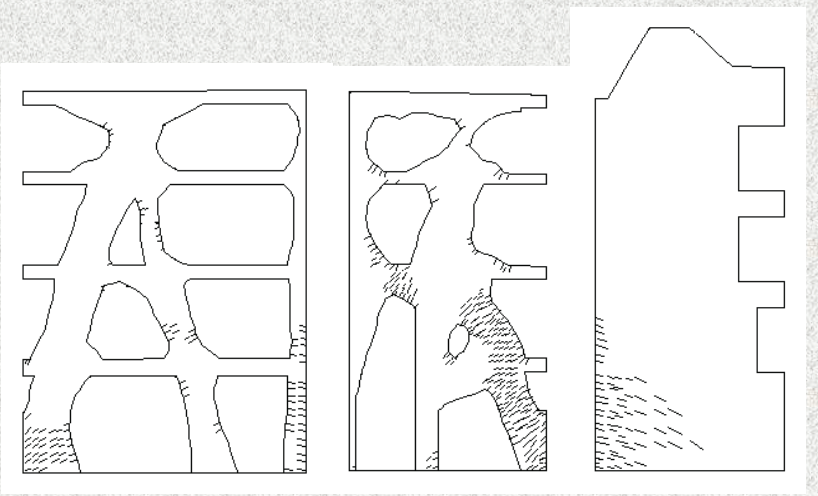
最終形

芥川計画・形態の進化プロセス



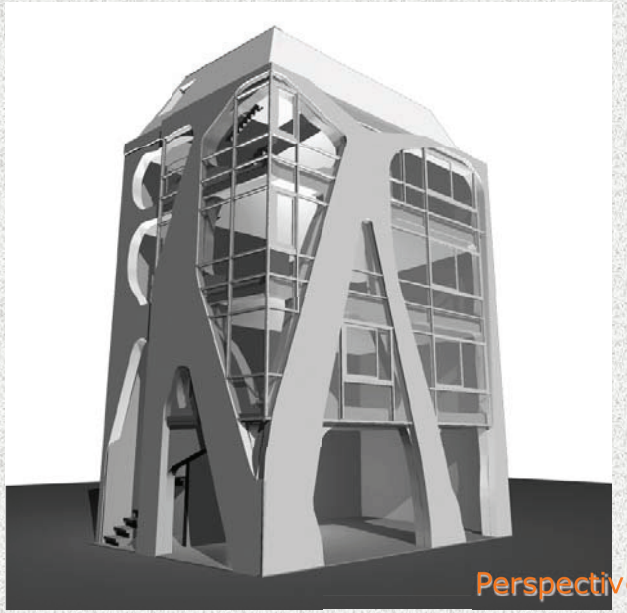
採用形態

設計：フータイアーキテクツ+飯島建築事務所、協力：名城大学・武藤研究室



南　　西　　東

安全限界時のひび割れ



Perspective View

Mold and Reinforcement Construction

Mold Plates for Concrete

Inside View of Walls under Construction

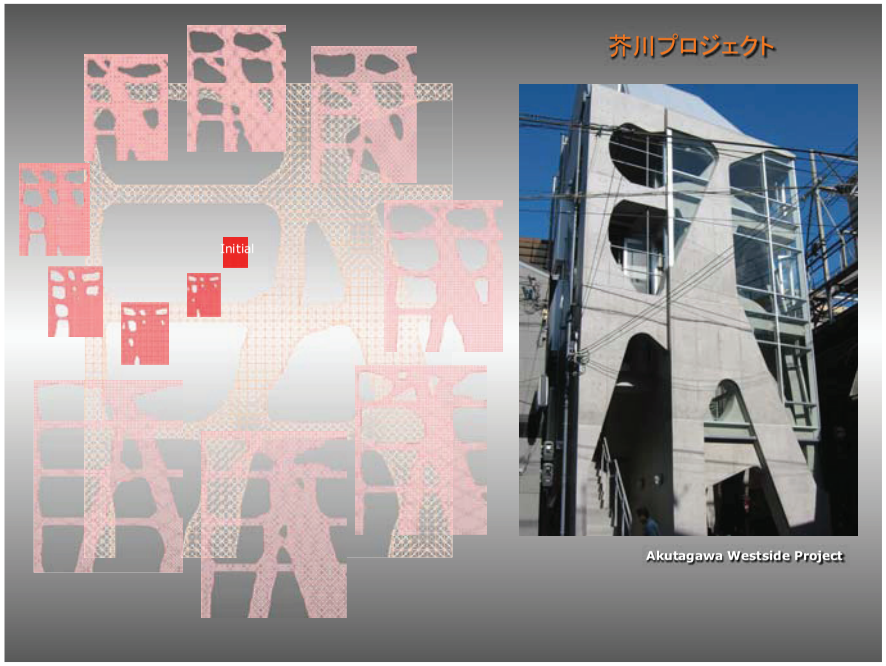
Interior Construction

First Floor Inside View

Second Floor Inside View

Third Floor Inside View

From Arcade


芥川プロジェクト
Akutagawa Westside Project

構造形態創生法－これまでとこれから－
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

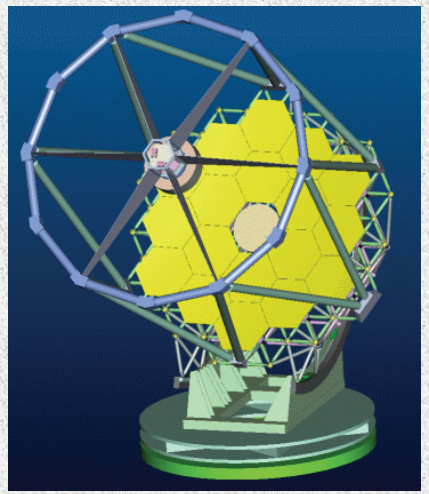
構造形態創生法－これまでとこれから－
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

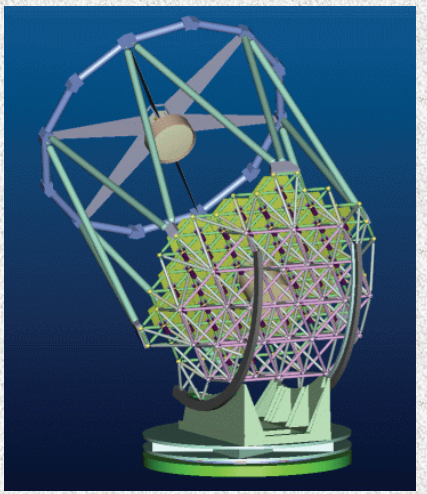
成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

京都大学新技術望遠鏡計画





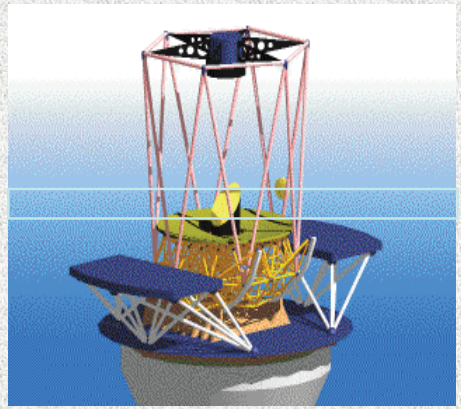
京大岡山新望遠鏡ワーキンググループ

背景

- 要求される性能
  - 光路の確保
    施工性，経済性
  - 鏡面
    観測精度の確保
  - 変形量抑制

全ての観測姿勢で！

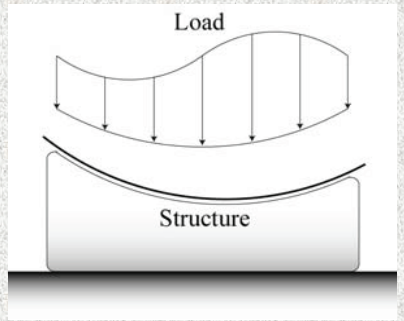
- 提案
  - トラスで構成する
  - ホモロガス変形

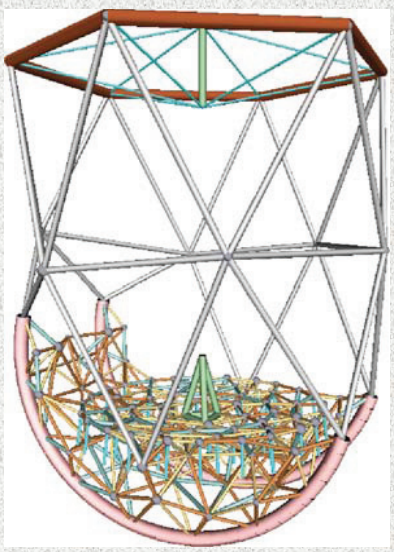


- 遺伝的アルゴリズムによる構造形態創生

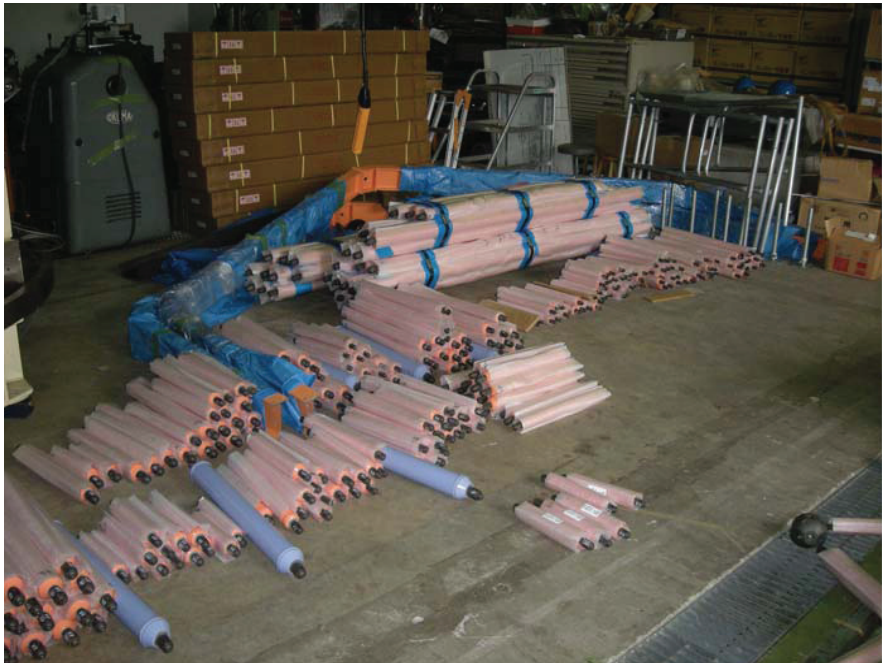
ホモロガス変形

- 定義
  構造物が荷重を受けて変形する時、その変形の前後で構造物の形状が同じになる性質
- 鏡面形状を維持して変形する支持構造の設計へ応用





ホモロガス変形を実現する
施工可能なトラス

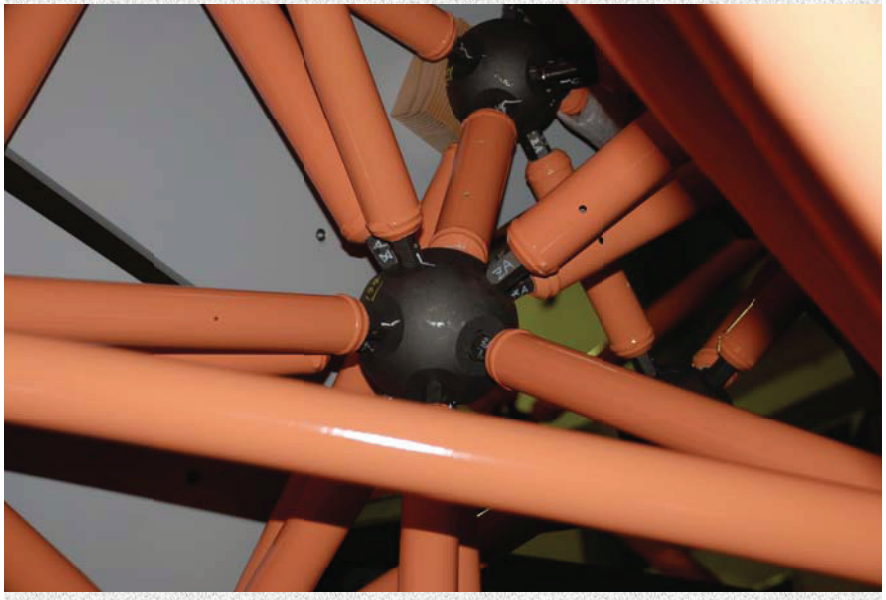


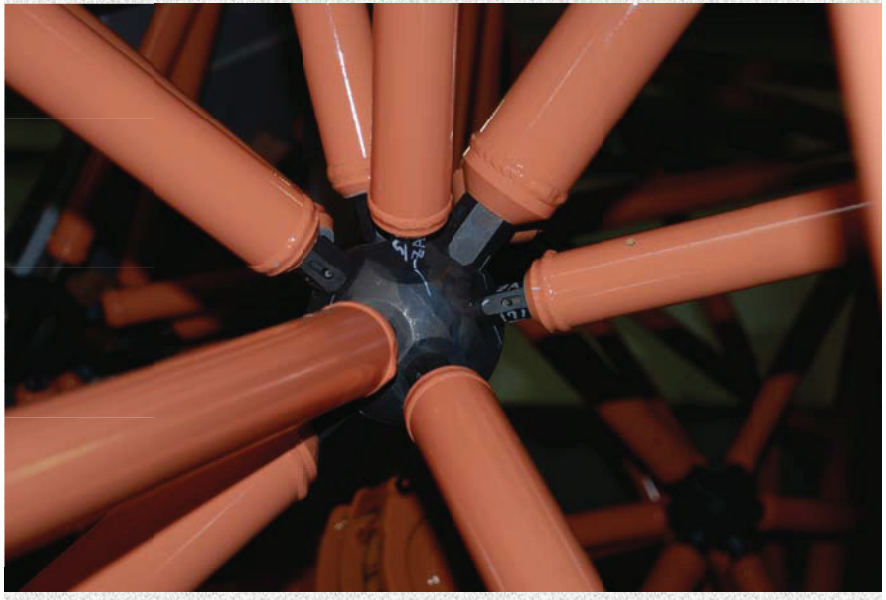
望遠鏡架台の設計（岡山天体物理観測所）

国立天文台・名古屋大学・京都大学 共同研究

望遠鏡架台の設計（岡山天体物理観測所）

国立天文台・名古屋大学・京都大学 共同研究





望遠鏡架台の設計（岡山天体物理観測所）

国立天文台･名古屋大学･京都大学 共同研究

望遠鏡架台の設計（岡山天体物理観測所）

国立天文台･名古屋大学･京都大学 共同研究

構造形態創生法－これまでとこれから－

Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境

- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化

- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから

- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

構造形態創生法 ― これまでとこれから ―

Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境

- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化

- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

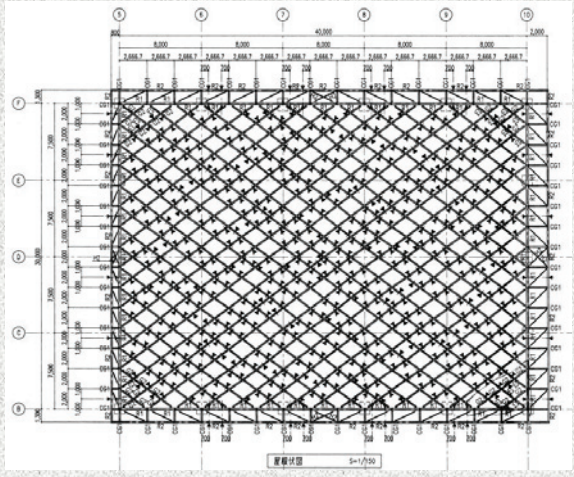
構造形態創生のこれから

- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

文京総合体育館

形状最適化の実建築物への応用

■ 文京総合体育館(屋根伏図)



文京総合体育館(定点写真)

文京総合体育館(完成写真)

構造形態創生法ー これまでとこれから ー
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

構造形態創生法ー これまでとこれから ー
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

建築構造のライフサイクルデザイン

- 背景

従来の設計方法 → 持続可能な設計方法

環境問題
温暖化、酸性雨など → 環境負荷の低減

- 目的

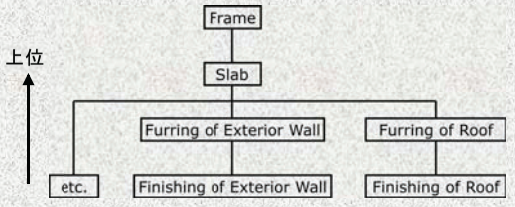
ライフサイクルを考慮した構造設計手法 → ライフサイクルデザイン (LCD)

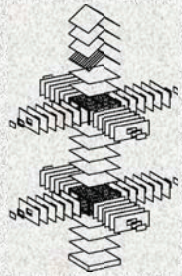
ライフサイクルにおける劣化の影響の最小化 → 最適化

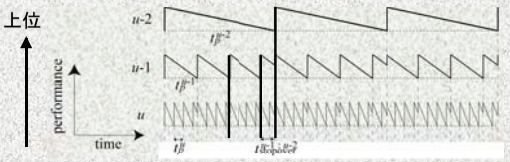
ライフサイクルデザイン → 構造設計の理想形

ライフサイクルの評価方法

- 建設部材の階層の考慮







ライフサイクルの評価方法

- 階層性の評価

$$C_{eval} = \sum_i \left\{ \prod_{x=0}^{u-2} n^{x+1:x} \sum_{k=0}^{n_i^{u:u-1}} C_{ik} + \sum_{y=0}^{u-3} \prod_{z=y}^{u-3} n^{z+1:z} \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:z+1}} C_{ik} + \sum_{k=0}^{n_{\mathrm{stopover},i}^{u-1:0}} C_{ik} \right\}$$

$$n^{a:b} = \left\lceil \frac{t_p^b}{t_p^a} \right\rceil - 1$$

$$n_{\mathrm{stopover},i}^{a:b} = \left\lceil \frac{1}{t_{p,i}^u} \left\{ t_p^b - \left(\left\lceil \frac{t_p^b}{t_p^a} \right\rceil - 1 \right) \cdot t_p^a \right\} \right\rceil - 1$$

a : その部材の階層　i

b : その部材を支持する部材の階層

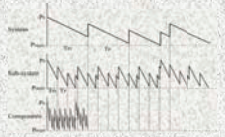
原単位

CO_2 → Life Cycle CO_2 ($LCCO_2$)

Cost → Life Cycle Cost (LCC)

最適化問題としての扱い方

■ 問題の設定



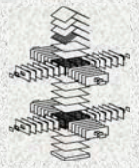
- 設計変数
  - 構成部材
  - 維持･保全のシナリオ

→ 多変数最適化問題

- 目的関数
  - コスト　：　Life Cycle Cost
  - 環境負荷要因　：　Life Cycle CO_2

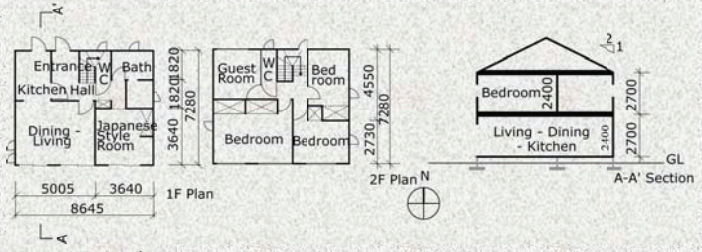
→ 多目的最適化問題

- 最適化手法
  - 遺伝的アルゴリズム (GA)
- 評価期間 → 50年～100 年



ライフサイクル最適化

- 問題
  - 二階建て住宅



  - GA パラメータ

単一目的問題

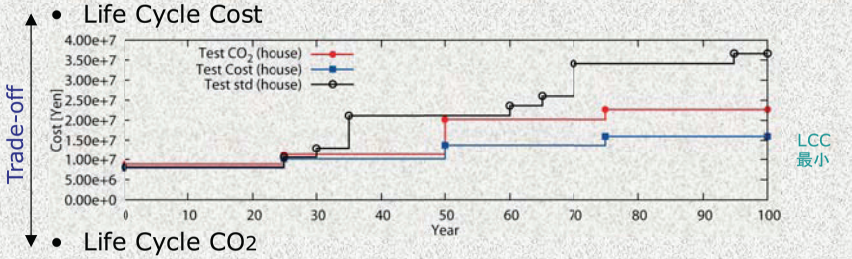
Population	100
Elite	2
Generation	1000
Probability of Crossover	0.01
Probability of Mutation	0.01

多目的問題

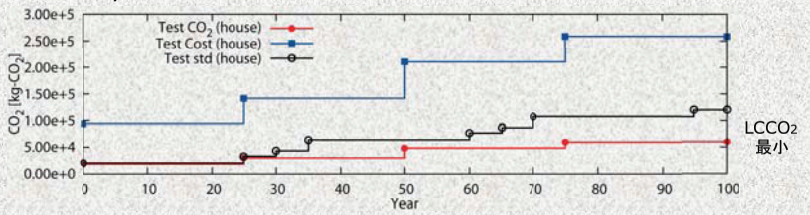
Population	100
Archive	25
Generation	1000
Probability of Crossover	0.01
Probability of Mutation	0.01

単一目的最適化

- Life Cycle Cost



- Life Cycle CO_2



設計解の内容

設計解 A

階	部位名	部材	選択部材	更新周期
1階	躯体	構法	RC 造躯体	100 年
	壁	壁体	RC 造壁体	100 年
		外壁下地材	モルタル	34 年
		外壁仕上材	アルミニウム板	34 年
		内壁下地材	合板	25 年
		内壁仕上材	プラスタ	25 年
		窓サッシ	アルミサッシ	34 年
		窓	ガラス	34 年
	天井	天井下地材	製材	25 年
		天井仕上材	プラスタ	25 年
	床	床下地材	–	–
		床仕上材	製材	26 年
2階	躯体	構法	RC 造躯体	100 年
	壁	壁体	RC 造壁体	100 年
		外壁下地材	セメント板	25 年
		外壁仕上材	製材	25 年
		内壁下地材	製材	25 年
		内壁仕上材	製材	25 年
		窓サッシ	木製サッシ	25 年
		窓	ガラス	25 年
	屋根	小屋組	RC 造小屋組	100 年
		屋根下地材	製材	25 年
		屋根仕上材	鉄板	25 年
	天井	天井下地材	製材	25 年
		天井仕上材	製材	25 年
	床	床下地材	–	–
		床仕上材	製材	26 年

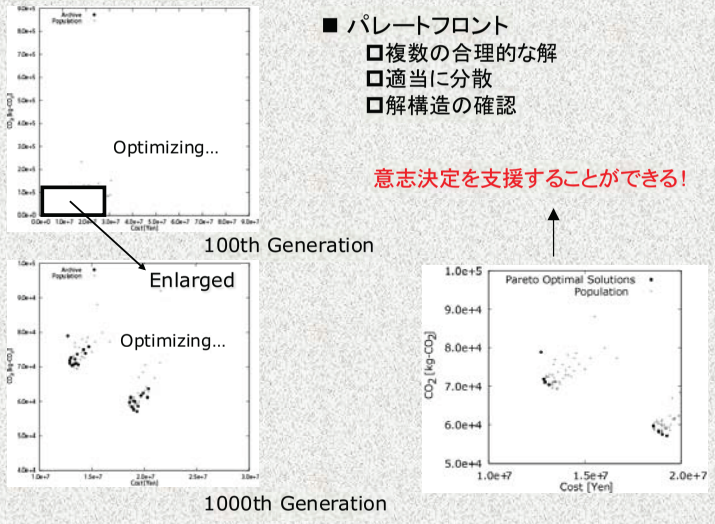
設計解 B

階	部位名	部材	選択部材	更新周期
1階	躯体	構法	木造躯体	50 年
	壁	壁体	木造壁体	50 年
		外壁下地材	製材	27 年
		外壁仕上材	製材	27 年
		内壁下地材	合板	25 年
		内壁仕上材	製材	25 年
		窓サッシ	木製サッシ	27 年
		窓	ガラス	27 年
	天井	天井下地材	製材	25 年
		天井仕上材	製材	25 年
	床	床下地材	製材	27 年
		床仕上げ材	製材	29 年
2階	躯体	構法	木造躯体	50 年
	壁	壁体	木造壁体	50 年
		外壁下地材	製材	27 年
		外壁仕上材	製材	25 年
		内壁下地材	製材	27 年
		内壁仕上材	製材	27 年
		窓サッシ	木製サッシ	25 年
		窓	ガラス	25 年
	屋根	小屋組	木造小屋組	50 年
		屋根下地材	製材	25 年
		屋根仕上材	プラスチック板	25 年
	天井	天井下地材	製材	26 年
		天井仕上材	製材	26 年
	床	床下地材	製材	25 年
		床仕上げ材	製材	25 年

設計解 C

階	部位名	部材	選択部材	更新周期
階	躯体	構法	RC 造躯体	100 年
	壁	壁体	木造壁体	50 年
		外壁下地材	セメント板	25 年
		外壁仕上材	製材	25 年
		内壁下地材	合板	25 年
		内壁仕上材	プラスタ	25 年
		窓サッシ	木製サッシ	25 年
		窓	ガラス	25 年
	天井	天井下地材	製材	25 年
		天井仕上材	プラスタ	25 年
	床	床下地材	–	–
		床仕上材	製材	26 年
階	躯体	構法	RC 造躯体	100 年
	壁	壁体	木造壁体	50 年
		外壁下地材	セメント板	25 年
		外壁仕上材	製材	25 年
		内壁下地材	製材	25 年
		内壁仕上材	製材	25 年
		窓サッシ	木製サッシ	25 年
		窓	ガラス	25 年
	屋根	小屋組	木造小屋組	50 年
		屋根下地材	製材	25 年
		屋根仕上材	鉄板	25 年
	天井	天井下地材	製材	25 年
		天井仕上材	製材	25 年
	床	床下地材	–	–
		床仕上材	製材	26 年

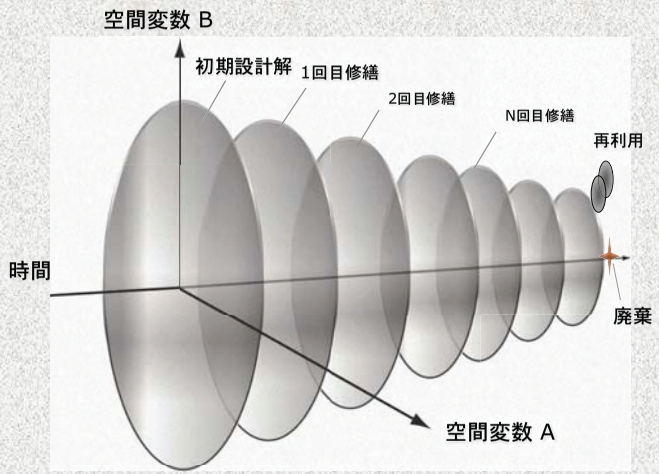
多目的最適化



■ パレートフロント
- □複数の合理的な解
- □適当に分散
- □解構造の確認

意志決定を支援することができる!

時空間最適配置問題としての把握



構造形態創生法－これまでとこれから－
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

構造形態創生法－これまでとこれから－
Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

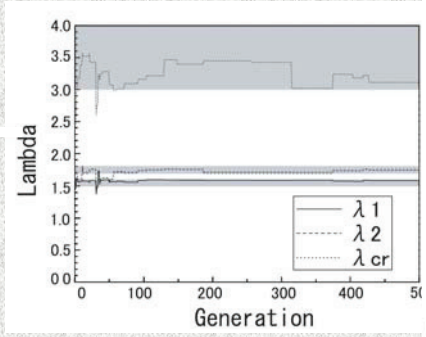
成熟する周辺環境
- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化
- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから
- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

「態」の創生：崩壊性能制御設計法の提案

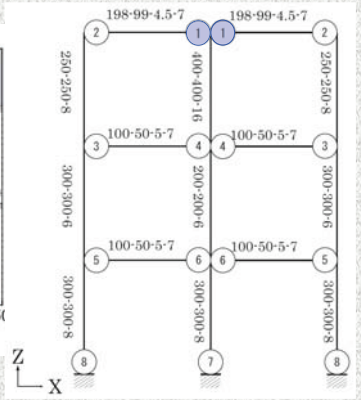
荷重係数の指定の実現



*灰色：ペナルティが生じない範囲

荷重係数の推移

損傷位置指定の実現



最適解の崩壊機構

提案手法の定式化

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{W}\prod \gamma_j$$

f : 評価関数
$\boldsymbol{x}$: 部材断面形状を表すベクトル
W : 構造物の総重量
γ_j : 制約条件 j に対するペナルティ関数

γ_1 損傷位置に関するペナルティ
γ_2 層崩壊に関するペナルティ
γ_3 荷重係数に関するペナルティ

77

提案手法の定式化

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{W}\prod \gamma_j$$

f : 評価関数
$\boldsymbol{x}$: 部材断面形状を表すベクトル
W : 構造物の総重量
γ_j : 制約条件 j に対するペナルティ関数

γ_1 **損傷位置に関するペナルティ**
γ_2 層崩壊に関するペナルティ
γ_3 荷重係数に関するペナルティ

$$\gamma_1 = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad \text{指定位置が指定荷重で損傷} \\ 0.01 & \text{if} \quad \text{指定位置が指定荷重で未損傷} \end{cases}$$

目的：損傷位置の指定

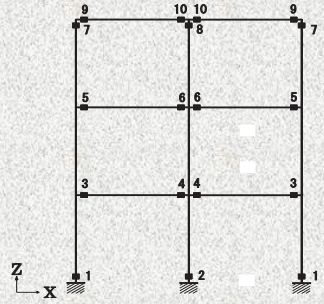
78

提案手法の定式化

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{W}\prod \gamma_j$$

f : 評価関数
$\boldsymbol{x}$: 部材断面形状を表すベクトル
W : 構造物の総重量
γ_j : 制約条件 j に対するペナルティ関数

γ_1 損傷位置に関するペナルティ
γ_2 **層崩壊に関するペナルティ**
γ_3 荷重係数に関するペナルティ



ヒンジ形成可能位置

1階の柱脚、最上階の柱頭以外の柱にヒンジが生じた場合に、ペナルティを与える

目的：層崩壊の回避

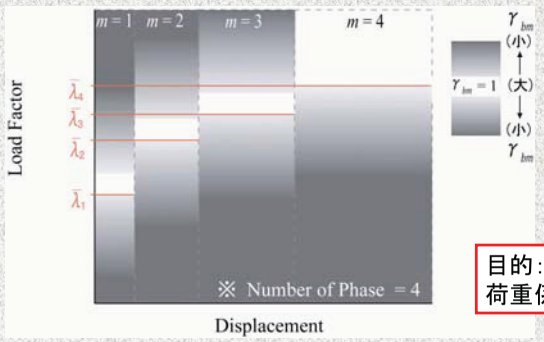
79

提案手法の定式化

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{W}\prod \gamma_j$$

f : 評価関数
$\boldsymbol{x}$: 部材断面形状を表すベクトル
W : 構造物の総重量
γ_j : 制約条件 j に対するペナルティ関数

γ_1 損傷位置に関するペナルティ
γ_2 層崩壊に関するペナルティ
γ_3 **荷重係数に関するペナルティ**



目的：荷重係数の指定

80

数値解析例：解析モデル

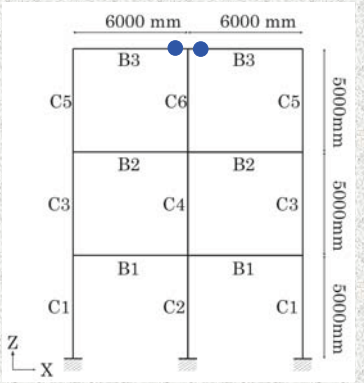
荷重条件：自重 ＋ 地震荷重

制約条件：　構造物に要求する耐力 2.0

設計耐力範囲幅 α	0.1
$\bar{\lambda}_1^{ac} =$	1.5
$\bar{\lambda}_2^{ac} =$	1.7
$\bar{\lambda}_{cr} =$	3.0　冗長性を確保
損傷位置	●

表 1　GA パラメータ

アルゴリズム	単純 GA
設計変数	9
個体数	20
世代数	500
交叉率	0.7
突然変異率	0.3



解析モデル

81

数値解析例：設計変数の範囲

梁(H形鋼)

No	H	B	t 1	t 2	A(cm²)	Zpx(cm³)	Mp(N・m)
1	100	50	5	7	11.85	44.1	10363.5
2	125	125	6.5				
3	150	75	5				
4	148	100	6				
5	175	90	5	8	22.9	156	36660
6	198	99	4.5	7	22.69	175	41125
7	200	100	5.5	8	26.67	205	48175
8	194	150	6	9	38.11	301	70735
9	248	124	5	8	31.99	312	73320
10	250	125	6	9	36.97	358	84130
11	244	175	7	11	55.49	550	129250
12	298	149	5.5	8	40.8	475	111625
13	300	150	6.5	9	46.78	542	127370
14	294	200	8	12	71.05	842	197870
15	346	174	6	9	52.45	712	167320
16	350	175	7	11	62.91	864	203040
17	340	250	9	14	99.53	1380	324300
18	396	199	7	11	71.41	1110	260850
19	400	200	8	13	83.37	1310	307850
20	446	199	8	12	82.97	1420	333700
21	450	200	9	14	95.43	1650	387750

100 – 50 – 5 – 7

450 – 200 – 9 – 14

No	H	B	t 1	t 2	A(cm²)	Zpx(cm³)	Mp(N・m)
1	100	50	5	7	11.85	44.1	10363.5
23	200	200	8				
24	200	200	9				
25	200	200	12				
26	250	250	6		57.32	521	153695
27	250	250	8		75.24	676	199420
28	250	250	9		83.98	750	221250
29	250	250	12		109.3	959	282905
30	250	250	14		125.4	1090	321550
31	250	250	16		141	1210	356950
32	300	300	6		69.32	760	224200
33	300	300	8		91.24	991	292345
34	300	300	9		102	1100	324500
35	300	300	12		133.3	1420	418900
36	300	300	14		153.4	1620	477900
37	300	300	16		173	1810	533950
38	300	300	19		201.2	2070	610650
39	350	350	9		120	1520	448400
40	350	350	12		157.3	1970	581150
41	350	350	14		181.4	2260	666700
42	350	350	16		205	2530	746350
43	350	350	19		239.2	2910	858450
44	350	350	22		272	3270	964650
45	400	400	9		138	2010	592950
46	400	400	12		181.3	2610	769950
47	400	400	14				
48	400	400	16				
49	400	400	19				
50	400	400	22		316	4390	1294650

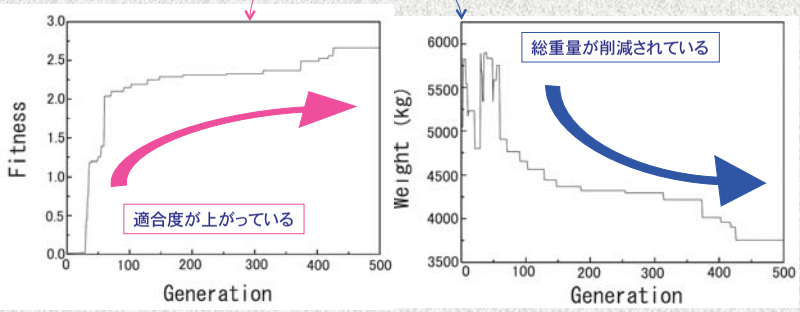
200 – 200 – 6

400 – 400 – 22

82

解析結果

$$\text{maximize} \quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{W}\prod \gamma_j$$

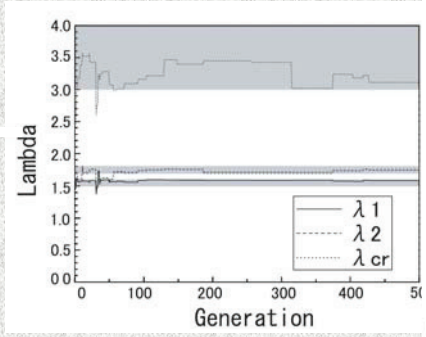


適合度の推移　　総重量の推移

83

崩壊性能制御の実現

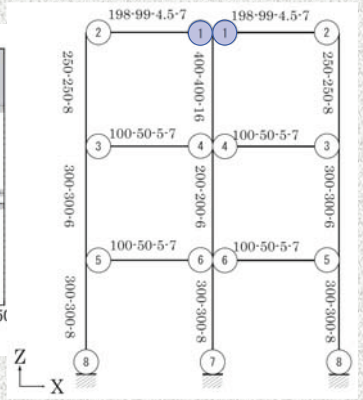
荷重係数の指定の実現



*灰色：ペナルティが生じない範囲

荷重係数の推移

損傷位置指定の実現



最適解の崩壊機構

84

FRONTIER

デザインとは選択である
―組み合わせ最適化問題と選択の自動化―

人間・社会系部門　講師　今井 公太郎

ルイス･カーン論
建築の実存と方法
工藤国雄著

構造形態創生法― これまでとこれから ―

Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境

- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化

- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから

- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

構造形態創生法― これまでとこれから ―

Computational Morphogenesis – In the past and for the future -

成熟する周辺環境

- 構造形態創生の意味
- FEMと計算機

私の手がけた実用化

- 芥川プロジェクト【拡張ESO法】
- 岡山天体物理観測所望遠鏡架台【遺伝的アルゴリズム】
- 文京区総合体育館ラチス屋根【非線形計画法】
- 建築構造のライフサイクルデザイン【遺伝的アルゴリズム】

構造形態創生のこれから

- 「形」の創生から「態」の創生へ
- コロキウム「構造形態の解析と創生」の今後

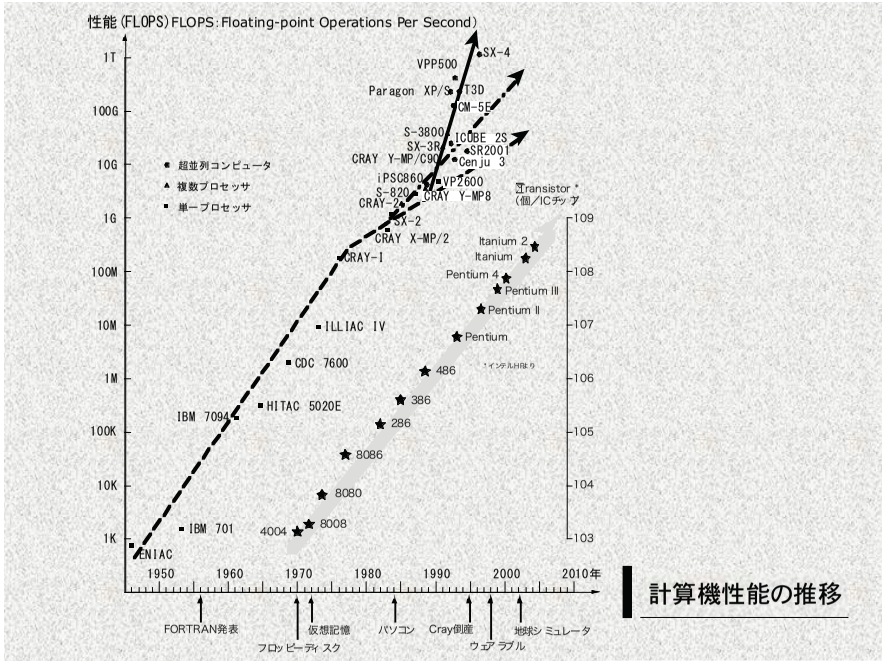
創造するということのひとつの解釈

天声人語

アニメ映画監督の宮崎駿さんが引退するという寂しいニュースに、司馬遼太郎さんの言葉が重なった。1988年に長編小説「韃靼疾風録」で大佛次郎賞を受けたとき、司馬さんは創作の厳しさをこう語っている▼「小説を書くというのは、空気の中から何かを取り出して手の上で固形にする仕事。私は精神力、体力ともうそんなに残っていない」。まだ65歳だったが、言葉の通りにこれが最後の長編小説になった。一作に吸い取られる知力体力はいかばかりかと想像したものだ▼夢と叙情にあふれる宮崎さんの長編アニメも、つくる側には七転八倒の仕事だろう。まだ72歳。惜しむ声が多いが、ご本人は、自分の創造的な現場は終わったと言っているそうだ。それを聞いて、もう一人思い出す人がいる▼野球の長嶋茂雄さんは引退の際、こんなふうに語ったそうだ。「バットを折りながらでも人のいないところへ落ちていた打球が、野手の正面に飛ぶようになったと感じた。力が落ちたということだ」と。どの道にも、極めた当人しか分からないことがあるのだと思う▼ともあれ勝手な書きぶりはこの辺にして、あとは6日予定という会見を待ちたい。アニメという「日本のお家芸」を至芸に高めた人は、どんな感慨を聞かせてくれるだろう▼かつて対談で、司馬さんは宮崎さんを「ご自分の中の子どもを、実に大切にしていますね」とほめていた。大人の中の子どもを掘り起こすのが宮崎作品だった。もう少し見たい気がする。

2013・9・3

掲載の記事・写真の無断転載を禁じます。すべての内容は日本の著作権法並びに国際条約により保護されています。
Copyright The Asahi Shimbun Company. All rights reserved. No reproduction or republication without written permission.



計算機性能の推移

構造形態創生法のこれから

- 構造形態
- 「形」 形式(システム)や形状 ／ 「態」 態様
- 「形」の創生 ⟶ 「形態」の創生
  - ➢ 性能を満足する構造の創生 ⟶ 設計へ貢献
  - ➢ メカニズムの考察
  - ➢ 新しい設計に向けたヒント
  - ➢ 超高速化 ⟶ 超高速試行錯誤の実現

半谷裕彦 先生

2015 年 10 月 10 日

特別講演講師　竹中　司（たけなか つかさ）

特別講演題目　「形を決めないカタチの設計図」

[略歴]

1971　岡山県倉敷市 生まれ

1997　武蔵野美術大学大学院 造形研究科 デザイン専攻 建築コース修了

1997 - 2001　武蔵野美術大学 建築学科 助手

2001 - 2005　武蔵野美術大学 建築学科 研究員および非常勤講師

2005 - 2008　ブリティッシュコロンビア大学大学院 建築学科 客員講師

2009 - 現在　AnS Studio | アンズスタジオ 代表

2009 - 現在　豊橋技術科学大学 建築・都市システム学系 研究員

2015 - 現在　東京理科大学大学院 非常勤講師

2015 - 現在　慶応大学大学院 非常勤講師

[主な作品]

現在　釜石市民ホールプロジェクト(仮称) / 岩手

2015　東京日本橋タワー エントランスウォール / 東京

2014　嬉野市社会文化会館 折り紙ホール「折り紙プログラム」 / 佐賀

2013　東京大学 DFL パビリオン 2013　ロボット施工 (デジタルファブリケーション) / 東京

2013　豊橋の家「住空間解析プログラム」 / 愛知

2011　銀座 第一御ビル ファサードデザイン「輪縄プログラム」/ 東京

2011　小学館神保町 3-3 計画（神保町 SFⅢ）ファサードデザイン「木漏れ日プログラム」 / 東京

2011　ソニー株式会社 ソニーシティ大崎ランドスケープ計画「種まきプログラム」 / 東京

[出版物 連載]

○　GA JAPAN :「ロボットはコンピュータの夢をかたちにするか？」, 2014.3 - 連載中

[担当作品 主な受賞]

○　NBF 大崎ビル（旧ソニーシティ大崎）/ 日本建築学会賞 2014

○　神保町 SFⅢ オフィスビル / 2011 年度 グッドデザイン賞、日本建築学会作品選集 2013、第８回日本建築家協会優秀建築選

形を決めないカタチの設計図

竹中司 [1)]，岡部文 [2)]
1) 豊橋技術科学大学 研究員，takenaka@ans-studio.com
2) 豊橋技術科学大学 研究員，okabe@ans-studio.com

1 はじめに

コンピュータの原型である理論が生まれたのは、今から８０年近く前の１９３６年のことである。計算可能な問題はすべて「0」「1」の2進法で表現できるとする画期的な考え方は、私たちを高度な計算の世界へと導いてきた。コンピュータが保有する高い計算能力、早い処理能力、広大な記憶能力は、物事の利便性を向上させただけではなく、かつては理解が難しかった多くの難題を解き明かしてきた。そしてここ数年、ロボット技術の進化により、我々は計算世界と物質世界をシームレスにつなぐことの出来る究極の道具を手に入れようとしている。

本論文では、そうしたテクノロジーの背景を踏まえた上で、計算界における建築形態の扱い方とはどのようにあるべきなのか、形の生成原理に立ち戻って考えてみようと思う。

2 背景：計算の世界

2.1 計算世界の誕生

計算世界の可能性が開けたのは、１９３６年まで逆上る。当時２４歳だったアラン・チューリングが「計算可能数についての決定問題への応用」と題した論文で、「思考を形式化する」という行為について理論を展開したときのことである。そして、計算可能な問題はすべて形式化できるという非常に革新的な理論のもと開発されたのが、ロジカルコンピューティングマシンであった。ロジカルコンピューティングマシンとは、ルールと、これを「0」「1」でメモリすることの出来るテープ、メモリを読み取ることの出来るヘッド、さらにはルールに対応するマシンの記録動作によって構成された仮想マシンである。その後、チューリングはこのマシンの進化形である万能チューリングマシンを生み出し、現在私たちが使っているコンピュータの原型となる理論を世に送り出したのだ。コンピュータは、「0」「1」だけの単純な世界が生み出した、人類の歴史の中で最も万能な道具だと言えるだろう。

2.2 知能の計算化

そんな計算世界の可能性の拡大は、とどまることを知らない。人工知能の分野においては、コンピュータの能力を用いて人の脳に対抗できる知能を開発しようと様々な研究が進んでいる。「0」「1」の単純な世界が、自然界が生み出した最大の発明である「知能」をも再現しようというのだから驚きだ。

もっとも、計算機器の知能化については、チューリングが既に予言していたことであった。「私は、『機械は思考できるか？』という命題について考察することを提案する」という衝撃的な一節で始まるのは、１９５０年にチューリングによって発表された論文「Computing machinery and intelligence（計算する機械と知性）」である。姿も形も表していないコンピュータという機械が、やがて人のように思考できる能力を持ちうるかもしれない。チューリングは、後に誕生した人工知能の分野で広く知られることとなる理論を展開し、これを哲学雑誌「Mind」に投稿したのだった。

そして事実、コンピュータのめまぐるしい進化によって脳のメカニズムの解明が進むとともに、人工知能が人間の意識に相当する能力を持ちうるとした研究が、各国で進められているのである。

3 形の計算化

3.1 形の捉え方

自然界の最大の発明とも言える「脳」。このメカニズムさえも解き明かし、さらには新たな脳を創りだそうとする計算世界の可能性はとどまることを知らない。

一方で、建築界におけるコンピュータの役割はどうだろうか。脳の中に浮かんだイマジネーションを描き出すという魅力的な行為を担っているにも関わらず、コンピュータの役割は未だ手書きの図面を電子化するという単純な仕事を任されるにとどまっている。つまり、私たちが日常の設計業務において用いている計算の能力は、手書きの図面の代用としての道具としか認識されて来なかったのだ。だが、画面上に描かれた形の裏には、計算の

世界が広がっているということを忘れてはならない。そして、その能力は、単なる電子化の作業に留まらず、高度な力を秘めているということに気づくべきだろう。

近年の BIM (Building Information Modeling) の普及は、モノを描くだけではなく、コンポーネントに情報を付帯し、形態をパラメトリックに扱おうとする新しい手法を提示してきた。しかし、形自体の描き方にはなんら変化はない。描くという行為が、頭の中で思考された自由なイマジネーションを表現することであるとすれば、計算界における形の扱い方をもう一度考えなおしてみる必要があるのではないだろうか。

3.2　シェイプ・グラマー

そもそも、形とはなんだろうか。形を描く行為とは、具体的にどういった操作を示すのだろうか。そうした疑問のもと、形を描く行為を計算の力で解明しようと試みた興味深い研究がある。それがシェイプ・グラマーという考え方である。

シェイプ・グラマーは、１９７２年にジョージ・スタイニーとジェームス・ジップスによって定義された。彼らはチョムスキーが唱えた句構造文法を応用し、文章が言葉と文法によって組み立てられるように、形も文法で構成できるのではないか、とする理論を展開した。

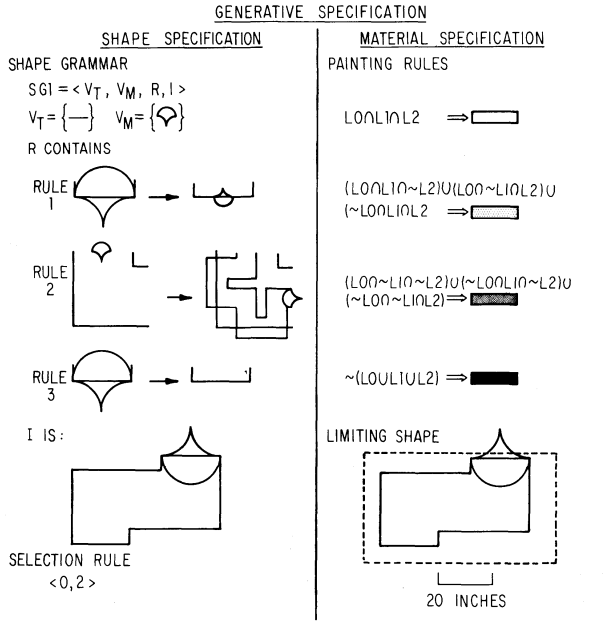


図１　ジョージ・スタイニーとジェームス・ジップスによる形の生成指示書

シェイプ・グラマー（形態文法）とは、形の構成構造を生み出すルールを示す。具体的には、形を構成する要素同士の関係性を記述したものである。要素とは、壁や柱といった機能を付帯するエレメントを意味する場合と、点線面といった幾何学的要素を示すことがある。これとスキーマ・グラマー（図式文法）を組み合わせることで、ジェネレーティブ・スペシフィケーション（形の生成指示書）が完成すると定義されている。

とりわけ注目したいのが、スキーマ・グラマーの考え方である。スキーマ・グラマーとは、先に定義された形が全体としてどのように「ふるまうか」を記述した全体を構成するためのルールだ。例えば、下図は葉のイメージを定義したシェイプ・グラマーと、その葉のふるまい方を記述したスキーマ・グラマーによって生成されたパラメトリックな形態モデルである。シェイプ・グラマーによって定義された形の方程式が、周囲の環境変化に呼応してどのようにふるまうかを規則化したものである。

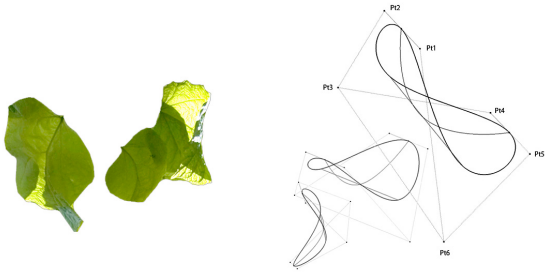


図２　葉の形を定義したシェイプ・グラマー

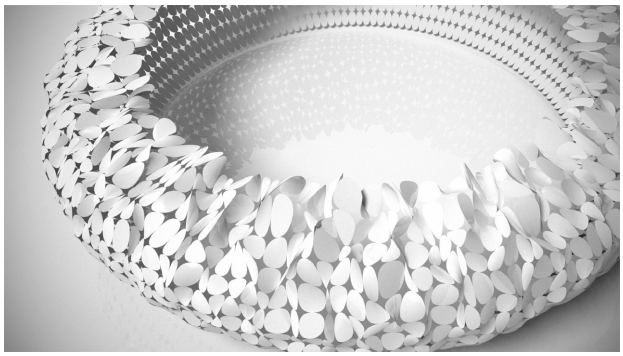


図３　葉のふるまいを定義したスキーマ・グラマー

形態を描くときに、形自身を操作するのではなく、形の裏に隠れたルールに着目する。計算の力は、決められた形をトレースする能力ではなく、要素同士の関係性からカタチの集合値を導くことに活用される。拘束条件や

規則性によってその特徴を保ちながらも、外部の変化に柔軟に変容するその姿は、頭の中の自由なイマジネーションが描き出す柔軟であいまない形にとても似通っているように感じられる。

形を変容するカタチとして動的に扱うこの手法は、完成形を描こうとしてきた従来の設計とは全く異なっている。そこには、「形を決めないカタチの設計図」が存在しているのだ。そして、この計算世界の特徴を活かした設計手法は、建築設計のあり方を再構築する大きな可能性を秘めていると言えるだろう。

4 計算化する道具

4.1 グラスホッパー

形態を画面上に直接描くのではなく、要素間の関係性の集合値として描き出すことの出来る道具のひとつに、3D-CAD ソフト Rhinoceros（ライノセラス）のプラグイン Grasshopper（グラスホッパー）がある。アルゴリズミックデザインのためのツールとして頻繁に活用されるようになってきている。一見、複雑で有機的な形態を描き出すツールとして思われがちだが、完成形の形態の評価ではなく、形態生成プロセスの観点から眺めてみると、非常に興味深い道具であるといえる。形の生成手順を視覚化し、計算の手順をダイアグラム化した、これまでの形の扱い方とは異なっている点に気付かされるだろう。

単なるプログラム言語の可視化に留まらず、形態をプロセスから導くツールとして、更なる進化を期待したい。

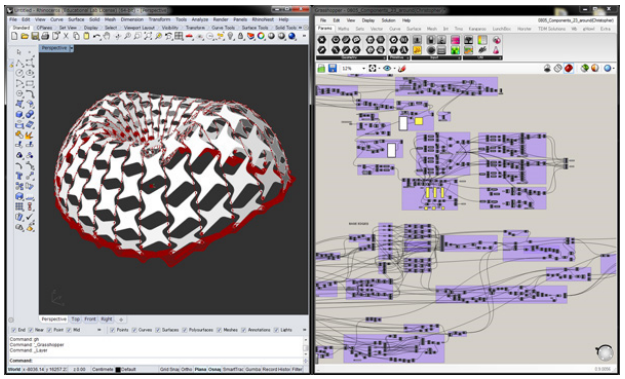


図 4　グラスホッパーを用いて描かれた形

4.2 道具の開発

従来の設計プロセスおいて、頭の中の思考を可視化する手続きに最も近いのが、「スケッチする」という行為ではないだろうか。繰り返し手を動かしながら、自らのアイディアを納得のゆく形へと導こうとする試行錯誤のプロセスだ。変容する多様な条件を整理しながら、ひとつひとつの関係性を描き出すことで、頭の中のイマジネーションを可視化する手続きでもある。

こうして多くの時間を有した魅力的なスケッチの数々が、手書きの図面や CAD、あるいは BIM によって作図され、形として記録される。問題は、その行程において魅力的な思考のプロセスが、欠落してしまっている点である。完成した形態のみが記録され、形の背後にある最も重要な意味性がすっぽりと抜け落ちてしまっている。つまり、形態生成のプロセスがどんなに異なっていようと、立方体は、すべて同じ立方体なのである。

こうした問題は、飛躍的に進化を遂げた今日の CAD であっても、解決には至っていない。これを解決するひとつの糸口となるのが、先に述べたシェイプ・グラマーという考え方なのではないだろうか。計算の力を用いて、頭と手の協奏とも言える思考のプロセスを記録する手続きこそが、シェイプ・グラマーの本質なのである。

今日のコンピュータの進化によって、これまで扱うことの難しかった思考の情報を記録する。さらに、形態をジェネレーティブ・スペシフィケーション（形の生成指示書）によって定義し、これを思考のプロセスで扱うことによって「形を決めないカタチの設計図」が成立するのである。この新しい形態の扱い方は、設計プロセスを計算世界における思考のプロセスとして扱うことを許容する。こうした形を決めないカタチの扱い方は、今後、建築設計や空間の生成原理においても大きな可能性を導くと期待される。

参考文献

1) Okabe, A., Takenaka, T. and Wojtowicz, J. : Beyond Surface. Critical Digital, What Matters(s)?. Cambridge, 195-204, 2008
2) Rheingold, H. : Tool for Thought, MIT Press: Cambridge, 1985
3) Stiny, G. and Gips, J. : Shape Grammars and the Generative Specification of Painting and Sculpture. In Freiman, C.V. (ed.) Information Processing 71, Amsterdam: North-Holland, pp. 1460-1465, 1972
4) 竹中司，岡部文：ロボットはコンピュータの夢をかたちにするか？, GA JAPAN, No.136, pp.56- 60, 2015

■一般講演

ESO 法を用いた骨組構造物のダンパー配置

山崎進一[1)]，松本慎也[2)]，藤井大地[3)]
1)近畿大学大学院システム工学研究科大学院生，大学院生
2)近畿大学工学部建築学科，准教授，博士（工学）
3)近畿大学工学部建築学科，教授，博士（工学）

1 はじめに

近年，建物の地震に対する安全性を確保する方法として，建物の骨組構造に地震エネルギー吸収装置（制震ダンパー）を設置する制震構造が増えている．このような制震構造は，新築建物だけでなく，現行の耐震基準を満たさない既存不適格建物の耐震補強にも用いられている．このような制震構造では，建物頂部または第一層に集中的に制震ダンパーを配置する方法もあるが，一般的には構造体の各層に分散的に制震ダンパー配置する層間設置型がよく用いられる．この層間設置型では，制震ダンパーの配置方法として，連層配置，市松配置，下層集中配置，複数層への分散配置など様々な配置方法がある．また，構造用の条件とは別に，建物の用途や計画上の理由によって，ダンパーを設置できる空間が制約されることがある．したがって，制震構造の設計において，制震ダンパーの適切な配置を見つけることは容易ではない．特に，ダンパーの設置場所や設置数に制限がある場合，効果的な制震ダンパーの配置には，豊富な設計経験と解析的な試行錯誤が必要となる．

このような問題を解決するため，有効な制震装置（ダンパー）の配置を求める方法がいくつか提案されてきた[1-6]．しかし，ダンパー配置の組み合わせパターンは，対象となる建物の規模に応じて指数状に増加するため，建物の規模が大きくなると有効な配置を求めることは容易ではない．したがって，既往の研究の多くは，解析にせん断質点系モデルを用いて，各層の最適なダンパー投入量の検討を行っているに過ぎない．しかしながら，ダンパーの配置には，市松配置等に見られるように，骨組構面内の配置計画も重要となる場合がある．特に，既存不適格建物の耐震補強では，劣化等により構面内に剛性（強度）のばらつきがある場合も考えられるため，このような問題にも対応できるような配置手法が望まれる．これに対して，藤井[7)]は，解析上，すべての設置可能箇所に制震ダンパーを配置し，数理計画法による位相最適化手法を用いて，ダンパーの有効な配置を求める方法を提案している．しかし，動的解析にこのような方法を適用するには，感度解析が難しく，ここでは地震力を静的な外力（Ai 分布）に置き換える方法を用いている．したがって，この方法は，制震ダンパーの最適配置が耐震ブレースの最適配置と同等であるという仮定に基づいた方法であり，長周期地震動等の地震波の特性を考慮することができない．

そこで，本論文では，同じグランドストラクチャ法に，感度解析が必要ない ESO 法（Evolutionary Structural Optimization）を適用し，地震加速度を用いた時刻歴応答解析により，制震ダンパーの最適配置を求める方法を提案する．本方法は，まず，ビルの骨組構面上のすべての配置可能箇所にダンパーを配置し，次に，この骨組構面の動的応答解析によって各ダンパーの累積減衰エネルギーを計算し，この減衰エネルギーの小さい順にダンパーを除去していくという非常に単純な方法である．

2 比較に用いる静的解析による制震ダンパーの配置法

比較に用いる文献 7)の手法は，図 1a に示すように，まず，設計上すべての設置可能箇所に制震ダンパーを配置する．次に，図 1b に示すようにすべてのダンパーを剛性部材に置き換える．次に，このダンパー置換部材の剛性を設計変数とし，静的な地震力（Ai 分布の地震層せん断力）に対する応力解析（有限要素解析）を行う．そして，骨組全体の剛性が最大となるように，ダンパー置換部材の剛性を最適化する．この場合，図 1c に示すように，必要なダンパー置換部材の剛性は大きくなり（部材が太くなり），不必要なダンパー置換部材の剛性は小さくなる（部材が細くなる）．このようにして得られたダンパー置換部材の剛性分布から，図 1d に示すようにダンパー配置位置を決定する．

次に，ダンパー置換部材の剛性を最適化する方法について説明する．なお，本論文では，すべてのダンパー配置可能位置に剛性部材を配置した構造をグランドストラクチャと呼ぶ．

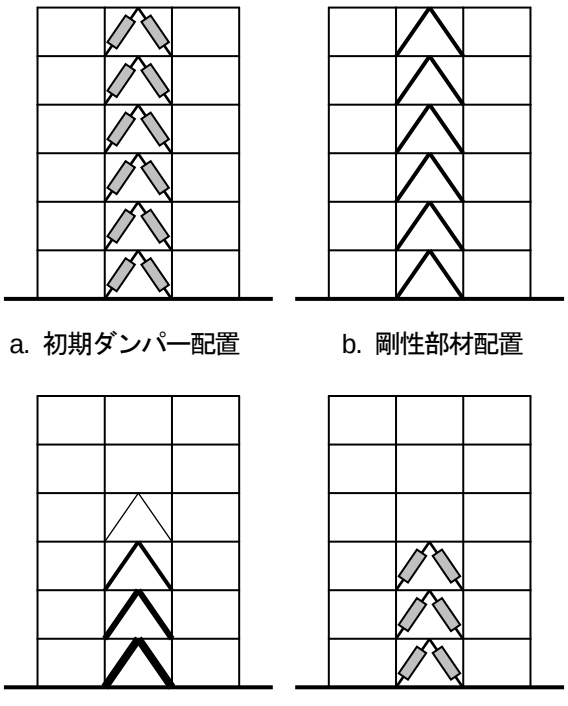
まず，本問題では，グランドストラクチャのダンパー置換部材の剛性を評価するために，i 番目のダンパー置換部材の密度を ρ_i とし，ダンパー置換部材の要素剛性マトリクス $\mathbf{k}_i$ ⊥ を次式で表すものとする [8,9].

$$\mathbf{k}_i = \rho_i{}^p \mathbf{k}_i^0 \qquad 0 < \rho_i \le 1 \tag{1}$$

ここに，$\mathbf{k}_i^0$ は初期の要素剛性マトリクス，p はベキ乗の係数であり，1 以上の値を与えることにより，大きい密度はより大きく，小さい密度はより小さく評価される．ただし，[文献7)] では，密度の上限は制約していないが，ここでは上限を 1 に制約している．これは，本論文の解析では，ダンパーを 1 種類にしているため，ダンパー（置換部材）の性能を均一化するためである．したがって，4 章の解析例の結果は[文献7)]とは異なることに注意されたい．

このとき，ダンパー置換部材の剛性を最適化する問題は，設計変数 $\boldsymbol{\rho} = \{\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_i, \cdots, \rho_N\}$ に対して，質量制約下でコンプライアンスを最小化する次の問題として定式化される [8,9].

$$\begin{aligned} &\min \quad C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{d}^T \mathbf{f} \\ &\text{subject to} \quad m(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N} \rho_i A_i l_i \le \bar{m}, \quad 0 < \rho_i \le 1 \quad (i = 1, \cdots, N) \end{aligned} \tag{2}$$



a. 初期ダンパー配置　　b. 剛性部材配置

c. 置換部材の最適剛性　　d. ダンパーの最適配置

図 1　比較手法の概要

ここに，C はコンプライアンス，$\mathbf{d}, \mathbf{f}$ は節点変位ベクトルと節点外力ベクトル，$\mathbf{K}$ は全体剛性マトリクス，m は質量，N は要素数，A_i, l_i は i 番目要素の断面積と長さ，$\bar{m}$ は質量の制約値を表す．

本論文では，(2)式の最適化問題を CONLIN 法 [8,9]を用いて解く．ただし，CONLIN 法の改修計算回数は 40 としている．

3 ESO 法を用いた動的解析による制震ダンパーの配置法

ここでは，初期の ESO 法 [10]の考え方にもとづき，非常にシンプルな計算アルゴリズムを提案する．

まず，グランドストラクチャは，2 章の図 1a と同様に，設計上すべての設置可能箇所に制震ダンパーを配置する．ただし，ここでは，図 1b のような剛性部材の置換は行わず，図 1a に対して，動的地震応答解析を繰り返す．そして，各ステップで，各ダンパーの減衰エネルギーを計算し，これを指標として不必要なダンパーを除去し，最終的に図 1d のような最適配置を求める．具体的な解析の流れは以下のようになる．

① グランドストラクチャの地震応答解析を行い，各ダンパーの累積減衰エネルギーを計算する．なお，(1), (2)式と同様の表記を用いれば i 番目ダンパーの累積減衰エネルギー E_i は次式により計算される．

$$E_i = (1/2) \int_0^t \left(\dot{\mathbf{d}}_i^{eT} \rho_i \mathbf{c}_i^0 \dot{\mathbf{d}}_i^e \right) dt \tag{3}$$

ただし，$\mathbf{c}_i^0$ はダンパー要素の初期減衰マトリクス，$\dot{\mathbf{d}}_i^e$ は i 番目要素の節点速度ベクトル，t は解析時間である．また，要素密度 ρ_i は，残存しているダンパー要素は 1 とし，除去要素は 0 とする．なお，ここでは，ダンパーは粘弾性ダンパーとし，地震応答解析には平均加速度法を用いる．また，(3)式の時間積分は，単純に平均加速度法の各時間ステップの減衰エネルギーを加算することによって求める．

② ダンパーの要素番号を累積減衰エネルギーの小さい順に並べる．

③ 最も累積減衰エネルギーの小さい要素番号のダンパーをグランドストラクチャから除去する．なお，同じ累積減衰エネルギーのダンパーが複数ある場合は，複数除去する．（これは対称性を保つための処置でもある．）

④ すべての設計対象要素が目標のダンパー数に達するまで①～③を繰り返す．ダンパー数 0 になるまで行

うことも可能.

⑤ 表示ソフト（本論文では MicroAVS を用いている）を用いて，すべての除去ステップを参照し，目標とする最大応答値以下となるダンパー数とダンパー配置を確認し，選択する.

以上のプロセスを図 2 の簡単な例題で再現してみる. 図 2 には，すべての除去ステップを MicroAVS で表示した結果を示している（上記プロセス⑤）. なお, この場合, 対称問題であるため，ダンパーは各ステップ 2 本ずつ除去されている.

以上のように，本手法は，非常に単純な方法であり，図 2 の結果を見ることで，ダンパーは下層に配置する方が効果的であることがわかる.

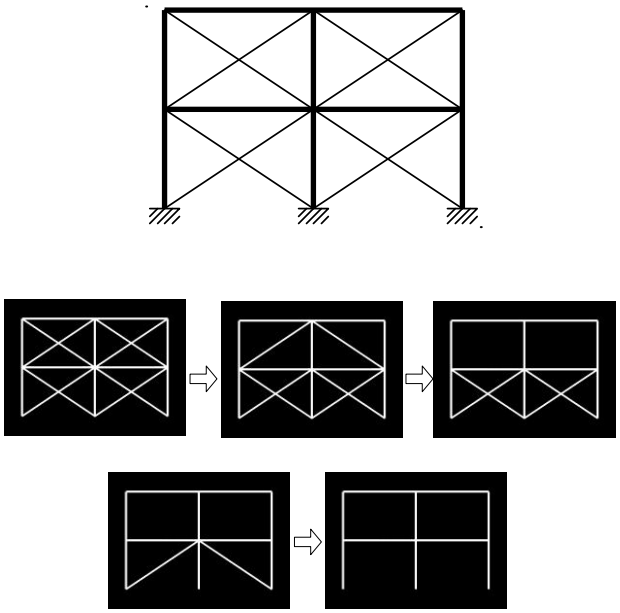


図 2　ESO 法による制震ダンパーの除去過程

4 解析例

ここでは，３章で提案した単純な手法（提案手法）によって有効な解が得られるかどうかを，一般的に用いられる構造体の各層に分散的に制震ダンパー配置する層間設置型（連層配置，市松配置，下層集中配置，複数層への分散配置など）及び２章に示す数理計画法にもとづく手法（比較手法）との比較により検証する.

図 7 は，文献 11)に示される鉄骨造事務所ビルの構造設計例を参考に作成した解析モデルである．本モデルでは，すべての層にブレース型ダンパーが配置できるものとし，グランドストラクチャを作成している．表 2 は，解析に必要となる梁，柱の断面積Ａと断面 2 次モーメントＩを示したものである. ただし, ヤング係数は 2.05×10^{8} k N/㎡としている.

時刻歴応答解析に使用する地震波は,表1に示す東北地方太平洋沖地震に対する観測点記録と位置から神奈川，宮城,福島の観測波を使用する.さらに短周期の地震動として ElCentro,長周期地震動として十勝沖地震の苫小牧での観測波による解析を行い合計5つの地震波を使用する. 図 3 は，MYG006（宮城），KNG206（神奈川），FKS020（福島）の地震波の変位応答スペクトルを示している. ただし，ここでは 1 質点系の減衰定数は 5%として計算している．また，図中の点線で示しているものは，長周期地震動として有名な 2003 年 9 月 26 日の平成 15 年十勝沖地震の苫小牧で観測された地震波（HKD129：Max.acc.=72.918gal, Direction=EW, Duration time=290sec）の変位応答スペクトルを示している.

図に示されるように，MYG006，KNG206，FKS020 については，HKD129 に見られるような右肩上がりの傾向は示していない．また，TKY017 に関しては，やや右肩上がりとはなっているが，短周期側にもかなり大きな応答があり，典型的な長周期地震動とは傾向が異なる.

図 4，5 は，MYG006，KNG206，FKS020，HKD129 の速度応答スペクトルと加速度応答スペクトルを示したものである．これらの図を見ても，大きな変位を生じさせた地震波の特性は，長周期地震動とは異なっていることがわかる．また，MYG006，KNG206， FKS020 の 3 波は，いずれも短周期側に速度および加速度のピークがあり，変形は，短周期よりの大きな地震エネルギーによって引き起こされたと考えられる.

表1　観測点記録と位置

Station code（県名）	Max.acc. (gal)	Direction	Duration time（sec）
MYG006（宮城）	571.498	EW	300
KNG206（神奈川）	367.516	EW	300
TKY017（東京）	218.956	NS	300
FKS020（福島）	241.48	NS	300
Elcentro	341.7	NS	300
HKD129（苫小牧）	72.918	EW	290

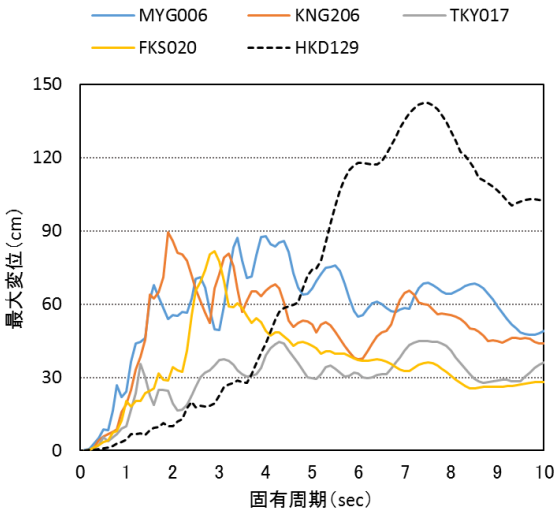


図 3　変位応答スペクトル

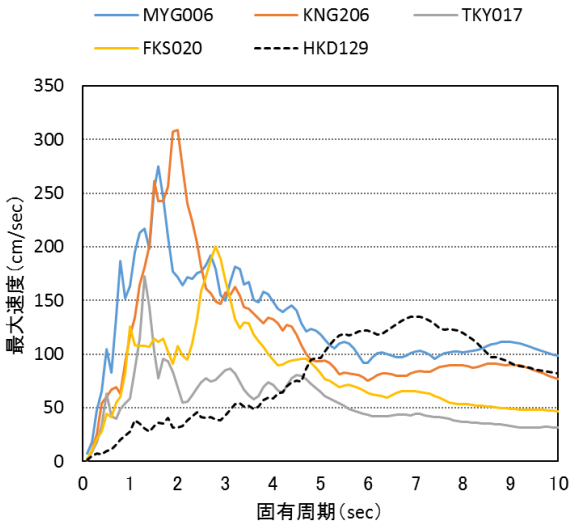


図 4　速度応答スペクトル

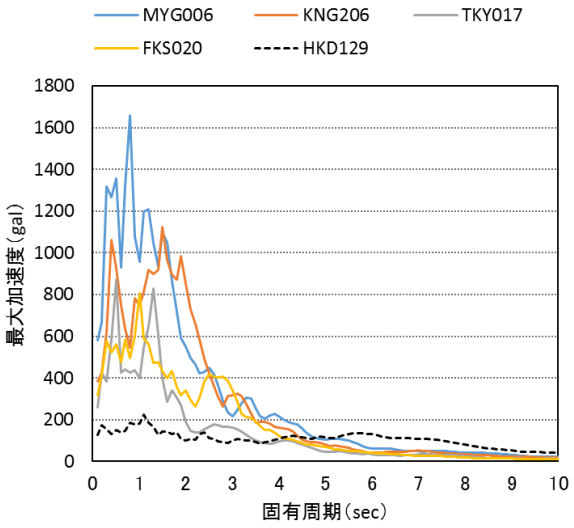


図 5　加速度応答スペクトル

図 9 は，2 章に示すグランドストラクチャ法で，置換ブレース材の最適太さ（密度）を求めたものを参考に，ブレース型ダンパーを配置した動的解析モデルである．

次に，図 8 は，図 10 の解析結果の有効性を検討するために作成した比較モデルである．なお，各モデルのダンパーの総減衰量が同一になるようにダンパーの減衰値を設定している．

表 3 は，図 7～9 の解析モデルに対して，時刻歴地震応答を行った結果である．表では，ダンパーを配置しない場合の骨組の最大応答値を基準とした最大応答比率（%）が示されている．表より，地震波によっては，提案手法の配置モデルが，他のモデルの最大応答に比較して必ず最小になっている，しかし最大速度と加速度に関しては必ずしも最小の値になっていないが,概ね最小あるいは最小値に近い値となっていることがわかる．

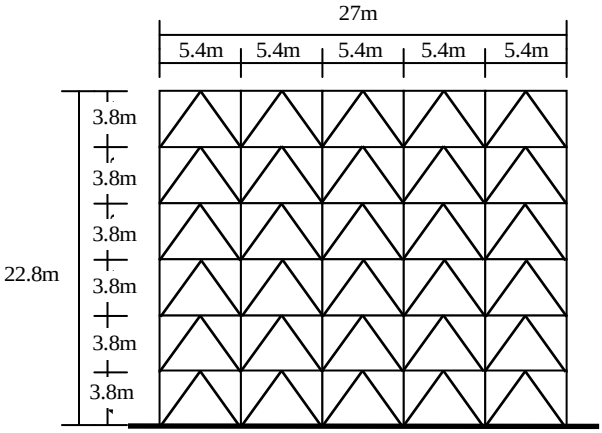


図 6　解析モデル

表 2　解析モデルの部材断面諸元

		部材断面寸法（㎜）	A（m^2）	I（m^4）
梁	1F	700×200×14×2	2.38×10^{-2}	1.74×10^{-3}
	2F	700×200×14×2	2.09×10^{-2}	1.08×10^{-3}
	3F	600×200×12×2	1.92×10^{-2}	9.90×10^{-4}
	4F	600×200×12×2	1.57×10^{-2}	8.20×10^{-4}
	5,6F	600×200×12×1	1.40×10^{-2}	7.30×10^{-4}
柱	1,2F	450×450×25×1	3.87×10^{-2}	1.09×10^{-3}
	3～6F	450×450×19×6	3.09×10^{-2}	9.22×10^{-4}

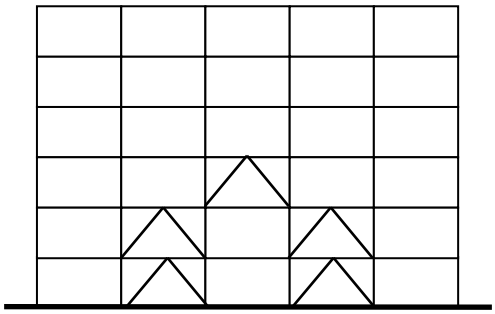


図 7　比較手法の解析結果

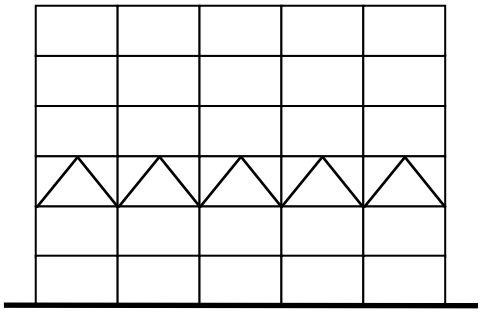
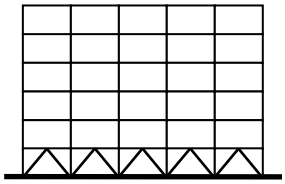
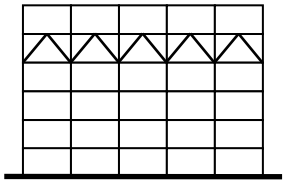


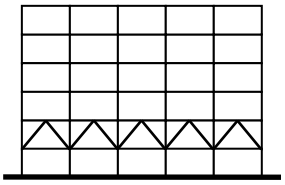
図 8　提案手法の解析結果



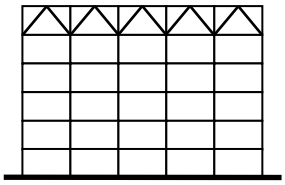
モデル 1



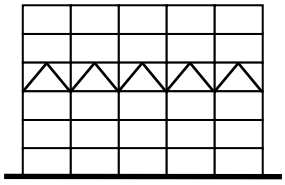
モデル 4



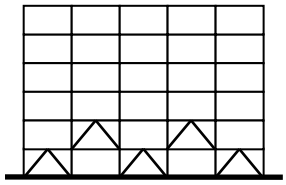
モデル 2



モデル 5



モデル 3



モデル 6

図 9　比較モデル

表 3　ダンパー配置における最大応答の比較

ElCentro	最大変位	最大速度	最大加速度	最大変形角
提案手法	74.9%	78.2%	84.5%	73.9%
比較手法	79.3%	81.4%	82.8%	79.1%
モデル 1	83.3%	84.4%	84.9%	83.6%
モデル 2	78.6%	81.1%	82.9%	78.7%
モデル 3	78.5%	80.2%	81.8%	78.6%
モデル 4	85.4%	85.4%	82.7%	86.8%
モデル 5	94.1%	93.3%	90.5%	95.2%
モデル 6	81.2%	82.9%	83.5%	81.2%

KNG206	最大変位	最大速度	最大加速度	最大変形角
提案手法	70.9%	65.1%	72.8%	69.6%
比較手法	75.7%	69.8%	77.5%	75.3%
モデル 1	79.1%	73.5%	80.8%	78.8%
モデル 2	74.6%	68.6%	76.5%	74.3%
モデル 3	74.2%	68.3%	75.9%	74.1%
モデル 4	81.0%	76.4%	82.3%	81.6%
モデル 5	91.6%	89.8%	92.2%	92.1%
モデル 6	77.4%	71.5%	79.2%	77.0%

MYG006	最大変位	最大速度	最大加速度	最大変形角
提案手法	72.4%	76.0%	72.7%	72.3%
比較手法	76.6%	80.0%	76.3%	77.7%
モデル 1	80.6%	83.8%	80.3%	82.2%
モデル 2	77.2%	74.6%	79.7%	76.2%
モデル 3	76.2%	79.5%	76.1%	77.6%
モデル 4	82.9%	85.8%	82.4%	79.5%
モデル 5	92.3%	94.8%	89.7%	94.3%
モデル 6	78.5%	81.8%	78.2%	79.8%

FKS020	最大変位	最大速度	最大加速度	最大変形角
提案手法	66.9%	63.6%	69.3%	65.1%
比較手法	72.0%	69.2%	74.8%	70.9%
モデル 1	77.2%	74.6%	79.7%	76.2%
モデル 2	79.4%	85.2%	93.5%	76.3%
モデル 3	71.6%	68.1%	74.5%	70.6%
モデル 4	76.4%	75.2%	73.1%	76.1%
モデル 5	92.2%	90.8%	91.1%	92.9%
モデル 6	74.4%	71.7%	77.1%	73.4%

HKD129	最大変位	最大速度	最大加速度	最大変形角
提案手法	83.6%	93.0%	97.8%	87.4%
比較手法	88.7%	89.3%	86.7%	85.0%
モデル1	91.3%	88.6%	88.0%	88.9%
モデル2	87.8%	91.7%	88.7%	85.3%
モデル3	87.7%	88.8%	92.5%	86.9%
モデル4	93.8%	86.1%	86.2%	91.0%
モデル5	98.2%	88.8%	91.9%	96.2%
モデル6	90.1%	89.1%	86.2%	87.3%

5 まとめ

本論文では, グランドストラクチャ法に初期の ESO 法の考え方を適用した骨組構造の制震ダンパー配置手法を提案した．そして，提案手法により得られる解と従来の静的解析でダンパー置換剛性部材の材料密度を連続的に変化させて最適位相を求める方法（比較手法）との解を比較し，提案手法の有効性を検証した．その結果以下のような結果が得られた.

骨組構面の制震ダンパーの最適配置問題では，同じダンパー本数で均一性能として比較した場合，提案手法の方がより最大応答変位を低減できた．ただし，地震波によっては, 最大速度と最大加速度に関して必ずしも最適解がでなかったが, 概ね小あるいは最小値に近い値となっていることがわかる.

以上の結果より，本手法は，すべての場合に必ずしも最適配置を与えるものではないが，構造設計に対して，明確な提案を与えることができることがわかった.

今後は，以上の方法により高層ビルの解析を行い,3 次元骨組への拡張,有効性の検討を行う予定である.

参考文献

1) Takewaki, I. : Optimal damper placement for minimum transfer functions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.26, pp.1113–1124, 1997
2) 加地孝敏，皆川洋一：遺伝的アルゴリズムを用いた制震壁の最適配置，日本建築学会大会学術講演梗概集（東北），pp.355-356，2000.9
3) 仁平瑛士，朝比奈大輔，北嶋圭二，中西三和，安達洋：遺伝的アルゴリズムに基づいたパッシブエネルギー吸収部材の最適配置に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），pp.1063-1064，2005.9
4) Lavan, O., Levy, R.: Fully stressed design of passive controllers in framed structures for seismic loadings. Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.32, pp.485–498, 2006
5) 寒野善博：整数計画を用いたせん断型構造物モデルにおける粘性ダンパーの最適配置法，日本建築学会大会学術講演梗概集（北海道），p.20218，2013.8
6) 川上雄平，吉富信太：建築構造物の動的応答を考慮した高精度縮約モデルを用いたオイルダンパーの最適配置法，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），p.21358，2014.9
7) 久保和毅，藤井大地，大田和彦，野中哲也：骨組の位相最適化手法を用いた制震ダンパーの最適配置，近畿大学工学部研究報告，No.44，pp.53-58，2010
8) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文：グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 633 号，pp.1967-1973，2008.11
9) 藤井大地：建築デザインと最適構造，丸善，2008
10) Xie, Y.M., Steven, G.P. : Evolutionary Structural Optimization, Springer, 1997
11) 島津孝之（編），中山昭夫，高松隆夫，森村　毅共著：鋼構造［第２版］，森北出版，2005

Hybrid GA および弾塑性応答解析を用いた制振改修におけるダンパーの最適設計

藤下和浩 [1)]，スッチュ・ファティーフ [2)]，松井良太 [3)]，竹内徹 [4)]
1)東京工業大学理工学研究科建築学専攻，大学院生，修士(工学)，fujishita.k.aa@m.titech.ac.jp
2)イスタンブール工科大学土木工学科，助教，博士(工学)，fatih.sutcu@itu.edu.tr
3)東京工業大学理工学研究科建築学専攻，助教，博士(工学)，matsui.r.aa@m.titech.ac.jp
4)東京工業大学理工学研究科建築学専攻，教授，博士(工学)，ttoru@arch.titech.ac.jp

1 序

トルコなど諸外国における耐力の小さい既存 RC 建物を対象として，筆者らは笠井ら [1)]の等価線形化法による制振設計手法を応用し，図 1 に示す弾塑性ダンパーと鉄骨フレーム（付加弾性骨組）を用いる制振改修の設計法を提案した [2)]。同手法は制振改修において変形を目標値に抑制する必要ダンパー量を与えることが確認されているが得られるダンパー配置の最適性は確認されていない。他方近年建築構造分野にも GA が応用され [3)]，加藤ら [4)]は並列グリットシステムを用い，立体モデルの弾塑性応答解析結果を GA により評価し，立体トラス鉄塔の最適ダンパー配置を導出しているが膨大な計算コストを要しまだ実務的に用いることのできる手法とは言い難い。

そこで本論では立体モデルの構造特性を表現した比較的計算負荷の少ない多質点せん断モデルを解析対象とし，想定地震波入力時の応答変形を改修における目標値に抑制する設計解で投入ダンパー量が最小となるものをダンパーの最適設計解と定義した上で，最適設計解を HybridGA[5)]により探索する。構築した最適化システムにより得られる入力地震波ごとのダンパーの最適設計解を比較し，入力地震波の位相特性が最適設計解に及ぼす影響を調査する。最後に既論 [2)]で提案した改修設計法による設計解と本論で導く GA による最適設計解を比較し，既往設計法の有用性を確認する。

2 Hybrid GA を用いた最適ダンパー設計法の構築

図 2 に示すように多質点せん断モデル（図 3）の弾塑性応答解析に基づいて評価した解の適合度関数を Hybrid GA（図 4）を用いて最小化し，制振改修におけるダンパーの最適設計解を得る最適化システムを構築する。

2.1 多質点せん断モデルの弾塑性時刻歴応答解析

数値計算手法には Newmark-β 法（平均加速度法, β=1/4），減衰条件には初期剛性比例型減衰 h=0.03 をそれぞれ用い，$P\Delta$ 効果は考慮しない。図 3 に示すように，各部材の復元力特性として既存 RC 架構にはトリリニアの Takeda モデル，付加ダンパーには変位依存型の弾塑性ダンパーを表すバイリニアの完全弾塑性モデルを用いる。弾塑性ダンパーとともに付加する付加弾性骨組は弾性部材とみなす。対象モデルは各層において x 方向のみのせん断ばねを有し，同方向に地震波を入力する。

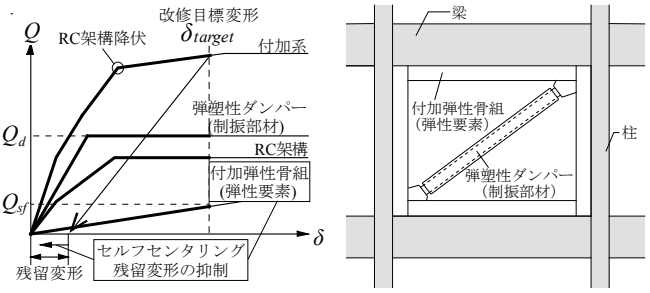


図 1　適用制振改修構法の概要

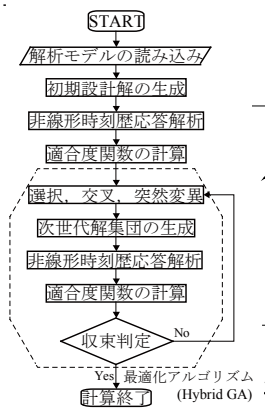


図 2　最適化のフロー

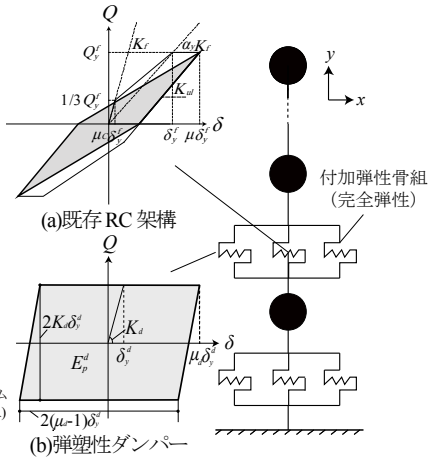


図 3　設計対象の多質点モデル

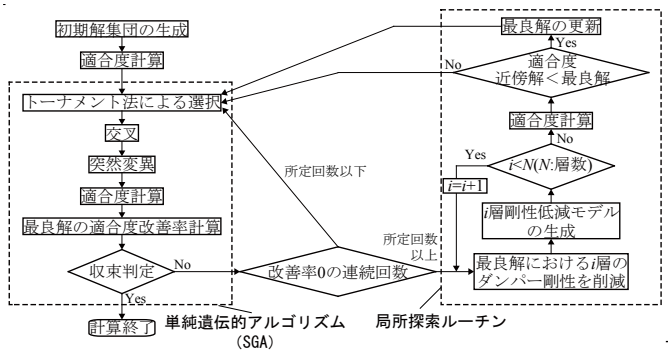


図 4　Hybrid GA のフロー

2.2　最適化計算に用いる最適化アルゴリズム

本論では解候補数の多い設計問題を対象とすることから，大域的な探索を得意とする単純遺伝的アルゴリズム（SGA）に対し，最良解近傍での局所探索ルーチンを加えた Hybrid GA を導入する。

Hybrid GA 中における SGA の選択手法はトーナメント法とし，トーナメントサイズは 2 とする。一様交叉を採用し，交叉率は 0.6，突然変異率は 0.01 とする。各世代の個体数は 5 層モデルで 200 個体，9 層モデルで 400 個体とし，最適化計算において 5 層モデルでは 100 回，9 層モデルでは 150 回連続で適合度関数が更新されない場合，解が収束したものとみなす。上記の GA パラメータに関しては既論 6)を参考に決定する。

局所探索に関しては局所探索ルーチンの発動条件（世代間の最良解の改善率 0 の連続回数）を調節することで局所・大域探索の両立を図る。解空間が大きい問題ほど大域的探索に時間を要すことから，局所探索の発動条件は複数回の最適化計算の試行により，5 層モデルで 2 回，9 層モデルで 10 回以上とした。局所探索においては最良解の解析モデル各層のダンパー剛性を一定量下げた最良解近傍のモデルを層数分（N 層分）生成する。次にそれらの応答解析を行うことにより各層の最大層間変形角を計算し，生成された解のいずれかが制約条件を満たしていれば次世代の最良解を更新する。この操作により GA により世代全個体（400 個体）の適合度評価を行うのに比べて少ない計算量で最良解の近傍を探索できる。

2.3　ダンパー設計解のコード化

改修における各層の投入ダンパー量を 0 と 1 の 2 進数で表現される染色体としてコード化する。まず図 5 に示すように 10 進数の実数により表される各層の投入ダンパー剛性を，100kN/mm 刻みで離散化する。得られた 10 進数を，2 進数で表されるバイナリコード，さらにグレイコードに変換し，遺伝子を左側から順に結合したものを本最適化計算における各染色体とする。

本手法による染色体のコード化において，各層のダンパー剛性の最大格納値 a(kN/mm)は式(1)で表される。

$$a = 100\sum_{k=0}^{n-1} 2^k \tag{1}$$

なお n は染色体において 1 層分のダンパー剛性を表現するために割り当てられた遺伝子長を表す。解析モデルの層数 N とすると染色体の遺伝子長は nN，最適化計算における解候補数は 2^{nN} となり，n を大きくすると解候補数及び最適化の計算負荷は指数的に増大する。本論では扱う問題領域を考慮して n=8 と設定し，各層のダンパー設計解の最大格納値は式(1)より a=25500kN/mm となる。

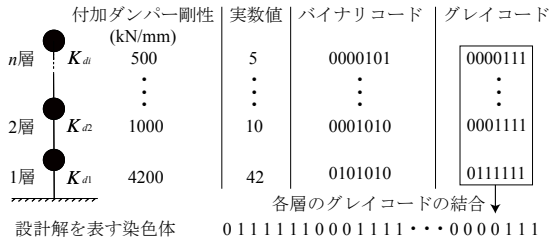


図 5　染色体のコード化

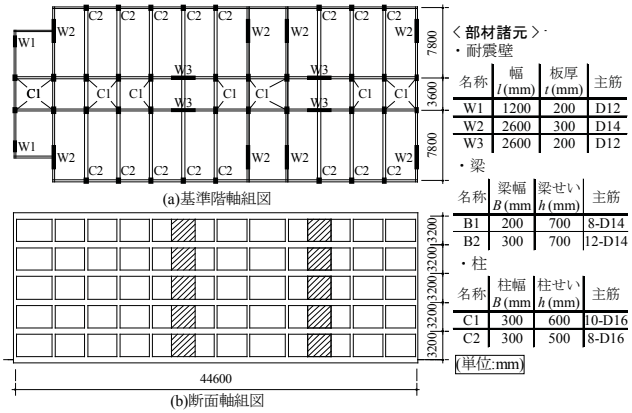


図 6　改修対象建物

2.4　最適化計算における目的関数の定式化

制振改修における設計クライテリアを制約条件とし，投入ダンパー量の最小化を行う。制約条件は応答解析において入力地震波に対する建物各層の最大層間変形角 y_{maxi} が改修の目標層間変形角 y_{target} 以下であることとし，最適化計算における目的関数として，各層の投入ダンパー剛性の総和 K_d^{sum}（ダンパー塑性率は一定）を設定する。各ステップの適合度計算において変形の制約条件を満たさない場合，無限大に近い過大な数を適応度関数 f に与えペナルティを加え致死解とする。以上，本最適化計算における目的関数及び制約条件は式(2)で表される。

$$\begin{aligned} &\text{minimize} \quad f = K_d^{sum} \\ &y_{\max i} > y_{target} \Rightarrow f = f + \lim_{n\to\infty} n \end{aligned} \tag{2}$$

3 Hybrid GA を用いた最適ダンパー設計法の適用

3.1　制振改修における対象モデルと設計条件

解析モデルとして，図 6 に示すトルコの既存学校校舎の静的増分解析に基づく 5 層の多質点せん断モデル（5 層モデル，階高 3.2m）と，同モデルと同等の耐力水準を有する 9 層の多質点せん断モデル（9 層モデル，階高 3.5m）を設定する。加えて 5 層モデルに関しては各層を低剛性とした 1L（1 層が S モデルの 78%の耐力・剛性），

2L（2 層が 85%），3L（3 層が 91%），4L（4 層が 67%）モデルを設定する。これらのモデルは各層の降伏変形角が一律であると仮定し，各層の水平方向に Takeda モデル（α_1=0.22，α_2=0.01）を材料非線形性としたせん断バネを有する多質点モデルとする。各モデルの諸元を表 1，2 に，固有周期を表 3 に示す。各層の剛性が低いため対象モデルの固有周期は略算式に比べ長い。トルコの実在建物は日本の既存 RC 建物に比べ，柱梁の断面が小さく水平剛性・耐力が小さいが，曲げ柱で構成されている靭性型の架構であり，改修における目標層間変形角を RC 架構の降伏を許容した 1/150 と設定する。入力地震波は表 4 に示す人工地震波 BCJ-L2 及び 50cm/s で規準化した観測地震波 6 波を検討する。改修設計においては，降伏層間変形角を 1/830 としたバイリニアの弾塑性ダンパーと付加弾性骨組を用い，両者の剛性比 γ_s は既往の研究 [3)] で有効性が示された 0.05 となるよう配置する。

最適化計算における染色体の遺伝子長及び設計解候補の数は 5 層モデルで 40，2^{40}=1,099,511,627,776 個，9 層モデルで 72，2^{72}=4,722,366,482,869,645,213,696 個と膨大な数となる。

3.2 Hybrid GA によるダンパーの最適設計解

最適化計算により得られた制振改修における各層の最適ダンパー耐力の一部を図 8(a)-(c)に示す。得られる最適ダンパー耐力は入力地震波に大きく依存し，設計用地震波 BCJ-L2 入力時の最適ダンパー耐力は，選定した 6 入力地震波に応じた最適ダンパー耐力の平均値（点線）と近接している。一方，図 8(d)-(f)より各層の最適ダンパー耐力を全層における最大値で規準化した各層の最適ダンパー耐力分布の標準偏差の平均値は各層 0.015 以下と小さく，互いに概ね一致していることが分かる。

また 3 段階の入力地震動倍率（SF）を設定し，入力地震の強さに応じた最適ダンパー耐力を算出する。SF は，最大速度を 50cm/s に規準化した観測地震波と人工地震波原波を SF=1 と設定し，SF=1，1.5，2 の地震に対する検討を行う。図 9(a)に示すように，S モデルの各入力地震動倍率における 7 地震波に対する最適ダンパー耐力分布の平均値は，地震動の強さによらずほぼ一定であることが分かる。改修建物は比較的低層であり，いずれの地震波を入力した場合においても，1 次モードが卓越した変形性状となるため，得られるダンパーの層せん断力分布も同様に 1 次モードに準じたものとなると考えられる。

図 9(b)には 9 層モデルの最適ダンパー耐力分布を示す

表 1　5 層（S）モデル諸元

	初期剛性 K_{fi} (kN/mm)	降伏耐力 Q_{fyi} (kN)	層質量 W_i (t)	降伏変形 δ_{yi} (mm)
5	377.8	1700	540	15
4	644.8	2900	1182	15
3	866.7	3900	1182	15
2	1077.8	4850	1182	15
1	1222.2	5500	1182	15

表 2　9 層（S）モデル諸元

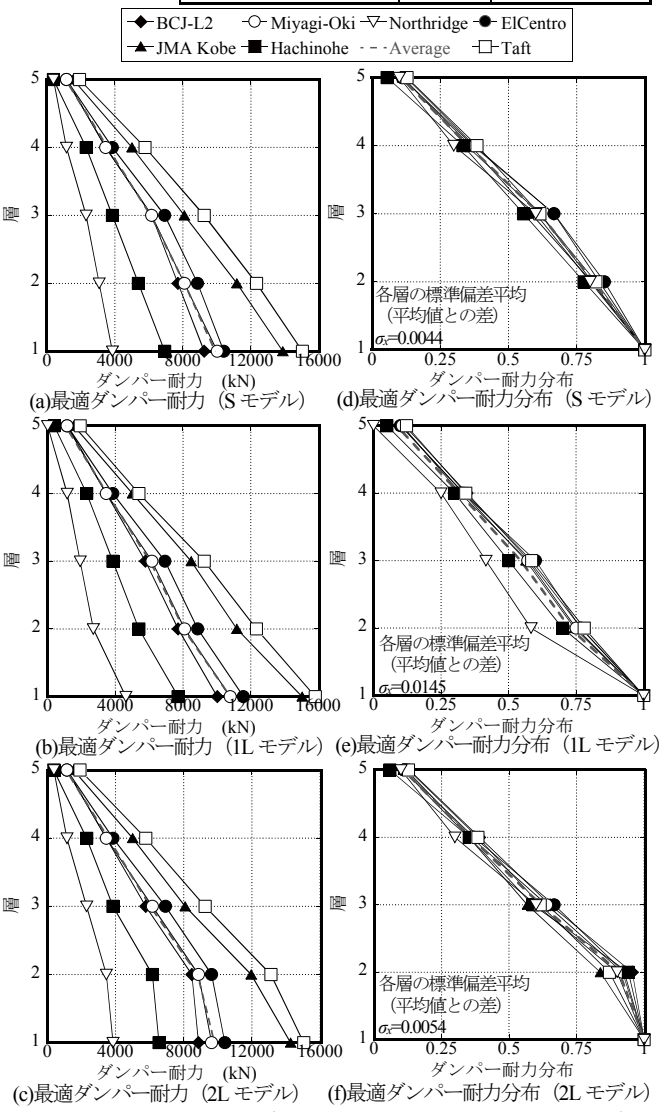
	初期剛性 K_{fi} (kN/mm)	降伏耐力 Q_{fyi} (kN)	層質量 W_i (t)	降伏変形 δ_{yi} (mm)
9	572	3208.92	1940	23
8	714	4648.14	3880	23
7	847	6072.99	3880	23
6	975	7371	3880	23
5	1100	8514	3880	23
4	1219	9252.21	3880	23
3	1324	9810.84	3880	23
2	1421	10188.57	3880	23
1	1513	10575.87	3880	23

表 3　検討モデル固有周期

モデル	T(s)
5層-S	0.69
5層-1L	0.72
5層-2L	0.71
5層-3L	0.7
5層-4L	0.71
9層-S	2.01
9層-1L	

表 4　検討入力地震波

入力地震波	PGA (cm/s^2)	速度規準化倍率 (SF=1.0) (%)
JMA Kobe (N-S)	817.85	54
El Centro (N-S)	341.78	131
Miyagi Oki 1978 (N-S)	206.40	135
Taft-Kent Country (E-W)	174.42	287
Northridge-Sylmar (N-S)	826.80	74
Hachinohe-Tokachi (E-W)	176.58	131
BCJ-L2	355.66	100



(a)最適ダンパー耐力（S モデル）　(d)最適ダンパー耐力分布（S モデル）
(b)最適ダンパー耐力（1L モデル）　(e)最適ダンパー耐力分布（1L モデル）
(c)最適ダンパー耐力（2L モデル）　(f)最適ダンパー耐力分布（2L モデル）

図 8　GA による最適ダンパー耐力，耐力分布（5 層モデル）

が，5 層モデルの最適ダンパー耐力分布と比較すると，5 層モデルに比べ，やや上層の投入ダンパー量の比率が小さく分布は丸みを帯びているものの高さで基準化した場合両者は概ね一致することが分かる。また図 10 に S，1L

モデルにおける入力地震動倍率と各層の最適ダンパー量の総和の関係を示すが，入力地震動倍率の増加に伴い，GA による最適設計解における必要ダンパー量もほぼ一定の倍率で増加する傾向がみられる。

なお卓上 PC における 5 層モデル 1 ケースの最適化の計算時間は，データの長い BCJ-L2 を入力地震波とした場合で半日程度，他の観測地震波の場合数時間程度の所要時間を要す。得られた全ての最適設計解において，各層の最大層間変形角は改修における目標層間変形角 1/150 以下に，残留層間変形角は建物の使用継続性を担保するとされる 1/1000 以下[7]になることを確認している。

3.3 最適化計算における適合度の推移

本検討で導入した Hybrid GA の効果を検討するため，SGA と Hybrid GA での最適化計算における適合度の推移を比較する。図 11 に 5，9 層モデルの一部の解析ケースにおける最適化計算の解収束までの適合度の推移を比較する。図より大域的な GA 探索がスムーズに進んだ図 11(d)の SGA による解を除いて, Hybrid GA を用いた方が局所探索における探索性能が向上し，やや早く最良解に収束していることが確認できる。また最適化計算の複数回試行を行った結果, 解空間の大きい 9 層モデルの解は，5 層モデルに比べ±数百 kN/mm のオーダーでばらつく場合がみられたが概ね一致した。適合度関数の推移が十分収束していることからも，得られた解は少なくとも最適解に近い近傍解には至っていると考えられる。

4 等価線形化法による改修設計解と最適設計解の対応

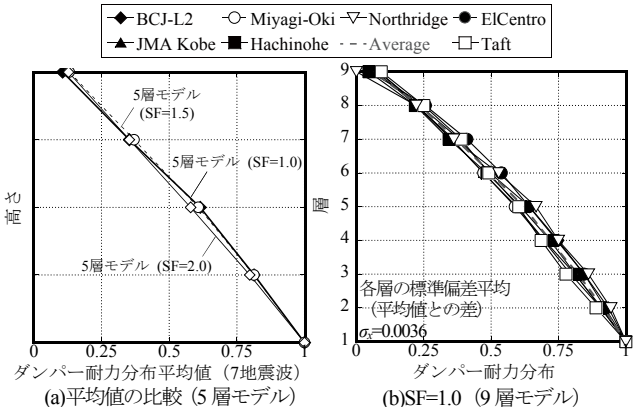
本章では既往の等価線形化法に基づく改修設計手法[2]による設計解（EL 解）と本論における Hybrid GA によるダンパーの最適設計解（GA 解）を比較し，既往の改修設計法と GA による設計解の対応関係を調査する。

4.1 既往の改修設計法の概要

既往の改修設計法[2]では改修対象となる既存 RC 架構の非線形領域の構造特性の線形評価に基づく収斂計算を要さない必要ダンパー剛性の算定手法を提案している。同手法では改修構造物を構成する各系（RC 架構，弾塑性ダンパー，付加弾性骨組）の最大変形が改修後に目標変形 θ_{tar}^{Σ}に一致するという仮定を導入し，得られた割線剛性，等価減衰定数をもとに等価線形化法を適用することで，改修構造物の応答評価を行う。同仮定は厳密には制振改修により適切に系の応答が抑制された時にのみ成立する。同仮定に基づく応答評価により等価一質点モデルの必要ダンパー剛性 r_d が式(3)により求まる。なお式中，h_p^f:RC 架構の等価減衰定数, h_0^f:RC 架構の構造減衰, K_f:RC 架構の初期剛性, p:RC 架構の初期剛性に対する目標変形時の割線剛性の比率，θ_m^f:RC 架構の応答予測値，R:低減係数(=0.6)，μ_d:ダンパー塑性率である。

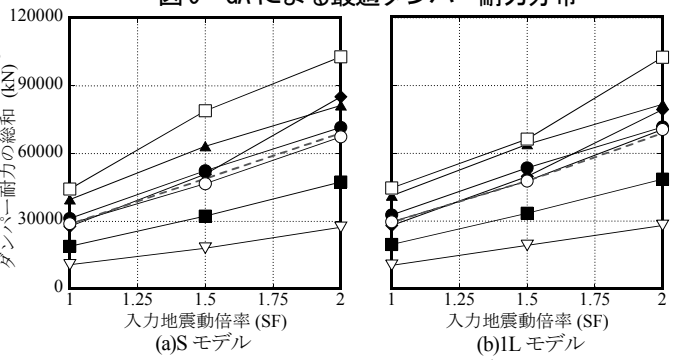
$$K_d = \frac{1+25h_p^f}{1+25h_0^f} \cdot \frac{\mu_d p\left\{\left(\frac{\theta_m^f}{\theta_{tar}^{\Sigma}}\right)^2 - 1\right\}}{(\mu_d\gamma_s+1)+\frac{50R}{\pi}(\mu_d-1)} \cdot K_f \qquad (3)$$

式(3)をもとに多層構造物各層の必要ダンパー剛性を決定するため，得られた r_d を考慮して RC 架構各層の初期剛性に対し比例させてダンパーを配分する剛性比一定手法，また以降に述べる層間変形角一定法を適用する。



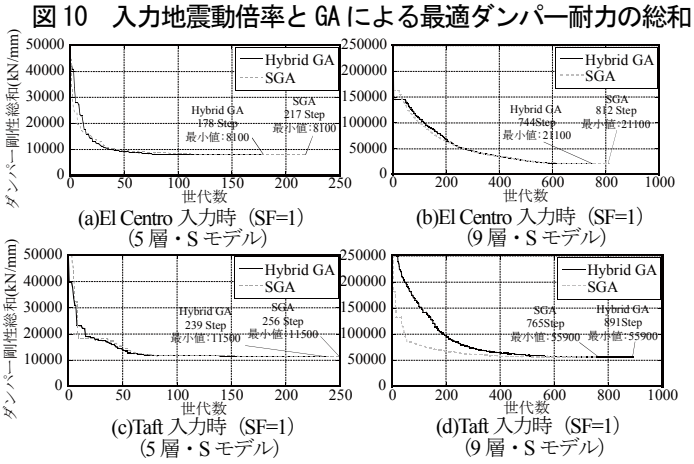
(a)平均値の比較（5 層モデル)　(b)SF=1.0（9 層モデル）

図 9　GA による最適ダンパー耐力分布



(a)S モデル　(b)1L モデル

図 10　入力地震動倍率と GA による最適ダンパー耐力の総和



(a)El Centro 入力時（SF=1）（5 層・S モデル）
(b)El Centro 入力時（SF=1）（9 層・S モデル）
(c)Taft 入力時（SF=1）（5 層・S モデル）
(d)Taft 入力時（SF=1）（9 層・S モデル）

図 11　適合度関数（全層のダンパー剛性の総和）の推移

層間変形角一定法では，既往の手法[1)]を拡張し，RC 架構を各層において目標変形までの割線剛性 $K_{\mu i}^{f}$ を有した線形系とみなし，以下の条件を仮定する。

a)N 層の多質点モデル（階高 h_i）と一質点モデルにおいて改修建物及び RC 架構の減衰定数が等しい。

b)Ai 分布に基づく静的な層せん断力分布 Q_i に対し，最大変形時の全層の変形が一質点系の目標値 $\theta_{tar}{}^{\Sigma}$ と等しい。

c)各層の μ_{di}，μ_i，γ_{si} はそれぞれ均一である。(i<N)

以上の条件をもとに制振改修における各層の必要ダンパー剛性 K_{di} が式(4)により得られる。なお式中 α_y は RC 架構の降伏時割線剛性比を表す。

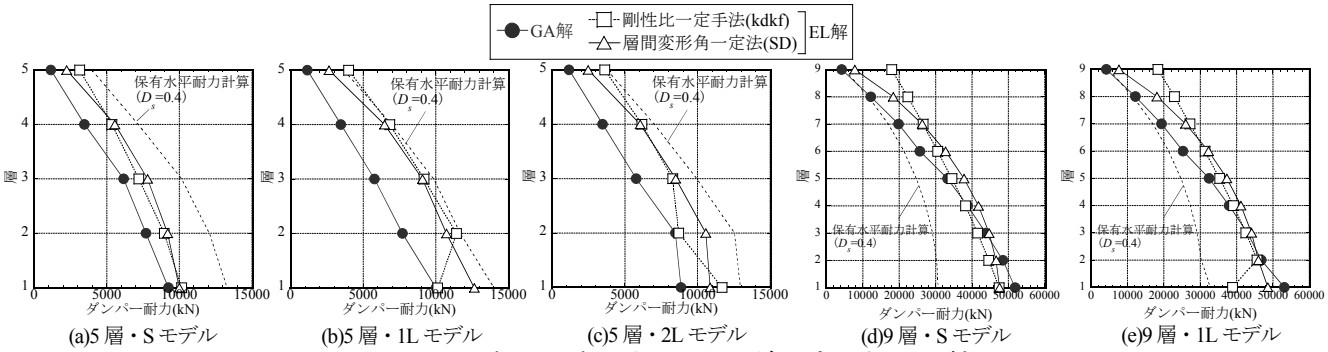
$$K_{di}=\frac{Q_i}{h_i}\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(K_{\mu i}^{f}h_i^{2}\right)}{\sum_{i=1}^{N}\left(Q_i h_i\right)}\left(\frac{1}{\gamma_s+1/\mu_d}+\frac{\mu}{\alpha_y}\cdot r_d\right)-\frac{K_{\mu i}^{f}}{\gamma_s+1/\mu_d} \qquad (4)$$

本論では EL 解として，剛性比一定手法による解（kdkf）と層間変形角一定法による解（SD）を検討する。

4.2 等価線形化法に基づく EL 解と GA 解の対応関係

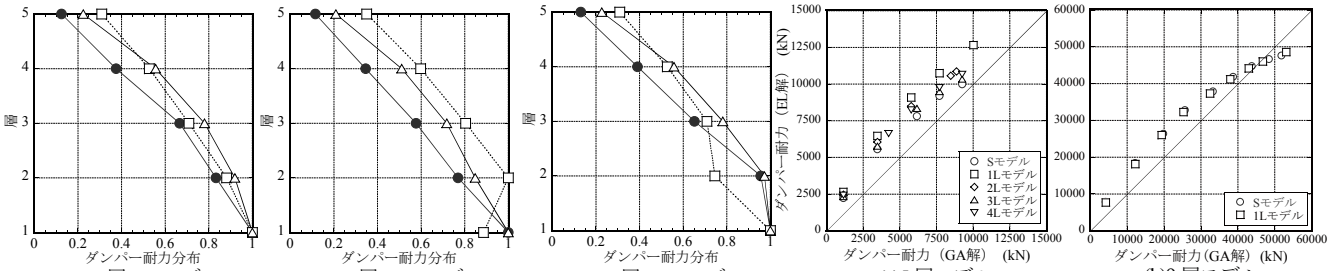
比較的安定したスペクトルを有する BCJ-L2 を対象として Hybrid GA により得られるダンパーの最適設計解（GA 解）と等価線形化法に基づく EL 解を比較し，最適化計算なしで得られる EL 解との対応関係を検証する。EL 解の導出の際には BCJ-L2 のスペクトル（h=0.03）を用い，GA 解は BCJ-L2 を入力波とした弾塑性応答解析に基づく最適設計解とする。まず各モデルにおける各層のダンパー耐力の一部を図 12 で，ダンパー耐力分布の一部を図 13 でそれぞれ比較する。ダンパー耐力を表すグラフ中には GA，EL 解に加え，本対象架構（各層において D_s=0.4）における必要保有水平耐力を満たすダンパー耐力を示す。図 12 より 5 層モデルにおいては，GA 解は各モデル各層において必要ダンパー耐力が EL 解または保有水平耐力計算に基づくダンパー耐力に比べ小さい値となっており，GA 解における各層のダンパー耐力の総和は EL 解に比べ S モデルで 2 割程度，低剛性層を有するモデルで 3 割程度小さいことがわかる。一方，9 層モデルと 9 層モデル 1 層の剛性・耐力を 20%低減した 1L モデルにおいては，5 層モデルにおける結果とは異なり，EL 解（SD 解）は GA 解に比べ特に下層の必要ダンパー量を小さめに評価する場合があることが分かる。9 層モデルは 5 層モデルと比較して，変位に占める 2 次モードの割合が高い一方，等価線形化法は 1 次モードのみを考慮した手法であることがその原因と考えられる。また保有水平耐力計算に基づくダンパー耐力は周期の長い 9 層モデルにおいて振動特性係数 R_t が小さいことから，GA 解に比べても小さい値となっている。図 13 には 5 層モデルの一部におけるダンパー耐力の最大値で規準化したダンパー耐力分布を示すが，GA 解は EL 解に比べ上層の値が小さくなっている。全てのモデルにおいて同様の傾向がみられた。

図 14 に BCJ-L2 波を入力した際の GA 解と層間変形角一定法に基づく SD 解の各層のダンパー耐力の対応を示す。両者の対応は良好で，5 層モデルでは全てのケースで SD 解は GA 解よりも大きな値を示すが，9 層モデル



(a)5 層・S モデル　(b)5 層・1L モデル　(c)5 層・2L モデル　(d)9 層・S モデル　(e)9 層・1L モデル

図 12　GA 解と EL 解における必要ダンパー耐力の比較



(a)5 層・S モデル　(b)5 層・1L モデル　(c)5 層・2L モデル　(a)5 層モデル　(b)9 層モデル

図 13　GA 解と EL 解における必要ダンパー耐力分布の比較　　**図 14　GA 解と EL 解（SD 解）の対応**

では下層において SD 解が GA 解を下回る場合がある。

図 15 に BCJ-L2 を入力波とした応答解析における改修モデル各層の最大，残留層間変形角を示すが，●で示される GA 解の最大層間変形角は改修における目標変形角である 1/150 以下，残留層間変形角は 1/1000 以下となっており最適化計算の制約条件を満たしていることが確認できる。また図 16 より，各層の投入ダンパー量の小さい GA 解の方が EL 解に比べ最大応答加速度が小さくなる傾向がみられる。

5 結

本研究では，解析計算が煩雑な立体骨組モデルよりも自由度が少ない多質点せん断モデルの弾塑性応答解析と Hybrid GA を組み合わせ，制振改修におけるダンパーの最適設計解を得る手法を提案し，その適用性を確認した。本論において得られた知見を以下に示す。

1)最適化の計算量は解析モデルの質点数に応じて大きく異なるものの，中低層建物の範囲では重層骨組を多質点せん断系へ縮約することで提案した最適化手法が適用できる。また，最適化アルゴリズムとして Hybrid GA，SGA のみを用いた場合を比較し，Hybrid GA が局所探索性能を向上させることを確認した。

2)各入力地震波，モデルにおいて，得られる最適ダンパー分布の形状は概ね一致し入力地震波の位相によらなかった。これは改修建物の高さ方向の層せん断力分布が 1 次モードに従うためと考えられる。

3)対象モデルにおいて既論文 2)で提案した手法は本提案最適化手法によるダンパーの最適設計解を概ね適切に包絡していることを確認した。なお，2 次モードの影響が大きい 9 層モデルは 5 層モデルに比べ，両者の対応が下層部において異なる傾向がみられた。

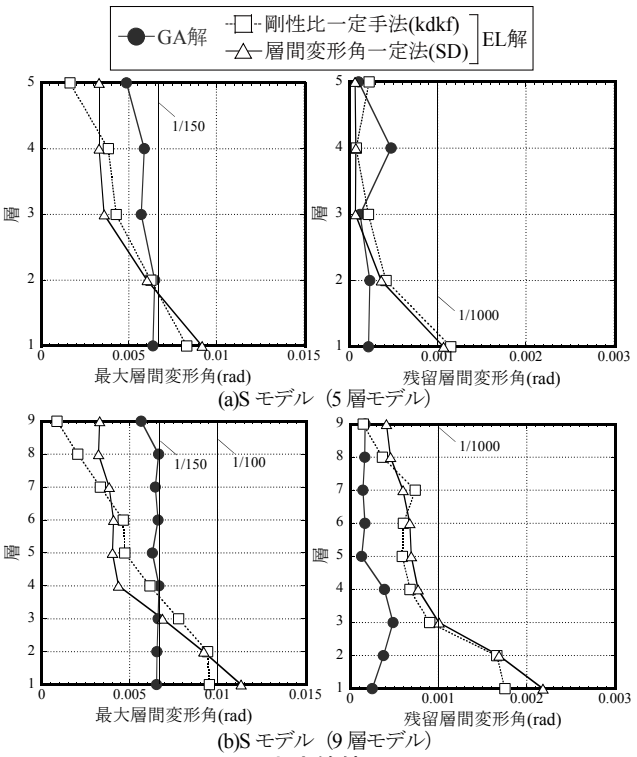


図 15　最大応答値（BCJ-L2）

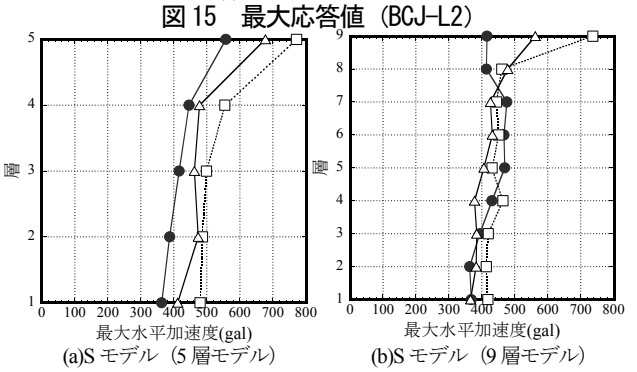


図 16　最大水平加速度（BCJ-L2）

参考文献

1) 笠井和彦，伊藤浩資：弾塑性ダンパーの剛性・降伏力・塑性率の調節による制振構造の応答制御法，日本建築学会構造系論文集, 第 595 号, pp.45-55, 2005.9

2) 藤下和浩，スッチュ・ファーティフ，松井良太，竹内徹：損傷配分に着目したトルコにおける多層 RC 建物の制振改修，日本建築学会構造系論文集，Vol.79, No.699，pp.661-669，2014.5

3) 大森博司，田村尚土，伊藤智幸：多目的最適化法による鋼構造物の構造設計支援手法の提案，構造工学論文集. B，第 54 号 B，pp. 251-257，2008.3

4) 中澤祥二，村上秀樹，加藤史郎，大河内靖雄，竹内徹，柴田良一：座屈拘束ブレースを用いた通信鉄塔の耐震補強法に関する研究：グリッドシステムを用いた遺伝的アルゴリズムによる座屈拘束ブレースの最適配置探索法，日本建築学会構造系論文集，第 604 号，pp.79-86，2006.6

5) Malek, M., Guruswamy, M. etc : A Hybrid ALGORITHM TECHNIQUE, technical report of Texas Univ. at Austin, TR-89-06, 1990

6) 竹内徹，木内佑輔，松井良太：トラス鉄塔の耐震改修における制振部材の最適配置，日本建築学会構造系論文集，第 79 巻，第 700 号，pp. 791-799，2014.6

7) 日本建築センター：エネルギーの釣合いに基づく耐震計算法の技術基準解説及び計算例とその解説，2005.10

Evolutionary Ant Colony Optimization(EACO)の提案
－トラストポロジー最適化問題への応用について－

原 崇太 1), Buntara S. Gan2)
1)日本大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生，ceta15014@g.nihon-u.ac.jp
2)日本大学工学部建築学科，教授，博士(工学)

1 はじめに

近年、群知能(Swarm Intelligence, SI)と呼ばれる、自然界における生物の群れの行動に着想を得た最適化手法に注目が集まっており、構造最適化問題への応用が試みられている[1-2]。このようなアルゴリズムの中に、蟻コロニー最適化(Ant Colony Optimization, ACO)[3]がある。ACO は、蟻が餌を探す際の経路生成に着想を得たアルゴリズムである。ACO は、巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem, TSP)のような経路の最小化を目的関数とする最短経路問題を解くための手法として提案された。

一方で、構造最適化問題は、制約条件(変位、応力、体積など)の下、構造物の最小コンプライアンスを得ることが要求される。しかしながら、ACO の概念を、そのまま構造最適化問題に応用すると、構造物の“剛”を得ることは困難[4]であり、ACO により構造最適化問題を解くためには、改良が必要である。

構造最適化問題において、進化型構造最適化法(Evolutionary Structural Optimization, ESO)[5]や、双方向進化型構造最適化法(Bi-directional Evolutionary Structural Optimization, BESO)[6]といった構造形態を進化させることで構造物の“剛”を確保する手法が提案されている。これらの手法は、有限要素法(Finite Element Method, FEM)により得られた結果から、ある基準値を算出し、前者ではその基準値に基づいて不要な要素の削除のみを、後者では削除および必要な要素の付加を繰り返すことで、構造物の“剛“の確保を目指している。そこで、ACO を構造最適化問題へ応用する際、BESO の基準値に基づく要素の削除および付加の概念を導入することで、ACO においても構造物の“剛“を確保することが可能になると考えられる。

本論文では、ACO に BESO の概念を導入した Evolutionary Ant Colony Optimization(EACO)を提案し、グラウンドストラクチャー法[7]に基づくトラストポロジー最適化問題へ応用し、いくつかの応用例を用いてその有効性を示す。

2 トラストポロジー最適化問題の定式化

本論文では、コンプライアンス最小化を目的関数、総体積を制約条件とするトラストポロジー最適化問題を取り扱う。この問題は、部材断面積**A**を設計変数とすると、以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} &\text{minimize } C(\mathbf{A}) = \mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\mathbf{d} \\ &\text{subject to } \sum_{i=1}^{TNE} A_i l_i \le V^* \end{aligned} \tag{1}$$

ここに、C(**A**):コンプライアンス、**d**:節点変位ベクトル、**K**:全体剛性行列、V^*:制約体積、TNE:部材総数、A_i:部材 i の断面積、l_i:部材 i の長さである。

なお、本論文では解析は弾性解析を行うものとする。

3 Evolutionary Ant Colony Optimization

3.1 最適化アルゴリズム

本論文で提案する EACO は、ACO のアルゴリズムを基本とし、ACO におけるフェロモンの更新時に、BESO の基準値に基づく要素の削除および付加の概念を導入したものである。さらに、TSP における都市を節点、経路を部材、フェロモンを断面積 A に置き換える。

3.2 Sensitivity Number

EACO において、蟻の経路選択確率およびフェロモンの更新時に使用する Sensitivity Number は、ひずみエネルギー密度とし、以下の式により算出する。

$$\alpha_i^t = \left(\frac{1}{2}\mathbf{d}_i^{t^T}\mathbf{k}_i^t\mathbf{d}_i^t\right) \Big/ A_i^t\, l_i \tag{2}$$

ここに、α_i^t:ステップ t における i 番目の部材の Sensitivity Number、$\mathbf{k}_i^t$:ステップ t における i 番目の部材の要素剛性行列、$\mathbf{d}_i^t$:ステップ t における i 番目の部材の節点変位ベクトル、A_i^t: ステップ t における i 番目の部材の断面積、l_i: i 番目の部材の長さである。

さらに、フェロモンの更新時に基準となる値 α_{th}^t は以下のような操作に基づいて算出する。まず、(2)式により算出した Sensitivity Number の大きい部材から順に体積変

化量を算出し、総和していく。総和した体積変化量が、規定の体積変化量を超えたら、その時点の部材の Sensitivity Number を α_{th}^{t} とする。

3.3 蟻の経路選択確率

EACO における蟻の経路選択確率は、従来の ACO の方法をもとに以下のように定義する。

$$Pr_{ij}^{t}=\frac{\tau_{ij}^{t}}{\sum_{k=1}^{NN_i}\tau_{ik}^{t}}$$
$$\tau_{ij}^{t}=\left|1-\left|\frac{\alpha_{ij}^{t}}{\alpha_{th}^{t}}\right|\right| \tag{3}$$

ここに、Pr_{ij}^{t}:ステップ t における蟻が i 節点から j 節点を選択する確率、NN_i:節点 i に接続されている部材を持つ節点の総数である。

3.4 フェロモンの更新

EACO では、蟻の通った部材のフェロモンを変化させ、通らなかった部材のフェロモンを蒸発させるという ACO の概念をそのまま採用し、蟻の通った部材のフェロモンを変化させる際に、BESO の基準値に基づく要素の削除および付加の概念を導入する。

3.4.1 フェロモンの更新式

EACO におけるフェロモンの更新式は、以下のように定義する。

$$Ph_i^{t+1}=Ph_i^{t}+\Delta Ph_i^{t+1} \tag{4}$$

ここに、Ph_i^{t+1}:ステップ t+1 におけるフェロモン、ΔPh_i^{t+1}:ステップ t+1 におけるフェロモンの増減値である。

3.4.2 正規化前のフェロモンの増減値

EACO では、正規化前のフェロモンの増減値 ΔPh_{0i}^{t} は、以下の式により算出する。

$$\Delta Ph_{0i}^{t}=\begin{cases}+Q\times maxA, & if \quad i\in Trail^{t}\cap\alpha_i^{t}\geq\alpha_{th}^{t}\\ -Q\times maxA, & if \quad i\in Trail^{t}\cap\alpha_i^{t}<\alpha_{th}^{t}\\ -\rho\times maxA, & if \quad i\notin Trail^{t}\end{cases} \tag{5}$$

ここに、ΔPh_{0i}^{t}: ステップ t における正規化前のフェロモンの増減値、Q:蟻の通った部材のフェロモンの変化率、ρ:フェロモンの蒸発率、$maxA$:最大断面積、$Trail^{t}$:ステップ t における蟻の経路である。

3.4.3 フェロモンの正規化

EACO では、各ステップにおける体積の変化量を制限するために、(5)式により求めた ΔPh_{0i}^{t} を以下の式により正規化し、その値を各ステップのフェロモンの増減値とする。

$$\Delta V_i^{t}=\frac{\Delta Ph_{0i}^{t}\times l_i}{\sum_{j=1}^{NE}\left|\Delta Ph_{0j}^{t}\times l_j\right|}\times ER\times V^{t-1}$$
$$\Delta Ph_i^{t}=\frac{\Delta V_i^{t}}{l_i} \tag{6}$$

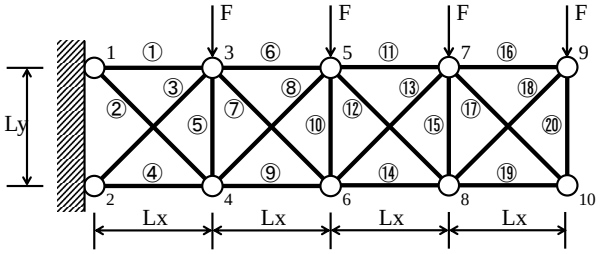
ここに、ΔV_i^{t} : ステップ t における i 番目の部材の体積変化量、NE:部材総数、ER:進化率(Evolutionary Ratio)、V^{t-1}:ステップ t-1 における総体積である。

4 解析例①

4.1 解析モデル及び解析条件

解析例①として、図 1 に示すような片持ち梁型のトラス構造の最適トポロジーを求める。解析条件として、弾性係数を $2{,}100\times10^{3}$ kg/cm^2、最大断面積($maxA$)を 1,000 cm^2、最小断面積を 0.225 cm^2、蟻の数を 5 匹、Q を 0.05、ρ を 0.005、ER を 1.0 %と設定した。また、制約条件として、制約体積を 2.33×10^{6} cm^3 とし、200 ステップにわたり解析を行った。

解析モデルを図 1 に示す。



Lx=500cm, Ly=500cm, F=2.0×10^{3}kg

図 1 片持ち梁型のトラス構造

4.2 解析結果及び考察

解析の結果得られた、コンプライアンス及び総体積の履歴を図 2 に示す。また、得られた最適解を図 3、文献 6)に記載されている結果と EACO により得られた断面積を比較したものを表 1 にそれぞれ示す。

図 2 から、体積が減少するとともにコンプライアンスが増加していることが読み取れる。また約 100 ステップで収束していることが読み取れる。

図 3、4 及び表 1 から、EACO により得られる最適解は、文献 7)の方法により得られる最適解と、ほぼ同じ解が得られていることが読み取れる。

以上のようなことから EACO は、この規模の片持ち梁型のトラス構造のトポロジー最適化問題に対して有効で

あると考えられる。

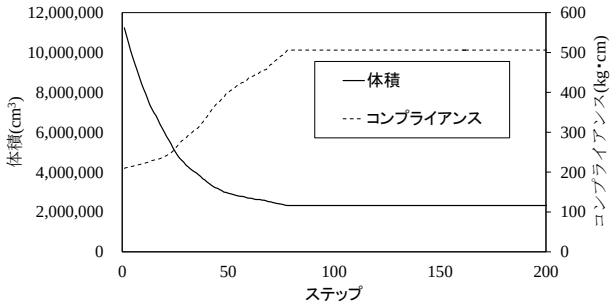


図 2　コンプライアンス及び総体積の履歴

表 1　得られた最適解の比較

部材断面積	EACO	文献7)
A1	744 cm^2	745 cm^2
A2	263 cm^2	263 cm^2
A3	265 cm^2	266 cm^2
A4	752 cm^2	746 cm^2
A5	0.225 cm^2	0.225 cm^2
A6	470 cm^2	465 cm^2
A7	134 cm^2	132 cm^2
A8	267 cm^2	262 cm^2
A9	374 cm^2	374 cm^2
A10	0.225 cm^2	0.225 cm^2
A11	186 cm^2	187 cm^2
A12	130 cm^2	131 cm^2
A13	128 cm^2	132 cm^2
A14	184 cm^2	186 cm^2
A15	0.225 cm^2	0.225 cm^2
A16	90 cm^2	92.9 cm^2
A17	0.225 cm^2	0.338 cm^2
A18	133 cm^2	132 cm^2
A19	0.225 cm^2	0.225 cm^2
A20	0.225 cm^2	0.225 cm^2

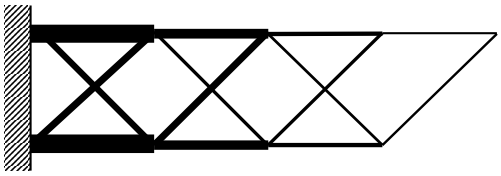


図 3　EACO により得られた最適解

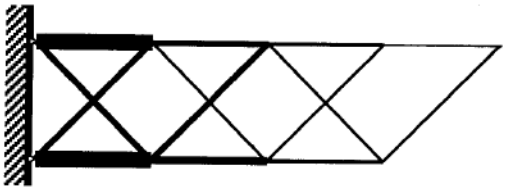


図 4　文献 7)の方法により得られる最適解

5　解析例②

5.1　　解析モデル及び解析条件

解析例②として、図 5 に示すような 74 部材グラウンドストラクチャーの最適トポロジーを求める。解析条件として、弾性係数を 1.0×10^5 N/mm^2、最大断面積($maxA$)を 500 mm^2、最小断面積を 0.001 mm^2、蟻の数を 5 匹、Q を 0.1、ρ を 0.01、ER を 1.0 %と設定した。また、制約条件として、制約体積を 1.0×10^6 mm^3 とし、1,200 ステップにわたり解析を行った。

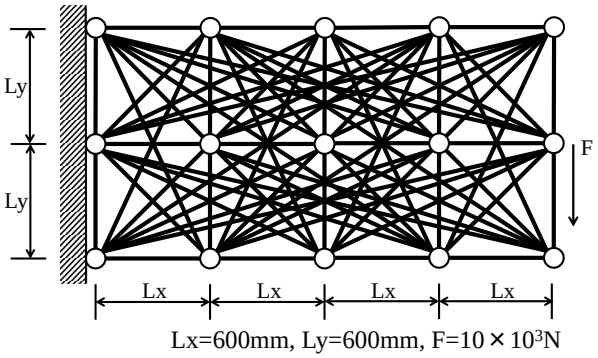


図 5　74 部材グラウンドストラクチャー

5.2　　解析結果及び考察

解析の結果得られた、コンプライアンス及び総体積の履歴を図 2 に示す。また、得られた最適トポロジーを図 7、SLP 法 [8]により得られる最適トポロジーを図 8、CONLIN 法 [8]により得られる最適トポロジーを図 9 にそれぞれ示す。

図 6 から、体積が減少するとともにコンプライアンスが増加していることが読み取れる。また約 1,000 ステップで収束していることが読み取れる。

図 7、8、9 から、EACO により得られる最適解は、SLP 法及び CONLIN 法により得られるトポロジーと異なっているが、コンプライアンスエネルギーは、SLP 法及び CONLIN 法により得られる結果と比較して、小さな値となっている。従って、目的関数を満たす最適トポロジーが得られたと考えられる。

以上のことから EACO は、この規模のグラウンドストラクチャーのトポロジー最適化問題に対して有効であると考えられる。

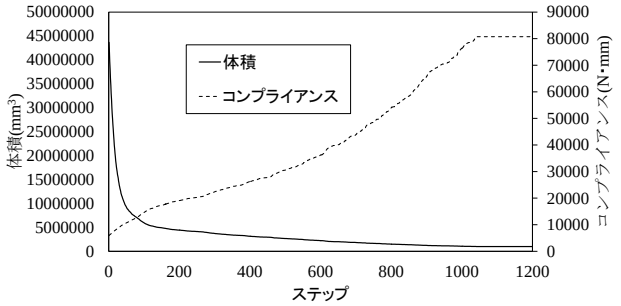


図 6　コンプライアンス及び総体積の履歴

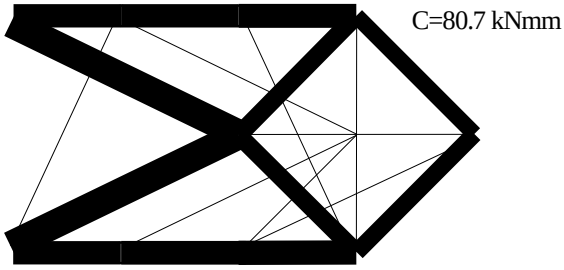


図 7　EACO により得られる最適トポロジー

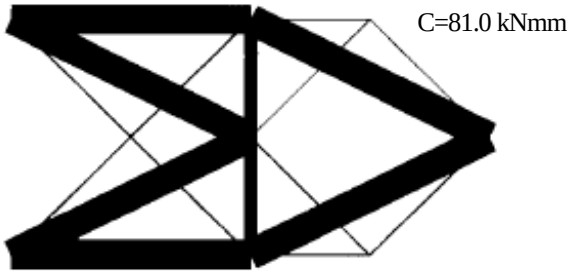


図 8　SLP 法[8]により得られる最適トポロジー

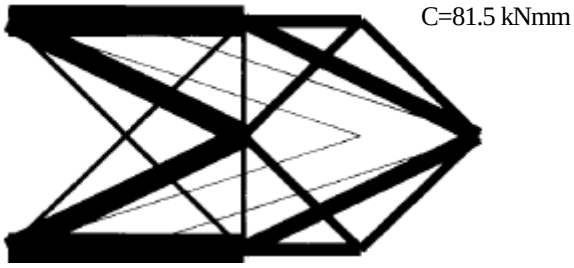


図 9　CONLIN 法[8]により得られる最適トポロジー

6 おわりに

本論文では、ACCO により構造最適化問題を解くために、BESO 法の概念を ACO に導入した、EACO を提案し、グラウンドストラクチャー法に基づくトラストポロジー最適化問題へ応用した。その結果、以下のような知見を得た。

(1) ACO を構造最適化問題へ応用する際、BESO 法の概念を導入することで、構造最適化問題を解くことが可能になる。

(2) 本論文で提案した EACO は、トラストポロジー最適化問題において、良好な最適トポロジーを得ることができる。

参考文献

1) 田中奈津希，本間俊雄：群知能(PSO,ABC,FA)の解探索特性と構造最適化への適用，計算力学講演会講演論文集，No.1916，pp.1-3 , 2013

2) Li, L.J., Huang Z.B. and Liu, F. : A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables，Computers and Structures，No.87, pp.435-443 , 2009

3) Dorigo, M. and Stutzle, T. : Ant Colony Optimization, Cambridge, Massachusetts, 2004

4) 原崇太，Buntara S. Gan : Ant Colony Optimization の構造最適化への応用に関する研究－トラス構造最適化への応用とその性能について－，日本建築学会大会学術講演梗概集，No.20161，pp.321-322，2015

5) Xie, Y.M. and Steven, G.P. : Evolutionary Structural Optimization, Springer-Verlag, 1997

6) Yang, X.Y., Xie, Y.M., Steven, G.P. and Querin, O. : Bidirectional Evolutionary Method for Stiffness Optimization，AIAA Journal，No.11，pp.1483-1488 , 1999

7) 岡栄治，池田泰隆，藤井大地，藤谷義信：グランドストラクチャー法によるトラス構造の位相最適化，日本建築学会中国支部研究報告集，No.248 , pp.193-196 , 2000

8) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文：グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，No.73，pp.1967-1973，2008

単層ラチスシェルのヒンジ配置による応力低減に関する検討

石原優祐 1)，山本憲司 2)，菱木晶士 3)
1)東海大学工学部建築学科
2)東海大学工学部建築学科，准教授
3)日本大学大学院理工学研究科　建築学専攻

1 はじめに

単層ラチスシェルは面外方向の剛性が小さく、座屈に対する安全性が懸念されるため、通常接合部は剛接合か、十分な剛性を持った接合部が使用される。このため、不静定次数の高い構造物となっているのが一般的である。不静定構造物は、部材応力が力のつり合いのみでは、決まらない構造であり、構造解析では構造物の変形まで考慮しなければ部材応力を求めることができない。静定構造に比べて剛性や耐力が高い傾向があるが、施工不良や施工誤差、地盤沈下、温度応力など様々な要因によって部材応力は影響を受ける。このため、実際の構造物が設計時の応力分布となっているかどうかは不明瞭な構造物でもある[(1)]。一方で、静定構造物は受ける力が明瞭である。3 ヒンジアーチは静定構造物でありながら、曲げモーメント発生の小さい優れた構造形式である。構造物の一部にピン(ヒンジ)を設けることで、その位置での曲げモーメントの値がゼロとなり、不静定次数が下がる。このような考えに基づけば、もともと不静定次数の高い単層ラチスシェルの一部に積極的にピンを配置し、シェルに発生する応力が、特定の設計外力や地盤沈下、温度応力などに対して、過大とならないように制御することができる可能性もある。本研究では、ピンを単層ラチスシェルのシェル面上に積極的に配置して、部材応力を抑制することが可能であるか検討をすることを目的とする。基礎的検討として、比較的規模の小さいシェルモデルに対して最大応力が最小となるピンの配置を遺伝的アルゴリズムにより求め、その傾向を調査する。

2　解析方法

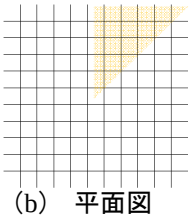
2.1　遺伝的アルゴリズム(GA)

本研究で扱う解析モデルの例を図 1 に示す。EP 曲面で表される格子シェルである。

シェル曲面上に配置されるピンは、各部材に中間節点を設け、ピン継手を配置できるものとした場合と、接合部をピン接合とする場合の二通りを考える。GA を用いて最大応力が最小となるピンのレイアウトを求める。簡単のためにピンは全方向に曲げモーメントを伝達しないものと仮定した。

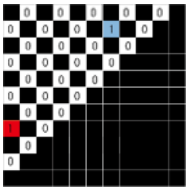
ピン継手を配置する場合を例に取り、GA のコーディングについて説明する。GA のプログラムで用いる遺伝子型を図 2（a）に示す。図 2（b）は、図 2（a）の遺伝子型の表現型である。図 2（a）の遺伝子型は対称的なピン配置を考慮して、モデルの 1/8 の部分を表現しており（図 2（b）網掛け部分）ピンが配置可能な部分には数字の 0 を、すでにピンが配置されている部分には数字の 1 が入るようにした。遺伝子型に 1 か所ピンが配置されると、対称性に応じて表現型に 4 か所または、8 か所ピンが配置される。遺伝子の選択には、家族内淘汰モデル[2)]と呼ばれる方法を採用した。交叉は、遺伝子型のある一点を乱数によって決定し、そこから縦または横に分割し（方向はランダムに決める）、二つの個体の遺伝子例を交換するものとした。局所解へ陥るのを防ぐための突然変異では、ピンが配置されていない部分にピンを配置する場合と、ピンが配置されている部分のピンを取り除く 2 パターンがある。解析では予め曲面上に配置されるピン数は指定されるものとし、突然変異や交叉後に指定したピン数を上回った場合、乱数によって決定した部分のピンを取り除き、下回った場合には乱数によって決定した部分にピンを配置することにより、指定したピン数となるようにした。

（a）立面図

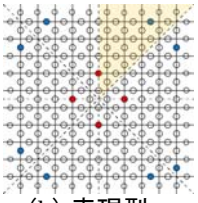


（b）　平面図

図1　　検討モデル



（a）　遺伝子型



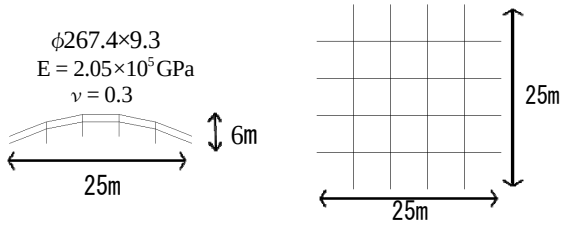
（b）表現型

図2　　遺伝子モデル

2.2　解析モデル

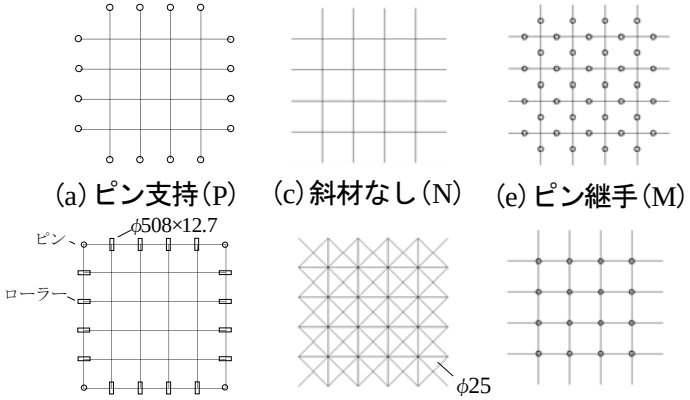
本報告では、比較的規模の小さいモデルを用いて検討を行う。解析モデルはスパン 25m、ライズ 6m の格子シェルである。部材はφ267.4×9.3 の鋼管とし、ヤング係数は 205GPa、ポアソン比 0.3 とする。その他、支持条件や斜材の配置条件等を変化させて、それぞれ最適ピン配置を求める。解析モデルの一覧を表 1 に示す。

支持条件は、周辺をピン支持としたモデルと、周辺にφ508×12.7 の境界梁を配置し、隅角部をピン支持、それ以外をローラー支持とした二通りを扱う（図 4(a),(b)）。なお適応度に用いる最大応力に境界梁の最大応力は考慮しない。シェル面の格子にφ25 の丸鋼をブレース（斜材）として配置した場合としない場合の二通り扱う（図 4(c),(d)）。ブレースは簡単のため圧縮を負担するものとした。ピン配置には、部材中央にピン継手を配置する場合と、接合部にピン接合を配置する二通りを扱う（図 4(e),(f)）。



（a） 立面図　　（b） 平面図

図3　解析モデル



(a) ピン支持（P）　(c) 斜材なし（N）　(e) ピン継手（M）

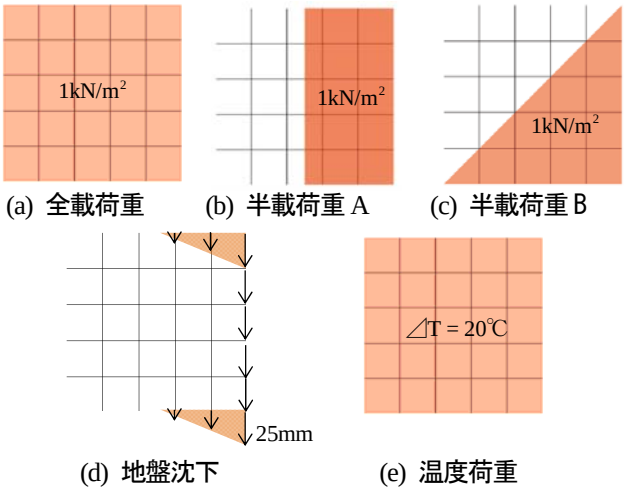
(b) ローラー支持（R）　(d) 斜材あり（B）　(f) ピン接合（C）

図4　　解析条件

表1　解析モデル一覧

モデル名称	支持条件	斜材	ピン配置
P-N-M	ピン	なし	継手
P-B-M		あり	
R-N-M	ローラー	なし	
R-B-M		あり	
P-N-C	ピン	なし	接合部
P-B-C		あり	
R-N-C	ローラー	なし	
R-B-C		あり	

荷重は 5 種類の荷重を設定した。荷重ケースを図 5 に示す。全載荷重は 1kN/m² の等分布荷重を節点に振り分けて与える。半載荷重 A と半載荷重 B は、それぞれ図 5（b），(c）の網掛けの領域に同様に 1kN/m² の等分布荷重を与えたモデルである。地盤沈下はシェルの右半分の支持点に z 方向の強制変位を与える。x 座標が増加するにつれて線形的に地盤沈下量が増加するものとし、x=0m で z=0mm、x=12.5m で z=-25mm とした。温度荷重は、シェル面に一様に 20℃の上昇温度を与える。ただし、部材の線膨張係数を 0.12×10⁻⁵/℃とする。



(a) 全載荷重　(b) 半載荷重 A　(c) 半載荷重 B

(d) 地盤沈下　(e) 温度荷重

図 5　荷重ケース

以上の解析モデル 8 種類（表 1）×荷重ケース 5 種類（図 5）の 24 種類のケースに対して、それぞれ配置可能な総ピン数を 4,8,12…と変化させながら、それぞれ最大応力が最小となるピンの最適配置を求める。解析に使用した GA のパラメータを表 2 に示す。本例題では設計変数の数が少ない為、GA を使わなくとも実際には大きな計算負荷なしに全通りのピン配置の解析が可能である。表 2 の個体数、世代数の組み合わせでは、指定ピン数によって解析回数がピン配置の組み合わせ総数を上回り、計算の無駄が多い場合もあるが、本報告は今後規模の大きなモデルを解く為の基礎的な検討段階であることを述べておく。

表２　GA パラメータ

個体数	30
世代数	50
交叉率	1.0
突然変異率	0.01

3　解析結果

半載荷重 A の結果は、全載荷重の結果と大きく傾向が異ならなかった為、以降では半載荷重 A の結果については省略する。まず、ピンを配置しない場合のモデル（初期モデル）の最大応力を表 3 に示す。

表 3　初期モデルの最大応力

モデル	全載荷重	半載荷重B	地盤沈下	温度荷重
P-N-M,C	11.9	30.4	55.7	13.9
P-B-M,C	11.1	18.5	56.8	17.3
R-N-M,C	213	151	30.2	13.9
R-B-M,C	49.5	41.5	33.6	13.3

(N/mm^2)

次に、全載荷重を与え、ピン継手の最適配置を求めた場合の結果を図 6 に示す。図の縦軸は最大応力を、初期モデルの最大応力で除した値であり、横軸はシェル面に配置したピン数である。プロット色の違いは、支持条件や斜材の有無等のモデルの違いを表している。また代表例として、ピン支持、斜材なしのモデルで、ピン数 16 としたときの最適配置モデルの面外曲げモーメントの分布図を図 7(a)に示す。同図中にはピン継手の最適配置位置も○で記入してある。図中の max で表した値は曲げモーメントの最大値である。その他のモデルの結果も同様に(b),(c),(d)図に示す。

全載荷重の場合、ピン数が最大応力に与える影響は小さいがピン数を増やすと、ピン支持のモデルで 2 割程度最大応力を低減することができる。最適ピン配置位置はピン支持のモデルでは外周、ローラー支持のモデルでは中央付近に配置される傾向がある。

同様に半載荷重 B の結果を図 8、曲げモーメント分布図を図 9 に示す。

半載荷重 B の場合、P-B-M モデルを除いてピン数によって最大応力の増加が見られ、応力の低減が見込めない結果となった。ピンの最適配置は R-B-M モデルを除いて、全載荷重時とは異なる結果となった。また半載荷重 B のみ 4 つのモデル全て異なる最適ピン配置となった。

同様に地盤沈下の結果を図 10、曲げモーメント分布図を図 11 に示す。

地盤沈下の最大応力の変化量はピン数の増加に伴い、最大応力は若干ではあるが減少傾向にあった。最適ピン配置位置については、シェル面の中央に縦方向に配置された結果になると考えたが、ローラー支持のモデルでは中央より外側にピンが配置された。

温度荷重の結果を図 12、曲げモーメント分布図を図 13 に示す。

温度荷重に対しては、P-N-M のモデルで総配置ピン数 24 のとき、最大応力がゼロとなった。P-B-M のモデルにおいても、大きな減少が見られた。ローラー支持のモデルはピン数 12 以上では、若干減少するが 8～9 割程度であり大きくない。最適ピン配置位置もピン支持のモデルで外周付近に配置、ローラー支持のモデルは中央付近の配置となった。

ピン継手配置の場合では荷重、支持条件、ブレースの有無によって、最適なピン配置はそれぞれ大きく異なることが分かった。

ピン接合の最適配置の場合では、代表例としてピン数 8 としたときの最適配置モデルの面外曲げモーメント分布図および最適ピン接合位置を示す。これまでの結果と同様に図 14-21 に示す。

全載荷重の場合、最大応力の変化は比較的小さかった。ピン継手の結果と比べると、ピン継手配置の方が最大応力が減少している。最適ピン接合位置は 4 つ全てのモデルで同じ位置となった。これはピン接合の場合、ピン数 8 のときピン配置位置が二通りしかない為である。

半載荷重 B の場合、ピン数の増加に伴い、最大応力が増加する傾向となった。P-N-M のモデルでは全接合部にピンを配置した場合、初期モデルの最大応力の 3 倍以上に増加した。

地盤沈下の場合では全載荷重の場合と同様に、ピンの配置による最大応力の変化は比較的小さかった。

温度荷重の場合、最大応力の変化はピン継手配置の結果と同じ傾向にあったが継手の場合に比べ低減効果は小さい。

以上の結果より、ピン継手およびピン接合部の配置は共に全載荷重、地盤沈下で最大 2 割程度の応力低減効果が見られた。また温度荷重ではピン支持の場合に応力を大きく低減することができた。

4　まとめ

本報告では、単層ラチスシェルのシェル曲面上にピンを配置することで応力の低減が可能であるかどうか検討することを目的とし、遺伝的アルゴリズムを用いて最大応力が最小となる最適ピン配置を求めた。結果を以下にまとめる。

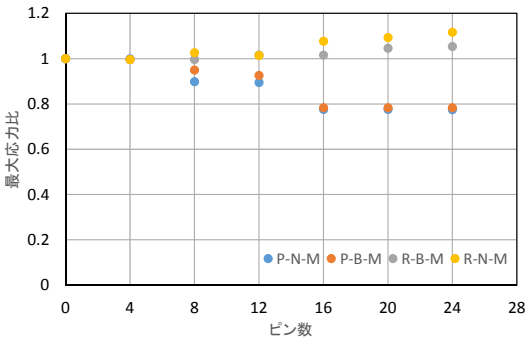


図 6　ピン数と最大応力比の関係（全載荷重, 継手）

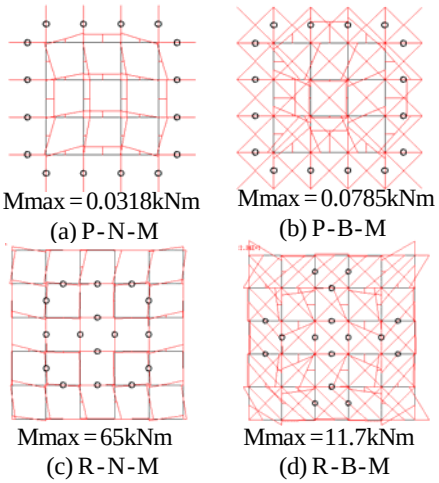


図7　曲げモーメント分布図（全載荷重, 継手, ピン数16）

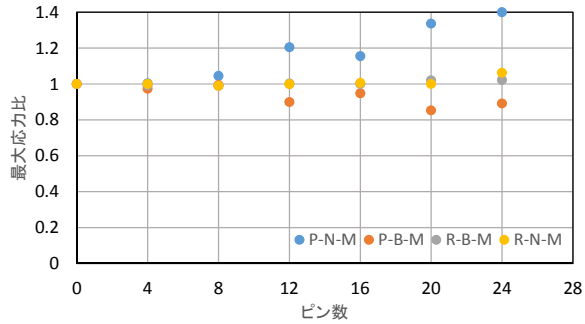


図 8　ピン数と最大応力比の関係（半載荷重 B, 継手）

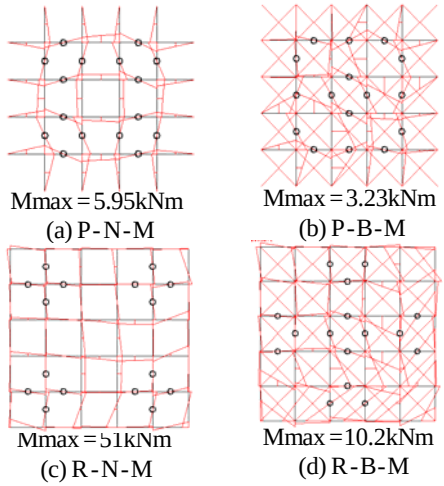


図9　曲げモーメント分布図（半載荷重B, 継手, ピン数16）

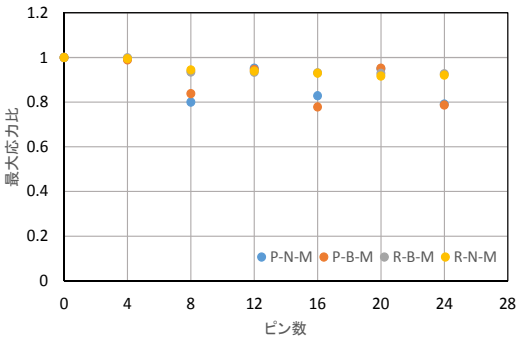


図 10　ピン数と最大応力比の関係（地盤沈下, 継手）

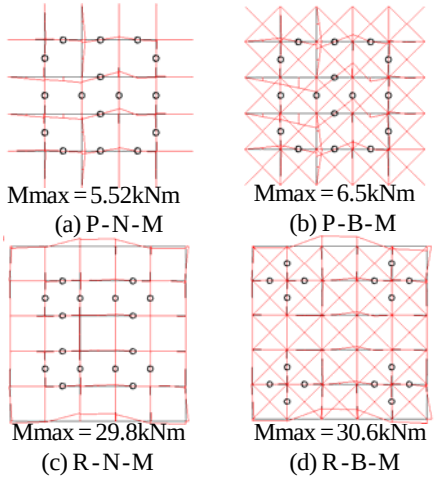


図11　曲げモーメント分布図（地盤沈下, 継手, ピン数16）

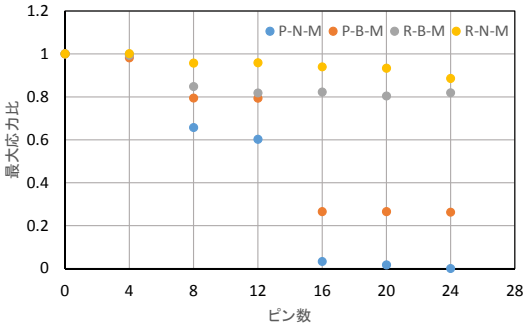


図 12　ピン数と最大応力比の関係（温度荷重, 継手）

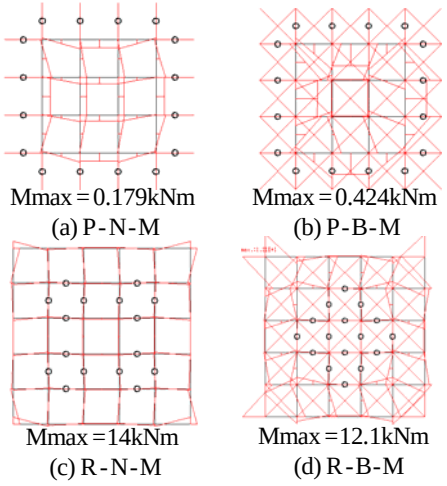


図13　曲げモーメント分布図（温度荷重, 継手, ピン数16）

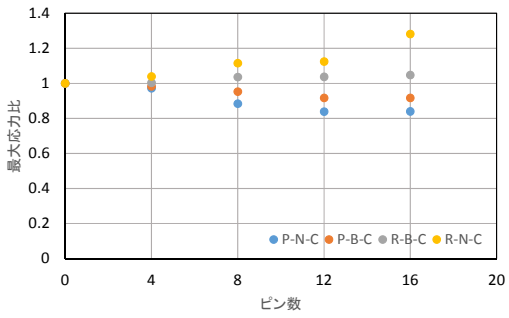


図 14　ピン数と最大応力比の関係（全載荷重, 接合部）

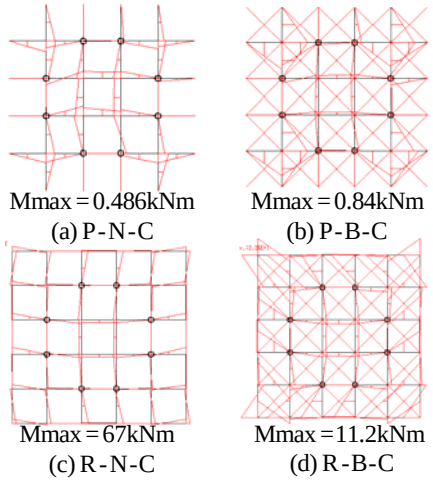


図15　曲げモーメント分布図（全載荷重, 接合部, ピン数8）

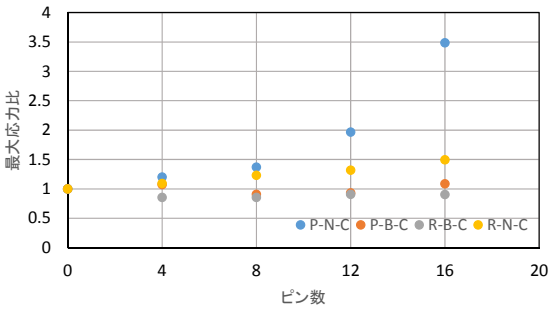


図 16　ピン数と最大応力比の関係（半載荷重 B, 接合部）

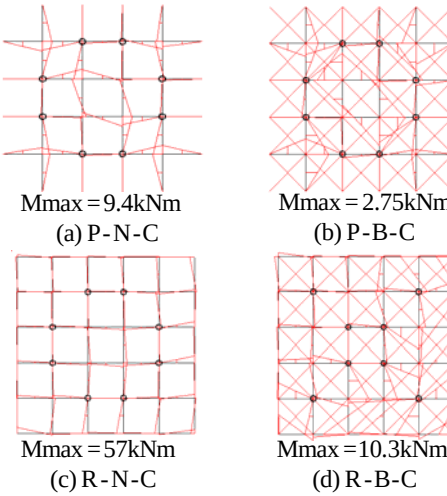


図17　曲げモーメント分布図（半載荷重B, 接合部, ピン数8）

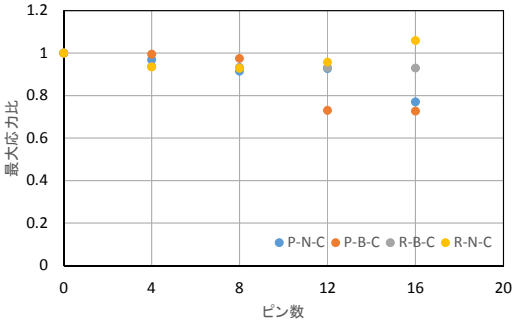


図 18　ピン数と最大応力比の関係（地盤沈下, 接合部）

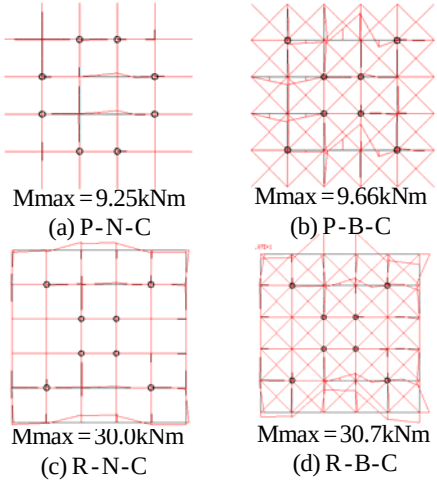


図19 曲げモーメント分布図（地盤沈下, 接合部, ピン数8）

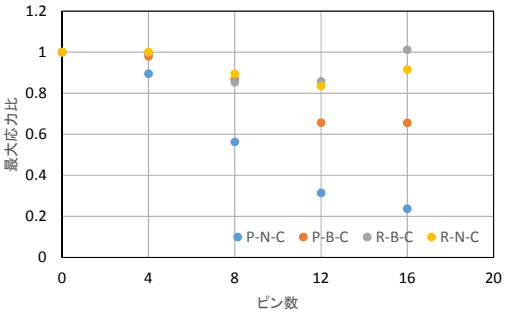


図 20　ピン数と最大応力比の関係（温度荷重, 接合部）

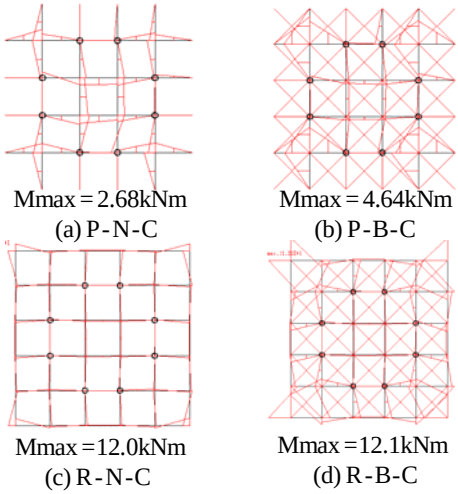


図21　曲げモーメント分布図（温度荷重, 接合部, ピン数8）

1) ピン支持のモデルで特にピン配置による応力低減効果が見られ、本報告で扱った5種類の荷重条件のち、全載荷重と地盤沈下で最大2割程度、温度荷重ではさらに大きな応力低減効果が見られた。一方、ローラー支持の場合ではピン配置の効果は小さく、全載荷重や半載荷重Bのように最大応力が上昇するケースがある。

2) 温度荷重を与えた場合、最大応力の低減が比較的大きい。境界をピン支持としたモデルで特に効果が大きく、応力がゼロとなる場合も確認した。

本報告で扱った荷重条件では、ピン支持のモデルで特に温度荷重に対する効果が大きかった。この為、温度荷重時の性状をねらい、施工性と関連させながら積極的にピンを配置することも考えられる。ただし、ピンの配置は座屈挙動に大きな影響を与える為、座屈性状を調査する必要がある。また、本報告で扱ったモデルは規模の小さいモデルであり、また各々の荷重条件毎に最適化を行っている。今後、規模の大きいモデルを用いて、複数荷重下に対して同時にピン配置の最適化を行う予定である。

参考文献

1)川口衛:先達が示した構造形態の発見的手法,コロキウム構造形態の解析と創生 2012 資料集,日本建築学会,pp2-9,2012

2)皆川洋一:多スパン山形フレーム構造の三次元折板効果と遺伝的アルゴリズムを用いた最小重量設計,日本建築学会構造系論文集,No.501,pp77-84,1997.11

3)三井和夫,大崎純,大森博司,田川浩,本間俊雄:発見的最適化手法による構造のフォルムとシステム,コロナ社,2004.7

4) 三宮信夫,喜多一,玉置久,岩本貴司:遺伝アルゴリズムと最適化,朝倉書店,1998.4

5)伊庭斎志:遺伝的アルゴリズムの基礎,オーム社,1994.9

Kirchhoff 要素と Mindlin 要素の違いによる自由曲面シェル構造の形状最適化

西田哲朗[1)]，本間俊雄[2)]，横須賀洋平[3)]

1）鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，t-nishida@com.aae.kagoshima-u.ac.jp

2）鹿児島大学大学院理工学研究科，教授，工博，honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

3）鹿児島大学大学院理工学研究科，助教，博士（情報科学），yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1．はじめに

自由曲面シェル構造の形状最適化による形態創生法が注目され、形態決定に基づいた施工例が見られるようになった。このような構造は力学的合理性とデザイン性が密接に関係するため、力学性状の把握が重要になる。

通常、曲面構造を扱う有限要素は、スパンとシェル厚の関係で Kirchhoff 要素[註1)]が採用される場合が多い。文献 1）では、Kirchhoff 要素を用いて Bézier 曲面で補間した曲面表現による総ひずみエネルギー最小化に、要素数と制御点数の違いに基づく解形態への影響を示している。そこでは解析モデルが隅角部ピン支持のシェル構造であるため、支持部に大きな力が作用する関係上、支持部のシェル厚が厚肉になる傾向がある。

Kirchhoff 要素は板厚方向のせん断変形が極めて小さく、その影響が無視できると仮定する。しかし、大スパンを構成する自由曲面シェルの場合、板厚の影響が無視できない。一方、Mindlin 要素[註2)]は面外せん断変形を許容する要素であり、シェル厚が厚肉になった場合においても対応できる。

本稿では、種々の条件を設定した自由曲面シェルの形状最適化に対して、Kirchhoff 要素と Mindlin 要素による解形態の違いを比較する。なお、形状最適化の解探索法には群知能解法の一つである改良した人工蜂コロニー（Articifial bee colony : ABC）[2)]を採用した。

2．シェル要素

Kirchhoff 要素と Mindlin 要素を以下に説明する[3)]。なお、本稿では共に矩形要素を採用する。

2.1 Kirchhoff 要素

Kirchhoff 要素の仮定（Kirchhoff の仮定）は次の通りである。

1) 板厚 t は最小曲率半径 $R_{\min}$ に対して十分に小さい。

2) 変形前に中央面に垂直な線素は、変形後も直線を保ち（直線保持の仮定）、その長さは不変である。従って、厚さ方向の伸縮ひずみは $\varepsilon_z \approx 0$ である（垂直保持の仮定）。

3) 変形前の中央面に垂直な線上の点は、変形後も変形後の中央面に垂直な線上にある。従って、面外せん断ひずみ $\gamma_{\alpha z} \approx 0$, $\gamma_{\beta z} \approx 0$ となる（法線保持の仮定）。

4) 厚さ方向の垂直応力は他の応力成分に比べて小さく無視できる。すなわち $\sigma_z \approx 0$。

5) ひずみ及び変位は小さく、ひずみの 2 次積は無視できる（微小変位の仮定）。

ここでは最も単純な平板シェル要素を採用する[4)]。

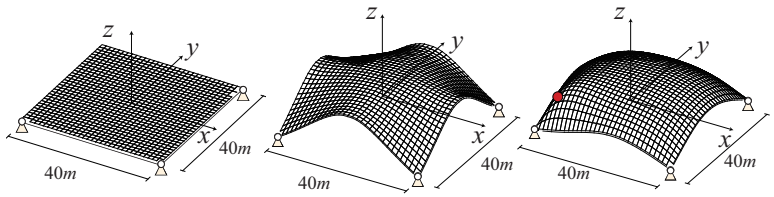
2.2 Mindlin 要素

Mindlin 要素は Kirchhoff の仮定より 3) を削除し、変形後の法線が直線を保持するものの、直交を担保せず、面外せん断変形を許容する定式化である。ここでは MITC 要素を用いる[5)]。

3．順解析による基本特性把握

3.1 解析モデル

解析モデルは図 1a-c に示す通りであり、それぞれ正方形平板の Model-A、軸対称自由曲面シェルの Model-B 及び非対称自由曲面シェルの Model-C である（節点数 : 1089, 要素数 : 1024）。境界条件は隅角部をピン支持とする。材料は普通コンクリートを想定し、弾性係数 E=2.1862×10^7 kN/m^2, ポアソン比 ρ=0.2 とする。載荷荷重は自重 24.0 kN/m^3 と等分布荷重 1.0 kN/m^3 を鉛直下向きに与える。構造解析は線形弾性範囲内で考える。Model-A はシェル厚 0.1 m 一定とした場合（case-1）と 0.2 m 一定とした場合（case-2）をそれぞれ Kirchhoff 要素及び Mindlin 要素に対して順解析を実施する。Model-B はシェル厚と高さ指定点を考慮した最適化により得られた形態である。順解析ではシェル厚考慮



a. Model-A
（平板モデル）

b. Model-B
（軸対称シェルモデル）

c. Model-C
（非対称シェルモデル）

t = 0.2000, 0.1000 [m] 一定
シェル厚分布

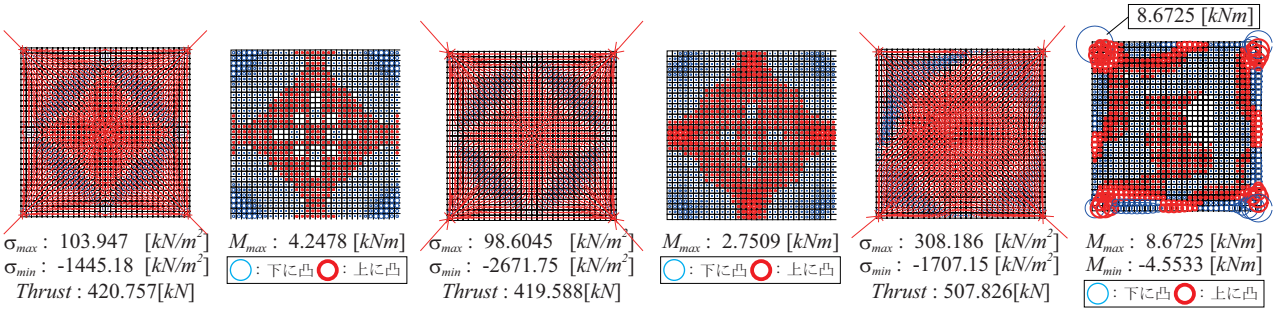
t_{max} : 0.3516 [m]
t_{min} : 0.1000 [m]
シェル厚分布

t_{max} : 0.3614 [m]
t_{min} : 0.1010 [m]
シェル厚分布

図 1 順解析モデル

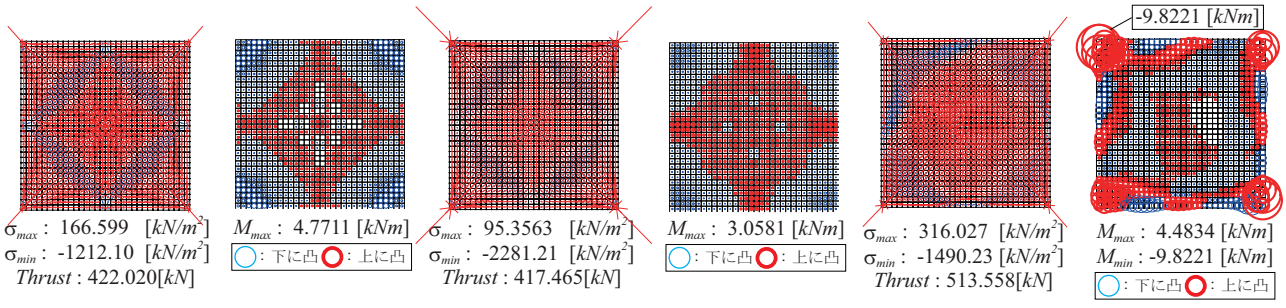
表 1　平板モデル（Model-A）数値結果

	M_{max} [kNm]	$_z\delta_{max}$ [m]
Kirchhoff（case-1K）	175.55	10.487
Mindlin（case-1M）	175.52	10.483
Kirchhoff（case-2K）	175.54	4.3700
Mindlin（case-2M）	175.49	4.3682



主応力図　曲げモーメント分布　主応力図　曲げモーメント分布　主応力図　曲げモーメント分布

a. case-3K（板厚考慮）　c. case-4K（板厚一定）　a. case-5K（板厚考慮）



主応力図　曲げモーメント分布　主応力図　曲げモーメント分布　主応力図　曲げモーメント分布

b. case-3M（シェル厚考慮）　d. case-4M（シェル厚一定）　b. case-5M（シェル厚考慮）

図 2 軸対称シェルモデル（Model-B）の力学性状

図 3 非対称シェルモデル（Model-C）の力学性状

の場合（case-3）と形状をそのままにシェル厚 0.2 m 一定とした場合（case-4）について同様に実施する。Model-C は非対称条件として高さ指定点（図 1c ●位置）を設定し、シェル厚を考慮した最適化により得られた形態により順解析を実施する（case-5）。なお、Model-A, -B は形状の対称性より、全体の 1/4 領域を解析領域とする。Model-C は非対称であるので全体領域が解析対象である。

3.2　数値結果と考察

Model-A, -B, -C の数値結果を表 1, 図 2, 図 3 にまとめた。各 case 番号後の K, M はそれぞれ Kirchhoff 要素と Mindlin 要素による数値結果を意味する。なお、計算結果の数値情報は、$_z\delta_{max}$: 最大鉛直変位 , σ_{max}: 最大主応力 , σ_{min}: 最小主応力 , M_{max}: 最大曲げモーメント , t_{max}: 最大シェル厚 , t_{min}: 最小シェル厚 , $Thrust$: 最大スラスト値である。主応力図の実線長さは主応力の大きさに比例させて表示する（赤線が引張、青線が圧縮）。曲げモーメント分布の丸の大きさも曲げモーメントの大きさに比例させて表示する（◯が下に凸、◯が上に凸）。シェル厚分布の実線太さは要素シェル厚の比率を示す。

Model-A では最大曲げモーメント・最大鉛直変位の値に差がない（表 1）。また、主応力図と曲げモー

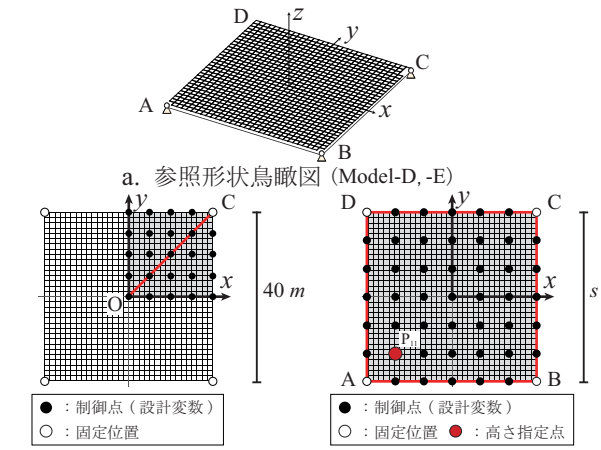


図 4 解析モデル

表 2 各 case の側面制約条件

	$A_i^L[m]$	$A_i^U[m]$	$R_i^L[m]$	$R_i^L[m]$
20 *m*	0.1	0.2	0.0	7.0
40 *m*	0.1	0.4	0.0	14.0
80 *m*	0.1	0.8	0.0	28.0

表 3 ABC パラメータ

食糧源数	200
反復回数	3000
employed Bee	100
onlooker Bee	100
f_{bound}	0.0
$f_{accurary}$	1.0×10^{-16}
dr	0.9
α（上位個体選択数）	0.3

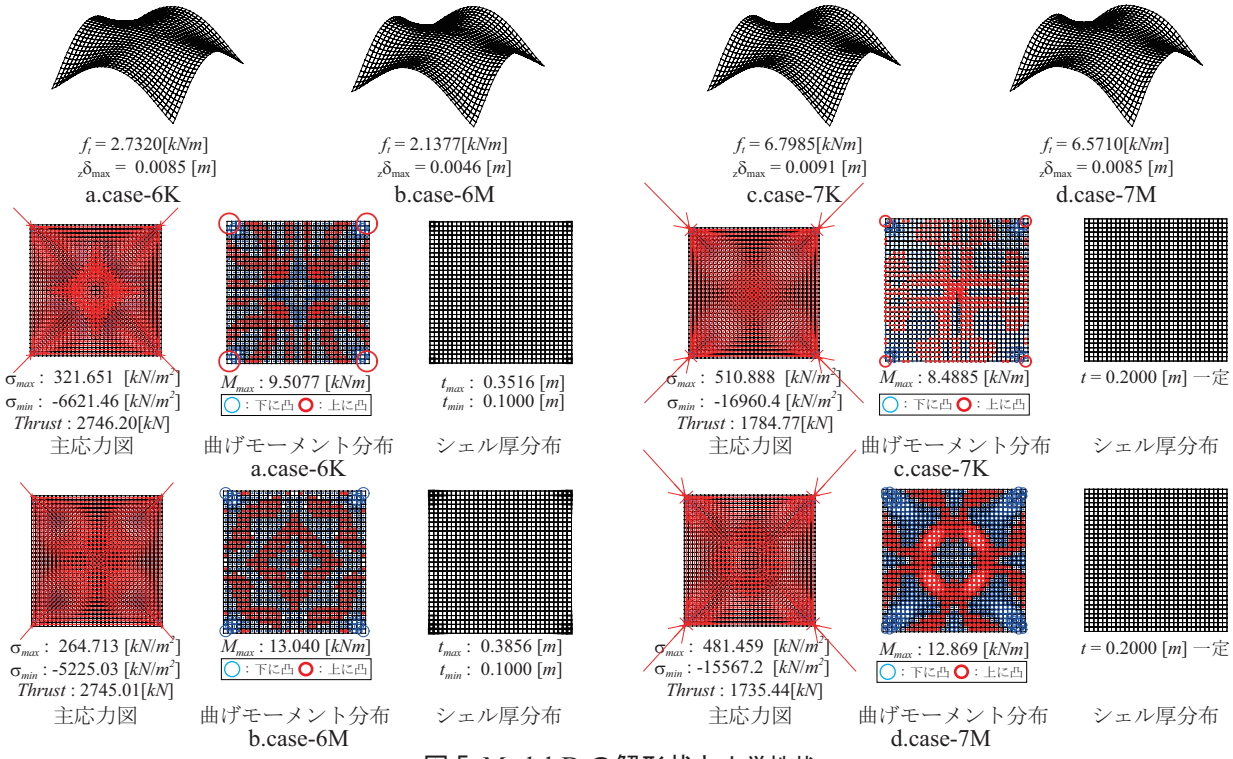


図 5 Model-D の解形状と力学性状

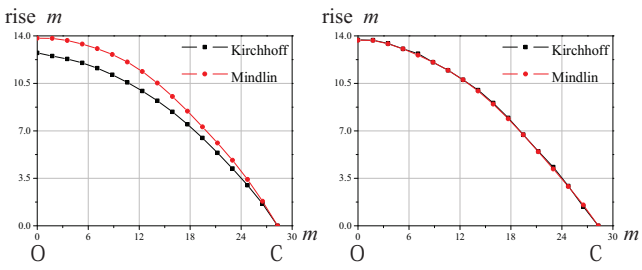


図 6 O-C 間の断面形状比較（Model-D）

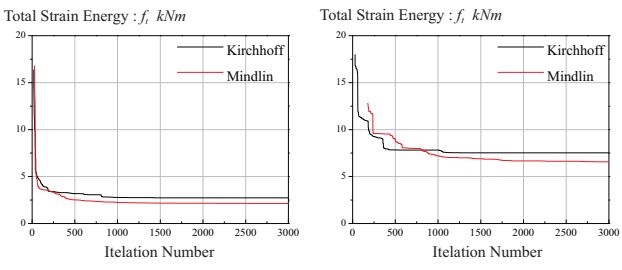
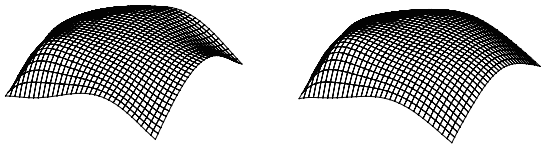


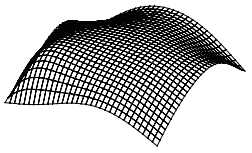
図 7 目的関数の推移（Model-D）

メント分布についても差異が見られず、各要素による数値結果の信頼性が確認できた。Model-B のように曲率を有する構造モデルの場合、各力学諸量に若干の差が現れてくる（図 2）。Kirchhoff 要素利用の Model-C では隅角部で不自然に曲げモーメントが反転し、Mindlin 要素利用では連続した曲げモーメント

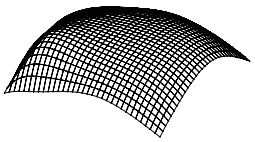


f_t = 0.9401[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0024 [*m*]
a.case-8K

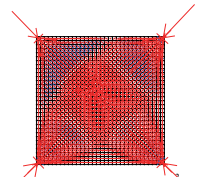
f_t = 0.8728[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0026 [*m*]
b.case-8M



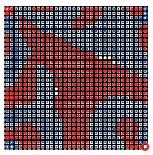
f_t = 11.663[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0078 [*m*]
c.case-9K



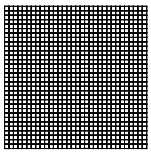
f_t = 11.172[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0091 [*m*]
d.case-9M



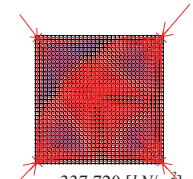
σ_{max} : 331.827 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -6219.52 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 420.622[*kN*]
主応力図



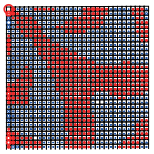
M_{max} : 1.7964 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布



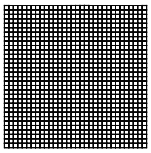
t_{max} : 0.1834 [*m*]
t_{min} : 0.1001 [*m*]
シェル厚分布
case-8K



σ_{max} : 337.720 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -5546.13 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 392.473[*kN*]
主応力図

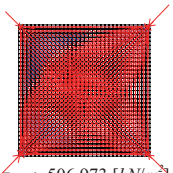


M_{max} : 1.9136 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布

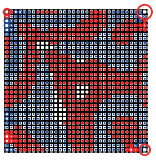


t_{max} : 0.1834 [*m*]
t_{min} : 0.1001 [*m*]
シェル厚分布
case-8M

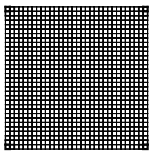
図 8 Model-E の解形状と力学性状（case-8 : s = 20）



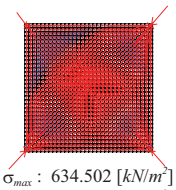
σ_{max} : 506.973 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -7431.89 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 1794.94[*kN*]
主応力図



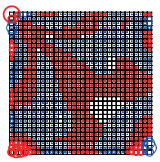
M_{max} : 7.3484 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布



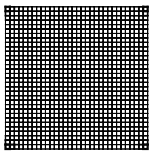
t_{max} : 0.3502 [*m*]
t_{min} : 0.1003 [*m*]
シェル厚分布
case-9K



σ_{max} : 634.502 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -6784.70 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 1708.04[*kN*]
主応力図

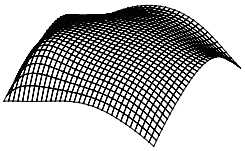


M_{max} : 19.082 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布

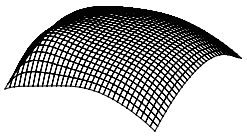


t_{max} : 0.3502 [*m*]
t_{min} : 0.1003 [*m*]
シェル厚分布
case-9M

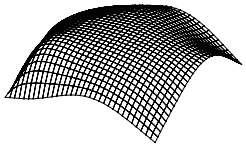
図 9 Model-E の解形状と力学性状（case-9 : s = 40）



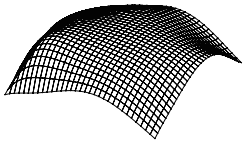
f_t = 159.88[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0256 [*m*]
a.case-10K



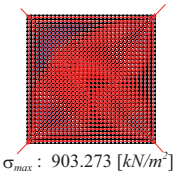
f_t = 159.06[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0371 [*m*]
b.case-10M



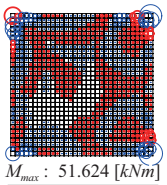
f_t = 31.208[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0110 [*m*]
c.case-12K



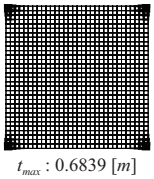
f_t = 28.837[*kNm*]
$_z\delta_{max}$ = 0.0113 [*m*]
d.case-12M



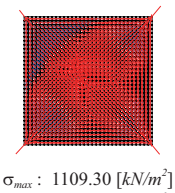
σ_{max} : 903.273 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -9040.23 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 8006.03[*kN*]
主応力図



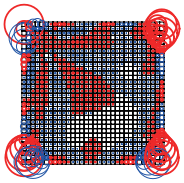
M_{max} : 51.624 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布



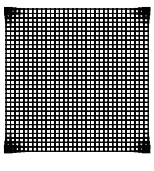
t_{max} : 0.6839 [*m*]
t_{min} : 0.1007 [*m*]
シェル厚分布
case-10K



σ_{max} : 1109.30 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -8224.49 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 8477.11[*kN*]
主応力図

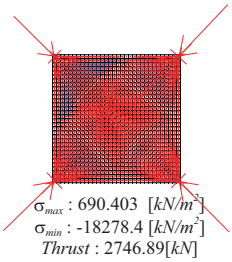


M_{max} : 64.777 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布

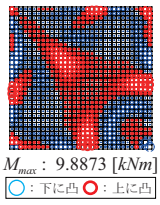


t_{max} : 0.6865 [*m*]
t_{min} : 0.1008 [*m*]
シェル厚分布
case-10M

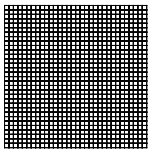
図 10 Model-E の解形状と力学性状（case-10 : s = 80）



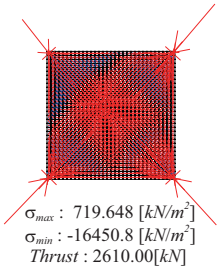
σ_{max} : 690.403 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -18278.4 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 2746.89[*kN*]
主応力図



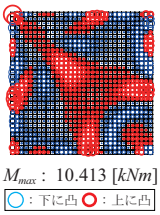
M_{max} : 9.8873 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布



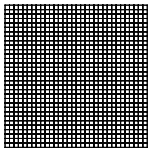
t = 0.2000 [*m*] 一定
シェル厚分布
case-12K



σ_{max} : 719.648 [*kN/m*^{2}]
σ_{min} : -16450.8 [*kN/m*^{2}]
Thrust : 2610.00[*kN*]
主応力図

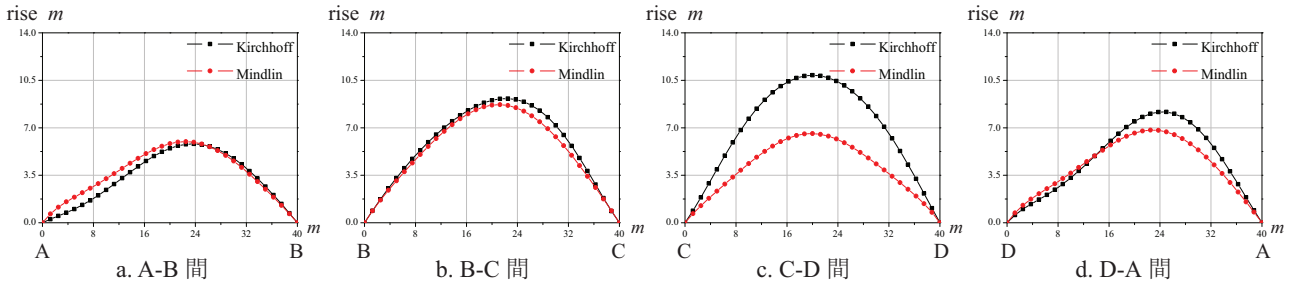


M_{max} : 10.413 [*kNm*]
○：下に凸 ○：上に凸
曲げモーメント分布



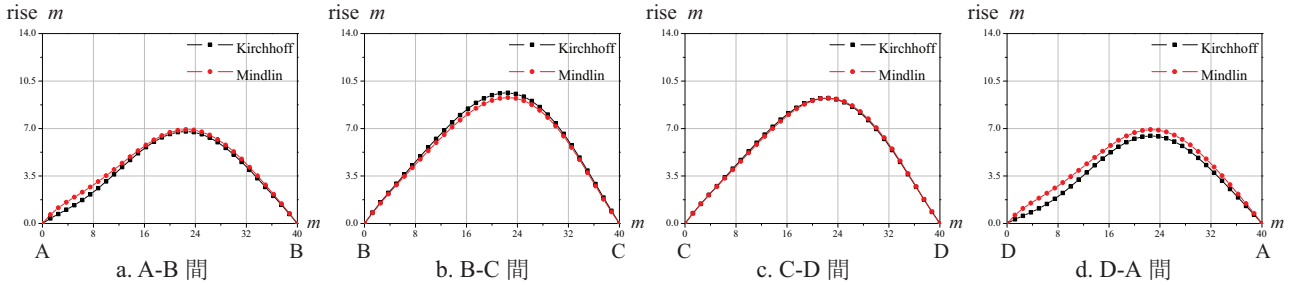
t = 0.2000 [*m*] 一定
シェル厚分布
case-12M

図 11 Model-E の解形状と力学性状（case-12 : s = 40）



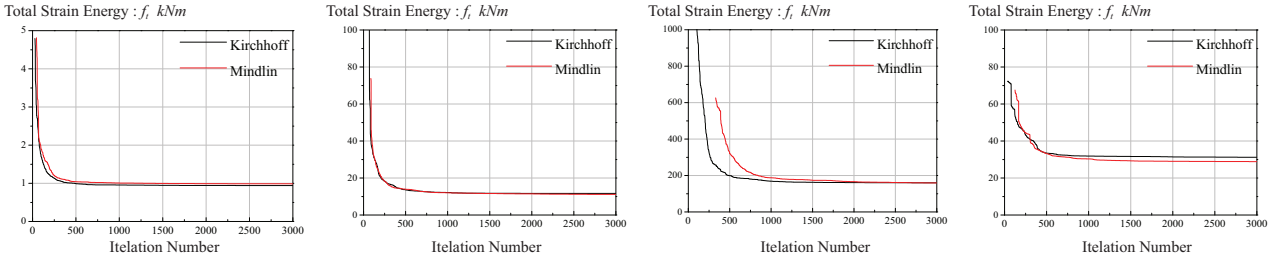
a. A-B 間　b. B-C 間　c. C-D 間　d. D-A 間

図 12 端部の断面形状比較 Model-E(case-9 : 板厚考慮)



a. A-B 間　b. B-C 間　c. C-D 間　d. D-A 間

図 13 端部の断面形状比較 Model-E(case-12 : 板厚一定)



a. Model-E(case-8)　b. Model-E(case-9)　c. Model-E(case-10)　d. Model-E(case-12)

図 14 目的関数の推移

分布になる（図 3 ）。ここでは数値解析上、隅角部を 1 点支持と設定している。隅角部を 3 点支持とするとそのような不自然な曲げモーメントを防ぐことができ、両要素ともに同様な曲げモーメント分布性状になる。ただし、最大曲げモーメントは約 1.2 倍 Mindlin 要素の方が大きい。

4．自由曲面シェルの形状最適化

図 4a-c に示す正方形平板を参照形状とした自由曲面シェル（節点数 :1089, 要素数 :1024 ）モデルの総ひずみエネルギ最小化による形状最適化を示す。曲面表現は Bézier 曲面を採用し、Bézier 曲面の制御点を設計変数とする。シェル厚を設計変数とする際も Bézier 曲面を用いる [1)]。

4.1 解析モデル

解析モデルは Model-D に対して 1 辺 $s = 40\,m$ とし、形状とシェル厚を設計変数とする場合 (case-6) とシェル厚一定とする場合 (case-7) を対象とし、形状の対称性を考慮した全体の 1/4 領域で計算する。Model-E はシェル厚による影響を比較するため、1 辺 $s = 20\,,40\,,80\,m$ の 3 つのモデルを用いる。$s = 20\,,40\,,80\,m$ の順にそれぞれ形状とシェル厚を設計変数とする場合 (case-8, -9, -10) とシェル厚一定とする場合 (case-11, -12, -13) について計算する。計算は非対称形状を得るのでモデル全体である。非対称条件は制御点高さ点 P_{11}（図 4c ● 位置 ）を指定する。制御点配置は、Model-D:5×5 配置（図 4b ）と Model-E:7×7 配置（図 4c ）とした。

4.2 総ひずみエネルギ最小化（Model-D, -E）

Model-D に対する総ひずみエネルギ最小化の単一目的最小化は、次式で与えられる。

$$\textit{Find} \qquad \mathbf{A},\mathbf{R} \tag{1}$$

$$\textit{to minimize} \qquad f_t(\mathbf{A},\mathbf{R}) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\mathbf{d} \tag{2}$$

$$\textit{subject to} \qquad \sigma^L \le \sigma_i \tag{3}$$

$$\mathbf{A}^L \le \mathbf{A} \le \mathbf{A}^U, \mathbf{R}^L \le \mathbf{R} \le \mathbf{R}^U \tag{4}$$

ここで、$f_t(\mathbf{A}, \mathbf{R})$：総ひずみエネルギー，$\mathbf{A}(=[\mathbf{A}_i])$：断面積（板厚）ベクトル，$\mathbf{R}(=[\mathbf{R}_i])$：節点座標ベクトル，$\mathbf{d}$：節点変位ベクトル，$\mathbf{K}$：全体剛性マトリクス，$\sigma_i$：$i$ 要素の圧縮応力度である。設計変数 **A**, **R** は Bézier 曲面の制御点 z 座標値である。応力制約は Fc30 を想定し、圧縮応力に対して長期許容応力度 $\sigma^{L}=-1.0\times10^{4}\ kN/m^{2}$ とする。材料定数及び載荷荷重は Model-A, -B, -C と同様とした。側面制約条件は参照形状の座標値を基準とした値であり、各 case の側面制約条件を表 2 に示す。Model-E は式（1）-（4）に次の制約条件を付加する。

$$ {}_{z}\mathbf{P}_{11} = h \tag{5}$$

ここで、$s=20\ m$ で $h=25\ m$，$s=40\ m$ で $h=50\ m$，$s=80\ m$ で $h=100\ m$ に設定する。これらのスパンと指定高さの比率は同じである。**A** に関する制約条件はスパンの 1/100 を上限としている。計算で適用する ABC のパラメータは表 3 に示す。なお、ABC による試行は各 3 回実施し、全て同じ解形態が得られたので、ここでは代表的な 1 試行を示す。

6. 数値結果と考察

Model-D の数値結果を図 5-7 に示す。図 5 は解形状と力学性状であり、図 6 グラフは図 4b に示す切断面 O-C の中立面形状図である（横軸：切断位置，縦軸：ライズ高さ）。図 7 グラフは目的関数値の推移状況である（横軸：反復回数，縦軸：目的関数値）。Model-E の数値結果を図 8-14 に示す。図 8-11 は解形状と力学性状である。シェル厚一定の case-11, 12, 13 は力学性状が相似形態であったので図 11 に case-12 のみを示す。図 12, 13 グラフは図 4c に示す境界部 A-B, B-C, C-D, D-A 間の 4 つの中立面形状図である。目的関数値の推移状況を図 14 グラフに示す。なお、計算結果図の f_t は式（1）の目的関数値であり、その他の数値情報は順解析と同じである。

順解析と同様に Kirchhoff 要素利用により得られた解形態では境界部で曲げモーメントが反転するような状況が見られる（図 5, 9）。Model-D, -E 共にシェル厚考慮の有無の違いが中立面の断面形状に現れていることが判る（図 6, 12, 13）。Mindlin 要素と Kirchhoff 要素を用いた解形態の比較では Mindlin 要素のほうが最大曲げモーメントが大きく、最小主応力が小さくなる傾向を示している。なお、ここで示した数値結果の総自由度数は Kirchhoff 要素と Mindlin 要素では同じとなる。

7 まとめ

本稿では、自由曲面シェルの形状最適化における Kirchhoff 要素と Mindlin 要素による解形態の違いを比較した。まず、順解析を実施し、各要素の特性を把握した。その結果、シェル厚考慮の曲面構造は Kirchhoff 要素と Mindlin 要素では力学性状の違いが現れることが明らかとなり、形状最適化による影響を調べることにした。その結果、次の知見が得られた。

①：シェル厚考慮の有無により、解形状の中立面の断面形状に無視できない差が生じる。

②：解形態の比較では Mindlin 要素が Kirchhoff 要素に比べて最大曲げモーメントが大きく、最小主応力が小さくなる傾向がある。（最大曲げモーメントは 20 m，40 m で約 1.5 倍程度、80 m で約 2.5 倍程度、最小主応力は全てのモデルにおいて約 0.9 倍程度）

以上より、自由曲面シェルの形状最適化に対し、シェル厚を考慮する場合には有限要素の選択を考慮し、形状や力学性状を詳細に把握する必要がある。その際、境界条件の設定には注意しなければならない。

註 1）Kirchhoff 要素とは、2.1 節で説明する Kirchhoff の仮定に基づいた定式化による有限要素をいう。

註 2）Mindlin 要素とは、2.2 節で説明する面外せん断変形を許容する定式化による有限要素をいう。

参考文献

1）永田洸大，本間俊雄：構造最適化における自由曲面シェルの要素分割とベジエ曲面の制御点に関する考察，日本建築学会九州支部研究報告，第 51 号，2012.

2）宇谷明秀，西元雅明，山本尚生：高次元工学設計問題のための最適化手法：知能と情報（日本知能情報ファジィ学会誌）Vol.24，No.3，pp.791-802，2012.

3）半谷裕彦：*平板の基礎理論，彰国社*，1995.

4）O.C.Zienkiewicz and R.L.Taylor：*マトリクス有限要素法，矢川元基他訳，科学技術出版社*，1996.

5）K.J.Bathe and E.N.Dvorkin：Short communication a four-node plate bending element based on Mindlin/Reissner plate theory and a mixed interpolation，Vol.21，pp.367-383，1985.

Willmore エネルギーの力学量による定式化と形状決定問題

里中拓矢[1)]，横須賀洋平[2)]，本間俊雄[3)]
1）鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生，t-satonaka@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2）鹿児島大学大学院理工学研究科，助教，博士（情報科学），yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp
3）鹿児島大学大学院理工学研究科，教授，工博，honma@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

膜構造に代表される張力構造の設計初期段階では、適切に曲面形状を決定することで、張力材に正しく張力を導入できる。その結果、曲面に構造剛性が付与され、柔らかな材料による空間の構成が可能になる。この初期曲面形状としては、等張力曲面と幾何学的に等価である極小曲面が用いられることが多い。極小曲面を得る代表的な計算方法に有限要素法があり、一般的によく用いられる[1),2)]。

近年、微分幾何学の分野でコンピュータグラフィックスや物理問題への応用を目的に、連続曲面の特徴を保存した離散曲面を記述する離散微分幾何(Discrete Differential Geometry)が盛んに研究されている[3)]。離散微分幾何ではそれぞれ定義される幾何学量の数学的な対応関係を与える。既往研究では、離散的な幾何学量を用いた極小曲面や平均曲率一定曲面の変分問題の数値解法が提案されている[4)]。

離散微分幾何では、Willmore エネルギーと呼ばれる汎関数が定義され、その臨界点で極小曲面を形成することが知られている[5)]。連続曲面の Willmore エネルギーは次式で与えられる。

$$E_w(S) = \int_S (H^2 - K)dA = \frac{1}{4}\int_S (k_1 - k_2)^2 dA \quad (1)$$

ここで、E_w : Willmore エネルギー，S : 連続曲面，H : 平均曲率，K : Gauss 曲率，k_1, k_2 : 主曲率である。

この汎関数の利用により、要素の離散化誤差に左右されず、安定的に曲面を形成できると考えている。また、近年、Airy 応力関数を用い、その関数曲面と双対の関係にある形状の自己釣り合い形状を決定する研究がある[6)]。Airy 応力関数曲面上では、曲率と応力の対応関係があり、Willmore エネルギーを用いて曲面の応力状態を表すことができる。本稿では、張力構造の形状と Airy 応力関数曲面の対応関係を、Willmore エネルギーを用いた数値計算により示す。

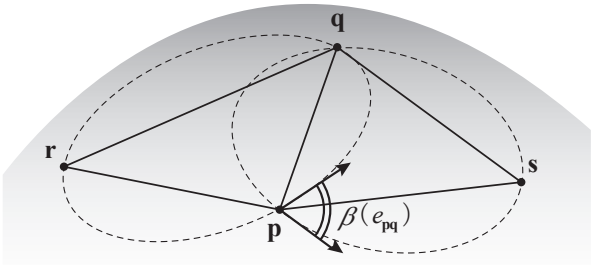


図1　三角形メッシュと角度 $\beta(e_{pq})$

2　Willmore エネルギーの離散化表現

ここでは、幾何学の分野で提案されている離散化表現を踏襲する。離散化定式化上、Möbius 不変量と呼ばれる性質が重要な原理として扱われる。Möbius 不変量とは、Möbius 変換（移動、回転、拡大縮小および反転など）に対して保存される性質である。以下に述べる離散化手法を用いることで、Willmore エネルギーの持つ Möbius 不変量の性質を維持して、連続曲面としての性質が保持できる。

図 1 に、本離散化手法における三角形メッシュと角度 $\beta(e_{pq})$ の関係を示す。ここで、$\beta(e_{pq})$ は隣接する三角形メッシュ同士の外接円の接線ベクトルのなす角である。この角度 $\beta(e_{pq})$ を用いて、点 $\mathbf{p}$ における Willmore エネルギー $E_w(\mathbf{p})$ は式 (2) のように表現できる。

$$E_w(\mathbf{p}) = -2\pi + \sum_{\mathbf{q}\in N(\mathbf{p})} \beta(e_{pq}) \quad (2)$$

同様に、Möbius 不変量の性質より、点 $\mathbf{q}$ におけるエネルギー量 $W_1(\mathbf{q})$ も同値となる。

離散曲面上の三角形メッシュの集合を $\mathbf{M}$ とすると、$\mathbf{M}$ の Willmore エネルギーは式 (3) のように表現できる。

$$E_w(\mathbf{M}) = \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{p}} E_w(\mathbf{p}) \quad (3)$$

また、実際には、図 1 に示すような関係にある三角形メッシュ同士における $\cos\beta(e_{pq})$ は次式 (4) のように表すことができる。

$$\cos\beta(e_{pq}) = \frac{\langle \mathbf{a},\mathbf{c}\rangle\langle \mathbf{b},\mathbf{d}\rangle - \langle \mathbf{a},\mathbf{b}\rangle\langle \mathbf{a},\mathbf{d}\rangle - \langle \mathbf{b},\mathbf{c}\rangle\langle \mathbf{d},\mathbf{a}\rangle}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}||\mathbf{c}||\mathbf{d}|} \quad (4)$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{q} - \mathbf{s}\ ,\ \mathbf{b} = \mathbf{r} - \mathbf{q}\ ,\ \mathbf{c} = \mathbf{p} - \mathbf{r}\ ,\ \mathbf{d} = \mathbf{s} - \mathbf{p}$$

ここで、〈 , 〉は内積を表わす。

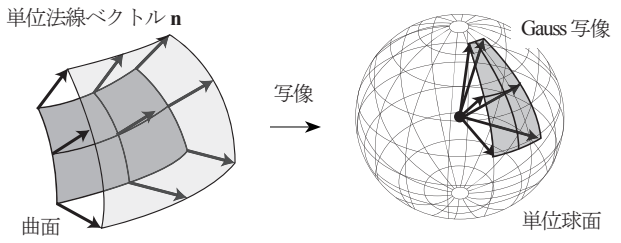


図2　Gauss 写像

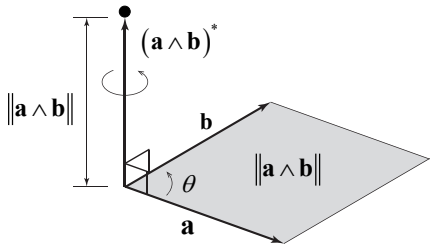


図3　法線ベクトルによる面の双対

$\cos\beta(e_{pq})$ は、Möbius 幾何の複比で表現され、 Möbius 不変量である。

次に、Willmore エネルギーを最小化するためのベクトルを求める。以下のように変数を定義する。

$$\mathbf{A}=\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|},\ \mathbf{B}=\frac{\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|},\ \mathbf{C}=\frac{\mathbf{c}}{|\mathbf{c}|},\ \mathbf{D}=\frac{\mathbf{d}}{|\mathbf{d}|},\ \beta(e_{pq})=\beta$$

点 **p** における更新ベクトルは次式 (5)で定義される。

$$\nabla_{\mathbf{p}}W(\mathbf{M})=\sin\beta\left\{C_1(\mathbf{p}-\mathbf{q})+C_2(\mathbf{p}-\mathbf{r})+C_3(\mathbf{p}-\mathbf{s})\right\} \quad (5)$$

$$C_1=\frac{\langle\mathbf{A},\mathbf{C}\rangle}{|\mathbf{b}||\mathbf{d}|}+\frac{\langle\mathbf{D},\mathbf{A}\rangle}{|\mathbf{b}||\mathbf{c}|}+\frac{\langle\mathbf{B},\mathbf{D}\rangle}{|\mathbf{a}||\mathbf{c}|}+\frac{\langle\mathbf{B},\mathbf{C}\rangle}{|\mathbf{a}||\mathbf{d}|}$$

$$C_2=-\frac{\langle\mathbf{B},\mathbf{D}\rangle}{|\mathbf{a}||\mathbf{c}|}-\frac{\langle\mathbf{B},\mathbf{C}\rangle}{|\mathbf{a}||\mathbf{d}|}+\frac{\cos\beta}{|\mathbf{d}|^2}-\frac{\langle\mathbf{A},\mathbf{B}\rangle}{|\mathbf{d}||\mathbf{c}|}$$

$$C_3=-\frac{\langle\mathbf{A},\mathbf{B}\rangle}{|\mathbf{d}||\mathbf{c}|}+\frac{\cos\beta}{|\mathbf{c}|^2}-\frac{\langle\mathbf{A},\mathbf{C}\rangle}{|\mathbf{b}||\mathbf{d}|}-\frac{\langle\mathbf{D},\mathbf{A}\rangle}{|\mathbf{b}||\mathbf{c}|}$$

これは、収束計算上の特異点を取り除くために、文献3)で定義されている Willmore エネルギーの勾配 (Willmore Flow) を修正した式である。既往研究[7]において、曲面上の各節点で Willmore エネルギーの勾配を計算し、勾配に従いエネルギーを減じることで臨界点に達し、極小曲面が得られることを確認している。

3　Airy 応力関数曲面の Willmore エネルギー

Airy 応力関数 $\chi(x,y)$はポテンシャル関数として扱われ、平面応力の外力作用のない平衡方程式は、Airy 応力関数 を導入することで満足される。文献 8)に従い、Airy 応力関数 における Willmore エネルギーの定式化を示す。

Airy 応力関数 χ と応力テンソルの各成分の関係は以下の通りである。

$$\sigma_{xx}=\partial_y\partial_y\chi,\quad \sigma_{yy}=\partial_x\partial_x\chi,\quad \tau_{xy}=-\partial_x\partial_y\chi \quad (6)$$

$$\left(\text{ただし、}\partial_x=\frac{\partial}{\partial x},\ \partial_y=\frac{\partial}{\partial y}.\right)$$

ここで、σ_{xx}, σ_{yy} は x,y 方向の応力成分であり、τ_{xy} はせん断応力である。

Airy 応力関数を曲面を形成する関数とみなせば、微分幾何では、この関数の 2 階微分として曲率を得ることができる。すなわち 、張力構造の形状である Euclid 空間上の曲面 (原曲面) に対応する Airy 応力関数曲面の主曲率 k_1, k_2 を求めることと、原曲面の応力 σ_{xx}, σ_{yy} を求めることに対応関係がある。

次に、Airy 応力関数曲面での Willmore エネルギーについて示す。応力関数曲面 χ の平均曲率 H とガウス曲率 K は次式で与えられる。

$$H=\frac{1}{2}\left(\partial_x\partial_x\chi+\partial_y\partial_y\chi\right)=\frac{1}{2}\left(\sigma_{xx}+\sigma_{yy}\right) \quad (7)$$

$$K=\partial_x\partial_x\chi\ \partial_y\partial_y\chi-\left(\partial_x\partial_y\chi\right)^2=\sigma_{xx}\sigma_{yy}-{\tau_{xy}}^2 \quad (8)$$

式 (7) および式 (8) を組み合わせて、Airy 応力関数曲面上の Willmore エネルギーは下式で表現できる。

$$H^2-K=\frac{1}{4}\left(\sigma_{xx}-\sigma_{yy}\right)^2+\left(\tau_{xy}\right)^2 \quad (9)$$

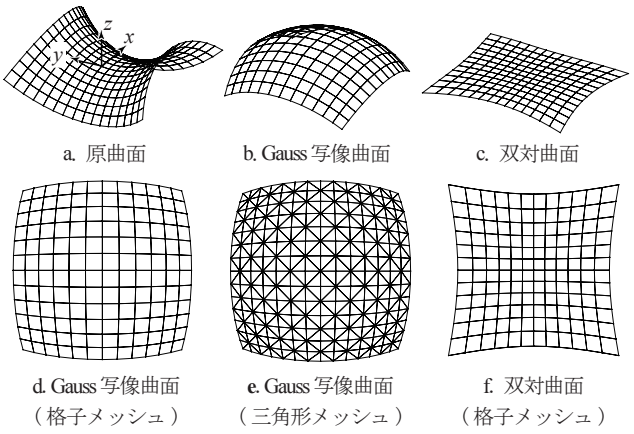
上式より、Airy 応力関数曲面上の Willmore エネルギーが 0 の場合、対応する原曲面では、等張力かつせん断応力が生じない応力場となる。

4　Gauss 写像と法線写像による双対図形

Airy 応力関数の多価性より、形状と Airy 応力関数の対応関係は数多く存在すると考えられるが、E. Vouga etc.[9] は、形状の Gauss 写像と Airy 応力関数の対応関係を示している。形状の平面射影の双対と Airy 応力関数の極双対 (polar dual) の平面射影が一致する。この研究に従い、本稿では形状の Gauss 写像を Airy 応力関数とみなす。

Gauss 写像とは、曲面上で単位法線ベクトル **n** を求めて、そのベクトルを一点に集めることにより、曲面と単位球面を対応づけた写像である (図 2 参照)。Gauss 写像は面から点への写像であり、それらの点の集合として曲面が形成される。

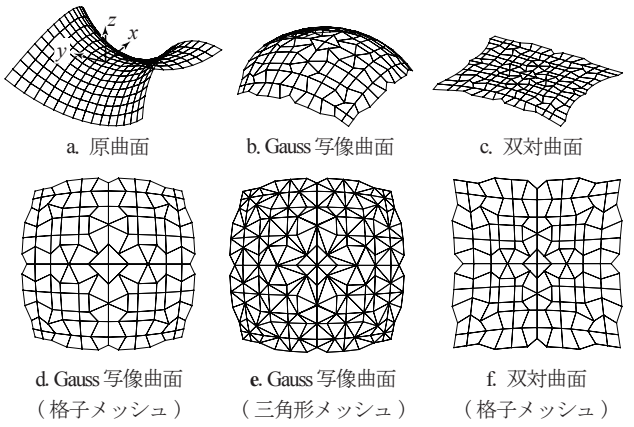
一方で、P. Block etc.[6] は、形状と図式力学の関係から、圧縮応力場となるシェルの釣り合い形状を求める手法を示し、形状と双対関係にある示力図から釣り合い形状を求めている。ただし、そこでは二次元の釣り合いを考えており、本稿では、三次元の双対写像を用いて曲面の形状特性を表現する。



各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	格子メッシュ分割	： 0.000
	三角形メッシュ分割	： 5.423×10^{-2}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 9.465×10^{-4}
	三角形メッシュ分割	： 4.496×10^{1}

図 4　数値計算結果
Enneper 曲面　理論解



各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	格子メッシュ分割	： 0.000
	三角形メッシュ分割	： 6.314×10^{2}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 5.486×10^{-1}
	三角形メッシュ分割	： 7.968×10^{1}

図 5　数値計算結果
Enneper 曲面　理論解の z 座標値を小数点以下第 3 位で四捨五入

面の双対は次のように求めることができる[10]。二重ベクトル $\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}$ の双対 $(\mathbf{a}\wedge\mathbf{b})^*$ は、**a**、**b** の両方に直交する法線ベクトルとして表現され、その長さは **a**、**b** の作る平行四辺形の面積 $\|\mathbf{a}\wedge\mathbf{b}\|$ に等しい（図 3 参照）。法線ベクトルによる面の双対形状は、Gauss 写像と同様の構成方法であるが、単位ベクトル化しない法線ベクトルを用いた形状である。双対形状は Gauss 写像と異なり、原曲面の面積が反映される写像であるため、原曲面の形状特性(形状の滑らかさ、メッシュの均質性)をより精密に表現できると考えている。

本稿 5 節、6 節では、極小曲面と強制的な形状不整を与えた極小曲面に対して、Gauss 写像曲面および法線写像による双対曲面を形成し、Willmore エネルギーを算定することで、原曲面と各写像曲面の対応関係を明らかにする。これにより、力学的性質を反映する写像の選択と Willmore エネルギーの算定方法を検討する。

7 節では、原曲面上の Willmore エネルギー最小化によるケーブル境界を有する極小曲面の形状決定手法とその解析結果を示す。あわせて、得られた形状に対して Gauss 写像曲面および双対曲面を求め、形状決定手法の妥当性を検証する。

5　Enneper 曲面

5.1　数値計算対象

前節に示したように、曲面形状の Gauss 写像および法線写像による双対曲面を形成する。解析対象は、Weierstrass 公式により与えられる極小曲面のひとつである Enneper 曲面である。Enneper 曲面の理論解を式 (10) に示す。

$$\mathbf{x}=\begin{pmatrix}x(u,v)\\ y(u,v)\\ z(u,v)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}u-(u^3-3uv^2)/3\\ -v-(3u^2v-v^3)/3\\ u^2-v^2\end{pmatrix} \qquad (10)$$

5.2　数値計算結果と考察

図 4 および図 5 に、Enneper 曲面の Gauss 写像曲面と双対曲面の形状図と、それぞれの曲面で求めた Willmore エネルギーを示す。図 4 a は式 (10) により得られた理論解である。また、図 5 a は理論解の内部領域節点の z 座標値を小数点以下第 3 位で四捨五入し極小曲面に不整を与えた形状である。これら原曲面に対する Gauss 写像曲面と双対曲面の Willmore エネルギーを求めるメッシュ分割として、既往研究に示す格子メッシュ分割[11] と、三角形メッシュ分割を用いる。また、法線ベクトルを求める際、Willmore エネルギーを算定する範囲は、境界部を除いた内部領域のみとしている。

図 4 および図 5 より、メッシュ分割による違いを計算結果とともに考察を述べる。Gauss 写像の曲面を格子メッシュに分割した場合、写像の Willmore エネルギーは 0 となった。球面および平均曲率一定曲面の Willmore エネルギーは理論上 0 であるが、図 5 b や d に示すメッシュ分割が大きく崩れる状態は、適正なメッシュ分割とはいえず、原曲面の滑らかさを正確に表していない。

一方で、曲面を三角形に分割した場合、図 4 の形状に対して図 5 の形状は、Willmore エネルギーが 10^4 倍程度

となっており、球面への写像であるが、原曲面の滑らかさを反映した結果が得られている。

以上より、原曲面の応力状態(等張力状態)を示すためには、原曲面の Gauss 写像を三角形メッシュに分割して Willmore エネルギーを算定する必要がある。

次に写像の違いによる結果と考察を述べる。図 4、図 5 の c および f に示すように、Enneper 曲面の双対曲面に対する Willmore エネルギーの算定結果より、図 4 f の形状に対して図 5 f の形状は、Willmore エネルギーが 10^3 倍程度であり、原曲面の滑らかさを反映した結果が得られている。法線写像による双対曲面から、原曲面の応力状態(等張力状態)を知ることができる可能性がある。

6　回転懸垂曲面

6.1　数値計算対象

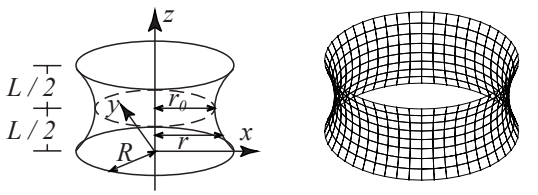
回転懸垂曲面を対象に、前節 5 と同様に Gauss 写像曲面と双対曲面を求める。回転懸垂曲面は極小曲面の理論解が得られているモデルである。回転懸垂曲面の形状を図 6 に示す。回転懸垂曲面は、安定解(表面積最小)と不安定解(表面積最大)の 2 つの解が存在することが知られているが、本稿では安定解形状のみを扱う。

6.2　数値計算結果と考察

図 7、図 8 および図 9 に、回転懸垂曲面の Gauss 写像曲面と双対曲面の側面図と、それぞれの曲面の Willmore エネルギーを示す。図 7 に理論解の結果を、図 8 に理論解のメッシュを高さ方向について不等間隔に分割した形状(メッシュの均質さに不整)の結果を示す。図 9 に理論解の *x,y* 座標値を小数点以下第 3 位で四捨五入し、形状不整を与えた曲面の結果を示している。

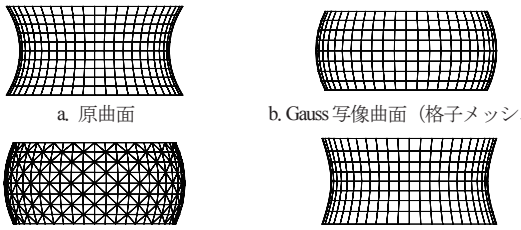
図 7、図 8 および図 9 より、Gauss 写像の Willmore エネルギーを格子メッシュ分割で算定すると、図 9 の場合を除いて 0 である。メッシュの均質性に関わらず、原曲面の滑らかさを表現できている。三角形メッシュ分割で算定した場合も同様であり、図 9 の場合には、他の形状と比較して Willmore エネルギーが 10^3 倍程度である。

一方で、双対曲面で Willmore エネルギーを算定した結果、図 8 d において顕著なように、原曲面の不均質なメッシュ分割を反映して双対曲面が大きくゆがみ、Willmore エネルギーが大きくなっている。以上より、形状の双対曲面は、原曲面の形状特性(形状の滑らかさ、メッシュの均質性)と対応関係にある。ただし、法線写像による双対形状の Willmore エネルギーは、極小曲面の場合も 0 になるとは限らない。



a．形状モデル　　b. 安定解

図 6　回転懸垂曲面



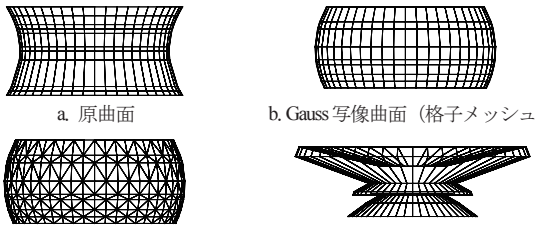
a. 原曲面　　b. Gauss 写像曲面（格子メッシュ）

c. Gauss 写像曲面（三角形メッシュ）　　d. 双対曲面（格子メッシュ）

各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	格子メッシュ分割	： 0.000
	三角形メッシュ分割	： 8.296×10^{-2}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 3.934×10^{0}
	三角形メッシュ分割	： 4.038×10^{1}

図 7　数値計算結果
回転懸垂曲面　理論解



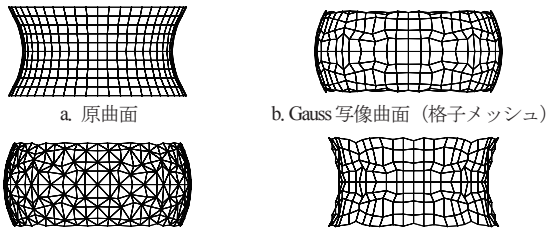
a. 原曲面　　b. Gauss 写像曲面（格子メッシュ）

c. Gauss 写像曲面（三角形メッシュ）　　d. 双対曲面（格子メッシュ）

各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	格子メッシュ分割	： 0.000
	三角形メッシュ分割	： 2.997×10^{-2}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 5.412×10^{1}
	三角形メッシュ分割	： 5.421×10^{1}

図 8　数値計算結果
回転懸垂曲面　理論解・メッシュ高さ不均質



a. 原曲面　　b. Gauss 写像曲面（格子メッシュ）

c. Gauss 写像曲面（三角形メッシュ）　　d. 双対曲面（格子メッシュ）

各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	格子メッシュ分割	： 4.074×10^{-1}
	三角形メッシュ分割	： 8.169×10^{1}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 1.138×10^{1}
	三角形メッシュ分割	： 1.550×10^{2}

図 9　数値計算結果
回転懸垂曲面　理論解の *x,y* 座標値を小数点以下第 3 位で四捨五入

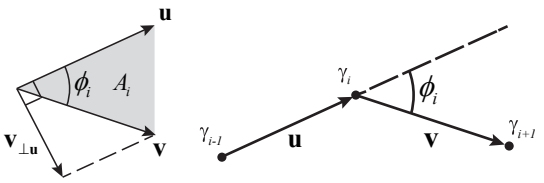


図 10　各変数の幾何学関係

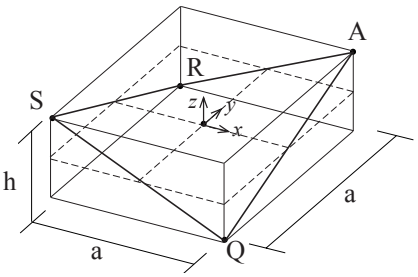


図 11　HP 形状モデル

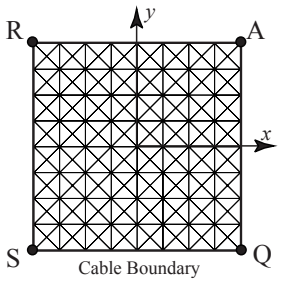


図 12　解析モデル平面図

7　ケーブル境界を有する膜構造の形状決定

本節では、ケーブル境界部を有する膜構造の形状決定法について示す。ここでの形状決定は、直接、曲面上の Willmore エネルギーと曲率の 2 乗エネルギーを最小化する手法である。この手法で得られた形状について、Gauss 写像と法線ベクトルによる双対曲面を求めて、得られた結果について考察する。

7.1　ケーブル境界部における幾何学エネルギー

ケーブル境界部におけるエネルギーは、Willmore エネルギーと曲率の 2 乗エネルギーの和として表現する。連続曲線の曲率の 2 乗のエネルギー E_k を式 (11) に示す。

$$E_k(\Gamma) = \int_\Gamma k^2 \, l \qquad (11)$$

ここで、Γ : 連続曲線の境界領域、k : 曲率、l : 連続曲線の長さを表す。曲率を l 倍することで、内部領域と境界領域におけるエネルギーの次元を合わせている。

また、離散曲線上の点 γ における曲率の 2 乗エネルギーを式 (12) に示す。

$$E_k(\gamma) = \sum_i \frac{\phi_i^2}{L_i} L_i \qquad (12)$$

ここで、各変数の幾何学的関係を図 10 に示す。

次に、曲率の 2 乗エネルギーの勾配の算定式を下式 (13) に示す。エネルギーの算定式と同様、各変数の幾何学的関係は図 10 に示す通りである。

$$\nabla E_k = \frac{\phi_i}{L_i}\left(\frac{\mathbf{u}_{\perp\mathbf{v}} - \mathbf{v}_{\perp\mathbf{u}}}{A_i} + \frac{\phi_i}{2L_i}(\mathbf{v}-\mathbf{u}) \right) \qquad (13)$$

ケーブル境界部を有する膜構造の形状決定では、上に示す曲率の 2 乗エネルギーと Willmore エネルギーの和を最小化することで、境界領域の収束形状を得る。内部領域は Willmore エネルギーのみの最小化により求めることができる。

最急降下法を用いた形状の更新式を式 (14) に示す。

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n - dt(\nabla E_w(\mathbf{x}_n) + \frac{N}{M} S\lambda \nabla E_k(\mathbf{x}_n)) \qquad (14)$$

ここで、$\mathbf{x}_n$: 更新前の曲面座標値、$\mathbf{x}_{n+1}$: 更新後の曲面座標値、N : 内部領域のエッジ数、M : 境界領域のエッジ数、S : スケーリング係数 (本解析では S = 1.0)、λ : ケーブル形状を決定する重み係数、∇E_w : Willmore エネルギーの更新ベクトル、∇E_k : 曲率の 2 乗エネルギーの勾配ベクトルである。

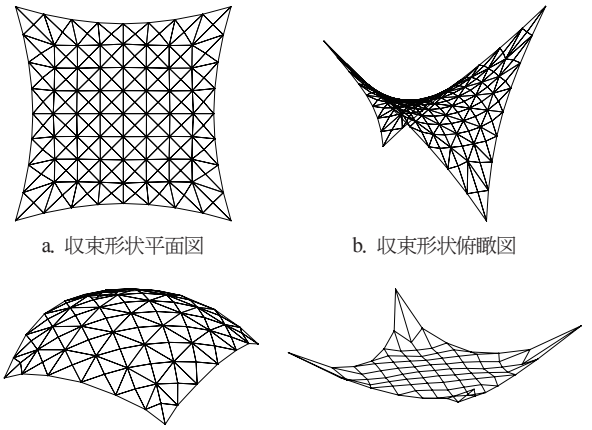
7.2　数値解析結果と考察

本節では、図 11 に示すような HP 型の形状モデルについて解析を行う。解析モデルのメッシュ分割を図 12 の平面図に示す。太線で示した部分が式 (14) に適用するケーブル境界部であり、A, Q, R, S は固定点である。

最急降下法を用いた数値解析によって得られた収束形状および Gauss 写像と法線写像による双対曲面を図 13 と図 14 に示す。図 13 は λ = 5.0 の場合の結果であり、図 14 は λ = 1.5 の場合の結果である。収束計算では、図 12 に示すように、曲面を三角形メッシュに分割して計算した。また、前節までの結果を踏まえ、Willmore エネルギーを算定する際、Gauss 写像曲面の場合は三角形にメッシュを分割し、法線写像による双対曲面の場合は格子状にメッシュを分割した。

図 13 と図 14 の結果より、形状を決定する重み係数 λ の値が小さい場合に、ケーブル境界がより大きく曲がった形状に収束している。Gauss 写像曲面と双対曲面の Willmore エネルギーは共に、λ = 1.5 の場合に、λ = 5.0 の場合の 1.74 倍であり、異なる形状間の対応関係を示した。

一方で、Gauss 写像曲面と双対曲面の両方の場合において、Willmore エネルギーは 0 ではない。特に、双対曲面の場合に形状のゆがみが確認できる。このことから、収束形状は極小曲面と同様の形状特性を示していない。収束計算でエネルギーとその勾配を計算する際に、Willmore エネルギーと曲率の 2 乗のエネルギーの組み合わせ方を検討する必要がある。



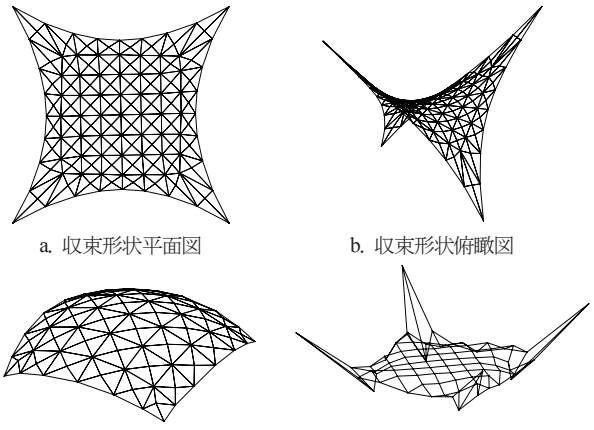
a. 収束形状平面図　b. 収束形状俯瞰図

c. Gauss 写像曲面（三角形メッシュ）　d. 双対曲面（格子メッシュ）

各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	三角形メッシュ分割	： 2.734×10^{0}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 6.997×10^{0}

図 13　数値計算結果
ケーブル境界を有する HP 型曲面　λ=5.0　の場合



a. 収束形状平面図　b. 収束形状俯瞰図

c. Gauss 写像曲面（三角形メッシュ）　d. 双対曲面（格子メッシュ）

各曲面の Willmore エネルギー

Gauss 写像曲面	三角形メッシュ分割	： 4.764×10^{0}
双対曲面	格子メッシュ分割	： 1.219×10^{1}

図 14　数値計算結果
ケーブル境界を有する HP 型曲面　λ=1.5　の場合

8　おわりに

本稿では、形状と Airy 応力関数曲面の力学的な対応関係を Willmore エネルギーを用いた数値計算によって示した。形状に対応する Airy 応力関数曲面として Gauss 写像曲面を定義している。あわせて、法線写像による双対曲面を定義し、それらの Willmore エネルギーを算定することで、原曲面の形状特性を明らかにした。また、原曲面上の Willmore エネルギー最小化によるケーブル境界を有する極小曲面の形状決定法を示し、その解析結果に対して Gauss 写像曲面および双対曲面を求め、手法の妥当性を検証した。

Airy 応力関数に対応する Gauss 写像曲面は、三角形メッシュ分割により Willmore エネルギーを算定することで、曲面の状態をより精密に計量でき、極小曲面の理論解の場合には 0 に近い値を得た。

一方、法線写像による双対曲面は、格子状のメッシュ分割で、曲面の滑らかさやメッシュの均質性を表現することができる。しかし、極小曲面の双対曲面でも、Willmore エネルギーは 0 にならず、力学量との厳密な関係性が明らかでない。

本稿では、極小曲面の形状から Gauss 写像と双対形状を求めて、その対応関係を示した。Airy 応力関数曲面から形状への変換が可能であれば、Airy 応力関数曲面上の Willmore エネルギー最小化による、膜構造の形状決定への展開が期待できる。

参考文献

1）鈴木俊男，半谷裕彦：極小曲面の変数低減による数値解析，日本建築学会構造系論文報告集，第 425 号，1991, pp.111 - 120
2）八木考憲，大森博司，石原競：極小曲面法による膜構造の形状決定に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第 632号，pp.1773 - 1777, 2008
3）Alexander I. Bobenko, P.Schroder : Discrete Willmore Flow, Eurographic Symposium on Geometry Precessing, 2005
4）Lyalla dos Santos Criff : Geometric Energies on Triangulated Surfaces, doctoral thesis
5）U.Pinkall,etc. :Computing Discrete Minimal Surfaces and Their Conjugates, Experimental Math, Vol.2, 1993
6）Phillip Block: Thrust Network Analysis - Exploring Three-dimensional Equilibrium -, Massachusetts Institute of Technology, Doctor of Philosophy in Architecture, 2009
7）里中拓矢，横須賀洋平，本間俊雄：離散微分幾何手法による膜構造の形状決定，コロキウム構造形態の解析と創生 2014 資料集，pp.109 - 114
8）K.Yamasaki and T.Yajima : Differential Geometric Approach to the Stress Aspect of a Fault: Airy Stress Function Surface and Curvatures, Acta Geophysica, vol.60 (1), 2012, pp.4-23
9）Etienne Vouga, etc : Design of Self-supporting Surfaces, ACM Transactions on Graphics (TOG) - Proceedings of ACM SIGGRAPH 2012
10）金谷健一：*幾何学と代数系*，森北出版株式会社，2014
11）横須賀洋平：ウィルモア曲面の張力構造への応用に関する研究，コロキウム構造形態の解析と創生 2013 資料集，pp.101 - 106
12）横須賀洋平，本間俊雄：離散微分幾何手法によるケーブル境界を持つ膜構造の形状決定法，コロキウム構造形態の解析と創生 2014 資料集，pp.102 - 108
13）坪井善勝：*連続体力学序説*，産業図書，1977
14）小磯憲史：*変分問題*，共立出版, 1998
15）M. Miki, etc : Parametric Self-supporting Surfaces via Direct Computation of Airy Stress Functions, ACM Transactions on Graphics - SIGGRAPH 2015
16）T. Satonaka, Y.Yokosuka, T. Honma: Form-Finding Analysis for Membrane Structure with Cable Using Geometric Energy Minimization, The International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2015, 524138

最大断面を考慮したブレースの配置と断面設計のための発見的最適化アルゴリズム

島田英里子[1)]，三井和男[2)]
1)日本大学大学院 生産工学研究科 数理情報工学専攻，博士後期課程，cier15002@g.nihon-u.ac.jp
2)日本大学 生産工学部 創生デザイン学科，教授，博士（工学），mitsui.kazuo@nihon-u.ac.jp

1 はじめに

構造の最適化問題は、大きさ、形状、トポロジーの 3 つの最適化問題に分類できる。大きさを決定する最適化問題では、決定しなければならない大きさそのものが設計変数となるため比較的少ない設計変数で問題を構成することができる。形状やトポロジーを決定する最適化問題でも設計変数のセットによって形状やトポロジーを定義する場合がある。この場合、複雑な形状やトポロジーを考慮するためには設計変数の増加を避けることができない。これらの設計変数は、目的関数と制約条件を設定することによって最適化問題として定式化され、勾配を用いた数理計画法によって解くことが可能である。しかし、設計変数の増加にともなって最適化問題の複雑さも増加し、そのために設計変数の大きいセットをもつ最適化問題を勾配ベースの数理計画法を使って解くことが難しくなる[1)]。また、設計変数が離散的となる場合には、組合せ最適化問題として扱わなければならず大規模な問題に対する有効な方法は未だ研究の過程にある[2)3)]。数理計画法に起因するこのような困難は、発見的手法を応用することによって克服することができる。

本研究は実用的なサイズの問題を扱うため、設計変数の数は増加せざるをえず、さらに部材を規格断面から選定することから設計変数は離散値となる[4)]。したがって、大規模な組合せ最適化問題を扱わなければならない。この問題を解決するために本研究では、発見的最適化手法を用いて骨組構造のブレース配置､断面の最適化を行い、結果を比較し、その有効性を検討する。

2 解析手法

本研究では、節点間距離変化率に基づく 2 種類の発見的最適化手法を検討する。節点間距離変化率α_{ij}は、変形前の節点間距離と変形後の節点間距離を用いて求めると式(1)となる。

$$\alpha_{ij} = \frac{l_{ij}^1 - l_{ij}^0}{l_{ij}^0} \qquad (1)$$

l_{ij}^0：変形前節点間距離
l_{ij}^1：変形後節点間距離

以下に各手法の基本アルゴリズムを示す。

2.1 貪欲アルゴリズムに基づく手法

1) 解析モデルの構造解析を行い、各節点の変位を求める。
2) 各節点の変位から変形後の節点座標を計算し、ブレース配置候補の節点間距離変化率を求める。
3) 節点間距離変化率が閾値を超えるブレース配置候補に最小断面のブレースを配置する。すでにブレースが配置されている場合は、ブレース候補部材リストの中から現在の断面積の次に大きい部材を選定して置き換える。
4) 全節点の鉛直方向成分が許容値未満の値になるまで 1)～3)を繰り返す。

閾値は全ブレース配置候補の節点間距離変化率の大きさに基づいて設定する。閾値は以下の 4 パターンを検討した。

A) 節点間距離変化率の最大値
B) 10 番目に大きい節点間距離変化率の値
C) 節点間距離変化率の最大値×0.95～0.7

また、閾値を超えるブレース配置候補の中に最大断面に達しているブレースがある場合は、そのブレースの数だけ繰り上げる。

2.2 信号の時間的加算性を考慮した手法

1) 解析モデルの構造解析を行い、各節点の変位を求める。
2) 各節点の変位から変形後の節点座標を計算し、ブレース配置候補の節点間距離変化率を求める。
3) 節点間距離変化率が基準値を超える場合、信号が出力され、そのブレース配置候補のポテンシャルを増

加させる。

4) ポテンシャルが閾値を超えるブレース配置候補に最小断面のブレースを配置する。すでにブレースが配置されている場合は、ブレース候補部材リストの中から現在の断面積の次に大きい部材を選定して置き換える。

5) 全節点の鉛直方向成分が許容値未満の値になるまで 1)～4)を繰り返す。

節点間距離変化率α_{ij}が基準値α^Aを超えると、このブレース配置候補のポテンシャルが+1 加算する。また、ポテンシャルu_i^kは次のステップ$k+1$に伝播するとき、そのまま伝播せずに $1-\lambda$ 倍することで時間の経過とともに減衰する。

$$u_{ij}^{k+1} = (1-\lambda)u_{ij}^k + \omega x_{ij} \qquad (2)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} +1\ (\alpha_{ij} > \alpha^A) \\ 0\ (\alpha_{ij} \leq \alpha^A) \end{cases}$$

式(2)における係数λおよびωの設定は、探索性能に大きく影響する。参考文献(1)よりこれらの係数はそれぞれ式(3)(4)とした。

$$\omega = u_{max}\lambda \qquad (3)$$

$$\lambda = -\frac{\log\frac{\rho}{u_{max}}}{T} \qquad (4)$$

u_{max}：ポテンシャル飽和量

ρ：時刻 T でのポテンシャル

本研究では、u_{max}＝100、ρ＝50、T＝10 とする。

基準値α^Aは使用部材の降伏点に基づき設定する。基準値α^Aは以下の 3 パターンを検討した。

A) α^A＝降伏点×1/4

B) α^A＝降伏点×1/6

C) α^A＝降伏点×1/8

本研究では、閾値ε＝75 とする。

3 解析例

3.1 解析モデル

鉄骨フレームの屋根を解析モデルとし、使用部材は H 型鋼とする。上弦材の各節点には節点荷重を与え、四方の下弦材の節点は全方向に固定した。解析モデルは Fig.1、解析モデルの使用部材断面リストは Table 1 に示す。

解析は対称性を考慮するために 1/4 モデルで行った。ブレース配置候補は合計 856 箇所である。ブレース配置候補を Fig.2 に示す。図中の細線はブレース配置候補で、数字はブレース配置候補番号である。ブレース候補部材の断面は 7 種類とし、直径 20mm から 30mm の丸鋼から選定した。ブレース断面リストは Table 2 に示す。なお、解析前の最適化モデルにおける鉛直方向の節点変位の最大値は-30.5742mm である。鉛直方向成分の許容値は、-18mm と設定した。

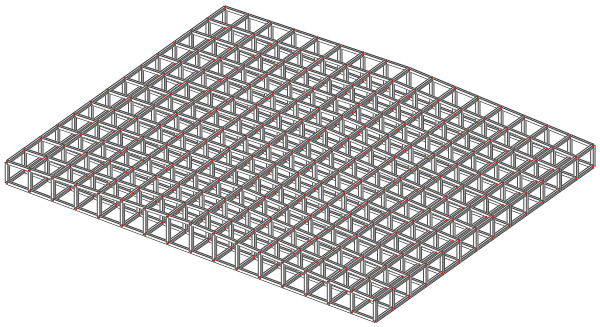


Fig. 1 解析モデル

Table 1 解析モデル使用部材断面リスト（H 型鋼）

番号	H[mm]	B[mm]	t1[mm]	t2[mm]	断面積[mm^2]
1	150	150	7	10	4014
2	200	200	8	12	6353
3	208	202	10	13	8369

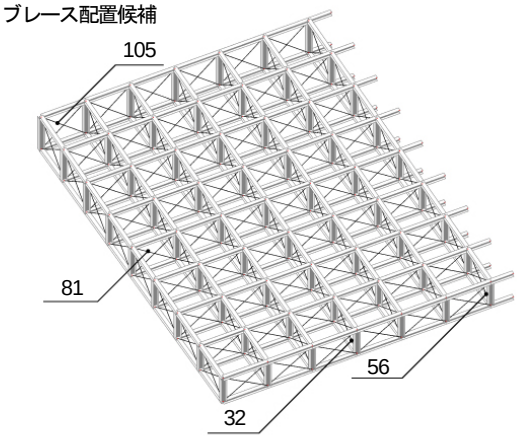


Fig. 2 ブレース配置候補

Table 2 ブレース断面リスト（丸型鋼）

番号	直径[mm]	断面積[mm^2]
1	20	314.2
2	22	380.1
3	24	452.4
4	25	490.9
5	27	572.6
6	28	615.8
7	30	706.9

3.2　解析結果

最適化手法ごとに鉛直方向の節点変位の最大値の変化、ブレース配置候補 32、56、81、105 の節点間距離変化率の変化、ブレース数、総体積、ステップ数を示す。ブレース配置候補 32、56、81、105 の場所は Fig.2 に示した。

3.2.1　貪欲アルゴリズムに基づく手法

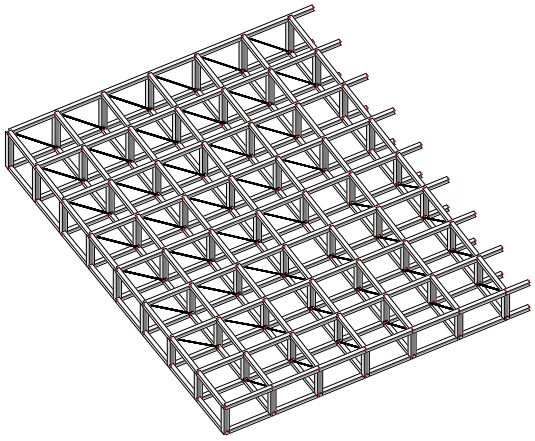


Fig. 3　最適解（閾値 C x0.7）

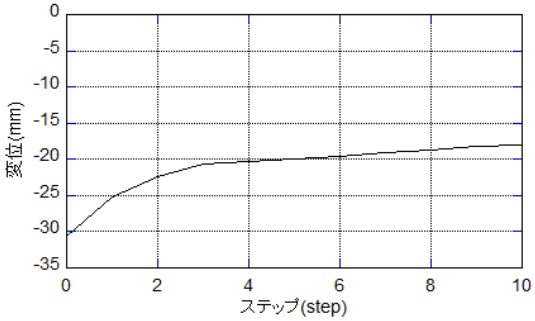


Fig. 4　鉛直方向の最大節点変位（閾値 C x0.7）

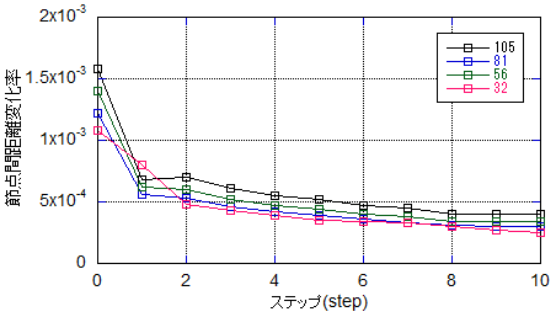


Fig. 5　節点間距離変化率（閾値 C x0.7）

Table 3　ブレース数、総体積、ステップ数（貪欲アルゴリズムに基づく手法）

ブレース番号	A)	B)	C) x0.95	C) x0.9	C) x0.85	C) x0.8	C) x0.75	C) x0.7
1	46	42	46	46	42	42	42	46
2	4	8	4	4	8	8	8	30
3	6	6	6	6	6	6	6	16
4	8	4	8	8	8	4	4	6
5	24	20	24	24	24	20	24	8
6	0	8	0	0	0	8	4	8
7	88	88	88	88	88	88	88	66
総数	176	176	176	176	176	176	176	180
総体積[cm3]	227344.1	229504	227344.1	227344.1	227981.8	229504	229092.3	212866.6
ステップ数	230	23	81	46	31	20	15	10

3.2.2　信号の時間的加算性を考慮した手法

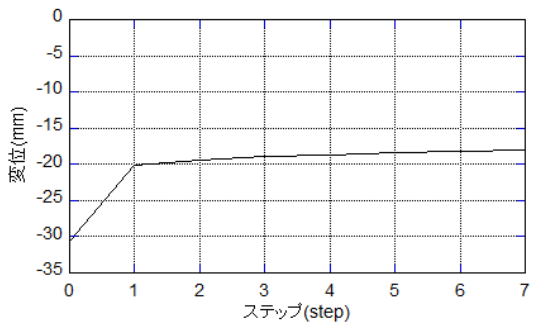


Fig. 6　鉛直方向の最大節点変位（基準値 A）

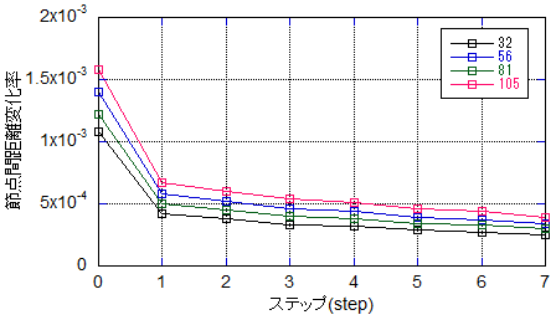


Fig. 7　節点間距離変化率（基準値 A）

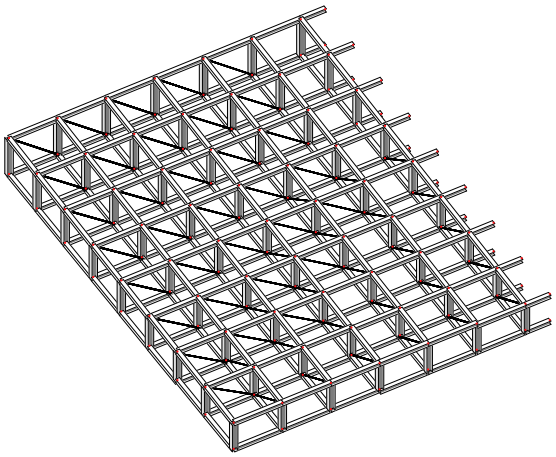


Fig. 8　最適解（基準値 A）

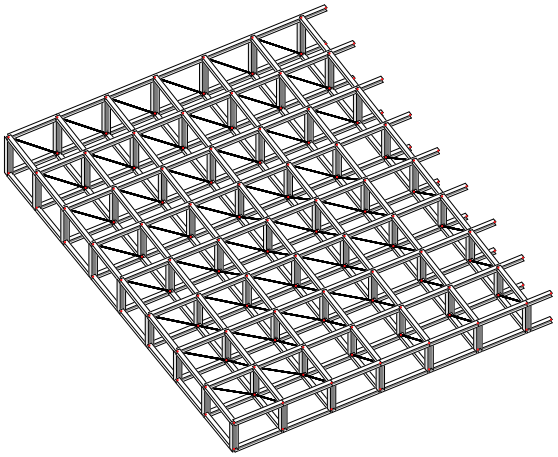


Fig. 10　最適解（基準値 B）

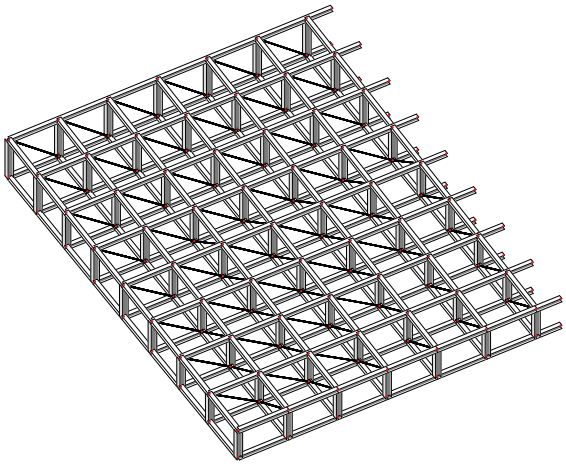


Fig. 9　最適解（基準値 C）

Table 4　ブレース数、総体積、ステップ数（信号の時間的加算性を考慮した手法）

ブレース番号	A)	B)	C)
1	0	0	0
2	106	98	74
3	24	14	16
4	10	12	12
5	4	128	162
6	16	0	0
7	58	0	0
総数	218	252	264
総体積[cm3]	251082.9	282119.2	307864.3
ステップ数	7	5	5

4　まとめ

本研究では、節点間距離変化率に基づく発見的最適化手法で骨組構造のブレース配置､断面の最適化を行った。第 3 章の結果より、解析全てにおいて、解析を繰り返すごとに鉛直方向の節点変位の最大値が減少し、許容値内に収まったため、この発見的最適化手法は有効であると考えられる。また、閾値を工夫することによる効率的な最適化の可能性を見出すことができた。

現状では、ブレースを配置して断面積の大きいものに変更していくことのみなので、今後必要に応じて、ブレースを断面積の小さいものへの変更、削除することも取り入れた手法に改善していく必要があると考えられる。さらに、個々のブレースの情報だけではなく、その周辺ブレースの情報も利用し、空間的加算性も考慮したアルゴリズムも検討したい。

参考文献

1) 三井和男：周期的に変動する条件下における構造形態創生のための発見的手法、日本建築学会構造系論文集、pp.73-79、2005 年 7 月

2) 島田英里子、三井和男：ブレースの配置と断面設計のための発見的最適化アルゴリズム、日本建築学会九州支部研究報告 第 54 号、pp.293-296、2015 年 3 月

3) 島田英里子、三井和男：発見的最適化アルゴリズムによるブレースの配置と断面設計、日本建築学会大会学術講演梗概集（関東）、pp.69-70、2015 年 9 月

4) 松尾圭介、本間俊雄：離散設計変数を用いたホタルアルゴリズムによる鋼構造骨組の最小重量設計、日本建築学会大会学術講演梗概集(近畿)、pp.401-402、2014 年 9 月

Natural approach の BV 法と FA によるグリッドシェル構造の形状最適化

辻孝輔[1)]，本間俊雄[2)]，横須賀洋平[3)]
1) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，大学院生, k-tsuji@com.aae.kagoshima-u.ac.jp
2) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博, honma@aae.kagoshima-u.ac.jp
3) 鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教,博士（情報科学）, yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp

1　はじめに

グリッドシェル構造は形状や部材配置により、様々な荷重抵抗機構の構成が可能であり、自由曲面を有する空間構造を架構することができる[1)]。ただし、このような空間構造の設計は力学的合理性の直観的な評価が困難である。ここに、構造最適化の利用により形態を追跡する構造形態創生法が注目されている。一般に曲面構造の形状最適化における形状表現は、滑らかな曲面と設計変数削減ため、パラメトリック曲面の利用例が多い[2)]。しかし、曲面構成の特性上、パラメトリック曲面の選択やパラメータの設定が形状表現の自由度に影響を与える[3)]。これに対し、複数の基本形状に基本変形モードの線形結合和で形状を表現するベーシスベクトル（basis vector method : BV）法[4)]があり、パラメトリック曲面と同様に評価の高い最適形状の表現が可能である[5)]。

本研究では、さらに BV 法を用いた局所最適解の積極的な活用を考える。極値解の探索法には最近提案されたホタルアルゴリズム（firefly algorithm: FA）[6)]を採用する。FA は、発見的多点探索法の一つである群知能（swarm intelligence: SI）解法に分類され、自然界の蛍の発光行動を用いた計算手順である。複数の計算パラメータ設定により大域的最適解および局所最適解が獲得可能な解法であり、個体間距離の無次元化とクラスタリング操作を導入することで設計変数の増加に対応する解探索性能の向上が期待できる[7),8)]。

本稿では、この機能強化した FA を用い、BV 法を形状表現としたグリッドシェル構造の形態創生例を示し、局所探索による極値性の確認及びロバスト性評価を含む、本形状最適化の有効性を示す。

2　ベーシスベクトル（BV）法

BV 法は、初期形状に対する節点座標の移動を基本変形モードとして複数定義し、それらの線形結合和により形状を表現する（図 1）。初期形状を $\mathbf{R}_0$、基本形状を $\mathbf{R}_i$（i = 1, 2, …, n）とすると基本変形モードは n 個の $\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_0$ で与えられ、形状 $\mathbf{R}$ を次式で表現する。

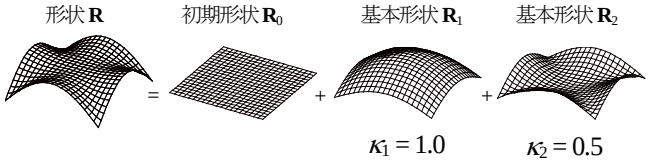


図 1　BV 法概念図

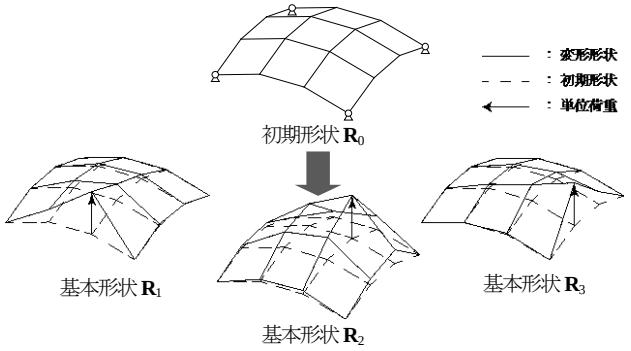


図 2　基本形状の作成

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_0 + \Sigma \kappa_i (\mathbf{R}_i - \mathbf{R}_0) \quad (1)$$

ここで、κ_i（i = 1, 2, …, n）: 重み係数, n : 基本形状の数 である。つまり、最適化における設計変数は重み係数κ_i である。ここでは、図 2 に示すように基本形状を各節点の水平方向固定とし、初期形状の支持部以外に鉛直方向のみに単位荷重を作用させた際に生じる弾性範囲内の変形形状（natural approach）[9)]を採用する。

3　解探索手順

FA と山登りの計算手順を目的関数の最小化問題を対象に以下に説明する。

3.1　ホタルアルゴリズム（FA）[6)-8)]

FA は蛍の発光行動をモデル化した計算手順である。複数の計算パラメータ設定により大域的最適解及び局所最適解の獲得が可能であり、計算手順は次の通りである。

1) 初期位置の決定: 計算パラメータ α∈[0,1], β=1.0, γ=[0,∞]を与える。設計変数空間内に探索点 $\mathbf{X}_i^1$（i=1,…,N）をランダムに配置する。

2) 目的関数値算出: 目的関数値 $f(\mathbf{X}_i^k)$を算出する。

3) 評価値計算: 後述するクラスタリング手法を探索個体に適用し、クラスタ内の無次元化した個体間距離 r_{ij} を式(2)より求め、評価値 I_{ij} を式(3)により計算する。

$$r_{ij} = \left\| \frac{\mathrm{X}_i^k}{\|\mathrm{X}_i\|} - \frac{\mathrm{X}_j^k}{\|\mathrm{X}_j\|} \right\| = \frac{1}{\sqrt{S}} \sqrt{\sum_{l=1}^{s} \left(\frac{X_{il} - X_{jl}}{X_{\max} - X_{\min}} \right)^2} \quad (2)$$

$$I_{ij} = I_0 e^{-\gamma r_{ij}} \quad (3)$$

$$I_0 = \begin{cases} 1/f(X_j^k) & if \quad f(\mathrm{X}_j^k) \geq 0 \\ asb(f(X_j^k)) & otherwise \end{cases} \quad (4)$$

評価値を比較し、ホタル i に対して同一クラスタ内で最も評価の高いホタル j を決定する。S は設計変数の数、$X_{\max}, X_{\min}$ は設計変数空間の上限値と下限値である。

4) 誘引度計算・移動: 式(5)を用いて探索点 j の誘引度を算出し、式(6)により探索個体を移動させる。

$$\beta_1 = \beta e^{-\gamma r_{ij}^2} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\theta}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k + \beta_1 \cdot (\mathbf{X}_j^k - \mathbf{X}_i^k) + \alpha \cdot q \quad (6)$$

ここで、q は[-0.5,0.5]の乱数である。

5) 解の比較: 目的関数値を算出し、$f(\boldsymbol{\theta}_i^{k+1}) \leq f(\mathbf{X}_i^k)$ならば、$\mathbf{X}_i^{k+1} = \boldsymbol{\theta}_i^{k+1}$ そうでなければ、$\mathbf{X}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k$ とする。

以上 2)~5)を指定した回数繰り返す。

α, β, γ はそれぞれ解収束速度、探索個体誘引度、解探索範囲に関係した計算パラメータによって設定値を調節しなければならない。

3.2 K-平均法

K-平均法(c-means 法または k-means 法)は以下の通りである。

1) 初期クラスタの設定: クラスタ数 c を設定する。個体 $\mathbf{X}_i$ (i=1,…,N) に対し、ランダムにクラスタ番号 j(j =1, …,c) を割り当てる。

2) クラスタ中心間の決定: 反復回数 kr 回目の同クラスタ内に含まれる個体 ${}_j\mathbf{X}_i$ の中心 $\mathbf{V}_j^{kr}$ を算出する。

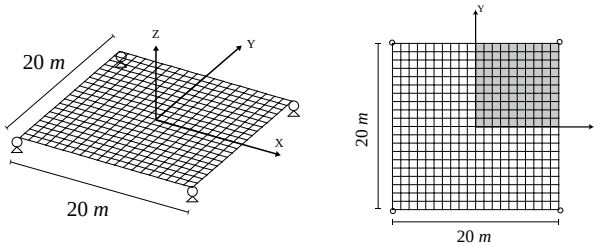
3) クラスタの割り当て: 個体 $\mathbf{X}_i$ と中心点 $\mathbf{V}_j^{kr}$ の個体間距離を計算し、個体 $\mathbf{X}_i$ を最も近接する中心点 $\mathbf{V}_j^{kr}$ のクラスタに割り当てる。

4) 終了判定: $\mathbf{V}_j^{kr} = \mathbf{V}_j^{kr-1}$ のとき終了する。そうでなければ、2),3)を繰り返す。

3.3 局所探索法(山登り法)

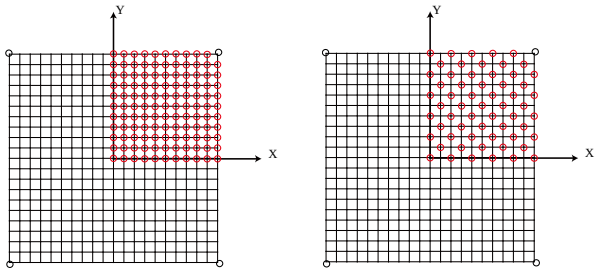
FA が獲得した解が極値解であることを示すため、獲得した解を初期値とした局所探索に適用する。山登り法の計算手順は以下の通りである。

1) 初期位置決定: FA により得た解を初期探索個体とし、乱数発生範囲 r%の上限値、下限値を設定する。



a. 参照形状　　b. 解析領域

図 3　解析モデル



a. Case-A　　b. Case-B

図 4　単位荷重位置

表 1　FA パラメータ

firefly	200
α	1.0
β	1.0
γ	0.0,100.0
c	1,10
反復回数	5000

表 2　山登り法パラメータ

近傍解数		200
反復回数		10000
σ		0.2
r	上限値	1.0
	下限値	0.0001

表 3　SGA パラメータ

個体数	200	遺伝子長	16 bit
世代数	5000	コーディング	gray 表現
世代交代率	0.9	選択方式	ﾄｰﾅﾒﾝﾄ選択
交叉率	0.8	交叉方式	2 点交叉
突然変異率	0.02	エリート選択数	1

2) 目的関数値算出: 反復回数 k 回目 (k > 2) の目的関数値を $f(\mathbf{X}_i^k)$(i = 1,…,M)を算出する。M は近傍解集合数である。

3) 近傍解集合作成: 探索位置 $\mathbf{X}_i^k$ を中心とした側面制約条件 r%範囲(乱数発生範囲)に標準偏差 σ の正規乱数を用い、近傍解 $\boldsymbol{\theta}_i^{k+1}$ を配置する。ここでは、効率的な探索を行うため、近傍解集合内の許容解の割合に応じ、以下の式で乱数発生範囲 r%を縮小していく。

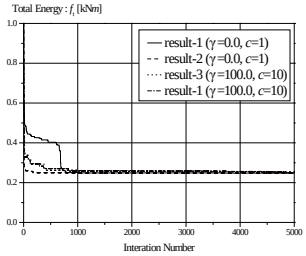
$$m_{k+1} = \begin{cases} m_k + 1 & if \quad M_l \leq 0.2M \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (7\text{-a})$$

$$r = \begin{cases} 0.8r & if \quad m_{k+1} \geq 200 \\ r & otherwise \end{cases} \quad (7\text{-b})$$

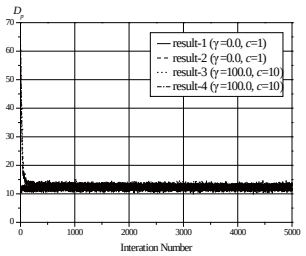
ここで、M_l: 近傍解集合の許容解の数である。

4) 探索点位置移動: 近傍解集合内で目的関数値の評価が最も良い近傍解 j を決定する。

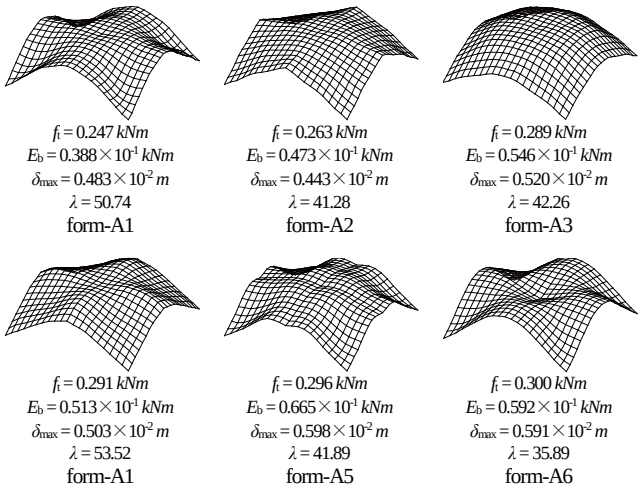
5) 探索点位置比較: 近傍解 j の目的関数値と比較し、



a. 目的関数の遷移

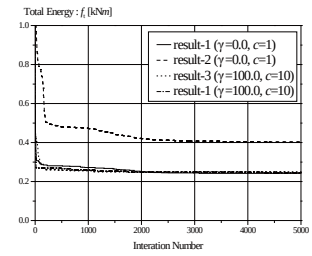


b. 形状多様度の遷移

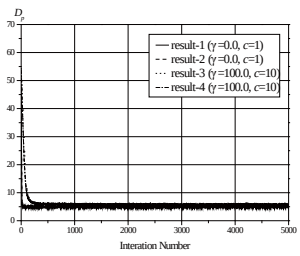


c. 解形状例(γ = 100.0 , c = 10)

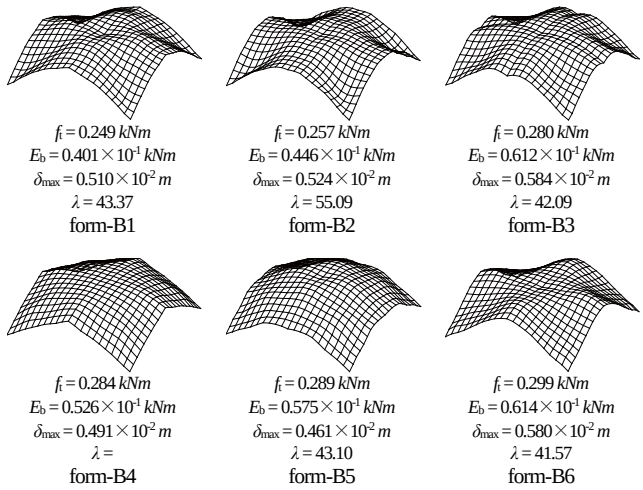
図 5 Case-A による数値結果



a. 目的関数の遷移



b. 形状多様度の遷移



c. 解形状例(γ = 100.0 , c = 10)

図 6 Case-B による数値結果

$f(\boldsymbol{\theta}_i^{k+1}) \le f(\mathbf{X}_i^k)$のとき $\mathbf{X}_i^{k+1} = \boldsymbol{\theta}_i^{k+1}$、そうでなければ $\mathbf{X}_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^k$ とする。

以上 2) ~ 5)を指定した反復回数、もしくは半径 r が下限値以下になるまで繰り返し、局所最適解を決定する。

4　グリッドシェル構造の形状最適化

解析モデルの初期形状は図 3a に示す正方形平面を有するスパン 20.0 *m* のグリッドシェル構造(節点数: 441、要素数: 840)である。境界条件は隅角部をピン支持とする。荷重条件として自重 78.5 *kN/m*^{3} と等分布荷重 1.0 *kN/m*^{2} を鉛直下向きに作用させる。部材断面は円形鋼 ϕ 267.4×8.0 *mm* の一定とする。各部材の材料定数は弾性係数 E = 2.1×10^8 *kN/m*^{3}, せん断弾性定数 G = 7.8×10^8 *kN/m*^{2} である。なお、解析領域は構造形状と荷重載荷条件の対称性より図 3b に示す全体の 1/4 領域のハッチング部(節点数: 121、要素数: 220)とする。また、構造物全体の安全性を確認するため、得られた解形状に対して線形座屈解析を実施する。

4.1　基本形状作成

節点情報ベクトル **R** は式(1)の通りである。基本形状は、初期形状の支持部以外の各節点に鉛直単位荷重を作用させた場合(Case-A: 基本形状数 120)と節点を一つ飛ばしに作用させた場合(Case-B: 基本形状数 65)とする(図 4a,b)。ただし、基本形状は連続条件による境界条件を考慮した 1/4 領域内で作成したモデルの場合、解析領域境界部が極端な最適解形状を得るため、連続条件がない全体領域による変形形状を採用する。

4.2　総ひずみエネルギ最小化の定式化

目的関数を総ひずみエネルギとした単一目的最適化は次式で与えられる。

$$\textit{Find} \quad \boldsymbol{\kappa} \tag{8}$$

$$\textit{to minimize} \quad f_t(\mathbf{R}(\boldsymbol{\kappa})) = \frac{1}{2}\mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d} \tag{9}$$

$$\textit{subject to} \quad \sigma_k(\mathbf{R}) \le \sigma_a \qquad (i = 1,2,\ldots,l) \tag{10}$$

$$ {}_zR^L \le {}_zR_j \le {}_zR^U \qquad (j = 1,2,\ldots,m) \tag{11}$$

$$\kappa^L \le \kappa_k \le \kappa^U \qquad (k = 1,2,\ldots,n) \tag{12}$$

ここで、$\boldsymbol{\kappa}$= (κ_k [$(k$ = 1, 2, …, $n)$]): 重み係数ベクトル, n: 基本形状数, **R**: 節点情報ベクトル(有限要素節点座標値), m: 節点数: f_t : 目的関数(総ひずみエネルギ), **d**: 節点変位ベクトル, **K** : 剛性マトリクス, σ_i: i 部材の部材応力, σ_a: 許容応力度, l: 部材数, ${}_zR_j$ (j = 1, 2, …, m): 境界部以外の節点軸 z 方向座標値), ${}_zR^L$= 0.0 *m*, ${}_zR^U$= 7.0 *m* である。式(10)は許容応力度計算による応力制約(基準強度: 235 *N/mm*^{2})である。形状高さの範囲を式(11)で既定する。式

(12)は、式(1)によりBV法による表現範囲を合わせるためにそれぞれ作成する基本形状の数に応じて、重み係数(設計変数)の範囲を調節している(Case-Aの場合は κ^L = -5.0, κ^U = 5.0であり、Case-Bの場合は κ^L = -10.0, κ^U = 10.0)。各解法の計算パラメータは表1−3を適用する。また、BV 法は複数の節点を同時にコントロールし形状を表現するので、異なる重み係数(設計変数)でも同一形状が得られる。そのため、本稿で用いる FA の最適化は設計変数空間ではなく、節点座標値 $\mathbf{R}(\kappa)$による探索個体とクラスタ中心点間の距離を用いて、クラスタを作成している。

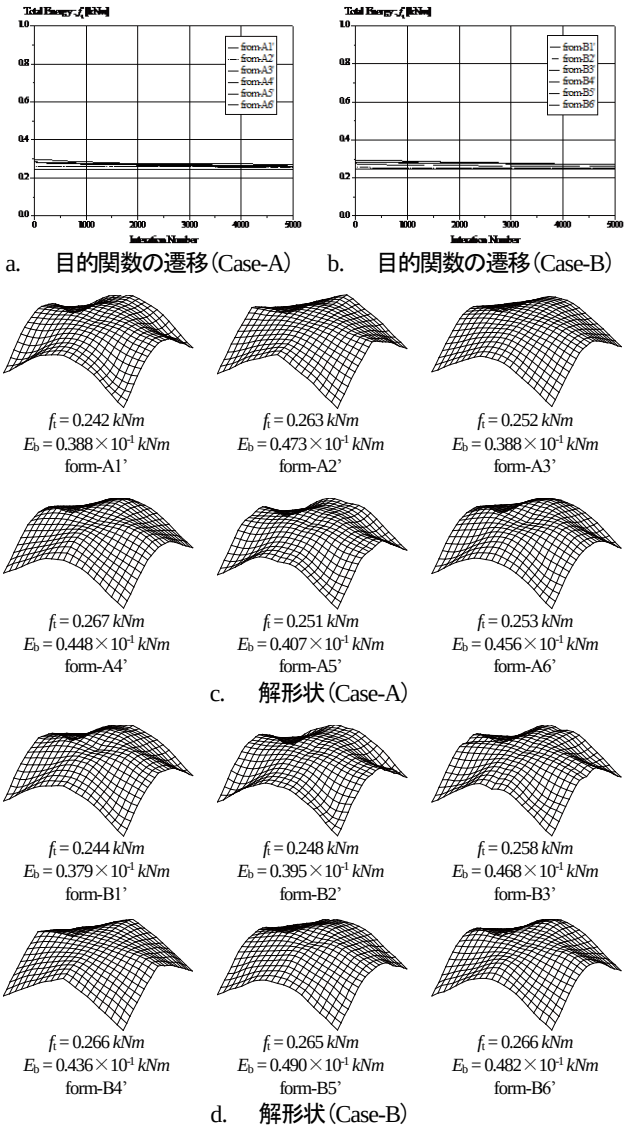
5 数値結果

図5, 6にCase-A, -Bにおける各パラメータによるFAの最適化結果を示す。図5a, 6aは目的関数の遷移、図5b,6bは形状多様度の遷移であり、図5c, 6cはCase-A, -Bで獲得した解形状例を示す。図中の数値情報は f_t: 総ひずみエネルギ値, E_b: 曲げひずみエネルギ値, ${}_z\delta_{max}$: 最大鉛直変位, λ: 線形座屈係数の値を表す。

Case-A, -Bにおいて FA が獲得した解形状が極値解であることを確認するため、図5c, 6cの解形状を初期値とした局所探索(山登り法)に適用する。数値結果を図7に示す。山登り法により form-A1~A6 を初期形状として得られた解形状を form-A1'~A6'に示し(図7c)、form-B1~B6を初期形状として得られた解形状を form-B1'~B6'とする(図8d)。図8a, bはそれぞれCase-A, -Bにおける各形状の目的関数値の遷移を示す。また、図8-11に form-A1, -B3, -A1', -B3'の力学性状(軸力図, 面外曲げモーメント図, 面内曲げモーメント図)を示す。なお、数値情報は N_{max}・N_{min}: 最大・最小軸力(正値: 引張力、負値: 圧縮力), ${}_yM_{max}$・${}_zM_{min}$: 最大面外・面内の曲げモーメントを表す。なお、軸力図は軸力の大きさに線の太さを比例させた。

6 ロバスト性評価

FAにより得られた解は極値解形状であり、評価の高い解形状である。これらの獲得した解に対して目的関数を対象にロバスト性評価を別に行う必要がある[10]。ここでは、グリッドシェル構造の形状最適化によって得られた解のロバスト性評価の簡易手法を示す。ロバスト性評価では各解に対して設計変数空間上に標準偏差 σ の正規乱数を用いた微小変化を与える。乱数は線形結合和の重み係数(設計変数) κの側面制約条件平均値に対し、s%の範囲(乱数発生範囲)に nr 個(乱数個体数)発生させる。なお、$\sigma = 0.2, s = 25\%, nr = 1000$ と設定する。



a. 目的関数の遷移(Case-A) b. 目的関数の遷移(Case-B)

$f_t = 0.242\ kNm$, $E_b = 0.388\times10^{-1}\ kNm$, form-A1'
$f_t = 0.263\ kNm$, $E_b = 0.473\times10^{-1}\ kNm$, form-A2'
$f_t = 0.252\ kNm$, $E_b = 0.388\times10^{-1}\ kNm$, form-A3'
$f_t = 0.267\ kNm$, $E_b = 0.448\times10^{-1}\ kNm$, form-A4'
$f_t = 0.251\ kNm$, $E_b = 0.407\times10^{-1}\ kNm$, form-A5'
$f_t = 0.253\ kNm$, $E_b = 0.456\times10^{-1}\ kNm$, form-A6'

c. 解形状(Case-A)

$f_t = 0.244\ kNm$, $E_b = 0.379\times10^{-1}\ kNm$, form-B1'
$f_t = 0.248\ kNm$, $E_b = 0.395\times10^{-1}\ kNm$, form-B2'
$f_t = 0.258\ kNm$, $E_b = 0.468\times10^{-1}\ kNm$, form-B3'
$f_t = 0.266\ kNm$, $E_b = 0.436\times10^{-1}\ kNm$, form-B4'
$f_t = 0.265\ kNm$, $E_b = 0.490\times10^{-1}\ kNm$, form-B5'
$f_t = 0.266\ kNm$, $E_b = 0.482\times10^{-1}\ kNm$, form-B6'

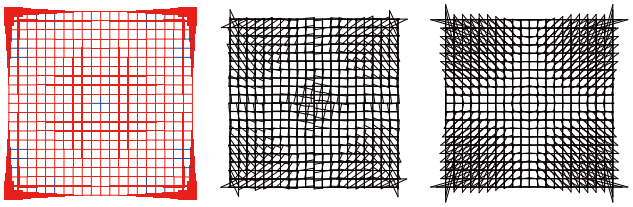
d. 解形状(Case-B)

図7 山登り法による数値結果

ロバスト性評価結果を図12に示す。図12a,12bは FA により得られた最適解とロバスト性評価値 μ の関係である。μ は微小変化量の平均であり、微小変化量は節点座標 $\mathbf{R}(\kappa)$の変化量に対する目的関数値の変化量で与えられる。つまり、μ が小さいほどロバスト性評価(解の安定性)が高い形状である。なお、数値結果の比較として、SGA が獲得した解形状のロバスト性評価も示す。図10cの数値情報は f_t: 総ひずみエネルギ値, E_b: 曲げひずみエネルギ値, ロバスト性評価値 μ である。

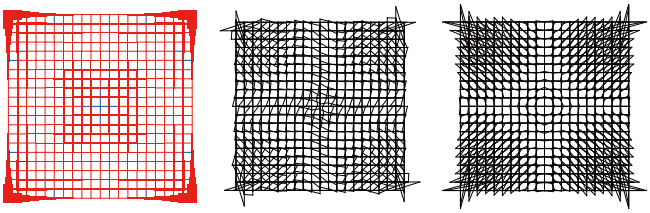
6.1 ロバスト性評価手法[10]

最適解の目的関数に対するロバスト性評価手法を以下に示す。ここでは、各最適解に対して設計変数空間上に標準偏差 σ の正規乱数を用いた微小変化を与える。



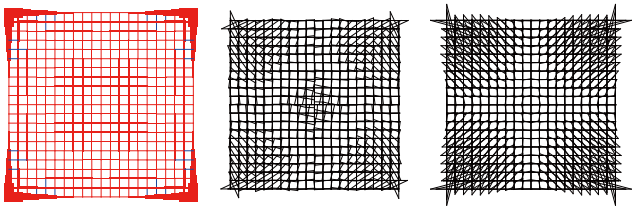
N_{max} = 4.11 *kN*
N_{min} = -168.90 *kN*
a. 軸力図
$_yM_{max}$ = 10.47 *kNm*
面外曲げモーメント
$_zM_{max}$ = 19.56 *kNm*
面内曲げモーメント
b. 曲げモーメント図

図 8 form-A1 の力学性状



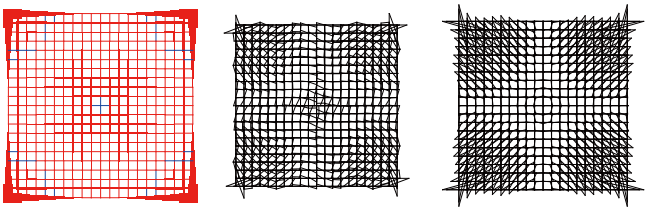
N_{max} = 10.24 *kN*
N_{min} = -172.05 *kN*
a. 軸力図
$_yM_{max}$ = 16.33 *kNm*
面外曲げモーメント
$_zM_{max}$ = 24.38 *kNm*
面内曲げモーメント
b. 曲げモーメント図

図 9 form-B3 の力学性状



N_{max} = 2.89 *kN*
N_{min} = -169.36 *kN*
c. 軸力図
$_yM_{max}$ = 11.14 *kNm*
面外曲げモーメント
$_zM_{max}$ = 20.36 *kNm*
面内曲げモーメント
d. 曲げモーメント図

図 10 form-A1'の力学性状



N_{max} = 3.90 *kN*
N_{min} = -170.03 *kN*
c. 軸力図
$_yM_{max}$ = 12.77 *kNm*
面外曲げモーメント
$_zM_{max}$ = 21.31 *kNm*
面内曲げモーメント
d. 曲げモーメント図

図 11 form-B3'の力学性状

1) 一つの最適解 i に対し、その解を中心に基準値の s% の範囲(乱数発生範囲)で nr 個(乱数個体数)発生させる。
2) 局所解 i と乱数個体 j (j=1, …, nr)に対し、微小変化量 Δ_{ij} を算出する。

$$\Delta_{ij} = \frac{\Delta f}{\Delta \mathbf{X}} = \left\| \frac{f(\mathbf{X}_i) - f(\mathbf{X}_j)}{\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j} \right\| \tag{13}$$

ここで、f: 目的関数値, $\mathbf{X}$: 設計変数である。また、‖‖はユークリッドノルムを採用する。
3) Δ_{ij} の平均値 μ_i を算出し、ロバスト性評価値とする。μ_i 値が小さいほどロバスト性評価が高い形状である。

7 考察

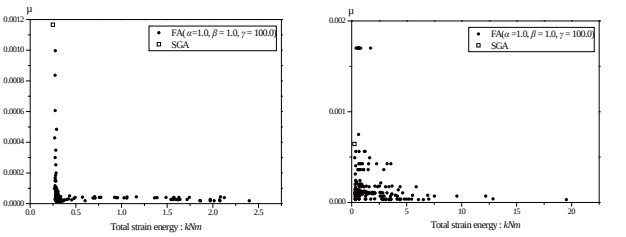
図 6a の result-1 より、計算パラメータ γ = 0.0 の場合でも局所解に収束している。これは、計算パラメータ α は収束速度であるため、α の値が大きすぎると局所解へ陥る可能性が高くなることが判る。また、Case-A に比べ Case-B の方が基本形状の数が少ないにも関わらず、form-A1, -B1 に示すように目的関数のエリート解は比較的同値の解形状を獲得している。理由は、BV 法は基本変形モードを複数定義し、それらの線形結合和により複数の節点を同時にコントロールし、形状を表現しているからである。つまり Case-A のように基本形状の数が多すぎる場合、重み係数が小さい基本形状が存在している。

FA の計算パラメータ γ が大きいほど解形状の多様性は高い(図 5b, 6b)。これは、式(3)による FA の探索個体の評価に目的関数値と探索個体間距離から成る独自の評価値算出法を用いていることによる。評価値計算に計算パラメータ γ を指数部に用いているため、γ は解の探索範囲に影響し、値が大きいほど解形状の多様性は高い。また、本稿で適用した FA は同一クラスタ内に含まれる探索個体との比較により最適解を探索するため、個体間距離が大きい探索個体の影響を除き、より局所的な探索が可能となる。なお、クラスタリング法として設計変数が増加した場合でも対応可能な K-平均法を採用した。これにより各クラスタ内の探索個体数が比較的均一になるため、類似形状でクラスタを組むことで効率的に局所探索を実施する。さらに、Case-A の方が Case-B の方よりも FA で獲得する形状の多様性が高い。これは、BV 法による解形状の自由度は基本形状の多様性に対応していることを意味する。

山登り法の結果より Case-A では、form-A1', -A2', -A3' が from-A1, -A2, -A3 とそれぞれ類似形状であることから FA の極値性を確認できる。それに対し Case-B の場合、form-B1'~ -B6'の全解形状が form-B1~ -B6 と類似形状である。また、それぞれ form-A1', -A2', -A3' と from-B2, -B4, -B6 が類似形状である。理由は Case-B の場合、基本形状の数が削減されることで、重み係数(設計変数)の数が減少し、FA による解探索性能が向上したと考える。同様に、図 8-11 に示すように form-A1', -A2', -A3', -B1'~ -B6'の解形状は力学的にも類似であることを確認している。これにより、natural approach による BV 法は、作成する基本形状の数をある程度削減しても、重み係数(設計変数)を

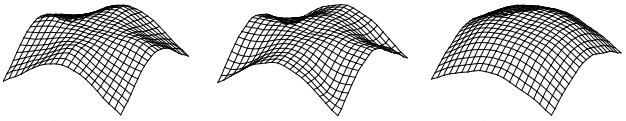
大きくすることで、目的関数の評価が同等の大域的最適解だけでなく、局所最適解も獲得が可能であることが判る。また、BV 法による解形状は、直接節点座標を設計変数とした場合に生じる形状の波打つ現象は大域的最適解だけでなく、局所最適解でも見られない。

初期不整を対象に行ったロバスト性評価は、Case-A よりも Case-B の方が目的関数値とロバスト性評価値の関係性にばらつきが大きいことが確認できる(図 12a)。これは、前述した重み係数(設計変数)の数の少なさが影響し、Case-B の方が表現の自由度が低いためである。また、form-B1 のロバスト性評価値が算出されない結果を得た。この理由は、今回設定した計算パラメータ σ, s における form-B1 の解空間の近傍には非許容解しかなかったからである。それに対し、Case-A の場合は、ロバスト性評価値が算出不可である解形状は確認できなかった。つまり BV 法では、重み係数(設計変数)を削減することで、FA は許容解と非許容解の境界上の解を捉える探索個体が増える。ただし、目的関数評価が良い形状が高いロバスト性を持つ形状であるとは限らない。



Case-A　　Case-B

a.　目的関数とロバスト性評価の関係

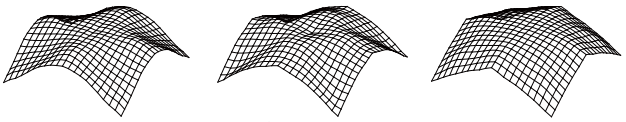


$f_t = 0.248\ kNm$
$E_b = 0.420\times10^{-1}\ kNm$
$\mu = 0.117\times10^{-2}$
form-C1 (SGA)

$f_t = 0.247\ kNm$
$E_b = 0.388\times10^{-1}\ kNm$
$\mu = 0.997\times10^{-3}$
form-A1

$f_t = 0.289\ kNm$
$E_b = 0.546\times10^{-1}\ kNm$
$\mu = 0.438\times10^{-4}$
form-A2

b.　解形状(Case-A)



$f_t = 0.251\ kNm$
$E_b = 0.354\times10^{-1}\ kNm$
$\mu = 0.645\times10^{-3}$
form-C2 (SGA)

$f_t = 0.249\ kNm$
$E_b = 0.401\times10^{-1}\ kNm$
μ: 値なし
form-B1

$f_t = 0.284\ kNm$
$E_b = 0.526\times10^{-1}\ kNm$
$\mu = 0.403\times10^{-3}$
form-B4

c.　解形状(Case-B)

図 12　ロバスト性評価の数値結果

8　結論

本稿では、群知能解法に分類されるホタルアルゴリズム(FA)を用いて、ベーシスベクトル(BV)法を曲面表現としたグリッドシェル構造の総ひずみエネルギ最小化の形状最適化を行い、局所探索による極値性の確認及び初期不整を対象にロバスト性評価を行った。なお、基本形状は初期形状の支持部以外に鉛直方向のみに単位荷重を作用させた際に生じる弾性範囲内の変形形状(natural approach)を採用し、以下に知見を示す。

FA の最適化結果より、BV 法では大域的最適解だけでなく、局所最適解も比較的評価が高く、滑らかな形状を表現可能である。また、計算パラメータ γ を大きくすることで形状の多様性が高くなる。

基本形状作成数の比較により、基本形状を削減し、重み係数(設計変数)を大きくすることで、形状の多様性は低くなるが、評価が高い捉えにくい極値解を獲得する探索個体は増加する。

ロバスト性評価の結果、ロバスト性評価の高い極値解形状は、目的関数の評価が低くなる場合がある。ただし、基本形状の削減に伴いロバスト性評価が低下することがあるため、注意が必要である。

以上より、BV 法を用いた FA によるグリッドシェル構造の形状最適化を実施し、極値解獲得における有効性を示した。今後は、BV 法による形状表現だけでなく断面表現を行った FA による形態創生法へ展開したい。

参考文献

1) KOLAREVIC B :*Architecture in the Digital Age・Design and Manufacturing*, Taylor and Francis, 2005.
2) 小河利行, 大崎純, 立石理恵：線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化, 日本建築学会構造系論文集 570,129-136, 2003.8.
3) 沖田裕介, 本間俊雄：優良解探索遺伝的アルゴリズム系解法による自由曲面グリッドシェルの構造形態創生 – 構造形態と曲面を記述する NURBS の階数の関係 –, 日本建築学会構造系論文集, 78, **687**, 949-958, 2013.5.
4) Pickett, R.M.and Runbinstein, M.F.and Nelson, R.B. : Automated Structural Synthesis Using a Reduced Number of Design Coordinates, *AIAA J.*, vol.11, no.4, 489-494, 1973.4
5) 辻孝輔, 本間俊雄, 横須賀洋平：自由曲面グリッドシェル構造の形状最適化 - Natural approach の BV 法と Bézier 曲面利用による比較 –, 日本建築学会, コロキウム構造形態創生の解析と創生, 79–84, 2014,11
6) Xin-She Yang : Firefly Algorithms for Multimodal Optimization, Proc. 5th Inter. Conf. on Stochastic Algorithms, Foundations and Applications (2009) pp.169-178
7) Natsuki Tanaka, Toshio Honma, Youhei Yokosuka : Structural shape optimization of free-form surface shell and property of solution search using firefly alogorithm, Journal of Mechanical Science and Technology, 2015.4, 1449-1455
8) 田中奈津希, 本間俊雄, 横須賀洋平：クラスタリング機能を導入したホタルアルゴリズムによる連続体シェル構造の形状最適化, 日本建築学会, コロキウム構造形態創生の解析と創生, 23–28, 2014,11
9) Belegundu, A.D. and Rajan, S.D.: A Shape Optimization Approach Based on Naturak Design Variables and Shape Function, *Comput. Methods, Appl. Mech. Engrg.*, 66, 87-106, 1988.1.
10) 松尾圭介, 本間俊雄 : 優良解探索手法によるグリッドシェル構造の解形態に対するロバスト判別, 日本建築学会研究報告, 九州支部, 構造系 51,277-180, 2012.3

多様な 1.5 層スペースフレームの構成システム

陳 沛 山 1)
1) 九州工業大学 大学院 工学研究院 教授 博士(工学), chen@civil.kyutech.ac.jp

1 はじめに

周知のとおり，上弦及び下弦材を有する複層スペースフレームは広く使用されており，単層スペースフレームも実用化されている．これらの既存スペースフレームの構成方法と違って，本論で提案する 1.5 層スペースフレームは，２層の節点と１層の弦材および斜材によって構成されたものであり，上弦材があれば下弦材が不要，下弦材があれば上弦材が不要である [1-6].

同等グリッドの複層スペースフレームに比べて，1.5 層スペースフレームは部材の数が少なく軽量的であり，デザインの自由性も優れている [5,6]．また，節点に集まる部材数が少ないため，生産性や経済性の向上をも期待できる．単層スペースフレームと比べて，1.5 層スペースフレームは，斜材及び束材により弦材構面を補剛できるので，大スパン平面構造にも適用でき，座屈耐力の向上を期待できると考える．但し，その力学特性，特に座屈性状や非線形力学特性，構造設計理論などについての研究成果は順次続報することとし，本論では触れない．

既往の研究では, 1.5 層スペースフレームの構成方法として，Lap 型ユニットと交差型ユニットを提案し，平面および曲面構造の例を提案した．また，構造変位や部材力が設計可能な範囲であり，提案構造システムは実用可能なものであることを確認できた [5,6].

本論は, 既往の研究成果を踏まえて, 1.5 層スペースフレームの構成システムを明らかにし，三方向ユニットのラップ型や堆状ユニットなど新しい構成方法を提案する．さらに, 提案した構造体が安定構造であることを検証し，その実用の可能性を検証する．

2 構成システム

2.1 Lap 型と交差型ユニット

先ず，既往の研究で提案した Lap 型と交差型ユニットによる構成方法を簡単にまとめて [1-6], 次節から新しい構成方法を紹介する．Lap 型ユニットとは単位架構ピースの１つの端部節点を他の単位架構ピースの上部節点と接合させて構成したものであり（図 1），交差型ユニットとは 2 つの単位架構ピースを交差して束材を共用することによって構成されるものである（図 2）．図 1 には，Lap 型ユニットを用いて構成された四角形グリッド，三角形六角形グリッドの1.5層スペースフレームの模型を示す．図 2 には，交差型ユニットを用いて構成されたドーム及び円筒形状の 1.5 層スペースフレームを示す．Lap 型と交差型のユニットを用いて，様々な幾何学模様やランダムなグリッド，多様な曲面 1.5 層スペースフレームを構成できる [1-6].

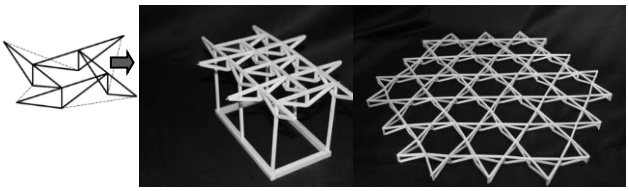


図 1 Lap 型ユニットの例

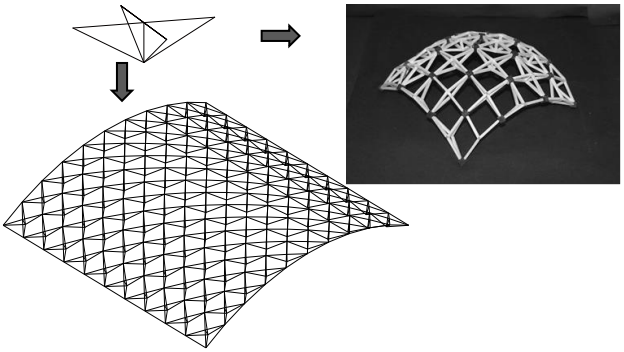


図 2 ユニットの例

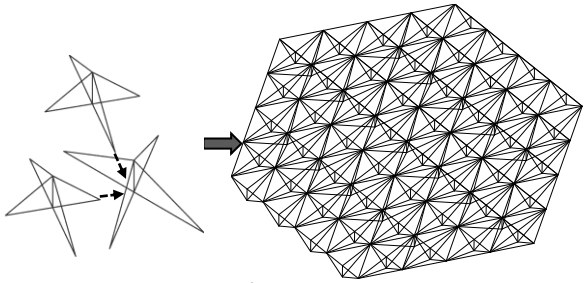
静的線形力学解析手法を用いて構造安定性について検討した結果，Lap 型及び交差型ユニットを用いて構成された 1.5 層スペースフレームは安定構造物であり，実用可能な構造システムであることを証明できた [1-6].

2.2 交差型ユニットのラップ

交差型ユニットのラップとは，図 3 に示すように，一つの交差型ユニットの端部節点を他の交差型ユニットの中央節点と接合させ，ユニットを相互に支え合う方法である．例えば，図 3(a) ようにやや大きな交差型ユニットを親ユニットとし，四つの小さい交差型ユニットを子ユニットとして四方向から親ユニットの中央節点と接合することができる．図 3(b) は，このような方法で構成された

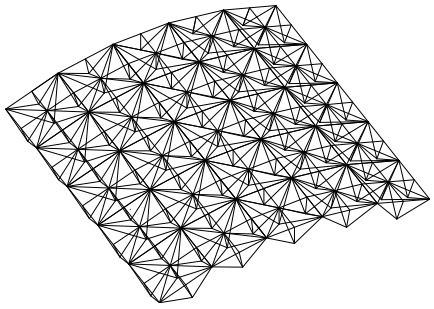
三方向グリッドの平面構造の例を示し，図 4 はその円筒形構造を示す.

図 5 は上記の構成方法の原理を示し，２つのユニット

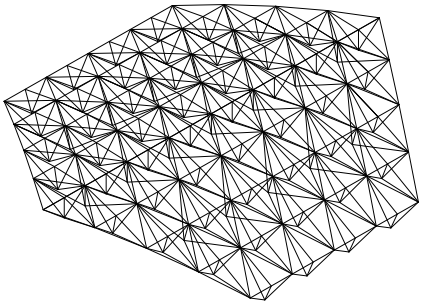


⑷交差型ユニットのラップ　　⑹　構成例

図 3　交差型のラップ



⑷ 円筒形フレーム



⑹ 六角形の円筒形フレーム

図 4　円筒状の交差型のラップ

ABCDE と A’ E’ D’ FG は，節点 AED において接合されている．AEG と EDG は三角形であるので，ユニットの弦材構面内においては剛体変位が存在しない．また，A’ D’ 軸回りの曲げモーメントが生じる場合，節点 AA’，DD’，EE’ において２つのユニット間の相互作用力が生じ，構面外の曲げ剛性を与える．よって，この組み方で創出した構造体は，自立した安定構造である.

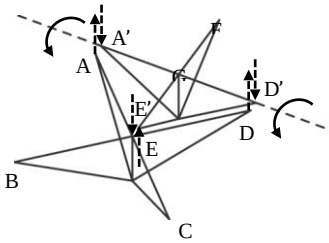
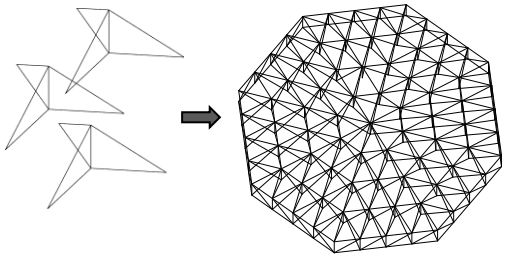


図 5　ユニットの曲げ剛性

図 3⑹に示す平面構造を対象として，静的線形力学解析を行い，交差型ユニットのラップという組み方の安定性を検証した．解析モデルの最大スパンは 15m，束材の長さ（構造の厚さ）は 1m，全ての節点はピン接合とし，材料のヤング率は 2.1×10^5N/mm^2，全ての部材断面積は 25cm^2 とする．荷重は 1000N/m^2 の分布荷重から節点の集中荷重に換算して節点に作用する．解析の結果，鉛直変位のピーク値は 5.8mm であり，軸力のピーク値は引張が 39.8kN，圧縮が 68.9kN である．よって，本論で提案した交差型ユニットのラップという構成方法は，安定な 1.5 層スペースフレームを創出できることを証明できた．また，与えられた荷重及び部材断面は実用範囲内のものであり，変位も軸力も設計可能な範囲内であるので，提案した構成方法は一定規模内においては実用可能であることを検証できた.

2.3　三方向ユニットのラップ型

図 6⑷のように，１本の束材を共有する３つの三角形（単位架構ピース）は三方向へ展開し，三方向ユニットを創出できる．一つの三方向ユニットの端部節点を他のユニットの中央節点と接合させることによって，複数のユニットが相互に支えることができる．図 6⑹はパラレル・ラメラのようなグリッドを持つ平面状 1.5 層スペースフレームを示しているが，同じグリッドの曲面構造の創出も可能である．このような構造物の最外周には上弦と下弦材を設けないと不安定構造になるので，図のように最外周には上弦と下弦材を設けている．図 7 は放射状



⑷ 三方ユニットのラップ　　⑹ パラレル・ラメラの構成例

図 6　三方交差ラップ型

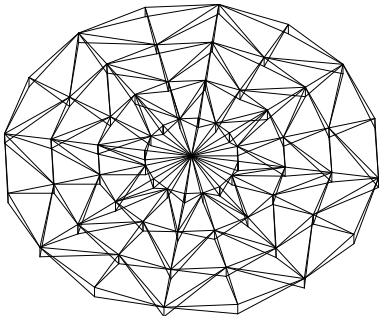


図 7　円形状の三方ユニットのラップ

グリッドの円形平面構造の例を示しているが，最外周には特別な処理をしなくても，自立した安定構造になれている．図 8 は三方向グリッドのドーム状構造を示しているが，その最外周には上弦と下弦材を設けている．

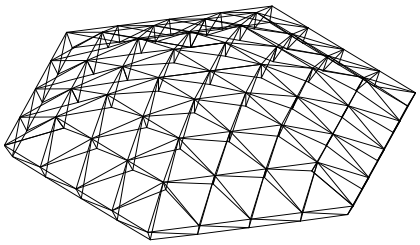


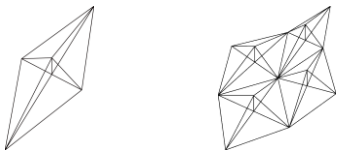
図 8　三方ユニットのラップのドーム

上記 1.5 層スペースフレームの安定性を検証するための解析モデルは，図 8 に示す構造と同様なグリッドを持つ平面構造とする．最大弦材長さは 1.8m，最大スパンは 15m になり，束材の長さは 1m である．解析モデルの全ての節点はピン接合とし，最外周には下弦と上弦材を設け，最外周の下部節点はピン支持とする．荷重，部材断面及び材料特性は前の解析例と同じものである．解析の結果，鉛直変位のピーク値は 9.45mm であり，軸力のピーク値は引張が 36.4kN，圧縮が 92.2kN である．この解析結果より，変位のピーク値も，軸力も設計可能な範囲であることが分かる．よって，三方向ユニットをラップして出来た 1.5 層スペースフレームは実用可能な構造物であることを証明できた．

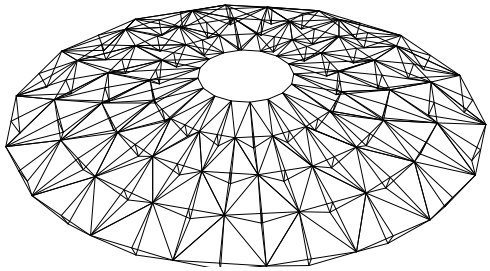
2.4　錐体ユニット

2.4.1　四角錐ユニット

三角形の単位架構ピースを用いて図 9(a)のような四角錐ユニットを形成し，これらの四角錐ユニットを互いに接合することによって，1.5 層スペースフレームを創出できる．もちろん，このような四角形錐体ユニットは，長方形，円形，多角形など多様な平面や曲面形状の 1.5 層スペースフレームを構成できる．図 9(b)は，四角錐ユニットを用いて構成されたドーム状の 1.5 層スペースフレームを示す．



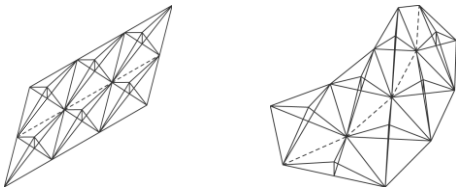
(a) 四角錐ユニット



(b) 四角錐ユニットで構成されドーム

図 9　四角錐ユニットの構成方法

一つ一つの四角錐ユニットは安定した構造体であり，曲げやせん断に対して十分な剛性を持つことが可能である．しかし，図 10(a)のように，平行四方形や長方形ユニットを並び接合すると，ピン節点が直線の上に並び，その直線を回転軸とする回転自由度が生じる．この場合，構造外周において適切な補剛材を加えること，または十分な支持点を設けることによって，構造体を安定させることができる．また，ユニットの寸法を変化させ，図 10(b)のようにピン節点を曲線上（図中の破線）に配置することによって，自立した安定構造物を創出できる．



(a) 直線上のピン節点　　(b) 曲線上のピン節点

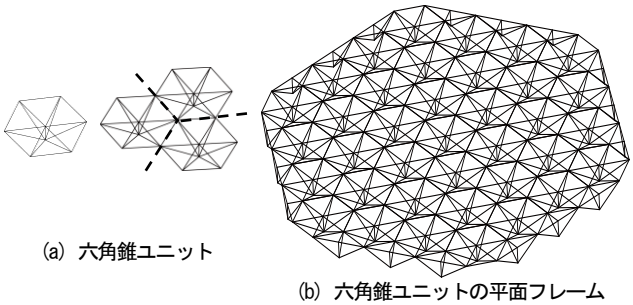
図 10　節点のヒンジランと構造体の安定性

四角錐ユニットにより構成された 1.5 層スペースフレームの安定性を検証するため，図 9(b)と同じ構造の平面状解析モデルを用いて静的線形力学解析を行った．全ての節点はピンであり，外周下部節点はピン支持とする．部材の断面積及びヤング率，荷重等の条件は前述の解析例と同じものである．但し，スパンは 20m であり，弦材の最大長さは 3.4m，束材の長さは 1m である．解析の結果，鉛直変位のピーク値は 4.01cm であり，軸力ピーク値は引張が 107.8kN，圧縮が 208.3kN である．この解析モデルの軸力は通常の構造設計の手法で対応できるものであり，変位のピーク値も普通構造とは大きな違いがない．よって，提案された四角錐ユニットの 1.5 層スペースフレームは実現可能な構造物であることを証明できた

2.4.2　六角錐ユニット

単位架構ピースを図 11(a)のように交差してできた六角錐ユニットを接合して，同図(b)のように 1.5 層スペースフレームを組み立てられる．図 11(a)に示す三つの六角錐体は破線に沿って接合され，ピン節点も破線のような三方向沿って配置されるので，互いに回転できない．よって，このようなユニットで創出された構造体は剛体

自由度を持たず，自立した安定構造であり，多様な平面や曲面構造に適用できる. 図 12 はドーム構造の構成例を示している.



(a) 六角錐ユニット　　(b) 六角錐ユニットの平面フレーム

図 11　六角錐ユニットの構成方法

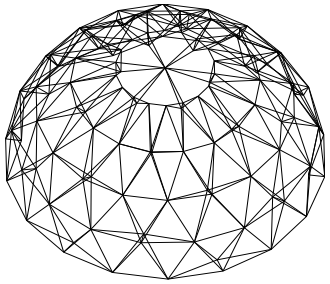


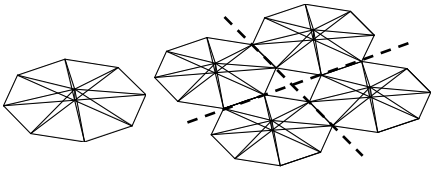
図 12　六角錐ドーム

次に，六角錐ユニットの平面構造に対する静的線形解析の結果を用いて，その構造安定性を分析する．解析モデルの全ての節点はピン接合として，外周の下層部節点はピン支持とし，荷重，部材断面積及び材料特性は前述の解析例と同じものである．上弦材の長さは 1.5m，束材の長さは 1m，最大スパンは 16.5m である．解析の結果，最大鉛直変位のピーク値は 5.74cm であり，軸力のピーク値は引張が 167.2kN，圧縮が 166.8kN となる．軸力及び変位のピーク値は通常の構造設計で処理できるものであることが分かる．また，同様な条件を用いて，スパン 40m，ライズスパン比は 0.7 のドームに対して解析を行った結果，最大変位は僅か 2.6mm である．これらの解析結果は，提案された六角錐ユニットの 1.5 層スペースフレームは実用可能な安定構造物であることを証明できた.

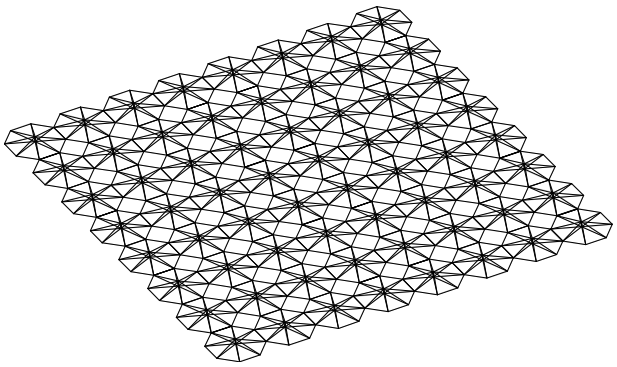
2.4.3　八角錐ユニット

単位架構ピースを図 13(a)のように交差して八角錐ユニットを構成できる．4 つのユニットを接合する場合，ユニットの間に正方形が形成される．隣接したユニットを接合すると，同図(b)のような構造体が構成できる.

図 13(a)に示すように，四つの八角形ユニットを接合した場合，２本の交差している直線（図に示す破線）に沿って節点ヒンジが配置され，その直線を軸とする回転自由度が生じる．よって，構造全体は，複数の回転可能なヒンジランが生じるので，不安定構造になる．このような不安定構造体は，最外周に補強材を設けること，或は最外周に適切な支持点を設けることによって，構造全体を安定化できる.



(a) 八角錐ユニット



(b) 八角錐ユニットの平面構造の例

図 13　八角錐ユニットの構成方法

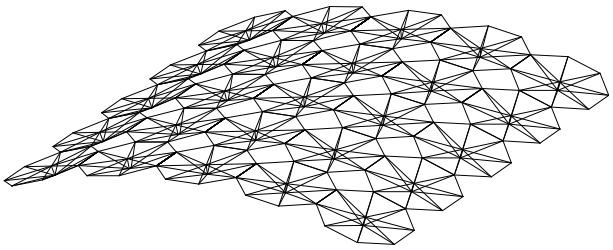


図 14　八角錐円筒構造

上記のような八角錐ユニットにより構成した構造の安定性を検証するため，一つの平面構造を用いて静的線形解析を行った．モデルの節点はピン接合とし，最外周の下部節点はピン支持とする．荷重と部材断面積，ヤング率は前述の解析例と同じであるが，上弦材の長さは 1.5m, 束材の長さは 1m, スパンは 16.5m×16.5m である．解析の結果，鉛直変位のピーク値は 2. 62cm であり，軸力のピーク値は引張が 140.5kN, 圧縮が 118.4kN である．この解析を通して，周辺に支持されている八角錐ユニットの 1.5 層スペースフレームは，実用可能な構造システムであることを証明できた.

3　節点の接合方法について

3.1　既存の接合方法の利用

従来のペースフレームの接合技術は大抵 1.5 層スペースフレームに適用できると考え，ここに幾つの実用可能な例を紹介する．先ず，図 15 は狭圧タイプ接合方法を示

す[7,8]．狭圧タイプは鋼管の端部を平らに潰してボルトで接合方法である．

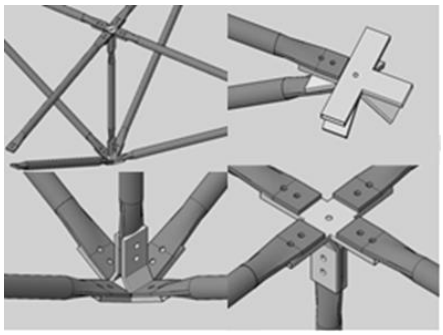


図 15 狭圧タイプ

ガセットプレート接合方法は従来の鋼構造の接合方法であり，プレートと部材の間は溶接あるいはボルト締めなどの方法が可能である（図 16）[8]．この接合方法は熟成した技術であるので，設計，施工の信頼性が高く，多様な 1.5 層スペースフレームに適用できると考える．

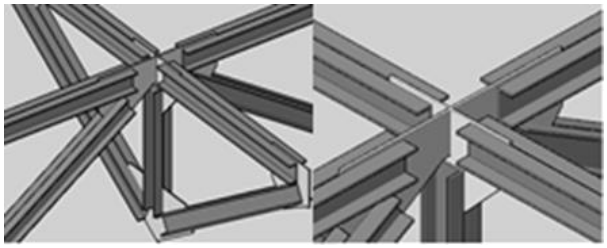


図 16 ガセットプレートタイプ

3.2 新しい接合技術の提案

1.5 層スペースフレームに適用できる接合方法として下記のような新しい接合方法を研究している．

(1) プレート支圧タイプ

プレート支圧タイプとは、図 17 のようにユニットの上弦材の中央部にフック状のプレート(以下、フックプレートと呼ぶ)を載せる方法である[8]．この接合方法の特徴は，図 17 のようにフックプレートを上弦材に沿った形状になり、ボルトに力を負担せず，フックプレートと上弦材の支圧で力を伝達する．施工現場では 1 本のボルトを締めるだけで接合でき，便利な施工方法である。但し，上弦材の支圧耐力が要求される．

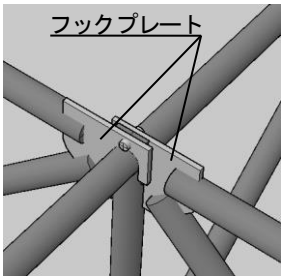


図 17 プレート支圧タイプ接合

(2) ピン支持タイプ

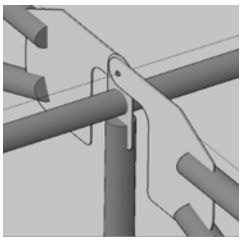


図 18 ピン支持タイプ接合

フックプレートと上弦材の支圧の問題を解決するため，次のようなピン支持タイプを提案した．ピン支持タイプの仕組みは，図 18 のように，フックプレートが上弦材から上へ離れ，ピンを通して力を中央レートへ伝達する[8]．よって，上弦材への支圧を無くすことができる．

(3) 差し込みタイプ

差し込み接合とは，図 19 のように上弦材中央にコネクターを取り付け，コネクターの穴にガセットプレートに溶接された円柱を差し込むことによって単位架構ピースを接合する[6,7]．コネクター上部にカバーを取り付け，プレート円柱の上への移動を拘束する．この接合方法は，三角形や六角形グリッドのように上弦材を斜め方向に接合する場合に適用できる．

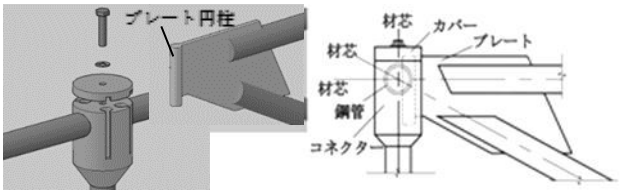


図 19 差し込みタイプ接合

上記接合方法に関する弾塑性解析を行い，その力学特性，接合部の回転変位により接合された他の単位架構ピースの面外回転を起こすかを検証した．解析の詳細は文献 6）と 8）を参考してほしい．解析の結果，接合部の回転により接合された単位架構ピースの面外回転を起さないか，面外回転が非常に小さいことがわかる．プレート降伏時の主応力の分布を図 20 示し，部材とプレートの接合部において応力集中が発生し降伏したことが分かる．プレートが降伏した時，プレート円柱の支圧はその許容応力度より遥かに小さいことが分かる．しかし，Lap 型ユニットの単位架構ピースの面外変形に関す非線形力学挙動に関する研究は今後の研究課題となる．

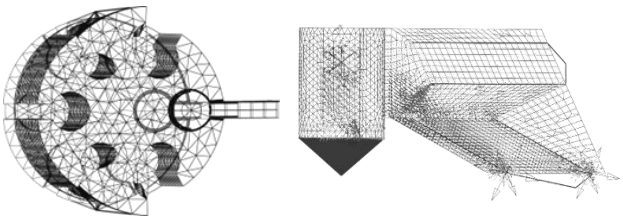


図 20 接合部の主応力の分布

4 まとめ

本論は, 1.5 層スペースフレームの創出方法として，単位架構ピースの構成，多様なユニットの構成方法，そして様々なユニットの相互支持などの接合方法を説明し，1.5 層スペースフレームの構成システムに関わる方法及び理論を紹介した.

Lap 型ユニットと交差型ユニット，交差型ユニットのラップ, 三方向ユニットのラップ, 四角堆状, 六角堆状, 八角堆状ユニットを用いて 1.5 層スペースフレームを構成する方法の具体例を提案した．さらに，静的線形力学解析手法を用いて，提案した 1.5 層スペースフレームが安定構造物であることを証明した．また，通常の構造設計に用いられる部材断面と部材長さや固定荷重に対する解析の結果，構造体の変位及び軸力は普通の構造設計で処理可能なものであり，提案構造システムは実現可能であると考える.

さらに, 1.5 層スペースフレームに適用できる接合方法を紹介した．但し，1.5 スペースフレームの力学特性，曲面構造の全体座屈や局所座屈問題，構造設計の方法などについての研究を行っているところであり，その成果を順次に報告する.

参考文献

1) 陳沛山, 大川原恵美, 原田恵美子, 細川美穂 : 宋代「虹橋」の構造原理についての研究, コロキウム構造形態の解析と創生, pp.89-94, 2007.10.
2) PEI-SHAN CHEN, “Configuration and Structural Principle of an Ancient Chinese Wood Bridge Hongqiao”, Proceeding of IASS2007, Venice, Italy, 2007.Dec.
3) PEI-SHAN CHEN, “A Study Report on an Ancient Wood Bridge Hongqiao”, Structural Engineering International, 2008.2, pp84-87.
4) PEI-SHAN CHEN, “A study on the geometrical configuration of an ancient wooden bridge in Qingming Shanghe Tu”, Proceeding of IASS2010, Shanghai, 2010.Nov.
5) PEI-SHAN CHEN, “A Report on the Innovation of 1.5-Layer Space Frames”, Proceeding of IABSE IASS 2011, London, 2011.Sep.
6) 陳沛山，1.5 層スペースフレームの幾何学的構成及びデザインの多様性についての基礎研究，構造工学論文集, Vol.60 B, pp153-158, 2014 年 3 月.
7) 篠原統 : トラス構造体の接合部構造　特許第 4377440 号
8) 開田隼輔，陳沛山，1.5 層スペースフレームの接合方法に関する研究，2014 年度日本建築学会九州支部研究発表会(CD-ROM)，2015 年 3 月 1 日

分枝限定法を用いた冗長性を有するトラス構造物の生成法

Le Anh Vu[1)]，高田豊文[2)]
1) 滋賀県立大学大学院環境科学研究科，大学院生，leanhvu199022@gmail.com
2) 滋賀県立大学環境科学部，教授・博士（工学）

1. はじめに

冗長性とロバスト性は，人工物を設計する際に重要な役割を果たすキーワードである。冗長性とは部材・機能の部分的損失が構造全体の致命的な崩壊（荷重支持能力の喪失）に繋がらない性質であり，構造システムの変化や外乱に対する「余裕度」を表す。近年，建築構造設計において，けるロバスト性や冗長性について議論される機会が増えてきた[1,2,3)]。また，偶発的な事象により一部の部材が破断・消失した場合の，構造物の荷重支持能力を評価する方法も，これまでいくつか提案されている[4,5)]。伊藤ら[6)]は，柱消失に対する冗長性の指標を，極限解析での崩壊荷重倍数を利用して定義している。福田ら[7)]は，柱の消失に対して，斜材による効果的補強計画法を提示している。トラス構造物を対象としたものとしては，部材破断を考慮した冗長性評価法[8)]や最適設計法[9,10,11)]に関する研究が報告されている。

本研究では，トラス・トポロジー最適化問題を対象とし，部材破断に対する冗長性を考慮した最小体積設計法について述べる。同じ設計法は文献[8)]にも述べられているが，文献[8)]では総列挙法による最適化が行われているため，計算効率が悪く，部材が少ない小規模の解析対象からしか最適解が得られなかった。そこで，本研究では，分枝限定法を適用した効率的な解析手法を提案する。また，解析例を通して，計算効率について考察する。

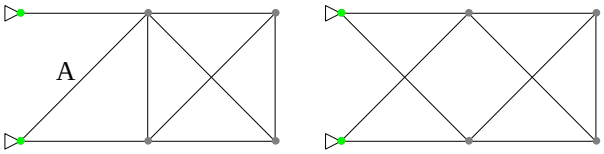
2. 冗長性を有するトラス構造物の生成問題

2.1 トラス構造物における冗長性指標の提案

部材 m のトラスでは，部材が 1 本だけ破断する事象は部材数 m だけ存在し，その内，1 部材破断後も安定トラスとなる数を N_{st} とする。本研究では，トラスの冗長性を評価する指標として，次式を定義する。

$$R = \frac{N_{st}}{m};\ 0 \le R \le 1 \qquad (1)$$

以降，この指標を冗長性指標と呼ぶ。冗長性指標は 0～1 の値をとり，$R=1$ のときはどの部材が破断しても安定なトラスであり，冗長性は高いと考えられる。$R = 0$ のときはどの部材が破断しても不安定なトラス（静定トラス）であり，冗長性は低い（ない）と考えられる。



(a) 冗長性指標 $R = 0.667$　　(b) 冗長性指標 $R = 1.0$

図 1　冗長性指標の異なる 1 次不静定トラス

図 1 に冗長性指標の異なる 2 つの 1 次不静定トラスを示す。(a)では，例えば部材 A が破断すると不安定となるが，(b)ではどの部材が破断しても不安定とならない。このように，不静定次数では部材破断に対する冗長性が評価できないこと，本研究では提案する冗長性指標によってトラスの冗長性の優劣が判断できることが分かる。

2.2 冗長性指標を用いた最小重量設計問題

グランドストラクチャ法に基づくトラス・トポロジー最適化として，前節で定義した冗長性指標を用いた最小重量設計問題を考える。グランドストラクチャの全ての部材の断面積，ヤング係数が等しいとすると，この問題は次の最小体積設計問題と等価である。

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{l}^T\boldsymbol{x} \\ &\text{subject to } x_j \in \{0,1\};\ j = 1,\dots,m;\ R(\boldsymbol{x}) = 1 \end{aligned} \qquad (2)$$

ここに，$\boldsymbol{x} = \{x_1, ..., x_m\}^T$ は部材の存否を表す決定変数ベクトル，$\boldsymbol{l}$ は部材長ベクトル，$R(\boldsymbol{x})$は冗長性指標，T は行列・ベクトルの転置記号を表す。$R(\boldsymbol{x}) = 1$ を条件としているので，本設計問題は，どの部材が破断しても不安定とならないような最小体積トラス・トポロジーを求める問題である。なお，本設計問題では部材破断後の応力再分配については考慮せず，部材の座屈も考えない。

3. 分枝限定法による解法

3.1 分枝限定法の概要

分枝限定法は，組合せ最適化問題（離散的最適化問題）の解法の 1 つであり，列挙法を基本としているため，真

の最適解が必ず得られることや，複数の最適解も全て求めることができる利点があり，分枝操作と限定操作を繰り返すことによって，総列挙法よりも効率よく最適解を探索することができる。分枝限定法の基本な考え方は，直接解くことが困難な問題（組合せ最適化問題）をいくつかの部分問題に分解し，その全てを解くことで等価的に元の問題を解くというものである。分枝操作は，変数の値を固定して，問題をいくつかの小規模な部分問題に分解する操作である。得られた部分問題に対しても逐次分枝操作を行うが，明らかに元の問題の最適解を与えない部分問題に対しては，その部分問題からの以降の分枝操作を中止する。これを限定操作と呼ぶ。

3.2 分枝操作

組合せ最適化問題である式(2)に分枝限定法を適用する場合，決定変数 x_j を 0 あるいは 1 に逐次固定することによって分枝操作を行う。ただし，冗長性を有するトラスを生成するためには，支点以外の各節点に 3 本以上の部材が接続する必要がある。

分枝操作は，まず荷重点に接続する部材の設計変数から値を決定していく。荷重点には 3 部材が接続する必要があるので，荷重点につながる部材の内，3 本の変数を 1 とし，それ以外を 0 として分枝操作を行う。ただし，複数の荷重がある場合は，部材の選択方法によっては荷重点に 4 本以上の部材が接続することもある。荷重点・支点以外の節点では，部材が 3 本以上接続するように分枝操作を行う。荷重点に接続する部材の変数を固定した後は，接続部材数が 2 本以下の節点について接続する部材を決定していく。なお，3 部材が接続する節点で，2 本以上が同方向となるような部材配置（図 2）は行わない。

3.3 限定操作

本手法では，以下の条件に該当する時に，その部分問題からの以降の分枝操作は行わない（終端）。

1. 未決定変数の全てを 1 としても，$R=1$ とならない場合（許容解なし）。
2. 探索途中で得られている最小体積を z とする。既配置の部材の総体積が z を超える場合（下界値テスト）。
3. 既配置の部材だけで $R=1$ となっている場合。このときの総体積 V の値に応じて，以下の 3 つのいずれかの操作を行う。

   3-1　$V>z$ のときは何もしない。

   3-2　$V<z$ のとき，$z=V$ とし，暫定解を当該の部材配置と入れ替える（解更新）。

   3-3　$V=z$ のとき，当該の部材配置を暫定解リストに追加する（解追加）。

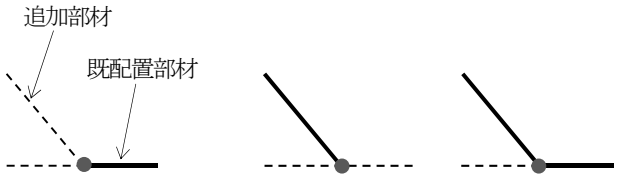


図 2　部材追加により 2 本以上が同方向になる場合

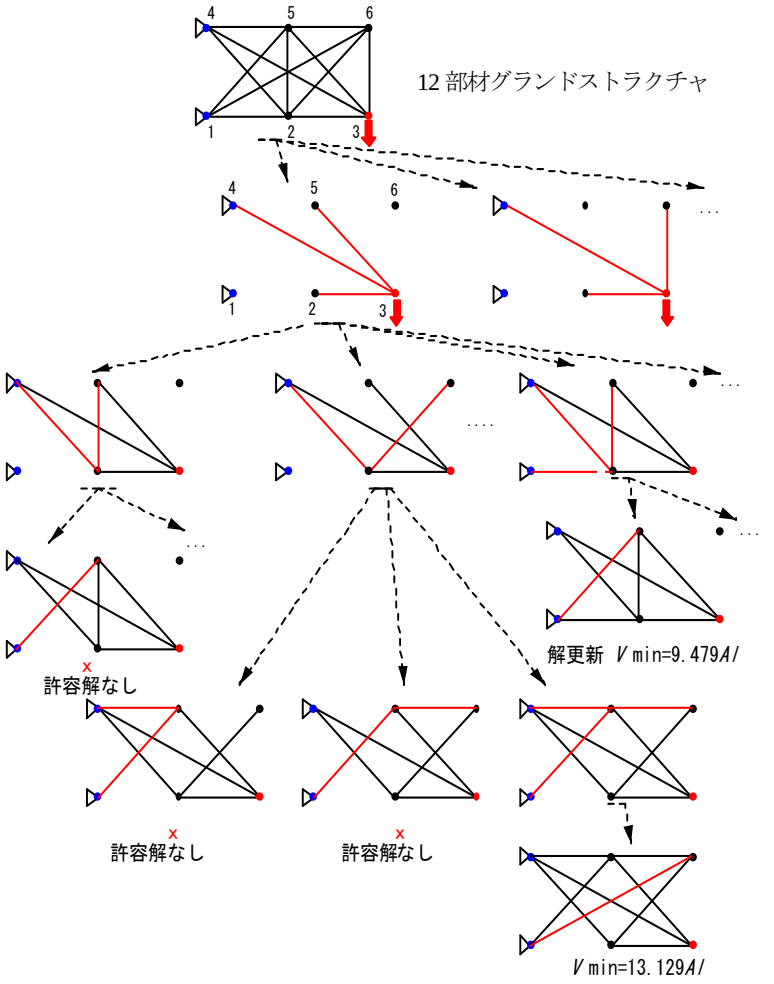


図 3　12 部材グランドストラクチャからの探索過程

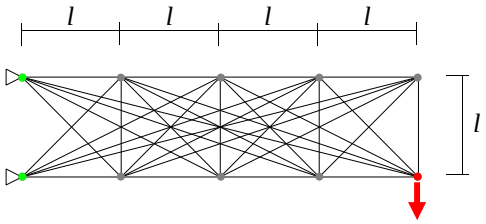


図 4　解析例 1：32 部材グランドストラクチャ

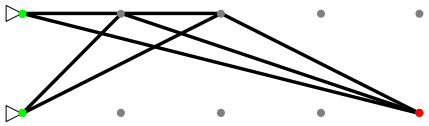


図 5　解析例 1 の最小体積解（15.17*Al*）

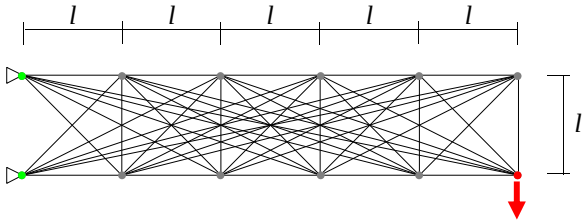


図 6　解析例 2：45 部材グランドストラクチャ

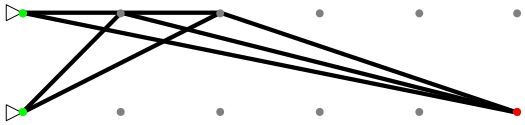


図 7　解析例 2 の最小体積解（18.03*Al*）

12 部材グランドストラクチャにおける最適解の探索過程の一部を図 3 に示す。探索は深さ優先で行い，分枝操作ができなくなれば解析終了とする。図 3 中で，「×許容解なし」は，前述の限定操作 1 で終端したことを表す。この図により，全ての部材の組み合わせを調べることなく，効率的に解を探索している様子が分かる。

4. 解析例と考察

4.1 荷重が 1 つだけの場合

以降で扱う全ての解析例では，全部材の断面積を A とし，また節点を超えるような部材は存在しないとする。

図4に示す32部材グランドストラクチャに本手法を適用する。文献[8] の総列挙法では，2^{32} 通りの解候補を調べる必要があり，非常に多くの計算時間を費やすことになるが，本手法では，図 5 に示す最小体積トラス・トポロジーを効率的に求めることができた。さらに，トラスの部材数を増やして，図 6 に示す 45 部材グランドストラクチャを適用すると，図 7 に示す最小体積解が得られた。本手法によって得られたいずれのトラス構造物（図 5,7）も，どの部材が 1 本破断しても安定であることが確認される。また，得られたトラス・トポロジーに規則性があることも分かる。

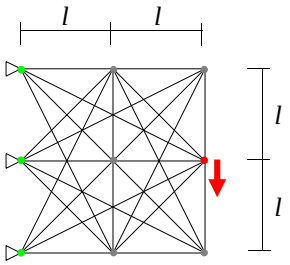


図 8　解析例 3：26 部材グランドストラクチャ

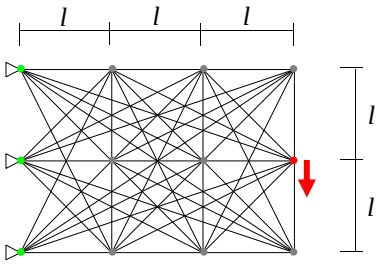


図 9　解析例 4：47 部材グランドストラクチャ

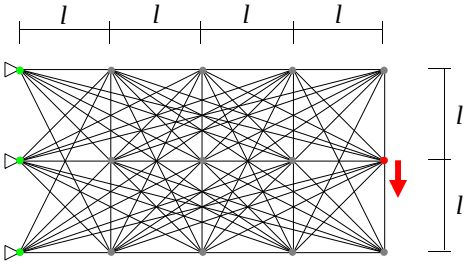


図 10　解析例 5：72 部材グランドストラクチャ

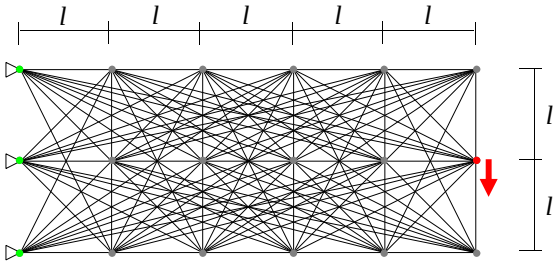


図 11　解析例 6：103 部材グランドストラクチャ

次に，図 8～11 に示すような，縦の節点数を 3 個，支点数を 3 個としたアスペクト比の異なる 4 つのグランドストラクチャを解析対象とする。本手法によってこれらのグランドストラクチャから得られた最小体積解を，それぞれ図 12～15 に示す。これらの図より，

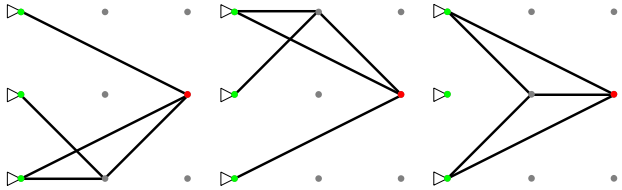


図 12　解析例 3 の最小体積解（8.30*Al*）

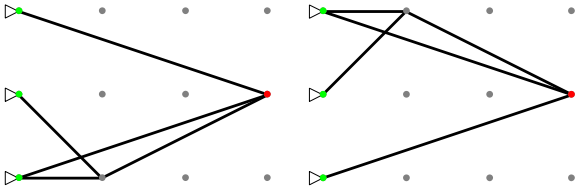


図 13　解析例 4 の最小体積解（10.97*Al*）

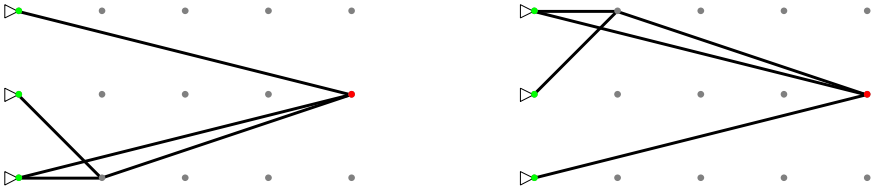


図 14　解析例 5 の最小体積解（13.82*Al*）

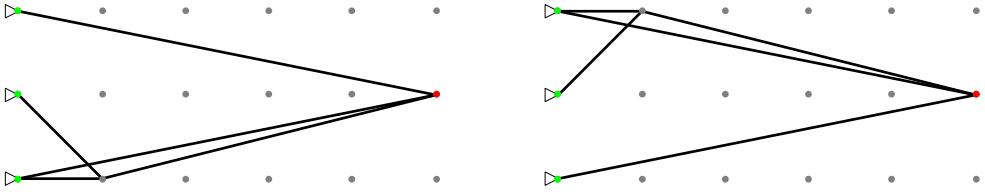


図 15　解析例 6 の最小体積解（16.74*Al*）

・本手法によって，部材破断に対して冗長性を有するトラス構造物が得られていること，

・最小体積解は 1 つだけとは限らず，目的関数値が等しい多様な最適解が存在する場合があること，

・対称形状・対称荷重の解析対象から得られる最適解が，必ずしも対称とならないこと，

・支点と荷重点が離れるにつれて，得られる最適解の体積は大きくなるが，トラス・トポロジー自体には規則性があること，

などが確認される。

なお，本手法では，部材の接続関係のみで解を探索しているので，部材の座屈や部材破断後の応力再配分，それに起因する進行性崩壊は考慮していない。そのため，得られたトラス構造物には，極端に長い部材や，ある部材が破断後に大きな軸力となる部材が存在する。部材の座屈や部材破断後の応力再配分も考慮したトラス構造物の生成法については，今後の検討課題である。

4.2 複数の荷重点が作用する場合

図 16～19 に示すような，2 つの荷重が作用しているグランドストラクチャを解析対象とする。これらの解析例から，本手法を適用して得られた最小体積トラス・トポロジーを，それぞれ図 20～23 に示す。どの解析例においても荷重点の増加に伴い，それに対応するように部材数が増加し，より複雑で部材総体積の大きいトラス・トポロジーが得られていることが確認される。また，図 20～22 から，荷重が 1 つの解析例と同様に，

・目的関数値が等しい多様な最適解が存在する場合があること，

・対称形状・対称荷重の解析対象から得られる最適解が，必ずしも対称とならないこと，

・得られるトラス・トポロジーには規則性があること，

が確認される。

図 5,7 と図 21,22 を比較すると，複数の荷重が作用する場合の最小体積解は，荷重が 1 つの場合の最適トポロジー（図 5,7）の重ね合わせとはならないことが分かる。このように，複数の荷重が作用することによって，1 つの荷重が作用する場合の最小体積解とは，全く異なるトポロジーの最小体積解が得られる。

続いて，図 24 に示すような 3 つの荷重が作用しているグランドストラクチャを解析対象として，本手法を適用

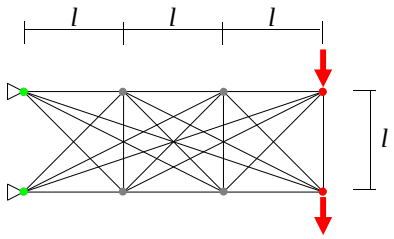


図 16　解析例 7：21 部材グランドストラクチャ

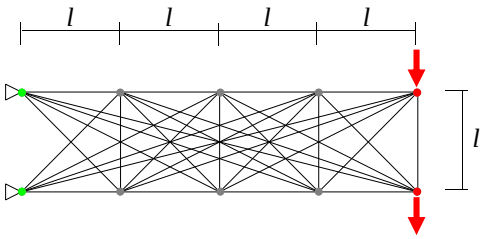


図 17　解析例 8：32 部材グランドストラクチャ

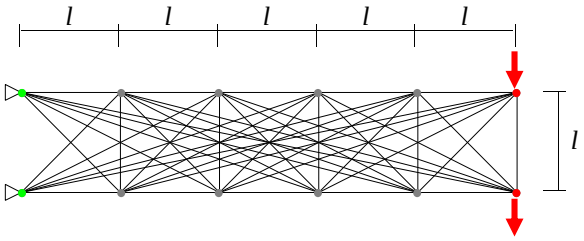


図 18　解析例 9：45 部材グランドストラクチャ

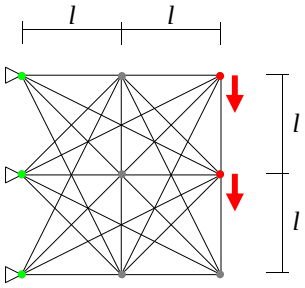


図 19　解析例 10：26 部材グランドストラクチャ

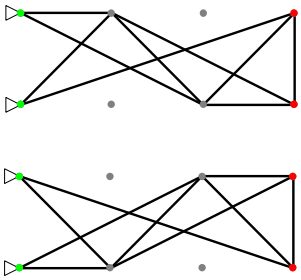


図 20　解析例 7 の最小体積解（14.88*Al*）

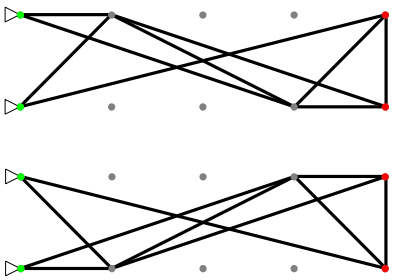


図 21　解析例 8 の最小体積解（18.51*Al*）

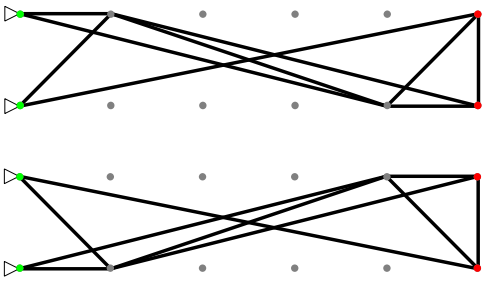


図 22　解析例 9 の最小体積解（22.34*Al*）

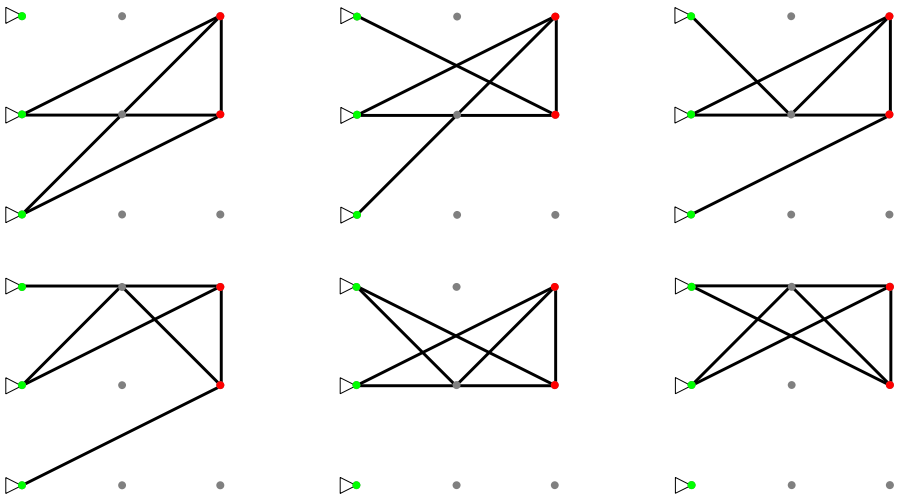


図 23　解析例 10 の最小体積解（10.30*Al*）

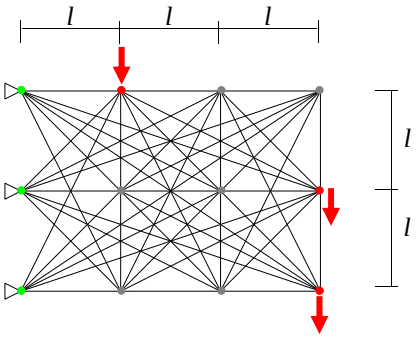


図 24　解析例 11：47 部材グランドストラクチャ

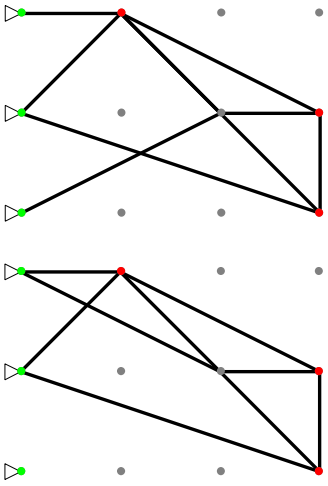


図 25　解析例 11 の最小体積解（14.88*Al*）

した。得られた最小体積解を図 25 に示す。これまで述べてきたように，目的関数値が等しい多様な最適解が存在することや，1 つの荷重が作用する場合の最小体積解とは，全く異なるトポロジーの最適解が得られることなどが確認される。

5. まとめ

本稿では，部材破断に対して冗長性を有するトラス構造物の生成問題を，最小体積を求めるトラス・トポロジー最適化問題として定式化し，分枝限定法を適用した解法について述べた。分枝限定法を適用することによって，総列挙法に比べて，部材数が多いグランドストラクチャからも解を生成できることを確認した。また，複数の解析例に本手法を適用し，得られた解析結果から，

・解析対象によっては，目的関数値が等しい多様な最適解が存在する場合があること，

・対称形状・対称荷重の解析対象から得られる最適解が，必ずしも対称とならないこと，

・アスペクト比の異なるグランドストラクチャから得られる最適トラス・トポロジーには規則性があること，

などの特徴を指摘した。今後は，さらに大規模な解析対象からも効率的に最適解が得られるように，計算効率を高める必要がある。

参考文献

1) ロバスト性・冗長性を向上させた建物の構造デザイン，2011 年度日本建築学会大会（関東）構造部門（応用力学）PD 資料，2011
2) 建築構造設計における冗長性とロバスト性ー応用力学シリーズ 12，日本建築学会，2013
3) 建築物荷重指針・同解説（2015），日本建築学会，2015
4) Y.S. Feng and F. Moses：Optimum design, redundancy and reliability of structural systems, Computers and Structures, 24, pp.239-251, 1986
5) D.M. Frangopol and J.P. Curley：Effects of Damage and Redundancy on Structural Reliability, Journal of Structural Engineering, Vol.113, No.7, pp.1533-1549, 1987
6) 伊藤，大井，李：鉛直荷重を受ける骨組構造物の冗長性に関わる感度解析，日本建築学会構造系論文集，593，pp.145-151，2005
7) 福田，坂：局部損傷に対して構造的冗長性の高い既存建物の補強法，日本建築学会大会学術講演梗概集，B1，pp.347-348，2007
8) 永谷，明石他：我国の鋼トラス橋を対象としたリダンダンシー解析の検討，土木学会論文集 A，65(2)，pp.410-425，2009
9) 北川，家永，荒木，上谷：部材破断の不確定性を考慮したトラス構造物のロバスト最適設計法ーその 2. ロバスト性向上設計法，日本建築学会大会学術講演梗概集，B1，pp.845-846，2010
10) 西坂，高田：部材破断に対して冗長性を有するトラス構造の最小体積設計に関する研究，コロキウム構造形態の解析と創生 2012，pp.39－44，2012.10
11) 古田，山川，加藤，荒木，大崎，組合せ剛性理論に基づく冗長性を考慮したトラス構造物の最適設計法，日本建築学会構造系論文集，79(699)，pp.583-592，2014

竹と張力膜を用いた空間構造物の微振動特性の経年変化

○永井拓生 [1)]，後藤優治 [2)]，陶器浩一 [3)]

1) 滋賀県立大学環境科学部，助教，修士（工学），nagai.t@ses.usp.ac.jp

2) 滋賀県立大学環境科学研究科，大学院生，gottyyuji.3308@gmail.com

3) 滋賀県立大学環境科学部，教授，博士（環境科学），toki@ses.usp.ac.jp

1　はじめに

竹は日本国内のみならず，東南アジアの広範囲の地域に生息し，有効活用が望まれる生物資源である。国内では，放置竹林による里山の生態系の破壊が深刻な問題となっており，竹を建築資材等に用いることで持続可能なサイクルを築くことは，非常に重要な課題と言える。

一方，国内において，竹材を構造材として実大の建築に使用した例は少なく，したがって竹材の劣化や耐久性，経年による構造特性への影響についての議論は，ほとんどなされていない。著者らのグループは，これまでに竹材を構造材料として用いた展示会場の設計や実際の建築物の設計を行っており，2011 年 10 月には，竹を構造材として用いた仮設の実建築物（以下「竹の会所」，図 1 左）を実現している [1~3]。本建築物においては，竣工後，定期的に微振動測定を実施してきている。本報告では，微振動測定の結果をもとに，竹材を構造材として用いた建物の振動特性の変化について考察する。

図 1　左：竹の会所外観・右：微振動計設置状況

2　微振動測定

2.1　測定建物の概要

「竹の会所」は，2011 年の東日本大震災の被災地である気仙沼市に位置する。地域の集会所施設が津波により被災したため，被災直後の応急的な集会所として建設された仮設建築物である。本建築物では主たる構造部材に竹を用いている。この理由は，被災直後の状況で一般的な建設資材の調達が困難であり，素人でも扱いが容易で，かつ自ら調達可能な材料として竹が選択されたためである。また，作業者はボランティアや学生等，建設工事の素人であったため，人力で施工可能な接合部の開発等を行っている [1~3]。以下に概要を示す。

- 建設地：宮城県気仙沼市
- 構造：竹構造平屋建て
- 規模：延べ床面積 175.92m^2，最高高さ：6.88m
- 基礎：ガルバリウム鋼板パネル敷直接基礎
- 施工期間：2011 年 9 月～10 月（延べ 28 日間）

本建築物においては，主たる水平抵抗要素である竹のアーチ材および基礎トラス梁にモウソウチクを用い，負担応力の小さい箇所や，軸力のみ負担する部材にはマダケを用いている。いずれも施工期間中に建設地近くの竹林にて伐採し，養生・乾燥等の下処理は行っていない。使用された竹材は合計約 1,000 本である。

また，外周の膜は約 10%の歪を導入した立体裁断された張力膜であり，水平荷重等に対する重要な抵抗要素となっている。

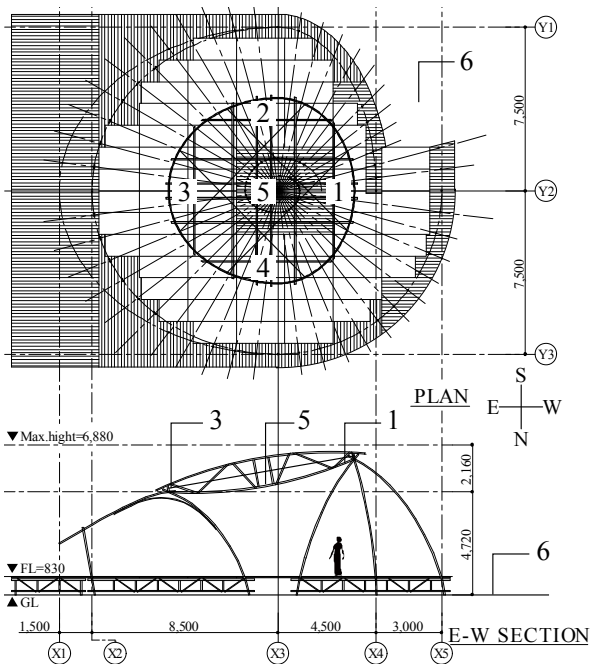


図 2　微動計設置位置（上：平面図，下：断面図）

2.2　測定方法

計測器を屋根および建物近くの地表面に設置し，水平2方向と鉛直方向について測定する（図1右，図2）。

測定は表1に示す日時および項目について，各回・各設置場所につき10～20分間の計測を行った。また，各測定箇所は図2に示す1～6の箇所である。

なお，竣工後，複数回に亘って屋根や柱部材の補修を行ってきており，補修箇所の数や規模の大きなメンテナンスは下記の4回である。

(1) 2012年4月の強風等（気仙沼市で最大瞬間風速25.7m/s）のために屋根に竹の割れや接合部の緩みを生じたため，部材の交換やトラス材の追加などを含む補修工事（2012年6月）。

(2) 2013年4月（気仙沼市で最大瞬間風速21.3m/s）の暴風雨等によると思われる屋根トラスの損傷，屋根膜の剥離の補修（2013年5月）。

(3) 2013年10月（気仙沼市で最大瞬間風速22.8m/s）の暴風雨等によると思われる柱部材の破断の補修（2013年11月）。

(4) 2015年9月における，入口付近の損傷したアーチ部材2本の新材への交換補修。

なお，※を付したNo.6～9の測定については，測定結果の分析が終わっていないため，No.6以降の振動特性の変化については別報での報告を予定している。

表1　微振動計測のスケジュールと項目

No	実施日時	測定方向	測定場所	備考
1	2012.5.6	水平，上下	屋根	
2	2012. 6. 19	水平，上下	屋根	補修工事後
3	2012.12.17	水平，上下	屋根，地面	
4	2013.5. 6	水平，上下	屋根	
5	2013.11.14	水平，上下	屋根	補修工事後
6※	2014.5.6	水平，上下	屋根	
7※	2014.9.21	水平，上下	屋根	
8※	2015.5.6	水平，上下	屋根	
9※	2015.9.22	水平，上下	屋根	補修工事後

3　振動特性の解析 [3~6)]

次頁に示す図4は，微動測定データをフーリエ変換することで求めた各回･各場所のパワースペクトルである。パワースペクトルは，計測時間20分間の全時刻歴データ（サンプリング周波数100 Hz）を一括して高速フーリエ変換し，求めている。また，各図はパワースペクトルをハニング窓で平滑化し，最大値を1に基準化したものである。

左列は南北方向，右列は東西方向のパワースペクトルであり，上段より順に2012年5月～2013年11月の順で並べてある。図中の複数の線は，各設置個所（1～4）におけるデータを示している。なお，本報では水平方向成分のみを考察の対象とする。

本建築は非常に重量が軽く（延べ床面積に対し280N/m^2，但し基礎を土嚢で固定し浮き上がりを防止している），例えば屋根にたまった雨水等の影響や微風が卓越振動におよぼす影響を無視できない。そのため，「2012年6月19日南北方向」および「2012年12月17日東西方向」の測定点3のデータのように，明らかにノイズの影響が卓越している場合もあり，そういったものはここでは考察の対象とせず，卓越周波数が明らかな記録のみに着目することとした。

同図および位相から，大まかに以下の3つの卓越モードが認められた（図3）。

・西の頂部（測定地点 1）を基点に東西方向に伸縮変形するモード（2.8 Hz付近）

・南北の伸縮変形を伴う南北並進モード（3.5Hz付近）

・捩じれモード（4.0～4.2 Hz付近）

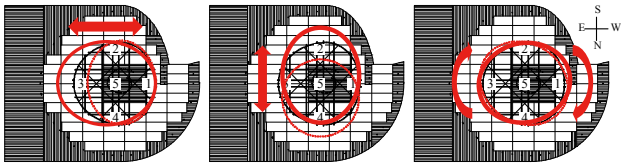


図3　「竹の会所」卓越振動モード

これらの各モードに注目して，それぞれの卓越周波数の変化をまとめたものが表2である。各モード周波数は，屋根補修後の2012年6月19日にわずかに周波数が下がり，半年後，またわずかに上昇している。これは補修時に追加した部材による重量増加のためであり，再び半年後それらの部材の含水率が低下したために，2012年5月6日の段階と同程度の周波数に戻ったと考えられる。

また，2013年11月14日の測定においては，同月の暴風によると思われる柱材の断裂（3本）に対して，測定直前にアーチ部材の補修を行っている（図5）。破断したアーチ部材を柱脚部で切断し，同材腫（モウソウチク），同サイズ断面のアーチ部材を破断した部材に抱かせ，補

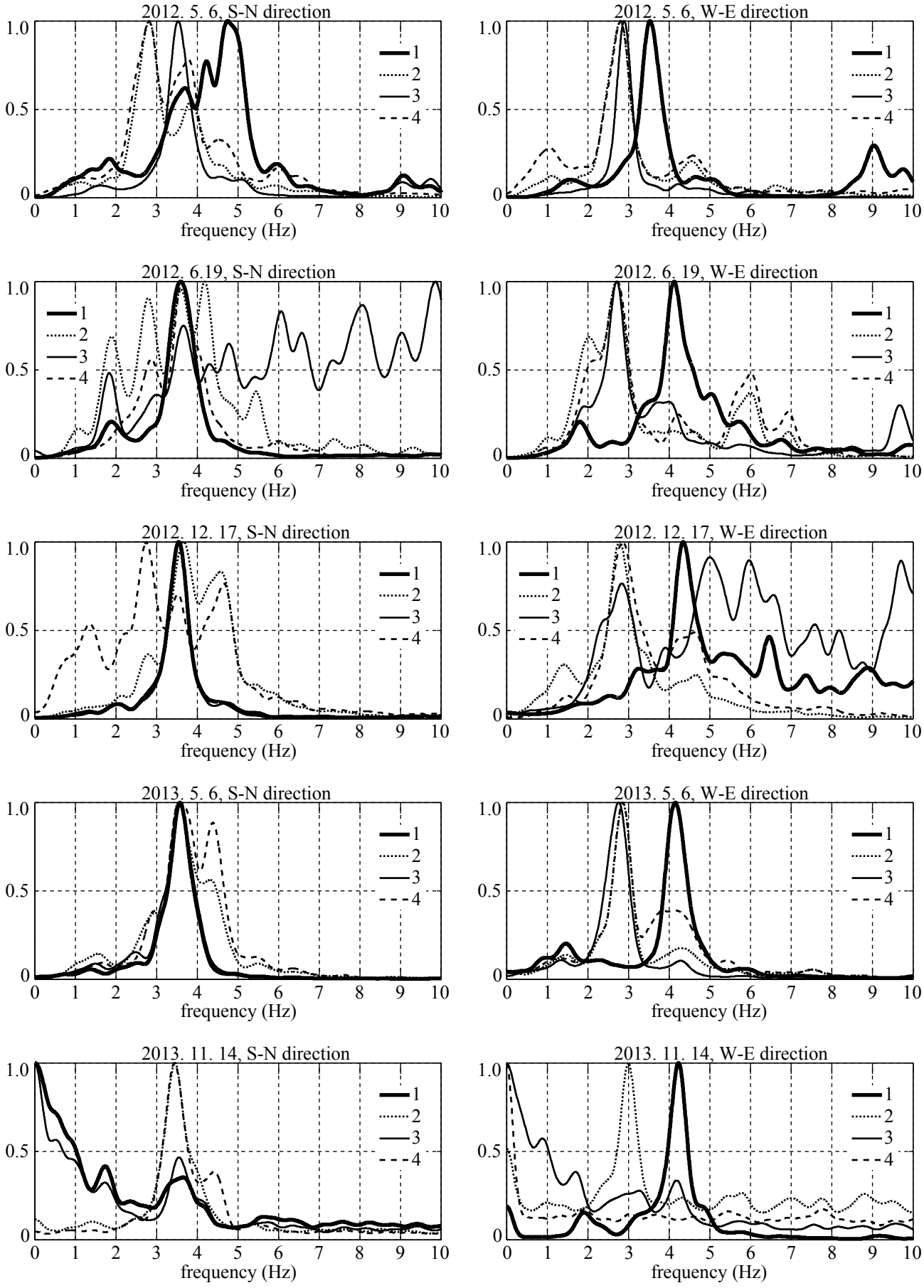


図４　各回微振動測定の基準化パワースペクトル

強を行った。補修の結果として，前回（2013 年 5 月）よりも若干周波数が低下しているものの，ほぼ同等の剛性を有する状態に戻ったものと想定される。

ただし，以上に示した周波数の増減は非常に微小であり，竣工後 2 年間において，本建物の振動特性が経年によって顕著に変化している点は認められない。

表 2　各モードの周波数変化

モード	各測定回の周波数 [Hz]		
	2012.5. 6	2012. 6. 19	2012. 12. 17
東西伸縮	2.81	2.70	2.82
南北伸縮並進	3.65	3.60	3.52
捩じれ	4.72	4.35	4.64
モード	各測定回の周波数 [Hz]		
	2013. 5. 6	2013. 11. 14	
東西伸縮	2.80	2.80	
南北伸縮並進	3.56	3.44	
捩じれ	4.32	4.20	

図 5　左・中：破断したアーチ部材，右：補強後

4　まとめ

竹を構造に用いた実建築物の微振動測定を行い，卓越周波数の変遷から竹構造物の振動特性の変化について考察を行った。本報にて考察した 2 年間においては，振動特性に大きな変化は観察されていない。3 年目以降の測定結果については別報で報告予定である。

一方で竹材のアーチ部材の破損が生じており，強度については劣化している可能性が高い。経年による強度の変化については，別途調査を進めているところである [7]。

また，本建物は竹と膜の複合する構造であり，それぞれの経年による特性変化が建物全体の振動特性にどのように影響しているか，今後考察を深める予定である。

謝辞　本稿の成果の一部は，科学研究費補助金（課題番号：10021160），および公益財団法人 LIXIL 住生活財団による調査研究助成（平成 25 年度，助成番号 12－48）の助成を受けたものである。

参考文献

1) 額田直子，西村匡弘，澤修平，永井拓生，陶器浩一：丸竹曲げによる形態創生とその実例，コロキウム構造形態の解析と創生 2011，日本建築学会，pp.97~102，2011.10
2) 永井拓生，額田直子，澤修平，生駒岳大，陶器浩一：丸竹曲げによる空間構造の設計と施工　その 1～その 4，日本建築学会大会学術講演梗概集（東海），B-1，pp.697~704，2012.9
3) Hirokazu TOKI, Takuo NAGAI : Design and construction of bamboo spatial structure using bended bamboo arch and handmade joint, *IABSE Conference NARA, Elegance in Structures, International Assoceation for Bridge and Structural Engineering*, pp.368-369, 2015.5
4) Takuo NAGAI, Hirokazu TOKI : Aged changes of vibration characteristics and mechanical properties of actual bamboo building, *IABSE Conference NARA, Elegance in Structures, International Assoceation for Bridge and Structural Engineering*, pp.370-371, 2015.5
5) 江島諒介，澤修平，永井拓生，陶器浩一：竹の構造材料としての特性に関する基礎的研究　その 2　竹構造建物の微振動測定，日本建築学会大会学術講演梗概集（東海），B-1，pp.1095~1096，2013.8
6) 永井拓生，成尾建治，山田貴大，陶器浩一：竹の構造材料としての特性に関する基礎的研究　その 3　竹構造建物の微振動測定（2 年目），日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），B-1，pp.775~776，2014.9
7) 成尾建治，澤修平，永井拓生，陶器浩一：竹の構造材料としての特性に関する基礎的研究　その 1　竹の伐採時期および養生期間と材料特性の関係，日本建築学会大会学術講演梗概集（東海），B-1，pp.1093~1094，2013.8

ESO 法とグランドストラクチャ法を用いた建築構造デザイン

高坂憲治 [1)]，松本慎也 [2)]，藤井大地 [3)]
1) 近畿大学大学院システム工学研究科，大学院生
2) 近畿大学工学部建築学科，准教授，博士（工学）
3) 近畿大学工学部建築学科，教授，博士（工学）

1 はじめに

近年, 解析技術や生産・製造技術等の発達により, 様々な形態の建築物が造られるようになってきている. また, 3D プリンタの普及により, より軽量で剛性の高い構造形態を創生する技術の必要性が高まっている．位相最適化手法は，このようなニーズに応えうる形態創生手法の一つである．

このような位相最適化手法には，連続体を対象とするものと骨組構造を対象とするものがある．骨組構造を対象とする方法は，一般にグランドストラクチャ法 [1-3)]と呼ばれており，設計領域に適当な節点を配置し，節点間を可能な限りの線要素で結んだグランドストラクチャに対して，各線要素の材料密度（または断面積）を最適化することで最適位相を求めるものである．特に，建築構造は，骨組構造として設計される場合が多いため，骨組構造の位相最適化は，建築構造の形態創生や耐震ブレース・制震ブレースの最適配置問題など幅広い応用分野が考えられる．

建築分野のグランドストラクチャ法による位相最適化の研究としては，トラス構造（ピン接合）を対象とした河村，大森の研究 [4)]，高田，松岡の研究 [5)]，骨組構造（剛接合）を対象とした藤井らの研究 [6-8)]，河村，大森の研究 [9)]などが挙げられる．河村，大森の研究では，最適化手法として GA（Genetic Algorithm）が用いられており，高田，松岡の研究では線形計画法が，藤井らの研究では非線形計画法が用いられている．

一方，連続体の位相最適化では，中間的な材料密度を完全に除く方法として，Xie, Steven らによって提案された ESO 法 [10)]および BESO（Bi-directional Evolutionary Structural Optimization）法 [11)]がある．本方法は，最適解への収束の保証が無い発見的手法ではあるが，剛性最大化問題では，数理計画法にもとづく SIMP 法に比較しても遜色の無い方法であることが示されている [12)]．また，本方法は，骨組問題（グランドストラクチャ法）にも応用されている [13)]．

そこで本論文では，文献 13)の方法に着目し，この方法を応用することで，建築骨組の形態創生，あるいは耐震ブレースや制震ブレースの最適配置問題に利用できないかを検討する．ただし，本論文で提案する方法は，既往の研究のように部材断面積（材料密度）を連続的に変文献 14)に指摘されているように最適解を見逃す可能性化させるのではなく，ひずみエネルギーの小さい部材要素）を順に除いていく単純な方法で，問題によっては，もある．しかしながら，最適解に近い優良解（初期設計を改善する解）が得られれば，実務上は十分有効に活用できると考えられる．

2 比較に用いるグランドストラクチャ法

比較に用いるグランドストラクチャ法 [8),15)]では，i 番目要素の剛性マトリクス $\mathbf{k}_i$ を要素密度 ρ_i を用いて次式のように表す．

$$\mathbf{k}_i = \rho_i^p \mathbf{k}_i \qquad 0 < \rho_i \le 1 \tag{1}$$

ここに，$\mathbf{k}_i^0$ は初期の要素剛性マトリクス，p はべき乗の係数であり，1 以上の値を与えることにより，大きい密度はより大きく小さい密度はより小さく評価される．ただし, 文献 8), 15)では, 密度の上限は制約していないが, ここでは上限を 1 に制約している．

位相最適化問題は，設計変数 $\rho=\{\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_i,\cdots,\rho_N\}$ に対して，質量制約下でコンプライアンスを最小化する次の問題として定式化される．

$$\begin{aligned} &\min \ \ C(\rho) = \mathbf{d}^T\mathbf{K}\mathbf{d} = \mathbf{d}^T\mathbf{f} \\ &\text{subject to } \ m(\rho) = \sum_{i=1}^{N} \rho_i A_i l_i \le \bar{m}, \ \ 0<\rho_i \le 1 \ \ (i=1,\cdots,N) \end{aligned} \tag{2}$$

ここに，C はコンプライアンス，$\mathbf{d},\mathbf{f}$ は節点変位ベクトルと節点外力ベクトル，$\mathbf{K}$ は全体剛性マトリクス，m は質量，N は要素数，A_i, l_i は i 番目要素の断面積と長さ，$\bar{m}$ は質量の制約値を表す．

本論文では，(2)式の最適化問題を CONLIN 法 [8),15)]を用いて解く．ただし，CONLIN 法の改修計算回数は 40 としている．

3 ESO 法を用いたグランドストラクチャ法

ここでは，初期の ESO 法[10]の考え方にもとづき，非常にシンプルな計算アルゴリズムを提案する．

まず，グランドストラクチャの作成法は従来どおりである．文献 15)には，Excel によるプリプロセスでグランドストラクチャを自動生成するソフトが提供されている．本ソフトでは，生成される要素長さの上限を設定でき，また，設計対象要素と設計非対称要素を区別できるようになっている．

本方法では，以上のグランドストラクチャに対して以下の計算アルゴリズムを適用する．

① グランドストラクチャの静的弾性解析を行い，各設計対象要素のひずみエネルギー密度を計算する．なお，(1)，(2)式の表記を用いれば i 番目要素のひずみエネルギー密度 V_i は次式により計算される．

$$V_i = (1/2)\mathbf{d}_i^{eT}\left(\rho_i \mathbf{k}_i^0\right)\mathbf{d}_i^e \Big/ \left(A_i l_i\right) \qquad (3)$$

ただし $\mathbf{d}_i^e$ は i 番目要素の節点変位である．また，要素密度 ρ_i は，残存している要素は 1 とし，除去要素は 1/1000 とする．なお，除去要素の密度を 0 としないのは，不安定構造になった時の連立方程式の特異性を避けるためである．

② 設計対象要素(残存要素)の要素番号をひずみエネルギーの小さい順に並べる．

③ 最もひずみエネルギーの小さい要素番号の要素をグランドストラクチャから除去する．なお，同じ最小ひずみエネルギーの要素が複数ある場合は，複数除去する．(これは対称性を保つための処置でもある．)

④ すべての設計対象要素が無くなるまで①～③を繰り返す．

⑤ 表示ソフト（本論文では MicroAVS を用いている）を用いて，すべての除去ステップを参照し，優良解を選定する．

以上のプロセスを図 1 の簡単なトラスの例題で示す．図 1 には，解析モデルとすべての除去ステップを MicroAVS で表示した結果を示している（上記プロセス⑤)．図に示すように，各ステップでひずみエネルギー密度が最小となる要素が 1 要素ずつ除去されていることがわかる．図中，Step2 と Step4 は不安定構造となっているが, 除去要素の密度を $1/10^3$ としているため解が得られている．

以上のように，本手法は非常に単純であり，また，中間密度が無いため, 解の選択も容易であることがわかる．

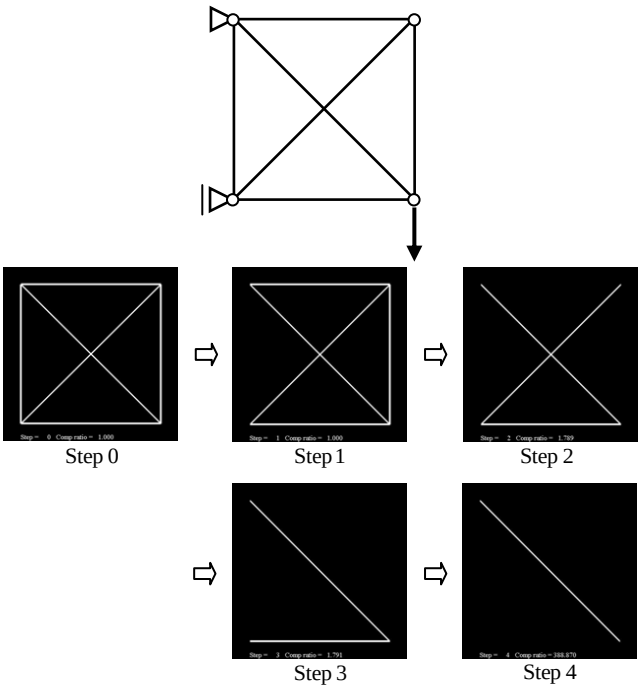


図 1　トラスの解析モデルと解析プロセス

4 解析例

ここでは，3 章で提案した手法によって有効な解が得られるかどうかを，2 章に示す数理計画法にもとづく手法との比較により検証する．

4.1　15 節点トラス構造の位相最適化

次に，図 2 は，15 節点のトラス構造のグランドストラクチャを示す．支持点と荷重点の位置は図に示すとおりである．図 3 は，提案手法の解と比較手法の解を比較したものである．ただし，比較手法の質量制約は $\bar{m}/m^0 = 0.1$，再計算回数は 100 としている．これらの図より，ある程度似通った位相が得られていることがわかる．ただし，コンプライアンス値の比較では，比較手法の結果は部材太さが異なるため，得られた解の部材断面積をすべて均一にして再計算したものと比較している．その結果，図中に示すように比較手法の解と提案手法の解のコンプライアンス比は, 0.992 となった. したがって，提案手法の解の剛性が比較手法の解の剛性に比較してやや小さいことがわかる．なお，この解析例において比較手法の最適位相と一致した解が得られなかったことについては，部材太さの不均一性が影響しているのではないかと考え，試しに，２章に示す方法で，最小ひずみエネルギー密度の要素をすぐに除去するのではなく，要素密度を $1 \rightarrow 0.5 \rightarrow 1/10^3$ と，２段階で除去する方法で再度解

析を行ってみた．その結果，図 4 に示すように，鉛直部材のみ密度 0.5 となる位相が得られ，部材太さを均一にすると，比較手法の解のコンプライアンスよりも小さくなった．したがって，より最適な位相を得るためには，要素密度を段階的に小さくする方法も考えられるが，その分，解析ステップ数も増加し，また，中間密度が残ることにより複雑な位相となる場合もあるため，本論文では採用しない．

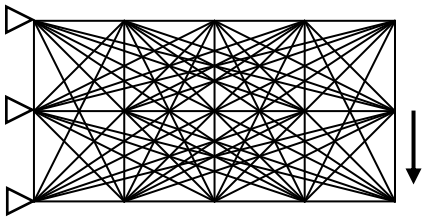
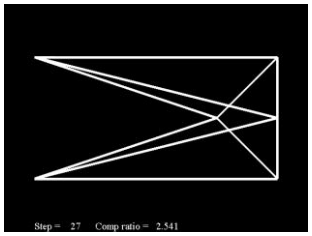
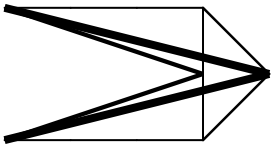


図 2　解析例 1（トラス）



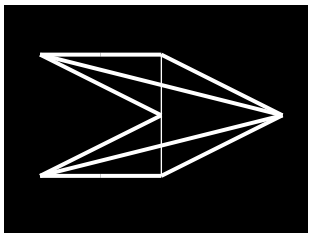
提案手法　Step 27　$C/C^0 = 2.541$



比較手法　$p = 2$

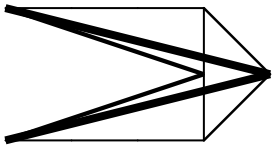
C^{Opt}(比較)$/C^{27}$(提案)$= 0.992$

図 3　解析例 1 の提案手法による解析結果



提案手法　Step 67　$C/C^0 = 2.242$

$C = 66.25$　$(均一密度　C = 65.00)$



比較手法　$p = 2$

C^{Opt}(比較)$/C^{67}$(提案)$= 1.115$

図 4　要素密度を 2 段階に変化させた場合の結果の比較

4.2　梁構造の位相最適化

図5は48節点トラスの梁構造物の解析モデルとグランドストラクチャを示したものである．部材断面積は全て均一とし，ヤング係数は 206GPa，荷重は 1kN の鉛直荷重を，図の矢印の示す節点上に加えている．**一番上と一番下の部分の水平材の要素密度を固定**(設計非対象要素)とする．図 6 は全ステップの中から抽出した解を示している．図 7 は比較手法によって得られた解である．質量制約 $\bar{m}/m^0$ およびべき乗数 p は図に示すとおりであり，

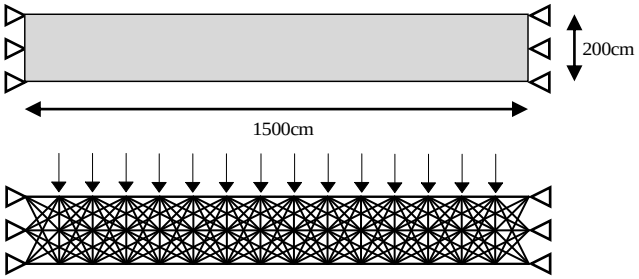
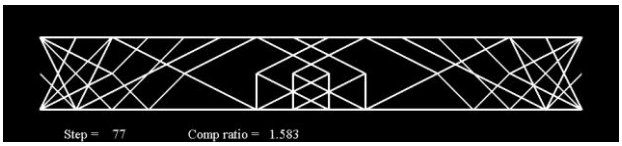
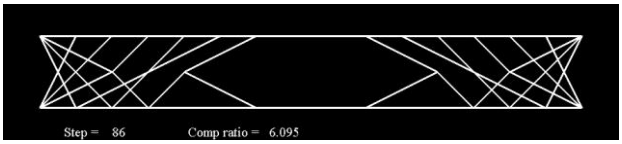


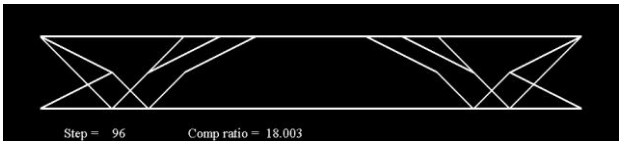
図 5　解析例 2 の解析モデルとグランドストラクチャ



Step 77　$C/C^0 = 1.583$



Step 86　$C/C^0 = 6.095$



Step 96　$C/C^0 = 18.003$

図 6　解析例 2 の提案手法による解析結果

$p = 1$　$\bar{m}/m^0 = 0.3$

図 7　解析例 2 の比較手法による解析結果

再計算回数は 10 としている．図より，提案手法における Step86 の解が，比較手法の解と類似していることがわかる．解析後，除去ステップを MicroAVS によって参照する際に，途中でコンプライアンスが大幅に変化するステップを確認することができるが，すなわち，どこまで要素を除去すれば大幅に剛性が下がるかが判断しやすい．形態のシンプルさと構造的な強度の両立を目指すにあたって，このように全てのステップでの位相とコンプライアンスを参照することができるという点はメリットであると言える．

4.3　剛接骨組構造の位相最適化

図8は節点数35の剛接骨組構造の解析モデルとそのグランドストラクチャを示したものである．部材断面積と

ヤング係数については解析例 2 と同条件とする，荷重は 1kN/cm の鉛直等分布荷重と 0.2kN/cm の水平等分布荷重を一番上の梁（水平材）に加えている．ただし，荷重が加わる梁の要素密度は固定（設計非対象要素）とし，それ以外の全部材を設計対象要素とする．なお，鉛直荷重による解析と水平荷重による解析は別々に行っている(1 ステップ 2 回の解析)．

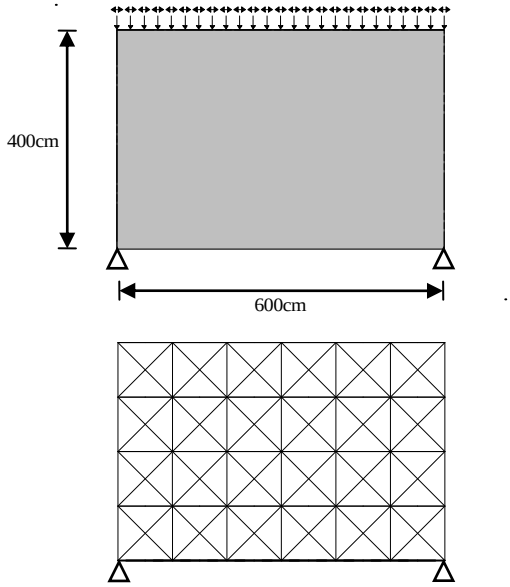
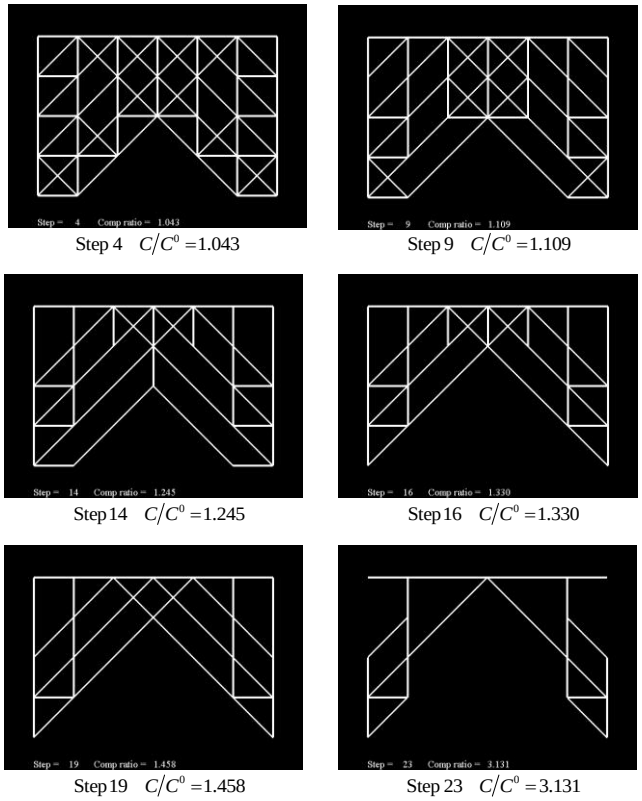


図 8　解析例 3 の解析モデルとグランドストラクチャ



Step 4　$C/C^0 = 1.043$　　Step 9　$C/C^0 = 1.109$

Step 14　$C/C^0 = 1.245$　　Step 16　$C/C^0 = 1.330$

Step 19　$C/C^0 = 1.458$　　Step 23　$C/C^0 = 3.131$

図 9　解析例 3 の提案手法による解析結果

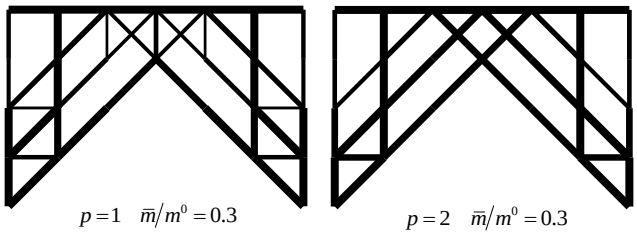


図 10　解析例 3 の比較手法による解析結果

図 9 は，提案手法の解の中から適当に抽出したステップの解を示している．また，図 10 は，比較手法によって得られた解を示している．ただし，質量制約 $\bar{m}/m^0$ およびべき乗数 p は図に示すとおりであり，再計算回数は 10 としている．図 9 と図 10 を比較すると，比較手法の $p=1$ の解は，提案手法の Step16 の解と一致しており，$p=2$ の解は，Step19 の解と一致していることがわかる．
したがって，提案手法では，剛接骨組構造においても，比較手法と同じ最適位相が得られることがわかる．ただし，比較手法では，質量制約やペナルティに用いるべき乗数等の計算条件によって様々な解が得られるため，提案手法と比較手法の解が一致するのは，ある特定の計算条件の解であることに注意が必要である．

4.4　アーチ構造の形態創生

図 11 は, アーチ構造の形態創生解析モデルとそのグランドストラクチャを示したものである．グランドストラクチャの部材についてはこれまでと同様に断面積は全て均一，ヤング係数は鋼材を想定し 206GPa とする．図中で，屋根とその内側の太線の部分は固定要素（設計非対象要素）とする．荷重は 1kN/cm の鉛直等分布荷重と 0.2kN/cm の水平等分布荷重を屋根側の太線部分に，内側の太線部分には水平等分布荷重のみを与える．

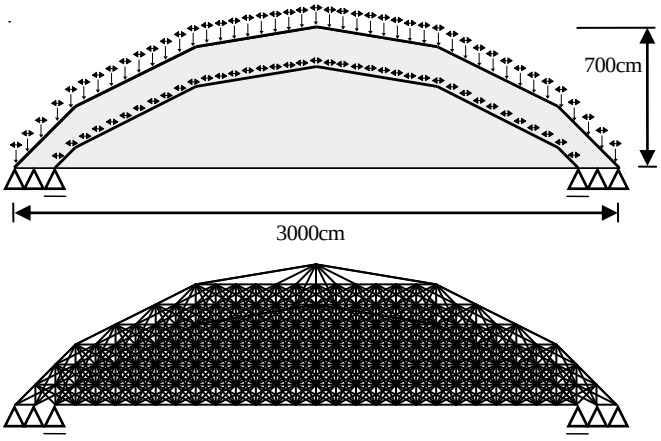
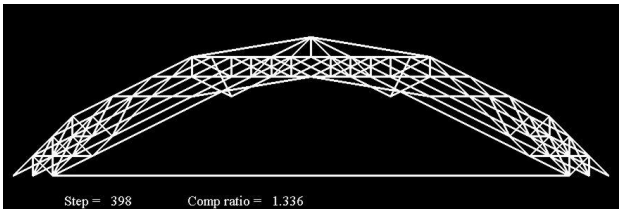


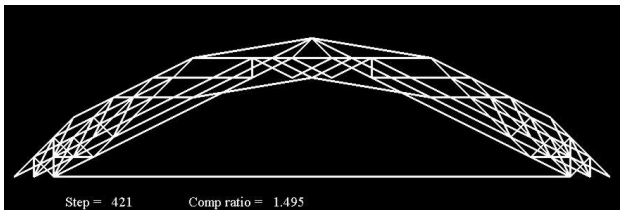
図 11　アーチ構造解析モデルとグランドストラクチャ

内側の太線部分には水平等分布荷重のみを与える．内側に固定要素を設定した理由としては，得られた位相を建築デザインとして利用する場合に，構造体の部分と空間部分の境界をはっきりさせるために得られる位相をある程度意図的に操作する狙いがある．

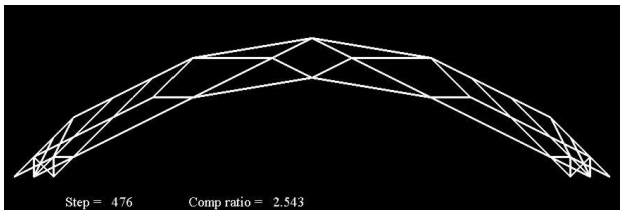
図 12 は, 提案手法の解の中から適当に抽出したステップの解を示している．図 13 は，比較手法によって得られた解を示している．ただし，比較手法の質量制約およびべき乗数は図に示すとおりであり, 再計算回数は 30 としている．図 12 と図 13 を比較すると，比較手法の $\bar{m}/m^0 = 0.08$ の解は，提案手法の Step 476 あたりの解が類似しており，$\bar{m}/m^0 = 0.245$ の解は，Step398 あたりの解が類似していることがわかる．



Step 398　$C/C^0 = 1.336$

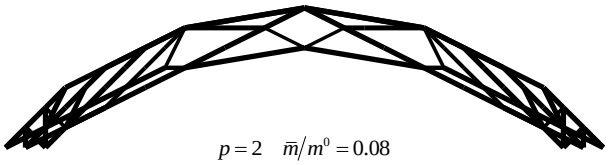


Step 421　$C/C^0 = 1.495$

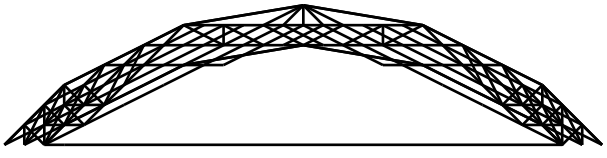


Step 476　$C/C^0 = 2.543$

図 12　解析例 4 の提案手法による解析結果



$p = 2$　$\bar{m}/m^0 = 0.08$



$p = 2$　$\bar{m}/m^0 = 0.245$

図 13　解析例 4 の比較手法による解析結果

このアーチの解析例に限らず，設計者の意図をできるだけ反映できるように初期の形状はある程度自由に設定できるようにしており，例えば今回のように内側に固定要素を設けることで狙い通りに構造体部分と空間部分の境界をつくることができている．

5 まとめ

本論文では, グランドストラクチャ法に初期の ESO の法の考え方を適用した骨組構造の簡易的な位相最適化手法を提案した．そして，提案手法により得られる解と従来の線要素の材料密度を連続的に変化させて最適位相を求める方法（比較手法）との解を比較し，提案手法の有効性を検証し、建築デザインになりうる解析例を用い、形態創生に応用し、以下のような結果が得られた．

(1) トラス構造の位相最適化問題では, 提案手法により，比較手法の最適解の位相と一致するかまたは類似する位相が得られた．また，類似する位相もコンプライアンスは大差なく，最適解に近い優良解が得られた．

(2) 剛接骨組構造の位相最適化問題でも，比較手法において，適当な質量制約と解析パラメータを設定することで，提案手法と一致する最適位相が得られることがわかった．

(3) アーチ構造の形態創生問題では，提案手法と比較手法の解はほぼ類似した位相を得ることができた。実際に建築デザインに応用するにあたり、できるだけ設計者の意図を反映するために、初期形状や設計対象要素の設定など、設計者自身が操作できる部分の自由度を上げていく必要があるとわかった。また，提案手法では，位相の変化がステップごとに参照できるため，力の流れを把握しやすく，デザインを考える上で有効であるとわかった．

以上の結果より，本提案手法は，すべての場合に必ずしも最適解を与えるものではないが, 構造設計に対して，明確な提案を与えることができ，また，計算アルゴリズムも非常に簡単であることから，動的問題や非線形問題など幅広い分野に応用が可能であることがわかった．

参考文献

1) Dorn, W., Gomory, R. and Greenberg, H. : Automatic design of optimal structures. J. de Mecanique, 3, 25-52, 1964
2) Rozvany, G.I.N. : Structural Design via optimality Criteria, Kluwer Academic Publishers, 1989.

3) Rozvany, G.I.N. (ed) : Topology Optimization in Structural Mechanics, CISM Courses and Lectures 374, Springer, 1997
4) 河村拓昌，大森博司，: 遺伝的アルゴリズムによる立体トラス構造物の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 538 号，pp.115-121, 2000.12
5) 高田豊文，松岡貴士：体積とコンプライアンスを目的関数としたトラス・トポロジー最適化問題への線形計画法の適用，日本建築学会構造系論文集，第 598 号，pp.87-91, 2005.12
6) 藤井大地，松本慎也，藤谷義信，菊池昇：グランドストラクチャー法による骨組構造物の位相最適化，日本建築学会構造工学論文集，Vol.46B,pp.1-8, 2000.3
7) 藤井大地，鈴木克幸，大坪英臣 : 最適化手法 CONLIN を用いた骨組構造の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，No.548, 99.59-66, 2001.10
8) 藤井大地，真鍋匡利，高田豊文：グランドストラクチャ法による建築構造の形態創生，日本建築学会構造系論文集，第 663 号，pp.1967-1973, 2008.11
9) 河村拓昌，大森博司：遺伝的アルゴリズムによる接合状態を考慮した離散的構造物の形態創生
10) Xie, Y. M., Steven, G. P. : A simple evolutionary procedure for structural optimization, Computers and Structures Vol.49, pp.885-886, 1993
11) Young, V., Querin, O. M., Steven, G. P. and Xie, Y.M. : 3D and Multiple Load Case Bi-Directional Evolutionnary Structural Optimization (BESO) Structural Optimization, Vol.18, pp.183-192,1999
12) Huang, X., Xie, Y. M. : Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finit Elements in Analysis and Design, Vol.43, pp.1039-1049, 2007
13) Steven, G. P., Querin, O. M., Xie, Y. M. : Evolutionary structural optimization (ESO) for combined topology and size optimization of discrete structures, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vo.188, pp.743-754, 2000
14) Zhou, M., Rozvany, G.I.N. : On the Validity of ESO type methods in topology optimization, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.21, pp.80-83, 2001

幾何学量の勾配分解による非線形解法と張力構造の形状決定問題への応用

横須賀洋平 [1)]，本間俊雄 [2)]
1)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，助教，博士(情報科学)，yokosuka@aae.kagoshima-u.ac.jp
2)鹿児島大学大学院理工学研究科建築学専攻，教授，工博

1 はじめに

非線形問題の解法は，数理計画法や発見的手法に代表される有用な解法が多数存在する．数理計画法の勾配法は，関数の微分を必要とし初期形状近傍の解を捉える問題に向いている．初期値に依存する為，大域的最適解を捉える保証はない．また発見的手法は，関数の微分を必要とせず，大域的最適解も捉えるが，一方で曲面の連続性を維持するパラメトリック曲面の導入や解法によって複雑な計算が生じやすく，発見的に形状を探索する問題に向いている．構造形態創生では，問題に応じてこれらの解法を使い分けている．

張力構造(膜構造，ケーブルネット構造，テンセグリティ構造)の形状決定問題は，幾何学量や初期応力がなすポテンシャルエネルギーといった汎関数の最小化問題として定式化され，その多くが非線形方程式を解く問題に帰着する．解法には勾配法が比較的よく用いられ，容易に実装できる最急降下法や二次収束性が保証されたNewton法，Hess行列の近似計算を行う準Newton法系解法等がある．また釣合方程式の解法から導かれた，安定的な解法である動的緩和法も用いられている．

張力構造の形状決定問題の解析手法のうち，座標値を未知量とした解析手法がある．座標値を未知量とした有限要素法では，厳密な座標値を未知量とした非線形離散化釣合方程式から接線剛性行列を導き，統合的な張力構造の形態解析と構造解析を行っている [1)]．応力密度法によるケーブルネットの解析では，座標値を未知量とした線形方程式が導かれている [2)]．安定形態を求める形状決定問題では，計算を開始する前提とした形状には数値計算上の根拠はあっても力学的・幾何学的な根拠はなく，接続関係を求めることに意味がある．したがって形状を前提とする変位法と異なり，座標値を未知量とした解析法は，形状決定の概念を表すことに優れている．

また近年，幾何学の分野で曲面の離散化表現における微分幾何学を用いた研究が盛んである．連続曲面のある幾何的性質に着目し，その性質が保存された離散化曲面の幾何学量を数値計算により得ることを目的とし，自由曲面の建築物への応用も研究されている [3)]．幾何学量で表される汎関数やエネルギーの臨界点となる形状を探索する為に，離散曲面上の曲率や微分作用素，双対作用素の定式化等が行われ，極小曲面，平均曲率一定曲面といった様々な数値解析例が示されている．本論文では，この離散曲面における幾何学量の離散化表現や勾配表現を踏襲して定式化を行う．

本論文では，張力構造の形状決定問題へ応用可能な非線形問題の解法として，幾何学量の勾配分解を行った座標値を未知量とした解法を用い，その妥当性について検証を行う．張力構造の形状決定問題における離散化された幾何学量の勾配ベクトルを行列とベクトルの積に分解し，汎関数の停留条件を直接表す連立方程式を導く．ここでは，この分解操作を勾配分解と呼ぶことにする．非線形方程式において，スカラー値関数の Newton 法で求める Hess 行列を必要とせず，座標値の修正量ではなく，座標値を直接更新しながら反復的に解く．収束性ではNewton法が優れているが，簡易な関数問題ではわずかな式変形によって初期値に依存しない解が得られている．本論文では，単純な曲線，曲面の解法として本手法を適用し，解法の性質を示す．次に形状決定問題へ応用し，非線形問題の解法としての妥当性を検証する．

2 非線形方程式の解法 － Newton 法と勾配分解の手法 －

一般的に有限要素法や極小曲面法で表現される汎関数やポテンシャルエネルギーは，いずれも多変数スカラー値関数で表される．仮想仕事や最小ポテンシャルエネルギーの停留条件から釣合方程式が導出される．ここでも同様に多変数スカラー値関数を用いた Newton 法を概観し，本論文で示す勾配分解による手法を示す．

n 次元の有限次元ベクトル空間の部分集合 M 上において連続微分可能な非線形関数 $f(\mathbf{x}) : \mathbf{R}^n \ni \mathbf{x} \to f \in \mathbf{R}$ が与えられたとき，$f(\mathbf{x})$ の Taylor 展開の 2 次項まで採用した近似式は以下のとおりである．

$$f(\mathbf{x}) \approx f(\mathbf{x}_0) + \nabla f(\mathbf{x}_0)^{\mathrm{T}}[\mathbf{x}-\mathbf{x}_0] + \frac{1}{2!}[\mathbf{x}-\mathbf{x}_0]^{\mathrm{T}}\mathbf{H}(\mathbf{x}_0)[\mathbf{x}-\mathbf{x}_0] \qquad (1)$$

ここで，$\nabla f(\mathbf{x}_0) \in \mathbf{R}^n$ は勾配ベクトル，$\mathbf{H}(\mathbf{x}_0) \in \mathbf{R}^{n\times n}$ は Hess

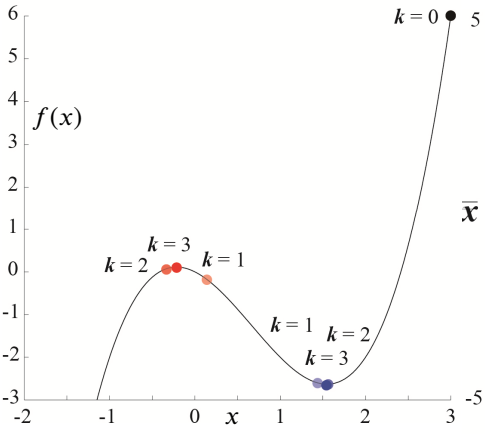


図 1.　$f(x)$関数曲線と収束過程

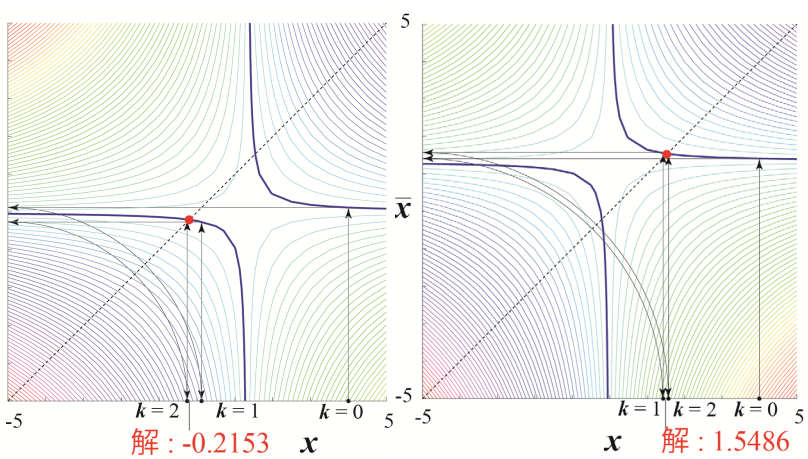


図 2.　$x\bar{x}$ 1 階微分関数曲面と収束過程

行列と呼ばれる．近似式の勾配が $\mathbf{0}$ となる解 $\mathbf{x}$を求めることを考え，式(1)を$\mathbf{x}$で偏微分すると，以下となる．

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}_0) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\nabla f(\mathbf{x}_0)^{\mathrm{T}} [\mathbf{x} - \mathbf{x}_0] \right) + \frac{1}{2!} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left([\mathbf{x} - \mathbf{x}_0]^{\mathrm{T}} \mathbf{H}(\mathbf{x}_0) [\mathbf{x} - \mathbf{x}_0] \right)$$
$$= \nabla f(\mathbf{x}_0) + \mathbf{H}(\mathbf{x}_0)[\mathbf{x} - \mathbf{x}_0] = \mathbf{0} \qquad (2)$$

式(2)は関数の停留状態を表し，$\mathbf{H}(\mathbf{x}_0)$は正定値対称行列となる必要がある．式(2)を整理し$\mathbf{x}_0$を更新アルゴリズムの k ステップ目の変数$\mathbf{x}^k$とみなし以下の Newton 法の更新式を得る．

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k - \mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^{-1} \nabla f(\mathbf{x}^k) \qquad (3)$$

右辺第 2 項は変数の修正量である．以下のステップを繰り返すことで解を得る．

Step0.　初期位置$\mathbf{x}^0$を決める．$k = 0$

Step1.　$\nabla f(\mathbf{x}^k) = \mathbf{0}$なら終了．

判定条件：$\left| f(\mathbf{x}^{k+1}) - f(\mathbf{x}^k) \right| < \varepsilon$, $\left| \nabla f(\mathbf{x}^k) \right| < \varepsilon$,…

Step2.　$\mathbf{h}^k = -\mathbf{H}(\mathbf{x}^k)^{-1} \nabla f(\mathbf{x}^k)$とする．

Step3.　$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \mathbf{h}^k$で変数を更新する．$k = k + 1$として，Step1 に戻る．

Newton 法は，誤差が 2 乗で収束する 2 次収束性があることが知られている．

次に勾配分解による手法を示す．勾配ベクトル$\nabla f(\mathbf{x})$を次のように表す．

$$\begin{aligned} \nabla f(\mathbf{x}) &= \mathbf{C}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \boldsymbol{a} \\ &\approx \mathbf{C}_1(\mathbf{x}^k)\mathbf{x}^{k+1} + \mathbf{C}_2(\mathbf{x}^k)\mathbf{x}^k + \boldsymbol{a} \end{aligned} \qquad (4)$$

ここで，$\mathbf{C}(\mathbf{x})$は変数$\mathbf{x}$と適切な内積関係を保つ行列であり，Hess 行列と同じ高次数を持つ．$\boldsymbol{a}$は偏微分によって現れる定数項である．式(4)が $\mathbf{0}$ のとき，関数の停留状態を表す．近似された更新式は，内積関係が保たれていれば，方程式の形を任意に変形することが可能である．例として形状決定問題では，$\mathbf{C}_1(\mathbf{x}^k)$を内部領域，$\mathbf{C}_2(\mathbf{x}^k)$を境界領域に分離して設定することができる．

以下のステップを繰り返すことで非線形方程式の解を得ることができる．

Step0.　初期位置$\mathbf{x}^0$を決める．$k = 0$

Step1.　$\nabla f(\mathbf{x}^k) = \mathbf{0}$なら終了．

判定条件：$\left| f(\mathbf{x}^{k+1}) - f(\mathbf{x}^k) \right| < \varepsilon$, $\left| \nabla f(\mathbf{x}^k) \right| < \varepsilon$,…

Step2.　$\mathbf{C}_1(\mathbf{x}^k)\mathbf{x}^{k+1} = -\mathbf{C}_2(\mathbf{x}^k)\mathbf{x}^k - \boldsymbol{a}$の更新区間における線形方程式を解く．

Step3.　$\mathbf{x}_1^{k+1}$で更新する．$k = k + 1$として，Step1 に戻る．

このように，手順は単純な反復計算である．収束過程や収束の根拠については次の 3 次関数の曲線において示す．

3　関数への応用

3.1　3 次関数曲線

勾配分解による非線形解法を 3 次関数の曲線へ適用する．関数とその 1 階微分を次式で表す．

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - x \qquad (5)$$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x - 1 \qquad (6)$$

ここで，式(6)に非線形解法に対応した更新式として次の 2 式に変形する．

$$f'_1(x) = (3x^k - 4)x^{k+1} - 1 = 0 \qquad (7)$$

$$f'_2(x) = 3x^k x^{k+1} - 4x^k - 1 = 0 \qquad (8)$$

上式のいずれの式でも解を得ることが可能であり，この例題では初期値を同値に設定した場合でもそれぞれの解が 3 次関数曲線の 2 つの停留点を捉えることができる(図 1)．更新式のx^kをx，x^{k+1}を$\bar{x}$としたときの$x, \bar{x}$を変数とした 1 階微分関数曲面上で，収束過程について説明する(図 2)．図 2 は 1 階微分関数曲面のコンタ図であり，青線で表される双曲線は関数値が 0 となる曲線である．式(7),(8)の更新アルゴリズムは毎ステップ，この双曲線を捉え，$\bar{x}$が求まる．$\bar{x}$は次ステップでxに変換され，次の$\bar{x}$を

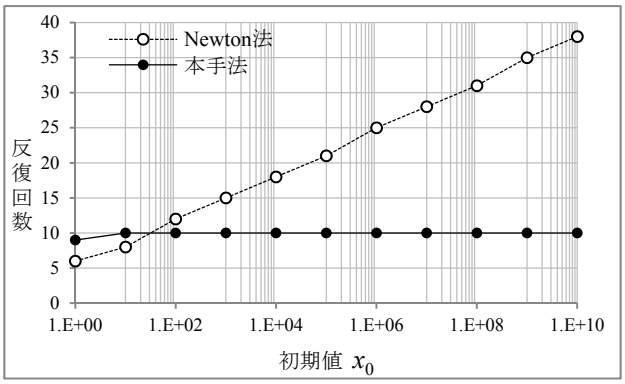


図 3. 反復回数と初期値

求める．これを繰り返していくうちに，図 2 の対角線で表される$x, \bar{x}$が同値となる線に収束していく．$x, \bar{x}$が同値となることは，元の式(6)が 0 となる方程式を満たすことになるため，解が得られたことになる．式(7)は図 2 の左図，式(8)は右図に対応しており，それぞれ-0.2153，1.5486 の解を得る．初期値に反対側の解近傍の値を入れても，同じ値に収束することから，式によって収束する停留点が定まっていると考えられる．

双曲線上に解が存在する特徴から，初期値がどんなに大きく離れていても収束回数にはほとんど変わりがない(図 3)．式(7)は$x = 4/3$，式(8)は$x = 0$のとき，特異となり解を得ることができない．

このように 3 次関数曲線において，本手法が非線形問題に対し，収束することが可能であることを示し，式変形をすることで初期値に依存しない複数解を得ることが可能であることを示した．収束速度については，解の近傍までは速いが，近傍から厳密な解までは漸近していく傾向があり，Newton 法の方が優れている．

2 次関数の場合は，線形方程式となり，反復計算をする必要がない．より高次の関数については複数解が得られることを確認している．ただし収束の仕方が異なる，発散する場合もあるといった違いが生じており，詳細な検討が必要である．

3.2 3 次関数曲面

変数を増やし，本手法を 3 次関数曲面に適用する．関数とその 1 階微分を次式で表す．

$$f(x,y) = x^3 + y^3 - 10x^2 + 10y^2 - x - y \tag{9}$$

$$\begin{aligned} \partial f(x,y)/\partial x &= 3x^2 - 20x - 1 \\ \partial f(x,y)/\partial y &= 3y^2 + 20y - 1 \end{aligned} \tag{10}$$

ここで，式(10)に非線形解法に対応した更新式として次の 4 式に変形する．

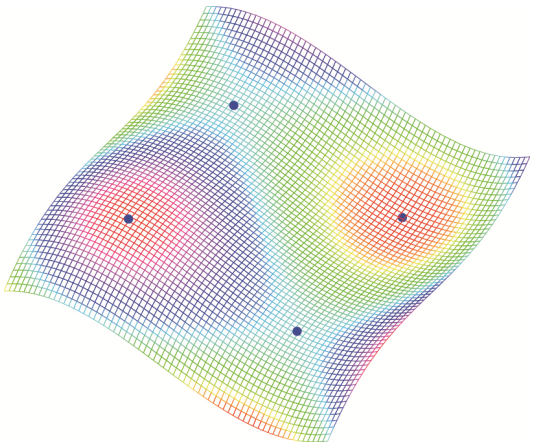


図 4. $f(x,y)$関数曲面と収束結果

$$\nabla f_1(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 3x^k - 20 & 0 \\ 0 & 3y^k + 20 \end{bmatrix} \mathbf{x}^{k+1} + \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{11}$$

$$\nabla f_2(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 3x^k & 0 \\ 0 & 3y^k + 20 \end{bmatrix} \mathbf{x}^{k+1} + \begin{bmatrix} -20x^k - 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{12}$$

$$\nabla f_3(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 3x^k - 20 & 0 \\ 0 & 3y^k \end{bmatrix} \mathbf{x}^{k+1} + \begin{bmatrix} -1 \\ 20y^k - 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{13}$$

$$\nabla f_4(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 3x^k & 0 \\ 0 & 3y^k \end{bmatrix} \mathbf{x}^{k+1} + \begin{bmatrix} -20x^k - 1 \\ 20y^k - 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{14}$$

上記 4 式を基に反復計算することによって得られた各解の結果を図 4 に示す．極大，極小，鞍点を含む 4 点が得られていることがわかる．収束状況については，3 次関数の曲線の場合と同様であった．

3 次関数の曲線，曲面のいずれの場合においても，勾配分解により適切な内積関係を保った式変形可能な数と停留する点の数が一致している点は興味深いが，これらの問題は単純な問題であり，より複雑な形状決定問題へ対応させる必要がある．

4 勾配分解による非線形方程式の定式化

前述のとおり，非線形問題の解法として，勾配分解により関数の勾配ベクトルを行列とベクトルの内積に分解し，更新区間の線形方程式を解き，変数を更新していく反復計算によって停留解が得られることを示した．また適切な内積関係を保つよう式変形をした数に応じ，異なった解が得られることも示した．ここでは，より複雑な問題として，形状決定問題の解法に用いる勾配分解の定式化を行う．ここでは，簡単の為に曲面の曲線ネットワーク上で積分される関数値を想定する．

n個の節点を持つ$\mathbf{R}^3$空間内の離散曲面$M \subset \mathbf{R}^{3n}$の任意の点pにおける任意の関数$f(\mathbf{x}_p) \in \mathbf{R}$の離散化表現を次式のように与える．

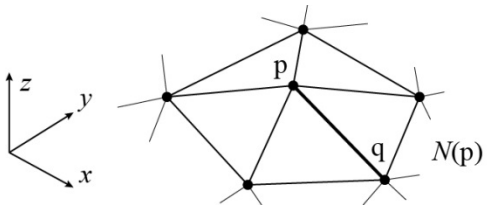


図 5. 節点近傍集合

$$f(\mathbf{x}_\mathrm{p}) = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{q}\in N(\mathrm{p})} \varphi(\mathbf{x}_\mathrm{pq})\left|\mathbf{x}_\mathrm{p} - \mathbf{x}_\mathrm{q}\right|^2 \tag{15}$$

ここで，qは点pと隣接する点，$\mathbf{x}_\mathrm{p}, \mathbf{x}_\mathrm{q}$は点p, qの節点座標値である．$N(\mathrm{p}) \subset M$は点pまわりの節点集合，$\mathbf{x}_\mathrm{pq}$は点pを含む節点集合の各座標値とする．$\varphi(\mathbf{x}_\mathrm{pq})$は選択する関数値によって異なる．

点pにおける関数値の勾配ベクトル$\nabla f(\mathbf{x}_\mathrm{p}) \in \mathbf{R}^3$は，次のように表す．

$$\nabla f(\mathbf{x}_\mathrm{p}) = \sum_{\mathrm{q}\in N(\mathrm{p})} \varphi(\mathbf{x}_\mathrm{pq})\left[\mathbf{x}_\mathrm{p} - \mathbf{x}_\mathrm{q}\right] \tag{16}$$

曲面全体の関数値$f(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}$と勾配ベクトル$\nabla f(\mathbf{x}) \in \mathbf{R}^{3n}$は，次のように表す．

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{\mathrm{p}\in M} f(\mathbf{x}_\mathrm{p}) \tag{17}$$

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \{\nabla f(\mathbf{x}_1), \ldots, \nabla f(\mathbf{x}_n)\}^\mathrm{T} \tag{18}$$

曲面全体の座標値ベクトル$\mathbf{x} \equiv M$として，具体的に次のように表す．

$$\mathbf{x} = \left\{\mathbf{x}_{\omega_1}, \ldots, \mathbf{x}_{\omega_r}, \mathbf{x}_{\gamma_{r+1}}, \ldots, \mathbf{x}_{\gamma_{r+m}}\right\}^\mathrm{T} \tag{19}$$

ここで，$\mathbf{x} \in \mathbf{R}^{3n}$である．$\mathbf{x}_{\omega_j} \in \mathbf{R}^3$は，内部領域の節点座標値，$\mathbf{x}_{\gamma_j} \in \mathbf{R}^3$は，境界領域の節点座標値である．$r, m$はそれぞれ内部領域および境界領域の節点数であり，$n = r + m$である．

曲面全体の勾配ベクトルに対し勾配分解を行い，関数値が停留する方程式は，次式のように表すことができる．

$$\nabla f(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^{r} c_{ij}\mathbf{x}_{\omega_j} + \sum_{j=r+1}^{r+m} c_{ij}\mathbf{x}_{\gamma_j} = \mathbf{0} \quad (1 \le i \le r) \tag{20}$$

$$c_{ij} = \begin{cases} \text{if } i \ne j \text{, then } \begin{cases} 0, & \text{if } j \text{ is not adjacent to } i \\ -\varphi(\mathbf{x}_\mathrm{pq}), & \text{if } j \text{ is adjacent to } i \end{cases} \\ \text{if } i = j, \quad \text{then} \quad c_{ii} = \displaystyle\sum_{\mathrm{q}\in N(\mathrm{p})} \varphi(\mathbf{x}_\mathrm{pq}) \end{cases} \tag{21}$$

ここで，$c_{ij} \in \mathbf{R}$であり，$\mathbf{x}_{\omega_j}, \mathbf{x}_{\gamma_j} \in \mathbf{R}^3$であるため，式(20)の右辺第一項は，$r \times r$行列と$3r$次元ベクトルとなり，第二項は$r \times m$行列と$3m$次元ベクトルとなる．また，式(21)の上段の式では，$i = \mathrm{p}, j = \mathrm{q}$となるように行列を構成する．また式(20)の演算規則は，次式のように定義する．

$$\sum_{j=1}^{r} a_{ij}\mathbf{y}_j = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{y}_1 + \ldots + a_{1r}\mathbf{y}_r \\ \vdots \\ a_{r1}\mathbf{y}_1 + \ldots + a_{rr}\mathbf{y}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_r \end{bmatrix} \quad (1 \le i \le r) \tag{22}$$

ここで，a_{ij}はスカラー，$\mathbf{y}_j, \mathbf{b}_j$はベクトルである．

非線形解法に用いる更新式のkステップ目の線形方程式は次式となり，

$$\mathbf{C}_\omega^k(\mathbf{x}_\omega^k)\mathbf{x}_\omega^{k+1} + \mathbf{C}_\gamma^k(\mathbf{x}_\gamma^k)\mathbf{x}_\gamma^k = \mathbf{0} \tag{23}$$

次式のようにkステップ目の解$\mathbf{x}_\omega^{k+1}$を得ることができる．

$$\mathbf{x}_\omega^{k+1} = \mathbf{C}_\omega^k(\mathbf{x}_\omega^k)^{-1}\left[-\mathbf{C}_\gamma^k(\mathbf{x}_\gamma^k)\mathbf{x}_\gamma^k\right] \tag{24}$$

このように形状決定問題に用いる勾配分解による座標値を未知量とした非線形解法が示された．ここでは，境界領域の勾配を既知量とし，内部領域の未知量を求める．式変形を行えば，内部領域の既知量も生じる．

関数の問題では，単に$\mathbf{x}$で括る操作であったが，離散曲面の微分幾何学では，式(16)のような勾配表現が陽に与えられる．したがって，座標値を未知とした線形システムは，自然な構成方法と考えられる．一方で，$\mathbf{C}_\omega^k(\mathbf{x}_\omega^k)$は，必ずしも対称行列とはならず，特異または悪条件となる場合がある．

5 ケーブルネット構造の形状決定問題

ケーブルネット構造の形状決定問題として，長さに関する幾何学エネルギーが用いられる．離散曲面上の任意点 p の長さの 2 乗和$E_L(\mathbf{x}_\mathrm{p})$を次式で定義する．

$$E_L(\mathbf{x}_\mathrm{p}) = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{q}\in N(\mathrm{p})} \left|\mathbf{x}_\mathrm{p} - \mathbf{x}_\mathrm{q}\right|^2 \tag{26}$$

$L(\mathbf{x}_\mathrm{p}) = \left|\mathbf{x}_\mathrm{p} - \mathbf{x}_\mathrm{q}\right|, \nabla L(\mathbf{x}_\mathrm{p}) = 1/L\left[\mathbf{x}_\mathrm{p} - \mathbf{x}_\mathrm{q}\right]$を用いて，$E_L(\mathbf{x}_\mathrm{p})$の勾配を次式で表す．

$$\nabla E_L(\mathbf{x}_\mathrm{p}) = \sum_{\mathrm{q}\in N(\mathrm{p})} \left[\mathbf{x}_\mathrm{p} - \mathbf{x}_\mathrm{q}\right] \tag{27}$$

また曲面全体の幾何学エネルギーの勾配$\nabla E_L(\mathbf{x})$は，次のように表す．

$$\nabla E_L(\mathbf{x}) = \{\nabla E_L(\mathbf{x}_1), \ldots, \nabla E_L(\mathbf{x}_n)\}^\mathrm{T} \tag{28}$$

式(27),(28)を用い，式(20)のエネルギーの停留方程式内の行列成分は，次式となる．

$$c_{ij} = \begin{cases} \text{if } i \ne j \text{, then } \begin{cases} 0, & \text{if } j \text{ is not adjacent to } i \\ -1, & \text{if } j \text{ is adjacent to } i \end{cases} \\ \text{if } i = j, \quad \text{then} \quad c_{ii} = \displaystyle\sum_{\mathrm{q}\in N(\mathrm{p})} 1 \end{cases} \tag{29}$$

このようにケーブルネット構造の形状決定問題で用いられる長さの 2 乗和の幾何学エネルギーは，線形方程式となり，1 回の更新計算で求めることが可能である．

図 6 に数値解析結果を示す．上段は 4×4，下段は 8×8 のメッシュ分割による HP 型の曲面で，境界部は四隅

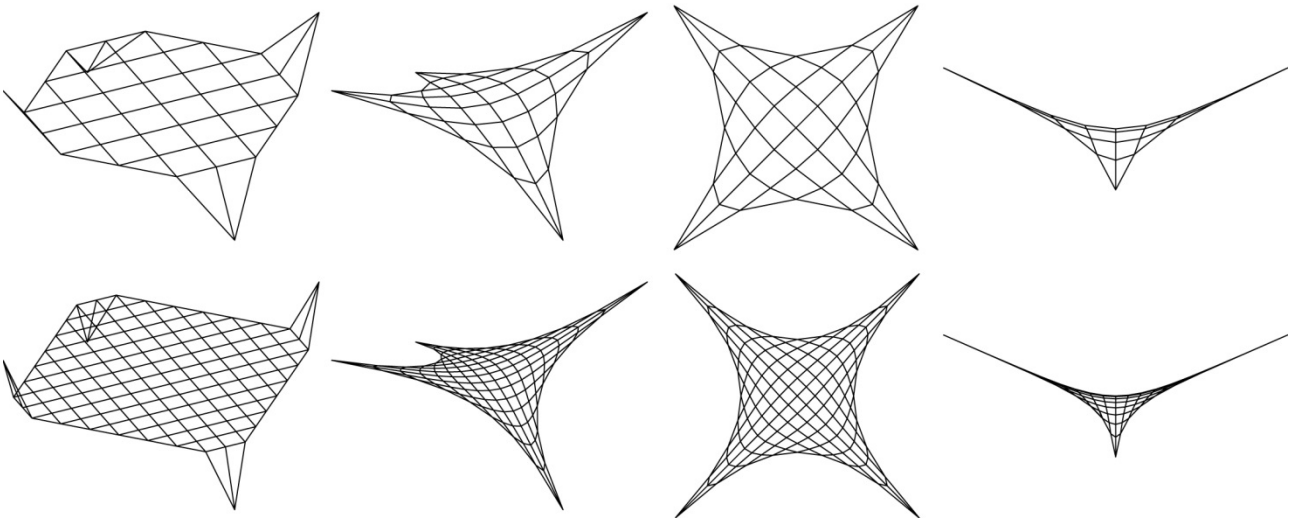


図 6. 初期形状（最左図）と数値解析結果（俯瞰図，平面図，立面図）

固定の境界条件として設定してある．構成される式(23)の方程式の行列$\mathbf{C}_{\omega}^{k}$は，$r\times r$ の行列であり $3r\times 3r$ ではなく，対称行列の形で構成される．いずれのモデルに対しても良好な数値結果が得られている．

6 膜構造の形状決定問題

膜構造の形状決定問題に用いられる幾何学エネルギーとして，面積汎関数E_Aが利用される．ここでは，図 7 に示す三角形 T_{pqr}を用いて，面積$A(T_{\mathrm{pqr}})$を表す．

$$A(T_{\mathrm{pqr}}) = \frac{1}{2}|\mathbf{u}\times\mathbf{v}| = \frac{1}{2}|\mathbf{u}||\mathbf{v}|\sin\theta = \frac{1}{2}|\mathbf{u}||\mathbf{v}|\sqrt{1-\cos^2\theta} = 1/2\sqrt{(\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})(\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}) - (\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v})^2} \tag{30}$$

ここで，$\mathbf{u} = \mathbf{x}_{\mathrm{q}} - \mathbf{x}_{\mathrm{p}}, \mathbf{v} = \mathbf{x}_{\mathrm{r}} - \mathbf{x}_{\mathrm{p}}$である．

点 p の勾配$\nabla\mathbf{u} = -\mathbf{I}, \nabla\mathbf{v} = -\mathbf{I}$ として，三角形の面積汎関数の勾配$\nabla E_A(\mathbf{x}_{\mathrm{p}})$を次式で表す．

$$\nabla E_A(\mathbf{x}_{\mathrm{p}}) = \sum_{\mathrm{q,r}\in N(\mathrm{p})} \frac{-2\mathbf{u}(\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}) - 2(\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})\mathbf{v} + 2(\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v})[\mathbf{u}+\mathbf{v}]}{4\sqrt{(\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})(\mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}) - (\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v})^2}} \tag{31}$$

$$= \sum_{\mathrm{q,r}\in N(\mathrm{p})} \frac{(\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v})\mathbf{u} + (\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})\mathbf{v}}{4A}$$

$$= \sum_{\mathrm{q,r}\in N(\mathrm{p})} \frac{1}{4A}\begin{bmatrix}(\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v}) & (\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_{\mathrm{q}} - \mathbf{x}_{\mathrm{p}} \\ \mathbf{x}_{\mathrm{r}} - \mathbf{x}_{\mathrm{p}}\end{bmatrix} \tag{32}$$

式(32)から明らかなように，座標値を未知量とした形で面積汎関数の勾配を表現することができる．また，座標値にかかる係数はスカラーで表される．

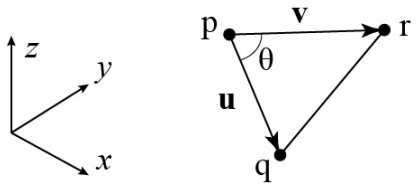


図 7. 三角形 T_{pqr} と $\mathbf{u},\mathbf{v}$ ベクトル

式(32)と曲面全体の幾何学エネルギーの勾配を用いて，エネルギーの停留方程式内の行列成分は，次式となる．

$$c_{ij} = \begin{cases} \text{if } i\neq j, \text{then } \begin{cases} 0\text{, if } j \text{ is not adjacent to } i \\ \varphi_{A1}(\mathbf{x}_{\mathrm{pqr}}), \text{if } j(\mathrm{q}) \text{ is adjacent to } i \\ \varphi_{A2}(\mathbf{x}_{\mathrm{pqr}}), \text{if } j(\mathrm{r}) \text{ is adjacent to } i \end{cases} \\ \text{if } i = j, \quad \text{then} \quad c_{ii} = \sum_{\mathrm{q,r}\in N(\mathrm{p})} -\varphi_{A3}(\mathbf{x}_{\mathrm{pqr}}) \end{cases} \tag{33}$$

$$\varphi_{A1}(\mathbf{x}_{\mathrm{pqr}}) = \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v},$$
$$\varphi_{A2}(\mathbf{x}_{\mathrm{pqr}}) = \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u},$$
$$\varphi_{A3}(\mathbf{x}_{\mathrm{pqr}}) = 2\mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{v}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} - \mathbf{u}^{\mathrm{T}}\mathbf{u}$$

式(33)によって構成される $r\times r$ 行列は対称行列となる．なお, 3 節のように式(33)を用いて構成される非線形方程式の複数解が得られるように式変形を行うと，対称行列にすることができない，同じ式となる，項が消えるといった結果となる．

式(23)で表される非線形方程式の更新式によって，収束計算が行われる．勾配ベクトルのノルムが 0 となった時にエネルギーの停留状態に至り，収束計算を終える．

上記の定式化に基づき，膜構造の形状決定問題へ応用可能であることを示す為に，HP 型・回転懸垂曲面の極小曲面の数値解析を行う [4),5)]．回転懸垂曲面は，安定解と不安定解が存在する多価曲面であり，収束性が良くない例と言われている．変数を減らすことで，安定的に解析できることが知られているが，本論文ではx,y,z の 3 変数を用いて解析を行う．

図 8, 9, 10 に数値解析結果を示す．HP 型曲面の初期形状は，境界部を剛境界とし，境界部を除き z 座標値を 0

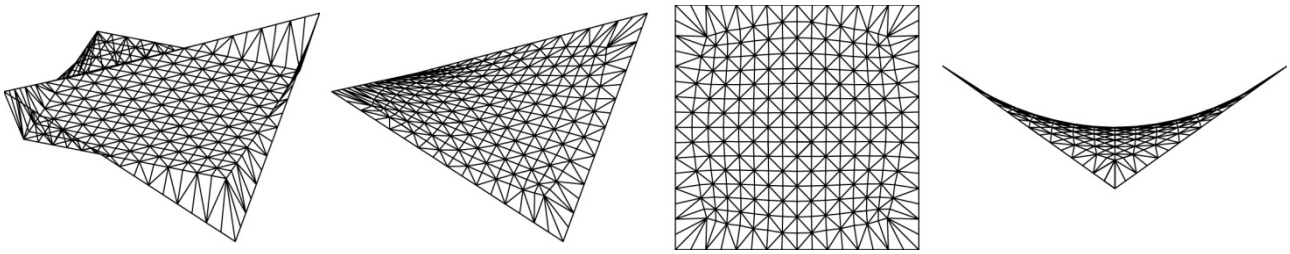


図 8. HP 型曲面 初期形状（最左図）と数値解析結果（俯瞰図，平面図，立面図）

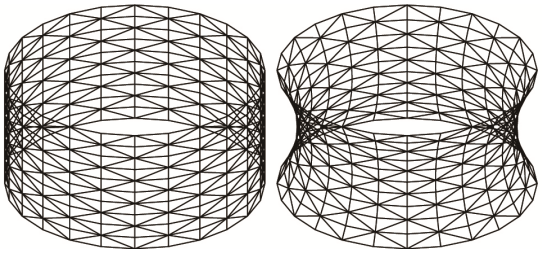


図 9. 回転懸垂曲面 初期形状（r=1.0）と数値解析結果

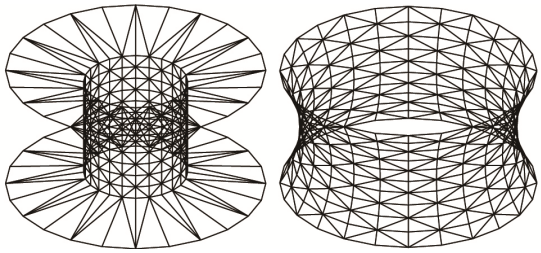


図 10. 回転懸垂曲面 初期形状（r=0.4）と数値解析結果

としている．解析結果は良好な結果を得ている．収束過程では，解析開始後の数ステップは，勾配のノルムが大きく減少するが，それ以降ゆっくりと勾配のノルムの値が減少していく． 境界部付近では，メッシュの形状が大きく歪んだ形をしているが，その内側の内部領域では，均質な分布をしている．

回転懸垂曲面の初期形状は，上下端の剛境界部は回転軸からの半径 1.0 とし，高さ h=1.0 としている．内部領域については，図 9 の解析モデルの場合，半径 r=1.0 とし，図 10 の解析モデルの場合，半径 r=0.4 としている．いずれの場合においても，安定解に収束していることがわかる．半径をさらに小さくすると，収束過程で内部に形状が入り込み， 解が発散する．

非線形解法における本手法の特徴を生かした複数の解を得る為の式変形は，面積汎関数ではうまく対称行列の形に変形することができなかった．ただし，本手法が 3 変数の座標値を未知に取っても，安定的に解析可能であることを確認した．今後は，極小曲面を求めることができる幾何学エネルギーの Willmore エネルギーといった他の汎関数で検討を行う．

7 おわりに

本論文では，張力構造の形状決定問題へ応用可能な非線形問題の解法として，幾何学量の勾配分解を行った座標値を未知量とした解法を用い，その妥当性について検証を行った．簡単な関数の問題を例とし，解が収束する過程を示した．式変形を行うことによって勾配を用いる解法であるにも関わらず，初期値に依存することなく複数解が得られることを数値計算により示した．収束性については，Newton 法の方が優れていることを確認した．

幾何学量の勾配分解を行った張力構造の形状決定問題への応用として，ケーブルネット構造，膜構造を想定した本手法による定式化, および数値解析結果を示した．

ケーブルネット構造は，長さの 2 乗和を汎関数として用いることで線形方程式が導かれることを確認し，安定的に解が得られることを示した．

膜構造は，面積汎関数を用いて非線形方程式を導き，解が安定的に得られることを示した．ただし，本手法の特徴を生かした定式化とはなっておらず，他の幾何学エネルギーを用いて検証を行う．

参考文献

1) 本間俊雄, 安宅信行 : 座標値を未知量とした有限要素法による張力構造の解析と評価,膜構造論文集,18, pp.15-21, 日本膜構造協会, 2005

2) Vassart, N. and Motro, R. : Multiparametered formfinding method: application to tensegrity systems, International Journal of Space Structures, Int. J. Space Struct., 14(2), pp.147-154, 1999

3) H.Pottmann, A.Asperl, M.Hofer, A.Kilian : Architectural Geometry, Bentley Institute Press , 2007

4) 八木考憲,大森博司,石原競 : 極小曲面法による膜構造の形状決定に関する研究,日本建築学会構造系論文集, 第 632 号, pp.1773 - 1777, 2008

5) 鈴木俊男, 半谷裕彦 : 極小曲面の変数低減による数値解析, 日本建築学会構造系論文報告集, ,第 425 号, pp.111 - 120,1991

6) Lyalla dos Santos Criff : Geometric Energies on Triangulated Surfaces, doctoral thesis

ロープ接合部を有する竹トラス構造のモデル化

○後藤優治 [1)]，永井拓生 [2)]，陶器浩一 [3)]
1) 滋賀県立大学環境科学研究科，大学院生，gottyyuji.3308@gmail.com
2) 滋賀県立大学環境科学部，助教，修士（工学），nagai.t@ses.usp.ac.jp
3) 滋賀県立大学環境科学部，教授，博士（環境科学），toki@ses.usp.ac.jp

1　研究の目的

竹は国内の広い地域で調達が容易であり，軽量で強度が高いため，仮設建築物の構造材に適した材料と考えられる。特に，大災害の被災地域においては，仮設住宅のみならず集会所等の住民が集まることのできる空間を速やかに復旧することが重要であるが，竹の持つ軽量で加工がしやすいという特徴は，応急仮設建築の構造材料として有用である。こうした目的で竹構造を使用するにあたっては，被災地の住民により人力で施工可能でありながらも，十分な強度を持つ接合部の開発が重要な課題となる。

我国で竹が構造材料として用いられた建物は非常に少ないが，東南アジアや南米では多くの地域で竹構造建築の事例[1,2)]がある。これらには学校やレストランといった恒久的な機能を持つ建物も多く，竹どうしの接合にグラウトを充填したボルト接合や，専用の金物を用いた接合が用いられている。また，国内における代表研究として，井上らによって丸竹の小口に杉材と接着剤を充填する方法等[3,4)]が試みられている。しかし，これらはいずれも災害被災地で素人が人力により短時間で施工する，という観点から開発されたものではない。

著者らのグループはこれまでに竹を構造として用いた仮設建築物の設計・施工の実例について報告しており，この中でロープと布テープを用いた人力で施工が可能な簡易な接合の方法[5~8)]を提案しているが，設計にあたっては許容耐力の算定に留まっており，接合部の詳細な復元力特性を把握するには至っていない。本報では，この接合方法による復元力特性のモデル化を試み，簡単なトラス型構造モデルの実験と数値解析を比較することで，モデル化の有効性を検証する。

2　接合方法の概要

本論文で対象とする接合方法は，図1に示すポリエステルロープと特定の布テープを用いた「ロープ＋布テープ接合」である。伐採直後の竹は表面が滑らかで，その状態で丸竹どうしを抱き合わせてもずれに対しほとんど抵抗を期待できない。そこで，丸竹どうしが交差する接点の周囲に布テープを巻き，摩擦係数を増大した上で，その上からロープできつく縛ることとした。ロープはポリエステルロープ（3つ打ち，径3mm，ユタカメイク社製），布テープは布粘着テープ（オリーブテープ，寺岡製作所製，幅75mm）を使用している。

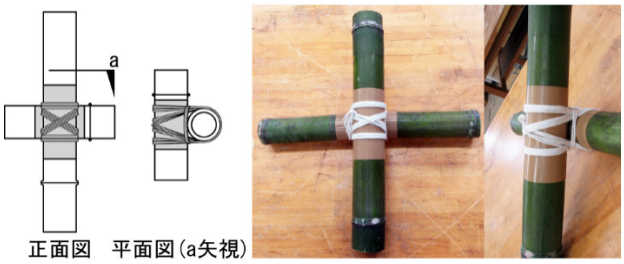


図1　ロープ＋布テープ接合

丸竹どうしは接触部に節がこないように直角に交差させ，2本の竹に対し直角と斜め方向にそれぞれ4周ずつ縛る。ロープの長さは丸竹の径によって異なるが，丸竹の径50～60 mmの場合はロープ長さ8mとしている。

3　接合部単体試験とモデル化

3.1　試験方法

試験方法を図2に示す。試験体には滋賀県産のマダケを用い，材齢は3年，直径50～60mm，肉厚4～5mmである。2本の丸竹の中心部で直交十字型に交差させ，上述の方法で接合を行う。

試験には万能アムスラ試験機（100tonf）を用いる。本接合法では丸竹どうしは偏心して接合されるため，試験中の転倒を防ぐために2体1組として載荷を行っている。

載荷試験は5回行い，試験の条件を統一するため，全て同じ竹を用いる。後述のように本接合部の破壊形式はロープと布テープのずれによるもので，丸竹自体は損傷を受けない。そこで，1回の試験が終わったらロープと布テープを剥がし，新品のロープと布テープを用いて次の回の試験体を作り直す，という手順で試験を行った。

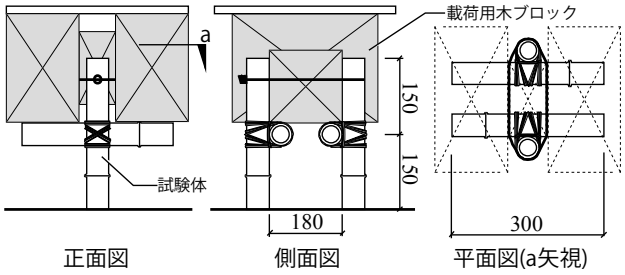


図 2　載荷試験の方法

試験は変位制御で行い，1 分間に約 3 mm の速度で片側単調載荷とする。また，最大荷重後，荷重が最大荷重の 80 %に低下するか，もしくは変位が 80 mm に達した際に試験終了とする。

3.2　試験結果

図 3 に各試験の荷重－変形関係を示す。縦軸の荷重は試験体 1 体についての荷重である（載荷荷重を単純に 2 で除した値）。また，表 1 は各試験体の最大耐力をまとめたものである。

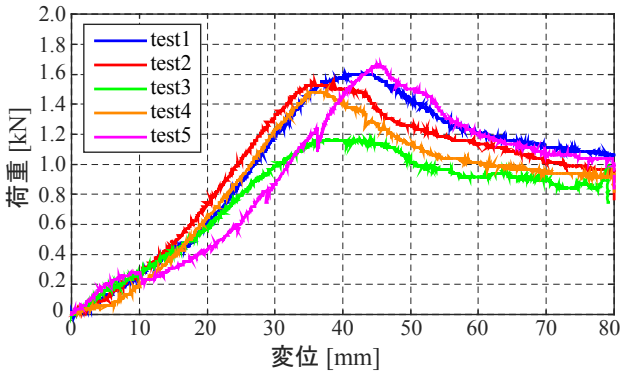


図 3　各試験体荷重－変形関係

表 1　各試験体の最大耐力（単位 kN，※は COV）

最大耐力					平均値	標準偏差
1.61	1.55	1.17	1.49	1.67	1.50	0.175 (※11.66 %)

試験を行った 5 体のうち 1 体（test 5）の最大耐力が他と比べ低い結果となっているが，他は類似したラウンド型の骨格曲線を有している。載荷後 20 mm 程度の変位に達するとわずかに剛性が増大し，硬化する傾向が見られる。その後降伏し，最大荷重に達した後は間もなく荷重が低下するが，勾配は荷重増加時と比べなだらかであり，急激に耐力が低下することなく変形が増大している。靭性という観点からは，本接合は非常に優れた接合方法であると考えられる。

変形は丸竹に巻き付けた布テープとロープとの間の滑りが支配的であり，竹自体に変形は生じていない。また，終局性状としては，丸竹自体が破壊することはなく，ロープのずれとともに丸竹と布テープとの間にも，テープ表面の生地と粘着剤の剥離と思われる滑りを生じ，大きな耐力低下を生じる（図 4 中・右）。

図 4　左：載荷前，中・右：最大変形時

3.3　接合部のモデル化

構造解析に接合部の復元力特性を導入するため，試験結果をもとにモデル化を行う。復元力特性のモデル化は，試験体 5 体の各荷重－変形関係（骨格曲線）に対し，下図 5 にならって以下の手順でトリリニヤ型の近似を行う。

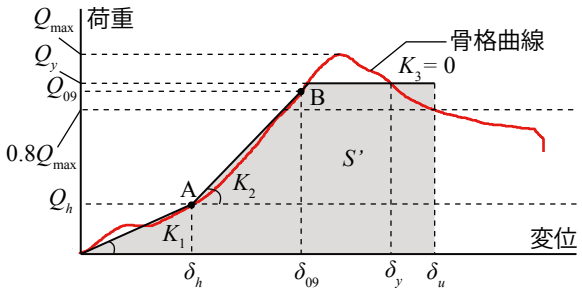


図 5　接合部骨格曲線のモデル化

① 荷重増大時における最大荷重の 0.4 倍時の座標（A）を硬化変位：δ_h，硬化耐力：Q_h とし，これと原点とを結ぶ直線を初期剛性（K_1）とする。

② 荷重増大時における最大荷重の 0.9 倍時の座標（B）を δ_{09}，Q_{09} とし，これと①の硬化時の座標とを結ぶ直線を第 2 剛性（K_2）とする。第 2 剛性と初期剛性の比 $\alpha = K_2 / K_1$ を硬化係数とする。

③ 最大荷重に達した後，荷重が最大荷重の 0.8 倍に低下した時の変位を終局変位：δ_u とし，実験による骨格曲線が δ_u までに囲む面積（吸収したエネルギー）を S とする。

④ 折れ線モデルでは，降伏耐力 Q_y に達した後は剛性をゼロと仮定する（$K_3 = 0$）。直線 K_1 と直線 K_2 および勾配ゼロの直線 K_3 が δ_u に達するまでに囲む面積を S' とすると，$S = S'$ となるように Q_y を定める。

⑤ 最大塑性率は $\mu = \delta_u / \delta_y$ とする。

以上の手順で各試験体についてトリリニヤ型の復元力モデルを求めた結果が下の表 2 である。

表 2　各試験体の復元力モデル（単位：N, mm）

No.	δ_h	δ_y	δ_u	Q_h	Q_y	K_1	K_2	α	μ
1	20.80	34.89	55.47	638.75	1458.22	30.71	58.14	1.89	1.59
2	17.68	31.24	52.25	610.35	1372.61	34.53	56.18	1.63	1.67
3	16.70	32.36	64.55	463.75	1052.65	27.77	37.60	1.35	1.99
4	18.95	31.10	47.95	589.56	1270.04	31.12	56.00	1.80	1.54
5	25.59	40.28	55.86	651.81	1469.01	25.48	55.63	2.18	1.39
平均	19.94	33.97	55.21	590.84	1324.51	29.63	52.28	1.76	1.63

4　トラスモデルの実験と数値解析

4.1　トラスモデルの概要

実大の構造モデルを用い，数値解析により本接合方法を有する構造物の挙動評価が可能かどうかの検証を行う。

試験に用いた実大試験体（トラスモデル）の概要を図 6 に示す。トラスモデルは 1 列のみでは不安定なので，トラス A 列・トラス B 列の前後 2 列を作成し，お互いを繋ぎ材によって繋いでいる。

丸竹はいずれも材齢 3 年のマダケとし，上下弦材・トラス材・束材の直径は図中に示す通りである。番線はトラス材を接合する際に上下弦材間の距離を固定するための仮設部材である。

試験体の総重量は 665 N である（A・B の 2 列分と繋ぎ材等雑材含む)。両端の支持条件は支持治具にキャスターをつけたローラー支持としている。

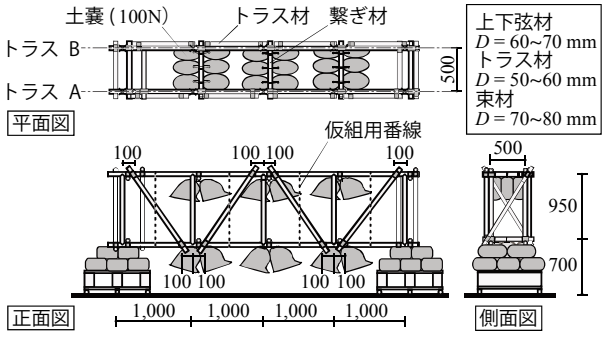


図 6　トラスモデル試験体

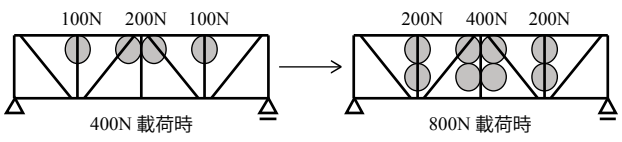


図 7　試験体への載荷方法

載荷は，図 7 に示すように中央 3 点の荷重比率を 1：2：1 の比率を保ちながら，1 つあたり 100 N の土嚢を 2 列のトラスを結ぶ繋ぎ材に順次留め付けていく。1 ステップあたり 400 N ずつ荷重を増分させ，12 ステップ（合計 4,800 N）に亘り載荷を行った。

計測は前後トラス列の端部支持位置および中央部の計 6 箇所の鉛直方向変位と，全トラス材の両端接合位置間の変位を計測する。

数値解析モデルを図 8 に示す。数値解析は，トラス 1 列のみの平面骨組みモデルとし，各トラス材（③部材）の両端部に前節で求めた復元力モデル（表 2 最下段の平均値）を設定し，非線形増分解析を行う。

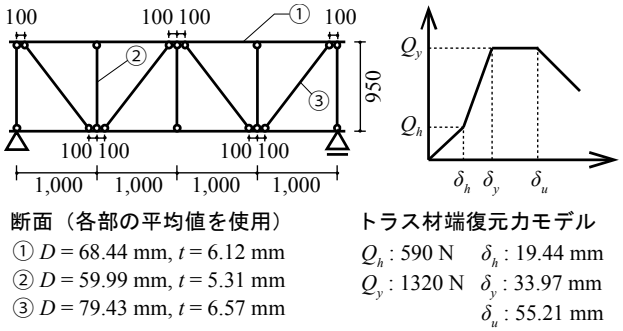


図 8　数値解析モデル

トラス材の接合部は，トラス材どうしの余長部分の干渉を避けるため，上下弦材と束の芯交点から 100 mm ずつオフセットしており，解析モデルにも正確に反映させている。また，トラス材と上下弦材との接合は，単体試験で用いた直交十字型ではなく斜めに交差するため，この条件の違いが構造全体の挙動把握において影響するかどうかも確認すべき点の 1 つである。

各部材の断面は，試験体の各部材の元口・末口の径・肉厚を計測し，それぞれの平均値を入力している。マダケの曲げヤング係数は，著者らが過去に行った実験結果[6,7]を参考に 12,000 N/mm^2 とした。

4.2　実験と数値解析の比較

実験と数値解析による中央部変位を図 9 に示す。縦軸の荷重は，トラスモデル 1 列分の負担荷重（合計荷重を単純に 2 で除した値）である。

図 10 に載荷前後の試験体の様子を示す。実験では 12 ステップ目（1 列当たり 2,400N 載荷時）にトラス A 列の上弦材に番線がめり込み（図 10 c, d），丸竹がつぶれて曲げ折れたのを起点に間もなく全体が倒壊してしまった。このため 12 ステップは未計測である。

実験では試験体の鉛直変位の他，各トラス材の接合部間距離の推移も計測したが，上記の番線の影響のため，内力の分布状態は解析モデルと異なる状況にあると考えられる。ここではトラス材の負担応力については考察を省略し，中央部変位についてのみを比較の対象とする。

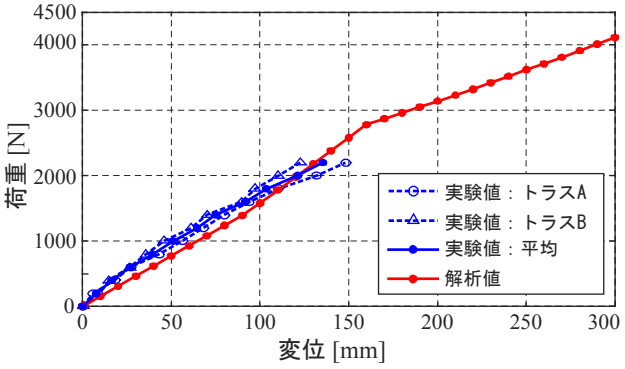


図 9　トラスモデルの荷重－中央変位関係

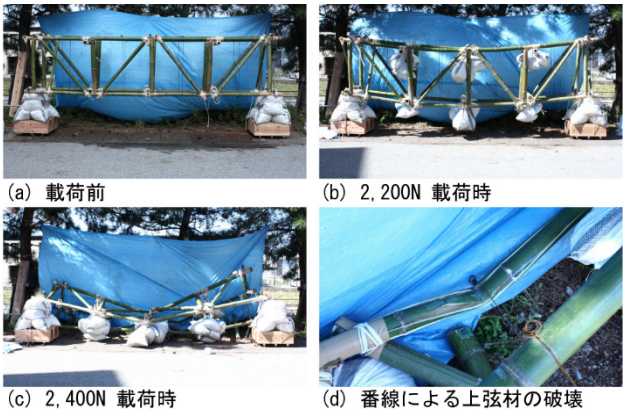


図 10　トラスモデルの載荷試験状況

数値解析の結果によれば，荷重 2,400 N 時においてはトラス材の軸力は復元力モデルにおける硬化耐力を超えた程度のレベルであり，部材の応力は弾性領域内にあると考えられる。この範囲では，実験と数値解析の結果はよい整合を示している。

また，単体試験と異なりトラス材と上下弦材は角度（40～50 度）を有して接合されているが，この結果によれば，直交十字型の試験体の実験結果をもとにした復元力特性モデルは，斜め接合時においても実用上十分な精度を有していると考えられる。

5　まとめ

人力施工が可能な丸竹どうしの接合法として，ロープと布テープによる方法を示し，実験により接合部のモデル化を試みた。また，同接合方法を用いた実大のトラス型試験体を作成し，実験値と解析値の比較を試みたところ，両者は弾性領域でよい整合を示した。

弾性限以上の荷重レベルについては，再度実験を行いたい。また，本方法による接合部の正負繰り返し載荷時の特性の調査についても，今後の課題とする。

謝辞　本稿の成果の一部は，科学研究費補助金（課題番号：15K21285），公益財団法人 LIXIL 住生活財団による調査研究助成（平成 25 年度助成番号 12－48）の助成を受けたものである。

参考文献

1) Marcelo Villegas：*"New Bamboo : Architecture and Design"*, Villegas Editores, Colombia, 2003.11
2) Chris Van Uffelen：*"Bamboo Architecture & Design (Architecture & Materials)"*, Braun, Switzerland, 2014.10
3) 角上晴和，藤川将登，足立浩一，田中圭，井上正文：竹材の接合法開発に関する実験的研究　（その 4）実用化のための試作及び強度実験，日本建築学会九州支部研究報告　第 43 号，pp.349~352，2004.3
4) 村上裕介，上原修一，井上正文：丸竹を用いた建築構造技術に関する研究－組立梁の曲げ実験について－，日本建築学会九州支部研究報告　第 47 号，pp.273~276，2008.3
5) 額田直子，西村匡弘，澤修平，永井拓生，陶器浩一：丸竹曲げによる形態創生とその実例，コロキウム構造形態の解析と創生 2011，日本建築学会，pp.97~102，2011.10
6) 永井拓生，額田直子，澤修平，生駒岳大，陶器浩一：丸竹曲げによる空間構造の設計と施工　その 1～その 4，日本建築学会大会学術講演梗概集（東海），B-1，pp.697~704，2012.9
7) Hirokazu TOKI, Takuo NAGAI: "Design and construction of bamboo spatial structure using bended bamboo arch and handmade joint", *IABSE Conference NARA, Elegance in Structures, International Association for Bridge and Structural Engineering*, pp.368-369, 2015.5
8) 成尾建治，山田貴大，永井拓生，陶器浩一：竹の構造材料としての特性に関する基礎的研究　その 4 ロープ接合部を用いたトラスのたわみ性状，日本建築学会大会学術講演梗概集（近畿），B-1，pp.777~778，2014.9

曲げ歪エネルギー及び線形座屈荷重について形状最適化されたラチスシェルの弾塑性座屈耐力

大内紫雲 1)，山本憲司 2)
1)東海大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生
2)東海大学工学部建築学科，准教授，博士(工学)

1.はじめに

ラチスシェルのような圧縮抵抗型の空間構造は曲率の持つ力学的な効果により大スパンを可能にする構造形式である。近年では施工技術の高度化により、複雑な形状を持つ構造物の建設が可能である。これに伴い表現の幅が広がり、より良い形状決定が求められる。こうした背景から、しばしばラチスシェルには形状最適化が施されることがある[1~11]。

しかし形状最適化されたラチスシェルの座屈耐力については、既往の研究において必ずしも十分に議論されていない。本研究では曲げ歪エネルギーと線形座屈荷重について形状最適化されたラチスシェルの座屈挙動を調査すること目的とする。

2. 形状最適化

2. 1 曲げ歪エネルギー最小化

幾何学的に与えられた構造形状に対し、節点座標を設計変数とした構造最適化手法を適用し、与えられた外力に対して曲げ歪エネルギーの発生を最小化した構造形状を求める。ラチスシェルの曲げ歪エネルギーを目的関数とする式を以下のように示す。

$$\text{Objective function} \quad F(\mathbf{z}) = \frac{1}{2}\mathbf{w}^T\mathbf{K}_b\mathbf{w} \quad \rightarrow \text{Min}$$

$$\text{Subject to} \quad G(\mathbf{z}) = L - L_o = 0 \qquad (1)$$

$\mathbf{w}$ は面外節点変位ベクトル，$\mathbf{K}_b$ は曲げ剛性マトリクスである。設計変数 $\mathbf{z}$ は節点の z 座標であり、x, y 方向の座標移動を拘束している。$L - L_0 = 0$ は制約条件で、ラチスシェル上の部材長の総和 L を指定値 L_0 とする条件を表している。部材断面を一定とした場合、部材の総体積を指定する条件となる。最適化前後で部材長の総和を一定とすることで、総体積の変化なくモデルの最適化を行える。この目的関数を最小化することでモデルの曲げモーメントの発生を小さくする。上記の問題は非線形計画問題であり、この問題の解決法には逐次 2 次計画（Sequential Quadratic Programming , SQP）法を使用する。

2. 2 線形座屈荷重最大化

線形座屈荷重最大化問題の目的関数と制約条件は次式で表せる。

$$\text{Objective function} \quad F(\mathbf{z}) = -\lambda_1^{\,C}(\mathbf{z}) \quad \rightarrow \text{Min}$$

$$\text{Subject to} \quad G(\mathbf{z}) = L - L_o = 0 \qquad (2)$$

$\lambda_1^{\,C}$ は 1 次(最小)の線形座屈荷重係数であり、設計変数と制約条件は(1)式と同じである。(2)式の問題を解くことで座屈荷重の大きい構造形状を求めることが期待できる。しかし線形座屈荷重の最適化においては、あるモードの座屈荷重を上昇させると他のモード座屈荷重が下降し、最適解で複数の座屈荷重係数が重複することがある。この場合、勾配が最適解において不連続となり方向微分係数しか存在しなくなる。その結果、十分な収束を得られず解を求めることが困難となる場合がある。このため KS 関数[3]を用いて最小線形座屈荷重係数 $\tilde{\lambda}^C$ を次式のように連続微分可能な関数として近似する。

$$\tilde{\lambda}^C = -\frac{1}{p}\ln\left\{\sum_{i=1}^{N}\exp\left(-p\lambda_i^{\,C}\right)\right\} \qquad (3)$$

ここに、$\tilde{\lambda}^C$ は近似された最小線形座屈荷重係数、$\lambda_1^{\,C}$ は i 次線形座屈荷重係数、N は考慮する座屈荷重係数の数、p はパラメータである。この p を大きな値にとるほどよく近似する。また、本研究ではモデルに関わらず N の値は10とした。(2)式の $\lambda_1^{\,C}$ の代わりに $\tilde{\lambda}^C$ を目的関数として問題を解く。

3. 解析

3. 1 解析モデル

形状最適化を行う格子シェルモデルを図 1、図 2 に示す。2 方向格子モデルは部材断面によって線形座屈モードが変化しないモデルであり、4 方向格子モデルは部材断面よって線形座屈モードが変化するモデルである。また、初期形状の節点座標は EP 曲面で与え、両モデルともスパン 40m, ライズ 8m, 接合部は剛接、支持条件はピン支持とした。部材は ϕ 267.4×6.0 の鋼管とし、ヤング係数は 2.05×10^5N/mm^2 で、等分布荷重 1.0kN/m^2 を各節

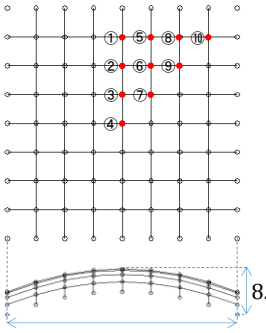


図 1　2 方向格子シェル

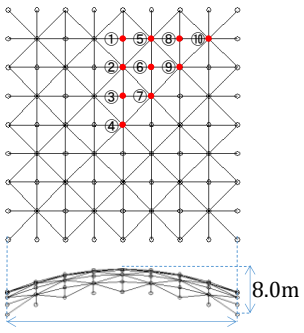
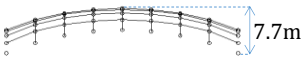
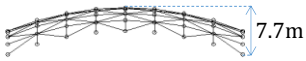


図 2　4 方向格子シェル



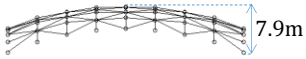
(a) 2方向格子シェル



(b) 4方向格子シェル

図 3　最適形状(曲げ歪エネルギー最小化)

(a) 2方向格子シェル



(b) 4方向格子シェル

図 4　最適形状(線形座屈荷重最大化)

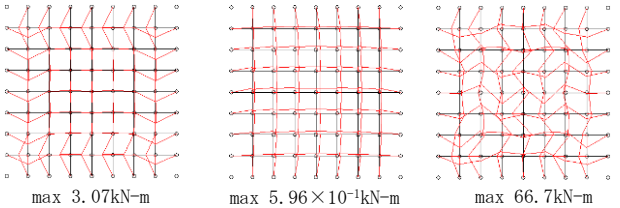
表 1　形状最適化による節点移動

	2方向格子シェル		4方向格子シェル	
節点番号	曲げ歪エネルギー最小化モデル(m)	線形座屈荷重最大化モデル(m)	曲げ歪エネルギー最小化モデル(m)	線形座屈荷重最大化モデル(m)
1	−0.006	−0.362	0.136	0.037
2	−0.131	−0.417	−0.182	−0.031
3	−0.254	−0.954	−0.164	−0.008
4	−0.302	−0.816	−0.349	−0.073
5	0.035	0.143	−0.049	0.003
6	−0.081	0.169	0.018	0.001
7	−0.204	−0.839	−0.252	−0.045
8	0.153	−0.394	0.297	0.065
9	0.047	0.249	−0.006	0.011
10	0.277	−0.790	0.153	0.007

点に集中荷重として振り分けて与え解析を行う。これら 2 つの格子モデルに対し、2 章で説明した 2 つの形状最適化問題をそれぞれ適用して最適形状を求める。また指定部材総和 L_0 は初期形状と同じ長さとした。KS 関数における p の値は 500 とした。

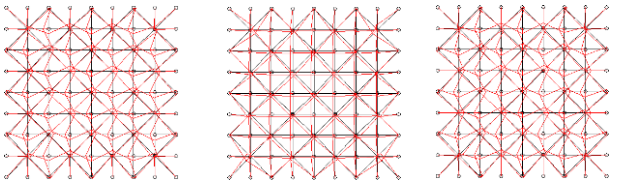
3.2 形状最適化結果

形状最適化の結果を示す。曲げ歪エネルギー最小化を行った最適形状を図 3、線形座屈荷重最大化を行った最適形状を図 4 に示す。また形状最適化を行った際の z 座標の節点移動の値を表 1 に示している。節点番号は図 1、図 2 中のものであり、表中の値は、(+)なら上方向に移動し(−)なら下方向に移動していることを示している。



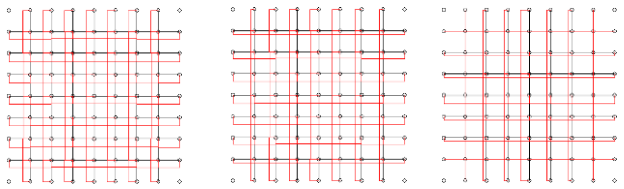
(a) 初期形状　(b) 曲げ歪エネルギー最小化　(c) 線形座屈荷重最大化

図 5　面外曲げモーメント分布図(2 方向格子シェル)



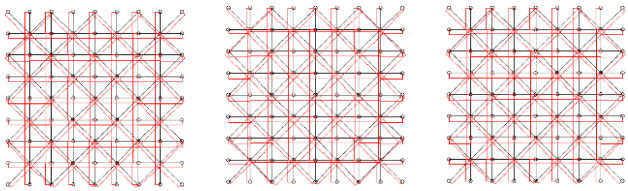
(a) 初期形状　(b) 曲げ歪エネルギー最小化　(c) 線形座屈荷重最大化

図 6　面外曲げモーメント分布図(4 方向格子シェル)



(a) 初期形状　(b) 曲げ歪エネルギー最小化　(c) 線形座屈荷重最大化

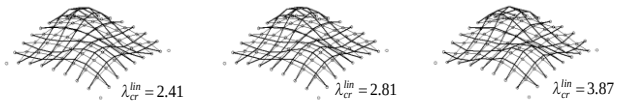
図 7　軸力分布図(2 方向格子シェル)



(a) 初期形状　(b) 曲げ歪エネルギー最小化　(c) 線形座屈荷重最大化

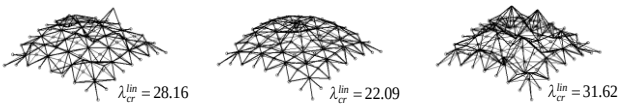
図 8　軸力分布図(4 方向格子シェル)

最適化形状を見ると 2 方向格子シェルにおける線形座屈荷重最大化モデルが他のモデルと比べ節点移動が大きいことが分かる。次に初期形状及び形状最適化されたシェルの面外曲げモーメント分布図を図 5、図 6 に示す。図中の max はその最大値である。曲げ歪エネルギー最小化を行ったモデルは他のモデルに比べ面外曲げモーメントが小さくなっているのが分かる。また軸力分布図を図 7、図 8 に示しており、こちらも同様に図中に最大値を載せている。軸力は 2 方向格子シェルで初期形状モデルがモデル全体の端部に集中しているのに対し、形状最適化モデルは中央付近を通る部材に力が集中している。各モデルの 1 次の線形座屈モード形状と線形座屈荷重係数の値を図 9、図 10 に示す。図中の λ_{cr}^{lin} は線形座屈荷重係数



(a) 初期形状　(b) 曲げ歪エネルギー最小化　(c) 線形座屈荷重最大化

図 9　線形座屈モード(2 方向格子シェル)



(a) 初期形状　(b) 曲げ歪エネルギー最小化　(c) 線形座屈荷重最大化

図 10　線形座屈モード(4 方向格子シェル)

表 2　2 方向格子モデル線形座屈荷重係数

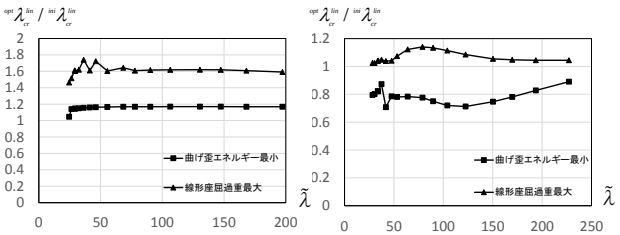
	モデル		
モード	(a) 初期形状 ϕ 267.4×6.0	(b) 曲げ歪エネルギー最小化モデル ϕ 267.4×6.0	(c) 線形座屈荷重最大化モデル ϕ 267.4×6.0
1	2.413	2.815	3.872
2	3.779	3.885	3.873
3	3.779	3.885	3.873
4	4.540	4.193	3.874

表 3　4 方向格子モデル線形座屈荷重係数

	モデル		
モード	(a) 初期形状 ϕ 267.4×6.0	(b) 曲げ歪エネルギー最小化モデル ϕ 267.4×6.0	(c) 線形座屈荷重最大化モデル ϕ 267.4×6.0
1	28.170	22.097	31.6240
2	28.170	22.537	31.6240
3	28.615	23.439	31.6259
4	29.406	23.439	31.6259

表 4　部材断面

ϕ 外径×厚さ mm	平均細長比		ϕ 外径×厚さ mm	平均細長比	
	2方向格子	4方向格子		2方向格子	4方向格子
76.3×2.8	197.2	227.1	318.5×6.0	46.2	53.2
89.1×2.8	168.1	193.6	355.6×6.0	41.4	47.6
101.6×3.2	147.4	169.6	406.4×6.4	36.4	41.9
114.3×3.2	130.5	150.2	457.2×6.4	32.5	37.4
139.8×3.5	106.4	122.5	500×9.0	29.5	33.9
165.2×4.5	90.3	103.9	508.0×9.0	29.1	33.5
190.7×4.5	77.8	89.6	558.8×9.0	26.4	30.4
216.3×4.5	68.5	78.8	600×9.0	24.5	28.2
267.4×6.0	55.5	63.9	–	–	–



(a) 2 方向格子シェル　(b) 4 方向格子シェル

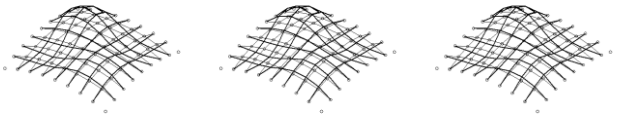
図 11　初期形状との線形座屈荷重係数比

である。また 2 方向格子シェルと 4 方向格子シェルの初期形状モデルと形状最適化されたモデルにおける 1 次から 4 次モードまでの線形座屈荷重係数の値を表 2、表 3 に示す。他のモデルと比べると座屈荷重最大化モデルは座屈荷重係数の値が大きくなっており、1 次から 4 次モードまでの線形座屈荷重係数の値の差が極端に少なく重複していることが分かる。

さらに部材断面を表 4 に示す断面に入れ替えたモデルについて、それぞれ形状最適化を行う。表中の平均細長比とは、部材の平均長さを用いて算出した細長比である。これによりグリッドパターン 2 種類、部材断面 17 種類、目的関数 2 種数の合計 68 個の最適形状を得た。

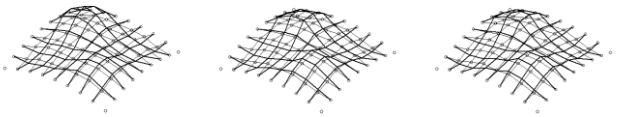
また、これら最適形状モデルおよび初期形状モデルに線形座屈解析を行った。

最適形状モデルの線形座屈荷重係数 $^{opt}\lambda_{cr}^{lin}$ と初期形状モデルの線形座屈荷重係数 $^{ini}\lambda_{cr}^{lin}$ の比を図 11 に示す。横軸 $\tilde{\lambda}$ は平均細長比である。また 2 方向格子シェルにおける最適形状モデルの座屈モードを図 12、図 13、4 方向格子シェルにおける最適形状モデルの座屈モードを図 14、図 15 に示す。図には代表例として、それぞれ 3 つの異なる断面(ϕ 139.8×3.6, ϕ 318.5×6.5, ϕ 508.0×9.0)のモデルのモードを示している。図中の i はモード次数である。座



ϕ 139.8×3.6　i=1　ϕ 318.5×6.0　i=1　ϕ 508.0×9.0　i=1

図 12　曲げ歪エネルギー最小化モデル(2 方向格子シェル)



ϕ 139.8×3.6　i=1　ϕ 318.5×6.0　i=2　ϕ 508.0×9.0　i=1

図 13　線形座屈最大化モデル(2 方向格子シェル)

ϕ 139.8×3.6　i=1　ϕ 318.5×6.0　i=1　ϕ 508.0×9.0　i=3

図 14　曲げ歪エネルギー最小化モデル(4 方向格子シェル)

ϕ 139.8×3.6　i=4　ϕ 318.5×6.0　i=2　ϕ 508.0×9.0　i=3

図 15　線形座屈最大化モデル(4 方向格子シェル)

屈モードは低次の次数の中から座屈荷重係数が最小座屈荷重係数に近い値をとり、モード形状が類似しているものを選択している。2 方向格子シェルでは、最適化手法や部材断面の違いで座屈モードが大きく変化することはなかった。一方 4 方向格子シェルでは、最適形状モデルにおいて平均細長比の小さいモデルの座屈モードは、大きいモデルに比べ座屈の波形が大きくなっていることが分かる。

すなわち 2 方向格子モデルでは細長比による座屈モードの変化は小さく、座屈荷重最大形状は細長比の違いによって殆ど変化しない。図 11(a)では▲の値がほぼ一定値をとるのはこのためだと考えられる。一方 4 方向格子モデルでは細長比により座屈モードが変化するため座屈荷重最大形状も細長比によって変化するものと考えられる。

4. 弾塑性座屈解析

3 章で扱った初期形状モデルおよび形状最適化されたモデルに対し弾性座屈解析と弾塑性座屈解析を行う。弾塑性座屈解析は各部材の材端にファイバーモデルの弾塑性要素を配置し行う(図 16)。ファーバー要素は片端部につき円管断面を円周方向に 12 分割､材軸方向に 2 分割し積分点を設ける。またファイバー要素の応力-ひずみ関係は降伏応力を 235N/mm^2 とし、バイリニアの復元力特性とした。ただし部材には中間節点を設けておらず個材座屈は考慮していない。弾塑性座屈解析の一例として、2 方向格子シェル、部材断面 φ600.0×9.0 の曲げひずみエネルギー最小化モデルの結果を示す。弾性座屈および弾塑性座屈解析時のモデル頂部における荷重-変位関係を図 17 に示す。図中の▲は最初に降伏が見られた点であり、■はファイバー要素の 7 割以上が降伏し、凡そ材端にヒンジが発生したとみなした時の点である。■の時点での部材の降伏状況を図 18(a)に示し、図 18(a)中の点 b における部材の N-M 相関を図 18(b)に示す。図 18(a)中の●の大きさは部材断面の降伏の割合を示している。

図 17 を見ると例に挙げたような細長比の小さい断面のモデルでは弾塑性座屈解析での座屈挙動は、弾性座屈解析で得られる座屈現象よりも早い段階で現れることが分かる。

座屈解析で得られた弾性座屈荷重係数 λ_{cr}^{el} 及び弾塑性座屈荷重係数 λ_{cr}^{pl} に線形解析で得られる軸力の中で最大となる部材の軸力を乗じ、弾性座屈軸力 N_{cr}^{pl} 、弾塑性座屈軸力 N_{cr}^{pl} を得る。これらを降伏軸力 N_y で割った

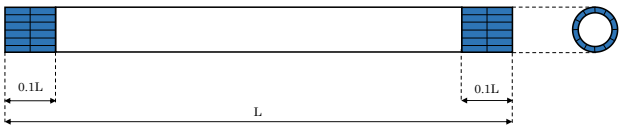


図 16　ファイバーモデル

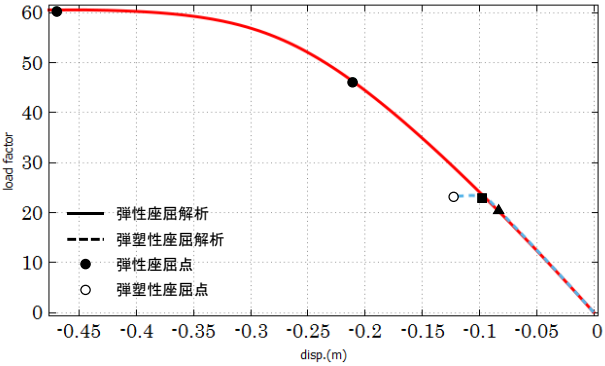
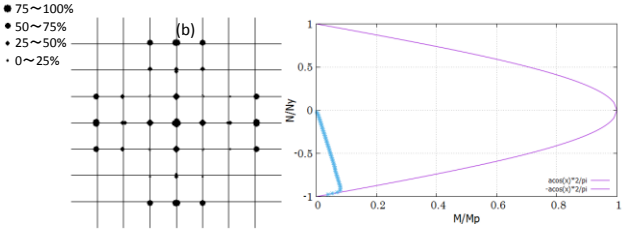


図 17　荷重−変位関係



(a) ヒンジ発生位置　　(b) N-M 相関

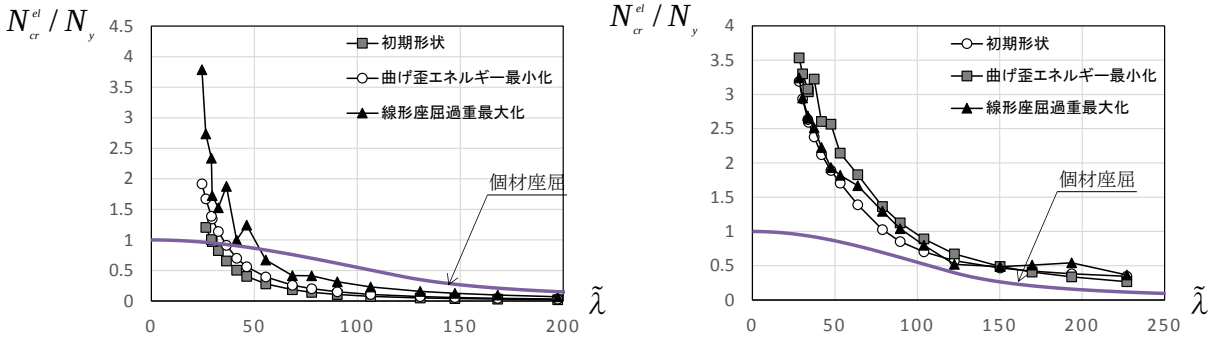
図 18 ヒンジ発生位置と N-M 相関

値を無次元化された部材の圧縮強度として表す。

弾性圧縮強度と平均細長比の関係を図 19 に示す。図中には個材座屈のおおよその値を評価するため鋼構造設計規準の短期許容応力度式を曲線で示している。2 方向格子シェルでは平均細長比の全ての範囲で線形座屈荷重最大化モデルの弾性圧縮強度が最も大きいが、4 方向格子シェルではモデル間の差が小さく、線形座屈荷重最大化モデルよりも曲げ歪エネルギー最小化モデルの方が圧縮強度が大きくなっている。

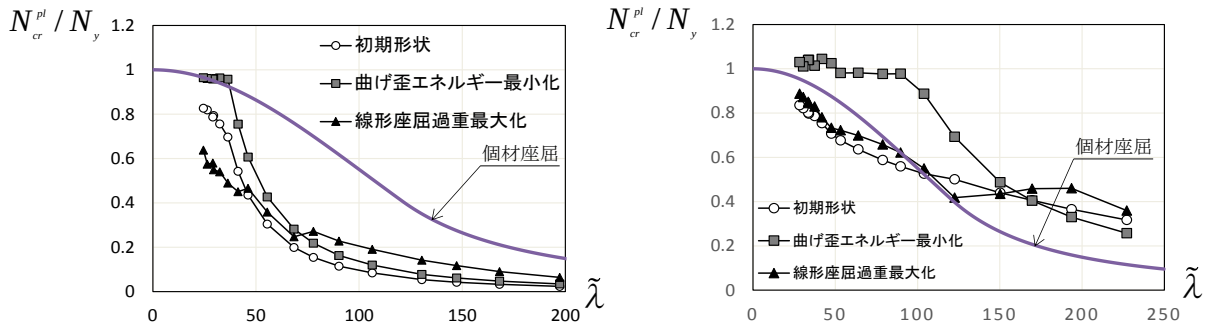
同様に弾塑性圧縮強度と平均細長比の関係を図 20 に示す。こちらでは 2 方向格子シェルは平均細長比が約 70、4 方向格子シェルでは約 160 を境に曲げ歪エネルギー最小化モデルと線形座屈荷重最大化モデルの弾塑性圧縮強度が入れ替わっている。なお、図 19、図 20 ともに、個材座屈の曲線と比較すると 4 方向格子シェルでは実際には多くのモデルで個材座屈が先行するモデルとなっていることがわかる。

座屈解析で得られた結果からシェルモデルの座屈耐力の評価を行う。正規化細長比を次式のように定義する。



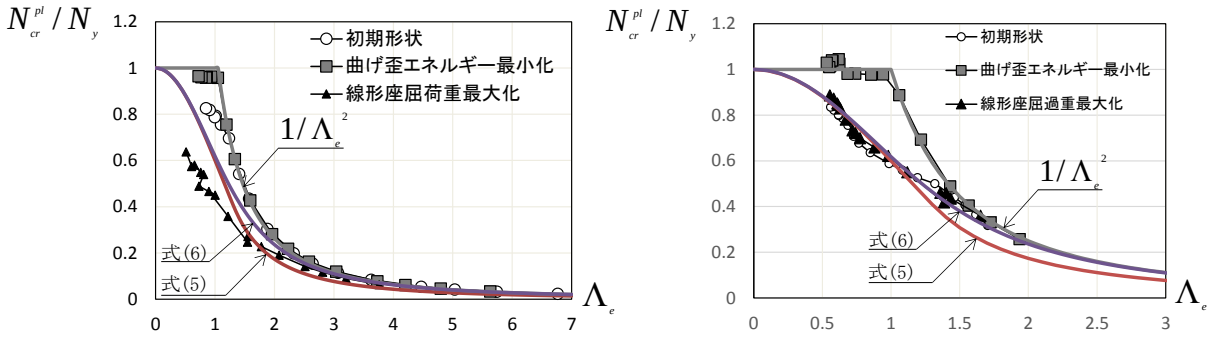
(a) 2 方向格子シェル　　(b) 4 方向格子シェル

図 19　弾性圧縮強度と平均細長比の関係



(a) 2 方向格子シェル　　(b) 4 方向格子シェル

図 20　弾塑性圧縮強度と平均細長比の関係



(a) 2 方向格子シェル　　(b) 4 方向格子シェル

図 21　弾塑性圧縮強度と正規化細長比の関係

$$\Lambda_e = \sqrt{N_y / N_{cr}^{el}} \tag{4}$$

Λ_e は正規化細長比、N_y は降伏軸力、N_{cr}^{el} は弾性座屈軸力である。正規化細長比を用いて以下の評価式と数値解析結果との比較を行う

$$\frac{N_{cr}}{N_y} = \begin{cases} \dfrac{1-0.24\Lambda_e^2}{1+\dfrac{4}{5}\Lambda_e^2} & \Lambda_e \le 1.29 \text{のとき} \\ \dfrac{9}{13\Lambda_e^2} & \Lambda_e \ge 1.29 \text{のとき} \end{cases} \tag{5}$$

$$\Lambda_e^2 \cdot \left(\frac{N_{cr}}{N_y}\right) + \left(\frac{N_{cr}}{N_y}\right)^2 = 1 \tag{6}$$

(5)式は AIJ 規準の圧縮強度式であり、(6) 式は弾塑性圧縮強度の近似式として用いられる修正 Dunkerley 式である。これら評価式に加え $1/\Lambda_e^2$ で表される弾性座屈曲線との比較も行う。

弾塑性圧縮強度と正規化細長比の関係を図 21 に示す。図中には上記の 3 つの評価式も示している。2 方向格子シェルでは、いずれのモデルも概ね(5),(6)式の強度評価式を上回っているが線形座屈荷重最大化モデルは正規化細長比 1.5 以下の範囲で下回っている。これは同モデルが比較的大きな曲げモーメント生じる形状となっている為である。4 方向格子シェルでは大きな曲げを生じるモ

デルはなく、いずれのモデルも(5),(6)式で評価できている。また図 21 を見ると 2 方向格子シェル、4 方向格子シェルともに■のプロットは弾性座屈曲線と降伏軸力のライン上にほぼ位置していることが分かる。これは曲げ歪エネルギー最小化モデルではほぼ軸力のみが生じ、座屈前非線形性が極端に小さいためである。座屈前非線形性が小さい曲げ歪エネルギー最小化モデルでは線形座屈と弾性座屈の差が殆ど生じない傾向があり[12]、弾性座屈時の耐力は線形座屈で、弾塑性座屈時の耐力は単純に線形解析による部材軸力が降伏軸力に達した時として評価できる。

5. まとめ

本論では 2 種類のラチスシェルに対し曲げ歪エネルギー最小化及び、線形座屈荷重最大化による形状最適化を行った。また得られた最適形状シェルモデルに対し座屈解析を実施し、耐力調査を行った。本論で扱ったモデルでは、細長比が大きい場合は弾性座屈となるので線形座屈荷重最大化が有効であり、細長比が小さい場合は弾塑性座屈となるので曲げ歪エネルギー最小化が有効である傾向が見られた。また曲げ歪エネルギー最小化モデルでは座屈前非線形性が小さい為に弾性座屈曲線と降伏軸力で正確に耐力を評価できることが分かった。曲げ歪エネルギー最小化モデルは弾塑性座屈解析を行わなくとも簡単に耐力を評価できる。

本論では基礎的な研究であるために問題を単純化し、個材座屈を考慮しなかった。個材座屈が先行する場合には、個材座屈を考慮した形状決定が必要である。この場合、部材長さが大きな影響を与える為、設計変数に x, y 座標(面内方向の座標)も含める必要がある。

また本論では形状初期不整に対する検討は行っていない。不整を考慮した耐力評価は無論重要な検討項目であり、また不整敏感性が増す場合があることも指摘されている為[13]、不整時の性状を明らかにする必要がある。これについては今後研究を進め、稿を改め報告したい。

参考文献

1) E. Ramm, K. U. Blettzinger : Shape optimization of shell structures. Bulletin of the International Association for Shell and Spatial Structure (IASS), Vol.34(112), pp.103-121, 1993
2) 大森博司,山本憲司：応力分布を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究その 2　スペースフレームへの適用、日本建築学会構造系論文集, No.503,pp.77-83,1998
3) 沖田裕介,本間俊雄：優良解探索遺伝的アルゴリズム系解法による自由曲面グリッドシェルの構造形態創生:―構造形態と曲面を記述する NURBS の階数の関係―、日本建築学会構造系論文集, No687,pp.949-958,2013
4) 小河利行,大崎純, 立石理恵：線形座屈荷重最大化と部材長一様化を目的とした単層ラチスシェルの形状最適化、日本建築学会構造系論文集, No.570,pp.129-136,2003.8
5) 木村俊明, 大森博司：線形座屈荷重を目的関数とした形状最適化法の構築　構造安定性を考慮した自由曲面シェル構造の構造形態創生手法の提案（その１)、日本建築学会構造系論文集, No686,pp.733-741,2013.4
6) 山本憲司, 皆川洋一, 大森博司：RS 座屈荷重係数を目的関数とした単層ラチスドームの形状最適化､構造工学論文集.Vol.54B,pp.345-342,2008.3
7) 山本憲司, 皆川洋一, 大森博司：座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究､日本建築学会構造系論文集, No564,pp.95-102,2003
8) 熊川恵理子, 佐々木睦朗：木造ラチスシェルに関する研究 ： 弾性座屈荷重最大化による形態創生、日本建築学会大会学術講演梗概集, B-1,pp.729-730,2011.7
9) 滝内雄二, 中澤祥二, 加藤史郎：補剛された自由境界辺を有する矩形平面の自由局面ラチスシェルの構造特性の分析、構造工学論文集, Vol.61B,pp.335-342,2015.3
10) 林裕真,竹内徹,小河利行：地震荷重下の座屈耐力に着目した単層格子屋根構造の形状探索、構造工学論文集, Vol.59B,pp.479-488,2013.3
11) 小林晃子,原田桂吾,箕輪健一, 小河利行：自由曲面単層ラチスシェルの形態創生・部材断面探索とその力学的特性、日本建築学会大会学術講演梗概集,pp.787-790,2014.9
12) 久我遼太,山本憲司,小河利行：曲げ歪エネルギー最小化により形状最適化された自由曲面ラチスシェルの RS 座屈解析、コロキウム構造形態の解析創生 2013 講演論文集,pp.121-126,2013.10
13) J. M. Thompson, and G. W. Hunt, A General Theory of Elastic Stability, Jhon Wiley, New York, 1973

自由境界辺のある自由曲面ラチスシェルの座屈耐力評価に関する基礎的研究

滝内雄二 1)，中澤祥二 2)，加藤史郎 3)
1)豊橋技術科学大学 建築・都市システム学専攻，大学院生，y159501@edu.tut.ac.jp
2) 豊橋技術科学大学，教授，博士(工学)
3) 豊橋技術科学大学，名誉教授，工学博士

1 はじめに

単層ラチスシェルを屋根に用いる場合，座屈性能の評価が重要となる。一定の曲率を持つシェル形状（以後，幾何曲面ラチスシェルと呼ぶ）については，これまで座屈に関して数多くの研究が行われ，球殻ドームなど [1~5] では，古典座屈理論を援用して，線形座屈荷重，弾性座屈荷重の推定式が提案されている。また，耐力についても修正 Dunkerley 式を用いた評価手法 [6]が提案され，比較的簡易な解析に基づく耐力評価法が確立されつつある。

一方，構造内で曲率が大きく変わるラチスシェル（以後，自由曲面ラチスシェルと呼ぶ）は，構造最適化により，応力の発生が抑制された曲面形状だけでなく，デザイン性など様々な制約により，応力が大きく発生する曲面形状まで様々な形状が考えられる。しかし，自由曲面ラチスシェルの座屈耐力に関する研究は少なく，既往の幾何曲面ラチスシェルの研究成果だけではその力学性状は把握できない。

以上の背景より，著者らは自由曲面ラチスシェルの中でも特徴的な構成の一つである自由境界辺を有する形状に注目し，最適化による曲面形状を自由曲面ラチスシェルの一例として座屈耐力の分析を行った [7]。この研究では，固定荷重の応力度最小化により曲面形状を決定したが，地震が多く発生する地域では地震荷重に対する応力度を抑制することも重要である。そこで，本研究では，固定荷重と地震荷重を考慮した応力最小化による曲面形状を一例として取り上げ，許容応力度計算により断面算定をすすめ，弾性，弾塑性座屈解析より，座屈特性を分析する。さらに既往の耐力推定法の適用性を検討する。

2 自由曲面ラチスシェルの形状探索

2.1 初期形状

本研究では図 1 に示す初期形状に対して表 1 の部材を仮定し，後述の表 2 の荷重組み合わせ条件を考慮して形状探索を行い，曲面形状を生成する。初期形状の解析

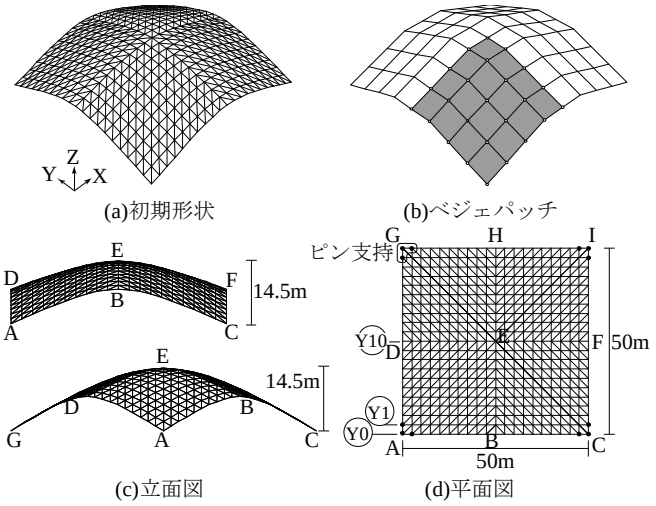


図 1 初期形状

モデルは既往の研究 [7]と同じものを用い，曲面はベジェ曲面を利用して表現する。

形状はスパン 50m x 50m の正方形平面を有し，高さ 14.5m の中規模の単層ラチスシェルである。支持条件は 4 隅のそれぞれで 3 節点をピン支持とする。ラチスシェルの網目は平面上で 20 等分割している。構造物の外周（自由境界辺）に配置される部材を外周部材，X 方向および Y 方向に配置される部材を格子部材，斜め 45 度方向に配置される部材を斜材とし，これら 3 種類の部材でラチスシェルを構成する。部材は鋼管を想定し，細長比は外周部材に細長比 30 程度の部材，格子部材に細長比 55 程度の部材，斜材に細長比 65 程度の部材としている。ヤング係数は 205kN/mm^2，降伏応力度 σ_y は 235N/mm^2 とする。部材断面積 A，断面二次モーメント I，断面係数 Z，降伏軸力 N_y，全塑性モーメント M_p は次式(1)から計算する。なお，管厚中心距離を d_0，管厚を t とする。

$$A=\pi d_0 t,\ I=\pi d_0^3 t/8,\ Z=\pi d_0^2 t/4$$
$$N_y=A\sigma_y,\ M_p=d_0^2 t\sigma_y \qquad (1)$$

表 1 部材特性

	外周部材	格子部材	斜材
外径 D[mm]	267.4	139.8	165.2
管径 d_0[mm]	258.4	134.8	160.2
管厚 t[mm]	9.0	5.0	5.0
断面積 A[mm^2]	7306	2117	2516
断面二次モーメント I[cm^4]	6098	481.0	807.3
細長比(初期形状)	27.4~29.7	52.5~56.8	62.6~72.6

2.2 形状探索の目的関数

目的関数を式(2)に示す。目的関数の第一項は応力度の 2 乗和が主因子となる関数で，第二項はペナルティ係数 K_i を用いて制約条件を表現している。この目的関数 W の値を感度解析から最小二乗法により最小化する。制約条件はライズが初期形状より高くならないように与えた。

$$W=\frac{1}{2}\sum_{L=1}^{LCASE}\sum_{k=1}^{MEM}\frac{A_k l_k}{E_k}\left\{\left({}^{L}_{a}\sigma_k\right)^2+\left({}^{L(1)}_{b}\sigma_k\right)^2+\left({}^{L(2)}_{b}\sigma_k\right)^2\right\}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}K_i\delta_i^2 \quad (2)$$

LCASE:荷重ケースの数(本研究では 3)

${}^{L}_{a}\sigma_k$: 部材 k の軸応力度，${}^{L}_{b}\sigma_k$: 部材 k の曲げ応力度

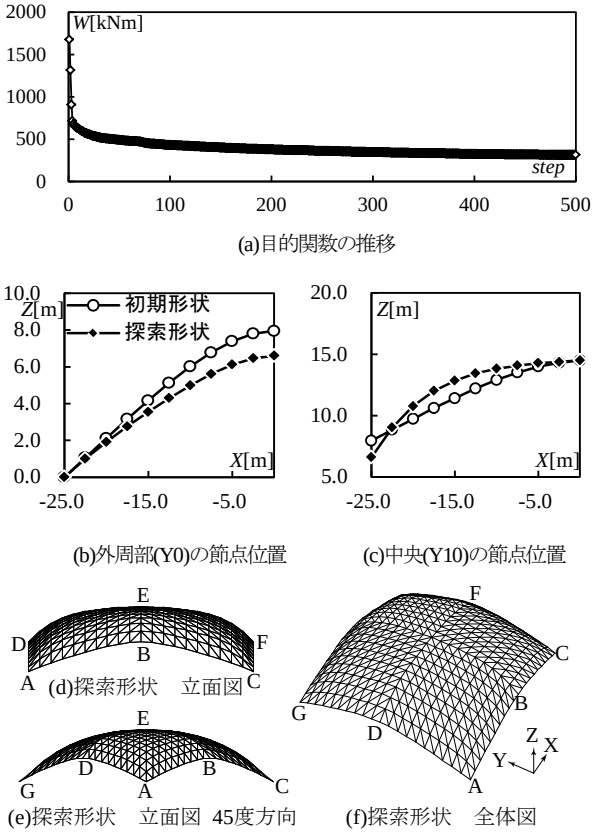
目的関数で考慮する荷重組み合わせ条件を表 2 に示す。固定荷重 DL は鋼材重量，仕上げを含め投影平面あたり 1.0kN/m^2 の等分布荷重とし，静的地震荷重は予備的な時刻歴応答解析から作成する。この時の入力地震波は 25kine 相当の国土交通省告示スペクトルに適合する模擬地震動とし，位相特性は El-Centro(1940)の NS 成分とする。時刻歴応答解析で①ベースシヤ，②水平加速度，③鉛直加速度がそれぞれ最大となる時刻の加速度分布に節点質量を乗じて静的地震荷重を作成する。入力地震動の方向を X 方向と XY45 度方向の 2 種類を考え，それぞれ静的地震荷重(EQX1~3，EQXY1~3)を作成する。

表 2 荷重組み合わせ条件

L	概要
1	DLx1.5
2	DL±EQX1(層せん断力が最大となる時刻を基に作成) DL±EQX2(水平加速度が最大となる時刻を基に作成) DL±EQX3(鉛直加速度が最大となる時刻を基に作成) 上記のうち各部材で最大曲げ応力度，軸応力度を考慮する
3	DL±EQXY1(層せん断力が最大となる時刻を基に作成) DL±EQXY2(水平加速度が最大となる時刻を基に作成) DL±EQXY3(鉛直加速度が最大となる時刻を基に作成) 上記のうち各部材で最大曲げ応力度，軸応力度を考慮する

2.3 形状探索結果

目的関数の値の推移を図 2 (a)に，得られた探索形状と初期形状の比較を図 2 (b)および(c)に示す。目的関数は概ね 500stp で収束し，大幅に目的関数の値が減少する。固定荷重のみに対して形状探索した形状[7]では自由境界辺の節点位置が高い形状となるが，地震荷重を考慮した探索形状は，自由境界辺 ABC や ADG の節点位置が初期形状より低く，外周部に近い箇所で曲率が大きくなる。



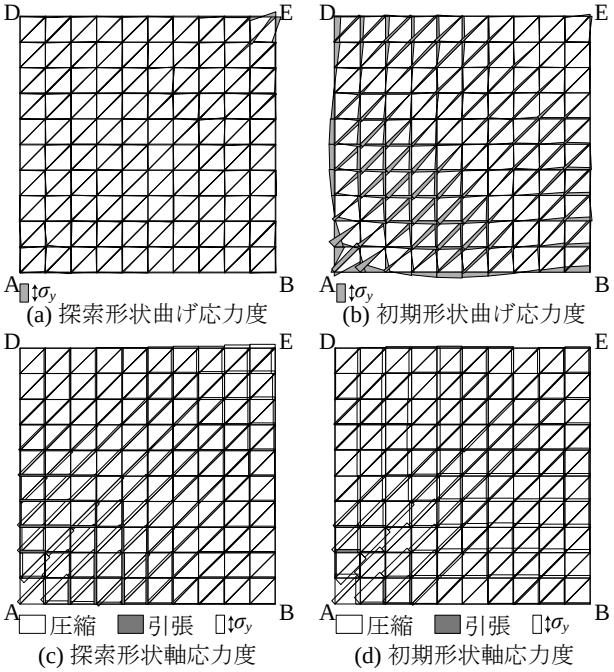
(a)目的関数の推移

(b)外周部(Y0)の節点位置　(c)中央(Y10)の節点位置

(d)探索形状　立面図

(e)探索形状　立面図 45度方向　(f)探索形状　全体図

図 2 形状探索結果



(a) 探索形状曲げ応力度　(b) 初期形状曲げ応力度

(c) 探索形状軸応力度　(d) 初期形状軸応力度

図 3 固定荷重 DL に対する応力度

初期形状と探索形状に関して，固定荷重 DL に対する応力度を図 3 に示す。形状探索により全体的に曲げ応力

度が大幅に減少したことが確認できる。なお，地震荷重に対しても応力の発生が大幅に減少したことを確認している。

固定荷重下の軸力分布では，ラチスシェルの中央では圧縮軸力のみ発生する。一方，自由境界辺の端部周辺では斜材に大きな圧縮軸力が発生し，これに釣り合うように格子部材に引張軸力が生じ，自由境界辺の中央周辺(点B，D 周辺)では圧縮軸力の発生が極めて少ない。

3 断面算定

得られた自由曲面ラチスシェルに対し許容応力度計算を行う。ラチスシェル全体の許容圧縮応力度をシェル的な座屈を考慮し，特定部材[6]の正規化細長比 $\Lambda_{e(m)}$ から，構造設計規準式(4)より求める。ここで弾性座屈低減係数 α_0 は 0.5 とする。断面算定式は式(5)を用いる。ラチスシェルは形態により幾何非線形の影響で曲げモーメントが大きく増幅する場合があることを勘案して式(6)の軸力制限を設けて断面算定を行う。断面算定用の荷重組み合わせ条件は表 2 のものを用いる。ただし静的地震荷重は探索形状に対し作成する。断面算定では，部材の外径を保持して管厚を 0.1mm ごとに更新する。発生応力の小さい部材の管厚が過剰に薄くなることを避けるために $t > D/50$ の管厚制限を設ける。断面算定後の管厚分布を図 4 に示す。

$$\Lambda_{e(\mathrm{m})} = \sqrt{\frac{N_{y(\mathrm{m})}}{\alpha_0 N_{cr(\mathrm{m})}^{lin}}} \tag{3}$$

$$\frac{N_{cr}}{N_y} = \begin{cases} \dfrac{1-0.24\Lambda_{e(\mathrm{m})}^2}{1+\dfrac{4}{15}\Lambda_{e(\mathrm{m})}^2} & for \quad \Lambda_{e(\mathrm{m})} \le 1.29 \quad \sigma_{cr(\mathrm{m})}^{el} = \dfrac{\sigma_y}{\Lambda_{e(\mathrm{m})}^2} \\ \dfrac{9}{13\Lambda_{e(\mathrm{m})}^2} & for \quad \Lambda_{e(\mathrm{m})} \ge 1.29 \quad \sigma_{cr(\mathrm{m})} = \dfrac{N_{cr}}{A_{(\mathrm{m})}} \end{cases} ; \tag{4}$$

$$\begin{cases} \dfrac{N}{\sigma_{cr(\mathrm{m})}A} \pm \dfrac{M}{Z\sigma_y\left(1-\dfrac{N}{\sigma_{cr(\mathrm{m})}^{el}A}\right)} \le 1 & \text{圧縮軸力の場合} \\ \dfrac{N}{A\sigma_y} \pm \dfrac{M}{Z\sigma_y} \le 1 & \text{引張軸力の場合} \end{cases} \tag{5}$$

$$\frac{N}{\sigma_{cr(m)}^{el}A} \le 0.5 \tag{6}$$

4 固定荷重に対する座屈解析と座屈性状の分析

4.1 線形座屈荷重及び座屈モード

断面算定された自由曲面ラチスシェルに対して線形固有値解析を行い，固定荷重に対する k 次の線形座屈荷重倍率 λ_k^{lin} 求める。また，弾性座屈荷重の下限値を与えるとされる Reduced Stiffness 座屈解析（以後 RS 座屈解析）[8]から RS 座屈荷重倍率 λ_k^* 求める。ここで 1 次の線形座屈荷重倍率 λ_1^{lin} に対する k 次の RS 座屈荷重倍率 λ_k^* の比を RS 座屈荷重低減率 α_0^* と定義する。

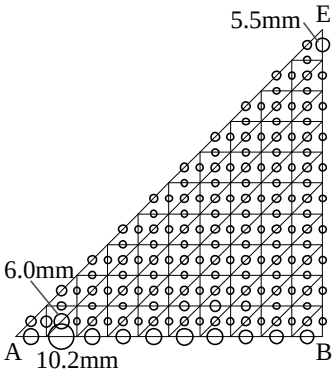


図 4 管厚分布図

$$\alpha_0^* = \lambda_k^* / \lambda_1^{lin} \tag{7}$$

図 5 に座屈モード形状，表 3 に λ_k^{lin}，λ_k^* および，α_0^* の値を示す。これらの座屈モードは全体座屈モードに相当し，大きく分けて，(1)内部に大きな座屈波形が見られるモード(k=1,5) ,(2)外周部にのみ座屈波形が見られるモード(k=3,7) ,(3)内部と外部ともに座屈波形が見られるモード(k=8,9)が見られる。また，高次の座屈モードになるほど半波数が多くなる傾向がある。

表 3 線形座屈荷重倍率および RS 座屈荷重倍率

k	λ_k^{lin}	λ_k^*	α_0^*
1,2	5.19	2.91	0.56
3,4	5.34	3.42	0.66
5	5.53	2.46	0.47
7	6.19	3.88	0.75
8	6.24	3.98	0.77
9	6.35	3.70	0.71

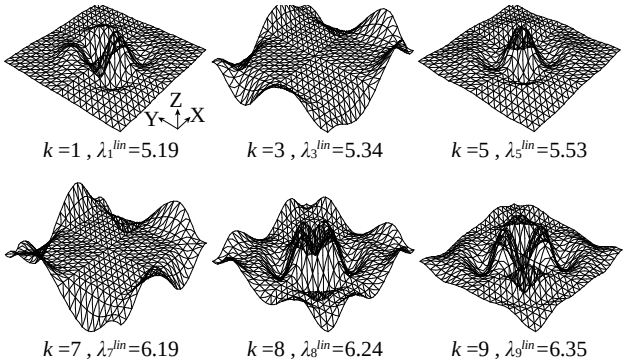


図 5 座屈モード

4.2 弾性及び弾塑性座屈荷重と形状初期不整の影響

弾性および弾塑性座屈解析から固定荷重に対する弾性座屈荷重の倍率 λ_{cr}^{el} および弾塑性座屈荷重(以後，耐力

と呼ぶ)の倍率 λ_{cr}^{elpl} を求める。なお，解析法は文献 2~4，7）と同じであり，部材は両端バネモデルを用いて部材の塑性化を考慮する。部材端のバネは降伏条件式(8)を満たして塑性流動するものを仮定する。本研究では，図 5 に示す 6 つの座屈モード比例型初期不整を考慮する。最大初期不整振幅の絶対値 w_{i0} は 50mm，100mm，150mm を考慮する。なお，w_{i0}=50mm はスパンの 1/1000 である。また，k=5,8,9 の座屈モードは対称形状のため，初期不整の与え方の正負により座屈荷重，耐力が変化する。ここでは，座屈荷重，耐力が小さい値を採用する。なお，弾性座屈荷重低減係数 α_0 は式(9)で計算する。

$$\left(\frac{N}{N_y}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{M_y}{M_p}\right)^2+\left(\frac{M_z}{M_p}\right)^2}=1.0 \qquad (8)$$

$$\alpha_0=\lambda_{cr}^{el}/\lambda_1^{lin} \qquad (9)$$

表 4 に λ_{cr}^{el} および α_0 を示す。w_{i0}=50mm のとき，弾性座屈荷重は k=1 で最も小さく，α_0 は 0.55 である。初期不整振幅を大きくすると，k=5 の初期不整分布で座屈荷重は敏感に低下し，w_{i0}=100mm のとき α_0 は 0.36，w_{i0}=150mm のとき α_0 は 0.25 となり，RS 座屈解析における α_0^*=0.47 を大きく下回る。これは，弾性座屈性状が初期不整の大小により変化することを示す。

図 6 に w_{i0} と α_0 の関係を示す。弾性座屈荷重はシェル内側に大きな初期不整振幅を与えた場合(k=1,5)に大きく低下し，外周部に大きな初期不整振幅を与えた場合(k=3,7)では弾性座屈荷重の低下は小さい。つまり，外周部よりも内部の座屈の可能性の高いことを示している。前述のように，当該構造物は固定荷重時，自由境界辺に直交する格子部材に引張軸力が作用する。この格子部材が自由境界辺の座屈拘束として作用していると考えられる。一方，シェル中央では圧縮軸力が支配的となり，圧縮軸力が大きいシェル中央の部材に初期不整による曲げが入ることで，早期に座屈が発生すると考えられる。

弾塑性座屈荷重倍率 λ_{cr}^{elpl} を表 5 に示す。最大初期不整振幅の値が同じでも，α_0 が小さくなる初期不整分布形状を考慮した場合に λ_{cr}^{elpl} も小さくなる傾向が全体的に見られ，w_{i0}=50mm において k=1 のとき λ_{cr}^{elpl}=2.25，w_{i0}=100，150mm においては k=5 のとき λ_{cr}^{elpl}=1.75, 1.29 の値を取る。1.5 倍の固定荷重を許容応力度設計時に考慮したものの，w_{i0}=150mm では，λ_{cr}^{elpl} は 1.5 を下回る場合がある。これは，断面算定用として仮定した α_0(=0.5)より，解析から得られる α_0(=0.25)が非常に小さいことに起因している。

表 4 弾性座屈荷重倍率 (　)内は α_0

k	w_{i0} [mm]			
	0	50	100	150
1	4.46 (0.86)	**2.83 (0.55)**	2.25 (0.43)	1.97 (0.38)
3		4.27 (0.82)	4.19 (0.81)	4.11 (0.79)
5		3.27 (0.63)	**1.87 (0.36)**	**1.31 (0.25)**
7		4.46 (0.86)	4.46 (0.86)	4.46 (0.86)
8		3.60 (0.69)	2.82 (0.54)	2.24 (0.43)
9		3.16 (0.61)	2.67 (0.51)	2.84 (0.55)

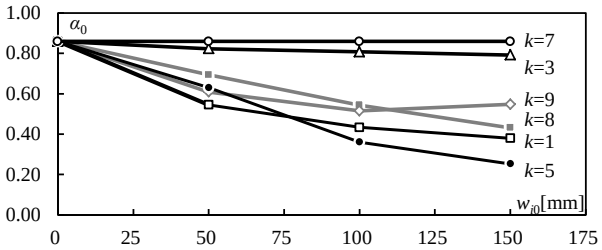


図 6 w_{i0} と α_0 の関係

表 5 弾塑性座屈荷重倍率

k	w_{i0} [mm]			
	0	50	100	150
1	2.76	**2.25**	1.87	1.62
3		2.62	2.64	2.48
5		2.43	**1.75**	**1.29**
7		2.82	2.78	2.66
8		2.42	2.04	1.82
9		2.44	1.98	1.76

4.3　荷重変位関係と崩壊メカニズム

シェル中央の節点 E における荷重と変位の関係を図 7 に示す。同図では節点 E における鉛直下向き変位を横軸としている。弾塑性座屈解析における荷重変位関係を実線，弾性座屈解析における荷重変位関係を破線で示す。最大耐力時の塑性ヒンジの様子を図 8 に示す。本研究の解析モデルでは，初期不整の有無にかかわらず，シェル中央の節点 E に接続する格子部材が最初に塑性化する。その後，完全形状では，①支持部付近の斜材に塑性ヒンジが発生し，耐力に至る。一方，初期不整振幅 w_{i0}=50mm(k=1 の線形座屈モード比例型分布)を考慮した場合は，②中央に塑性ヒンジが発生し，シェル中央の変形が進行する。この場合，最大耐力時に特定部材に塑性ヒンジは発生しない。他の形状初期不整を考慮した場合も塑性ヒンジの発生位置にばらつきがあるものの，概ねこの二つの崩壊メカニズムに大別できる。前述のように，当該構造物の格子部材は，固定荷重に対して中央で圧縮力が大きくなるが，シェル中央の斜材の圧縮力は比較的小さく，塑性ヒンジが発生した後に応力の再分配による耐力上昇が起きる。その後，初期不整の与え方によって

挙動にばらつきはあるが, 耐力は, ①支持部付近の部材, ②シェル中央の部材のどちらかの塑性化により決定する。

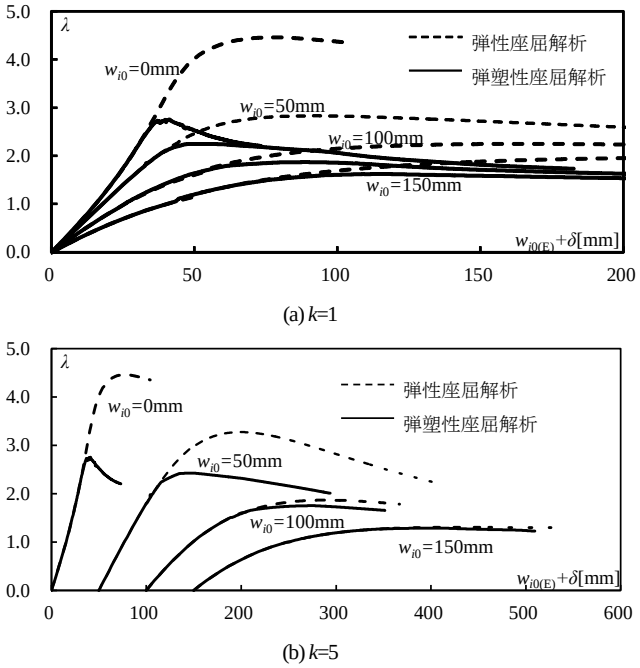


図 7　荷重変位関係(節点 E)

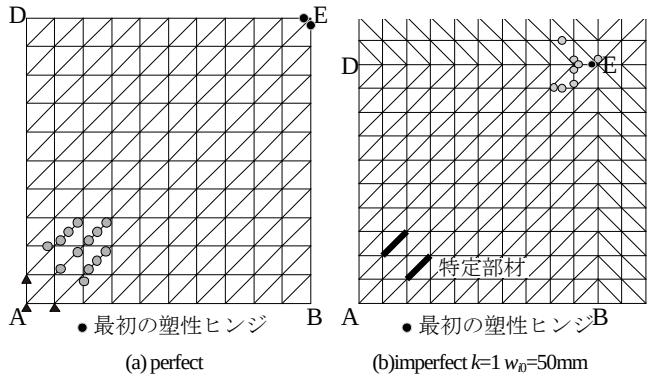


図 8 最大耐力時における塑性ヒンジの発生図

4.4　耐力推定

自由曲面ラチスシェルの耐力を特定部材の特性から推定する方法を，まず検討する。耐力の推定にあたり鋼構造設計規準式(4)を用いる。特定部材の位置は図 8-(b)に示す。ラチスシェルの耐力を柱の圧縮強度 [6]として換算した圧縮強度を縦軸にとり，これを図 9 に示す。横軸の正規化細長比 $\Lambda_{e(m)}$は，特定部材(m)の圧縮軸力から式(3)で計算する。この方法に加え，幾何線形で材料非線形を考慮した解析から塑性ヒンジが最初に現れる荷重倍率（以後，初期降伏荷重倍率と呼ぶ）λ_y を求め，正規化細長比 Λ_S を計算する式(11)の方法 [9]も検討する。なお，降伏荷重倍率 λ_yは，式(8)の降伏条件を最初に満たす荷重とする。また，同図には，既往の幾何曲面ラチスシェルに対して耐力評価式として用いられてきた修正 Dunkerley 式(10)もあわせて示す。なお，同じ w_{i0} に対して初期不整分布形状として利用した図 5 の 6 個のモードの結果をあわせて示している。本研究で対象とする構造物は，ラチスシェルの特定部材に最初の塑性ヒンジは発生しないため，式(11)で得られる正規化細長比 Λ_S は式(3)から得られる $\Lambda_{e(m)}$より小さくなる。正規化細長比の計算結果を表 6 に示す。なお，式(3)および式(11)の式中 α_0 には弾性座屈荷重の各 w_{i0} に対する下限値を用いて計算した。

$$\Lambda^2\left(\frac{N_{cr}}{N_y}\right)+\left(\frac{N_{cr}}{N_y}\right)^2=1.0 \tag{10}$$

$$\Lambda_S=\sqrt{\frac{\lambda_y}{\alpha_0\lambda_1^{lin}}} \tag{11}$$

鋼構造設計規準式と修正 Dunkerley 式による，それぞれの初期不整振幅に対する耐力の最小値を圧縮強度 N_{cr} に換算し，この換算値を鋼構造設計規準式および修正 Dunkerley 式で推定した耐力 ${}_{est}N_{cr}$ と比較し，これを表 7 に示す。なお，正規化細長比に Λ_S を用いた場合と $\Lambda_{e(m)}$ を用いた場合も比較する。

図 9 および表 7 より，Λ_Sによる耐力評価が $\Lambda_{e(m)}$を用いた場合よりも精度が高い事がわかる。また，修正 Dunkerley 式の方が, やや鋼構造設計規準式より精度が高いといえる。

初期不整が小さい場合，図 7 に示すように，構造物は塑性ヒンジが入った後に耐力上昇が発生する。これにより，数値解析の結果は推定値よりもやや高くなるが，概ね全てのケースで安全側の耐力評価ができる。当該構造物の α_0 は，球殻ドームなどと同様の傾向を示し，初期不整が大きくなると低下するものの，弾性座屈解析から適切な α_0 を求めて適用すれば，この種のラチスシェルに対しても耐力評価が可能である。

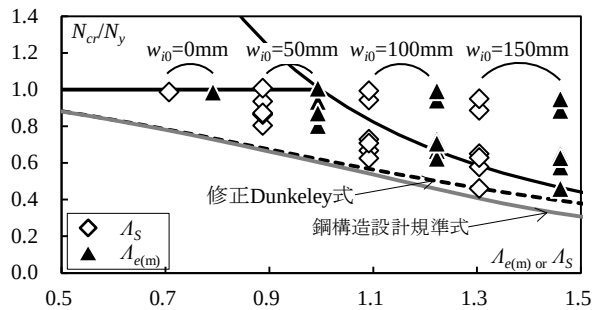


図 9 正規化細長比による耐力評価

表 6 正規化細長比の計算

	w_{i0}[mm]			
	0	50	100	150
λ_y	2.23			
α_0	0.86	0.55	0.36	0.25
$\Lambda_{e(m)}$ 式(4)	0.79	0.99	1.22	1.46
Λ_e 式(11)	0.71	0.89	1.10	1.30

表 7 $N_{cr}/_{est}N_{cr}$ の比較

		w_{i0}[mm]			
		0	50	100	150
鋼構造設計規準式	$\Lambda_{e(m)}$	1.36	1.33	1.36	1.42
	Λ_S	1.27	1.20	1.16	1.13
修正 Dunkerley 式	$\Lambda_{e(m)}$	1.34	1.25	1.42	1.17
	Λ_S	1.26	1.10	1.13	0.998

5 まとめ

本研究では自由境界辺のあるスパン 50m，高さ 14.5m の矩形平面のラチスシェルを対象として，固定荷重と地震荷重を考慮した，応力最小化形状を自由曲面ラチスシェルの一例として生成した。この自由曲面ラチスシェルに対し断面算定を進めた後，初期不整を考慮した弾性座屈荷重および弾塑性座屈荷重を数値解析から求め，その座屈性状を分析した。以下に得られた結果を要約する。

(1) 地震荷重を含む複数の荷重に対する応力最小化により形状探索したラチスシェルは，周辺の曲率が大きく中央の曲率が小さい。自由境界辺のライズが低い形状が得られる。

(2) 初期不整の与え方により異なる崩壊メカニズムが生じることを確認した。4 隅支持の自由境界辺を持つ自由曲面ラチスシェルは，支持部付近で軸力集中が起き，また，支持部付近の格子材に局所的な引張軸力が発生する。耐力時の変位分布形状および弾性座屈荷重の分析から，耐力時には自由境界辺では座屈せず，ラチスシェル内部で大きな変位が発生すること，また，圧縮軸力が支配的なラチスシェル内部に初期不整振幅があると，弾性座屈荷重，耐力が大きく低下することを確認した。

(3) 固定荷重に対しては，本研究で対象とした形状に限定されるが，適切な座屈荷重低減係数を与えることで，既往の修正 Dunkerley 式に基づいて，ラチスシェルの耐力を安全側に推定することが可能であることを確認した。ただし，さまざまな曲面形状の想定される自由曲面ラチスシェル一般に関しては，適切な座屈荷重係数をどのように定めるか，あるいはより実用的な耐力評価法の提案に関しては今後の課題である。

自由曲面ラチスシェルに対する耐力評価を行うためには応力の最小化形状だけでなく，意匠性など各種の制約により，曲げモーメントが大きく発生する形状に対しても分析を行う必要がある。これらは今後の課題としたい。

参考文献

1) 加藤史郎，庄村昌明，柴田良一，植木隆司：円形平面を有する単層ラチスドームの座屈荷重の推定，日本建築学会構造系論文集, No.439, pp.111-119, 1992.9
2) 加藤史郎，仁保裕：単層円筒ラチス屋根の部材断面算定と部材弾塑性座屈応力度に関する一考察，鋼構造論文集，第 15 巻第 57 号，pp.45-60，2008.
3) 加藤史郎，今野岳，山下哲郎：単層直交格子ドームの座屈荷重に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.636，pp.305-312，2009.2
4) 加藤史郎，吉田矩子，中澤祥二：ブレースで補剛された単層直交格子ドームの座屈耐力に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.676，pp.891-898，2012.6
5) 小河利行，加藤史郎，萩原真祐子，立石理恵：等分布荷重を受ける単層 HP ラチスシェルの座屈挙動と耐力評価，日本建築学会構造系論文集，No.553，pp.65-72，2002.3
6) 日本建築学会編：ラチスシェルの座屈と耐力，丸善株式会社，2010
7) 滝内雄二，中澤祥二，加藤史郎：補剛された自由境界辺を有する矩形平面の自由曲面ラチスシェルの構造特性の分析，構造工学論文集，Vol.61B, pp.335-342, 2015.3
8) M.Kashani, J.G.A.Croll: Lower Bound for overall buckling of spherical space domes, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.120, pp.949-970, 1994
9) S.Kato, S.Nakazawa, T.Yanagisawa, T. Yoshino: Load Factors in Buckling Load Evaluation for Metal Reticulated Spherical Domes considering Reliability of Strength, Proc. of IASS 2014, 2014
10) 山本憲司，皆川洋一，大森博司：座屈荷重を目的関数とする空間構造の形状最適化に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.564，pp.95-102，2003.2

Elastica 曲線を有するグリッドシェルの形態創生

關　和也[1)]，大崎　純[2)]，宮津裕次[3)]
1)広島大学大学院工学研究科，大学院生，m142040@hiroshima-u.ac.jp
2)京都大学大学院工学研究科，教授，博士(工学)
3)広島大学大学院工学研究院，助教，博士(工学)

1 序

グリッドシェル構造は，グリッド状の部材を変形させることによって複曲率の曲面を形成する構造物である。

グリッドシェル構造の実際の施工例は多数存在する。1975 年にドイツにおいて，Hapold と Liddell によって当時初めてとなる木造グリッドシェル(Bundesgartenschau Mannheim Multihalle)が建設された。この時，形状決定法として，グリッドシェルの部材曲げ剛性は無視できると仮定する反転法が用いられた[1)]。もう 1 つの施工例として，2002 年にイギリスに建てられた木造グリッドシェルの Downland Museum が挙げられる[2)]。これは，静的平衡状態を見つける動的計算を利用した動的緩和法を用いて形状を決定している。近年では，コンピュータの利用により曲面形状を決定する試みがなされている[3,4)]。

グリッドシェルの代表的な施工法として，図 1 に示すように，平面に直線材を格子状に組んだ格子状平板に対し，強制変位を与えることで自由曲面を形成する方法がある[5)]。曲面を構成するグリッドの部材長が一様になるような形状は，compass method などによって求めることができる[6)]。しかし，曲面形状によっては，部材軸力や接合部に作用する力が過大になる場合があり，応力を制限するための最適化手法が提案されている[7)]。著者らは，ヒンジにスロットを付加し，スロットの配置を最適化する手法を提案した[8)]。

ところで，格子部材の形状が，棒が座屈して大変形した形状である elastica[9)]に近ければ，直交方向部材からの作用力を低減できると考えられる。そこで本研究では，強制変位により得られる部材の目標形状を，elastica とすることで，接合部の作用力を低減するグリッドシェルの形態を創出する。

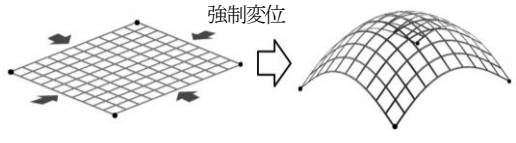


図 1　グリッドシェルの生成

2 Elastica の定義と描画

2.1 Elastica の定義

棒が座屈後に大変形したときの形状である elastica は次式で定義される。

$$M(s) = EI\kappa(s) \tag{1}$$

$$\kappa(s) = \frac{\partial\varphi(s)}{\partial s} \tag{2}$$

ここで，図 2 に示すように，s は曲線の弧長パラメータ，$\varphi(s)$は傾き，$M(s)$は曲げモーメント，E はヤング係数，I は断面 2 次モーメント，$\kappa(s)$は曲率である。

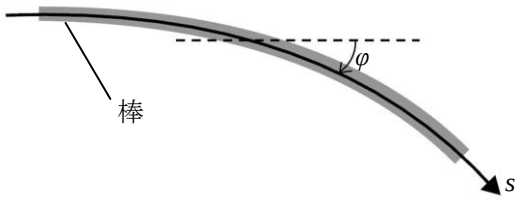


図 2　曲線の弧長パラメータと傾き

2.2 Elastica の描画

Elastica の解を解析的に求めるのは困難なので，以下のように数値的に求める。両端に水平方向荷重を受ける棒の対称性を利用して，図 3 のような構造を考える。

たわみを $z(s)$とし，曲線を $E(s) = \big(x(s), z(s)\big)$で表す。$\varphi(0) = 0, x(0) = 0, z(0) = 0, M(0) = M_0$ とし，$s = 0$ において $i = 0$ とし，以下のように $\varphi(s), z(s), M(s)$を求める。

$$\Delta\varphi_i = \frac{M_i}{EI} \times \Delta s_i \tag{1}$$

$$\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Delta\varphi_i \tag{2}$$

$$x_i = x_{i-1} + \Delta s_i \cos\varphi_{i-1} \tag{3}$$

$$z_i = z_{i-1} + \Delta s_i \sin\varphi_{i-1} \tag{4}$$

$$M_i = M_{i-1} - P \times \Delta z_i \tag{5}$$

ここで，P は水平方向外力であり，以下の例では $\Delta s_i = 0.10$ である。i を 1 から増加させ，$M_i = 0$ となったとき終了する。

一端固定とした 0.02 m×0.10 m の断面を持つ鋼板に，外力 P=1500 N（固定端モーメント M_0=3000 Nm）を与えた時の変形形状を上記の方法で求めた結果を図 3 に示す。

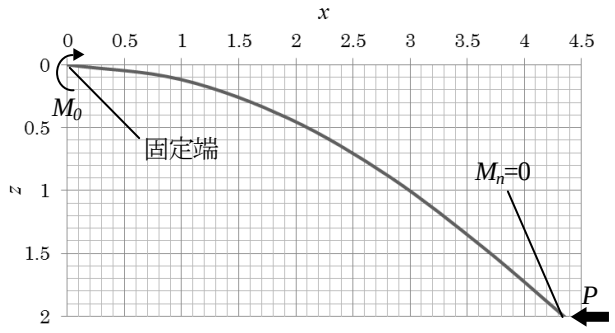


図 3　Elastica の例（M_0=3000 Nm, P=1500 N）

本研究では図 3 のように描かれる elastica を, 強制変位を与えてできるグリッドシェル部材の目標形状とする。

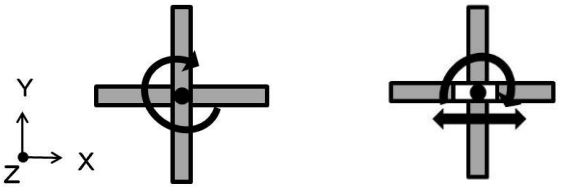
3 グリッドシェルの接合部形式

グリッドシェルの接合部形式は以下の 2 つを考える。

(1)　ヒンジ接合

(2)　ヒンジ+スロット接合

ここで，ヒンジ接合は 1 軸まわりの回転のみ自由とした接合であるが, ヒンジ+スロット接合はスロットの 1 方向にも変位可能である。図 4 に示すように，ヒンジは z 軸まわりを自由とし，スロットは x 方向に変位することとする。スロットの長さは 0.10 m である。



ヒンジ接合　　ヒンジ+スロット接合

図 4　接合部の概念図

4 グリッドシェルの形態創生

汎用有限要素解析ソフトウェアである ABAQUS Ver. 6.14[10]を用いて強制変位解析を行い，曲面を形成する。

グリッドシェルを構成する部材は鋼板とし，密度を 7850.0 kg/m^3，ヤング率を 210.0 GPa，ポアソン比を 0.30 とする。

4.1　解析例 1

1 つ目の解析例の初期格子形状を図 5 に示す。準静的載荷のパラメータを t とし, t = 0.0 ~3.0 として解析する。4 隅の z 方向と中心の xy 方向を固定とした支持条件を持つ初期格子形状の両端の辺に対して，それぞれ x 方向に $u1$=0.50 m（t=1.0），y 方向に $u2$=1.50 m（t=2.0）の強制変位を順に与え曲面を形成する（t=3.0）。この時，上に凸の曲面を形成するよう鉛直上向きに 1.0 N の仮想荷重を加える（t=1.0）。要素数は 1 つの直線に対して 20 分割した合計 440 要素とし，支点間距離は 10.0 m，格子間距離は 1.0 m である。部材断面は 0.02 m×0.10 m とし，全部材一様とする。

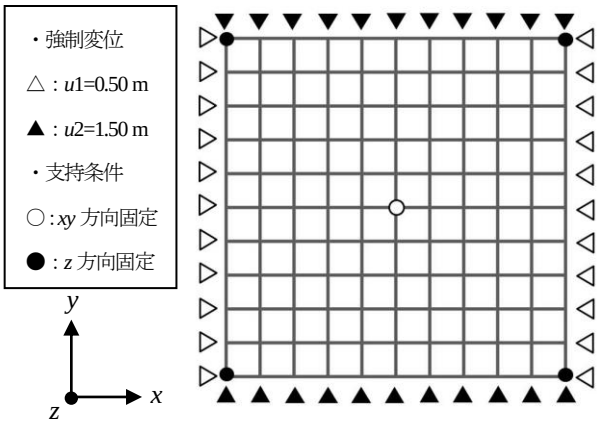


図 5　解析例 1－初期格子形状と強制変位

図 5 の格子形状に対して，接合部を以下の 2 つの場合として解析を行う。

1)　全てヒンジ接合

2)　全てヒンジ+スロット接合

4.2　解析結果 1

部材に関する座標系の方向を図 6 に，全てヒンジ接合の場合と全てヒンジ+スロット接合の場合の解析結果をそれぞれ図 7，図 8 に示す。また接合部の応力値を表 2 にそれぞれ示す。表 1 の平均値は各値の絶対値の合計を接合部数で割った値であり, CTF1 は u 方向のせん断力, CTF2 は v 方向のせん断力, CTF3 は w 方向の軸力, CTM1, CTM2，CTM3 はそれぞれ u，v，w 軸まわりのモーメントの値である。強制変位により得られるグリッドシェルの接合部において着目すべきは部材同士が部材の面外方向へと外れようとする力である。よって CTF1 の最大値, 最小値（ともに絶対値）とそれぞれの位置を表 1 と図 7, 図 8 の平面図にそれぞれ示す。また，図 9，図 10 に目標形状とする elastica とヒンジ接合，ヒンジ+スロット接合としたそれぞれの場合の解析により得られたグリッドシェルの部材形状を示す。

解析結果より，いずれの場合も，平面に並べた格子形状に対して 2 方向にそれぞれ等しい強制変位を与えるこ

とで，2 つの曲率からなる曲面形状が得られた。

表 1 を見ると，ヒンジ+スロット接合とした場合の応力値はヒンジ接合の場合と比べ，大幅に低減できていることがわかる。これより，強制変位によりグリッドシェルを形成する際，接合部をヒンジ+スロットとすることが有効であると言える。また，CTM1 の平均値は本来 0 となるが，強制変位解析時のグリッドシェルの挙動を安定させることを目的に剛性の小さなバネを設けているため，わずかな反力が生じている。

図 9，図 10 を見ると，いずれの場合においても，図 5 のような初期格子形状に対して，両辺にそれぞれ等しい強制変位を与えて得られるグリッドシェルの部材形状は，elastica の目標形状に非常に近似した形状となることが確認できる。

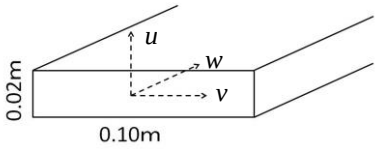
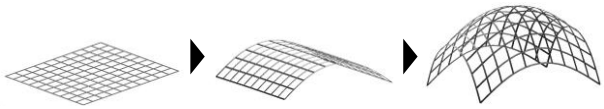
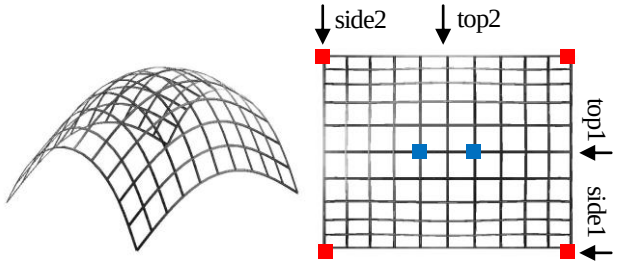


図 6　部材座標系

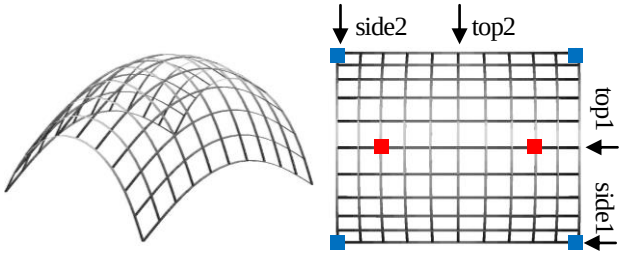


(a)　解析時刻歴



(b)　アイソメトリック図　　(c)　平面図

図 7　解析結果 1－全てヒンジ接合



(a)　アイソメトリック図　　(b)　平面図

図 8　解析結果 1－全てヒンジ+スロット接合

表 1　接合部応力

接合部形式	ヒンジ	ヒンジ+スロット
CTF1 平均値	2650 N	19.0 N
CTF2 平均値	3500 N	139 N
CTF3 平均値	3470 N	130 N
CTM1 平均値	26.5 Nm	77.3 Nm
CTM2 平均値	4970 Nm	25.8 Nm
CTM3 平均値	2720 Nm	26.1 Nm
CTF1 最大値: ■	11759 N	320.8 N
CTF1 最小値: ■	165.4 N	1.12×10^{-32} N

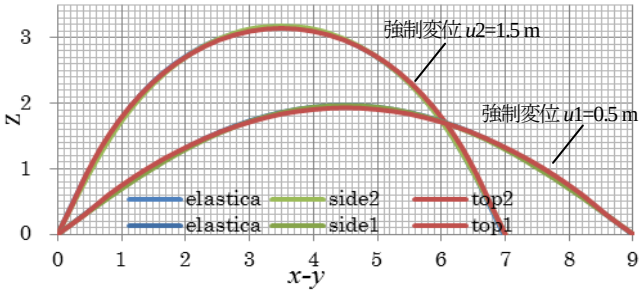


図 9　Elastica とヒンジ接合の部材形状

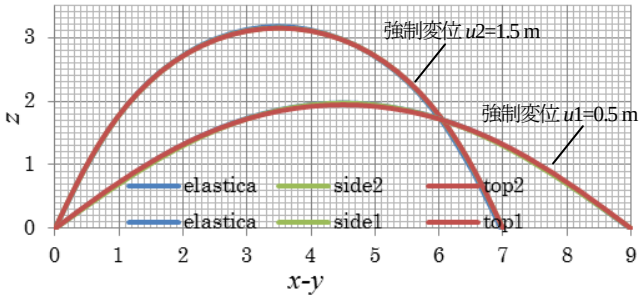


図 10　Elastica とヒンジ+スロット接合の部材形状

4.3　解析例 2

2 つ目の解析例の初期格子形状を図 11 に示す。解析は時刻 t = 0.0 ~2.0 として行う。4 隅の z 方向，強制変位方向の直交方向と中心の xy 方向を固定とした支持条件を持つ初期格子形状の支持点に対して，x 方向，y 方向に $u1$=0.50 m 強制変位を同時に与え曲面を形成する。この時，上に凸の曲面を形成するよう鉛直上向きに 1.0 N の仮想荷重を加える（t=1.0）。要素数は 1 つの直線に対して 20 分割した合計 220 要素とし，支点間距離は 7.1 m，格子間距離は長辺 1.4 m，短辺 1.0 m である。部材断面は 0.015 m×0.060 m とし，全部材一様とする。接合部は以下の 2 つの場合で解析を行う。

1)　全てヒンジ接合

2)　全てヒンジ+スロット接合

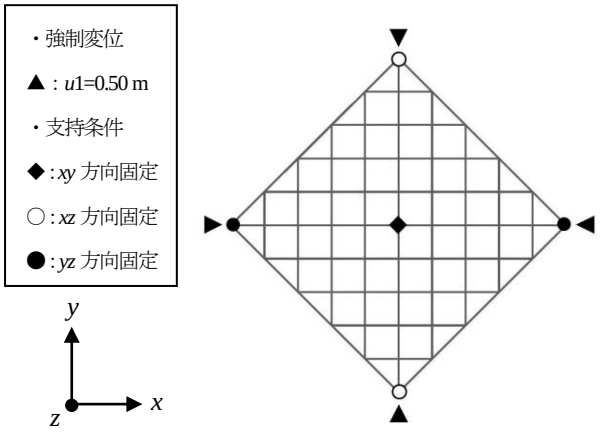


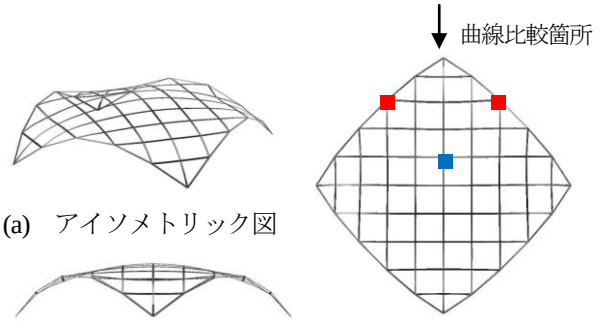
図 11　解析例 2－初期格子形状と強制変位

4.4　解析結果 2

ヒンジ接合, ヒンジ+スロット接合それぞれの場合の解析結果を図 12，図 13 に示す。また，接合部の応力値を表 2 に, 目標形状とする elastica とそれぞれの接合部形式の場合の解析により得られた部材形状を図 14 に示す。

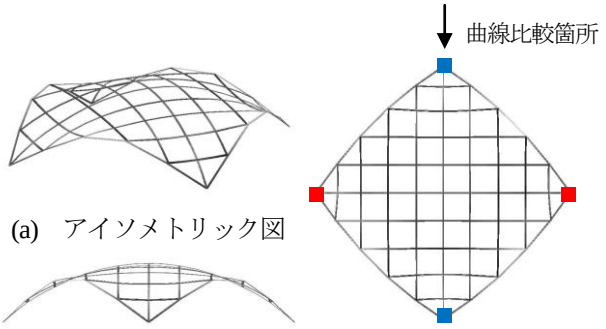
解析結果より，表 2 を見ると，解析例 1 の場合と同様に，ヒンジ+スロット接合の接合部応力はヒンジ接合の場合に比べ，大幅に低減できていることがわかる。

図 14 を見ると，図 11 のような初期格子形状に対して 4 隅の支点のみに強制変位を与えてできるグリッドシェルの部材形状は，いずれの場合も目標形状である elastica の形状とは離れた形状となっていることが確認できる。一方で，ヒンジ接合の場合とヒンジ+スロット接合の場合とを比べると，接合部に緩みをもつヒンジ+スロット接合の場合の方が, 直交格子からの影響が少なく, elastica に近い形状が得られている。これより，ヒンジ+スロット接合とすることが，elastica を目標形状とするグリッドシェルの接合部形式として有効であると言える。



(a)　アイソメトリック図　　(b)　立面図　　(c)　平面図

図 12　解析結果 2－全てヒンジ接合



(a)　アイソメトリック図　　(b)　立面図　　(c)　平面図

図 13　解析結果 2－全てヒンジ+スロット接合

表 2　接合部応力

接合部形式	ヒンジ	ヒンジ+スロット
CTF1 平均値	1570 N	131 N
CTF2 平均値	7030 N	2840 N
CTF3 平均値	1570 N	883 N
CTM1 平均値	0.965 Nm	10.3 Nm
CTM2 平均値	280 Nm	9.52 Nm
CTM3 平均値	455 Nm	1.87 Nm
CTF1 最大値 : ■	7685 N	3256 N
CTF1 最小値 : ■	6.032 N	3.11×10^{-12} N

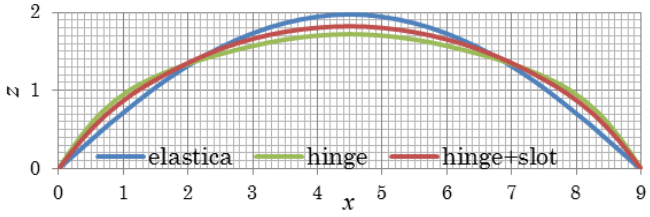


図 14　Elastica と解析後の部材形状

4.5　解析例 3

4.4 節では図 11 のような初期格子形状に対して，4 隅の支点のみに強制変位を与えた場合，得られるグリッドシェルの部材形状は，ヒンジ接合の場合と比べ，直交格子からの影響が小さいヒンジ+スロット接合とした場合の方がわずかに目標形状である elastica に近づくものの，いずれの場合も概ね離れた形状であった。そこで本節では，部材断面を全部材一様から，図 15 のように，強制変位を与える部材を大断面，その他の部材を小断面に変更することで，他の部材から強制変位を与える部材への影響を低減させることを目的に，目標形状である elastica

の部材形状を持つグリッドシェルを創出する。そして，elastica の部材形状を有するグリッドシェルにおける接合部への影響を検証する。

4.3 節の総部材質量 1047 kg と同程度の値となるよう，強制変位を与える中央の 2 本の直線部材を 0.02 m×0.10 m の断面，その他を 0.01m×0.05 m の断面とする（総部材質量 1052 kg）。支持条件や強制変位の値は 4.3 節の場合と同様とし，接合部を以下の 2 つの場合として解析を行う。

1) 全てヒンジ接合
2) 全てヒンジ+スロット接合

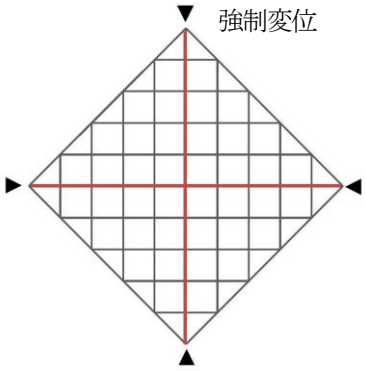


図 15 大断面部材位置（——：大断面部材）

4.6 解析結果 3

強制変位を与える部材を大断面とした解析結果において，ヒンジ接合，ヒンジ+スロット接合の場合をそれぞれ図 16，図 17 に示す。また，接合部の応力値を表 3 に，目標形状とする elasitica とそれぞれの接合部形式の場合の解析により得られた部材形状を図 18，図 19 に示す。

解析結果より，図 18，図 19 を見ると，図 15 のように強制変位を与える部材を大断面とすることで，強制変位により得られるグリッドシェルの部材形状は，いずれの接合部形式の場合でも，目標形状とした elastica となることが確認できる。

表 3 より，接合部応力は，表 2 の全部材断面一様のヒンジ接合，ヒンジ+スロット接合のそれぞれの場合と比べて，強制変位を与える部材を大断面とし，得られるグリッドシェル部材に elastica を有することで，接合部の応力を大幅に低減していることが確認できる。

これより，格子状平板に対して強制変位を与えることによりグリッドシェルを形成する際，そのグリッドシェル部材に elastica を有することで，接合部への作用力を低減できることから，部材の目標形状を elastica で決定することが有効であると言える。

また表 6 より，異なる部材断面を用いた場合においても，ヒンジ接合と比べ，ヒンジ+スロット接合の応力値は大幅に低減できていることが確認できる。特に，CTF1 平均値は非常に小さな値を示しており，CTF1 最大値も他の場合と比べ，大幅に低減できている。目標形状を elasitca で決定し，加えて接合部形式をヒンジ+スロット接合とすることで，接合部への作用力低減に関して，大きな効果が期待できると言える。

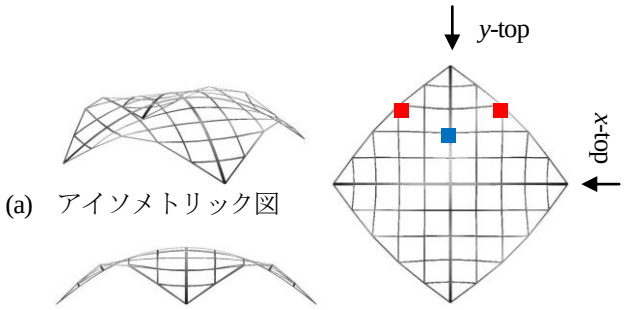


図 16 解析結果 3－全てヒンジ接合

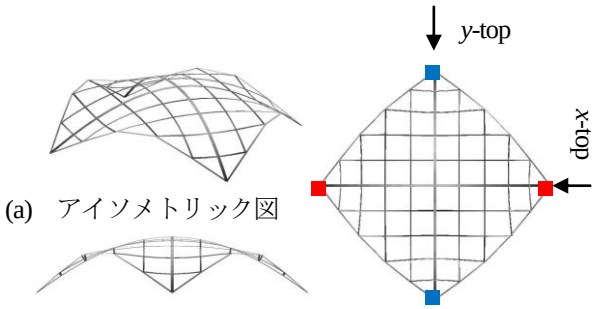


図 17 解析結果 3－全てヒンジ+スロット接合

表 3 接合部応力

接合部形式	ヒンジ	ヒンジ+スロット
CTF1 平均値	574 N	32.9 N
CTF2 平均値	2380 N	944 N
CTF3 平均値	1400 N	280 N
CTM1 平均値	1.43 Nm	8.75 Nm
CTM2 平均値	111 Nm	7.39 Nm
CTM3 平均値	145 Nm	1.47 Nm
CTF1 最大値 : ■	2232 N	783.4 N
CTF1 最小値 : ■	8.162 N	1.87×10^{-12} N

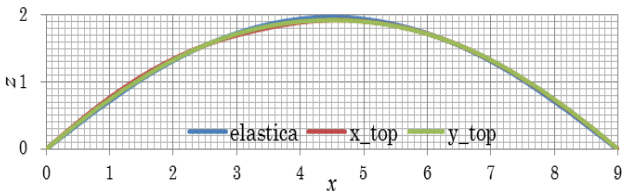


図 18　Elastica とヒンジ接合の部材形状

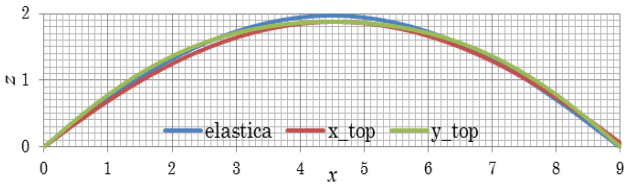


図 19　Elastica とヒンジ+スロット接合の部材形状

5 結論

本研究では，平面に組んだ格子状平板に対して，強制変位を与えることで得られるグリッドシェルが持つ部材の目標形状を elastica としたときの接合部への作用力を，接合部形式をヒンジ接合，ヒンジ+スロット接合のそれぞれの場合において，2 つの解析モデルを対象に検証した。その成果を以下に示す。

1. 格子状平板に対して，強制変位を与えることでグリッドシェルを創生する際，部材の目標形状を elastica とすることで，接合部における作用力の大幅な低減が可能である。
2. 強制変位により得られるグリッドシェルの部材同士の接合をヒンジ+スロット接合とすることで，接合部の作用力を大幅に低減するグリッドシェルの創出が可能である。
3. 正方形の格子形状に対して，両辺にそれぞれ等しい強制変位を与えてできるグリッドシェルの部材形状は，それぞれの方向に関して，目標形状である elastica となり，強制変位により得られる曲面形状の把握が容易である。
4. 格子状平板に対し，局所的に強制変位を与えた場合，接合部形式をヒンジ+スロット接合，もしくは強制変位を与える部材を大断面とすることで，直交格子間の相互作用を低減し，強制変位を受ける部材形状は，目標形状である elastica に近い形状が得られる。
5. 接合部応力の最大値と最小値の幅が大きく，応力にバラツキが生じているため，今後はスロット幅を接合箇所ごとに指定することで，接合部応力が一様となるグリッドシェルの形態を検討する。

参考文献

1) S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal and C. Williamd (Eds.), Shell Structures for Architecture, Routledge, 2014.
2) R. Harris, J. Romer, O. Kelly and S. Johnson, Design and construction of the downland gridshell, Building Reseach & Information, Vol. 31(6), pp. 427-454, 2003.
3) S. Pone, S. Colabella, B. D'Amico, A. Fiore, D. Lancia and B. Parenti, Timber post-formed gridshell: Digital form-finding / drawing and building tool, Proc. IASS 2013, Wroclaw, Poland, Paper No. 1276, 2013.
4) M. Kuijvenhoven and P. C. J. Hoogenboom, Particle-spring method forform finding gridshell structures consisting of flexible members, J. Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Vol. 53(1), pp. 31-38, 2012.
5) 山本憲司,中村達哉,本間俊雄:格子状平板の初期曲げにより形成されるグリッドシェルの形状解析,日本建築構造系論文集, Vol. 66(668), pp. 1803-1812, 2011.
6) F. Tayeb, B. Lefevre, O. Baverel, J. F. Caron and L. Du Peloux, Design and realisation of composite gridshell structures, J. Int. Assoc. Shell and Spatial Struct., Vol. 56(1), pp. 49-59, 2015.
7) L. Bouhaya, O. Baverel and J. Caron, optimization of gridshell bar orientation using a simplified genetic approach, Struct. Multidisc. Optim., Vol. 50, pp. 839-848, 2014.
8) A. Matsuo, M. Ohsaki, Y. Miyazu, Optimization of elastically deformed gridshell with partiall released joints, Proc. IASS WG. 12+18 International Colloquium 2015, Tokyo, Paper No. 15T–03, 2015.
9) S. Adriaenssens and M. Barnes, Tensegrity spline beam and grid shell structures, Eng. Struct., Vol. 23, pp. 29-36, 2001.
10) ABAQUS Ver. 6.14 Documentation, Dassault Systems, 2014.

曲げ歪エネルギー率を用いた自由曲面シェルの形状評価に関する研究

打樋　勇人[1)]，山本憲司[2)]
1)東海大学大学院工学研究科建築学専攻，大学院生
2)東海大学工学部建築学科，准教授，博士(工学)

1 はじめに

近年、建築の設計プロセスにBIMや3D-CADが使われるようになり、意匠、構造、設備といった設計作業での情報伝達が容易になった。さらに、構造材料や構造解析技術の発達により、これまでは、不可能であった複雑な形態の大スパン構造が数多く建設されるようになった。単純な幾何学関数では表現できない自由曲面シェルの建設例が増えている。その為、初期の設計段階でデザイナーがシェル形状の力学的性能を検討する場合や既存のシェル構造物に対して第三者に建物の力学性能を説明する上でも有用な指標になり得るものと考える。

本研究では、Rhinoceros[1)]と付属ソフトのGraasshopperを利用して3D-CAD上で描画された曲面を瞬時に有限要素解析モデルにモデル化し、構造解析可能な環境を構築する。シェル形態を評価する指標として、外力により生じる歪エネルギーのうち曲げ歪エネルギーの占める割合（以降曲げ歪エネルギー率と呼ぶ）を算定する。曲げ歪エネルギーの値が小さければ曲げモーメントが小さくなりシェル効果が高いと言える。ドーム、円筒と言った古典的なものから複雑な自由曲面まで様々な形状のシェルを数値解析し曲げひずみエネルギー率がどの様な範囲の値を取るか調査し、形状を評価する上での指標となるか検討を行う。

2 解析方法

2.1　3D-CADを用いた解析環境の構築

3D-CADのRhinocerosと補助プログラミングソフトのGrasshopperを用い解析モデルを作図する。Grasshopperを利用して3D-CAD上で描画された曲面を瞬時に有限要素解析モデルにモデル化し、CAD上で構造解析が可能な環境を構築した。

曲面のメッシュには、GrasshopperのMeshBrepコマンドを用いて生成し、Trianglateコマンドより三角形メッシュに変換する。その後重複節点の除去をVBScriptで行いメッシュの座標や接続情報をテキストファイルとして外部に出力する。その後Grasshopperで後述のFortran言語を用いて作成した有限要素解析プログラムを呼び出し実行できるようにした。境界条件の設定なども自動的に行えるように工夫した。

本アルゴリズミックデザインを使用する事でデザイナーにも容易に構造解析が可能である。Grasshopperで作成したプログラムの概要を図1に示す。

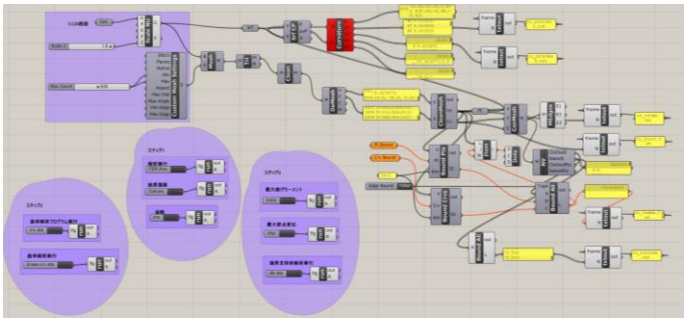


図1　Grasshopperによるプログラム

2.2　曲げ歪エネルギー率の算定方法

有限要素解析プログラムはFortran言語を用いて作成した。面内変形要素には定ひずみ三角形要素を面外変形要素にはZienkiewichらの非適合三角形要素を用いている[2)]。曲げ歪エネルギー率は次式より算定する。

$$U_b/U = \mathbf{d}_b^{\mathrm{T}}\mathbf{K}_b\mathbf{d}_b / \mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{K}\mathbf{d} \qquad (1)$$

ここで、U_bは曲げ歪エネルギー、Uは歪エネルギー、$\mathbf{d}_b$は面外節点変位ベクトル$\mathbf{K}_b$は曲げ剛性マトリクス、$\mathbf{d}$は節点変位ベクトル、$\mathbf{K}$は剛性マトリクスを示す。

2.3　解析モデル

解析モデルは、H.Islerが1959年のIASS国際会議で示した”New shapes for shells”のスケッチ[3)]を参考に26種類のモデルを作図した。H.Islerのスケッチ図と実際に作図した解析モデルを図2に示す。また、各モデルは、ライズスパン比(H/S)を0.1,0.2,0.3,0.4,0.5と変化させる。

解析条件は次の様に仮定する。境界支持点は、Z=0の平面上の節点をピン支持としそれ以外は全て自由端とする。また、点支持されたモデルは支持点付近の応力が過大となるのを避けるため隣接節点もピン支持するものと

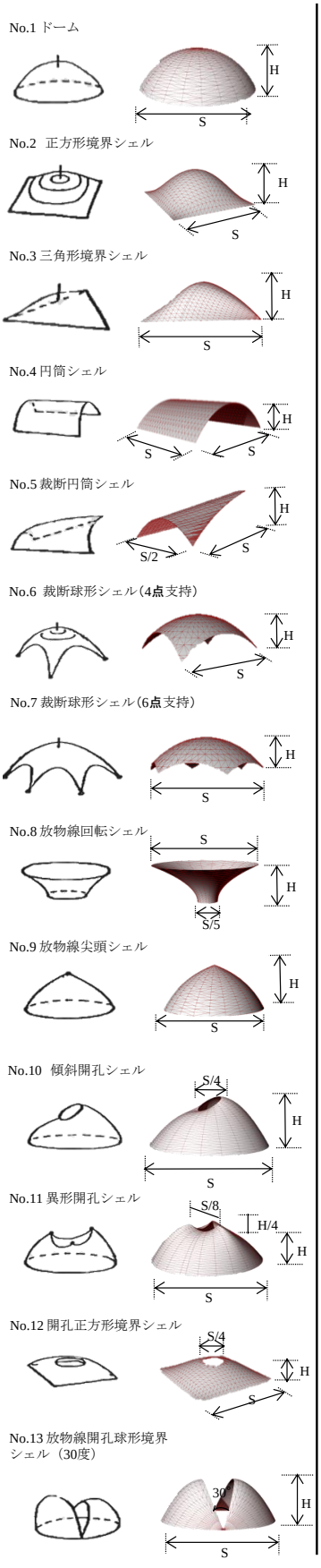


図2　左図H.Islerのスケッチ、右図解析モデル

する。シェル厚は、$\sqrt{\text{シェルの表面積}}\times 1/200$ と仮定する。材料は、RC と仮定し、ヤング率 21GPa、ポアソン比 ν は 0.17、単位体積重量は 24kN/m^3 とする。外力は 9.8m/s^2 の一様な加速度外力を x,y,z 方向にそれぞれ与えた。要素数は、1000 程度である。ただし、No.19～No.26 のモデルは形状が複雑である為要素を 3000 程度で解析を行っている。

以上の条件により(1)式で算出される曲げ歪エネルギー率はスパンの大きさに影響を受けない。この為、形状の大きく異なるモデルどうしの比較が可能である。ただし、解析では便宜上図 2 中の代表スパン S を 40m としてモデル化を行い、26 種類×ライズスパン比 5 種類×外力 3 方向（ただし No.20 のモデルはプログラムの関係上ライズスパン比 0.1～0.3 のみ分析）の 388 モデルの曲げ歪エネルギー率の算定を行った。

3　U_b/U と最大応答変位量との関係

U_b/U と最大応答変量の関係を調査する。ただし、ここでの結果はライズスパン比 0.2 のモデルの応答結果を用いて検討を行っている。

3.1　最大曲げモーメント

U_b/U が小さい程シェル効果が高い事を示す為、シェル面に発生する最大曲げモーメントと U_b/U の関係を調査する。ここで最大曲げモーメントは、モデルの形状やスパンに依存することから、シェルの総重量で除して無次元化する。最大曲げモーメントと U_b/U の関係を図 3 に示す。図の■は鉛直外力、●は水平外力による結果である。水平外力による結果は x,y の 2 方向のうち大きな U_b/U が生じた方向の結果を示している。多少のバラつきは見えるが鉛直外力、水平外力共に U_b/U が小さいほど最大曲げモーメントが小さくなる傾向にある。また、図 3 は 2 軸で表しており、右側の縦軸は自重を受ける単純支持された円板に生じる最大曲げモーメントとの比を表す。自重を受ける単純支持円板の最大曲げモーメントは文献[4]に従うと次式で表される。

$$\frac{M_{\max}}{W}=\frac{3+\nu}{16\pi} \qquad (2)$$

ここで、$\nu=0.17$ を代入すると $M_{\max}/W=0.0632$ となる。

26 種類のモデルの中で最も最大曲げモーメントが発生しているモデルと単純支持円板を比較した時最大曲げモーメントは半分程度であり大きな曲げモーメントが発

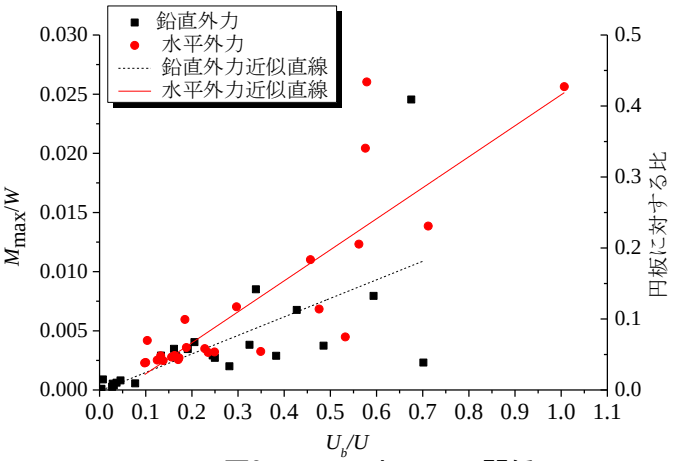


図3　M_{max}/WとU_b/Uの関係

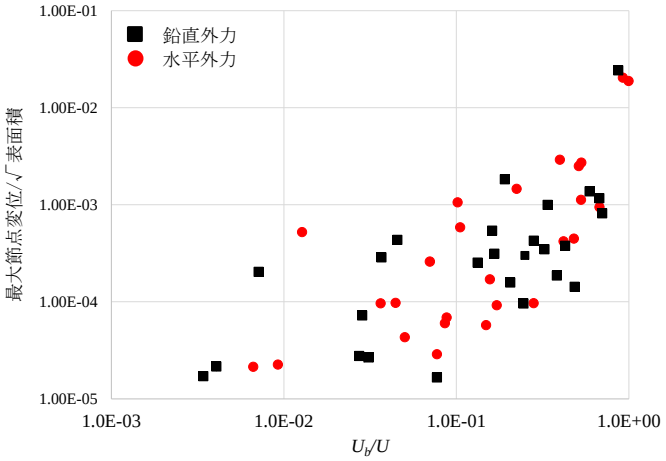


図4　最大節点変位とU_b/Uの関係

生している。なお、縦軸の最大曲げモーメントは、2.3節で述べた解析条件に従えば横軸のU_b/Uと同様にモデルの大きさ（スパン）には依存しない。

3.2　最大節点変位

次に最大節点変位とU_b/Uの関係を図4に示す。プロットの意味は先と同様である。水平外力、鉛直外力ともにU_b/Uが小さいほど最大節点変位が小さい傾向にあり、シェルの剛性が高いと考えられる。

なお、縦軸は完全には無次元化されておらず最大変位は解析モデルのスパンに依存する為、ここでは代表スパンSをすべて40mとした場合の解析結果である。

以上よりU_b/Uが小さいほど最大曲げモーメント、最大節点変位が小さい傾向にあることが分かる。以降の章ではシェル形状と曲げ歪エネルギー率の関係について考察を行う。

4　シェル形状とU_b/Uの関係

4.1　水平外力U_b/Uと鉛直外力U_b/Uの関係

26種類の解析モデルのU_b/Uの解析結果を図5に示す。横軸は鉛直外力、縦軸は水平外力（x,y軸方向の大きい方の値）によるU_b/Uを表している。線種はモデル毎に変えておりライズスパン比の異なるモデルを直線で結んでいる。全体的にU_b/Uは右肩上がりに分布しており、鉛直外力に対してU_b/Uの大きいモデルでは、水平外力に対してもU_b/Uが大きい傾向にある。

単純な曲面を有し境界部が全て支持されたドーム形状のモデル(No.1,No.2,No,3,No.9)は、No.3を除いてU_b/Uは0.05程度の値をとっておりシェル効果が高いと考える。No.3のモデルは、U_b/Uが0.15と多少大きいものの他のモデルと比べ相対的に小さい。

境界部が全て支持され複数の曲面を結合して構成されているモデル(No.19,No20)は、鉛直外力によるU_b/Uが0.25～0.5程度の値を取りNo.19積層ドームは曲げ歪エネルギーが半分程度発生している。

頂部に円形の開孔があるモデル(No.10,No.12)は、U_b/Uが0.1～0.3程度であり開孔のないモデルより多少大きくなっている。一方、複雑な開孔を有するモデル(No.11,No.14)は、U_b/Uの値が0.5程度の大きな値が生じている。

ドーム形状のシェルを裁断したモデル(No.13,No.15,No16,No.17)は、ドーム形状のモデルに比べU_b/Uは大きくなる傾向にあるが、大きいものでも0.3程度である。

境界部がアーチ形状で点支持されたモデル(No.6,7,18,22,23,24,25)では、水平外力によるU_b/Uが0.4～0.8程度と面外力が多く発生しておりシェル効果が小さいモデルとなっている。また、曲面が凹凸になっているモデル(No.22,No.23,No.24)は鉛直外力によるU_b/Uが0.1～0.25程度と水平外力と比べ面外力の発生が小さい。

モデルの形状によりU_b/Uが大きく異なる結果となった。また同じ形状でもモデルによってはライズスパン比によりU_b/Uが大きく変化する結果となった。

4.2　U_b/Uと境界支持率の関係

U_b/Uに対して影響を与えている要因の一つとして、境界支持率との関係を示す。境界長さのうちピン支持されている境界長さの割合を境界支持率とする。ここで縦軸に鉛直外力によるU_b/Uを横軸に境界支持率を取り両者の関係を図6に示す。同じ境界支持率でもU_b/Uの値は大きく異なる分布となった。特に、点支持されたモデルでは、ライズスパン比の違いによりU_b/Uが0.1～0.9前

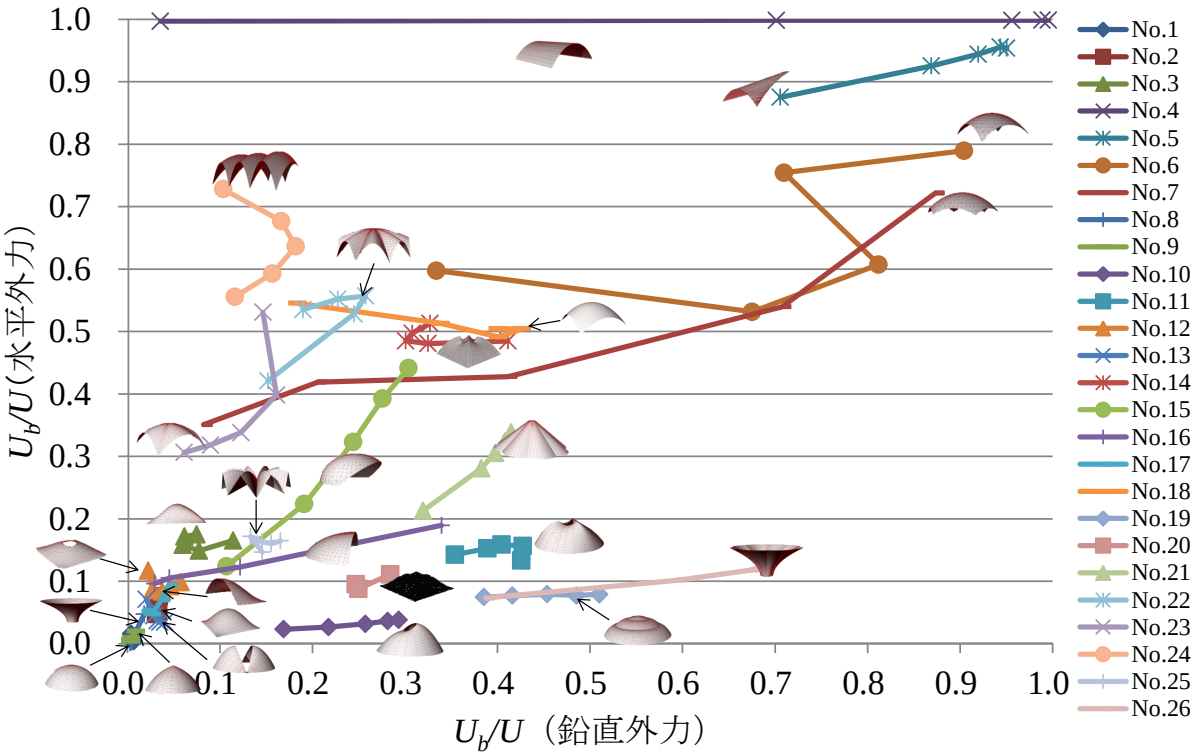


図5　U_b/U(水平外力）とU_b/U(鉛直外力）の関係

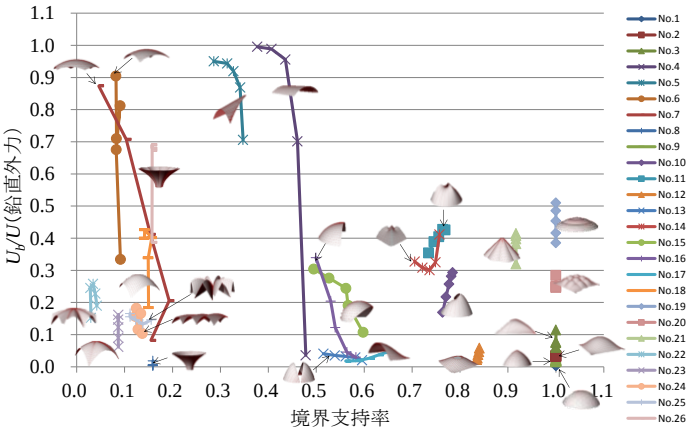


図6　U_b/U(鉛直外力）と境界支持率の関係

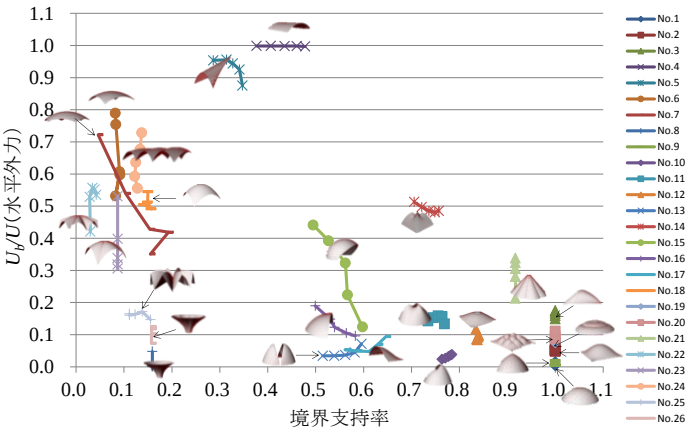


図7　U_b/U(水平外力）と境界支持率の関係

後と広い範囲を取り大きく変動する傾向にある。同様に境界支持率と水平外力によるU_b/U の関係を図7に示す。鉛直外力の場合に比べてライズスパン比の違いによるU_b/U の変動は小さかった。境界支持率が大きい程U_b/Uが小さい傾向にある。水平外力、鉛直外力のU_b/U に対して境界支持率が与える影響は大きいことが分かる。また、鉛直外力に対しては、ライズスパン比（曲率）によりU_b/U が大きく変動している。シェルの形状決定法として吊り下げ実験や形状最適化などが用いられているが、ここでの結果はこうした形状選択の重要性を示唆する結果であると考える。

4.3　U_b/U と曲面凹凸の関係

次に、U_b/U に影響を与えている要因として曲面の凹凸が考えられる。ここでは曲面の凹凸の大きさを評価する関数として次式を用いる。

$$J=\int_S\left[\left(\bar{\kappa}_{\max}-\kappa_{\max}\right)^2+\left(\bar{\kappa}_{\min}-\kappa_{\min}\right)^2\right]dS \qquad (3)$$

ここで、$\kappa_{\max}$ は最大主曲率、$\kappa_{\min}$ は最小主曲率であり、S は表面積を表す。$\bar{\kappa}_{\max}$、$\bar{\kappa}_{\min}$ は曲面の平均的な主曲率であり次式で与える。

$$\bar{\kappa}_{\max}=\frac{\int_S \kappa_{\max} dS}{S},\quad \bar{\kappa}_{\min}=\frac{\int_S \kappa_{\min} dS}{S} \qquad (4)$$

上式を図 2 の解析モデルに適用すると、複数の曲面を繋ぎ合わせたモデルでは、曲面の繋ぎ目で曲面が評価できない。曲面の凹凸とU_b/U の大まかな傾向を調査することが目的であるので(3)式の正確な値は必ずしも必要としない。この為、モデルが有限要素解析のために離散化されていることを利用して、離散曲面から近似的に主曲率を算出することにした。

主曲率κ とガウス曲率K 、平均曲率H には次の関係がある。

$$\kappa = H \pm \sqrt{H^2 - K} \qquad (5)$$

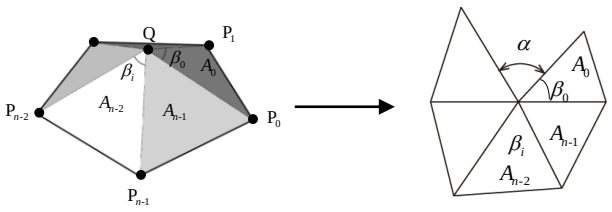
上式の関係を用いることにし、ガウス曲率、平均曲率を離散曲面から次のように近似的に求める。

・ガウス曲率

任意の節点 Q とこれに接続する $P_0,\ldots,P_{n-1}$ の節点で構成される離散曲面の部分領域（図 8 左図）を考える。この時、節点 Q の位置におけるガウス曲率を次式により算出する。

$$K=\frac{\alpha}{A},\quad \alpha=2\pi-\sum_{i=0}^{n-1}\beta_i,\quad A=\frac{1}{3}\sum_{i=0}^{n-1}A_i \qquad (6)$$

ここに、A_i は△$QP_{i-1}P_i$ の面積、β_i は∠$P_{i-1}QP_i$ の角度である（ただし、$P_n=P_0$ とする）。α は図 8 右図のように部分領域を平面に展開した時の余った角度に相当する。



(a)　立体図　　(b)　平面展開図

図8　頂角と面積の関係

・平均曲率

平均曲率は、$\overline{QP}_i$ 方向の法曲率κ_i [7]を離散的に求めた後、これらの法曲率κ_i の支配角度を重みとした平均値として次式のように算出する。

$$H=\frac{\sum_{i=0}^{n-1}\left(\frac{1}{2}\beta_i+\frac{1}{2}\beta_{i-1}\right)\times\kappa_i}{\sum_{i=0}^{n-1}\beta i} \qquad (7)$$

ただし、$\beta_{-1}=\beta_{n-1}$ である。また、(6)式,(7)式で算出されるガウス曲率、平均曲率の精度について検討を行った内容を付録に示す。

J の値と鉛直外力時のU_b/U の関係を図 9 に示す。また、J の値と水平外力時のU_b/U との関係を図 10 に示す。ドーム形状や円筒モデルの評価値は限りなく 0 に近づき、複雑な曲面を有する No.19 から No.26 のモデルなどは、100 前後の大きな値を取っており、曲面の凹凸の視覚的な印象と J の値との大小関係は概ね対応することが確認できる。しかし、鉛直外力、水平外力ともにJ とU_b/U の相関性は小さかった。

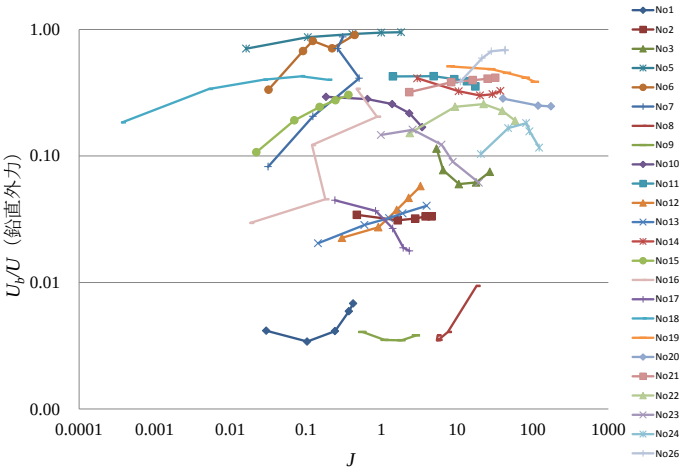


図9　U_b/U（鉛直外力）とJの関係

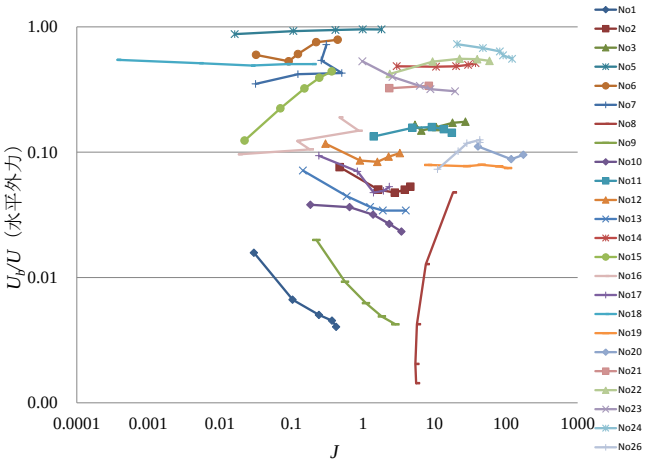
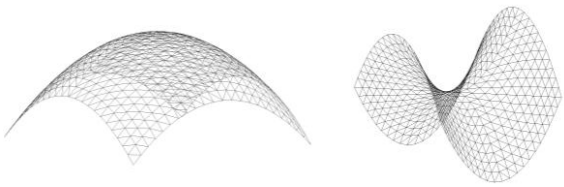


図10　U_b/U（水平外力）とJの関係

5　結

本研究では、近年建設事例が増加傾向にある自由曲面シェルに対して、その曲面形状の力学的な良否を判断する指標のひとつとして曲げ歪エネルギー率を用いることを提案し、その適用性について検討した。3D-CAD 上で作成した自由曲面を瞬時に構造解析可能な環境を構築し、様々な形状のシェルに対して曲げ歪エネルギー率の算定を行った。外力は一様な水平外力と自重が作用する場合に発生する曲げ歪エネルギー率についてシェル形状と最大応答量との関係について詳細に調査しその傾向を分析した。

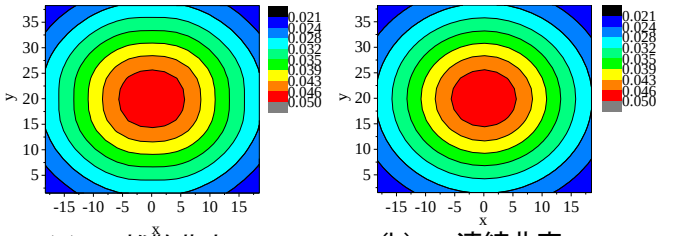


(a)　EP曲面　　(b)　HP曲面

付図1 EP曲面,HP曲面の要素分割

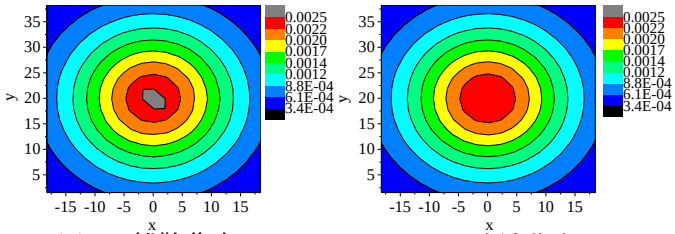
付録　離散曲率と連続体シェルの曲率との比較

4.3 節で示した近似ガウス曲率、近似平均曲率の精度について検討する。検討するモデルは、スパン 40m,ライズ 20m の EP 曲面と HP 曲面である。要素分割されたモデルの形状を付図 1 に示す。EP 曲面のモデルに対し本文(6)式により算定された近似ガウス曲率の等高線を付図 2.1 (a)に示す。また比較の為に連続体シェルのガウス曲率の等高線を付図 2.1(b)に示す。同様に EP 曲面について本文(7)式算定される近似平均曲率と実際も値との比較を付図 2.2 に示す。同様に HP 曲面の場合の比較を付図 3.1、付図 3.2 に示す。両図を比較すると両者の値は良く一致していることが確認できる。



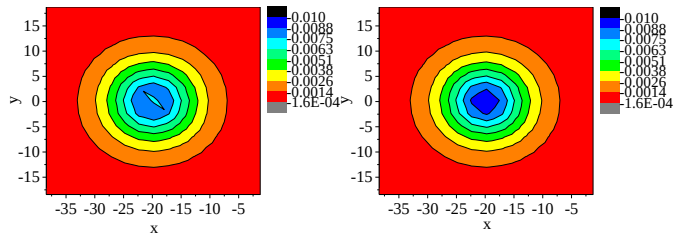
(a)　離散曲率　　(b)　連続曲率

付図2. 1　EP曲面 ガウス曲率の比較



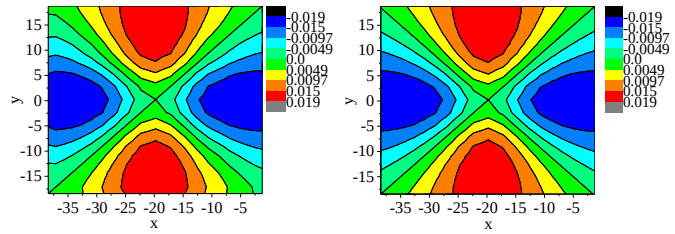
(a)　離散曲率　　(b)　連続曲率

付図2. 2　EP曲面 平均曲率の比較



(a)　離散曲率　　(b)　連続曲率

付図3. 1　HP曲面 ガウス曲率の比較



(a)　離散曲率　　(b)　連続曲率

付図3. 2　HP曲面 平均曲率の比較

参考文献

1) ノイズ・アーキテクト：Rhinoceros+Grasshopper 建築デザイン実践ハンドブック, 彰国社, 2011.9
2) 鷲津久一郎他：有限要素法ハンドブック I 基礎編 , 培風館 , 1994
3) Heinz Isler Schalen : Ellehard Ramm und Eberhard Schunck, pp80, vdf, 2002
4) チモシェンコ, ヴォアノフスキー・クリーガー：板とシェルの理論, ブレイン図書出版株式会社, 1973.7
5) 半谷裕彦：平板の基礎理論, 彰国社, 1995.3
6) 早野勝之, 松岡司, 植田健司：特徴抽出と稜線操作によるポリゴンメッシュの簡易化, Ricoh Technical Report, No.24, 1998.11
7) 岡庭翔一, 前川卓：三角形メッシュの主曲率と主曲率方向の計算方法, 日本機会学会第 20 回設計工学・システム部門講演会, 2010.10

逆フーリエ変換による板のトポロジー最適化問題の定式化とＧＡによるパレートフロント生成

澤田樹一郎 1)
1)鹿児島大学，准教授，博士(工学)，kich@aae.kagoshima-u.ac.jp

1 はじめに

板の荷重点変位を最小化するトポロジー最適化問題を逆フーリエ変換により定式化する。本方法は、既報で報告しているが、ここでは、フーリエ部分和総数を固定値として与えるのではなく、範囲を指定した上で最適化のパラメータとして与える方法を提示する。さらに、総体積指定値をＧＡの世代経過にともない変動させていくことにより、総体積と荷重点変位のニ目的最適化のパレートフロントを効率よく容易に生成する方法を提示し、その数値例を示す。

2 二次元連続体の形状最適化問題

2.1 二次元連続体の設計解のフーリエ逆変換表示 1)

平面応力状態を仮定できるFig. 1のような２次元板のトポロジー最適化問題を考える。板のトポロジーパターンを表現するために次式の複素形式のフーリエ逆変換関数を定義する。

$$F(x_k, y_k) = \sum_{u=0}^{NFX-1} \sum_{v=0}^{NFY-1} (a_{u,v} + b_{u,v} i) e^{i\pi(u \cdot xk + v \cdot yk)/LX} \tag{1}$$

ここで、

u=0,1,2,3,4,…,NFX-1, v=0,1,2,3,4,...,NFY-1

i：虚数単位、e：自然対数の底

$a_{u,v}$, $b_{u,v}$ ：-1 以上 1 以下をとる実数変数（本研究では、これを実数コード化する。）

xk,yk：k 番目の要素中心の座標

個々の要素は、(1)式の複素関数の実数部分 $RF(x_k,y_k)$の値によって、存在要素か非存在要素に選別される。もし、$RF(x_k,y_k)$が $\beta \cdot RFmax$ 以下かつ $\beta \cdot RFmin$ 以上であれば、要素 k を存在要素とし、それ以外ならば、非存在要素（ヤング係数は、存在要素の 1/10000）とする。ここで、$RFmax$、$RFmin$ は、全ての要素の中での $RF(x_k,y_k)$の最大値および最小値である。また、β (0≦β≦1)は、最適化の過程で決定されるパラメータである。

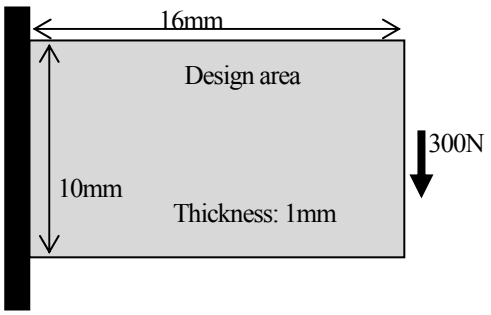


Fig. 1 A two dimensional plate

2.2 単一目的最適化

ここでは、総体積指定制約下の荷重点変位最小化問題を次のように定式化する。

Find $a_{u,v}$, $b_{u,v}$ (u=0,1,2,4,6,8,..,2*NFX-4*, v=0,1,2,4,6,8,…, 2*NFY-4*) , *β, NFX* and *NFY* which minimize

$$Z = U + p_V \left| \frac{V/V_0}{\alpha_V} - 1 \right| \tag{2}$$

U: 荷重点変位

V: 板の総体積

V_0: 全ての要素を存在要素とした時の板の総体積

α_V: V/V_0 の目標値

p_V: ペナルティー係数

最適化手法には、ヒューリスティック交叉[3)4)5)] を用いた実数コード GA の計算プログラム [3)]が用いられる。ただし、直線探索機能は使用していない。また、有限要素解析には、文献 6) に示されている 4 節点四辺形要素のソースコードが用いられている。

2.3 総体積指定値を変動させたGAによるパレート最適化

ここでは、板の総体積と荷重点変位の二目的最適化パレートフロントを容易に得るための方法を以下のように提示する。総体積比の目標値α_Vを GA における世代数に応じて、次式のように変更しながら 2.2 節の単一目的最適化を実行する。

$$\alpha_V = \alpha_{V\,fin} + (1 - \alpha_{V\,fin}) \cdot \frac{I_{GR}}{N_{GR}} \tag{3}$$

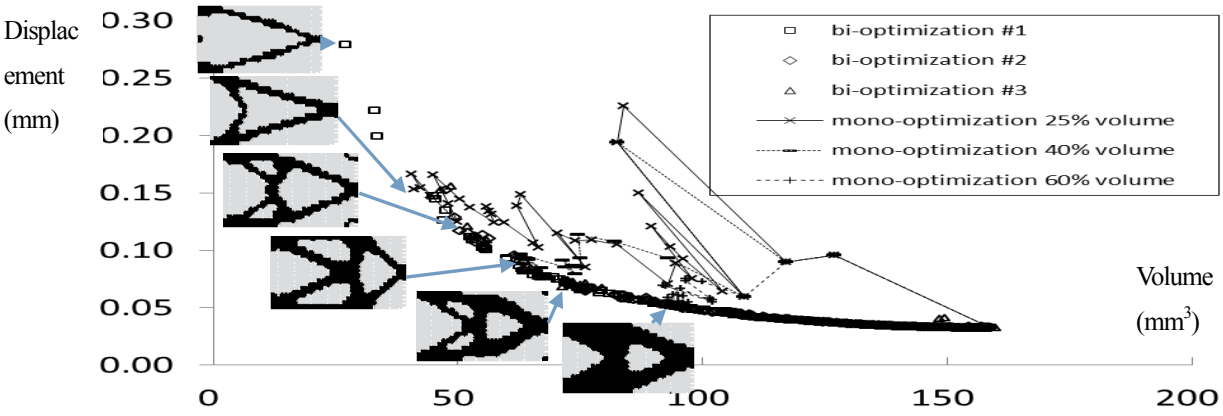


Fig.2　Volume and displacement of obtained solutions

ここで、

α_{Vfin}：最終世代における総体積指定値（のちの計算例では、0.05）

I_{GR}：現世代における世代数

N_{GR}：最終世代数

ただし、現世代までの最適解の更新時には、現世代までの最適解の適応度を新たな世代における(3)式の総体積比指定値を用いて(2)式により再評価し、新世代の個体の適応度と比較する。また、更新過程で得られた各世代までの更新解は、すべてパレート最適解群として記憶保存する。

3　計算例

文献2) で扱われた問題と同様の Fig.1 に示す板の計算例を示す。ヤング係数 E0 は、2.07×10^5 (N/mm^2)、ポアソン比は、0.3、pv は、0.20 である。GA の個体数は、150、突然変異率は、0.05、交叉率は、1.0 である。要素分割は、32×20 分割で、640 要素である。Fig.2 は、2.3 節の方法を用いて、NFX,NFY をともに 6 以上 10 以下の範囲に設定した時の世代数 1000 までの更新過程で得られた最適個体の総体積と荷重点変位をプロットした図である。また、同図には、総体積比指定値を 0.25、0.4、0.6 にそれぞれ指定した単一目的最適化の計算結果の世代数 1000 までの最適解の更新過程もプロットしている。同図より、得られた単一目的最適解と 2.3 節の方法によるパレートフロントがおおむね重なっていることが確認できる。

4　おわりに

板の荷重点変位を最小化するトポロジー最適化問題を逆フーリエ変換により定式化した。本方法は、既報で報告しているが、ここでは、フーリエ部分和総数を固定値として与えるのではなく、範囲を指定した上で最適化のパラメータとして与える方法を提示した。さらに、総体積指定値をＧＡの世代経過にともない変動させていくことにより、総体積と荷重点変位のニ目的最適化のパレートフロントを効率よく容易に生成する方法を提示し、その数値例を示した。得られたパレートフロントと単一目的最適化の解は、荷重点変位―総体積関係の図において、おおむね重なっていることを確認した。

参考文献

1) 澤田樹一郎：フーリエ逆変換と遺伝的アルゴリズムによる剛な板のトポロジー最適化、第 63 回理論応用力学講演会、2014.9

2) Cappello, F. and Mancuso, A : A Genetic Algorithm for Combined topology and Shape Optimisations, Computer-Aided Design, 35 (2003)761-769

3) K. Sawada, A. Matsuo and H. Shimizu：Randomized line search techniques in combined GA for discrete sizing opti-mization of truss structures, Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol.44, No.3 (2011)337-350

4) C. Z. Janikow and Z. Michalewicz, An Experimental Com-parison of Binary and Floating Point Representation in Ge-netic Algorithms, Proc. of the Fourth Int. Conf. on Genetic Algorithms, R. Belew and L.B. Booker (Eds.) (1991)31-36

5) A.H. Wright , Genetic algorithms for real parameter optimi-zation, In J.GRawlins (Ed.), Foundations of Genetic Algo-rithms, (1991) 205-218, Morgan Kaufmann

6) 戸川隼人：有限要素法概論，培風館，1992

IESO 法を用いた建築構造物の形態創生

新内洋平[1)]， 松本慎也[2)] 藤井大地[3)]
1） 近畿大学大学院システム工学研究科大学院生
2） 近畿大学工学部建築学科， 准教授， 博士 （工学）
3） 近畿大学工学部建築学科， 教授， 博士 （工学）

1. はじめに

近年, 解析技術や生産･製造技術等の発達により, 様々な形態の建築物が造られるようになってきている．また，3D プリンタの普及により，より軽量で剛性の高い３次元構造形態を創生する技術の必要性が高まっている．位相最適化手法は，このようなニーズに応えうる形態創生手法の一つである．

位相最適化手法は，大きく数理計画法にもとづく方法と発見的手法にもとづく方法の２種に分類される． ３次元解析が可能な実用的手法としては，数理計画法では，均質化法[1)]，SIMP 法[1,2)]，レベルセット法[3,4)]等が挙げられ，発見的手法では，ESO 法[5)]，BESO 法[6,7)], 拡張 ESO 法[8,9)]等が挙げられる．一方，著者らは，CA 法と拡張 ESO 法を組み合わせた CA-ESO 法[10,11)]を提案し， ２次元および３次元の剛性最大化問題において, 数理計画法にもとづく SIMP 法と同等以上の性能を有することを示している．

発見的手法の内，BESO 法[6,7)]は，SIMP 法と類似した方法で，SIMP 法が要素密度を連続関数として各ステップの密度の増減を求めるのに対して，BESO 法は各ステップの目標体積を定めて，歪みエネルギー感度の低い要素を除去し，感度の高い要素を復活させる．また，BESO 法では，要素感度を節点感度に置き換え，要素の除去・復活の指標に用いる要素感度を各要素の影響半径内の節点感度から重み付き平均により計算する方法を用いている．このような方法で，格子メッシュで見られるチェッカーボード状の密度分布を防ぐとともに，除去要素の感度も影響半径内の節点感度から計算できるようにしている．なお，要素感度を節点感度に置き換える方法は，松井，寺田[12)]によって提案され，SIMP 法による汎用ソフトにも用いられている. これに対して，拡張 ESO 法[8,9)]は，各ステップで応力等値線を作成し，応力平均と偏差平均を指標とする閾値によって要素の除去と付加を行う．また，各ステップでリメッシングを行うため，境界形状が滑らかな位相が得られる特徴がある．一方，著者らが提案している CA-ESO 法は, BESO 法と類似した方法ではあるが, 各ステップの要素除去に目標体積を定めない拡張 ESO 法のルールを採用している点と，BESO 法のように各ステップで要素除去と復活を同時に行うのではなく，どちらか一方のみを行うところに特徴がある．

以上の発見的手法を SIMP 法と比較すると，SIMP 法では，除去要素の密度を完全に 0 にすることができないために，除去要素が増えても計算負荷が変わらないのに対して，発見的手法では，除去要素が増えるにしたがって計算負荷が軽くなる利点がある．しかしながら，BESO 法では各ステップの体積減少率を 1%程度にするため，目標体積に達するまでに計算時間を要し，CA-ESO 法では目標体積には速く達するが，その後の CA 法と ESO 法の繰り返しで計算時間を要する場合がある．３次元問題においては，要素数が膨大になるため計算時間は重要な問題で，特に除去要素にも荷重が加わる問題（自重問題等）では，除去要素に微小密度を与えないと連立方程式（間接法）の解が収束しないため， SIMP 法よりも計算効率が悪くなる場合がある．一方，格子メッシュを用いない拡張 ESO 法では, このような問題は生じないが, 四面体要素でリメッシングを行うために, 要素数が膨大になると計算負荷の増大は免れない．

以上のような問題を解決するために, 本論文では, CA-ESO 法の ESO 法部分に BESO 法の感度計算法および各ステップの目標体積を設定する方式を導入し, ESO 法のみで収束解を得る改良型 ESO（Improved Evolutionary Structural Optimization）法（以下，IESO 法と呼ぶ）を提案する．本方法では，拡張 ESO 法で用いられている感度（敏感数）の平均値と偏差平均を指標とする閾値を用いるが，要素感度として von Mises 応力の代わりに BESO 法と同様のひずみエネルギー感度を用いる．また，von Mises 応力の代わりにひずみエネルギー感度を用いると，閾値を制御す

るパラメータの設定が非常に難しくなるため，このパラメータを入力データとして与える代わりに，各ステップの要素除去率を入力データとして与え，プログラム内で，その要素除去率を近似的に満足するパラメータを自動計算する．また，本方法では，要素除去率は，設計対象とする残存要素数に適用するため，各ステップの体積減少率は BESO 法のように一定ではなく，ステップが進むにしたがって小さくなる．また，要素除去率も 10%前後で与えるため，収束が速く，通常の問題では 30 ステップ程度で収束解が得られる．

本論文では，以上のように非常にシンプルで収束の速い IESO 法で，十分実用に耐えうる優良解が得られることを示す．なお，本論文で用いる有限要素解析法は，文献 11)に示した 8 節点応力仮定法要素を用いたボクセル有限要素法である．したがって，有限要素解析の定式化は本論文では割愛する．

２．有限要素解析法の概要

本論文に用いる位相最適化手法では，設計領域を包含する直方体領域（図 1）を考え，これを均等な直方体要素（voxel）で分割する．そして，実際の設計領域はボクセルの材料密度の有無（1/0）によって与える．この時，図 1 の直方体領域の各辺の長さを L_X, L_Y, L_Z とし，各辺の有限要素分割数を n_X, n_Y, n_Z とすると，直方体要素（voxel 要素）の各辺の長さ l_X, l_Y, l_Z は次式で定義される．

$$l_X = \frac{L_X}{n_X}, \quad l_Y = \frac{L_Y}{n_Y}, \quad l_Z = \frac{L_Z}{n_Z} \tag{1}$$

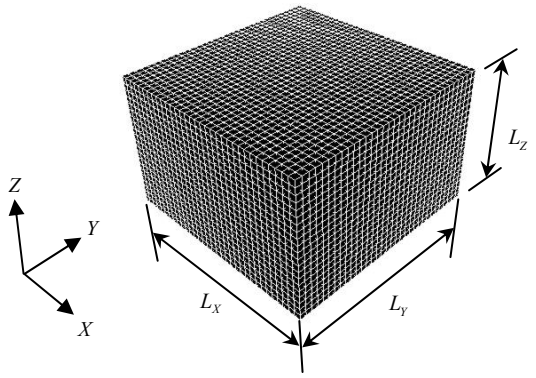


図１　ボクセル有限要素法の解析領域

有限要素は 8 節点応力仮定法要素とし，全体剛性方程式の解法には前処理付き共役勾配法を用いる[11,13]．また，反復計算においては要素剛性マトリクスと変位ベクトルのかけ算を要素ごとに行い，これをベクトルとして保存していく Element-by-Element 法[14]を用いる．

３．IESO 法による３次元構造の位相最適化

提案手法（IESO 法）による位相最適化では，ボクセル解析のメリットを生かすため，最適化の過程でリメッシュ（節点の再番号付け）は行わず，存在要素の密度を 1，除去要素の密度を 0 とすることで各ステップの設計領域を定義する．そして，除去要素（密度 0 の要素）は，Element-by-Element 法の計算から除外する．ただし，除去要素に微小密度を設定する場合（自重問題等）は除外しない．

3.1　ひずみエネルギー感度の計算法

要素のひずみエネルギー感度の計算については，BESO 法で示されている方法を採用する．この方法では，まず，SIMP 法と同様に，要素の剛性に比例する係数を要素密度と定義し，i 番目要素の剛性マトリクス $\mathbf{k}_i$ が次式で表されるものとする．

$$\mathbf{k}_i = \rho_i \, \mathbf{K}_i \qquad 0 \le \rho_i \le 1 \tag{2}$$

ただし，ρ_i は i 番目要素の要素密度を表し，$\mathbf{K}_i$ は i 番目要素の初期要素剛性マトリクスを表す．ただし，ここでは，SIMP 法のように密度 ρ_i にべき乗のペナルティは課さない．

また，最適化問題も，SIMP 法と同様，質量制約下でのコンプライアンスの最小化とする．

$$\begin{aligned} &\min \quad f_{obj}(\boldsymbol{\rho}) = C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} \\ &\text{subject to} \quad m(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N} \rho_i \le \bar{m} \\ &\boldsymbol{\rho} = \{\rho_1, \rho_2, \cdots, \rho_i, \cdots, \rho_N\} \quad 0 \le \rho_i \le 1, \quad (i = 1, \cdots, N) \end{aligned} \tag{3}$$

ここに，C はコンプライアンス，$\mathbf{d}, \mathbf{K}$ は節点変位ベクトルと全体剛性マトリクス，m は総密度，$\bar{m}$ は総密度の制約値，N は要素総数である．このとき，コンプライアンス C の設計変数 ρ_i に関する感度は次式により計算される[13,15]．

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_i} = -\mathbf{d}_i{}^T \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial \rho_i} \mathbf{d}_i = -\mathbf{d}_i{}^T \mathbf{K}_i \mathbf{d}_i \tag{4}$$

したがって，ESO 法[5]では，次式の値を要素のひずみエネルギー感度（敏感数）として，これを要素除去の指標に用いている．

$$\alpha_i^e = (1/2) \mathbf{d}_i{}^T \mathbf{K}_i \mathbf{d}_i \tag{5}$$

一方，BESO 法[6,7]では，チェッカーボード状の密度分布を防ぐため，まず，(5)式の感度から次式により節点の感度を求める．

$$\alpha_j^n = \left(\sum_{i=1}^{M^e} V_i \alpha_i^e \right) \Big/ \sum_{i=1}^{M^e} V_i \qquad (6)$$

ここに，α_j^n は j 番目節点のひずみエネルギー感度，M^e は j 番目節点に繋がる要素数，V_i は j 番目節点に繋がる i 番目要素の体積を表す．ただし，ボクセル有限要素法では，要素体積は均一であるため，実際には次式で計算される．

$$\alpha_j^n = \left(\sum_{i=1}^{M} \alpha_i^e \right) \Big/ M^e \qquad (7)$$

さらに，(7)式から要素の除去・復活の指標に用いる要素のひずみエネルギー感度は次式により計算される．

$$\alpha_i = \left(\sum_{j=1}^{M^n} w\left(r_{ij}\right) \alpha_j^n \right) \Big/ \sum_{i=1}^{M^n} w\left(r_{ij}\right) \qquad (8)$$

ここに，α_i は i 番目要素のひずみエネルギー感度，M^n は i 番目要素の要素中心から影響半径 $r_{\min}$ の球体内に含まれる節点数，r_{ij} は i 番目要素の中心から j 番目節点までの距離，$w\left(r_{ij}\right)$ は要素中心からの距離に比例する重みで，次式で定義される．

$$w\left(r_{ij}\right) = r_{\min} - r_{ij} \qquad \left(j = 1,2,\cdots,M^n\right) \qquad (9)$$

なお，BESO 法では，除去要素の急激な感度低下を防ぐために，現更新ステップの感度と 1 つ前の更新ステップの感度の平均値をとり，最終的に次式により要素の感度を評価している．

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^{(k)} + \alpha_i^{(k-1)}}{2} \qquad (10)$$

BESO 法では，以上の感度計算法により，残存要素，除去要素両方の感度を求めている．しかしながら，本論文で提案する IESO 法では除去要素の復活は行わないため，除去要素の感度計算は必要ない．したがって，(10)式の平均化は用いず，(8)式によりひずみエネルギー感度を求める．

3.2 要素除去の方法

IESO 法では，要素除去に関しては，拡張 ESO 法[8,9]のルールを用いる．ただし，本手法では，要素除去の指標として，各要素の von Mises 応力の代わりに，(8)式のひずみエネルギー感度を用いる．したがって，要素除去のルールは次式となる．

$$\rho_i = 0 \quad \text{if} \quad \alpha_i < X_{cr} \qquad ;i = 1,\cdots,N_L \quad (11)$$

ここに，N_L は残存要素数，X_{cr} は閾値で，次式で定義される．

$$X_{cr} = \alpha_{av} - \eta \cdot \phi \qquad (12)$$

ただし，α_{av} と ϕ は残存要素のひずみエネルギー感度の平均値と偏差平均であり，次式から計算される．

$$\alpha_{av} = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \alpha_i \qquad \phi = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_L} \left(\alpha_i - \alpha_{av}\right)^2 \Big/ N_L} \qquad (13)$$

ここに，η は要素の除去量を制御する制御変数であり，η が大きいと要素が除去されにくく，η が小さいと除去されやすくなる．

しかしながら，ひずみエネルギー感度の場合，von Mises 応力に比較して，(12)式の η の与え方が難しく，η の微妙な変化で除去量が大きく変化する場合がある．そこで，IESO 法では，BESO 法と同様に各ステップの要素除去率を与え，この除去率を近似的に満たす η をプログラム内で自動計算することを考える．

まず入力データとして与える除去率を λ とすると，第 k ステップの除去要素数 $N_R^{(k)}$ は，次式で計算される．

$$N_R^{(k)} = \begin{cases} \lambda N_L^{(k-1)} & \text{if} \quad \left(1-\lambda\right) N_L^{(k-1)} \geq \bar{N}_L \\ N_L^{(k-1)} - \bar{N}_L & \text{if} \quad \left(1-\lambda\right) N_L^{(k-1)} < \bar{N}_L \end{cases} \qquad (14)$$

ここに，$N_L^{(k-1)}$ は $\left(k-1\right)$ ステップの残存要素数，$\bar{N}_L$ は残存要素数の制約値（下限値）で，密度 ρ_i が 0 と 1 の場合は(3)式の質量制約 $\bar{m}$ と一致する．

次に，(11)式で除去される要素数が，(14)式の $N_R^{(k)}$ になる $\eta^{(k)}$ を求めることになるが，あまり厳密に求めると(11)式を使う意味が無くなってしまう．したがって，ここでは，次に示す計算フローによって，プログラム内で $\eta^{(k)}$ を自動計算する．

① $\eta^{(k)}$ の初期値を 1 とする．また，③のべき乗数 p の初期値を 1，繰り返し数 n の初期値を 0 にする．

② (12)式の η を $\eta^{(k)}$ とし，(11)式により $\rho_i = 0$ となる除去要素数 $\tilde{N}_R$ を求める．

③ $\tilde{N}_R < N_R^{(k)}$ なら，$n = n+1$，$\eta^{(k)} = 1 - \left(0.1\right)^p \times n$ として②に戻る．
$\tilde{N}_R \geq N_R^{(k)}$ なら，$\eta^{(k)} = 1 - \left(0.1\right)^p \times \left(n-1\right)$，

$p = p+1$，$n = 0$ として②に戻る．ただし，$p \geq 4$ かつ $\tilde{N}_R < 3N_R^{(k)}$ ならば④に進む．

④ $\tilde{N}_R$ を確定し，要素除去を行う．

以上の計算フローでは，まず，$p=1$ とし $\eta^{(k)}$ を 0.1 ずつ減少させ $\tilde{N}_R$ が $N_R^{(k)}$ を超えると 1 ステップ戻し，次に $p=2$ とし $\eta^{(k)}$ を 0.01 ずつ減少させ $\tilde{N}_R$ が $N_R^{(k)}$ を超えると 1 ステップ戻し，さらに $p=3$ とし $\eta^{(k)}$ を 0.001 ずつ減少させ $\tilde{N}_R$ が $N_R^{(k)}$ を超えると 1 ステップ戻し，最後に $\tilde{N}_R < 3N_R^{(k)}$ であれば $\eta^{(k)}$ を確定し，要素除去を行う．ただし，$\tilde{N}_R \geq 3N_R^{(k)}$ の場合は $\tilde{N}_R < 3N_R^{(k)}$ になるまで p をさらに増やす．なお，フローには示していないが，$N_R^{(k)} = N_L^{(k-1)} - \bar{N}_L$ となる最終ステップでは，N_L が $\bar{N}_L$ とほぼ一致するように $p=5$ まで計算している．

3.3 IESO 法の計算フロー

図 2 は IESO 法の計算フローを示したものである．本解析に必要な入力データとしては，有限要素解析に必要なデータとして，設計領域の大きさ (L_X, L_Y, L_Z)，分割数 (n_X, n_Y, n_Z)，ヤング係数，ポアソン比，境界条件，荷重条件がある．また，最適化計算に必要なデータとして，影響半径 $r_{\min}$（実際には，$r_{\min} = b_r \cdot l_X$ として (1)式の l_X の倍数 b_r（影響半径倍率）で与える），残存要素数の下限値 $\bar{N}_L$（実際には，目標体積比 $\bar{V}_r = \bar{N}_L / (n_X \cdot n_Y \cdot n_Z)$ で与える），除去率 λ がある．また，設計領域内に空間や固定スラブ等を設定する場合は，設計対象から除外する要素の番号・密度情報（0/1）を入力する必要がある．

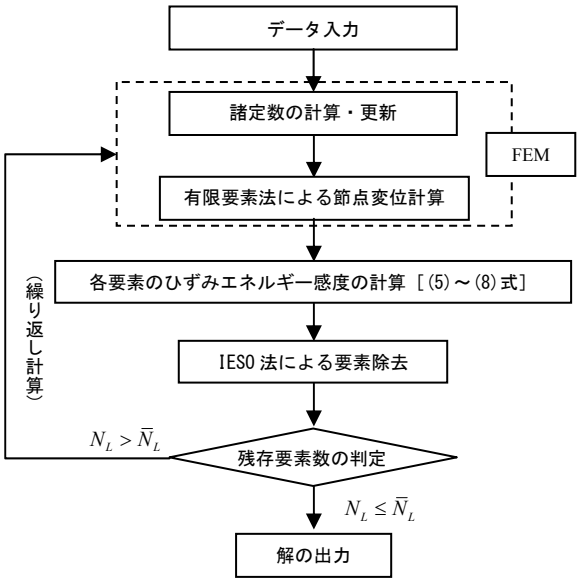


図 2　IESO 法の計算フロー

4．解析例

まず，文献 9)等で取り上げられている片持梁例題の解析を行う．図 3 は，設計領域および荷重条件・境界条件を示す．ただし，長さ L，幅 B，高さ H の比は 1.6：0.4：1 とし，設計領域の要素分割数は 80×20×50 としている．また，応力集中を防ぐため，荷重は 9 節点に均等に与えている．また，目標体積比 $\bar{V}_r$ は 0.2，影響半径倍率 b_r は 2.0，除去率 λ は 0.1 としている．

図 4 は，図 2 の最適化繰り返し計算の最終ステップ（15step）の解の側面図と透視図を示したものである．また，図 5 は，各ステップの体積比 $V_r = N_L / (n_X \cdot n_Y \cdot n_Z)$ とコンプライアンス比 C/C^0（C^0 は初期コンプライアンス）の推移を示したものである． 図 6 は，文献 11)において同様の解析により得られた SIMP 法と CA-ESO の解を示したものである．ただし，SIMP 法，CA-ESO 法では，50 回の最適化繰り返し計算を行っている．

以上の結果より，IESO 法では，わずか 15 ステップで解が得られること，解のコンプライアンス比は，SIMP 法とほぼ同等であること，また，CA-ESO 法に比較するとややコンプライアンス比は高いが，ほぼ同様の位相が得られることがわかる．

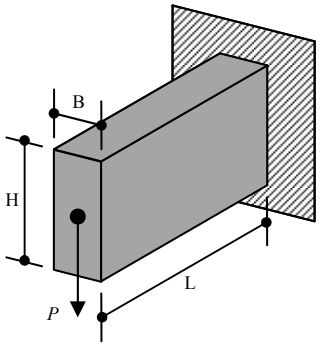
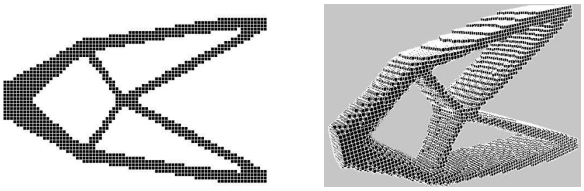


図 3　解析例 1



15step　$V_r = 0.200$　$C/C^0 = 3.45$

図 4　解析例 1 の収束解の側面図と透視図

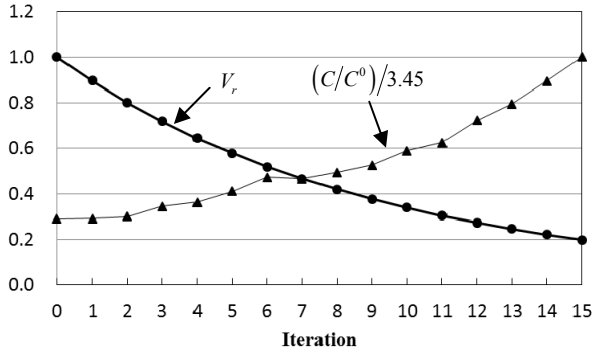
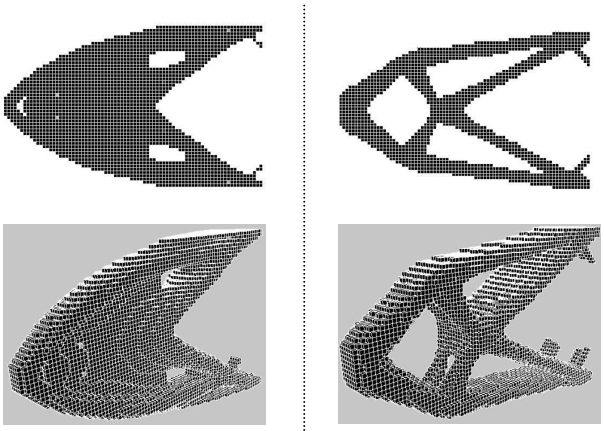


図 5　各ステップにおける体積比と
コンプライアンス比の推移



SIMP
$V_r = 0.200 \quad C/C^0 = 3.44$
解析時間7分

CA-ESO
$V_r = 0.206 \quad C/C^0 = 3.02$
解析時間2.5分

図 6　SIMP 法と CA-ESO 法の解 [11)]

最後に，文献 9)に掲載されているイタリアフィレンツェ新駅コンペ案の構造形状決定に用いられた解析例を取り上げる．図 7 は，文献に示されている条件をもとに作成した設計領域である．解析は対称性を利用して 1/4 領域で行い，要素分割数は 150×42×30 の 189000 要素としている．ただし，応力集中を避けるため，支持点の拘束は 9 節点の正方形領域で与えている．また，目標体積比 $\bar{V}_r$ は 0.116，影響半径倍率 b_r は 2.0，除去率 λ は 0.1 としている．なお，文献 11)では，目標体積比を設計対象要素数（設計固定要素を除く要素数）に対して与えていたため，本解析ではこれと条件を合わせるように目標体積比を定めている．

図 8 は，IESO 法の収束解（全領域の透視図）を示す．また，図 9 は，各ステップの体積比 V_r とコンプライアンス比 C/C^0 の推移を示す．ここで，初期の V_r が 1 にならないのは密度 0 の設計除外要素があるためである．また，図 10 は，文献 11)で同様の解析により得られた SIMP 法と CA-ESO 法の解（全領域の透視図）を示したものである．ただし，SIMP 法では 50 回，CA-ESO 法では 100 回の最適化繰り返し計算を行っている．

以上の結果より，IESO 法では，わずか 21 ステップで解が得られること，解のコンプライアンス比は，SIMP 法よりもやや高いが，位相は，CA-ESO 法と SIMP 法の中間的なものとなっていることがわかる．収束の速さを考えると実用上十分明解な形態が得られることがわかる．

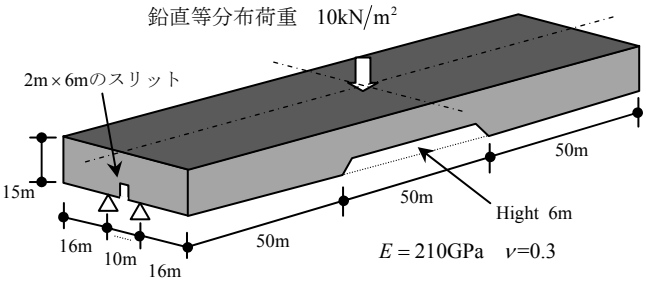
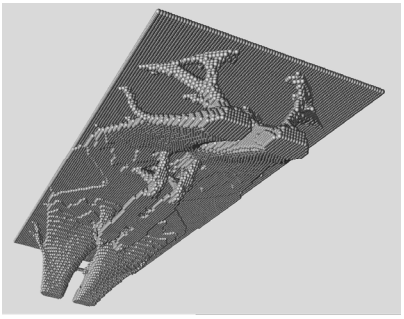


図 7　解析例 2



透視図（全領域）　21step　$V_r = 0.116 \quad C/C^0 = 2.78$

図 8　解析例 2 の収束解

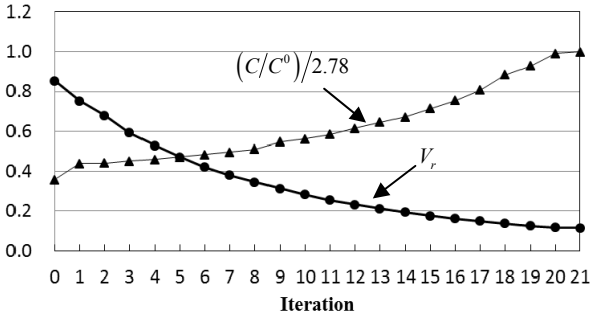
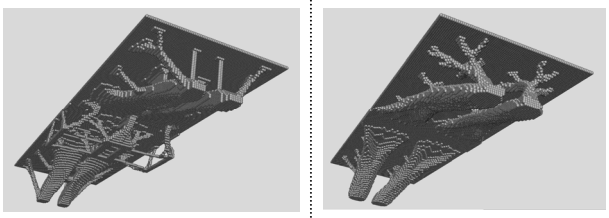


図 9　各ステップにおける体積比と
コンプライアンス比の推移



SIMP
$V_r = 0.116 \quad C/C^0 = 2.67$
計算時間　3時間41分

CA-ESO
$V_r = 0.122 \quad C/C^0 = 2.55$
計算時間3時間42分

図 10　SIMP 法と CA-ESO 法の解 [11)]

６．まとめ

本論文では，BESO 法と拡張 ESO 法のアイデアを組み合わせた改良型 ESO 法（IESO 法）を提案し，その有効性を検討した．その結果，以下のことが明らかになった．

(1) 提案手法（IESO 法）では，影響半径倍率 b_r を 2，要素除去率 λ を 0.1 とすることで，2 つの解析例で，CA-ESO 法，SIMP 法とほぼ同等の位相が求まる．このため，パラメータ設定が容易であり，パラメータ設定のための事前解析をほとんど行わなくてすむ．

(2) 提案手法では，CA-ESO 法，SIMP 法と比較して最適化のための繰り返し計算回数が少なく，非常に計算効率が良い．

(3) 提案手法で得られる位相はシンプルであり，コンプライアンス値は CA-ESO 法に劣るが，建築構造のデザインのヒントとして用いるには，十分有効が解が得られる．

今後は，この計算効率の良さを生かすため，自重問題，地震力を受ける建築物等の解析を行う予定である．

参考文献

1) Bendsøe, M. P. : Optimization of Structural Topology, Shape, and Material, Springer, 1995
2) Zhou, M. and Rozvany, G.I.N. : The COC algorithm, Part Ⅱ, Topological, geometrical and generalized shape optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 89, pp.309-336, 1991
3) Sethian, J. A. and Wiegmann, A. : Structural boundary design via level-set and immersed interface methods, Journal of Computational Physics, Vol.163, No.2, pp.489-528, 2000
4) Wang, M. Y., Wang, X. and Guo, D. : A level Set Method for Structural Topology Optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 192, No.1-2, pp.227-246, 2003
5) Xie, Y.M., Steven, G.P. : Evolutionary Structural Optimization, Springer, 1997
6) Huang, X., Xie, Y.M. : Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.43, pp.1039-1049, 2007
7) Huang, X., Xie, Y.M. : Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications, Wily, 2010
8) 大森博司，崔昌禹：等値線を利用した拡張 ESO 法による構造形態の創生，日本建築学会構造系論文集，第 539 号，pp.87-94，2001.1
9) 崔昌禹，大森博司，佐々木睦朗：拡張 ESO 法による構造形態の創生－三次元構造への拡張－，日本建築学会構造系論文集，第 576 号，pp.79-86，2004.2
10) 藤井大地，真鍋匡利：CA-ESO 法による構造物の位相最適化，日本建築学会構造系論文集，Vol.78，第 691 号，pp.1569-1574，2013.9
11) 藤井大地，岡部　諒，真鍋匡利，CA-ESO 法とボクセル有限要素法を用いた３次元構造物の位相最適化，日本建築学科構造系論文集，Vol.79，No.703，pp.1279-1286，2014.9
12) 松井和己，寺田賢二郎：連続的材料分布の節点補間によるトポロジー最適化手法，日本機械学会論文集（A 編），Vol.69, No.684，2003.8
13) 藤井大地：パソコンで解く構造デザイン，丸善，2002
14) Hollister, S.J. and Kikuchi, N., Homogenization theory and digital imaging: a basis for studying the mechanics and design principles of bone tissue, Biotechnology and Bioengineering, 43, No.7, pp.586-596, 1994
15) 藤井大地：建築デザインと最適構造，丸善，2008

さざ波の形状を曲面上にもつブレース付き空間構造の力学的性質

朝山秀一 [1)]，金井竜一 [2)]
1)東京電機大学未来科学部建築学科，教授，工学博士，asayama@cck.dendai.ac.jp
2)大東建託株式会社（元東京電機大学未来科学研究科大学院生），工修

1 はじめに

現在の建築には、自由な 3 次元的空間造形を設計・施工の最先端技術を用いて実現した、Frank O.Gehry のビルバオの美術館、Zaha Hadid の国立 21 世紀美術館、Herzog & de Meuron の北京国立競技場のような建築作品がある。こうした作品の形態は、主に造形に対する設計者の感性により作られたもので、形の論理的根拠は明確ではない。それに対して、自由な形でありながら、力学的な合理性に基づき最適化理論などを用いた構造形態創生に関する多くの研究 [1)]とそれにより実現した作品が存在する。さらに、構造のジオメトリの合理性や計画・設計の条件を満たしながら、建築の形態を発生させるアルゴリズミック・デザインと呼ばれる手法とそれに基づく作品がある [2)]。

しかし、これらの研究と設計には、自然界の形を初期形態に用いて何らかの合理的な方法で構造形態を追求した事例は殆どない。この種の研究には、今日の進歩した自然科学を建築に結び付けることで、感性だけに頼らず、科学的にも意味のある自由な建築造形を実現できる新しい可能性がある。筆者らは、トタン板の波の形が板材の剛性を高めることに着目して、海洋波のうねり理論を用いて、デザインの感性が求める波のような形に、力学的合理性を備えた空間構造を探求してきた [3)]。本論文では、これまでの構造モデルがメッシュ状の線材による波形屋根を柱が支持しているのに対し、波形屋根を直接ピンで支持することで、柱の影響を排して屋根のジオメトリが構造の変形及び応力などの力学的特性に及ぼす効果を検討した。

2 海洋波のうねりの理論式

海洋波のうねりの理論に基づき構造ジオメトリを生成する方法については発表しているので [4)]、ここではその式 [5)]を簡単に記す。

うねりの運動方程式は、ベルヌーイの定理と非圧縮性流体の式で表される。図 1 のように、平均水面 z=0 における波の揺れを考える時、ベルヌーイの定理は、

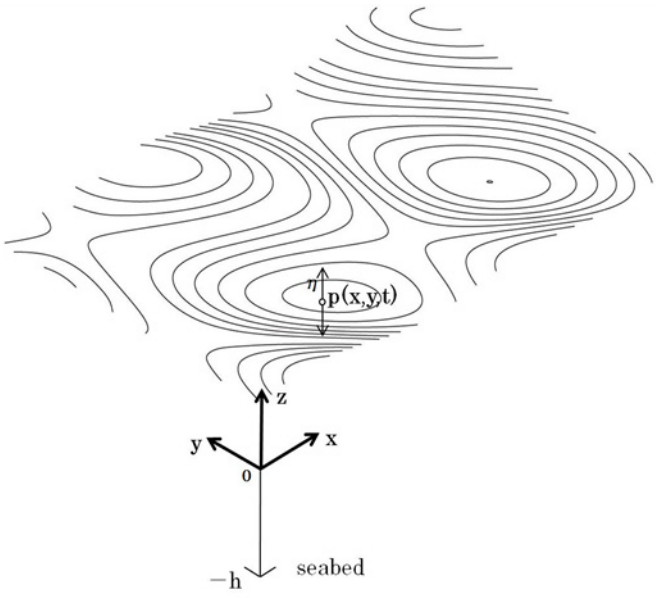


図 1　平均水面 z=0 における波の揺れ η

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{1}{2}(V\cdot V)+\frac{P}{\rho}+gz=\text{一定} \qquad (1)$$

V：流速ベクトル　　P：流体のもつ圧力
g：重力加速度　　ρ：流体の密度
z:流体の z 方向変位　φ:速度ポテンシャル
となる。(1)式を、運動エネルギーが小さいと仮定し、時間で微分して次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)+g\frac{\partial z}{\partial t}=0 \qquad (2)$$

この(2)式を境界条件の設定に用いる [5)]。うねりの運動方程式自体は、非圧縮性流体の基本式、

$$divV=\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}=0 \qquad (3)$$

を用いている。その解は、

$$\eta=\frac{A(1-e^{-2kh})}{c}\sin\left(\sqrt{k_1^2+k_2^2}\left(\frac{k_1}{\sqrt{k_1^2+k_2^2}}x+\frac{k_1}{\sqrt{k_1^2+k_2^2}}y-\frac{\omega}{\sqrt{k_1^2+k_2^2}}t\right)\right) \qquad (4)$$

である。ここに η は z 方向の振幅、波の速度 c、周波数 ω、海底の深さ h である。波数と方向余弦の関係は、(4)式を波動方程式に代入することで得られ、

$$\frac{k_1}{\sqrt{k_1^2+k_2^2}}=l=\cos\theta,\frac{k_2}{\sqrt{k_1^2+k_2^2}}=m=\sin\theta \qquad (5)$$

と表すことができる。但し θ は、波の進行方向と x 軸のなす角度、k_1, k_2 は x 及び y 方向の波数を示している。

3 波形の屋根構造モデルと最適形態の探査

3.1 さざ波を用いた構造モデル

構造物はスパンが大きくなる程、設計に工夫が必要となる。これまでの研究 [4]からは、シャコ貝やトタン板のような小さな波形を基本となる形態に加えることで、構造の強度が高められるという結果が得られている。そこで、今回はその研究 [4]を参考にして、60m×60m のスパンで５つの正弦波による x 方向の小さな波(さざ波)を、上に凸な１スパンで反周期の y 方向の波に加えた構造モデルを作成した。そのモデルを基本型として、x 方向 y 方向それぞれの波高と高さを変化させて、鉛直荷重に対する静力学的解析を試みた。同様なモデルをスパン 45m×45m、スパン 30m×30m に一律縮小したものを作成した。ここでは、その中より 60m×60m のスパン、30m×30m のスパンのモデルについて記す。

図 2(a)～(o)は、上に凸な基本波形の波高とさざ波の波高を組み合わせた構造モデルを示している。その中で図 2(a)～(k)は基本波形の y 方向の振幅が 4m で、x 方向波(さざ波)の振幅を 0m、0.2m、0.3m、0.4m、0.6m、1m、2m、2.3m、3m、4m、5m と変化させたモデルを示している。図２ (l)～(o)は基本波形の y 方向の振幅を 0m、2m、5m、6m と変化させ、x 方向波(さざ波)の振幅を 0.4m としたモデルを示している。また各形態における海洋波のパラメータと部材断面を表１で示す。なお、その他のパラメータは全モデル共通で、波の速度は 5m/s で海底の深さは 4000m とし、メッシュの節点数は x 方向 y 方向共に 61 である(表２)。なお、図２に示す構造体の形状は、後述の局所的最適形態探査により得られたものであり、上述した解析の初期形態ではないことに注意されたい。

3.2 最適形態探査の流れ

始めに、海洋波のパラメータとして波の速度 c(m/s)、海底の深さ h(m)、波の x 方向周期 tx(sec)、波の y 方向周期 ty(sec)、波高 xwh(m), ywh(m)、波の時刻(sec)、x 方向節点数、y 方向節点数、メッシュサイズを入力し、

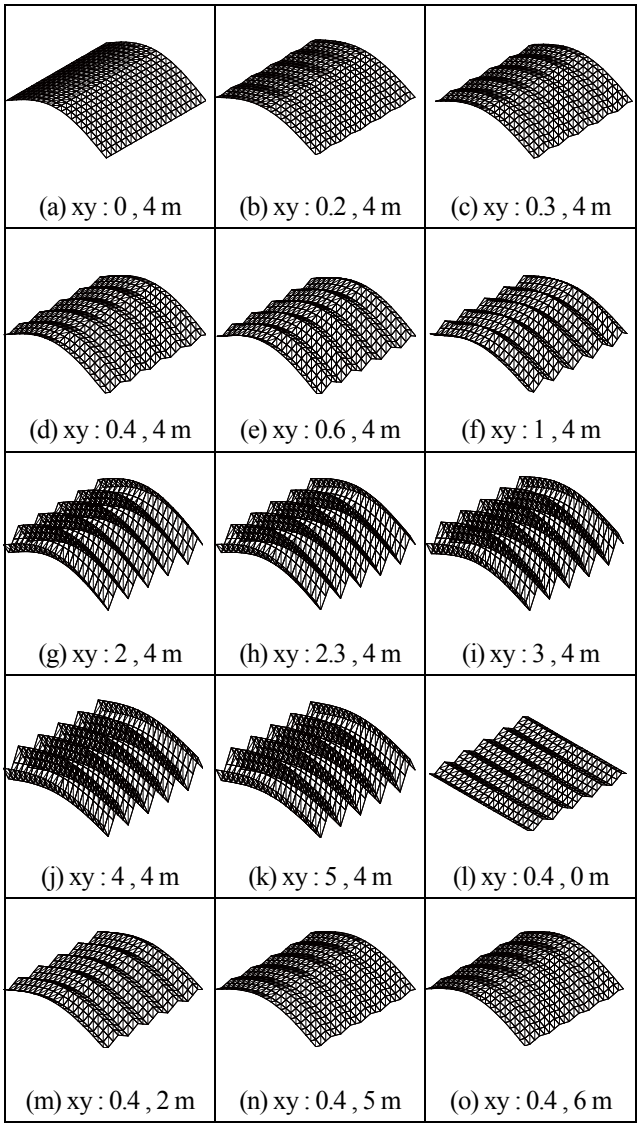


図２　波の方向と波高のモデル(60m×60m)

表１　海洋波のパラメータと初期部材断面

(60m×60m のモデル)

波の種類	周期(sec)		波高(m)		波の時刻	鋼材の初期断面	
	x 方向	y 方向	x 方向	y 方向	(sec)	フレーム	ブレース
y 方向波	0	24	0	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.2	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.3	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.4	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.6	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	1	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	2	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	2.3	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	3	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	4	4	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	5	4	36	250×30	250×30
x 方向波	2.4	0	0.4	0	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.4	2	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.4	5	36	250×30	250×30
x-y 方向波	2.4	24	0.4	6	36	250×30	250×30

表２　構造モデルで共通な海洋波のパラメータ

波の速度(m/s)	海底の深さ(m)	メッシュの節点数	
		x 方向	y 方向
5	4000	61	61

x 方向波、y 方向波、x－y 方向波の中から一つ選択し波形を生成する。次に 3 次元骨組構造解析プログラム(Multiframe)の入力値となる繰り返し回数、その時の z 方向倍率、鋼材の F 値、全構面に対するブレースの発生率、ブレースの方向を指定する値を入力し、拘束条件、使用部材断面を選択する。初期解析では、フラットな屋根面を生成・解析し、以後は、波形屋根の構造モデルを解析する。指定した値（最大変位、各部材の軸力及び曲げモーメント、せん断力、支点の反力、各部材の応力度）を解析結果データの中から抽出する。その後、全部材長を算出し、それを用いて使用部材を初期モデルにおける部材の全体積とほぼ同じになるよう直径と厚さを 0.5mm ピッチで準備した部材セットの中から部材断面を選択している。次に、解析を実行し最大変位及び最大組合せ応力度を計算する。なお、最適化の目的関数は、フレームとブレースの最大応力度比で、両者が等しくなる形態を上述の形態の制約の下に探索した。また、本論文の最大応力度比とは、最大曲げとその時の軸力による応力をそれぞれの許容応力度で除し、加算した値である。最大変形比とは、最大変形をスパンで除した値で、その許容値は 1/300 に定めている。

4 解析モデルの概要

図 3 はスパン 60m×60m の構造モデルの梁伏図で、初期の節点は x 方向 61、y 方向 61 で、メッシュ状の部材では形を滑らかにするために材端以外に 2 つの節点を設けている。ブレースについても同様で、部材のない位置の節点は解析の時に削除される。基本波形とさざ波の組み合わせは前述の通りで、部材の初期断面はスパン 60m×60m のモデルで 250×30、30m×30m のモデルで 100×20 の円形鋼管である。荷重は自重及び 2kN/m^2 の積載荷重を加えたものとする。支点は、x 方向のみでメッシュの交点でピン拘束とした。尚、鋼材は SN400 で、F 値は 235N/mm^2、ヤング係数は 205kN/mm^2、せん断弾性率は 80.8kN/mm^2、ポアソン比は 0.3 とした。

5 解析結果

5.1 最大応力度比と最大変形比

図 4 は、スパン 60m×60m で、基本波形(y 方向波)のみを用いた構造モデル(図 2 (a))の解析結果で、最大変形比とフレームおよびブレースの最大応力度比を最高高さスパン比に対して示したもので、部材の全体積が初期モデルと同じ条件としている。このモデルではブレースの最大応力度比は常に許容値 1.0 未満であったが、フレームの最大応力度比と最大変形比は許容値を満たしていない。このことは、基本波形のみのモデルの形態は、後述するさざ波を含むモデルに比べ、鉛直荷重に対して性能が低いと言える。フレーム部材の応力が最も小さくなる時の y 方向波高は 22m で、フレームとブレースの最大応力度比は 1.17 と 0.46、最大変形比 1.16 である。尚、部材はフレームとブレース共に φ249×29 である。

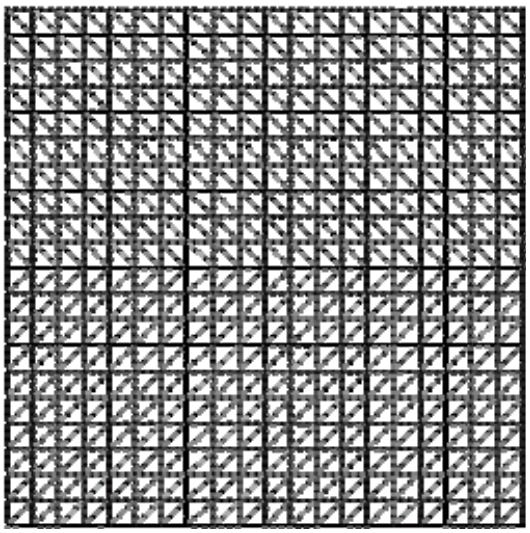


図 3　スパン 60m×60m の構造モデルの梁伏図

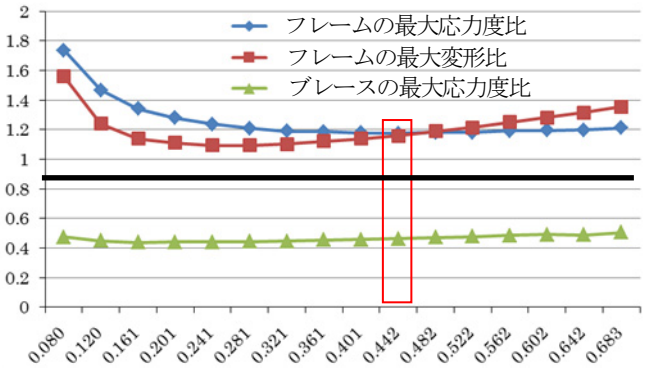


図 4　最大応力度比及び最大変形比 (スパン 60m×60m)

図 5 はそのモデルの応力と変形の分布と最大値を示したもので、フレームの最大曲げモーメントは 16648kN・cm、最大せん断力 43.8kN、最大軸力 591.6kN、最大変位は、23.15cm、ブレースの最大曲げモーメント 7279kN・cm、最大せん断力 14.9kN、最大軸力 58.6kN となった。このモデルでは、ブレース部分の応力の約 3 倍がフレーム部分に生じており、鉛直荷重を主にフレームが受け持つ構造形態であることが分かる。

担しており、基本波形にさざ波を適度に加えることによ

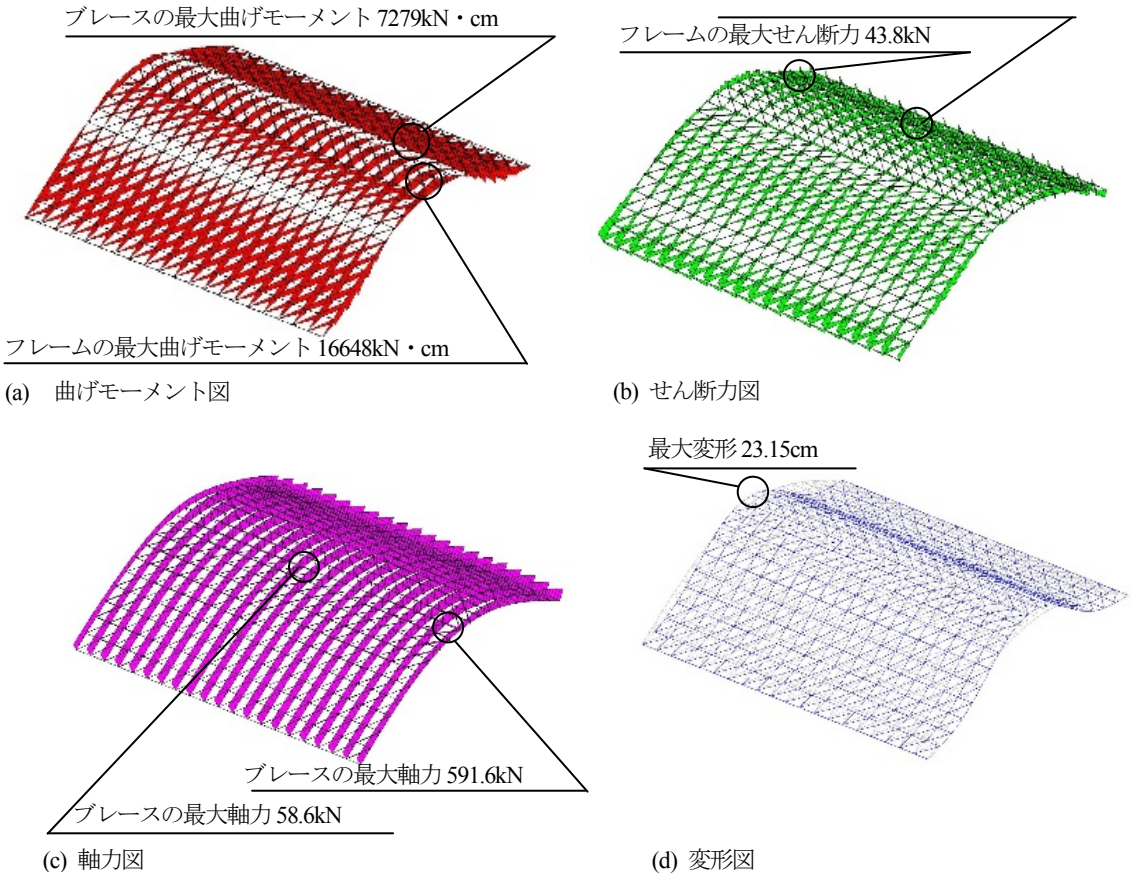


図 5　最適形態の応力図と変形図（スパン 60m×60m）

なお、図 5 のブレースはスパン方向には左右非対称になっていることに留意されたい。

図 6 は、スパン 60m×60m で、さざ波を基本波形に加えたモデル(図 2 の(a)及び(l)を除く)の中で最も最大応力度比と最大変形比が小さいモデルの解析結果を、最高高さスパン比に対して示したものである。このモデルでは、最高高さスパン比 0.080 以後は最大変形比とフレームおよびブレースの最大応力度比が許容値以下になり、最高高さスパン比が 0.220 の時、フレームとブレースの最大応力度比がほぼ同じになる。その時、x 方向波高 2.2m、y 方向波高 22m で、フレームとブレースの最大応力度比は 0.40 と 0.41、最大変形比 0.06 で、部材はフレームとブレース共にφ248×28 であった。図 7 はそのモデルの応力と変形の分布と最大値を示したもので、フレームの最大曲げモーメントは 3658kN・cm、最大せん断力 40.2kN、最大軸力 879.2kN、最大変位は、1.17cm、ブレースの最大曲げモーメント 4512kN・cm、最大せん断力 51.5kN、最大軸力 363.0kN となった。このモデルではブレースとフレームが鉛直荷重に対する応力を均等に負

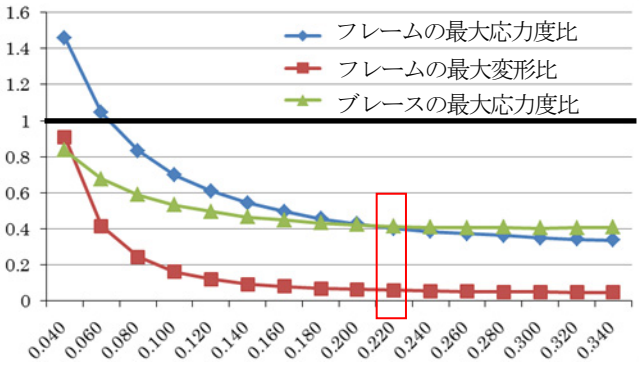


図 6　最大応力度比及び最大変形比 (スパン 60m×60m)

り、基本波形のモデルよりもフレームの応力度を 1/3 に減ずる効果があることが分かる。またフレームの変形比は 1/10 以下であることも分かる。

次に、スパン 30m×30m でさざ波を基本波形に加えたモデルについて述べる。このモデルの構造ジオメトリは、スパン 60m×60m のモデルの節点数を変えず、1/2 に縮小したものである。このモデに対して、前述同様に基本波形とさざ波の振幅の比を変えて、静的解析を行った。

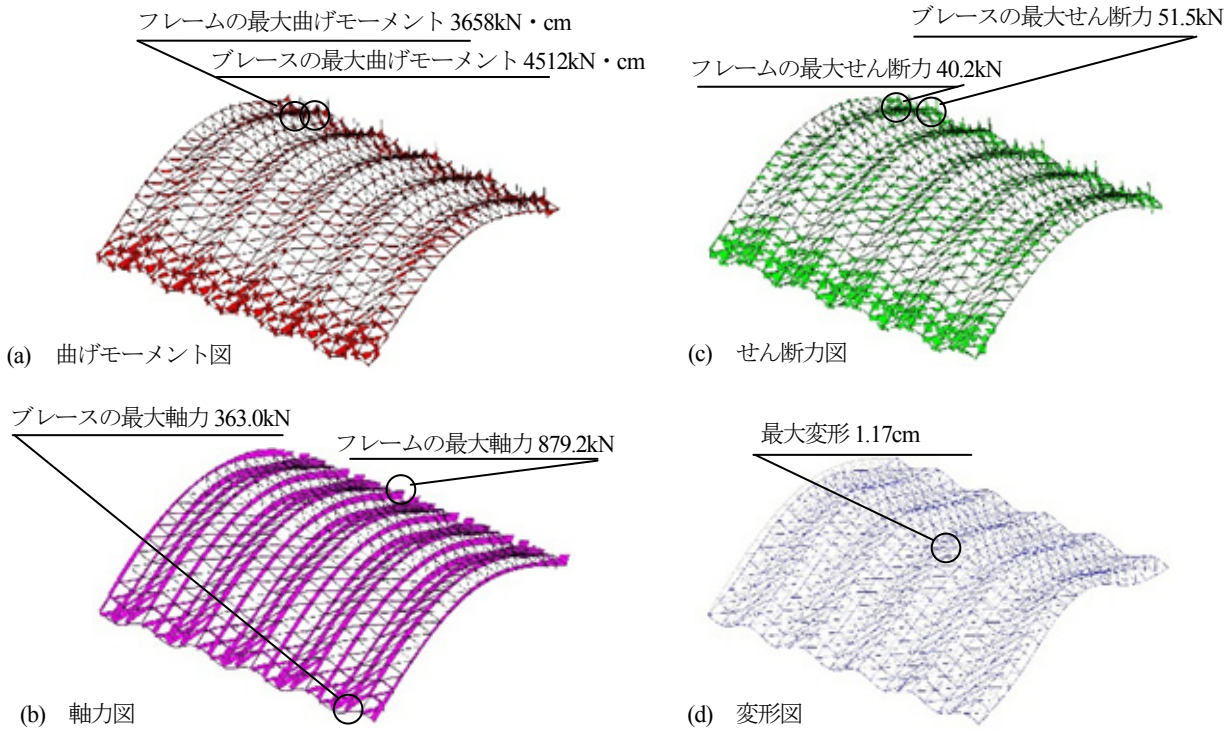


図 7　最適形態の応力図と変形図（スパン 60m×60m）

図 8 は、その中で最大応力度比と最大変形比が最も小さいモデルの解析結果を最高高さスパン比に対して示したものである。このモデルでは、最高高さスパン比 0.060 以後は最大変形比とフレームおよびブレースの最大応力度比が許容値以下になり、最高高さスパン比が 0.180 の時、フレームとブレースの応力度比がほぼ同じ値になる。その時、x 方向波高 0.9m、y 方向波高 9m で、フレームとブレースの最大応力度比は 0.39 と 0.41、最大変形比で、部材はフレームとブレース共にφ99×19 であった。この時の最大応力と変形の発生場所は、スパン 60m×60m のモデルとほぼ同じで、その値は、フレームの最大曲げモーメントは 331kN・cm、最大せん断力 7.4kN、最大軸力 194.1kN、最大変位は、0.67cm、ブレースの最大曲げモーメント 398kN・cm、最大せん断力 9.3kN、最大軸力 77.5kN となった（図は省略）。

5.2　風紋と砂丘の形態に基づく構造との比較

図 9 は風紋と砂丘に基づく曲面構造に関する研究[6]から得られた最適形態のモデルを、本研究のモデルと比較したものである。尚、x 方向波に相当する風紋部分の最高高さは 8.51m、基本波形に相当する砂丘部分の高さは 14.8m である(初期高さはいずれも 2.3m,4m)。

図 10 は、図 9 (b)の解析結果を、最高高さスパン比に対して示したもので、図 9 (a)の風紋と砂丘に基づくモデ

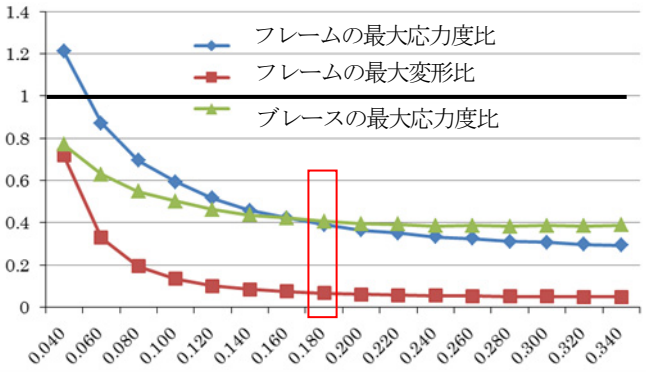


図 8　最大応力度比及び最大変形比 (スパン 30m×30m)

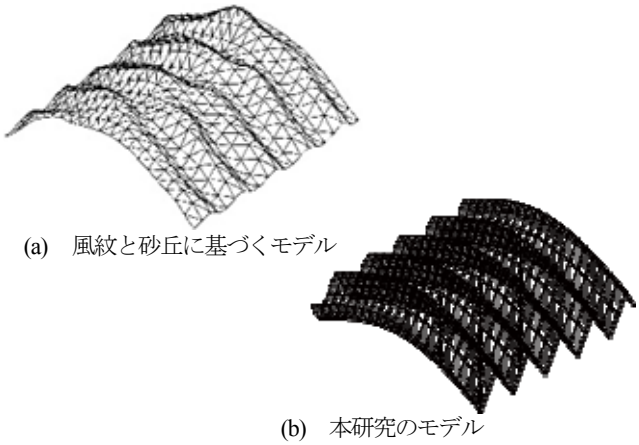


図 9　類似した構造形態の比較 (スパン 60m×60m)

ルと比較したものである。尚、両者を比較するために初期形態のx及びy方向振幅は上述の初期高さで統一した。この最適形態は最高高さスパン比が0.358の時で、x方向波高11.5m、y方向波高20mで、フレームとブレースの最大応力度比は0.65と0.64、最大変形比0.07となった。その時の部材はフレームとブレース共にφ238×18である。本研究のモデルの場合、応力度比を約70%弱に抑えることができた。風紋と砂丘の形態を利用した構造では、本研究のモデルよりも、形態に不規則な要素が含まれるので、構造体としての合理性は低下すると考えられるが、フレームの応力度が30%程度増加することを許容するなら、構造体として利用可能であろう。また、風紋として与えられたさざ波的な形状があるため、本研究の正弦波半波長分を用いた基本モデル(図 2(a))よりは鉛直荷重に対し優れた性能を示している。

6 結論

本論文では、基本となる上に凸な正弦波曲面に、さざ波の形状を加えることが構造体の鉛直荷重に対する性質に及ぼす影響を検討した。結論は以下の通りである。

1) 最も優れた力学的性質を示す形態は、スパン60m×60mのモデルでx方向波高が2.2m、基本波形の波高が22m、部材断面はφ248×28のモデルであった。同様にスパン30m×30mのモデルでx方向波高が0.9m、基本波形の波高が9m、部材断面はφ99×19のモデルであった。

2) 既発表の風紋と砂丘に基づく構造モデルと比較した場合、形態は類似しているが不規則な形態を含まない本論文のモデルが、フレームとブレースの最大応力度比で66%、73%、最大変形比で33%、値が小さくなり、構造のジオメトリとして優れていることが分かる。しかしながら、上述のような造形的に自然界の不規則性を含むようなモデルであっても、応力度比で30%程度の応力の増加を許容すればよいことも分かる。

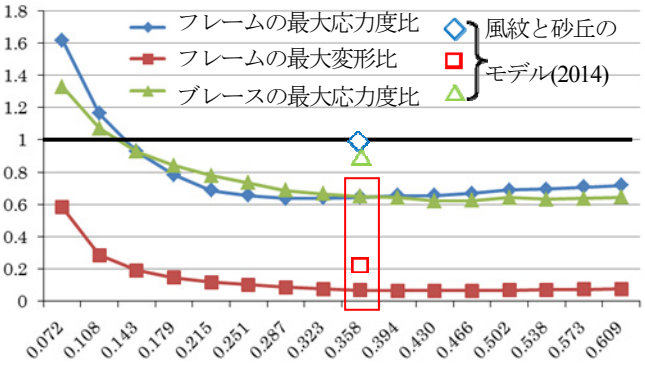


図10 最大応力度比及び最大変形比(スパン60m×60m)

参考文献

1) 梶田 哲嗣，石川 敬一，大森 博司:拡張ESO法による曲面構造形態の創生 その1 理論と計算例,日本建築学会学術講演梗概集. B-1, 構造 I, pp.697-698, 2006年

2) 日本建築学会:「アルゴリズミック・デザイン」pp.149-153, 鹿島出版会, 2009年3月

3) 金城 忠之, 朝山 秀一:海洋のうねりを用いた構造形態の概念について 海洋波の生成アルゴリズムに基づく構造形態の創生 その1;日本建築学会学術講演概要集, 防火・海洋・情報システム技術, 2010年7月

4) 金井 龍一,朝山 秀一:さざ波の形状がブレースを持つ空間構造の力学的性質に及ぼす影響 海洋波の生成アルゴリズムに基づく構造形態の創生 その6, 日本建築学会学術講演概要集, 情報システム技術, 2014年9月

5) 関根義彦:「海洋物理学概論」, pp.32-38, 成山堂書店, 2003年7月

6) 清水 秀太郎, 朝山 秀一:風紋と砂丘に基づく曲面をもつブレース付き空間構造について 風紋の形成システムに基づく空間構造の力学特性 その6, 日本建築学会学術講演概要集, 情報システム技術, 2014年

平坦折の理論を用いた展開構造の形態創生

田口英和[1)]，張景耀[2)]
1)名古屋市立大学芸術工学研究科，大学院生，th14g14@sda.nagoya-cu.ac.jp
2)名古屋市立大学芸術工学研究科，准教授，工学博士

1 . 序論

展開構造[1)]とは、材料の質量と体積を変化させずに形状変化によって、そのサイズを大きく変化させることが可能な構造物である（図 1)。この構造形態は、宇宙空間という外力や障害物による大きさの制約が少ない環境条件のもとで構造物を構築する際に大きな効力を発揮する形態の一つとして発展を遂げてきた。その構成材料には、トラスやシザーズなどの線材料を用いたものやパネルなどの面材料を用いたものがある。面材料を用いた展開構造の形態には折り紙の理論が使用されており、ミウラ折りなどの折り方がソーラーパネル[2)]に使用されている（図 2)。折り紙の理論を用いた展開構造は、折り畳むことで板材の剛性が増すという特徴や、構造物を組み立てる際に構成部材のほかに材料を必要としないという利点から、建築の分野にも応用されており、panel-hinge framework[3)]によるアルミの展開構造[4)]が代表的である（図 3)。建築分野における展開構造の実用化が可能になれば、被災地における持ち運び可能な仮設施設などに応用可能である。

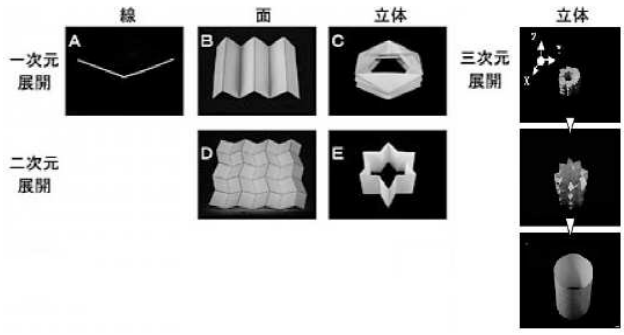


図 1 展開構造物の分類

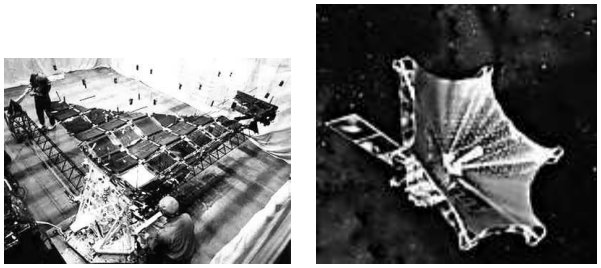


図 2 宇宙空間における展開構造物の例

Fantastic Aluminum Origami Kiosks Pop Up in London, UK

図 3 建築物における展開構造の例

2 . 研究目的

建築の分野における展開構造に求められる性能として、以下の3 点が挙げられる。

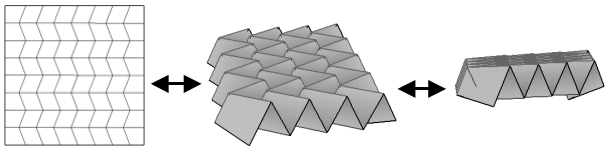
① 持ち運びの容易さや非使用時の収納性のため、折り畳み時の容積が小さい。
② 使用時の収容性のため、展開時の容積が大きい。
③ 展開・折り畳みの操作の容易さや安定性のため、有限メカニズムの数が少ない。

本研究では特に、①折り畳み時の容積が小さいという性能に対する解決策として、平坦折[5)]に着目している。

平坦折とは、一枚の紙に複数の折り目がぶつかる頂点が存在するときその紙を平坦に折り畳むことが可能かどうか、という問題である。平坦折が可能であれば、その容積を小さくすることが可能である（図 4)。尚、この図形の描写には舘知宏のソフト[6)]を使用した。Panel-hinge frameworkによる展開構造は、複数頂点の折り紙とみなすことができ、これはさらに単頂点折り紙の集合と考えることができる（図 5)。平坦折可能な展開構造の形態創生を行うためには、単頂点折り紙における平坦折可能な折り方の列挙方法の獲得が必要である。単頂点折り紙については3 節で詳しく説明する。

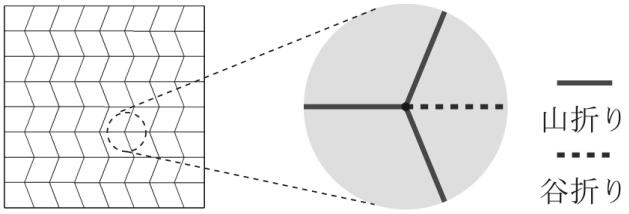
単頂点折り紙における平坦折の必要条件はすでに解明されている[7)]。必要条件については4 節で詳しく述べる。この条件は、ある角度の折り目が与えられたときにその折り紙を平坦に折り畳むことが可能な折り方が存在するかどうかを判断するもので、平坦折が可能な折り方を列挙するものではない。平坦折が可能な展開構造の形態創生を行うために、平坦折が可能な折り方を列挙する

ような手法が求められる。本研究では、単頂点折り紙における平坦折が可能な列挙方法を提案する。更に、模型実験により、その有用性の検証を行った。



(a)展開　(b)折り畳み（展開）途中　(c)折り畳み

図 4 平坦折可能な折り紙



(a)複数頂点折り紙　(b)単頂点折り紙

図 5 複数頂点折り紙と単頂点折り紙

3 . 本研究での規則

この節では、本研究における規則と用語について説明する。

本研究で扱う「単頂点折り紙」とは、一つの頂点から複数の折り目が放射状に配置される折り紙である。そのため、折り紙の形状は単純な円形であり、折り目の長さや紙の厚みを考慮しない。また、隣接する2 本の折り目と頂点が構成する扇形を「面」と呼ぶ。

「複数頂点折り紙」とは、単頂点折り紙における折り目の端点を新たな頂点とし、そこからさらに折り目が放射状に配置された折り紙である。複数頂点折り紙において頂点同士を連結する折り目の長さは無視できない要素である。この問題についての考察は9 節で述べる。

折り目には、稜線が突き出るように折る「山折り」とへこむように折る「谷折り」がある。本稿では山折りを直線、谷折りを鎖線で表す。

紙を折り畳むときに紙が伸びたり、紙自身を貫通することは考慮しないが、紙自身が重なり合うことはある。折り紙が「平坦折」の状態であるとは、紙が平面状に層状に並び、互いに重なっている状態を指す。

上記以外については適宜本文中で説明する。

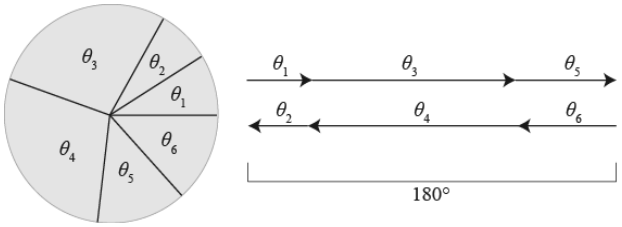
4 . 平坦折の必要条件

解明されている平坦折の必要条件を以下に示す。

［川崎定理］

一つの頂点にぶつかり隣接する折り目のなす面の角度をそれぞれ、反時計回りに$\theta_1, \theta_2, \theta_3, ..., \theta_{n-1}, \theta_n$ とすると、角度の交代和は180°にならなければならない（図 6）。すなわち、以下の式を満たす必要がある。

$$\theta_1+\theta_3+\theta_5+\cdots+\theta_{n-3}+\theta_{n-1}=\sum_{i=1}^{n/2}\theta_{2i-1}=180° \qquad (1)$$
$$\theta_2+\theta_4+\theta_6+\cdots+\theta_{n-2}+\theta_n=\sum_{i=1}^{n/2}\theta_{2i}=180°$$



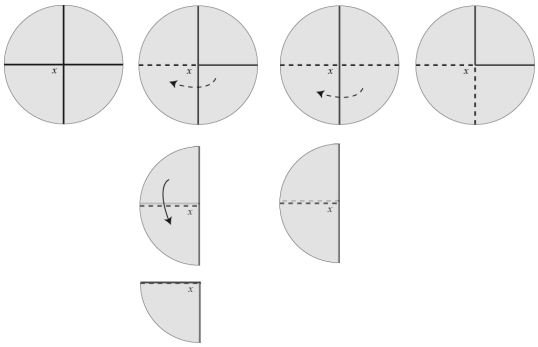
(a)単頂点折り紙　(b)面の角度を線分とした図

図 6 川崎定理の概念図

［前川定理］

山折りの数をM、谷折りの数をVとすると、以下の式を満たす必要がある（図 7）。また、一つの頂点にぶつかる折り目の数は偶数である。

$$M = V + 2 \text{ または } V = M + 2 \qquad (2)$$



(a)単頂点折り紙 (a)M=3,V=1 (b)M=2,V=2 (c)M=2,V=2

図 7 前川定理の概念図

［局所最小定理］

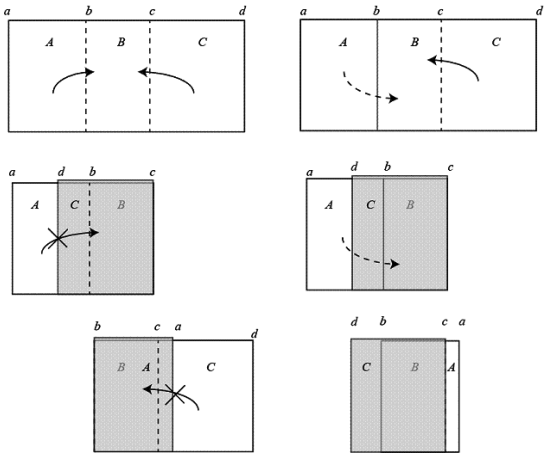
隣接する二つの折り目のなす面の角度 θ_m が、隣接する面の角度 $\theta_{m+1}, \theta_{m-1}$ に対して、式(3)を満たすとき、その面を局所最小面と呼び、局所最小面を構成する折り目は［山, 山］又は［谷, 谷］以外でなくてはならない（図 8）。

$$\theta_m < \theta_{m+1} \text{ かつ } \theta_m < \theta_{m-1} \qquad (3)$$

また、局所最小面が連続するとき、すなわち

$$\theta_m = \theta_{m+1} < \theta_{m+2} \text{ かつ } \theta_m = \theta_{m+1} < \theta_{m-1} \quad (4)$$

のとき、θ_m , θ_{m+1} を構成する折り目は[山, 山, 山]又は[谷, 谷, 谷]以外でなければならない。



(a)局所定理に反する折り方　(b)局所定理に沿う折り方

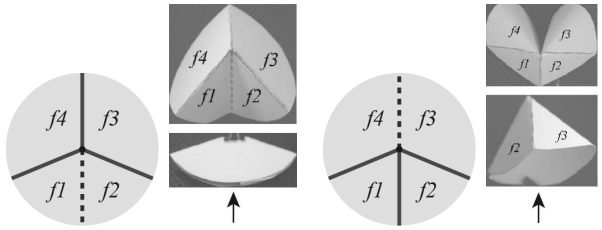
図 8 局所最少定理の概念図

5 . 平坦折の可否の判断

式(1)~(4)の必要条件を満たさない折りパターンは平坦不可能であることは証明されているが、必要条件を満たす折りパターンの中には平坦折不可能なものも存在する可能性がある。そのため、列挙された折りパターンが実際に平坦折可能かどうかを検証する必要がある。ここで、折りパターンとは一つの頂点にぶつかる山折りと谷折りの組み合わせを指す。

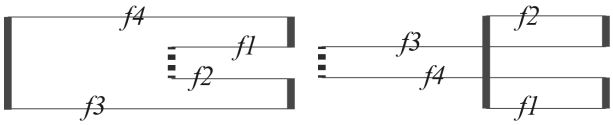
平坦折の可否の判断方法を以下に示す。平坦折可能な折りパターンであれば、紙が歪まずに折り畳むことができ（図 9(a)）、水平方向から見た折り畳み図において、面と折り目が交叉しない図形を描くことが可能である（図 10(a)）。平坦折不可能であれば、紙を折り畳むときに歪んでしまい（図 9(b)）、面と折り目が交叉しない図形を描くことが不可能である（図 10(b)）。交叉しているときは図 11(a)~(c)、交叉していないときは図 11(d)~(f)のようになる。このとき、交叉するということは局所最小定理に反することと同義である。また、水平方向から見た折り畳み図において、見かけ上折り目に長さが存在しているが、実際には折り目の長さを考慮していない。

また、一つの折りパターンに対して複数の折り畳み方が存在し、折り畳み方によっては平坦に折り畳めない場合がある。そのため、折り畳み方をもれなく検証する必要がある。例として、図 12(α)の単頂点折り紙は、ある折りパターンに対する平坦折が可能な折り畳み方が2 通り存在する。これに対して、図 12(β)の単頂点折り紙は、ある折りパターンに対する平坦折可能な折り畳み方が1 通りである。折り畳み方の検証は、手作業ではもれなく検証できない可能性があり、全ての折り畳み方を検証することは困難である。



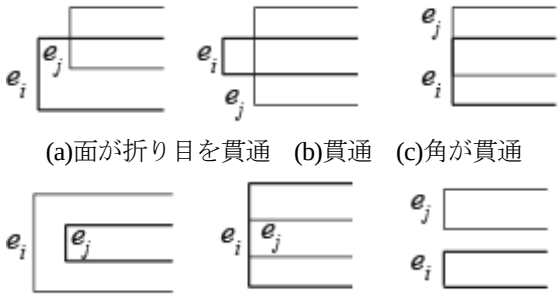
(a)平坦折可能な折り目　(b)平坦折不可能な折り目

図 9 単頂点折り紙の平坦折の様子



(a)平坦折可能な折り目　(b)平坦折不可能な折り目

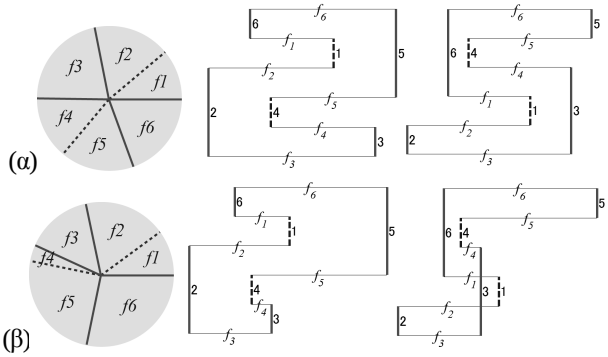
図 10 水平方向(図 9の矢印側)から見た折り畳み図



(a)面が折り目を貫通　(b)貫通　(c)角が貫通

(d)内部にある　(e)重なっている　(f)離れている

図 11 交叉の判定



(a)平坦折可能な折り目　(b)折り畳み方の検証図

図 12 折り畳み方の検証

6 . 従来法による平坦折可能な折り方の列挙

この節では図 13(a)の折り紙を例に、既存の必要条件を用いて平坦折可能な折り方を列挙する手法を述べる。

［従来法］

Step 1.川崎定理を満たす単頂点折り紙の作成

式(1)を満たす角度の折り目を設定する（図 13(a)）。この時点では、山折りと谷折りの組み合わせは折り目の数をnとすると$n!$通り考えられる。

Step 2.前川定理を満たす折りパターンの列挙

Step1で作成した単頂点折り紙に対して、式(2)を満たす折りパターンを列挙する（図 13(b)）。山折りの数と谷折りの数の組み合わせは、$c = n/2$ とし、単頂点折り紙の表裏が逆転したときに山折りは谷折りに、谷折りは山折りになる場合を考慮すると、

$$[M, V] = [c + 1, c - 1] \tag{5}$$

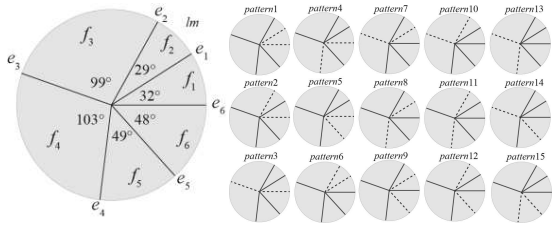
となり、その数は、C^{n}_{c-1} 通りである。

Step 3.局所最小定理を満たす折りパターンの列挙

Step2で列挙された折りパターンに対して、局所最小定理の検証を行い、局所最小定理を満たさない折りパターンを除外する（図 14）。

Step 4.折り畳み方の検証

Step 3で残った全ての折りパターンに対して平坦折可能な折り畳み方が存在するかどうか検証する。今回の例では必要条件を満たす8 通りの折りパターンのうち、4 通りの折りパターンが平坦折可能な折り畳み方が確認できなかった（図 15）。



(a)単頂点折り紙 (b)前川定理を満たす折りパターン

図 13 川崎定理、前川定理を満たす折りパターン

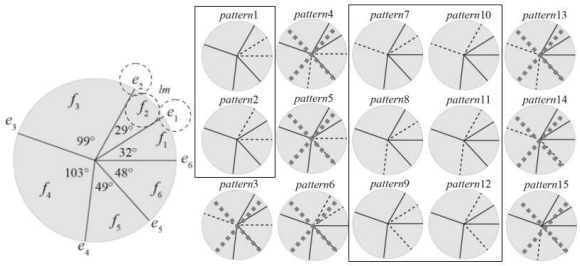


図 14 局所最小定理を満たす折りパターン

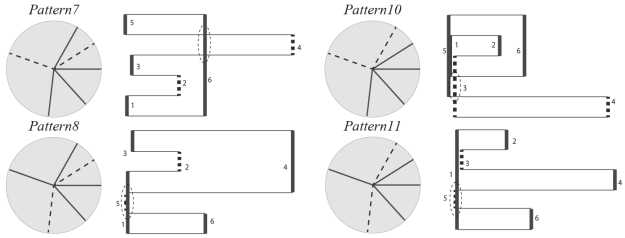


図 15 平坦折可能な折り畳み方が確認できないパターン

7 . 分枝限定法による平坦折可能な折り方の列挙

この節では図 13(a)の折り紙を例に、分枝限定法を用いた平坦折可能な折り方を列挙する手法を紹介する。この手法では、図 13(b)の様な既存の必要条件によって列挙された折りパターンに対する折り畳み方の検証を、もれなく効率よく行うために分枝限定法を用いた。分枝限定法とは、分枝操作と刈込と呼ばれる限定法によって、求めるべき解の条件に適した解を列挙する手法である。

［分枝限定法による列挙アルゴリズム］

Step 1.平坦折の必要条件を満たす単頂点折り紙の作成

川崎定理を満たす角度を持つ単頂点折り紙を作成し、前川定理、局所最小定理をともに満たす折りパターンを列挙する（図 14）。得られた折りパターンそれぞれに対応する*subface*を作成する(図 16)。以降、隣接する折り目がなす面を*face*またはf_i、折り目を*edge*またはe_iと表す。

*subface*は*face*と*edge*を組み合わせて作成する。f_iの長さは角度の大きさに比例し、iが奇数のとき右方向に、iが偶数のとき左方向に進むように描く。e_{i-1}，e_iの形状は山折りのとき反時計回り、谷折りのとき時計回りとなるように描く（図 17, 18）。

Step 2. *subface*の連結

Step 1で作成した*subface*をf_1から順番に連結する（図 19）。新規の*subface*であるf_iを連結するとき、既存のf_1～f_{i-1}の間のどこに新規のf_iを作成するかという分枝が現れる可能性がある（図 20）。分枝が現れない場合 Step 2を繰り返す。分枝が現れた場合、Step 3に進む。

Step 3.分枝操作

Step 2で現れたそれぞれの分枝に対応する*subface*を作成し、連結する。

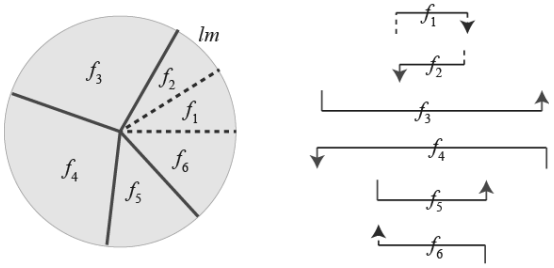
Step 4. *subface*の交叉判定

Step 3で作成したそれぞれの*subface*に関して、既存の*edge*に対して交叉判定を行う（図 21）。*subface*

と*edge* 交叉しているとき、局所最小定理に反するため平坦折不可能である。

Step 5.分枝探索

Step 4で*subface*が交叉した分枝はそれ以降の探索を停止し、交叉しなかった分枝はStep 2に戻り探索を継続する（図 22)。これ以上探索可能な分枝がない場合、交叉しなかった分枝の折りパターンを記録し、その折り畳み形状を出力する（図 23)。



(a)単頂点折り紙　　(b)*subface*

図 16 単頂点折り紙と*subface*

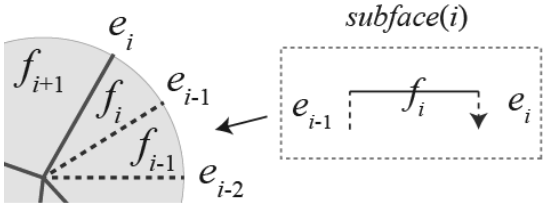


図 17 *subface*の作成図

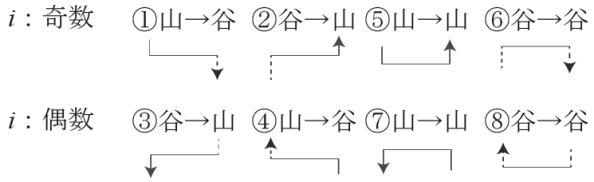


図 18 *subface*のパターン

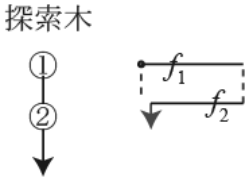


図 19 *subface*の連結

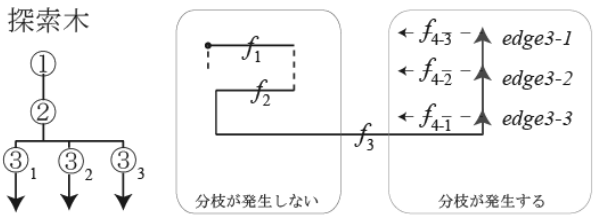


図 20 *subface*の分枝

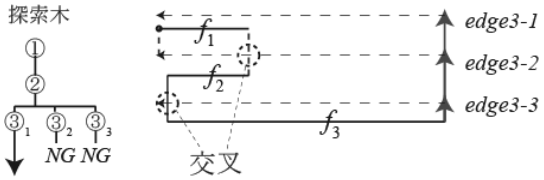


図 21 *subface*の交叉判定

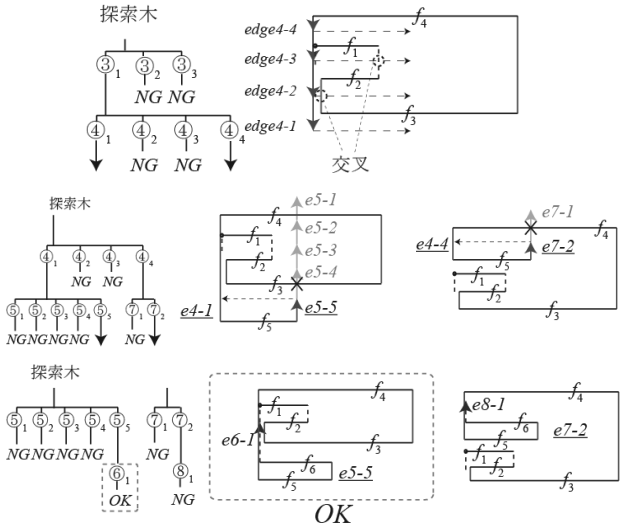


図 22 分枝探索

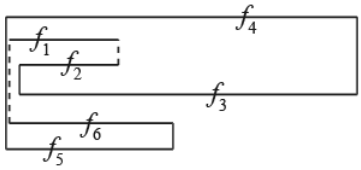


図 23 折り畳み形状の出力

8 ．例題

分枝限定法による実行例を2 例以下に示す。川崎定理を満たす単頂点折り紙を作成し、前川定理、局所最小定理をともに満たす折りパターンを列挙する（図 24)。この時点での折りパターンは(α)では12通り、(β)では8通り存在する（図 25)。

分枝限定法による折り畳み方の検証を行い、平坦折可能な折り畳み方が存在した折りパターンは(α)では9 通り、(β)では4 通り存在することが確認できた（図 26)。

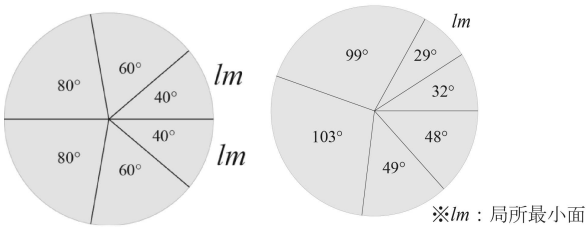


図 24 平坦折の必要条件を満たす単頂点折り紙

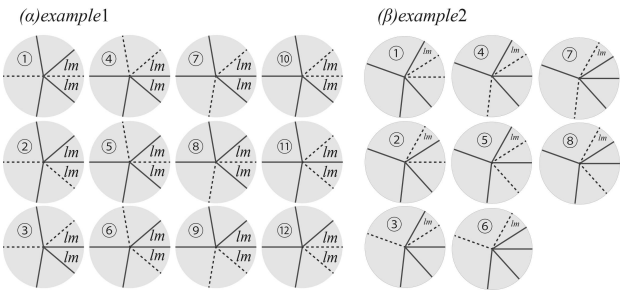


図 25 平坦折の必要条件を満たす折りパターン

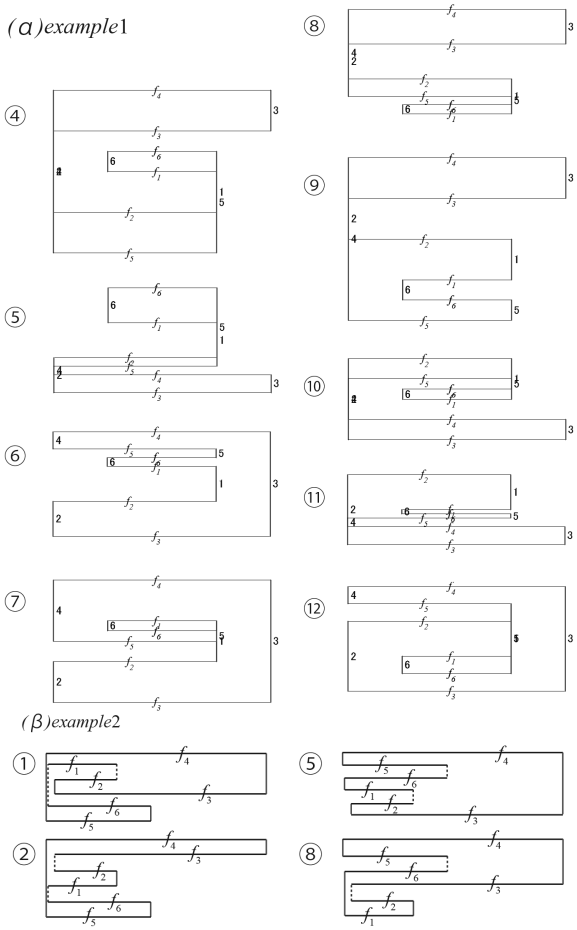


図 26 分枝限定法により得られた折り畳み形状

9 . 複数頂点

複数頂点において平坦折可能な折り方を列挙するためには、折り目自体の長さなどの要素が関わってくるため、問題はさらに複雑化する。例として、同じ折りパターンでも図 27の例では平坦折可能だが、図 28の例では平坦折不可能である。しかし、頂点同士の間隔を一定にし、折り目の長さを一定にするなどの制約を持たせれば、頂点同士をつなぐ折り目は共通するということを利用することで、規則的な平坦折可能な展開構造の作成が可能である。

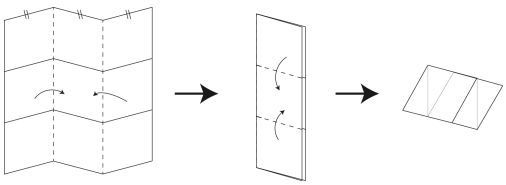


図 27 平坦折可能な複数頂点折り紙

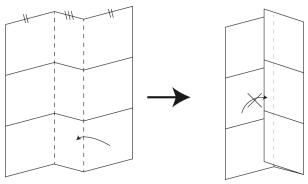


図 28 平坦折不可能な複数頂点折り紙

10. まとめ

本研究では、分枝限定法による単頂点折り紙の平坦折が可能な折り方の列挙方法を提案した。

今後は有限メカニズムの数が少なく、展開時の容積が大きくなるような、複数頂点での平坦折可能な展開構造の形態創生を行う。既知の有限メカニズムの数が1つとされている折り紙は、単頂点においても有限メカニズムの数が1つである。そのため、まずは単頂点において有限メカニズムの数が1つであり、展開時の容積が大きくなる形態を探る。

参考文献

1) 十亀昭人（2007）「宇宙にひらく、三次元展開構造物」,『10＋1』No.46, pp.96-99, INAX 出版
2) 宇宙航空研究開発機構ホームページ: http://www.jaxa.jp/
3) N. Katoh and S. Tanigawa, A proof of the molecular conjecture, Discrete & Computational Geometry, 45: 647-700, 2011
4) http://inhabitat.com/fantastic-aluminum-origami-kiosks-pop-up-in-london/
5) 三谷純, 図学と折り紙(2), 図学研究, Vol.46, No.3, pp.11-15, 2012
6) Tomohiro Tachi, "Freeform Origami",www.tsg.ne.jp/TT/software/
7) Joseph O'Rourke, 上原隆平(翻訳), 折り紙のすうり-リンケージ・折り紙・多面体の数学, 近代科学社, 2012

国立代々木競技場第二体育館屋根の動的特性

松尾智恵[1)]，川口衞[2)]
1) 川口衞構造設計事務所，修士(理学)，matsuo@kawa-struc.com
2) 川口衞構造設計事務所代表，法政大学名誉教授，工学博士

1 はじめに

国立代々木競技場は、1964 年の東京オリンピックのために建設された。この施設は、第一体育館、第二体育館、そして両者をつなぐ付属棟（3 棟）で構成されている。建物の設計は丹下健三＋都市・建築設計研究所、構造は東京大学生産工学部、坪井善勝研究室である。当時、最先端の吊屋根構造を用いたこの施設は、建築デザインと構造の高度な融合を示す作品として国内外から高い評価を受けてきた。

第二体育館は周知の通り、特殊な屋根形状を有しているが、その動的特性について述べられた資料は少ない。したがって、本論文で、第二体育館屋根の動的特性を明らかにすることは意義があると考え、その検証を試みた。

2 構造概要

1964 年の東京オリンピックで第二体育館は、バスケットボール用の競技施設として使用された。中央にバスケットボール・コート一面が入る円形プランのアリーナがあり、それを囲むように直径約 65m の円錐形の鉄筋コンクリート造スタンドが配置されている。その空間はエントランス用に設けられた空間と合わせて「一つ巴」の平面を構成する（**図 1**）。

スタンド外周には、一本の独立柱（主柱）が立てられ、その頂点からメインパイプが、一つ巴の先端にあるアンカーブロックに向かって、らせん状に流れる。このメインパイプとスタンド外周とをつなぐ鉄骨の吊り材が、アリーナを覆う（**図 2**）。

メインパイプをなす空間曲線は、これにとりつく吊り材反力との合力線を立体的に作図することで得られる。ただし、最終的に採用された曲線は建築的な要求によってわずかに修正したもので、この２つの曲線のずれと、荷重変動による吊り材張力の変化を、安定した形で処理するために主柱とメインパイプとの間には、鋼管の水平材と方杖からなる三角形のトラス（押えトラス）が設けられ、一体化される（**図 2**）。

主柱とアンカーブロックの間には 6m のせいを持つタイビームが配置され、大きなＬ字型フレームを構成する。主柱は片持ち柱として、頂点にメインパイプからの水平力を常時受けるが、それによる主柱の転倒はこのＬ字型フレームを介して、アンカーブロックとタイビームの重量により抵抗する。主柱とタイビームに生じる常時の曲げモーメントは、ポストテンション方式によるプレストレスを与え、曲げクラックによる剛性低下が起きないように配慮されている。

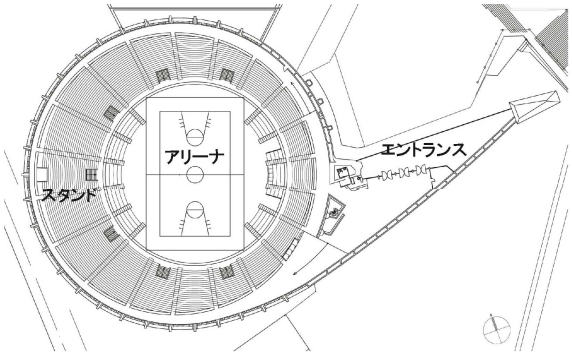


図 1 平面図

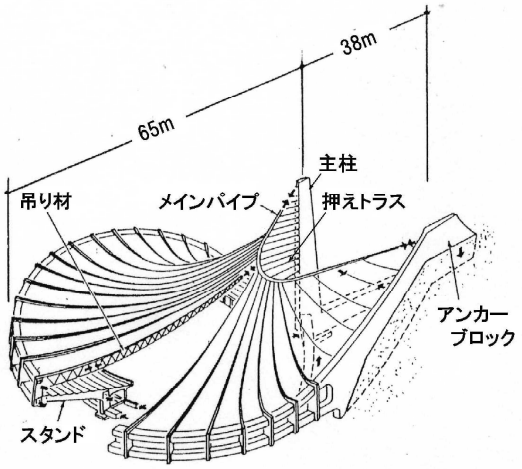


図 2 構造概要[2)]

吊り材は、最大スパン 60m に対して 60cm のせいの吊りトラスで造られ、上下弦材、ラチス材ともにアングルによって構成されている。吊り材は計 54 本あるが、その断面形状は、主柱近傍に添う一部の吊り材を除いて、円弧となっている。スパンの長い吊り材に関しては、円弧の最下点からスタンド外周に向かってトラスのせいが 60cm から 120cm へと変化し、元端の剛性を確保してい

る。屋根は、吊り材間の円周方向にI型鋼の母屋が設けられ、その上にC型鋼の垂木が載り、屋根板となる3.2mm厚の鋼板が互いに溶接されている。この鋼板は、主柱に近い勾配の急な部分においては曲率が十分にあることから、シェル効果によって屋根の剛性が高められる。

3 解析

第二体育館屋根の解析モデルは、当時の設計図、施工図、竣工図を基に構築した。屋根の動的挙動を検討するにあたり、解析モデルとして最も適当なモデル化はどれか、**表1**に示す①～③の３つのモデルを比較することで検証し、固有値解析結果が現地で実施された振動測定の結果と比較的よく合う②のモデル（**図 3**）を採用することとした。

表１ ３つの検討モデル

①屋根だけモデル： 相対的に RC 躯体の剛性に比べ鉄骨屋根は比較的柔らかい。したがって、屋根だけをモデル化し、RC 躯体との接合部に支点を設けたモデル。
②屋根＋主柱モデル： RC 躯体のうち主柱の剛性を評価し、スタンド外周構造との接合部、主柱基部、ｱﾝｶｰﾌﾞﾛｯｸ基部に支点を設けたモデル。
③全体モデル： 鉄骨屋根、RC 躯体すべてをモデル化したモデル。

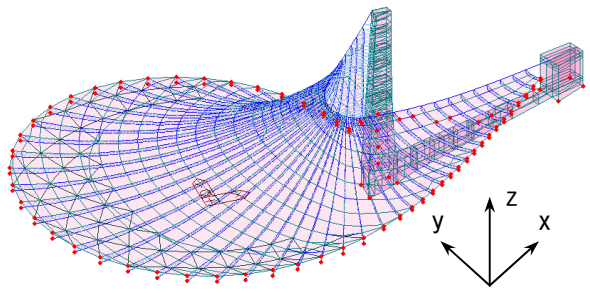


図 3 解析モデル

解析には、汎用構造解析ソフトmidasGenを用いる。

部材断面の大きい主柱・タイビーム・アンカーブロックは板要素でモデル化し、押えトラス・吊り材のラチス部材はトラス要素で、それ以外はすべて梁要素でモデル化する。屋根面内には屋根板が板要素でモデル化されている。支点は、**図 3** 中に赤い点で示す。スタンド外周構造との接合部、主柱基部、ｱﾝｶｰﾌﾞﾛｯｸ基部は、X,Y,Z 方向に変位拘束する。エントランスにはガラスサッシを受ける方立てが立っており、その近傍の屋根の節点をZ方向に変位拘束する。主柱は、Y 方向において高さの 1/3 程度まで壁があるため、Y 方向に変位拘束する。

動的解析において減衰はレイリー減衰とし、減衰定数は材料ごとに鉄骨は2%、鉄筋コンクリートは3%とした。

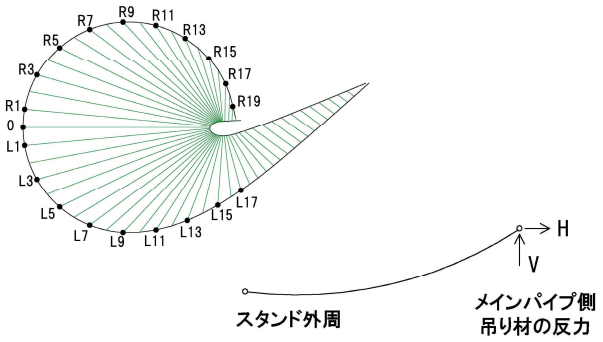
3.1 設計当時資料との比較

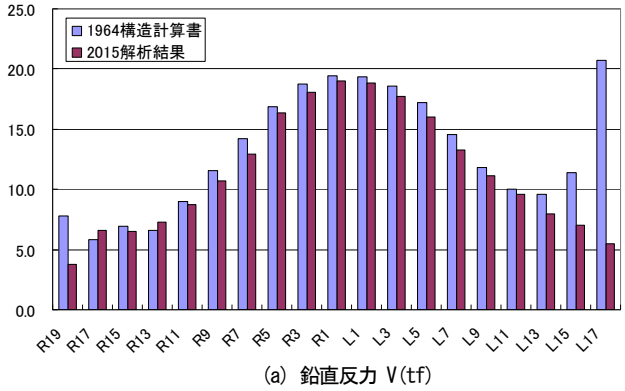
第二体育館屋根の当時の応力計算を追跡するにあたり、主に参考となる資料は当時の構造計算書と雑誌「建築文化」[1]である。それらの資料に掲載されている値と静的解析の結果をここに比較する。（なお、屋根自重が載荷されるのは屋根板の施工前であることを勘案し、ここでの解析では屋根板の剛性は考慮しないこととした。）

「建築文化」に屋根重量は、「平均して 100kg/㎡」という記載があり、**図 3** の解析モデルでも屋根総重量が当時見込んだ重量と同等となるように調整して屋根荷重を入力した。

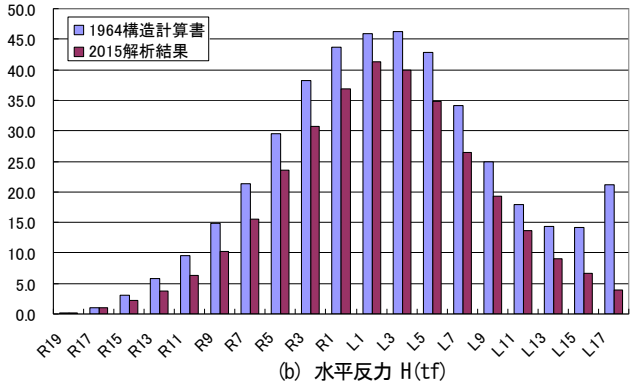
吊りトラスの重量は当時 50kg/㎡を見込んでいる。解析モデルの吊りトラス重量を集計して㎡あたりに換算すると約 30kg/㎡であり、ガセットＰＬやリベットなどの重量を見込んでその値を 2 割増しにしたとしても、当時見ていた値の 7 割程度の重量であった。屋根重量にメンテ等の積載荷重を見ていると考えると当時の値は妥当な数値である。

構造計算書には吊り材主要構面のメインパイプ側の反力の計算結果が記載されていた。ここで記載されている内容は、メインパイプの概略の形状を決めるために行った検討が主であり、メインパイプと吊り材応力の詳細な検討は別途行ったようである。ただ、その詳細検討の内容が資料として残っていないため、ここでは構造計算書の内容をベースに比較を行う。**図 4** に構造計算書の反力値と解析結果の反力の比較を示す。ここで、図中横軸の符号はキープランに示す吊り材の通り芯名であり、反力は吊りトラス 2 本あたりの値である。なお、構造計算書では吊り材ごとに独立して解いているため、解析でも各吊り材構面が独立して挙動するモデルで計算を行った。図から、L17 通りでは大きく値がずれるが、その他の通りは概ね同等な値となっていることが確認できる。全体を通じて、構造計算書の方が解析結果より大きい値を示す傾向にあった。





(a) 鉛直反力 V(tf)



(b) 水平反力 H(tf)

図 4 吊り材端部　反力比較

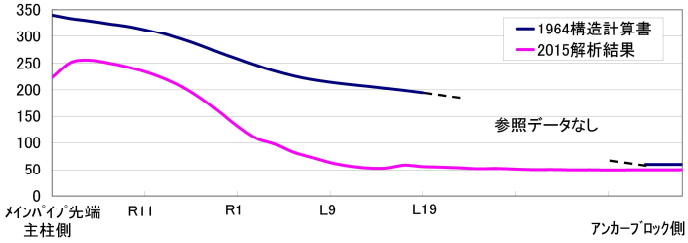


図 5 メインパイプ　軸力比較(tf)

次に、メインパイプの軸力を**図 5** に比較する。当時想定していたメインパイプ軸力分布を算出するにあたり、構造計算書にあるメインパイプの連力図を参考としたが、構造計算書から得られるメインパイプ先端の軸力と「建築文化」に記載されている軸力とでは値がやや相違していたので「建築文化」に記載されている「頂部で約 340t、下部で約 60t の常時引張力を受ける。」を正として図を描いた。解析結果は**図 3** の解析モデルで求めた結果である。図より、メインパイプの軸力は解析結果の方がメインパイプ先端あたりで 8 割程度の値（平均）であることが確認できる。また、軸力の分布の仕方であるが解析結果は R1 通り少し手前から L9 通りにかけて引張り力の減り方が急になる。これは、押えトラスが水平材から方杖へと切り替わる位置とほぼ一致しており、メインパイプの軸力が方杖へと移行しているためと思われる。主柱頂部メインパイプ先端の鉛直反力と屋根総重量との比率は 0.40 であり、屋根重量の約半分弱がメインパイプを介して主柱の頂にかかることが確認できた。

メインパイプをなす空間曲線であるが、立体的に求められた合力線は最終的には建築的要求によりわずかに修正された。そのずれがどの程度なのか、興味があったので比較したものを**図 6** に示す。平面上では最終形状の曲線のふくらみ先端が 0 通りにくるように修正され、立面上では L1 通りから南側の曲線の高さが低くなるように修正されていた。

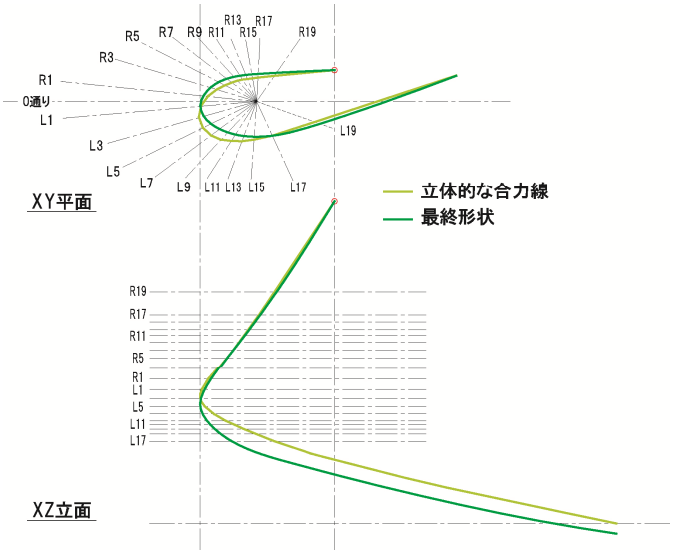
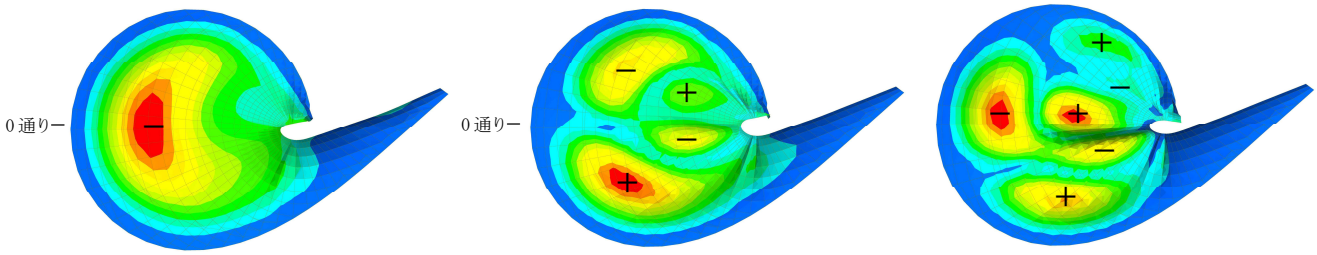


図 6 メインパイプの空間曲線

3.2　固有値解析

図 3 の解析モデルを用いて、固有値解析を行った。その結果を、**図 7** に示す。図中の正負は上下方向を示し、T は各モードの固有周期の値を示す。平成 22 年に、第二体育館屋根の振動測定を行っており、その測定で得られた卓越周期(Tr)も合わせて示す。振動測定と解析結果の振動パターンは概ね一致していることが確認できる。



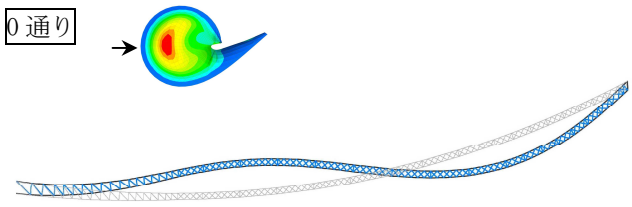
1 次モード　T= 0.451 s
Tr= 0.42 s

2 次モード　T= 0.317 s

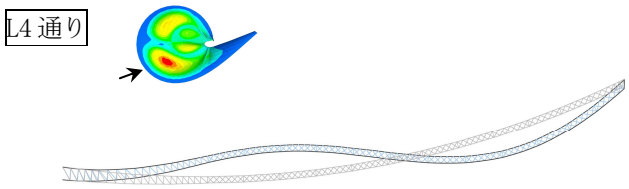
3 次モード　T= 0.289 s
Tr= 0.33 s

図 7 固有値解析結果

図 7 より、1 次モードは、0 通りあたりの吊り材の円弧最下点が上下に振動するモード、2 次モードは、0 通りをはさんで南北の吊り材の円弧最下点が上下逆に振動するモードであることが確認できる。比較のため、1 次、2 次モードで大きく振動する吊り材一構面をそれぞれ取り出し、メインパイプ、スタンド外周との接合点を支点(X,Y,Z 方向に変位拘束)として固有値解析を行った。その結果を**図 8** に示す。



1 次モード　T= 0.628 s



1 次モード　T= 0.538 s

図 8 一構面における固有値解析結果
（薄線は変形前の形状を示す）

図中、キープランの矢印で示す通りの一構面を取り出した。**図 7** で表れる振動性状はそれぞれの吊り材固有モードの 1 次モードにほぼ相当すると思われる（0 通りについては位相が逆）。固有周期を比較すると、どちらのモードも**図 7** の固有周期の方が**図 8** の一構面モデルの固有周期よりも短い。これは、全体モデルでは 3.2㎜ 厚の屋根鋼板によるシェル効果が効いて屋根面の剛性が高くなっているためと思われる。

3.3　弾性動的解析

エルセントロ・タフト・八戸の３つの観測波を用いて、弾性動的解析を行う。入力地震動波形の緒元を**表 2** に示す。

表 2 入力地震動波形の緒元

	図中記号	加速度(cm/s^2)		速度(cm/s)
		最大	最小	最大
エルセントロ 1940NS	EL	511	-393	50
タフト 1952EW	TA	497	-413	50
八戸 1968NS	HA	337	-214	50

固有モードの 1 次モードで最も大きく振動する節点位置（図中、節点 1）の応答加速度結果を**図 9** に示す。図において、応答加速度の水平方向と鉛直方向の縦軸の最大最小の目盛りが異なる点に注意してほしい。どの地震波においても水平方向より鉛直方向の応答加速度の方が数倍大きいことが確認できる。また、鉛直方向応答加速度に着目し、３つの地震波の応答加速度を比較すると、タフトの地震波が最も大きいことが確認できる。

そこで、タフトの地震波の全時刻を通じて、各節点に生じる最大加速度の大きさの分布を**図 10** に示す。図中の矢印は、全節点を通じて最も大きい応答加速度が生じる位置を示す。応答加速度は、上向きと下向きの方向があるが、**図 10** は下向き方向の最大を描いている。上向き方向の最大の分布の仕方は**図 10** とほぼ同様の結果であった。応答加速度の色分布の尺度は、X方向・Y方向とで合わせて表示している。この図より、X方向の方がY方

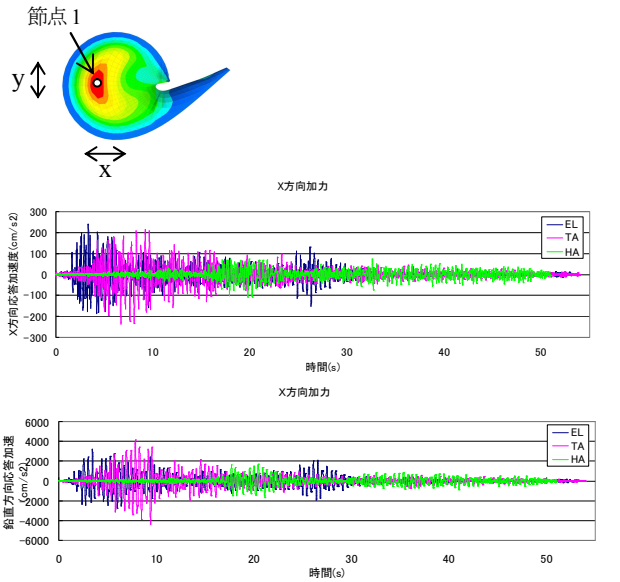
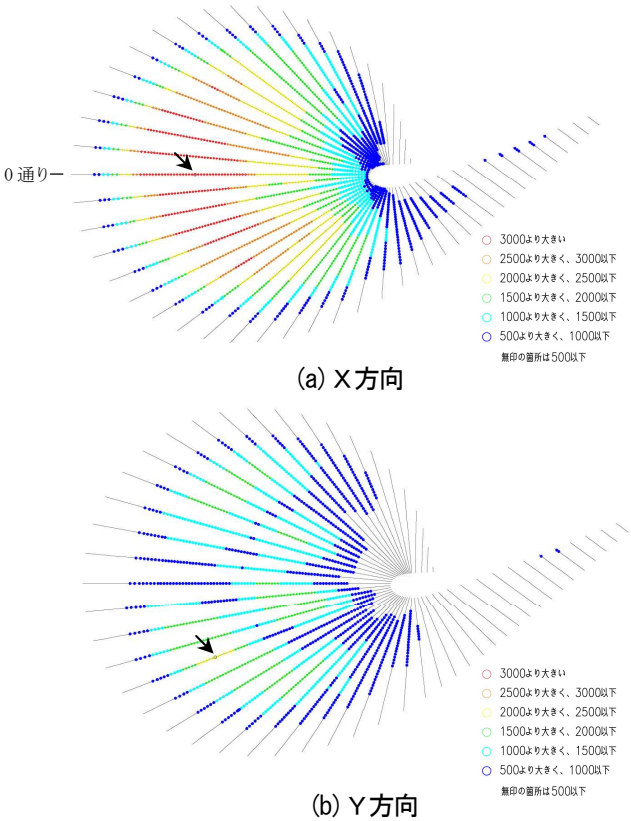


図 9 節点 1、応答加速度結果



(a) X方向

(b) Y方向

図 10 タフト、鉛直方向最大応答加速度結果

(単位：cm/sec^2)

向より大きな応答加速度結果を示していることが分かる。また、最大応答加速度の大きさの分布の仕方により、X方向は１次モード、Y方向は２次モードが支配的であることが確認できる。これらは、エルセントロ・八戸の地震波についても同様の傾向が見られた。

以上より、屋根面には鉛直方向に大きな応答加速度が生じることが確認できたが、それが部材応力としてどの程度の大きさの応力を生じさせるのか、**図 11** に 0 通り吊り材下弦材の「長期 DL」と最大応力発生時刻の「長期＋地震時（タフト X 方向)」の応力度分布の比較を示す。ここで、最大応答加速度の発生時刻と最大応力の発生時刻は必ずしも一致しない。吊り材は、メインパイプと外周スタンド間で支持されるが、吊り材の 1 節点における最大応答加速度による影響よりも、吊り材を通じてどのような大きさの応答加速度がどのように分布するかの方が、部材応力の大小に影響する。図中の緑色横線は、鋼材の基準強度を 1.1 倍した値を示す。本論文で検討している地震波は、**表 2** に示すように観測波を 50kine に規準化しており、極稀レベルの地震力である。したがって、応力度を検討する際の材料強度の数値として上記の値を採用している。吊り材の横座屈については、隣り合う吊り材間の円周方向に約 3.5m の間隔で、母屋がつなぎ材として配置されている。このつなぎ材は、スタンド外周に近づくに従って天端レベルが吊り材せいの中間まで下がり、横座屈に対する拘束が期待できるディテールとなっているため、つなぎ材間隔を座屈長さとして圧縮側弦材の終局時の圧縮応力度（図中、水色横線）を考慮した。

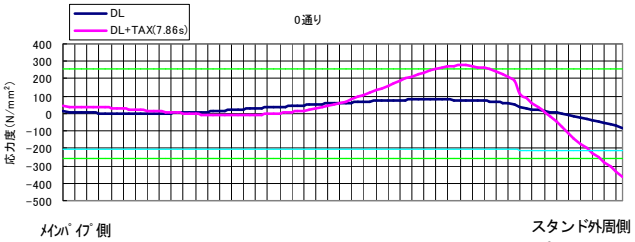
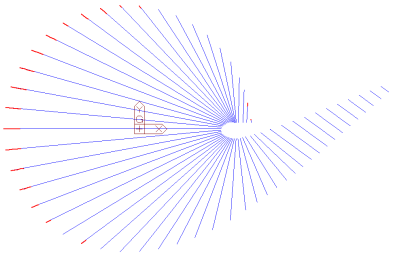


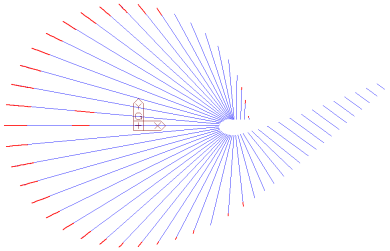
図 11 0 通り応力度分布（単位：N/mm^2）

図 11 より、吊り材の応力度が一部、緑色、水色横線を超える箇所が存在することが確認できる。その部分においては、部材は降伏または横座屈をする。３つの地震波の X、Y 方向で、吊り材上弦材については降伏または横座屈が起こらないことが確認できている。**図 11** のように降伏または横座屈することが確認できるのは X 方向地震時の吊り材下弦材においてである。降伏箇所の最も多い瞬間の吊り材下弦材降伏箇所の分布を**図 12** に示す。図中の赤線が降伏／横座屈している箇所を示す。吊り材のメインパイプ側の支点はピンであるため、屋根の崩壊系として考えられるのは、スタンド外周とスパン中央に降伏ヒンジ／横座屈ラインができた時点である。**図 12** を見ると、八戸はスパン外周に横座屈を起こす箇所が少し存在するがラインは形成されておらず、スパン中央においても降

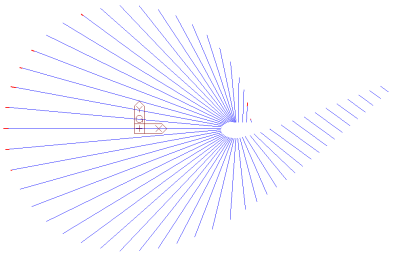
伏ヒンジはできていない。エルセントロ、タフトはともにスパン外周には降伏ヒンジ／横座屈ラインがほぼ形成されるが、スパン中央においては、エルセントロは降伏ヒンジがなく、タフトの場合は０通りと R1 通りの２構面のみであり、ラインといえるほどには形成されていない。したがって、**表 2** の３つの地震波においては、崩壊系は形成されないことが確認できた。



a) エルセントロ X 方向（4.84s 時点）



b) タフト X 方向（7.85s 時点）



c) 八戸 X 方向（20.44s 時点）

図 12 降伏箇所の分布

最後に、すべての吊り材はメインパイプにとりついているため、主柱頂部にあるメインパイプ吊り点の挙動と吊り材の挙動との間に関連が見られるか、主柱頂点のメインパイプを吊っている節点の応答加速度を**図 13** に示す。図より、３つの地震波において主柱頂部はＸ方向、Ｙ方向ともに同程度の最大応答加速度が生じていることが確認できる。特に、エルセントロと八戸に関しては、Ｘ方向加力時に比べ、Ｙ方向加力時の応答の方が大きい。これは、柱の断面形状が、Ｘ方向が柱の強軸方向であるのに対して、Ｙ方向は弱軸方向であること、Ｙ方向で主柱の揺れる卓越周期が地震動の振動周期に近かったことが原因であると思われる。吊り材に関して、Ｙ方向に比べＸ方向の方が大きな鉛直応答加速度が生じたことから、主柱についてもＸ方向の方がＹ方向に比べ水平応答加速度が大きいのではないかと推測されたが、そのような傾向は特に見られなかった。

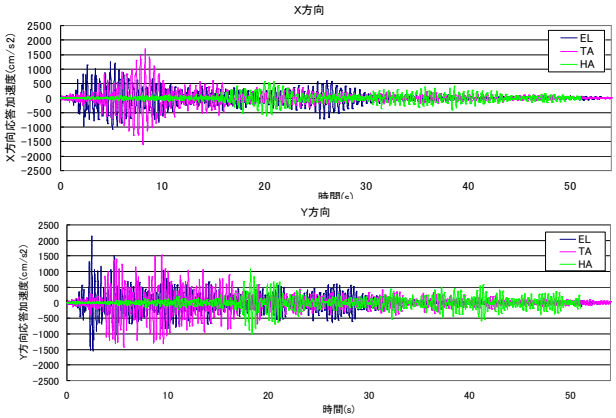


図 13 主柱頂部応答加速度結果

4 むすび

1964 年当時の設計図、施工図、竣工図を基に、解析モデルを構築し、屋根＋主柱のモデルを用いて、さまざまな解析を行った。

まずは、静的解析の結果と設計当時資料の値とを比較した。次に、固有値解析を行い、屋根の固有モードを確認した。その結果は、平成 22 年に実施された振動測定結果とも概ね合うことが確認できた。最後に、観測波３波（エルセントロ・タフト・八戸）を用いて、弾性動的解析を行った。吊り材ではタフトに対する鉛直方向の応答が最も大きいことが確認され、３つの地震波に共通してＸ方向加力においては１次モードが、Ｙ方向加力においては２次モードが支配的であることが確認された。Ｘ方向の地震時に吊り材下弦材が一部降伏または横座屈するが、屋根の崩壊系は形成されないことが確認できた。

参考文献

1) 建築文化, Vol.20 No.219, 1965
2) 川口衞：構造と感性, 鹿島出版会, 2015

■形態創生コンテスト 2015

■形態創生コンテスト 2015

□ コンテスト概要

1. コンテストの趣旨

建築の空間や工芸品の形は作者が審美や思想を満たしながら、求められる機能や役割の実現を図るべきである事は言うまでもありません。「形態創生」は空間あるいは形に求められている課題あるいは意図を理解した上で、力学上、構法上、効果的にそれを実現する方法を志向し、それを科学的に定義することで、結果として設計者の想像力を越えた形態の可能性が創造されると考えています。

本コンテストは、独創的でありながら実現性も視野にいれた「形態創生」の考え方に基づいたアルゴリズムや、建築構法とその産み出す形態を総合的に競う事を目的にしています。過去 7 回を経て本コンテストは、実体的に構造物を造る方法の合理性と、その構造物が実現する空間利用の合理性を融合した問題として捉えたレベルの高い催しとして注目されてきました。「形態創生」の考え方に可能性を見出す様々な分野の多くの人の参加を期待致します。

2. 課題(テーマ)

課題は以下のテーマとしました。

「パーソナル・ビルドできる建築の形態を創生する」

なお、応募要項の詳細は、「コロキウム構造形態の解析と創生 2015 ホームページ http://news-sv。aij。or。jp/kouzou/s17/ に掲載しました。

3. 審査委員(敬称略、50 音順)

審査委員長:

中田捷夫(株式会社中田捷夫研究室)

審査員:

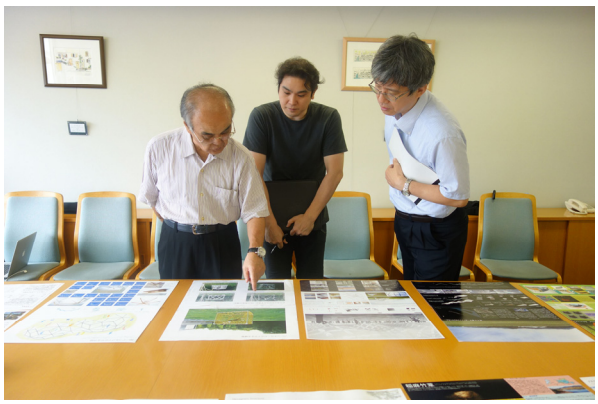
池田靖史(慶應義塾大学)
大崎純(京都大学)
久保田晃弘(多摩美術大学)

特別審査員(特別講演講師):

大森博司(名古屋大学)
竹中司(アンズスタジオ)

4. コンテストの経緯

2015 年 03 月 25 日:建築雑誌 2015 年 04 月号に応募要項掲載
2015 年 06 月 12 日:応募要項に関する質疑締め切り
2015 年 08 月 21 日:応募エントリー締め切り
2015 年 08 月 28 日:作品応募締め切り
2015 年 09 月 07 日:一次審査(日本建築学会会議室にて)
2015 年 09 月 10 日:一次審査結果の通知
2015 年 10 月 29 日:コロキウム構造形態の解析と創生 2015 にて 二次審査および表彰



1 次審査風景

5. 審査の方法

一次審査は特別審査員を含む審査員全員で行いました。ただし池田氏、久保田氏、大森氏は当日欠席だったため、事前に審査・採点をしていただきました。作品は匿名とし、評価は、課題(テーマ)に対する作品の満足度の他、創生された形態(かたち)そのものの独創性や、用いている形態創生プロセスのアイデア性などを総合的に勘案しました。

なお、二次審査においては、審査員と同じ所属である場合は投票権を無効とみなすことで公平性を保つこととします。

6. 応募状況および一次審査での選出作品数

エントリー数　　：40 件
応募総数　　：21 作品
入選作品数　　：　6 作品
佳作作品数　　：　1 作品

ー入選作品ー

エントリー No	タイトル	氏名（所属）（○は代表者）
7	開いてつなげて広がる空間	○六本木元太(明治大学)、片岡正行(同)、清水陸朗(同)、冨田弥奈美(同)、新田和哉(同)、奈良憲行(同)、森伸弘(同)、山名大貴(同)
12	Soft Surface	○天野克徳(東京理科大学)、五十嵐大輝(同)、進藤英明(同)
15	Geodesic Nest	○田村尚士(ディックス)、鈴木愛実(金城学院大学)、舘佐奈恵(同)
31	Hexagram Structure	○志村亮(東京理科大学)、上原龍太郎(同)、坂本龍(同)
34	仕舞われる木漏れ日	○清水優里(豊橋技術科学大学)、瀧内雄二(同)、水谷晃啓(同)
37	泡の一生 － envelope structure －	○中川皓旺太(東京理科大学)、有賀彩花(同)、渋谷俊一(同)

ー佳作作品ー

エントリー No	タイトル	氏名（所属）（○は代表者）
11	パーソナル・ビルドできる建築	○對馬　尚(慶應義塾大学)

7. 応募全作品の講評

本コンテストは今年で 10 周年を迎える。ここまで継続してこれたのは、形態創生というテーマに共感してくれた多くの応募者によるところが大なので、まずは歴代の応募者の皆様に感謝申し上げたい。本年度のテーマは「パーソナル・ビルドできる建築の形態を創生する」である。その「パーソナル・ビルドできる」という部分が効いたのか、単なるアイデアだけでなく実際に自らモックアップまで作り上げたようなリアリティのある応募案が数多く集まったことで、自ずと一次審査は白熱するものになった。個別の講評は下記を参照していただきたいが、本年度の入選作は「パーソナル・ビルドできる建築」というテーマに明確に答えた上で、さらに本コンテストの主旨である「形態創生」という大テーマに対しても、それぞれの独創性をもって答えている案が選出されている。

また一次審査の中で、Rhinoceros のプラグインである Grasshopper に代表されるグラフィカルアルゴリズムエディターの功罪について議論された。グラフィカルアルゴリズムエディターとは、高度なプログラミングの知識がなくとも、可視化されたコンポーネントをつなぎ合わせることで、3 次元 CAD の機能を容易に拡張できるアプリケーションであるが、その習得の容易さと利便性から日本においても近年爆発的に普及してきている。それ自体は悪いことではないが、マニュアルの最初のサンプルに載っているような使い方にとどまることで、非常に似通った形態の提案が複数あったことが問題視された。ソフトを使うのはいいが、ソフトに使われるのはいただけない。これまでの 10 年でそのような技術が普及してきたことを前向きに評価しながらも、次の 10 年に向けて、本コンテストから形態創生のための新しい技術が産み出されることを期待したい。

（以下、[ ]はエントリー番号を示す。）

[1] Architecture by Analog Fab
スティール線を捩じることで得られる線材をリング状にして、それを固定しない接合部で組み合わせて、立体的で柔軟性のある構造を提案している。円というシンプルなユニットを基本として、スティールの素材をリング状につないでその可能性を展開して行く点は評価できる。目指したいところは感じ取れるが、スキーマ（或いはロジック）がなく、縮尺模型が実物かどうか分からず、アルゴリズムやプログラム作成には至っていない点などが惜しまれる。

[3] Blingrity
4 本の圧縮材と 12 本の引張材からなる基本テンセグリティ構造体を鏡合わせにしたものを、正方形の剛体を介してつなぐことで、面が互いに直接触れることのない構造体を作成して空間を覆うことを試みた作品である。太陽の位置に対して、人間のいる場所に影ができるように形態が呼応・変化する空間の提案であり、着想は理解できるが、物理的にどのように動かすのかが示されていない。建築を提案するならば、重力などの力に対する概念の提示は必要であろう。また、セルフビルドとの関係が不明な点が残念である。

[4] PERSONAL SCALE
デジタル・ファブリケーションの技術の下に、日本における木材の入手の容易さ、加工性、仕口を用いた組立て方法をパーソナル・ビルドに応用した作品で、アーチによる曲面構造による小空間を提案している。手法として、Rhinoceros、Grasshopperおよび構造解析プログラムを連動させた一貫性があり、倒立カテナリーの小さな部材から全体を組立てている点もセルフビルドを踏まえた提案になっているが、なぜこの形でなくてはならないかの説明が必要である。また、形に新鮮さや新規性が欲しいところである。木材の曲げ方などの説明がないことも惜しまれる。

[5] Smart Frame
現在の情報技術の進展を背景に、自動的な骨組の立ち上がり、固有周期の調整、インターネットと GPS を用いた防災情報の収集、太陽光発電ができる建築を提案している。GPS や防災情報から形を変化させる建築構造を目指しているが、支持点の固定の仕方によっては自由度が少なくなる点が気にかかる。キネティック・アーキテクチャー或いはスマートストラクチャー的要素があり、技術をつないで夢を提示する能力は評価できる作品である。ポータビリティと支点の固定方法で広がる可能性、さらに技術的な視点からも説明があれば、より良い提案になると思われる。

[7] 開いてつなげて広がる空間 ＜入選作品＞
人が取り扱える程度に小さい傘状の構造体を広げて得られる 5 角形の底面をもつ構造体を、複数組み合わせて広い空間を覆う作品である。傘状のユニット構造体をつなぐアィディアは、国内外で良く見かけ、形状の自由度も大きくない。シングルレイヤの構造として、形の安定は保たれている。折りたたむことのできるコンパクト性が、セルフビルドという課題の主旨を捉えている。

[11] パーソナル・ビルドできる建築
金属のフレームに、紐を伝統的なかぎ針編みの手法で編みつけ、紐による最小曲面の形をつくることを提案している。正8面体のフレームに張力一定の曲面で構成される作品であるが、なぜこの形なのかが示されていないので、ハンモックという提案の意味づけが十分とは言えず、建築とは言い難い感もある。海外に類似の提案はあるものの、発想の柔軟性は評価できる。

[12] Soft Surface ＜入選作品＞
4 本の線材に囲まれ初期張力が与えられた HP 曲面がユニットとなり、それを複数接続させることで、家具のスケールから都市空間までを覆う空間の提案である。HP 曲面をつないで実物を作成した点が、セルフビルドをテーマとするコンテストの主旨から評価できる。初期張力が与えられているので、HP 曲面にできる皺の問題はなさそうであるが、枠のつなぎ方が部分的に不統一である点が気になる。シリコンシートとパワーネット（素材）をどのように使うかをクリアにすれば、より良い作品になると思われる。

[13] 折々に染む～紙による空間造形の提案～
和紙と折り紙の持つ特性を建物に応用した作品である。プレゼンはよくできているものの、ソフトウェアありきの部分もあり、建物の細部が誤摩化されている。また、建物としての剛性が不足しているように思える。

[15] Geodesic Nest ＜入選作品＞
粘土瓦と木質フレームから構成される切断球面グリッドシェルを提案した作品である。作品の形態そのものは新しくないが、きちんと手順を踏んで作品を考えていたり、作品に厚みを持たせたりなどの取組みは評価できる。造り方も考えており、きちんとまとまっている作品である。ただ、シェル部分が可動するなど、もう少しアイデアが欲しい。

[16] Nature House ― 自然に同化する家 ―

[17] Adaptable
上記の 2 作品は、位相最適化手法により樹木に似た建物を形態創生している。使用した数式やフローチャートがまったく同じであるため（プレゼンに記載されている内容がまったく同じ）、この 2 作品は似たような形態が創生されている。また、セルフビルドの観点がどこに入れられているのか不明である。各作品で設計条件を変更して形態を創生すれば、もっと違う作品ができたであろう。

[24] Personal giraffe
優良解探索 GA 系解法 ISGA を利用して、街灯をデザインした作品である。街灯の力学および街灯の照度を考えて形態を創生している点は評価できる。ただ、建築から離れた作品となっているうえ、セルフビルドの観点がどこに入れられているのか不明である。街灯のデザインにもう少し自由度があり、設置場所の条件が大きく異なれば、様々な形状の街灯ができたのではないかと思う。

[26] クネクネコラム ”カタ”を設計する建築家
くねくねした柱を有する空間により、既存建物をリノベーションしようとした作品である。ウェブサイトにアクセスして条件を設定することにより、一般人でもリノベーションができるデザインシステムである。ただ、力学的な面がまったく不明である。

［27］ 稲麻竹葦
竹と琵琶湖の岸に群生する葦（ヨシ）を使用した作品である。使用する葦の量などは算出しているものの、すでにあるアイデアを寄集めた作品であり、オリジナリティに欠ける。なお、この作品とほぼ同様の作品（プロジェクト）がすでに存在している。

[31] Hexagram Structure ＜入選作品＞
切り込みを入れたコンポーネントを組み上げる仕組みを用いて、六芒星の性質を利用した形状を提案した作品。六角形が安定していることに着目し、平面分割できる単位を用いた分割方法で平面を組み上げた点は評価できる。しかし、平面から立体にする際の分割方法や可展面を考えられていない点は問題である。もう少し平面から立体の形状を作る方法に関する説明があればよかった。

[32] 3K_ストラクチャー
自由度の高い骨組にワイヤーなどでテンションをかけることにより安定系となる形状を提案した作品。自由度のあるものをどのように拘束すると安定系となるかの説明が無いため、安定系にするだけであれば可能であるように思われるが、最終的に作りたい形にコントロールする方法がわからない。また、直交する接合部のみで複雑な形状を接合できるのかも不明である。実物を見てみたい作品である。

[33] 自然に寄り添う人工物の構築
自然や季節の空間を対象として、デジタルファブリケーションを活用することで、これらに寄り添う建築物を設計・製作した作品。自然に寄り添うというコンセプトとでき上がった形状の関係性がわかりにくい点は惜しい。実際に製作している点は評価できる。パーツが曲面の場合においてもコンセプトが統一されていればよかった。

[34] 仕舞われる木漏れ日 ＜入選作品＞
「Fabrication（ものづくり）」と「Fabulous（愉快な、素晴らしい）」の意味を持つ Fab 施設のための temporary なシェルターを木材、ABS 樹脂、ワイヤーで製作することを提案した作品。現実的な作品ではあるが、実際にセルフビルドで作るのは大変そうである。木漏れ日のイメージを狙った点は評価できるが、木漏れ日を生むパネルを取り付ける骨組となるフレームの形状に面白さがない点は残念である。面材などの小さなユニットを足し合わせてつくるという発想があればより面白かったと思う。

[37] 泡の一生 － envelope structure － ＜入選作品＞
泡がつくる多面体に近い充満体である接頂八面体を組み合わせることで空間を仕切り、ケーススタディとして美術館を提案した作品。タイトルと作品の関係がわかりにくい。ただ、発想は建築的にはあまりない作品である。接合がしっかりと考えられていれば構造的にも成立している点、様々なマテリアルが用意されている点が評価できる。

[39] kerf tent
1 枚の木の板にスリットを開けて曲げる kerf bending とレーザーカッターの高い精度を融合させた作品。スリットを入れた板を曲げて形状をつくろうという発想は評価できる。しかし、つくってみただけという印象が否めない。また、他のスリットの入れ方が既に提案されているので、それらを用いることでヴォールトだけでなく様々な形状を作成できたらより面白かった。

[40] REGULAR POLYHEDRON ～組み合わせ～
正多角形を組み合わせて立体化し、解体、再構築することを提案した作品。フレームは木で製作し、各頂点は組木で接合しているが、厚みのある材料でつくった際にも面同士がつながることが考慮されているのかが不明である。単純な形状だけでなく、複雑な多面体を組み合わせた形状が示されていれば面白かった。

以上

開いてつなげて広がる空間

日本の文化には、大きく広げて小さく折り畳むという、「折り畳みの文化」がある。
この文化を建築に組み込むことで、小さなものから大きな形態を創り出す。

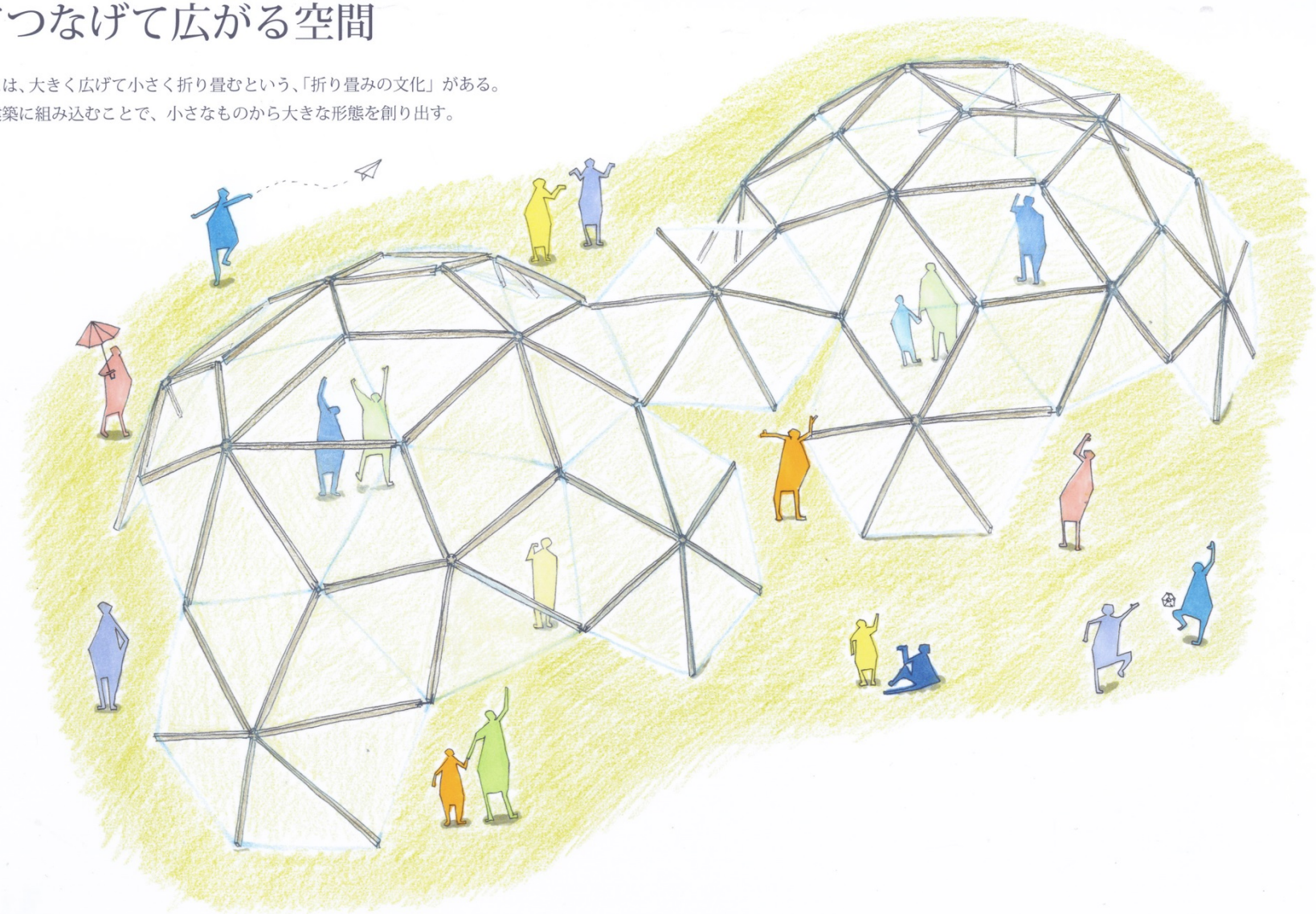
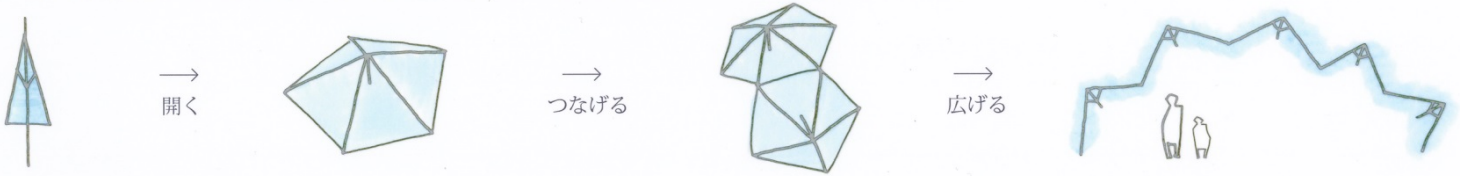
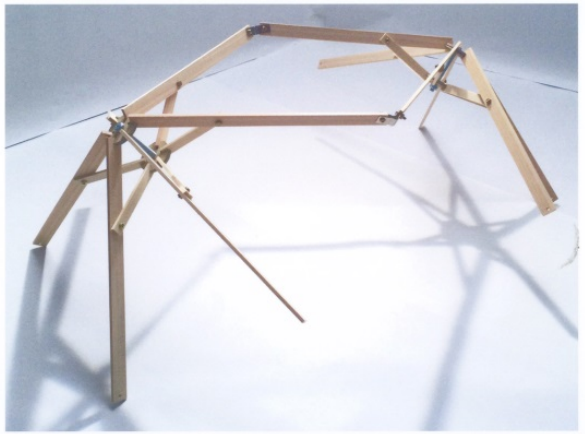
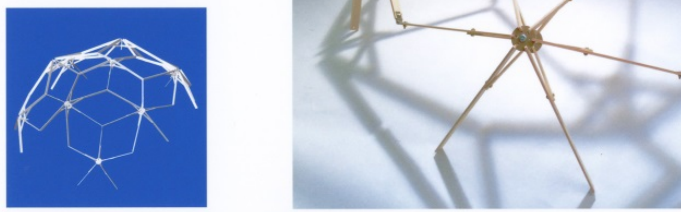


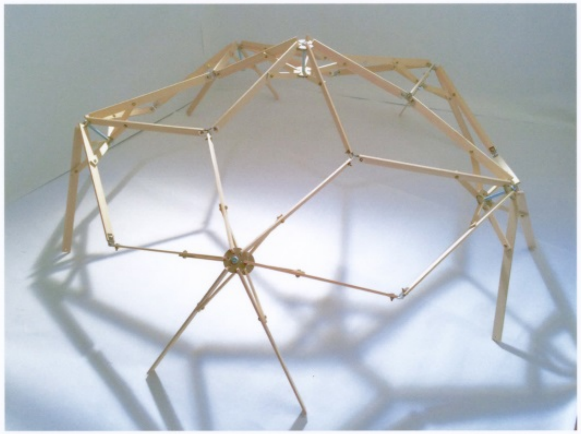
diagram　個人で容易につくることが出来るユニットを複数個組み合わせて様々な大きさ、形の空間をつくり出す。



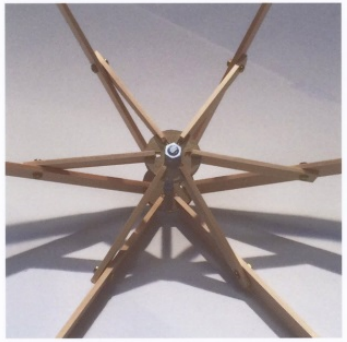


開く ↑ ↓ 閉じる

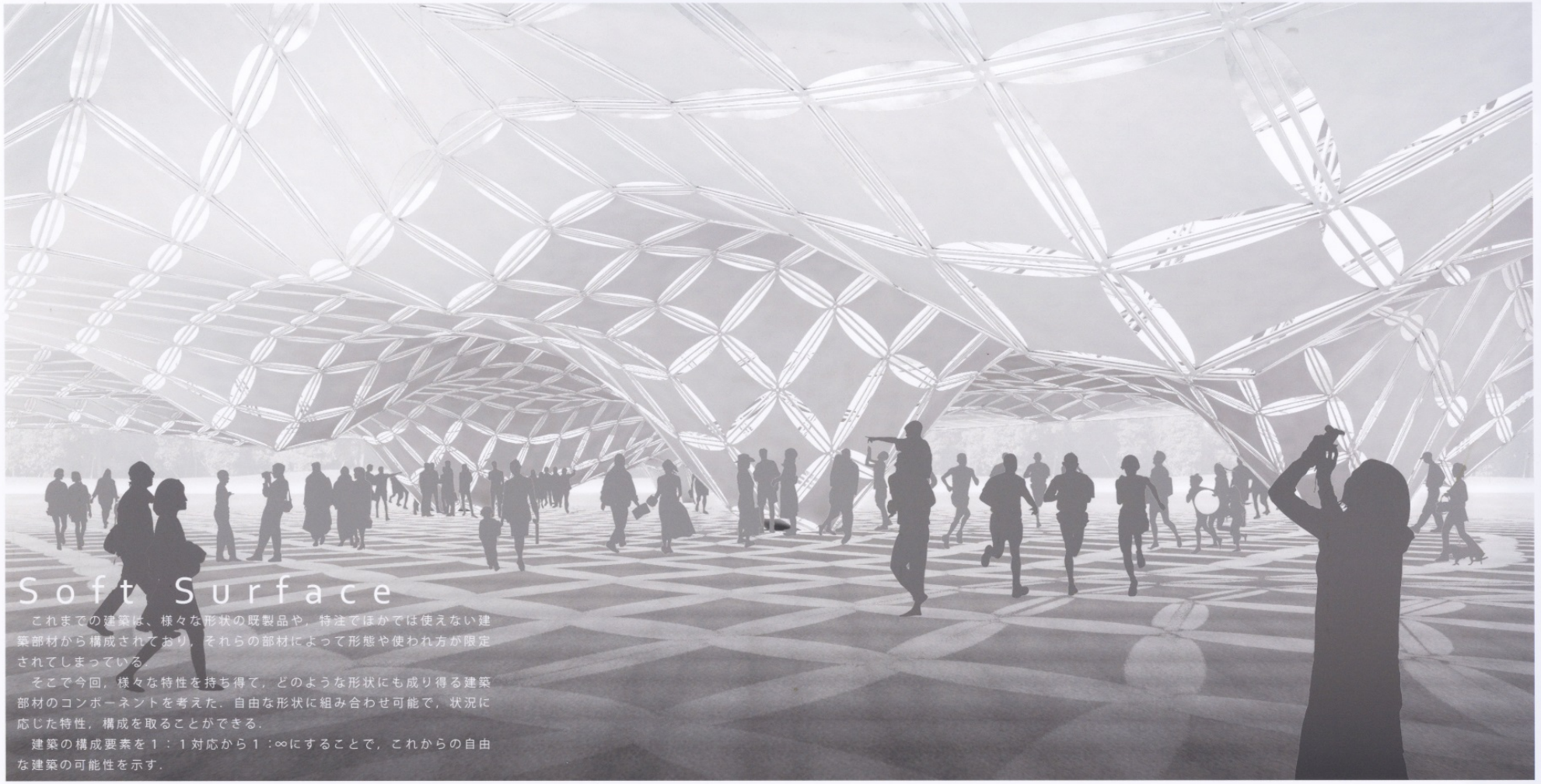




ユニット間のジョイントは、ボルトとナットで角度を調整し固定することで、ユニット間の様々なつなげ方に対応する。



部材間の接合はボルトとナットを利用し、ピン接合にすることにで開閉を可能とした。束材を設けることで、ユニットのばらつきを抑え、開き具合を調節する。下側の機構が上下することにより、開閉を再現する。



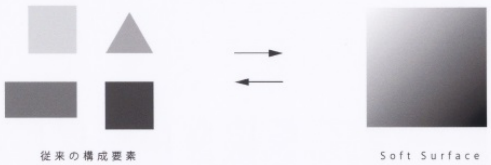
Soft Surface

これまでの建築は、様々な形状の既製品や、特注でほかでは使えない建築部材から構成されており、それらの部材によって形態や使われ方が限定されてしまっている。

そこで今回、様々な特性を持ち得て、どのような形状にも成り得る建築部材のコンポーネントを考えた。自由な形状に組み合わせ可能で、状況に応じた特性、構成を取ることができる。

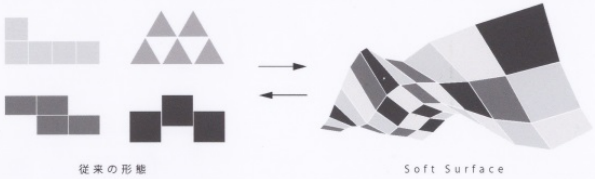
建築の構成要素を１：１対応から１：∞にすることで、これからの自由な建築の可能性を示す。

Property



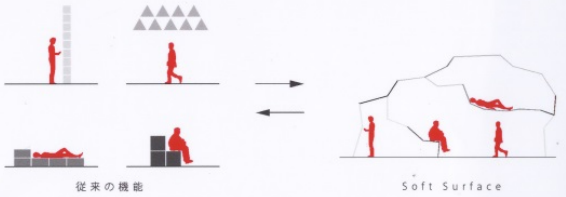
レンガやガラス，合板，コンクリートブロックなどの建築部材の構成要素は，素材ごとにもっている特性が異なっている．そのため，建築物を計画する際に機能を想定し，それに適する建築部材を用いることになる．それに対し，様々な部材特性を持つことができる建築コンポーネント，Soft Surfaceを提案する．

Form



塀やサッシ，壁，床，天井など，単一の部材だけから組まれる建築部材の形態は，その構成要素がもつ形態に制限されている．Soft Surfaceは様々な部材特性を内包することができため，その組み合わせ方次第で，自由な形態で様々な部材特性を持つ建築部材を構成することができる．

Function

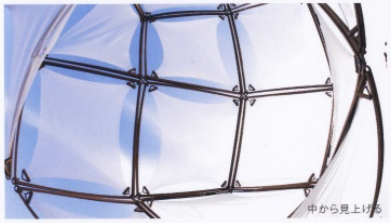


建築の機能は，それに見合った建築部材を用いることで担保され，建築の形態は，用いられる建築部材の形態によって決定されていた．つまり，建築部材と使われ方は1:1対応の関係にあった．Soft Surfaceがつくり出す自由で連続した形態により，多様な使われ方が１つの建築部材の構成要素によって可能になる．

Fabrication

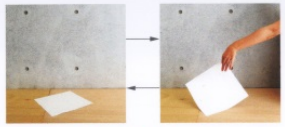
実際に MDF とシリコンシートとパワーネットを用いてパビリオンの設計・施工を行った．
Soft Surface を組み合わせることで自由な形態の創生が容易に可能であることを確認した．

正面から見る


中から見上げる

上から見る

1. Idea

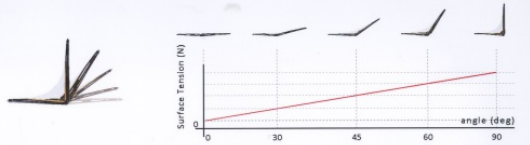


2 次元と 3 次元とを行き来することのできるコンポーネントを考える．1 つのコンポーネントで，3 次元空間上のあるとあらゆる点を繋ぐことができる．

2. Component

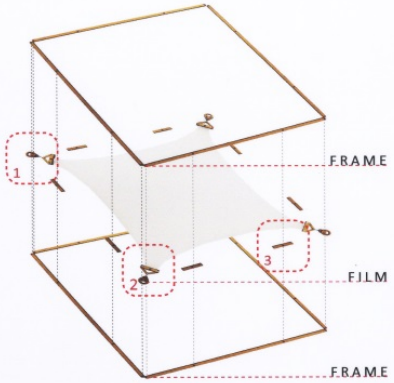
フレームとその中に張られた膜材によって構成される．やわらかな膜材が張られることで見えないトラスをつくり出し，ピン接合されたフレームを安定させる．

3. Parameter

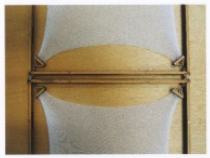


膜材のテンションをパラメータとして扱う．膜材の張力に応答し，立ち上がり角度が変化する．膜材を張り替えることで，フレームにかかるテンションが素材によって変化し，立ち上がり角度もそれに追随する．

4. Detail

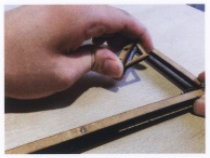


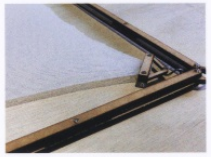
1. Joint_1



フレーム同士をピン接合させ，コンポーネント同士を結合させる役割をもつ．

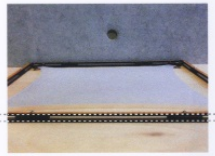
2. Joint_2

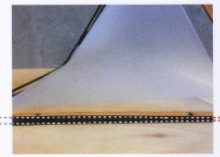




膜材とフレームを繋ぐジョイント．取り外しが容易でメンテナンス時役立つ．

3. Spacer





スペーサーを離して配すことで，フレーム部が開断面となり，撓れを許容する．

5. Development

1D -point-

ある点を囲うように

2D -line-

ある線に沿うように

3D -space-

ある空間を包むように

家具スケールでの展開

Site:
廊下
Material (Frame):
シナ合板
Material (Film):
ポリプロピレンフィルム
Use:
電球の光を拡散する照明器具

Site:
オフィス
Material (Frame):
パーティクルボード
Material (Film):
ポリエステル繊維膜
Use:
遮音性があり、視覚的にうっすらと遮るパーテーション

Site:
リビング
Material (Frame):
シナ合板
Material (Film):
ポリエステル
Use:
洗濯可能で耐久性があり、通気性に優れたイス

建築スケールでの展開

Site:
砂漠
Material (Frame):
ラワン合板
Material (Film):
麻
Use:
通気性に優れ、内部が涼しいテント

Site:
原っぱ
Material (Frame):
ジェラルミン
Material (Film):
ETFE 膜
Use:
日光を拡散し、明るく照らされるテント

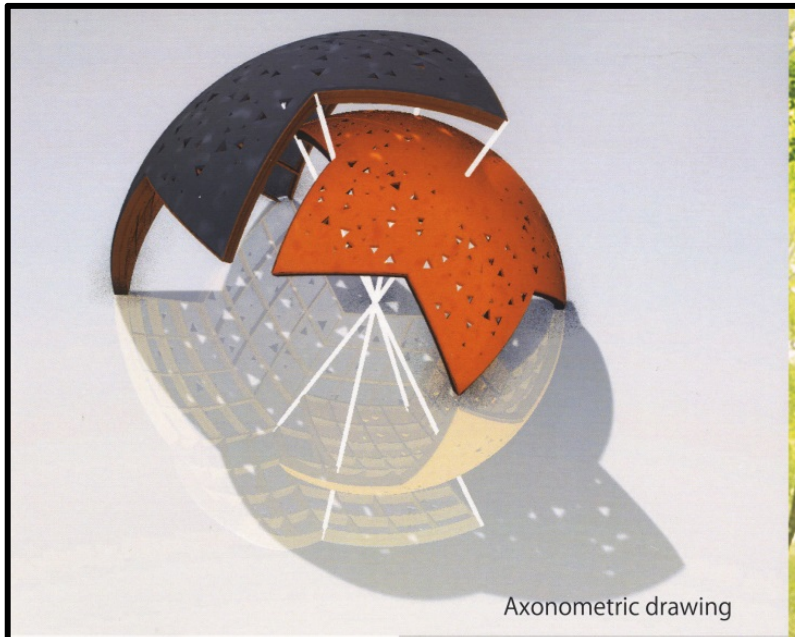
Site:
森林
Material (Frame):
ジェラルミン
Material (Film):
ナイロンメッシュ
Use:
雨も凌げ、木漏れ日に照らされるテント

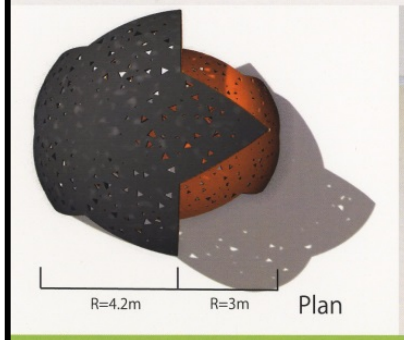
都市スケールでの展開

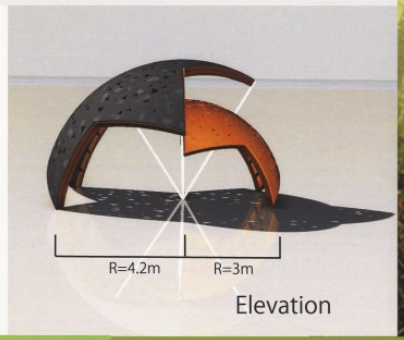
Site:
競技場
Material (Frame):
カーボンファイバー
Material (Film):
テフロン膜
Use:
多くの人を包み込む大屋根

Site:
ハチ公前
Material (Frame):
アルミニウム
Material (Film):
テフロン膜
Use:
人々の動きを緩やかに分ける喫煙所

Site:
ペンシルビル
Material (Frame):
スティール
Material (Film):
ポリエチレンネット
Use:
壁面緑化をすることもできる耐震フレーム

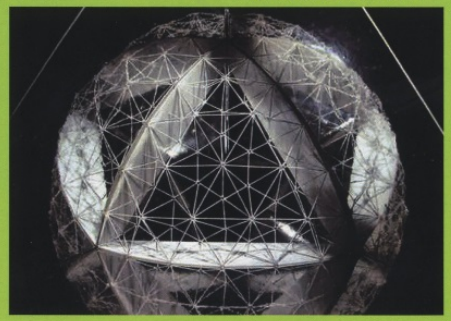






Think global act local
Doing the most with the least

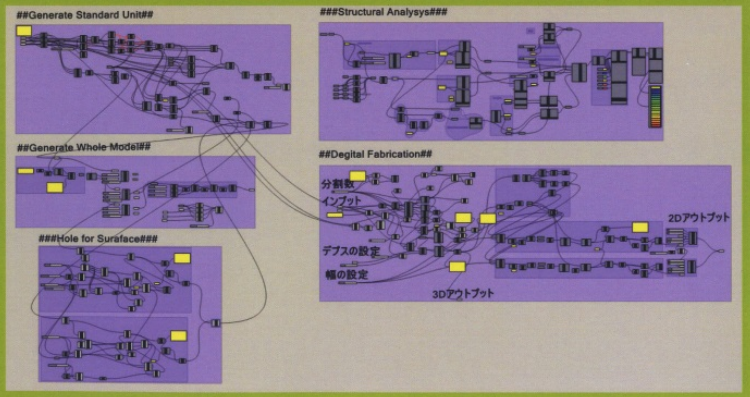
-by R.Buckminster Fuller



Computational Design Method

Rhinoceros+Grasshopperを用いたコンピュテーショナルデザインを用いて、Geodesic Nestの形状を求める。Grasshopperでは、ジオデシック多面体の生成、基準パネル、パネルへの穴開け、木質フレーム、そして全体形状を生成する。構造解析を介して部材断面の検証を行い、デジタルファブリケーションを行うためにレーザーカッター加工図や3Dプリント出力を行い、パラメトリックにデータを生成し、デザインからファブリケーションまで一連のシステムを構築する。

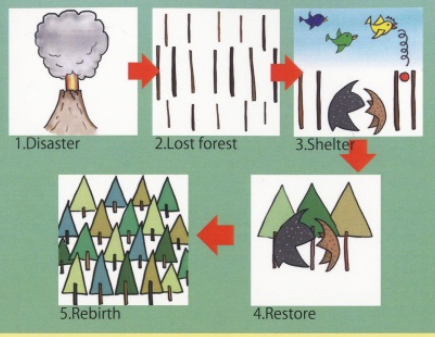
- Step1) Generate Standard Unit
- Step2) Hole to Surface
- Step3) Generate Whole Model
- Step4) Structural Analysys
- Step5) Degital Fabrication



本手法で得られる様々なパターン

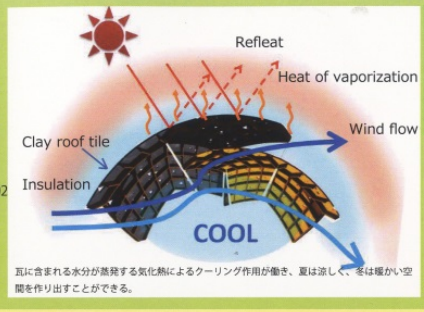
1. Concept

森林の持つ役割は大きい。酸素を作り出すこと、水を貯えること、時には地滑りを防ぐこともある。また、多くの生物の住処でもある。
近年、日本は火山の活動期に入り、火山噴火や硫黄を含んだ火山ガスの影響で木が枯れてしまうなど、森林減少が問題となっている。森林減少に伴い、そこに住まう動植物の生態系に変化が生じ、さらには人の生活および地球環境にも影響を与える。失われた森林を再生させる方法は、人工的な方法だけで行われるのではなく、かつてその森に住んでいた動物たちによっても行われる。イノシシの毛に絡まって木の実が運ばれたり、鳥が糞と共に種を落としたりと動物自身は気づいていないがその森で生活をすることが森林の再生に一役買っているのである。
生命の循環を利用した森林再生を手助けするシェルター。
住処を奪われてしまった動植物たちの拠点となるような場所を提供し、森林が再生する速度を高めていく。森林再生により加速する地球温暖化を少しでも食い止めることが出来るのではないか、という願いも込めている。



2.Environment

自然災害の発生により、過酷な環境となる場所にシェルターを配置し、住処をなくした動植物のためのホームを構築する。木々が失われたかつての森には、過酷な自然環境から身を守るため、快適な空間が必要である。
日本古来から屋根材として使われている粘土瓦は、他の屋根材と比較し、優れた耐久性、断熱性を持ち、日射吸収率が低い。
粘土瓦は主原料が天然の粘土であるため、LCCO2や環境負荷を低減し、その強度性能から構造体としての利用も可能であり、地球環境に優しい構造と考えられる。さらにマスカスタマイゼーションによる自由な形状を生成し、高品質・低コストが実現可能である。

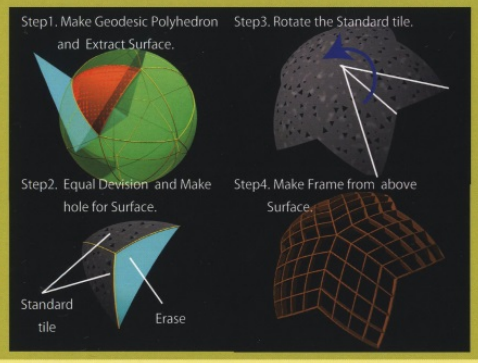


瓦に含まれる水分が蒸発する気化熱によるクーリング作用が働き、夏は涼しく、冬は暖かい空間を作り出すことができる。

粘土瓦、木質フレームを用いたシェルターは役目を終えた後、朽ちて果て土に戻り、自然に消費される建築を目指す。

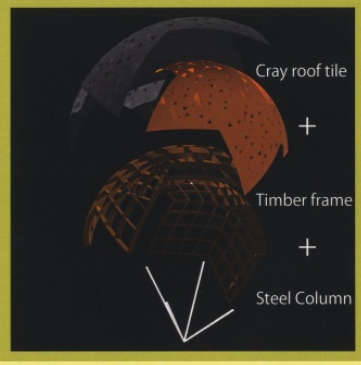
3. Computational Morphogenesis

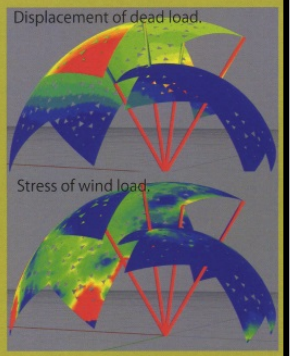
21 世紀に入り、建築および製造技術が創作および実現されるようになった。さらに 3DCAD、CNC 加工、3D プリント、ロボットなどデザインからファブリケーションが身近になり、パーソナルビルドができる時代になった。形態の多様性、複雑多岐なパターンから生み出される建築は魅力的である。その一方、ジオデシックドーム、シドニーオペラハウスのような純粋な幾何学による形態は、力強く、美しく、最小限のパターンで全体の集合をなすフラクタルは、施工的合理性の高いものである。また、イスラムのモザイクタイルは三角形から六角形を使い、球面上に美しい模様を装飾する。
現代の先端技術を用いて、ジオデシック球面体を最小限のパターンと構造体で構造形態創生を行い、パラメトリックされたパネルの有孔パターンの操作と、そのパネル形状にフィットした均一な構造フレームを生成する。
これは、空間・審美性・構造的性能を最大化し、コスト・環境負荷・部材種類の最小化を行った多目的最適化問題であり、インタラクティブに構造形態創生が可能となるスキームを構築する。



4.Structual system

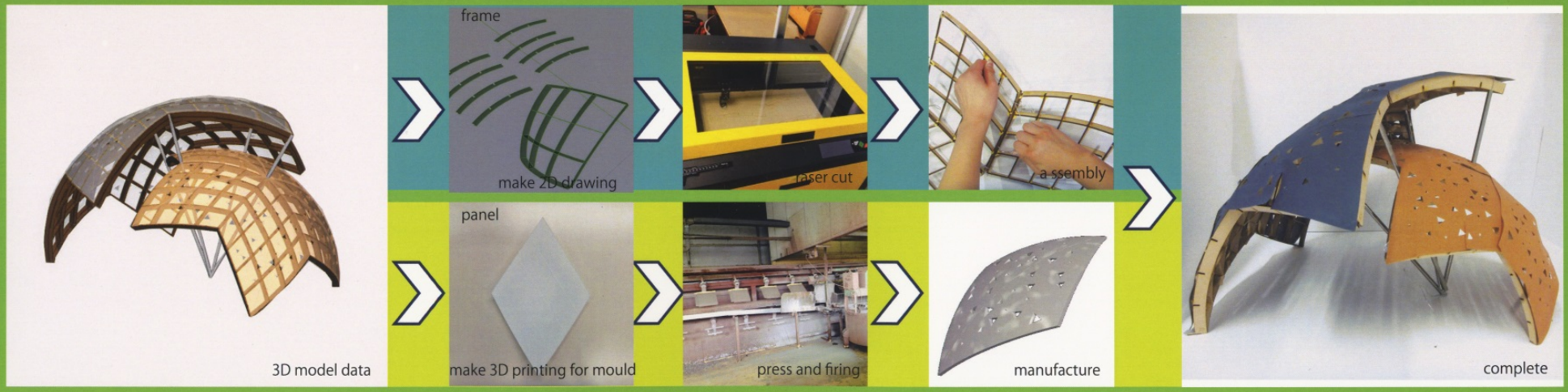
このシェルターは面内要素となる粘土瓦、リブ的要素となる木質フレームからなる切断球面グリッドシェル構造であり、半径4．2m、3mの球体を利用し、シェルが地面と接する4点および中央部の鉄骨柱によりピン支持される。
パラメトリックされた有孔パターンを変数とし、外力として固定荷重、風荷重を作用させる。瞬時に FEM 応力解析と連動し、その解析結果より、変形や応力を満たすように部材形状やグリッド数のコントロールを行う。





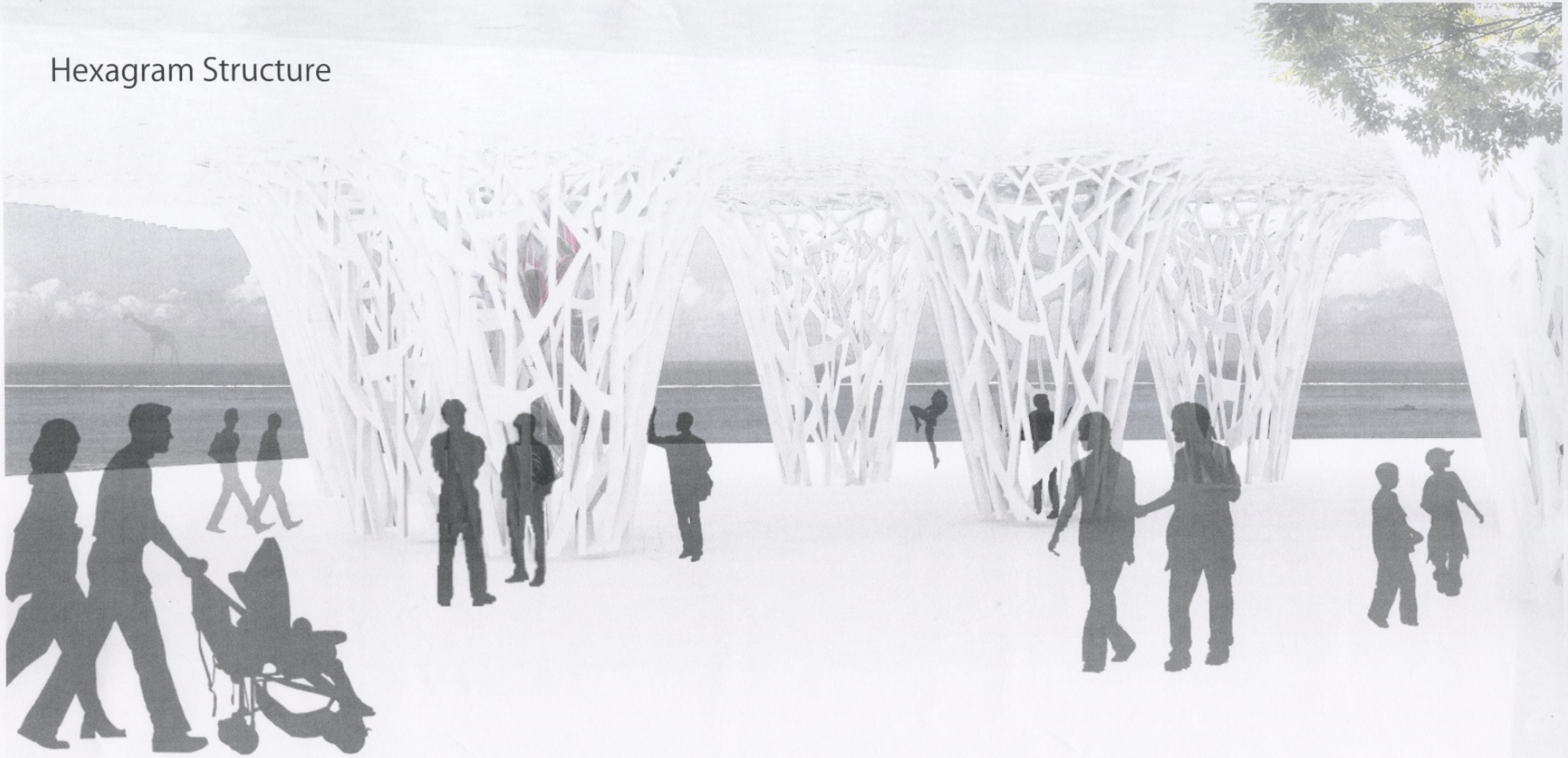
5. Degital fabrication

デジタルファブリケーションはユニバーサルレーザーシステムズ社のレーザー加工機を使用した。このレーザー加工機ではガラス、革、木材への彫刻や切り取りなどの加工をすることができる。木材ならば 1.2cm まで切り取ることが可能。今回の模型製作では厚さ 2.7mm の MDF の切り出しを行った。

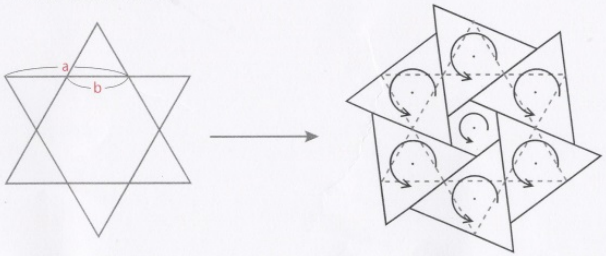


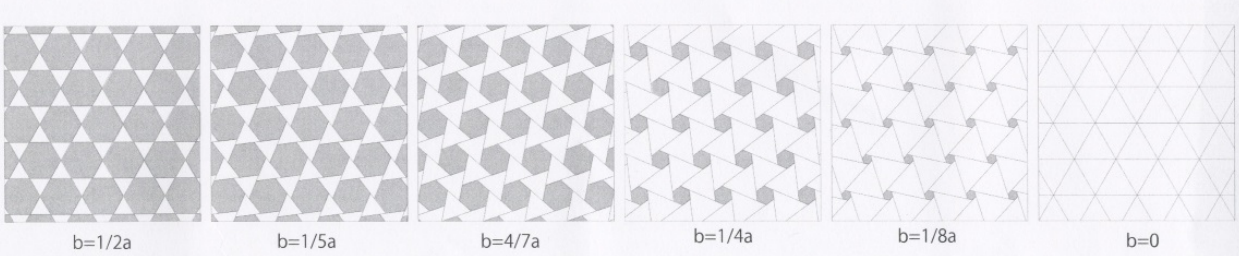
Computational Design　　Degital fabrication　　Construction

Hexagram Structure



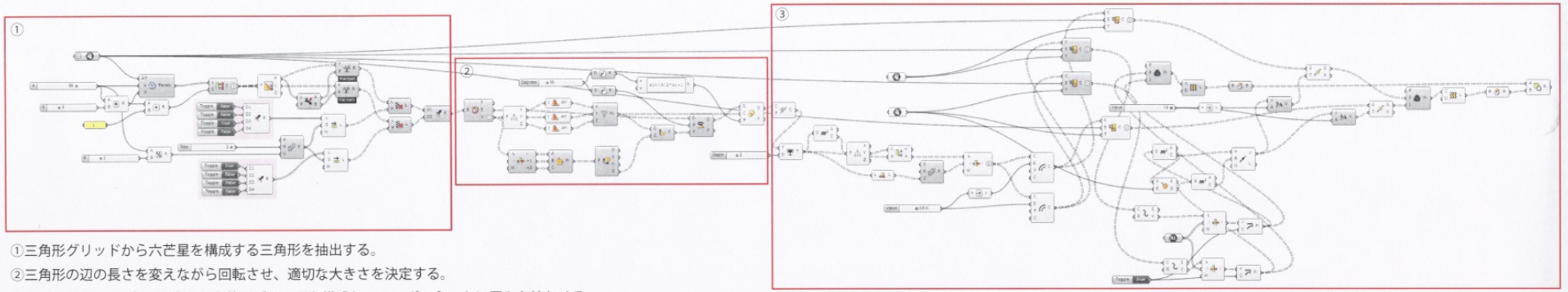
1. 六芒星の性質





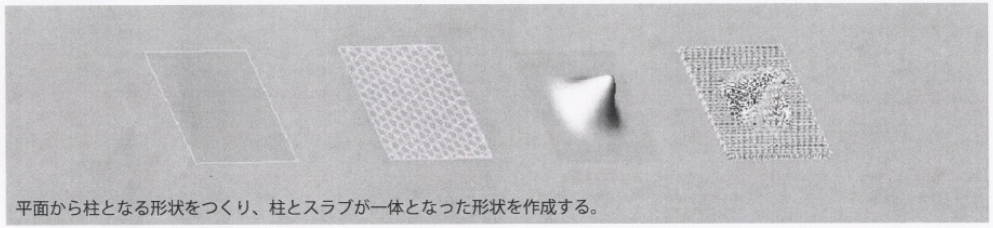
六芒星は正三角形と正六角形で構成された形で、２つの図形の大きさを変えながら平面を隙間なく埋めることができる。

2．GrassHopper 定義



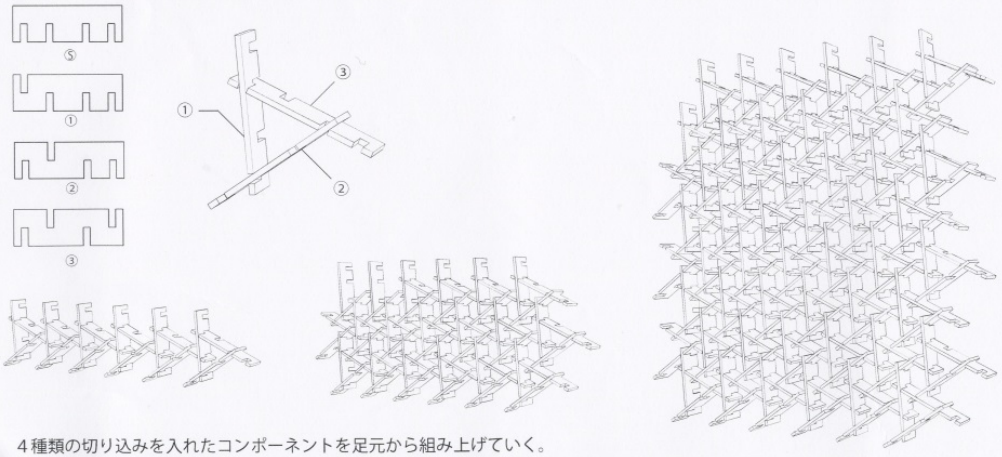
①三角形グリッドから六芒星を構成する三角形を抽出する。
②三角形の辺の長さを変えながら回転させ、適切な大きさを決定する。
③作成したい面に、②で作成した六芒星グリッドを構成し、コンポーネントに厚みを持たせる。

3．平面から立体へ



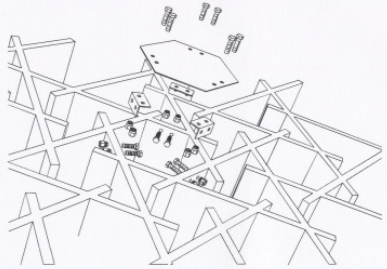
平面から柱となる形状をつくり、柱とスラブが一体となった形状を作成する。

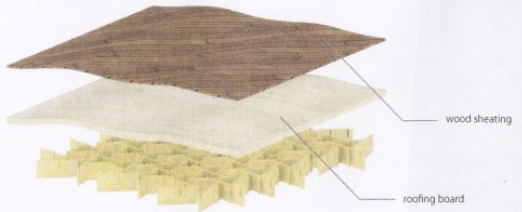
4．コンポーネントデザイン、組み方



４種類の切り込みを入れたコンポーネントを足元から組み上げていく。

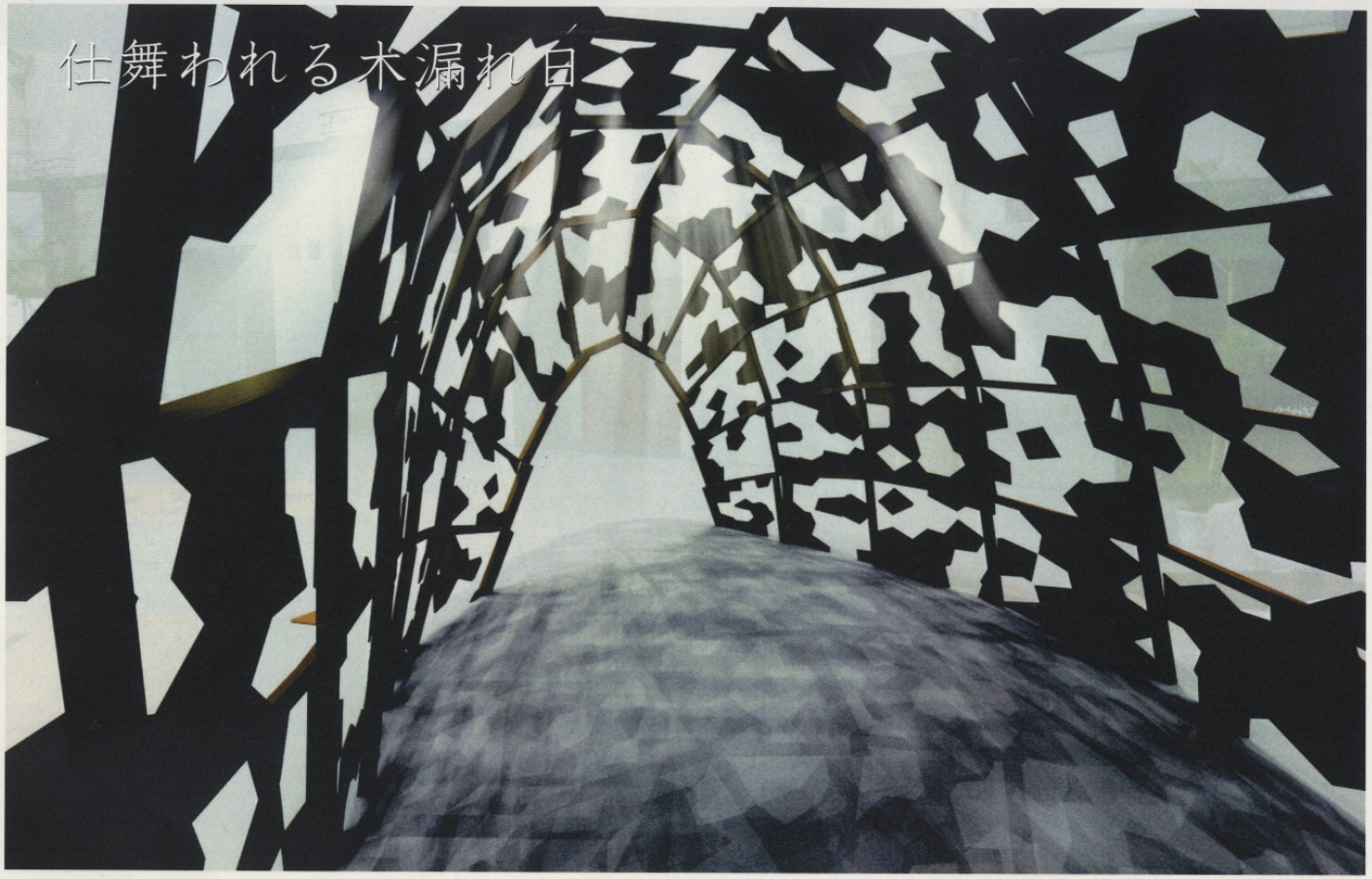
6．応用





構造体にパネルを取り付けることによりファサードとして応用できる。また、六芒星の安定した構造によりスラブとしての有用性が考えられる。

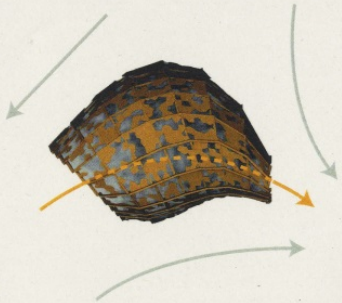
仕舞われる木漏れ日



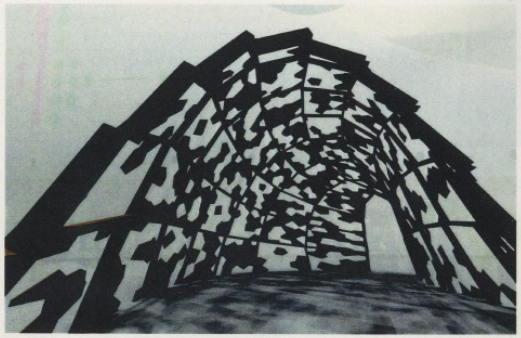
敷地は，今年の10月にある地方中核市にオープンするFab施設の入り口であり，シェアオフィスの吹き抜け空間である。Fab施設では積極的にコラボレーションを図り，商品開発や，新技術の習得を行うことが望まれる。また，FabLabの「Fab」には「Fabrication(ものづくり)」と「Fabulous(愉快な、素晴らしい)」の意味が込められており，楽しみながらものづくりを行うことも望まれる。このFab施設では床面積が少なく，打ち合わせやイベントを行うことが難しい状況にある。また，Fab文化を広げるために，ユーザーが一緒に何かを作るような経験が必要であると考えた。そこで，このFab施設のためのtemporaryなシェルターを提案する。

シェルターを構成する部材は，木材(角材，合板)，ABS樹脂，ワイヤーである。木材はCNC，レーザーカッターによる加工を，ABS樹脂は3Dプリンタによる出力を想定している。木材による骨組みを3Dプリントした樹脂のジョイントにより接合する。また，補剛材としてワイヤーを想定している。これらはすべて，Fab施設での加工，あるいは近隣のホームセンターで入手できる素材である。また，シェルターを製作するためにはCNC，レーザーカッター，3Dプリンタを組み合わせることが必要である。このため，この「仕舞われる木漏れ日」はライトユーザーにFab機材の使い方，データの作成方法を習得するための入門的な位置づけとしても想定している。

配置図1:50

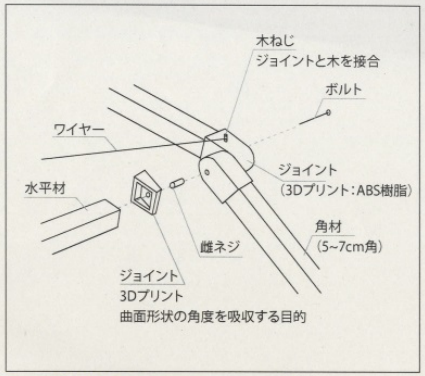


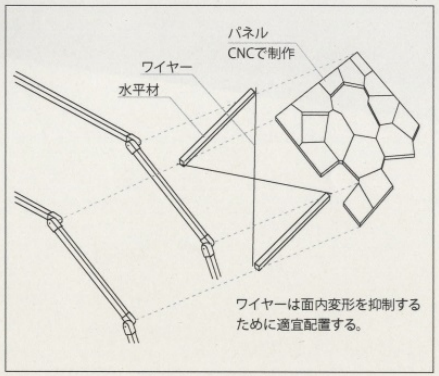
建物内の動線からシェルターの形を生成し、自然と導かれるような、なめらかな形状とした。



この形状は木漏れ日に包まれるようなドーム型とした。このために、1枚1枚のパネルをボロノイ分割し、ランダムな面を生成した。パネルの密度は光の射す方角を考慮し、ランダムの閾値をコントロールした。

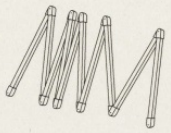
ディテール

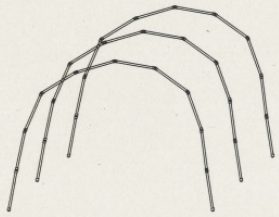




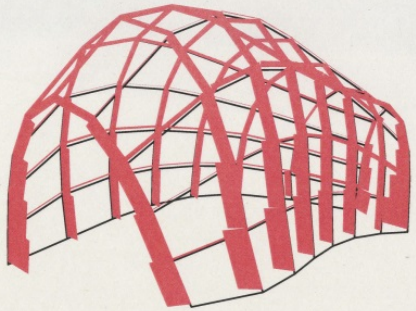
ジョイントの3Dプリント

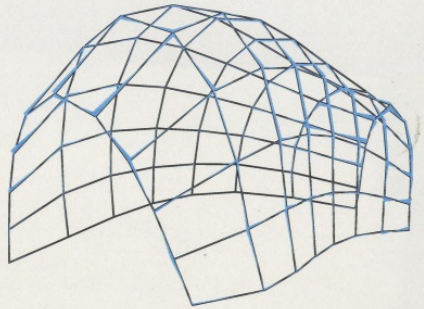
ジョイントの検討　1/2模型


角材をジョイントで連結


骨組みを広げてシェルターのアーチをつくる

構造システム


軸力図

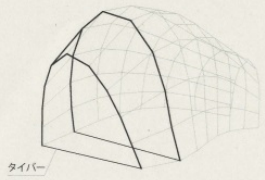

曲げモーメント図

組み立てを可能にするために部材断面はできるだけ細いことが求められる。そこで，力学的に合理的なシェルターの曲面形状を対話的に探索する形状改善ツールを作成した。

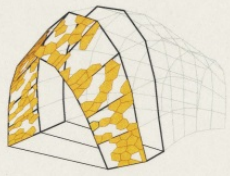
形状改善ツールでは主に次の二点を変数として扱う。
・NURBS曲面の制御点座標
・構造部材の間隔

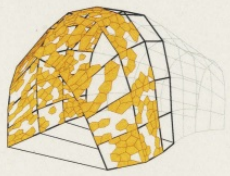
これらはシェルターの美観，木漏れ日のイメージ，内部の空間の容積に影響が大きい。そこでCADソフト（Rhinoceros+grasshopper）上で動作する拡張機能としてFEM解析のプログラムを作成した。これにより，曲面の変化に応じてリアルタイムで変位や曲げモーメント図を可視化した。
設計者はこの形状改善ツールを用いて，変位を小さくすることを目的として形状のスタディを行った。
これにより，原曲面に対し得られた曲面の変位は4割程度抑制された。

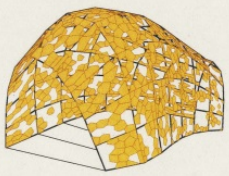
組立て・解体

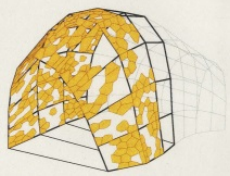


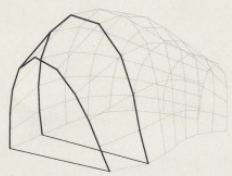
骨組みを２組ずつ組み立てる。

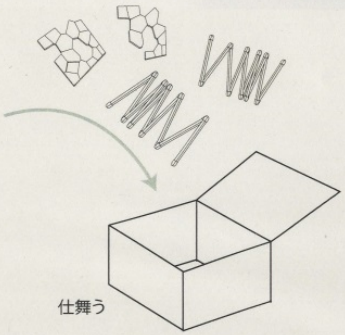

水平材、パネルを付ける。
次の骨組みを組み立てる。

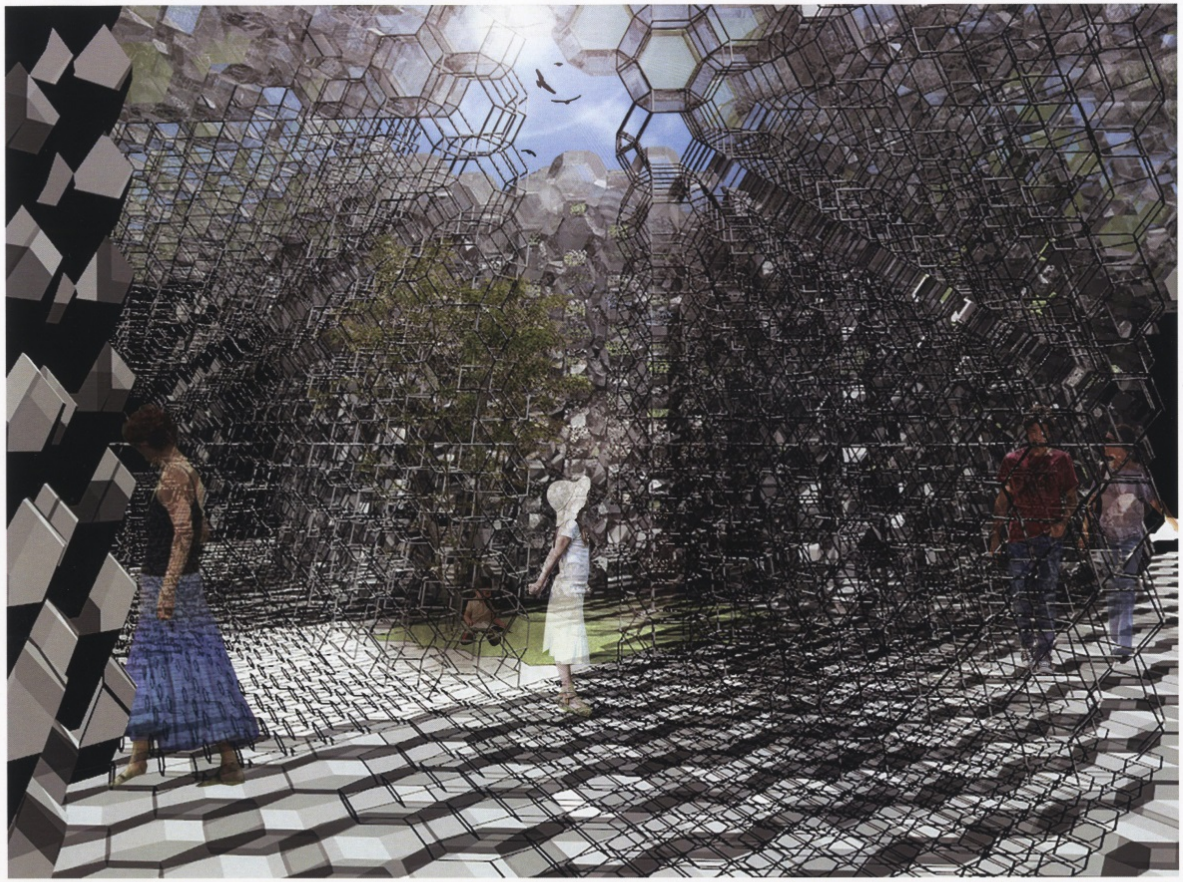

同様に１列ずつ組み立てていく。


完成




１列ずつ解体していく。


仕舞う



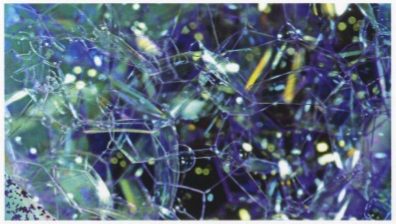
◀ホワイエ

泡の一生

-envelope structure-

コンポーネントを充満させ、空間として抜いていき、
使わなくなったら解体し、また別のところで組み立てる。

泡が発生し、次第に割れてくっつき、
最後には消え、そしてまたどこかで発生する。



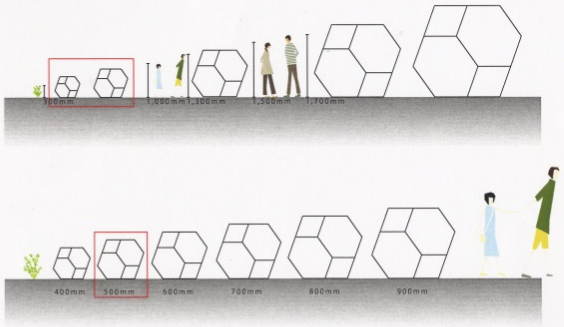
01_componentの決定

envelope structureを泡のつくる空間と捉えて提案を行う。泡は複数集合した時に多面体となる。この多面体は周囲の状況が許す限り、その表面積が最小となるように空間内を隙間なく分割する。この多面体によって構成される構造体を泡構造と呼ぶ。このような構造材には三次元的な耐荷重性があり、また軽量化を果たすことができると考える。

そこで泡がつくる多面体の形に近い、切頂八面体をコンポーネントとして決定する。

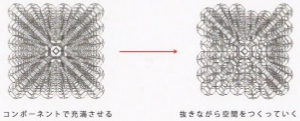
切頂八面体 Octahedro

02_componentの大きさ



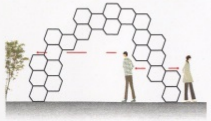
コンポーネントの大きさは、人が入れない大きさで、これらを充満させて重ねていくときに、最適な大きさである直径50cmとする。20cmの棒材と2種類のジョイントでつくることができる。

03_設計プロセス



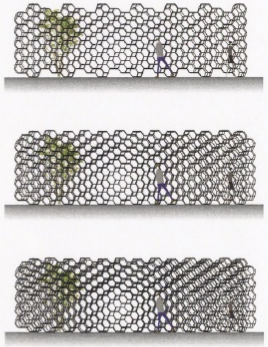
切頂八面体は泡同様に充満体であるため、空間を埋め尽くすことができ、連続することによ構造的に強くなる。そこでコンポーネントを充満させ、空間をボリュームで可視化し、どんどん空間として抜いていくという設計プロセスをとる。

04_構造・視線・気配・空間



コンポーネントが連続することによって、構造的に強くなり、また視線を通すこと、気配を感じること、空間を仕切ることが可能となる。

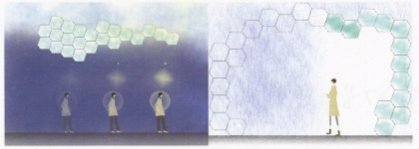
05_視線



コンポーネントの重なり方によって、視界のコントロールをすることもできる。

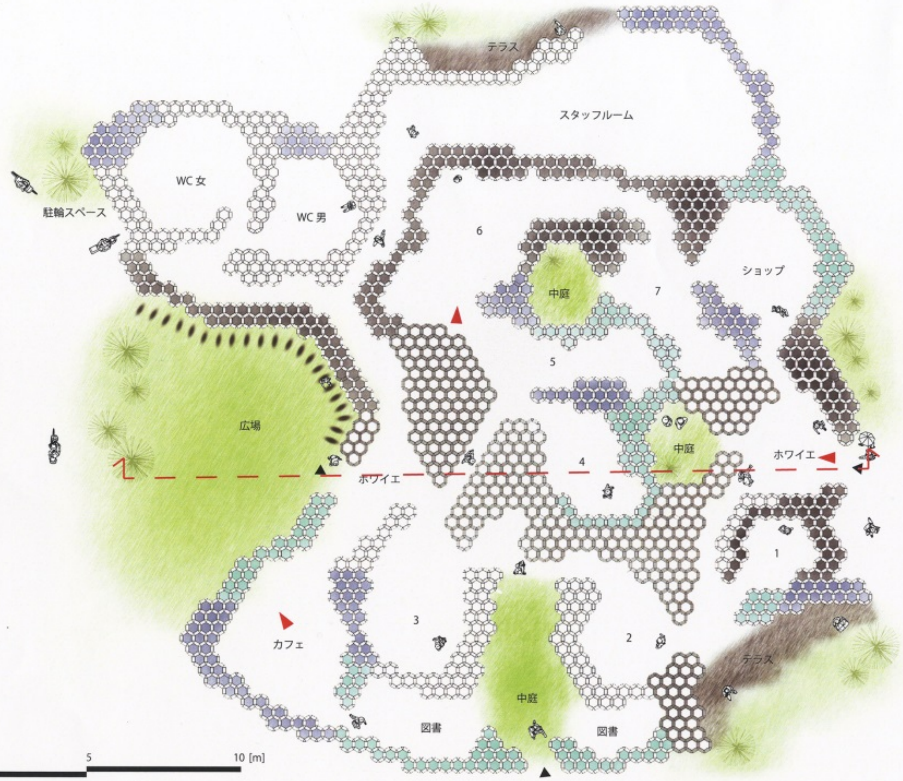
06_マテリアル

コンポーネントを様々な物質で置き換え、それらを組み合わせることにより、空間体験のバリエーションが増える。



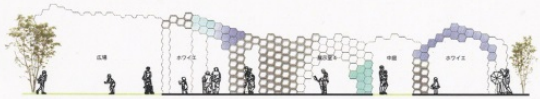
▲半透明はコンポーネントの重なり具合により、室内に取り込まれる光の量が変化する。

▲ワイヤーと透明のコンポーネントの組み合わせでは、雨や風の感じ方が変化する。



plan

0 1 5 10 [m]



section

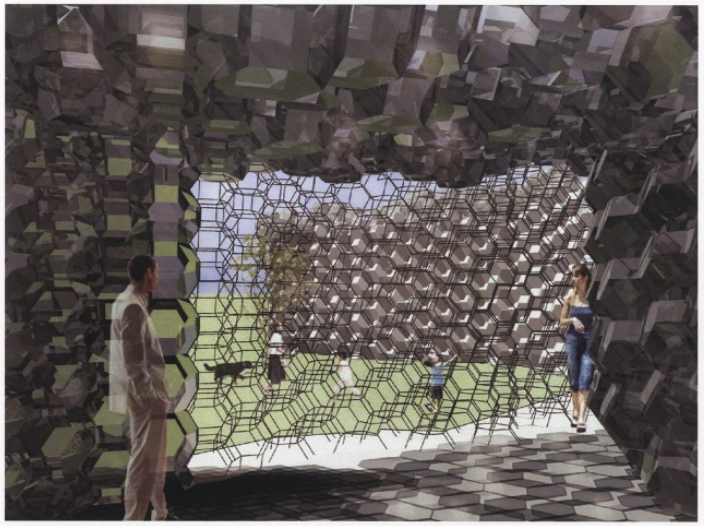
0 1 5 10 [m]

07_case study

ケーススタディとして、美術館を提案する。
コンポーネントを操作することにより、全ての空間に変化をもたせる。
視線・気配・光・雨風などをパラメーターとし、それらの感じ方が全て異なる空間が連続する。

"ない"ように見えて"ある"空間。
"ある"と分かってもなかなかたどり着けない空間。

美術品を楽しむだけではない美術館。
泡から生まれたひとつのコンポーネントは、多様な空間をつくりだす。



▲カフェ

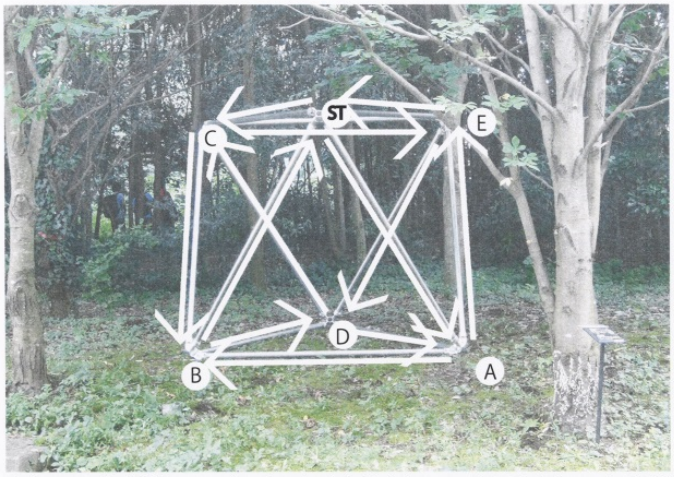
▼展示室 6

パーソナル・ビルドできる建築

剛体のフレームに、ロープや紐の素材を伝統的なかぎ針編みの手法を用いて編みつけ、紐による極小曲面の形をつくる方法を提案する。

どうやってビルドするか（正八面体の場合）

①単管など剛体の枠を用意し、多面体の辺をつくる。辺と頂点の関係を
グラフ理論のように扱い、任意の１つの頂点を選び始点及び終点 ST とする。



②点 ST から出発し、いくつかの辺と頂点を通って点 ST に戻ってくる回路
を設計する。この時、重複をしないことや回路の対称性が最終形態の形に
どう影響するかなどを追究する課題がある。
写真の場合：ST→A→B→ST→C→B→D→C→E→D→A→E→ST

③設計した回路の順番に沿って初めの段を剛体のフレームに編み付け、回路を
一周する。次の段はその内側にと、順に内側に造形する。

④八面体の中心部分まで編みを施し、最初に設計した回路をエッジとした
時に内側に張る最小の面積の曲面、極小曲面の編みの形状ができる。
ハンモックや遊具として機能するが、それ以外の応用の可能性がある。

コロキウム構造形態の解析と創生 2015

2015 年 10 月

編　集

著作人　一般社団法人 日 本 建 築 学 会

〒108-8414 東京都港区芝 5 丁目 26 番 20 号

TEL 03-3456-2051

FAX 03-3456-2058

http://www.aij.or.jp

印刷所　シードット株式会社

シンポジウム資料　AIJ-1510-03000